

*Механическая, тепловая и магнитная
структура компактных звёзд
с сильными магнитными полями*

Перенос тепла и заряда в магнитном поле

Параметр Холла: $\omega_g \tau \approx 1760 \frac{B_{12}}{\sqrt{1+x_r^2}} \frac{\tau}{10^{-16} \text{ s}}$ (здесь $\tau = 1/\nu$)

$$\mathbf{j}_e = \hat{\sigma} \cdot \mathbf{E}^* - \hat{\alpha} \cdot \nabla T, \quad \mathbf{j}_T = \hat{\beta} \cdot \mathbf{E}^* - \hat{\kappa} \cdot \nabla T \quad \mathbf{E}^* = \hat{R} \cdot \mathbf{j}_e - \hat{Q} \cdot \nabla T, \quad \mathbf{j}_T = -T \hat{Q} \cdot \mathbf{j}_e - \hat{\kappa} \cdot \nabla T$$

$$\hat{R} = \hat{\sigma}^{-1}, \quad \hat{Q} = -\hat{R} \cdot \hat{\alpha} \quad \boxed{\hat{\kappa} = \hat{\kappa} + T \hat{\alpha} \cdot \hat{Q}}$$

Плотность числа электронов можно записать в виде

$$n_e = \int \mathcal{N}_B(\epsilon) \left(-\frac{\partial f^{(0)}}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon, \quad \text{где} \quad \mathcal{N}_B(\epsilon) = \frac{m_e \omega_c}{2(\pi \hbar)^2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} g_n p_n(\epsilon)$$

$$f^0(\epsilon) = \{ \exp [(\epsilon - \mu)/k_B T] + 1 \}^{-1} \quad p_n(\epsilon) = [(\epsilon/c)^2 - (m_e c)^2 - 2m_e \hbar \omega_c n]^{1/2}$$

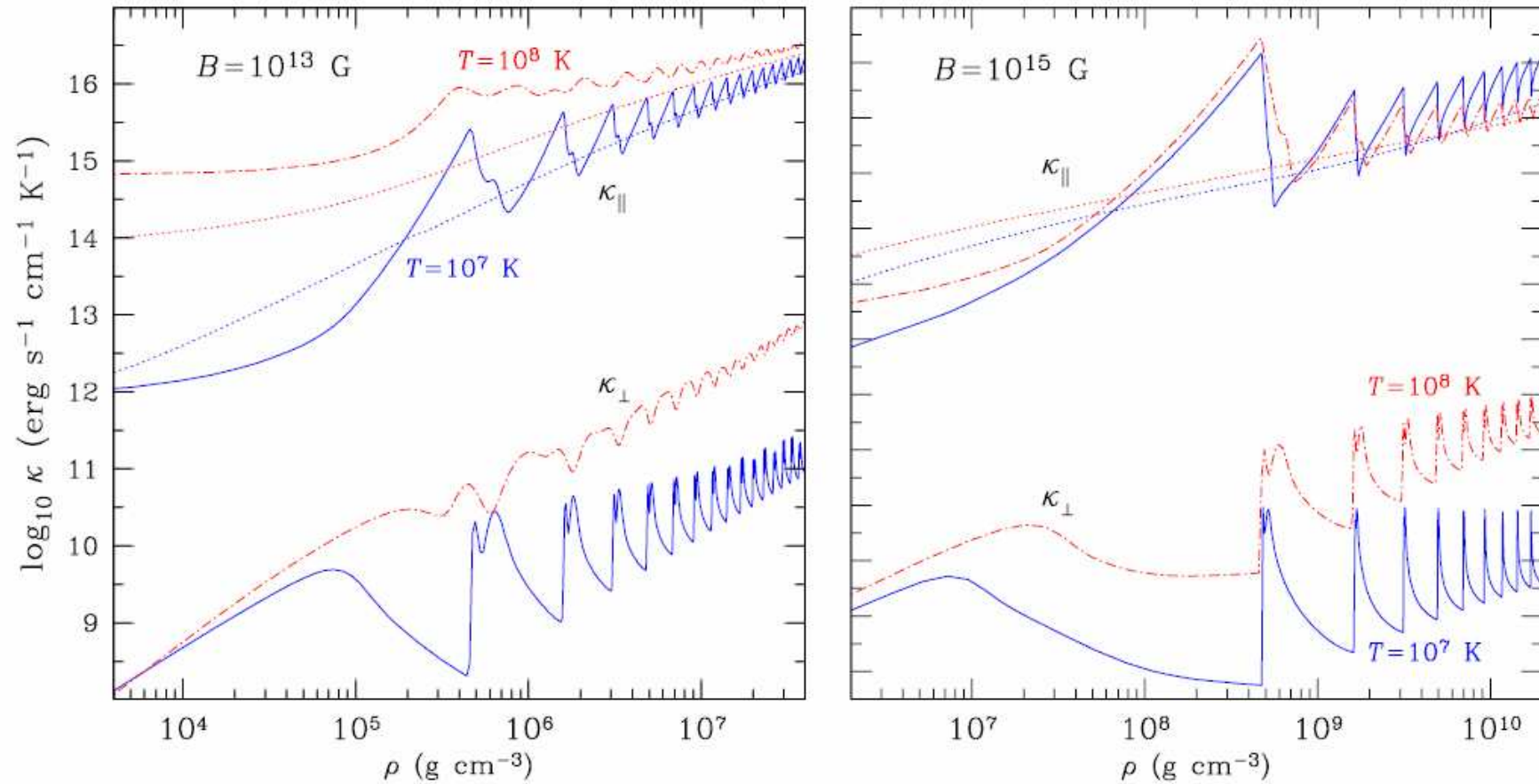
Тогда кинетические коэффициенты для электрон-ионного рассеяния предстанут в виде

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ij} \\ \alpha_{ij} \\ \tilde{\kappa}_{ij} \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} e^2 \\ e(\mu - \epsilon)/T \\ (\mu - \epsilon)^2/T \end{bmatrix} \frac{\mathcal{N}_B(\epsilon)}{m_e^*(\epsilon)} \tau_{ij}(\epsilon) \left(-\frac{\partial f^{(0)}}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon$$

$$\tau_{zz} = \tau_{\parallel}, \quad \tau_{xx} = \frac{\tau_{\perp}}{1 + (\omega_g \tau_{\perp})^2}, \quad \tau_{yx} = \frac{\omega_g \tau_{\perp}^2}{1 + (\omega_g \tau_{\perp})^2}$$

При $T/T_F \rightarrow 0$ $\sigma_{ij} \approx \frac{e^2 c^2 n_e}{\mu} \tau_{ij}(\mu), \quad \kappa_{ij} \approx \tilde{\kappa}_{ij} \approx \frac{\pi^2 T}{3e^2} \sigma_{ij}.$

Примеры теплопроводностей в оболочке нейтронной звезды



Сплошные и штрихпунктирные кривые – электронные теплопроводности в магнитном поле (верхние – вдоль поля, нижние – поперёк поля),
точечные кривые – без магнитного поля

Теплоизолирующие оболочки: оценки по порядку величины

Решение уравнения теплопроводности для невырожденных слоёв без магнитного поля (было):

$$T_6 \approx 4 q^{2/13} \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{4/13} \quad \rho_1 = 2.675 \frac{A}{Z} \text{ g cm}^{-3} \quad q = \frac{Z(1+Z)}{A} \frac{T_{e6}^4}{g_{14}}$$

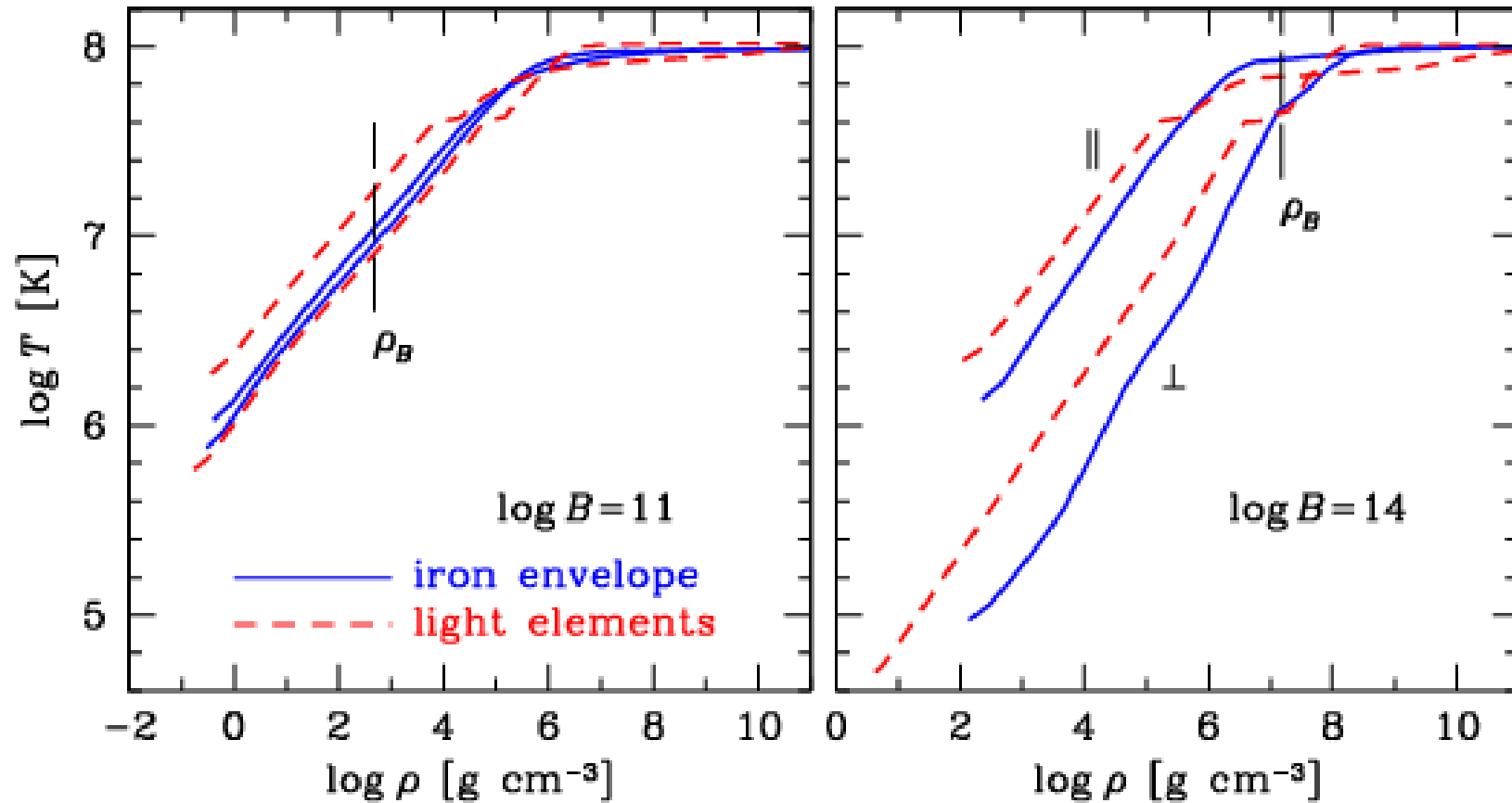
(T_{e6} – эффективная температура в единицах 10^6 К,
 g_{14} – ускорение силы тяжести в единицах 10^{14} см/с²).

Аналогично выводится решение в сильно квантующем магнитном поле, направленном перпендикулярно к поверхности:

[Ventura & AYP (2001): <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0104003>]

$$T_6 \sim 2 q^{2/9} (\rho/\rho_1)^{4/9} B_{12}^{-4/9}$$

Профили температуры в оболочках



Распределение поверхностной температуры

Приближение Гринштейна – Хартке [*Astrophys. J.* 271, 283 (1983)]:

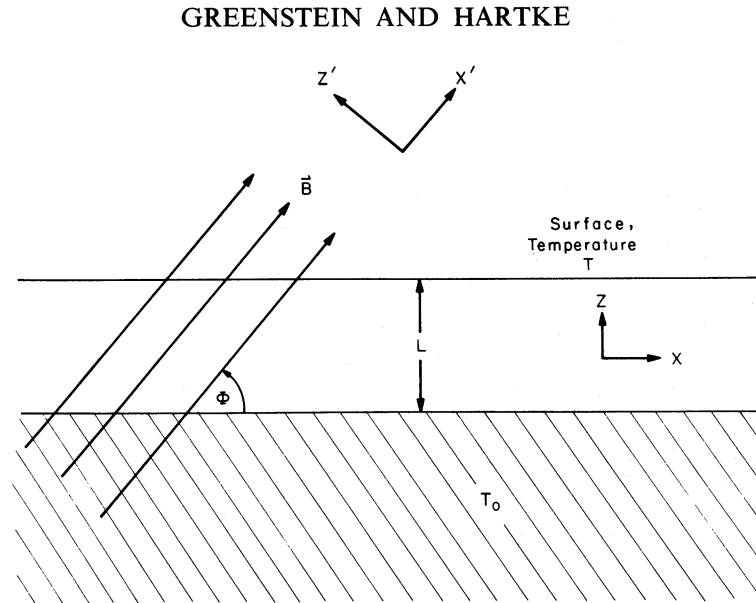


FIG. 1.—Illustrating the geometry of the regime of anisotropic heat conduction

Теплопроводность преобразуется, как тензор:

$$\mathbf{K}_{ij} = \sum_{k,l} \frac{\partial x_i}{\partial x'_k} \frac{\partial x_j}{\partial x'_l} \mathbf{K}'_{kl}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} K_{11} &= K_{\parallel} \cos^2 \Phi + K_{\perp} \sin^2 \Phi, \\ K_{12} &= K_{21} = (K_{\parallel} - K_{\perp}) \cos \Phi \sin \Phi, \\ K_{22} &= K_{\parallel} \sin^2 \Phi + K_{\perp} \cos^2 \Phi. \end{aligned}$$

i -я компонента вектора потока тепла

$$q_i = - \sum_j K_{ij} \partial_j T,$$

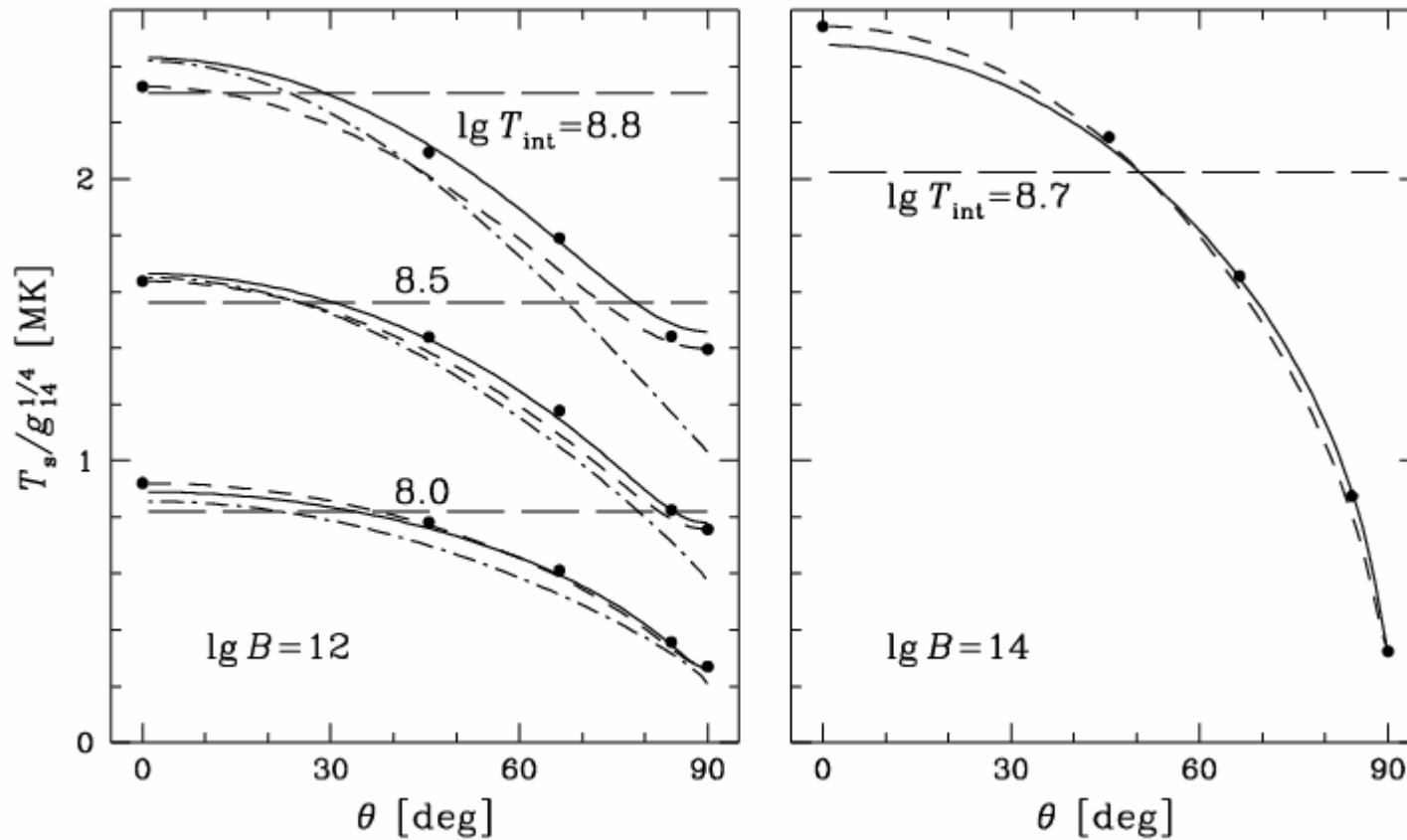
$$\Rightarrow \text{поток тепла наружу (вдоль оси } z) \text{ равен } -K_{22} \frac{\partial T}{\partial z} - K_{21} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

$$\text{По порядку величины } \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{T - T_0}{L} \approx -\frac{T_0}{L}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \approx -\frac{T}{R}, \quad R \gg L \text{ и } K_{22} \approx K_{21}$$

$$\Rightarrow \text{поток тепла через поверхность } \sigma T^4 = - (K_{\parallel} \sin^2 \Phi + K_{\perp} \cos^2 \Phi) \frac{\partial T}{\partial z}$$

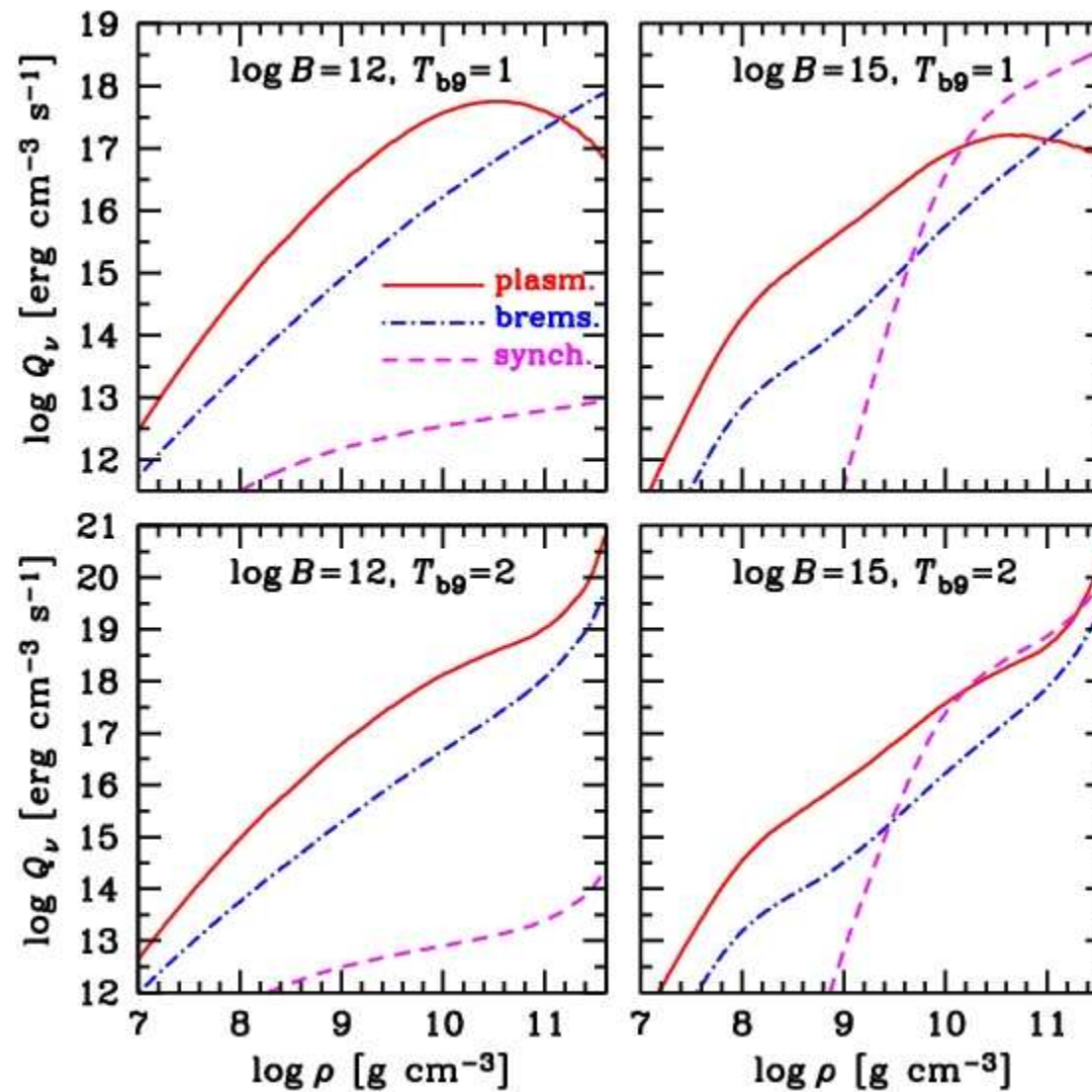
$$\Rightarrow T^4 = T_{\text{pole}}^4 \left(\sin^2 \Phi + \frac{K_{\perp}}{K_{\parallel}} \cos^2 \Phi \right) \sim T_{\text{pole}}^4 \sin^2 \Phi \quad \text{— а для диполя } \operatorname{tg} \Phi = \operatorname{ctg}(\text{colatitude}).$$

Распределение поверхностной температуры



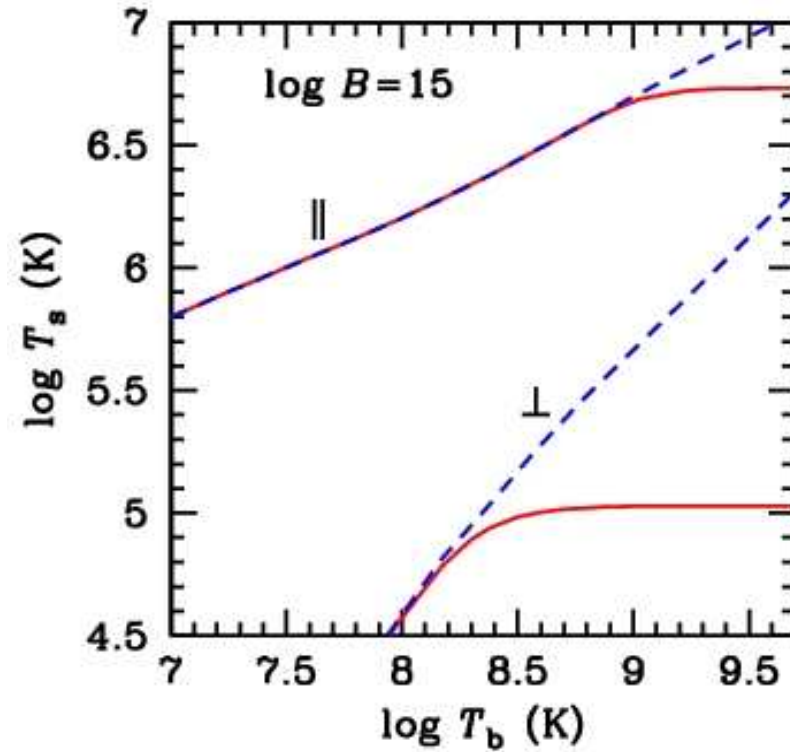
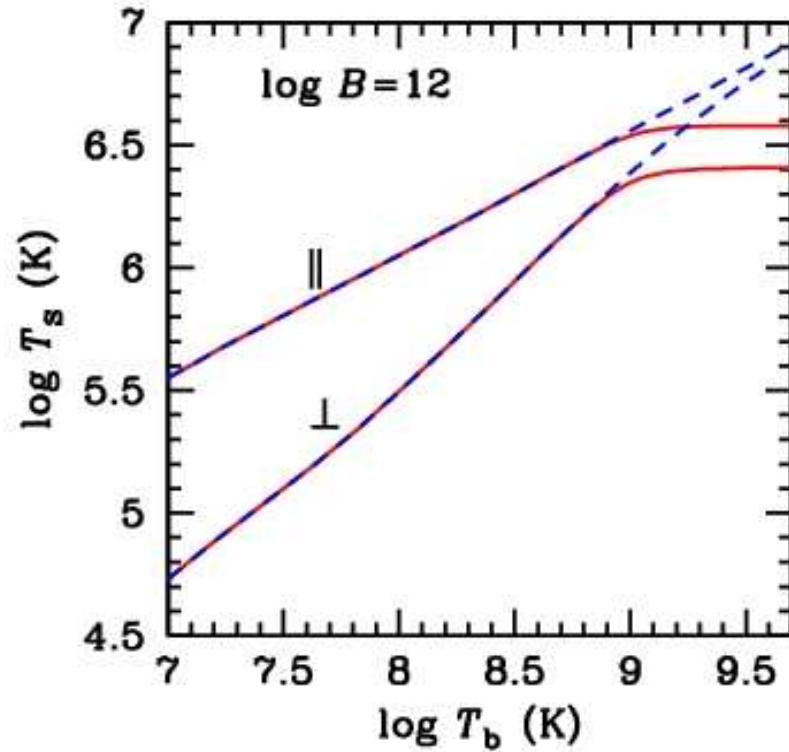
Штриховые линии – приближение Гринштейна-Хартке ($\theta = \pi/2 - \Phi$), точки – расчёт [AYP & Yakovlev (2001)], сплошные кривые и штрихпунктир – другие приближения.

Излучение нейтрино из горячих замагниченных оболочек



$$T_s - T_b$$

Перепады температур на толщине теплоизолирующей оболочки

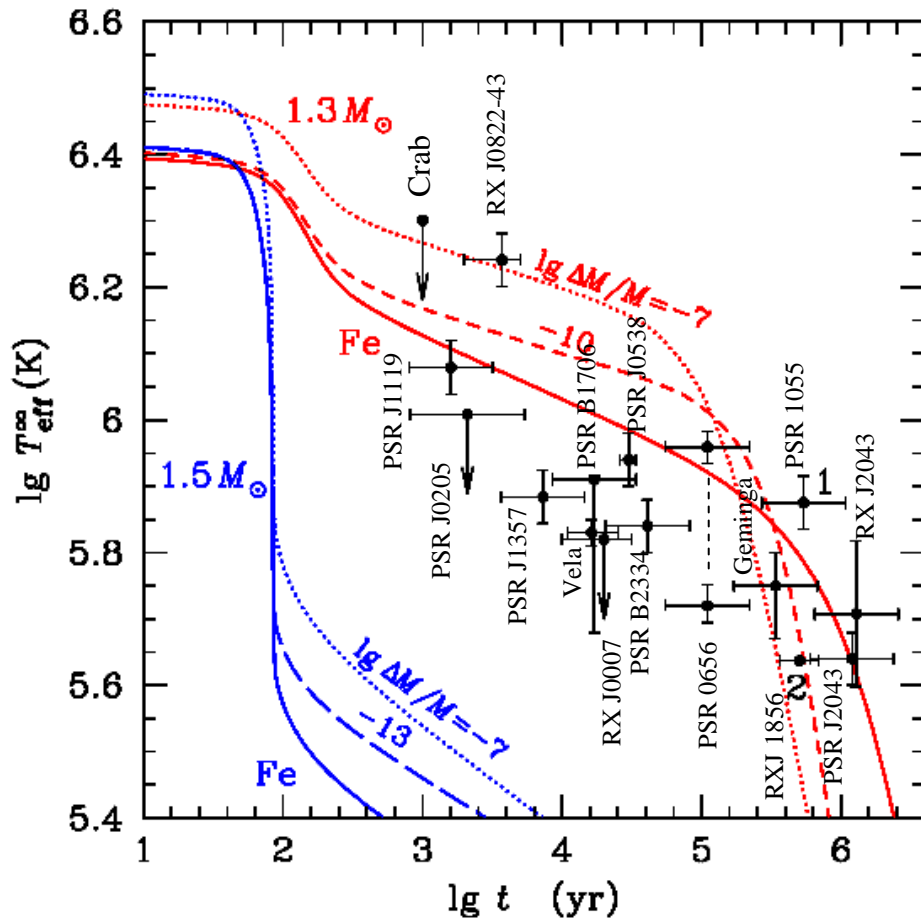


Эффективная поверхностная температура T_s как функция внутренней температуры T_b

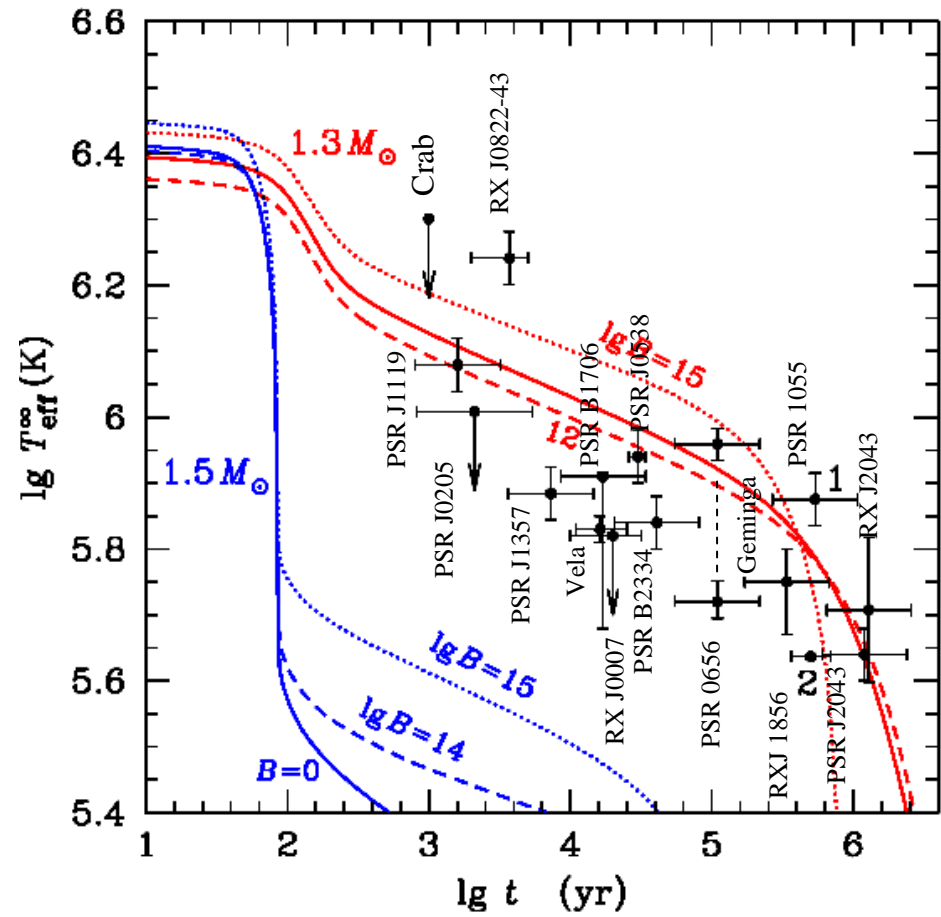
AYP, Chabrier, Yakovlev (2007) *ApSS* **308**, 353

Тепловая эволюция: аналогия с влиянием состава оболочки

Остывание нейтронных звёзд с аккрецированными оболочками



Остывание нейтронных звёзд с замагниченными оболочками



Магнитная эволюция

Плотность тока $\mathbf{j} = -en_e\mathbf{v}$

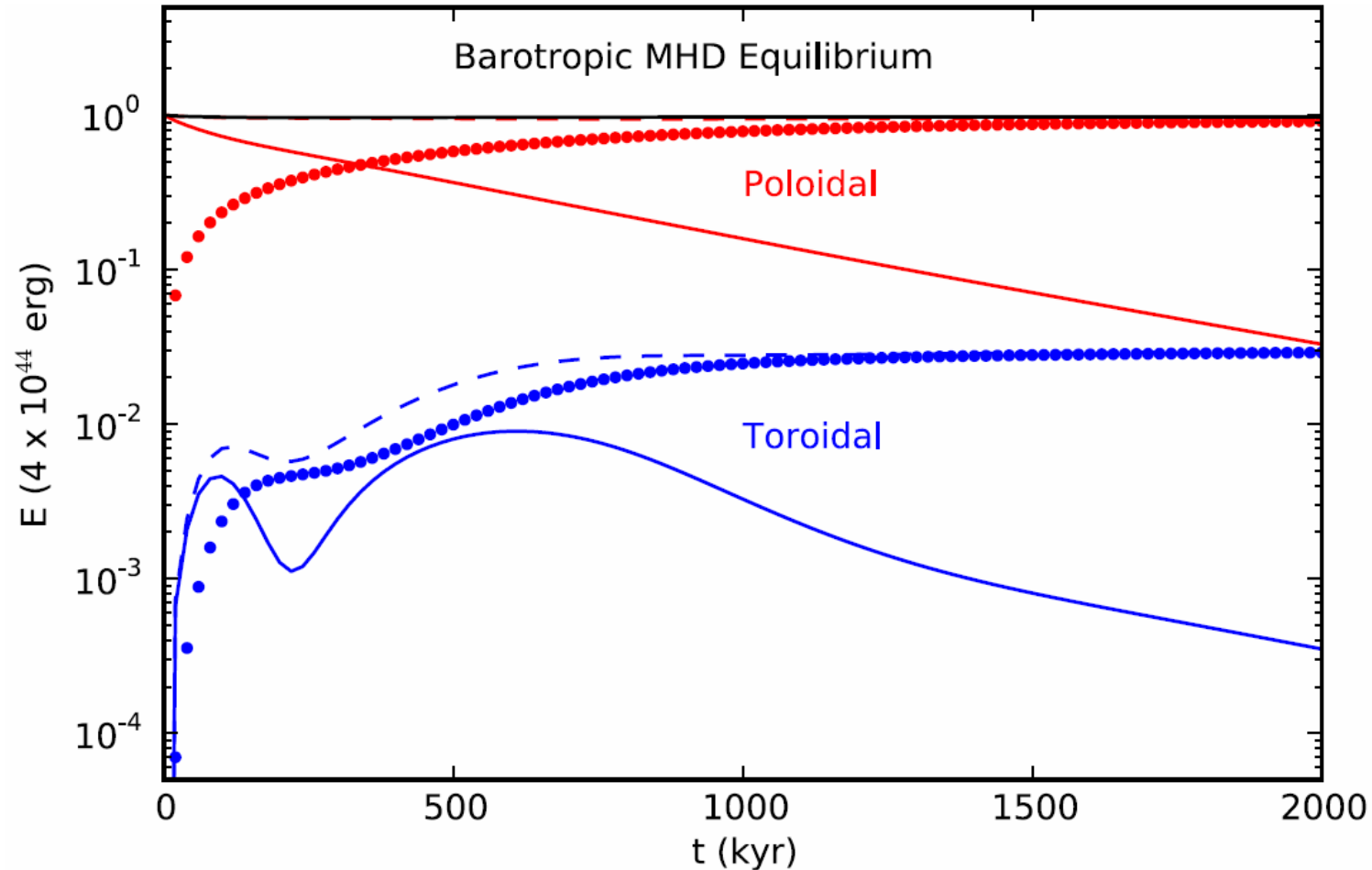
$$\mathbf{E} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}/c) + (\mathbf{j}/\sigma)$$

Закон Ампера: $\nabla \times \mathbf{B} = (4\pi/c)\mathbf{j}$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi e} \nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{B}}{n_e} \times \mathbf{B} \right) - \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\sigma} \right)$$

(без учёта анизотропии проводимости, т.е. для $\omega_g \tau \ll 1$)

Магнитная эволюция



Gourgouliatos & Cumming, *Mon. Not. R. astron. Soc.* **438**, 1618 (2014).

Перекачка энергии из полоидальной составляющей в тороидальную и обратно.
Сплошные – энергия составляющей поля, точки – омические потери, штрихи – сумма.

Магнитотепловая эволюция с учётом ОТО

Метрика пространства-времени:

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 + e^{2\Lambda(r)} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

$$e^{2\Lambda(r)} = 1 - 2GM_r/c^2 r, \quad M_r = 4\pi \int_0^r \rho(r) r^2 dr$$

$$d\Phi(r)/dP(r) = -[P(r) + \rho(r)c^2]^{-1} \quad e^{2\Phi(R)} = 1 - r_g/R$$

$$r_g = 2GM/c^2 = 2.95(\dot{M}/M_\odot) \text{ km}$$

Уравнение Толмена – Оппенгеймера – Волкова:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{M_r c^2}\right) \left(1 - \frac{2GM_r}{rc^2}\right)^{-1}$$

Тепловая эволюция:

$$c_v e^\Phi \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (e^{2\Phi} \mathbf{F}) = e^{2\Phi} (H - Q_v), \quad \mathbf{F} = -e^{-\Phi} \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla (e^\Phi T),$$

$$\nabla = (e^{-\Lambda(r)} \partial/\partial r, r^{-1} \partial/\partial \theta, (r \sin \theta)^{-1} \partial/\partial \varphi)$$

Магнитная эволюция (без учёта анизотропии проводимости, т.е. для $\omega_g \tau \ll 1$):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left[\frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla \times (e^\Phi \mathbf{B}) + \frac{c}{4\pi e n_e} [\nabla \times (e^\Phi \mathbf{B})] \times \mathbf{B} \right]$$

Магнито-тепловая эволюция нейтронных звёзд

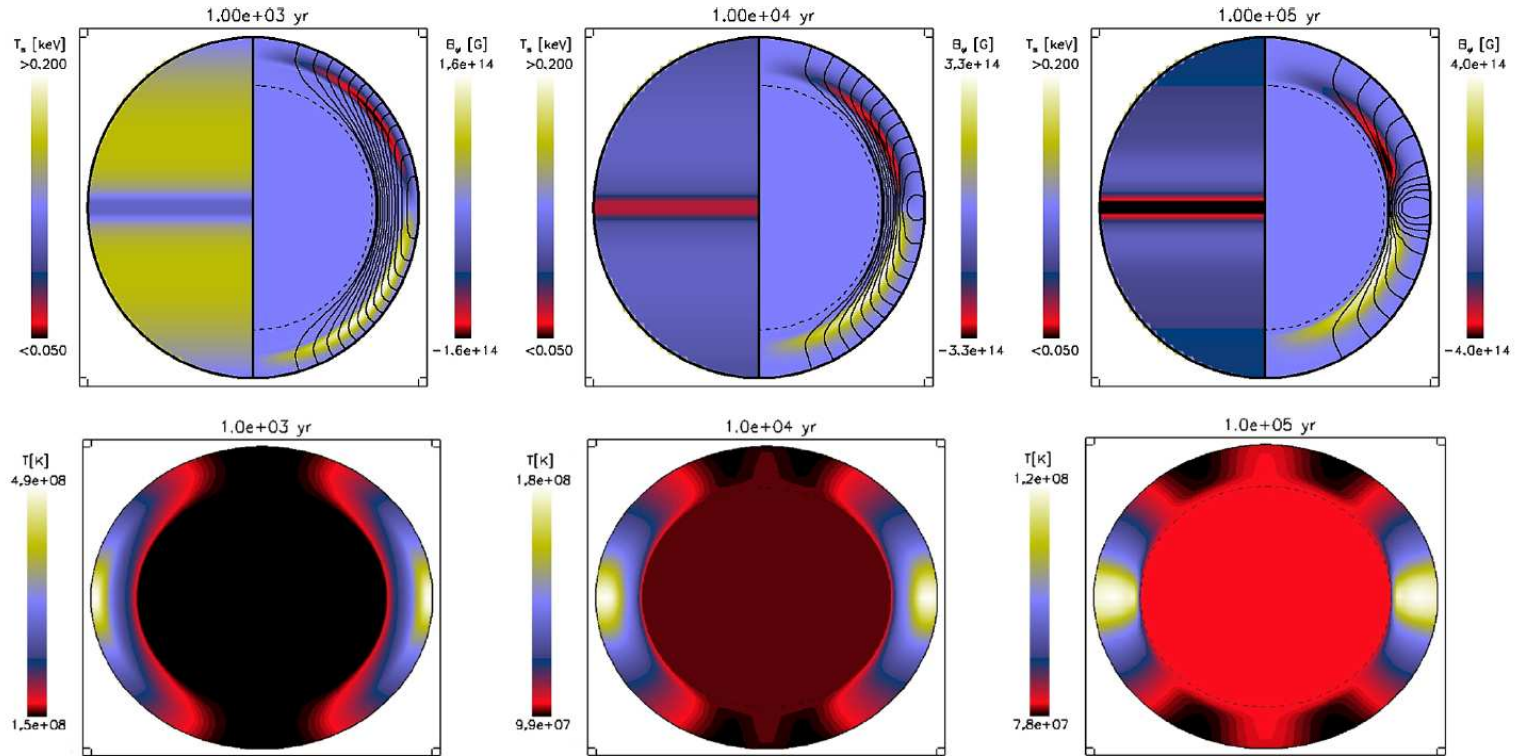


Figure 3. Snapshots of the evolution of **model A14** at 10^3 , 10^4 , 10^5 yr, from left to right. Top panels: the left hemisphere shows in colour scale the surface temperature, while the right hemisphere displays the magnetic configuration in the crust, whose thickness has been enlarged by a factor of 4 for visualization purposes. Black lines are the poloidal magnetic field lines, while colour scale indicates the toroidal magnetic field intensity (yellow: positive, red: negative). Bottom panels: temperature map inside the star.

Viganò *et al.* “Unifying the observational diversity of isolated neutron stars via magneto-thermal evolution models”:
Mon. Not. R. astron. Soc. 434, 123 (2013)

Остывание нейтронных звёзд

8 *D. Viganò et al. Mon. Not. R. astron. Soc. 434, 123 (2013)*

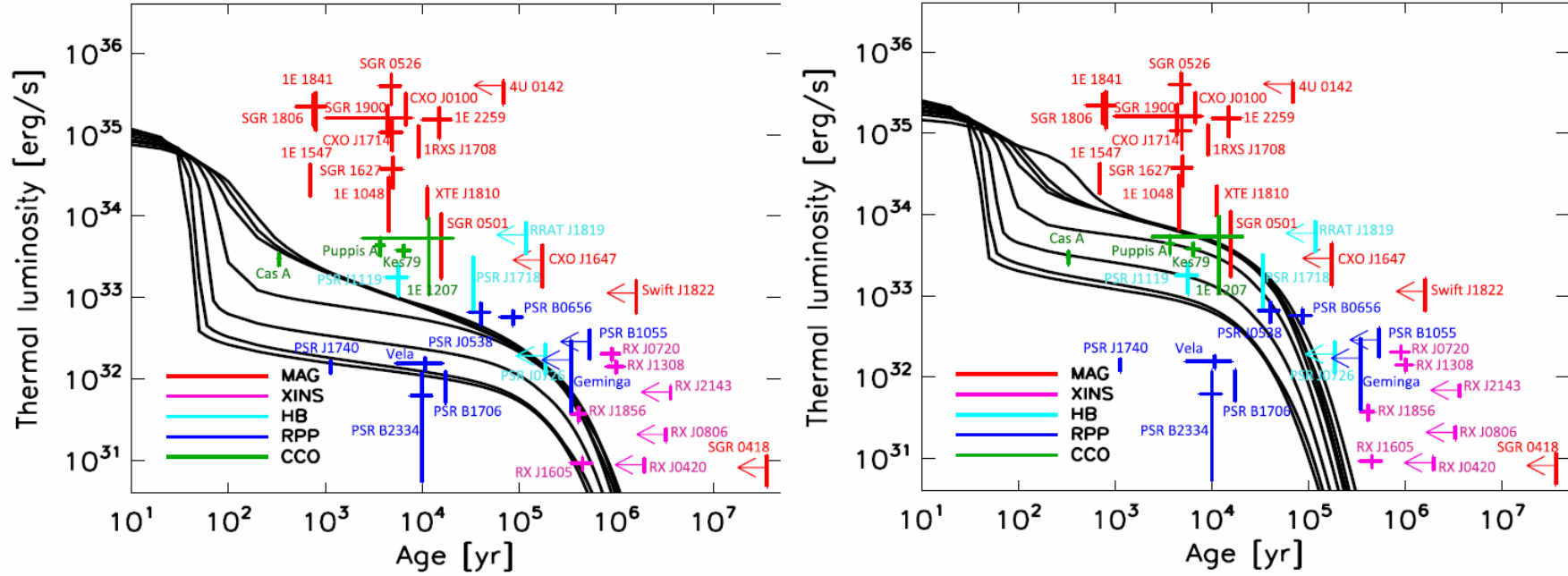
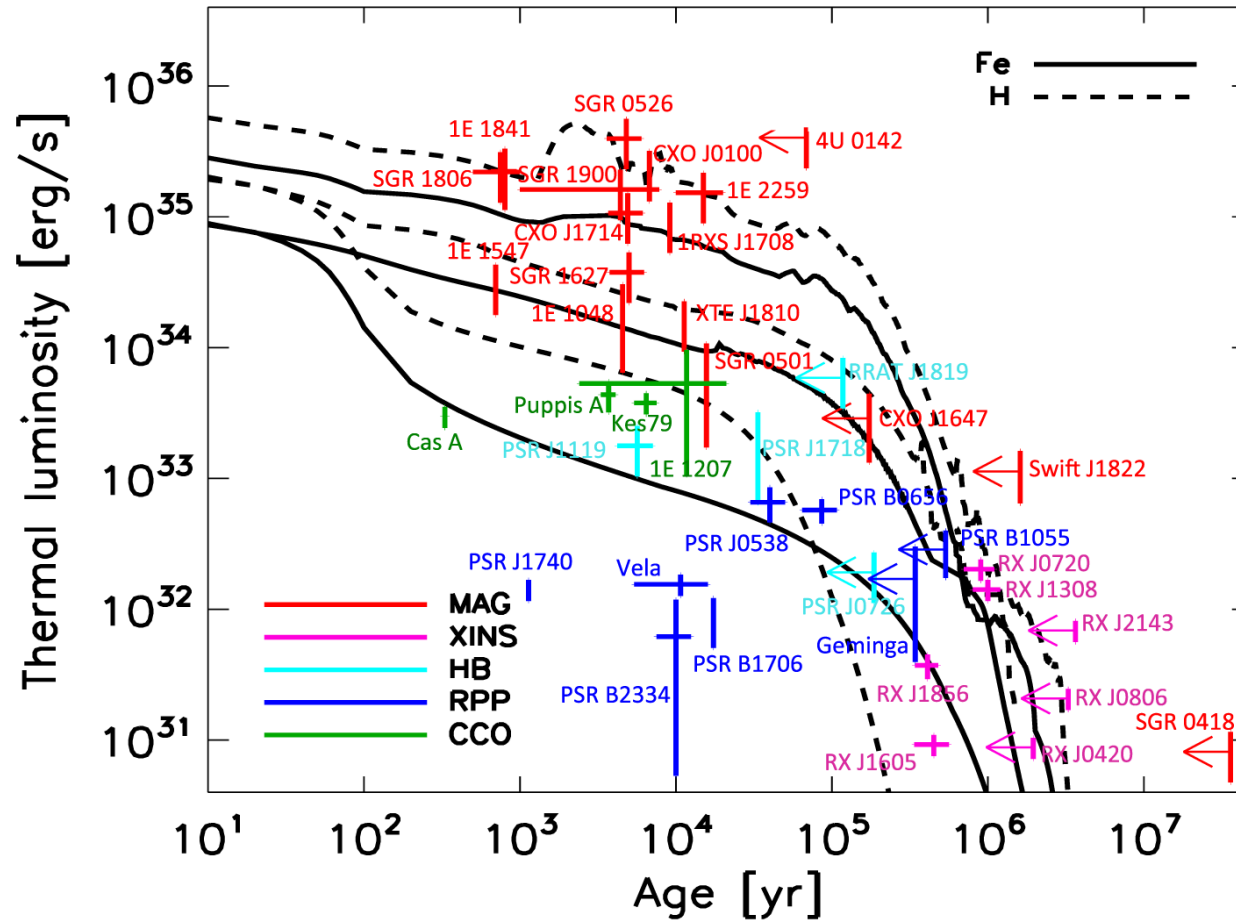


Figure 1. Luminosity vs. age for $B = 0$ NS models. We show cooling curves for 8 masses (lines from top to bottom 1.10, 1.25, 1.32, 1.40, 1.48, 1.60, 1.70 and $1.76 M_{\odot}$) compared with data presented in Tables 1 and 3. The left panel corresponds to models with iron envelopes and the right panel to models with light-element envelopes. Arrows label sources for which $\tau_c \gtrsim 50$ kyr, and no kinematic age is available, so that the real age is expected to be shorter. An uncertainty of 50% has been arbitrarily taken for the kinematic age when error estimates have not been found in the literature.

Магнитотепловая эволюция нейтронных звёзд

Влияние состава оболочек и магнитного поля



$M=1,4M_{\odot}$; $R=11,6$ км; $B=0$; 3×10^{14} Гс; 3×10^{15} Гс

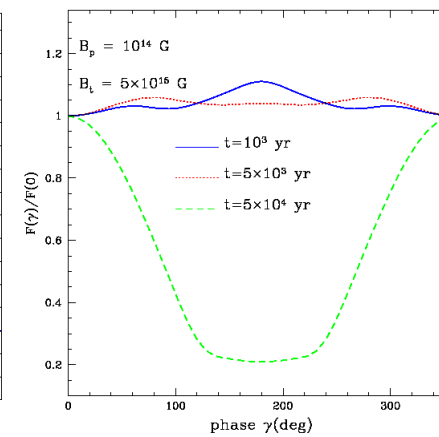
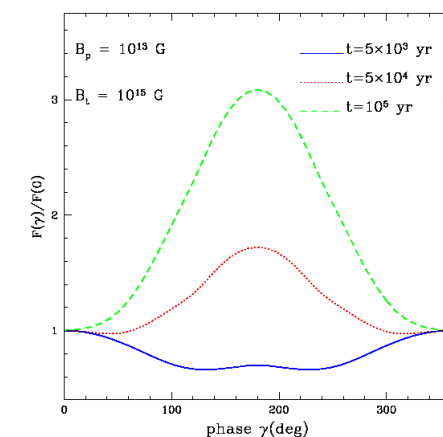
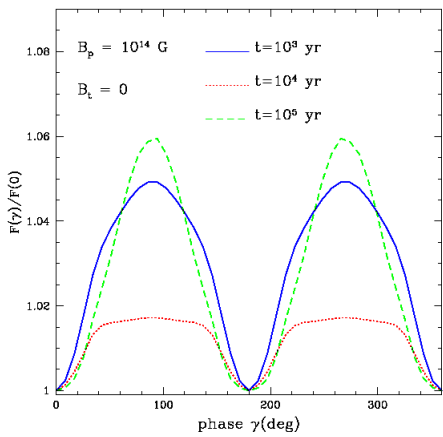
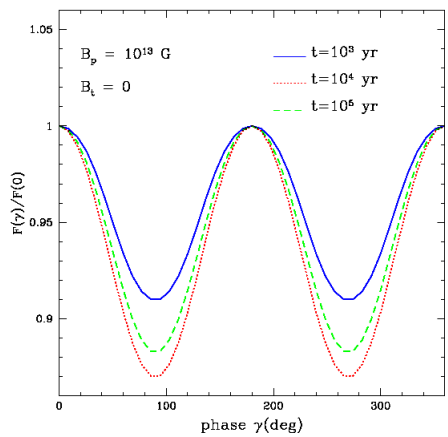
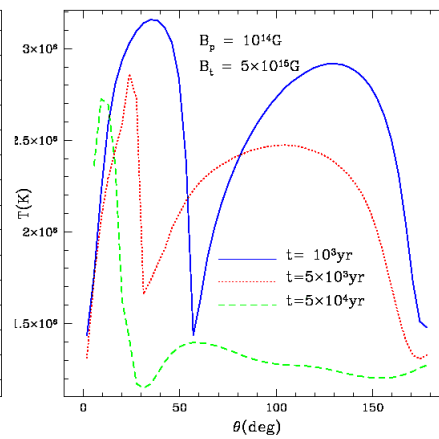
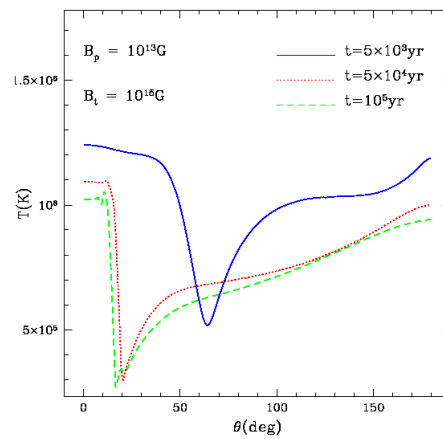
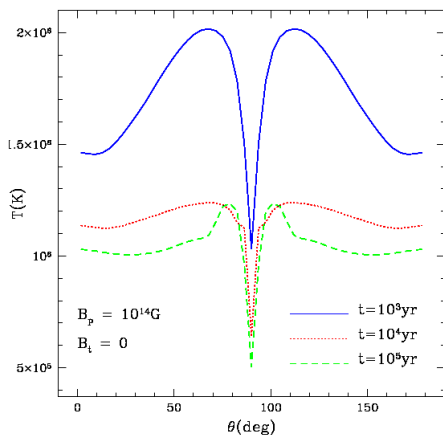
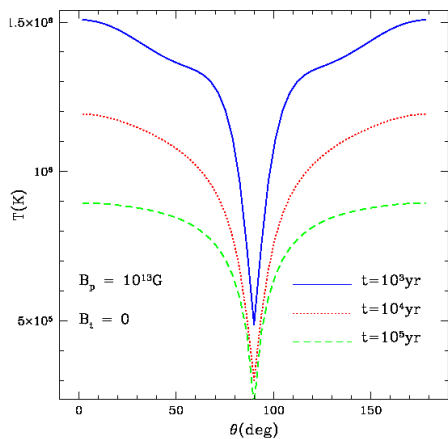
Viganò *et al.* *Mon. Not. R. astron. Soc.* **434**, 123 (2013)

Распределение температуры и профили импульсов

Perna, Viganò, Pons, & Rea, *MNRAS* **434**, 2362 (2013)

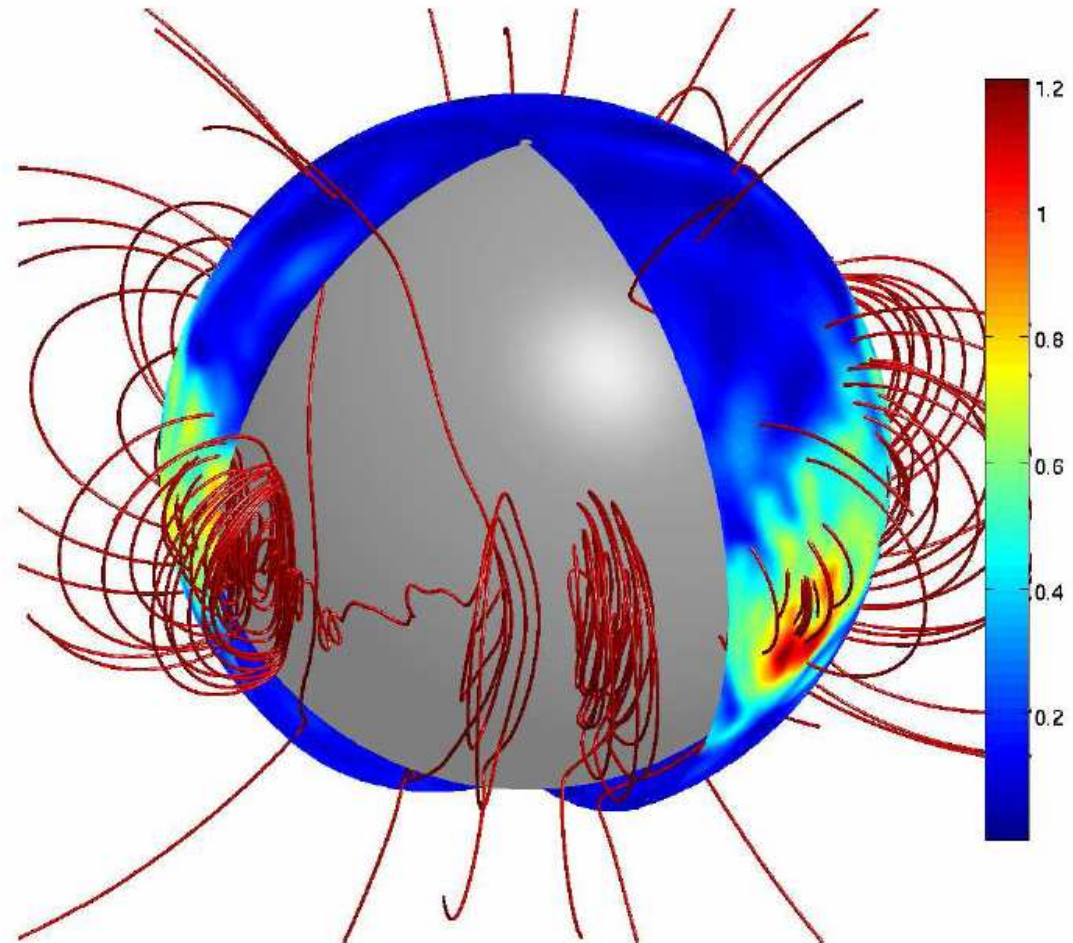
Дипольное поле при рождении звезды

Дипольное + тороидальное поле при $t = 0$



Трёхмерное моделирование поля в коре нейтронной звезды

Woods & Hollerbach (2015)



Цветовая шкала – отношение магнитного давления к предельному напряжению на поверхности коры