

Лекция 3.

Структура и устойчивость вырожденных звёзд

1. Давление полностью вырожденных фермионов
2. Уравнение гидростатического равновесия фермионной сферы
3. Механическая структура белого карлика и предел Чандрасекара
4. Нейтронная сфера: оценки предельной массы и минимального радиуса по порядку величины
5. Количественные оценки давления и плотности нейтронной звезды и белого карлика
6. Нейтронизация. Строение нейтронной звезды, сравнение со строением белого карлика

Механическая структура белого карлика и внешних оболочек нейтронной звезды

Давление сильно вырожденных электронов:

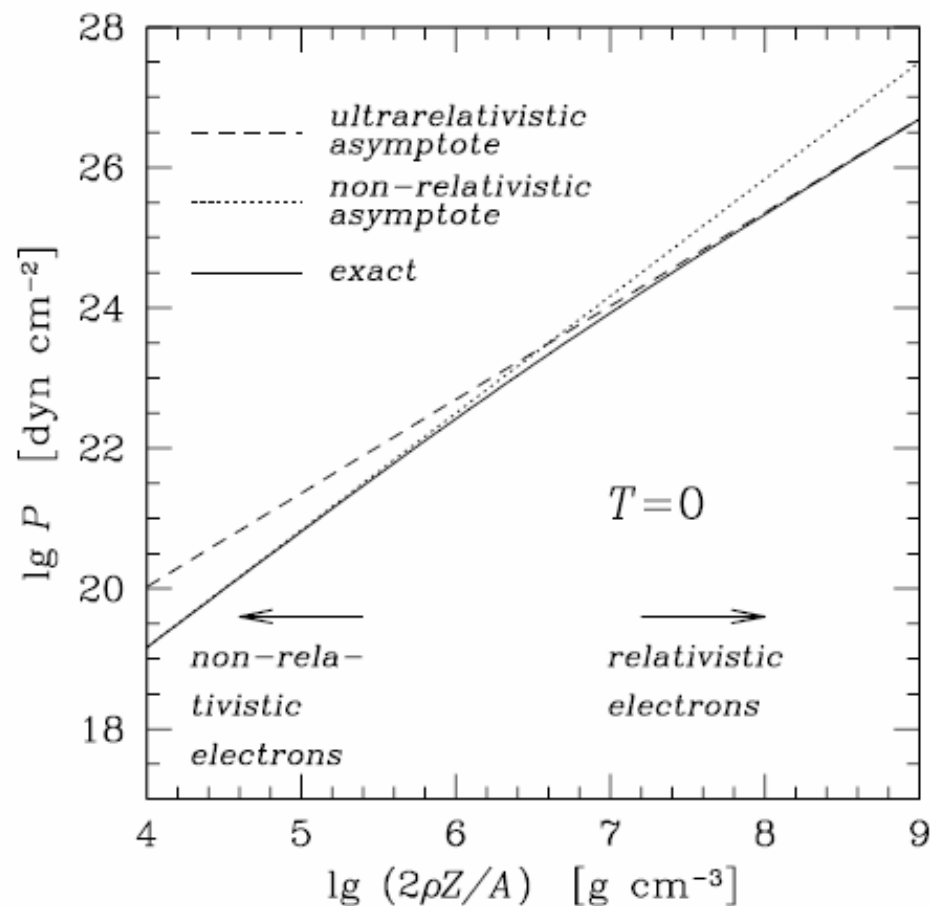
$$P_{\text{id}}^{(e)} = \frac{P_r}{8\pi^2} \left[x_r \left(\frac{2}{3} x_r^2 - 1 \right) \gamma_r + \ln(x_r + \gamma_r) + \frac{4\pi^2}{9} t_r^2 x_r (\gamma_r + \gamma_r^{-1}) \right]$$

$$P_r \equiv m_e c^2 / \lambda_C^3 = 1.4218 \times 10^{25} \text{ dyn cm}^{-2}$$

$$t_r = T/T_r, \quad T_r = m_e c^2 / k_B = 5.93 \times 10^9 \text{ K}$$

$$x_r = \frac{p_F}{m_e c} = 1.00884 \left(\frac{\rho_6 Z}{A'} \right)^{1/3} = 0.014005 r_s^{-1}$$

$$\gamma_r = (1 + x_r^2)^{1/2}$$



Механическая структура белого карлика: соотношения подобия

Давление полностью вырожденных электронов $P_e \propto n_e p_F v_F$ $p_F = \hbar(3\pi^2 n_e)^{1/3} \propto \frac{M^{1/3}}{R}$
 Нерелятивистские электроны: $v_F \propto p_F \Rightarrow P_e \propto \rho^{5/3}$

Гидростатическое равновесие при сферической симметрии: $dP = -\rho g dr = -\rho(GM/r^2) dr$

$$\Rightarrow \frac{d(\rho^{5/3})}{dr} \propto -\frac{\rho}{r^2} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \frac{d(\rho^{5/3})}{dr} \right] = \frac{5}{3} \frac{d}{dr} \left[r^2 \rho^{2/3} \frac{d\rho}{dr} \right] \propto \rho r^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\rho r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\rho^{5/3}}{\rho dr} \right) = C$$

$$r = \alpha \tilde{r}, \quad \rho = \beta \tilde{\rho} \Rightarrow \frac{1}{\alpha^2 \beta^{1/3}} \frac{1}{\tilde{\rho} \tilde{r}^2} \frac{d}{d\tilde{r}} \left(\tilde{r}^2 \frac{d\tilde{\rho}^{5/3}}{\tilde{\rho} d\tilde{r}} \right) = C$$

$$\Rightarrow \rho \propto R^{-6} \Rightarrow R \propto M^{-1/3}$$

Релятивистские электроны: $v_F \approx c \Rightarrow P_e \propto \rho^{4/3} \Rightarrow \beta^{1/3} \rightarrow \beta^{-2/3} \Rightarrow \rho \propto R^{-3}$

\Rightarrow предельная масса

Механическая структура фермионной звезды: оценки по порядку величины

I. Звезда из фермионов одного типа

Плотность фермионов со спином 1/2 $n = \frac{(p_F/\hbar)^3}{3\pi^2} = \frac{N}{4\pi R^3/3}$

$$E_{\text{tot}} = E_G + E_{\text{kin}} \sim -\frac{GMm}{R} + E_{\text{kin}}$$

Нерелятивистские фермионы: $E_{\text{kin}} \sim \frac{p_F^2}{2m} \Rightarrow E_{\text{tot}} \sim -\frac{GMm}{R} + \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{N^{2/3}}{R^2} \frac{\hbar^2}{2m}$

Равновесный радиус:

$$M \sim Nm \Rightarrow R_* \sim \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{Gm^3} N^{-1/3}$$

$$m = m_n \Rightarrow R_* \sim 2 \times 10^{25} N^{-1/3} \text{ cm}$$

Ультрарелятивистские фермионы: $E_{\text{kin}} \sim p_F c = \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} \frac{N^{1/3}}{R} \hbar c$

$$E_{\text{tot}} = 0 \Rightarrow GMm = \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} N^{1/3} \hbar c \Rightarrow N_{\text{max}} \sim \sqrt{\frac{9\pi}{4}} \left(\frac{m_p}{m}\right)^3$$

$$m_p^2 = \hbar c / G \quad m_p \sim 2 \times 10^{-5} \text{ Г}$$

$$m = m_n \Rightarrow N_{\text{max}} \sim 2 \times 10^{57}, \quad M_{\text{max}} \sim 1.7 M_{\odot}, \quad R_{\text{min}} \sim 20 \text{ km.}$$

Механическая структура фермионной звезды: оценки по порядку величины

II. Белый карлик

Отличия от случая звезды из фермионов одного типа:

m – полная масса, приходящаяся на 1 электрон

$$m \approx m_u A/Z \Rightarrow N_{\max} \sim 2 \times 10^{57} \times \left(\frac{Z}{A}\right)^3$$

$$M_{\max} \approx N_{\max} m \sim 1.7 M_{\odot} \left(\frac{Z}{A}\right)^2$$

Для сравнения: точное решение при $\frac{Z}{A} = \frac{1}{2}$ $M_{\max} \approx 1.458 M_{\odot}$.

$m \rightarrow m_e$ – масса электрона в E_{kin} : $E_{\text{kin}} \sim \frac{p_F^2}{2m_e}$

$$\Rightarrow R_{\min} \sim 20 \text{ km} \times \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \frac{m_u}{m_e} \sim 9000 \text{ km.}$$

Строение нейтронной звезды

