

# *Теория тяготения в наблюдениях двойных компактных звёзд*

1. Преамбула: кеплеровские орбиты и массы компактных звёзд в рентгеновских двойных системах
2. Преимущества систем типа «пульсар + компактный компаньон»
3. Пульсар Халса – Тейлора и проверка ОТО
4. Другие пульсары в двойных системах и проверка ОТО и моделей вещества сверхъядерной плотности
5. Пульсары в двойных системах и альтернативные теории тяготения

## Кеплеровские орбиты

$$m_1 = m_s, m_2 = m_c, a_1, a_2, e$$

$$M_T = m_1 + m_2, a = a_1 + a_2,$$

$$a_1 = am_2/M_T, a_2 = am_1/M_T$$

Орбитальный период:  $P_b = 2\pi/\Omega_b$

$$s = r_2 - r_1 \quad \mu \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$-\frac{GM_T \mu}{s^3} s = \mu \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$\Rightarrow$  III закон Кеплера:  $P_b^2 = 4\pi^2 a^3 / (GM_T)$

$$\Rightarrow GP_b^2 \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = 4\pi^2 a_1^3$$

Из наблюдений определяются  $P_b$  и лучевая скорость  $V_{r1}$ , из профиля которой находят эксцентриситет  $e$  и величину  $K_1$  – половину амплитуды лучевой скорости:

$$K_1 = \Omega_b x_1 (1 - e)^{-1/2},$$

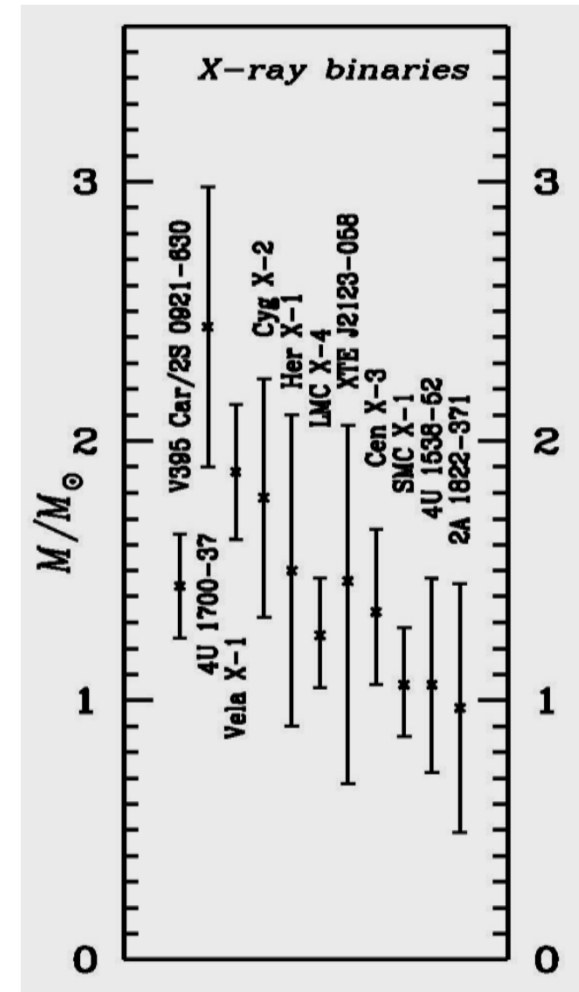
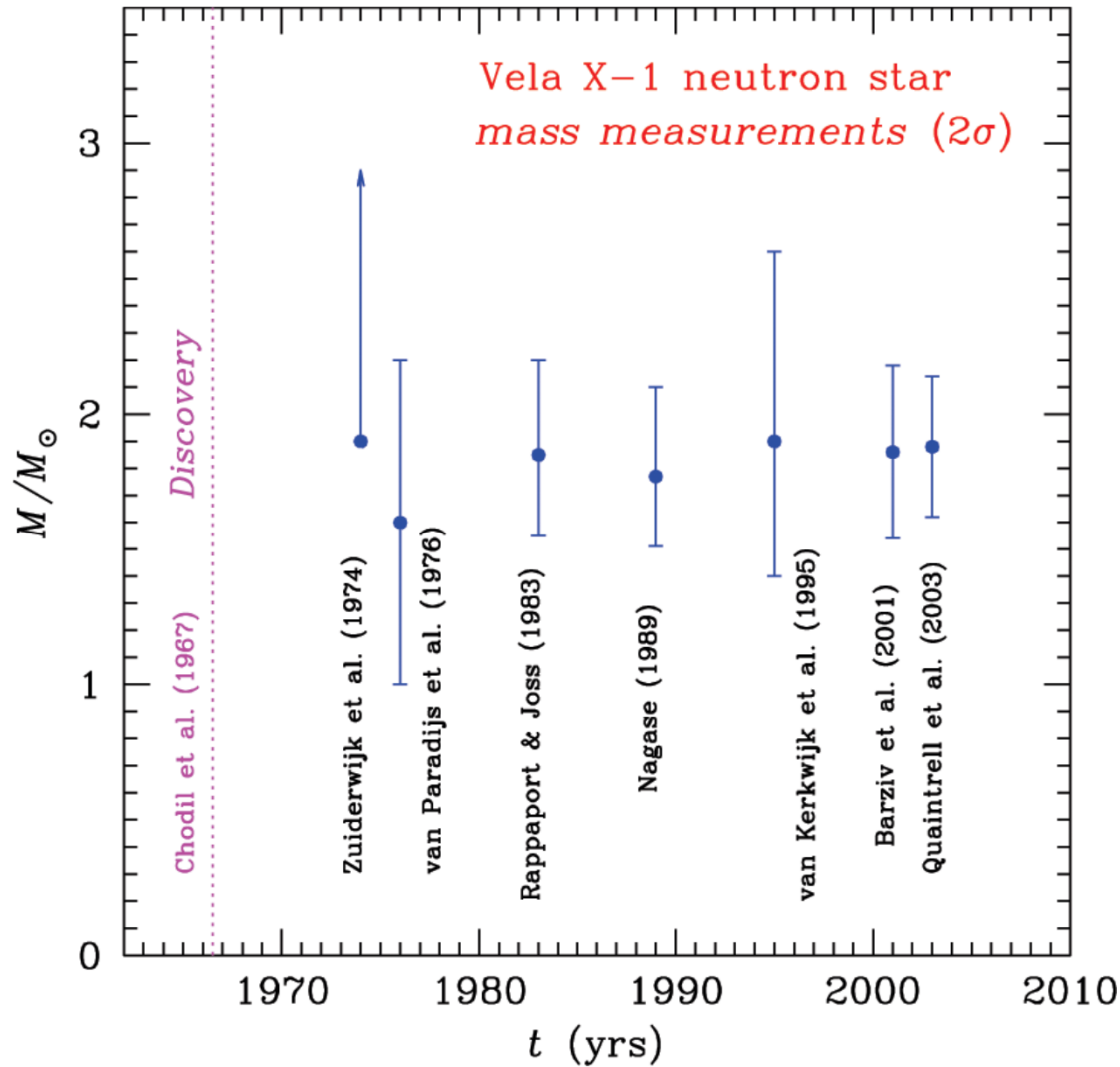
$x_1 = a_1 \sin i$  – проекция большой полуоси на картинную плоскость.

$$\rightarrow \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4\pi^2}{GP_b^2} (a_1 \sin i)^3$$

Функция масс:

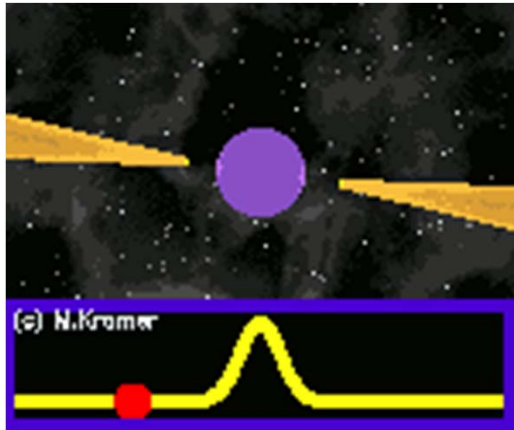
$$f_1 \equiv \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}$$

## Массы нейтронных звёзд в рентгеновских двойных системах



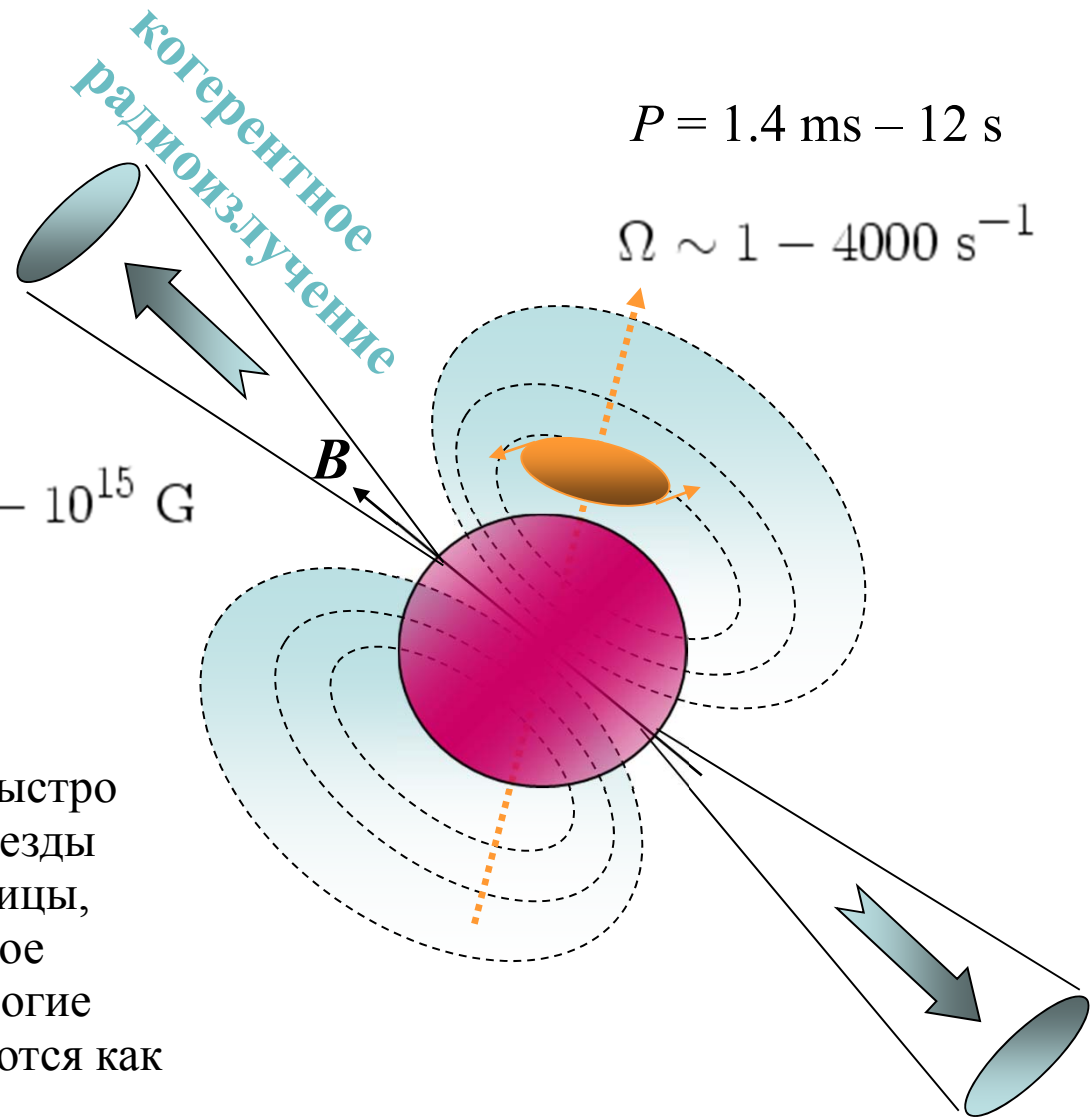
Vela X-1 – затменный рентгеновский пульсар в массивной двойной системе; из затмений – оценка  $\sin i$ .

# Радиопульсары



$$B \sim 10^8 - \underline{10^{12} - 10^{14}} - 10^{15} \text{ G}$$

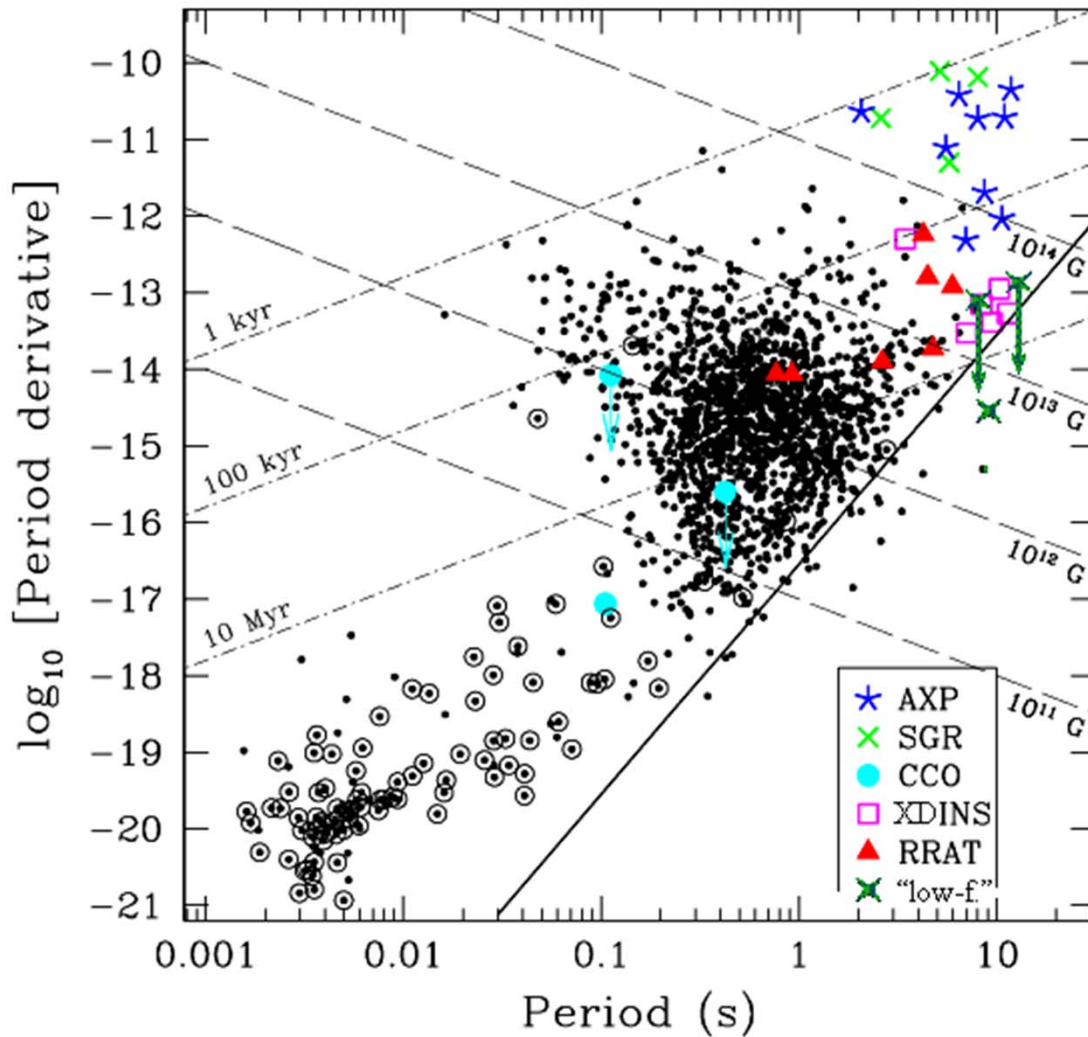
В сильном магнитном поле быстро вращающейся нейтронной звезды ускоряются заряженные частицы, создавая мощное направленное радиоизлучение. Поэтому многие нейтронные звёзды наблюдаются как *радиопульсары*.





## Нейтронные звёзды на диаграмме «период – производная периода»

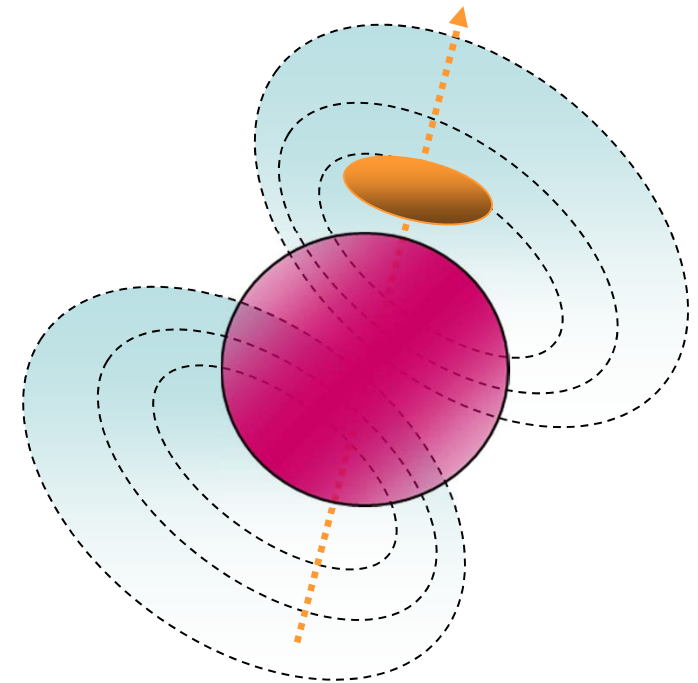
Типы объектов; характеристические значения возраста и магнитного поля



$$B_p = 6.4 \times 10^{19} C (P \, dP/dt)^{1/2} \text{ Гс}$$

$$C \sim 1$$

$$\tau_c \sim P / (2dP/dt)$$

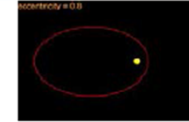


# Релятивистские объекты: пульсар + компактный компаньон

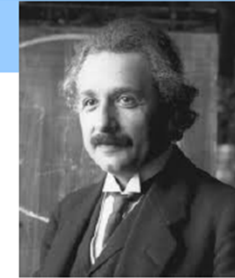


## Этап 1: Измерение кеплеровских параметров

$P_b, K_1, e, x_1, \omega, f_1$  : нужно еще два уравнения

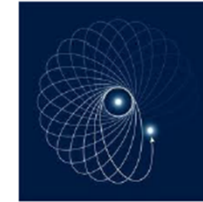


## Этап 2: Измерение релятивистских параметров



(a) *Вековой дрейф периастра:*  $d\omega / dt$

$$(e \neq 0) \Rightarrow M = M_1 + M_2; M_{\text{MAX}}; M_{\text{MIN}}$$



(b) *Поперечный эффект Доплера + грав. красное смещение в поле  $M_2$ :*

$$\frac{v^2}{2c^2} + \frac{GM_2}{r_{12}c^2} \Rightarrow \gamma = \frac{eGM_2(M_1 + 2M_2)}{\Omega_b c^2 aM} \quad (e \neq 0)$$



(c) *Гравитационное запаздывание:*

$$s \equiv \sin i = \frac{\Omega_b^{2/3} M^{2/3} x_1}{G^{1/3} M_2}, \quad r = \frac{GM_2}{c^3} \quad (i \approx 90^\circ)$$



(d) *Уменьшение орбитального периода:*  $dP_b / dt$

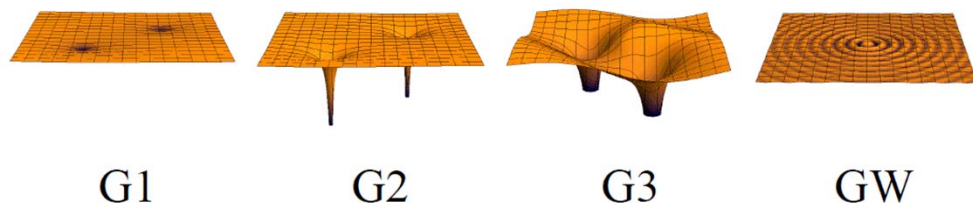


**Можно получить до пяти новых уравнений !**

+ *геодезическая прецессия  $\Omega_{SO}$*

## Релятивистские двойные системы

Четыре режима в двойных звёздных системах



N.Wex, arXiv:1402.5594

(<http://arxiv.org/abs/1402.5594>)

**G1** – квазистационарный режим слабого поля:  $v \ll c$ , кривизна пространства-времени мала

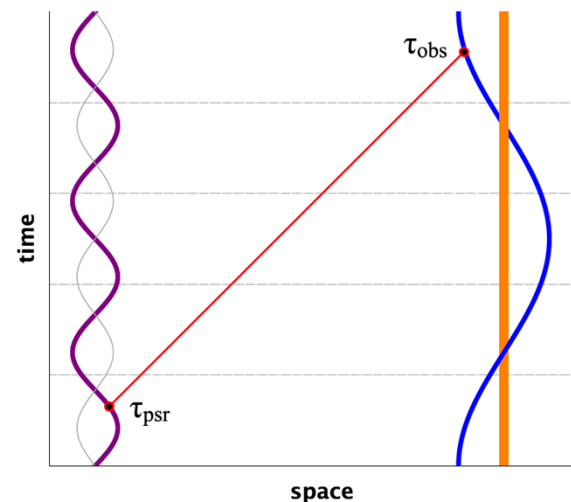
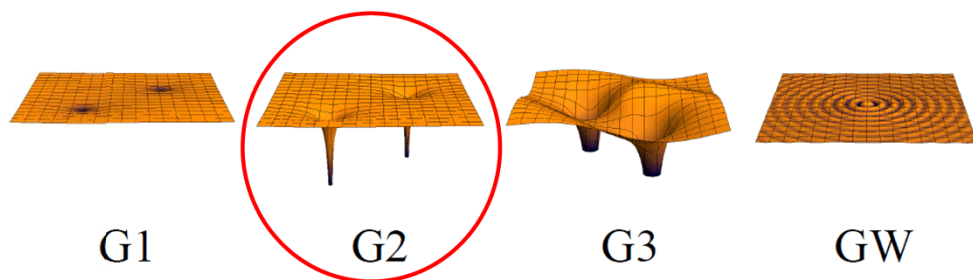
**G2** – квазистационарный режим сильного поля:  $v \ll c$ , но хотя бы один компонент обладает сильной самогравитацией

**G3** – динамический режим сильного поля: отношение  $v/c$  не мало + существенная кривизна

**GW** – гравитационно-волновой режим

# Релятивистские объекты: пульсар + компактный компаньон

Четыре режима в двойных звёздных системах



**Преимущества:**

- (1) Очень точный тайминг  $P(t)$
- (2) Почти точечные массы
- (3) Эффекты ОТО

*Peters & Mathews (1963), Peters (1963)*

**Энергия и орбитальный момент:**

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{32G^4 M_1^2 M_2^2 M}{5c^5 a^5 (1-e^2)^{7/2}} \left( 1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right),$$

$$\frac{dJ}{dt} = -\frac{32G^{7/2} M_1^2 M_2^2 M^{1/2}}{5c^5 a^{7/2} (1-e^2)^2} \left( 1 + \frac{7}{8} e^2 \right).$$

**Эволюция орбитальных параметров:**

$$\frac{da}{dt} = -\frac{64G^3 M_1 M_2 M}{5c^5 a^3 (1-e^2)^{7/2}} \left( 1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right)$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{304eG^3 M_1 M_2 M}{15c^5 a^4 (1-e^2)^{5/2}} \left( 1 + \frac{121}{304} e^2 \right)$$

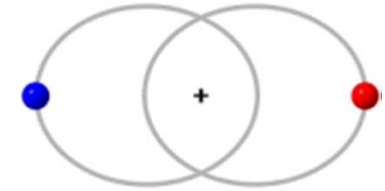
$$\frac{dP_b}{dt} = P_b \frac{3}{2a} \frac{da}{dt},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3\Omega_b GM}{a(1-e^2)c^2} = \frac{3\Omega_b^{5/3} (GM)^{2/3}}{(1-e^2)c^2}$$



# Пульсар В1913+16

*Russel Hulse and Joseph Taylor*

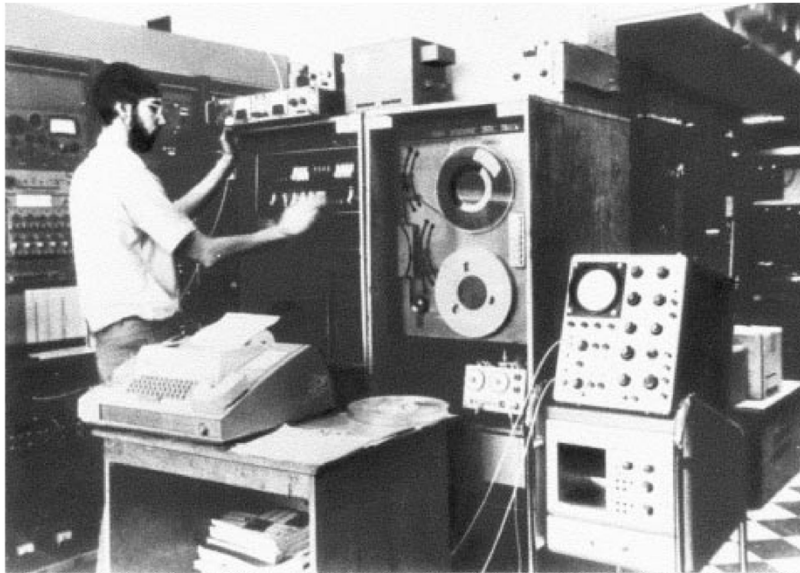


**Открытие: 2 июня 1974 г.**

**Публикация: 15 января 1975 г.**

**Нобелевская премия: 1993 г.**

**The Arecibo 305-m radio telescope  
(NAIC-Arecibo Observatory, NSF)**



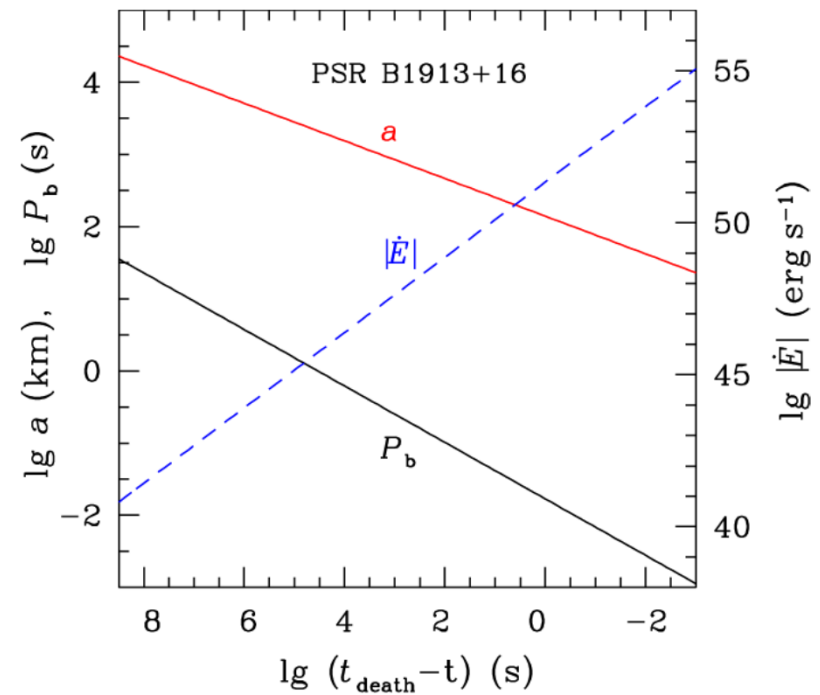
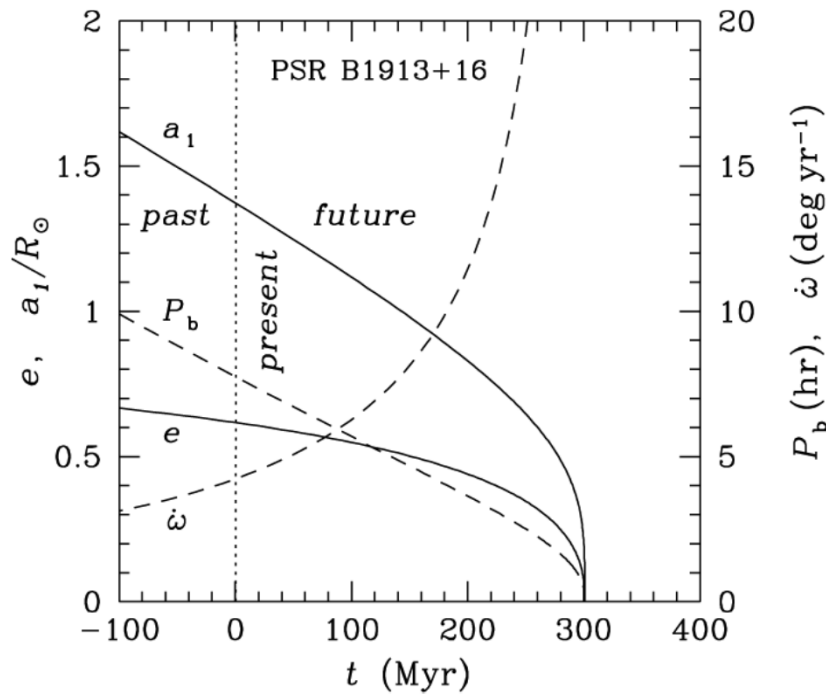
## Эволюция пульсара B1913+16

Дрейф периастра:  $125^\circ$  за 30 лет (Меркурий –  $43''$  за 100 лет)

Гравитационные волны  $\rightarrow$  изменение орбитального периода.

наблюдения:  $dP_b/dt = -(2,398 \pm 0,005) \times 10^{-12}$  сек/год

теория:  $dP_b/dt = -(2,402531 \pm 0,000014) \times 10^{-12}$  сек/год



# Измерение масс пульсара B1913+16 и его компаньона

88

Physics 1993

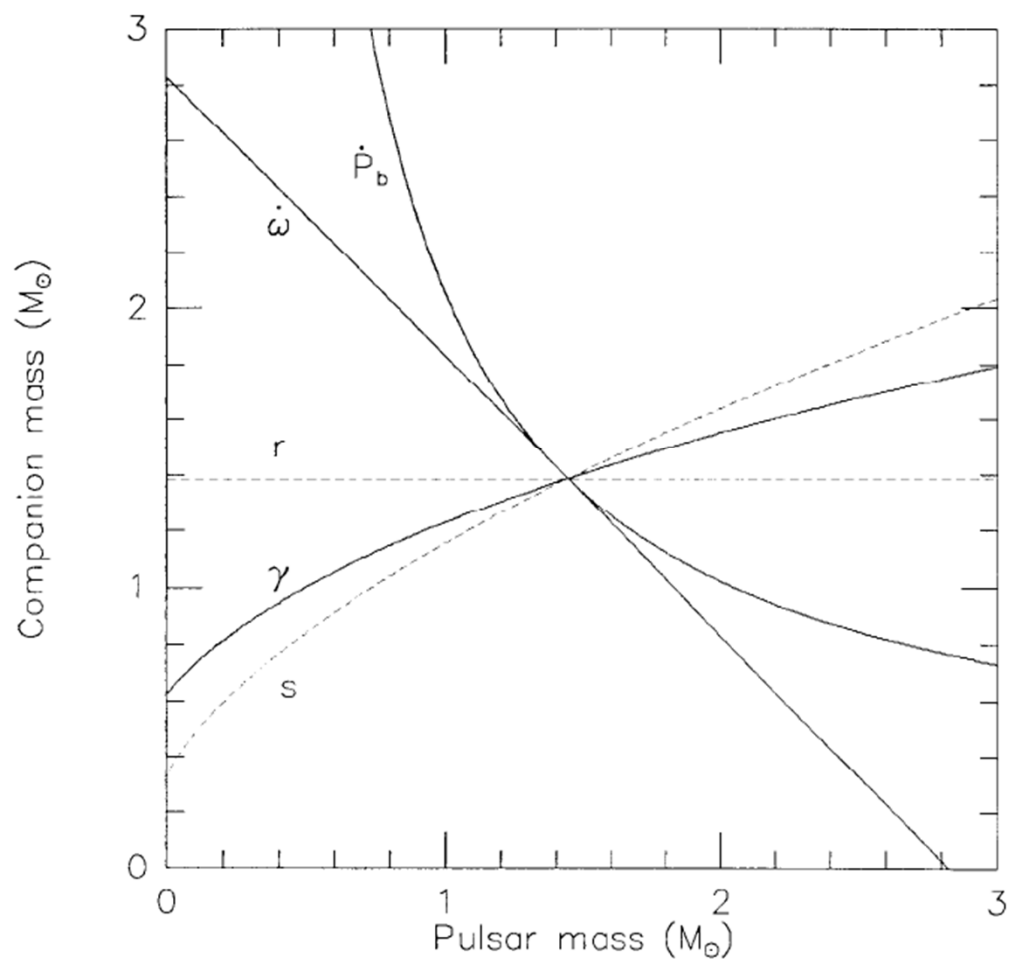
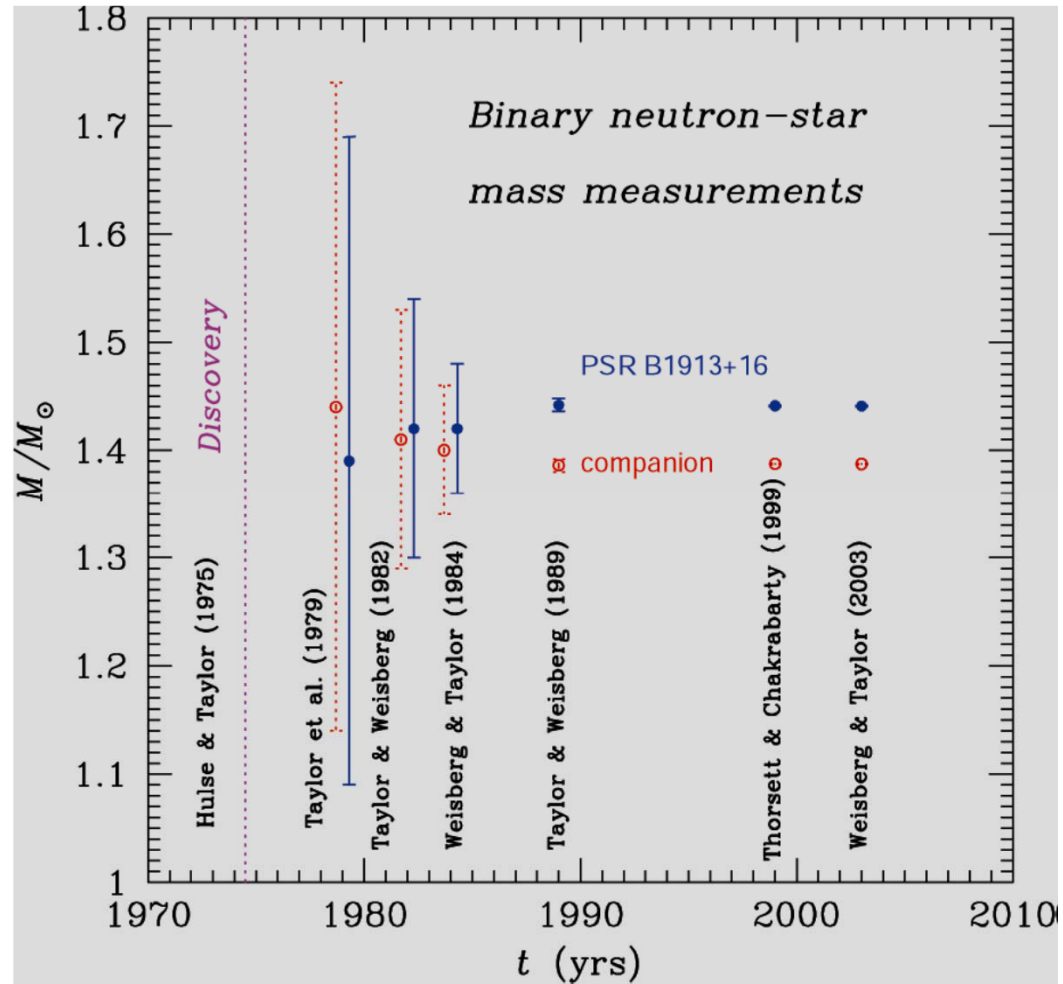


Рисунок из Нобелевской лекции Тейлора

## Измерения масс пульсара B1913+16 и его компаньона



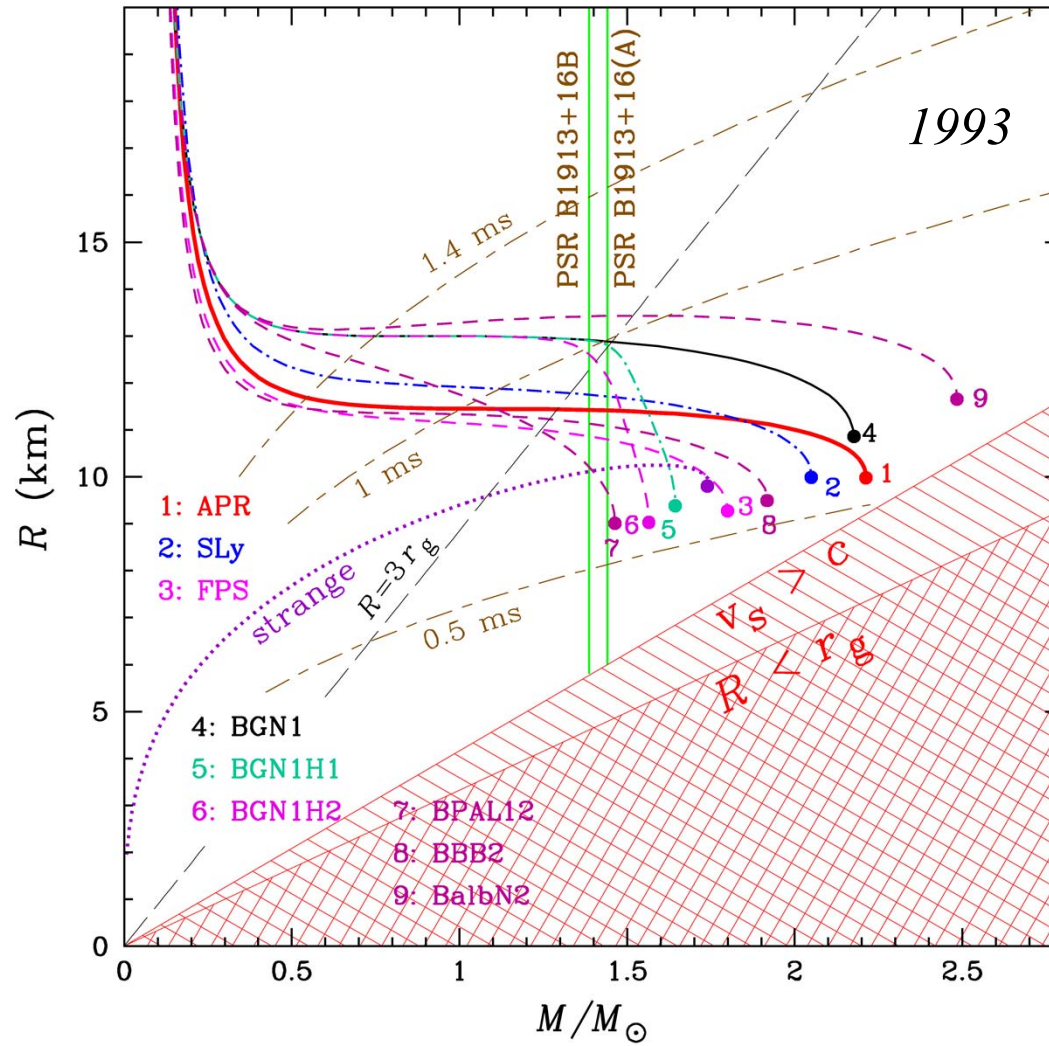
$$M_1 = (1,4398 \pm 0,0002) M_{\text{Sun}}$$

$$M_2 = (1,3867 \pm 0,0002) M_{\text{Sun}}$$

Weisberg, Nice, Taylor, *Astrophys. J.* **722**, 1030 (2010)

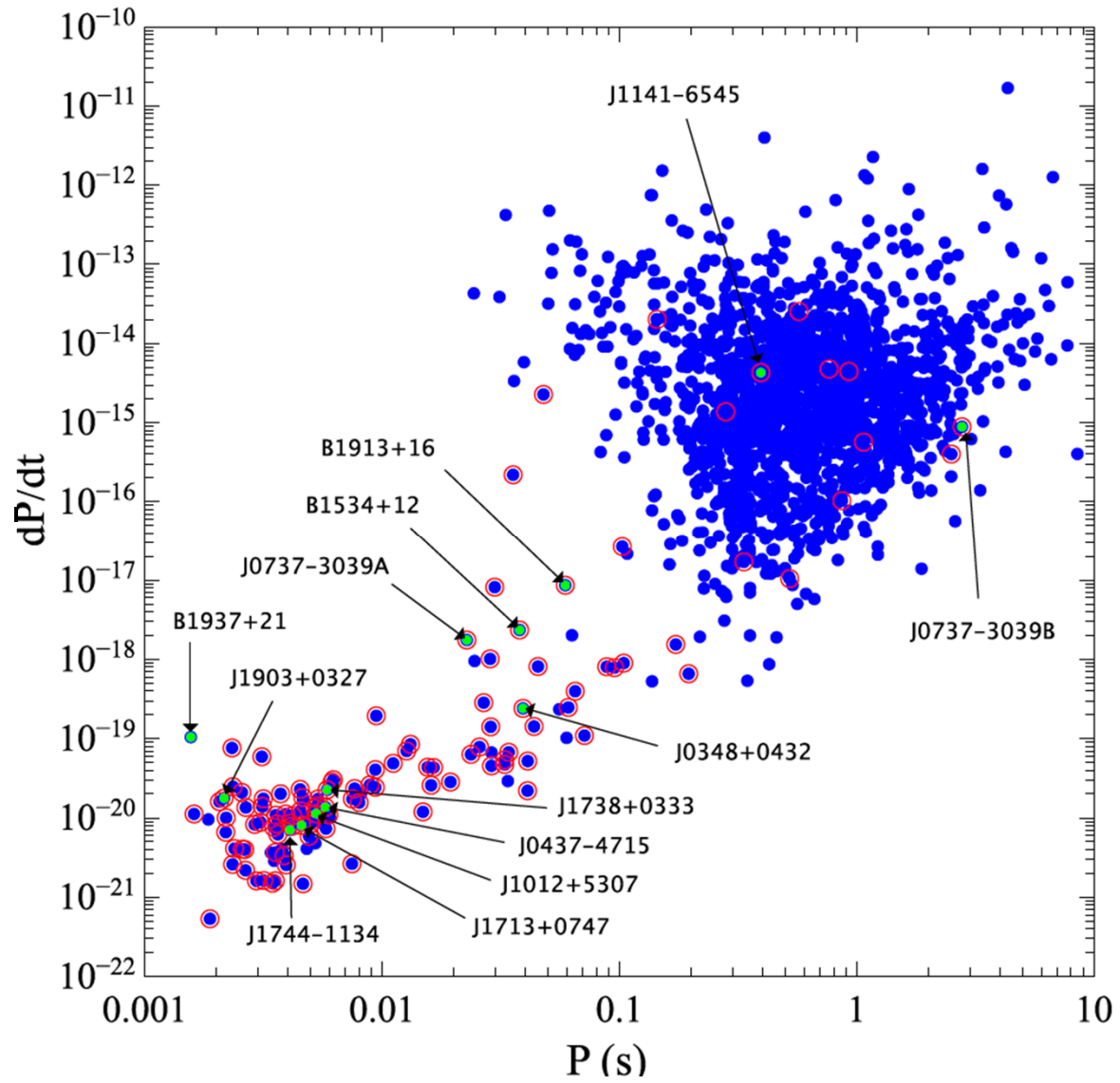


# Модели нейтронных звёзд

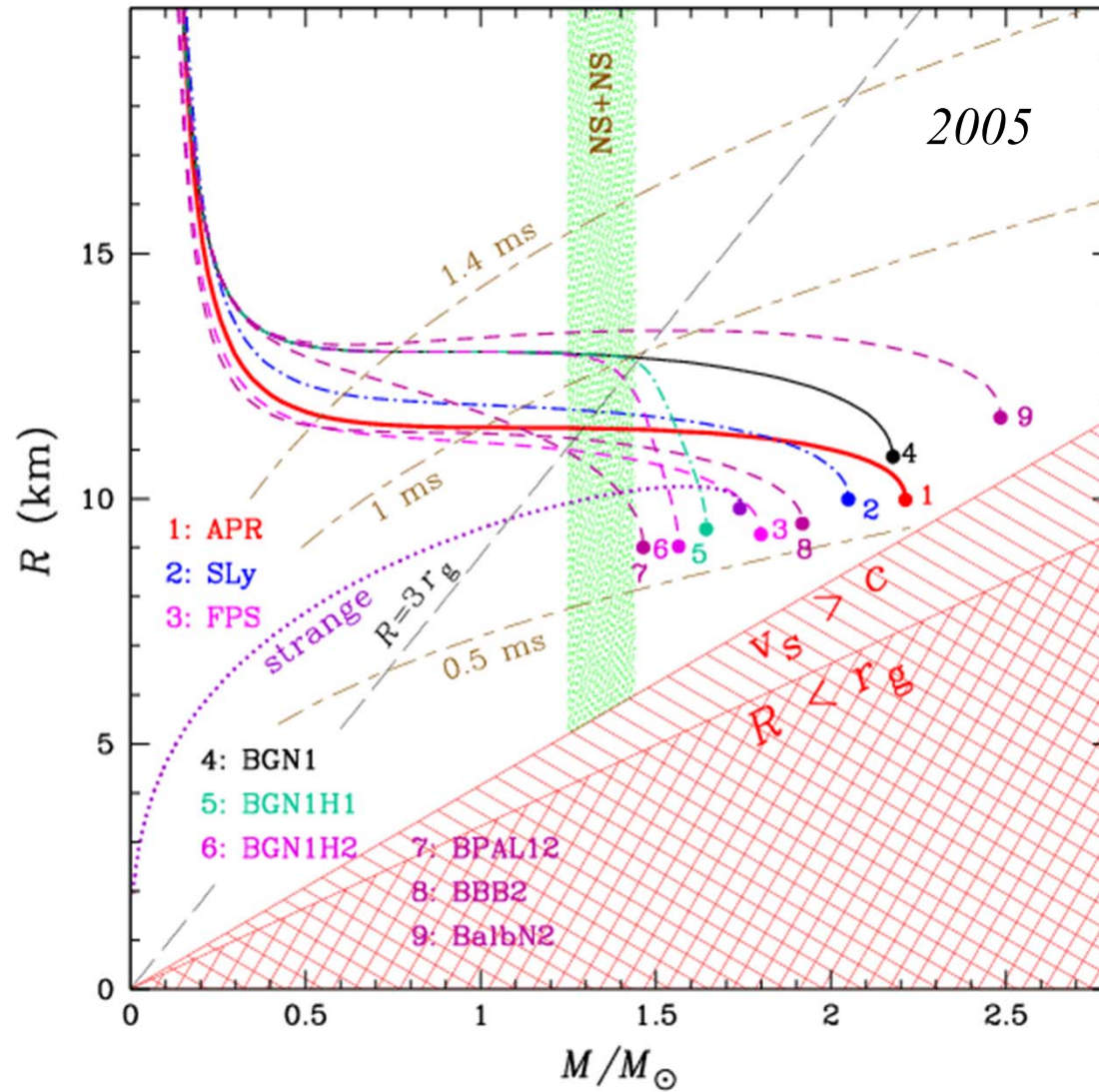


Соотношения «масса–радиус» для разных уравнений состояния.

## Пульсары в двойных компактных системах



# Модели нейтронных звезд



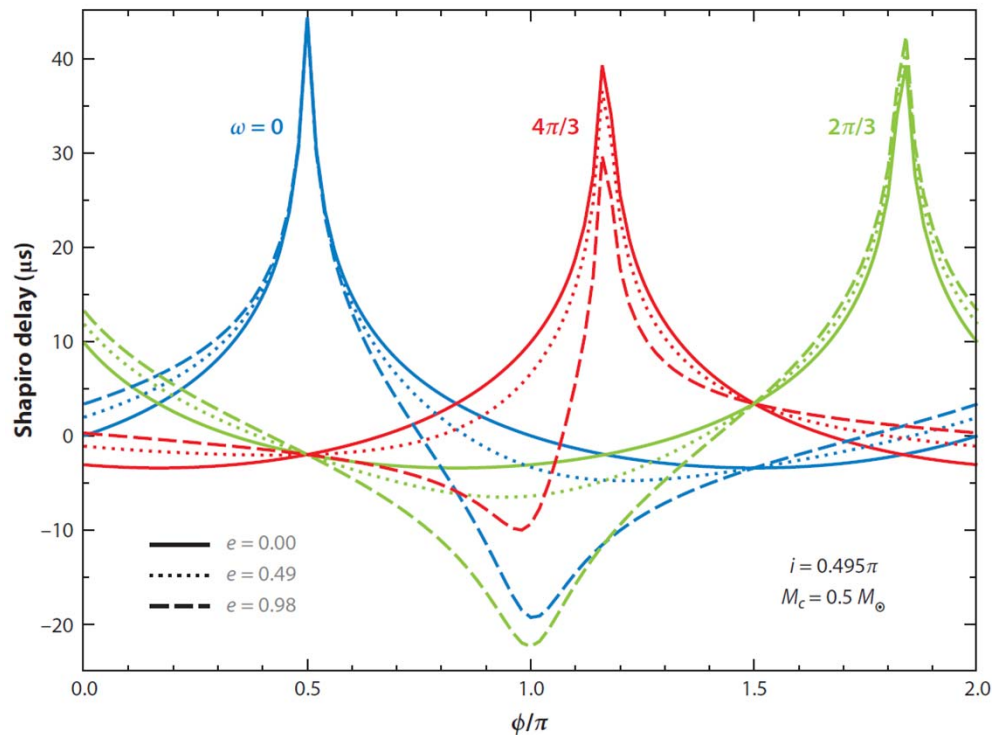
Соотношения «масса–радиус» для разных уравнений состояния.

## Гравитационное запаздывание (эффект Шапиро)

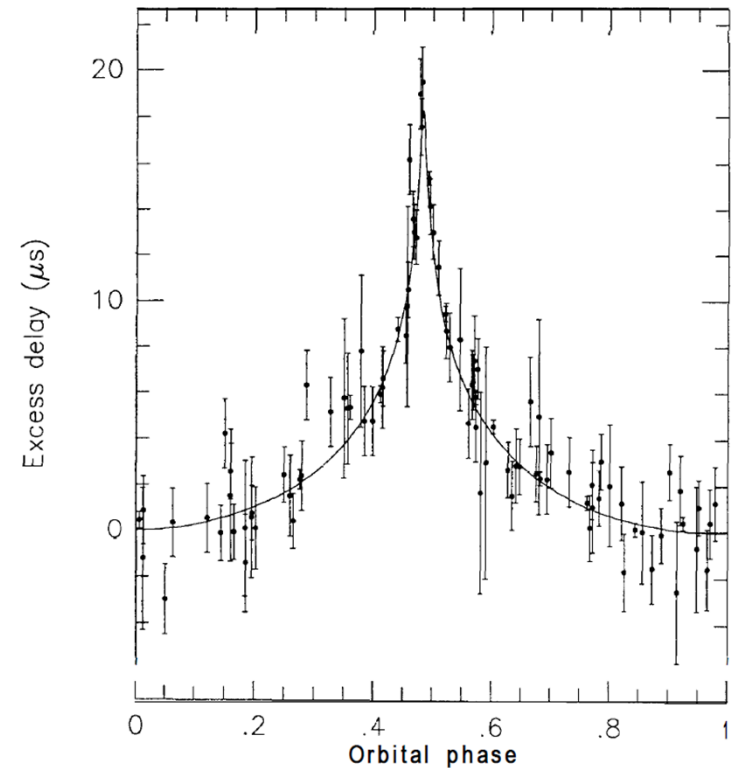
$$\delta_S(\phi) = 2 \frac{GM_c}{c^3} \ln \left[ \frac{1 + e \cos \phi}{1 - \sin(\omega + \phi) \sin i} \right]$$

Амплитуда  $\Delta_S = 2 \frac{GM_c}{c^3} \left| \ln \left[ \left( \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e} \right) \left( \frac{1 + \sin \omega \sin i}{1 - \sin i} \right) \right] \right|$ ,

велика при высоком эксцентриситете или при  $i \sim 90^\circ$ .

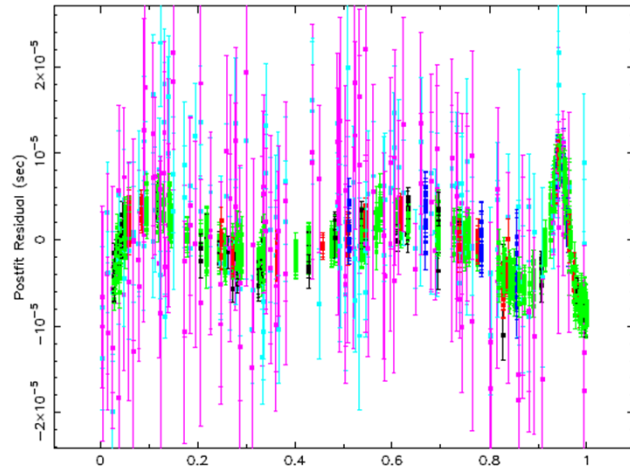


J.M. Lattimer, *General Relativity and Gravitation* **46**, 1713 (2014)



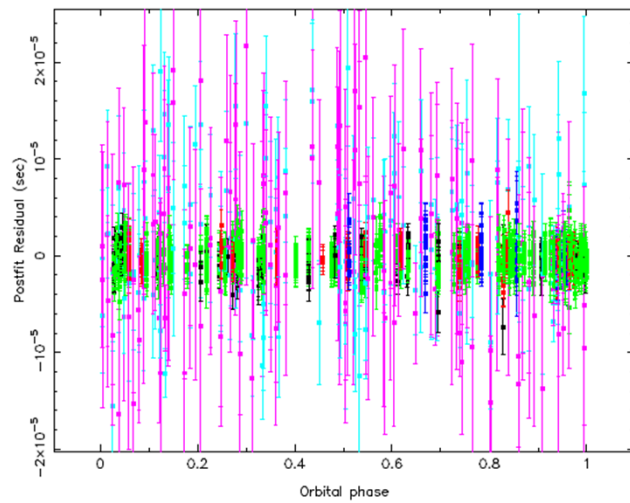
Запаздывание Шапиро для PSR 1855+09  
(из Нобелевской лекции Джозефа Тейлора)

## Гравитационное запаздывание (эффект Шапиро)



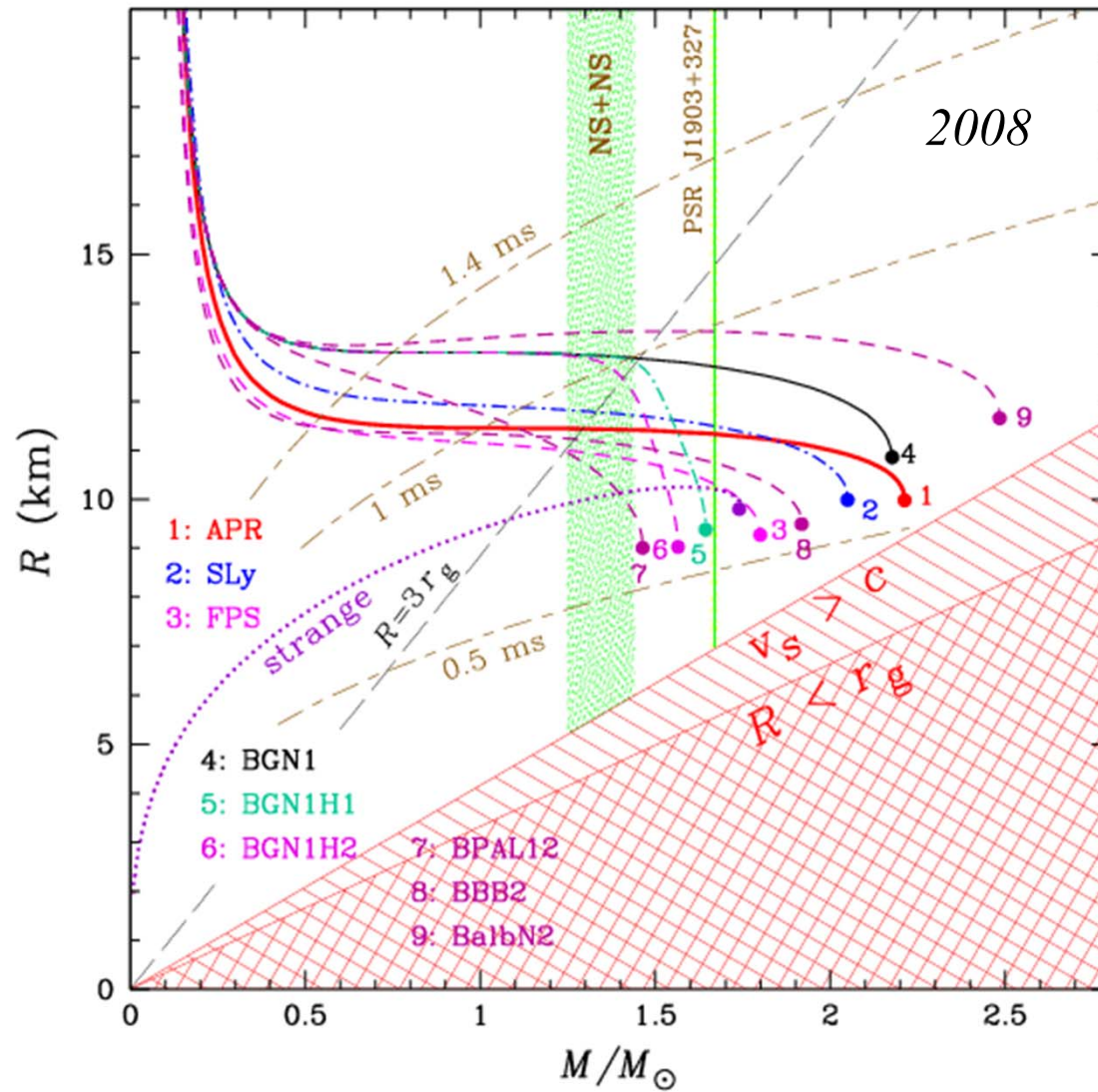
Запаздывание Шапиро для PSR J1903+327  
[Freire et al., MNRAS 412, 2763 (2010)]  
 $e = 0.437$ ,  $i = 77^\circ$ .

Вверху – невязки тайминга без учёта эффекта Шапиро, внизу – с его учётом.



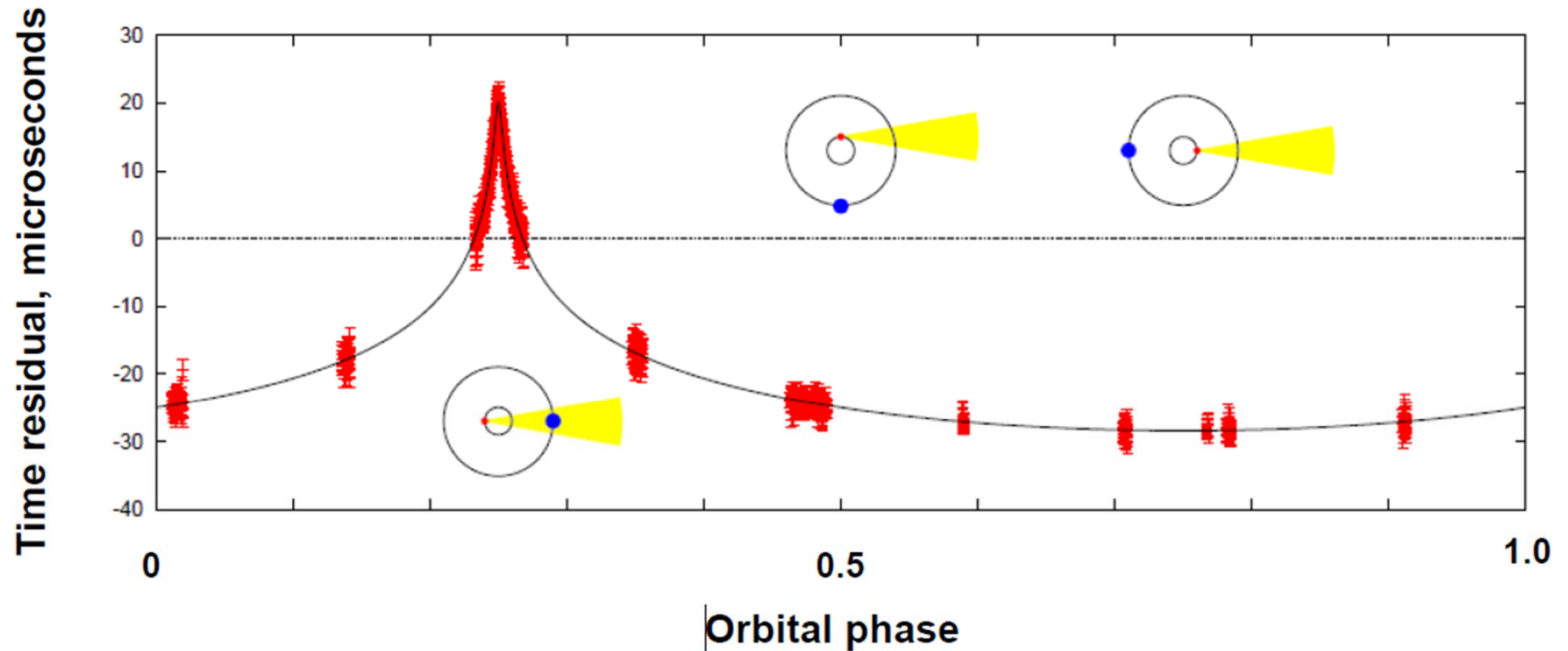


# Модели нейтронных звёзд



Соотношения «масса–радиус» для разных уравнений состояния.

# Эффект Шапиро в системе PSR J1614-2230 + белый карлик



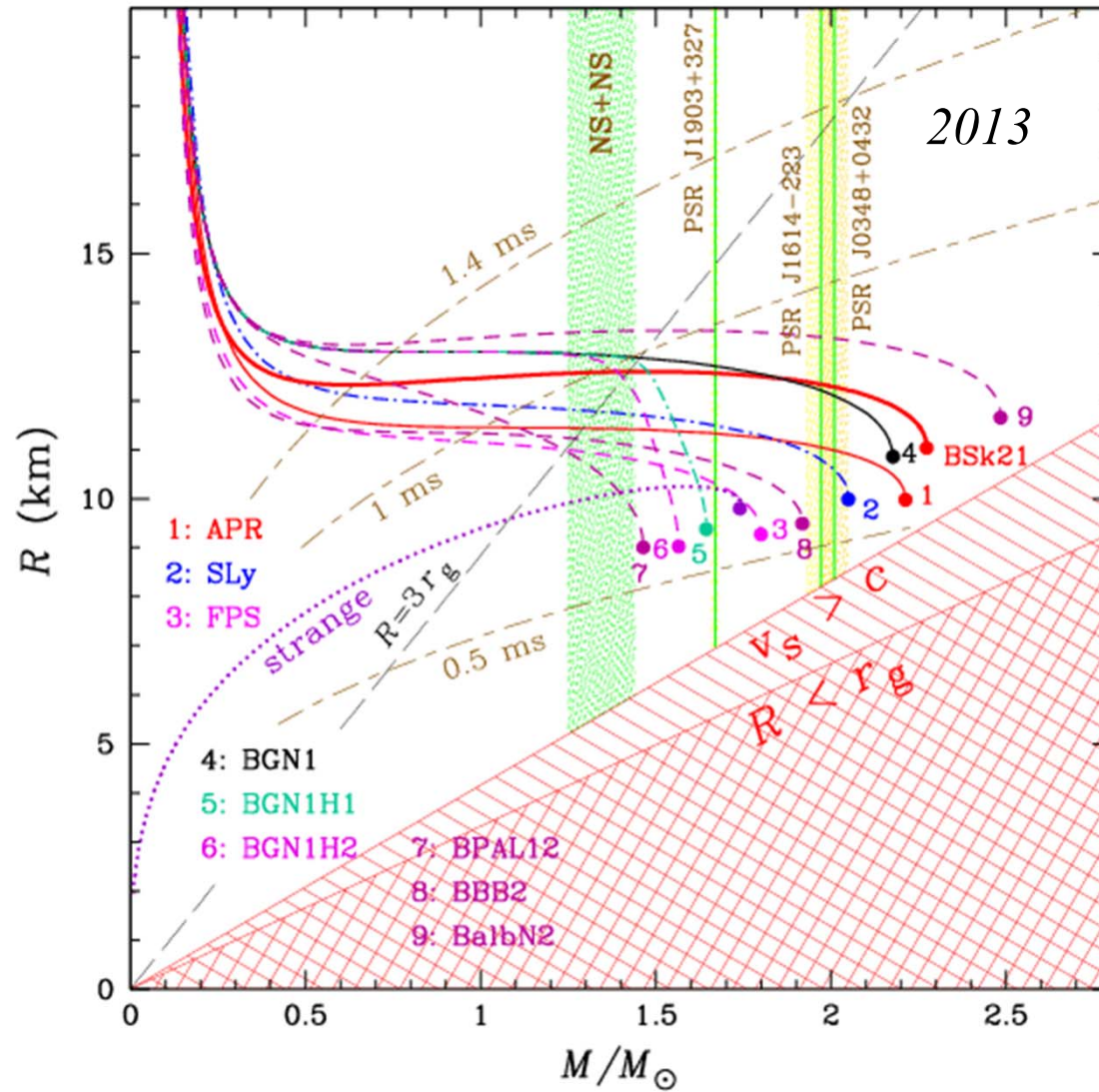
**Demorest et al. (2010)**

$P = 3,15$  мс,  $P_b = 8,69$  дней,  $i = 89,17^\circ$   
 Пульсар:  $M_1 = 1,97 \pm 0,04 M_{\text{Sun}}$   
 Белый карлик:  $M_2 = 0,500 \pm 0,006 M_{\text{Sun}}$

**Antoniadis et al. (2013): PSR J0348+0432 + WD**

$P = 39$  мс,  $P_b = 2,46$  ч,  $i = 40,2^\circ$   
 Пульсар:  $M_1 = 2,01 \pm 0,04 M_{\text{Sun}}$   
 Белый карлик:  $M_2 = 0,172 \pm 0,003 M_{\text{Sun}}$

# Модели нейтронных звёзд



Соотношения «масса–радиус» для разных уравнений состояния.



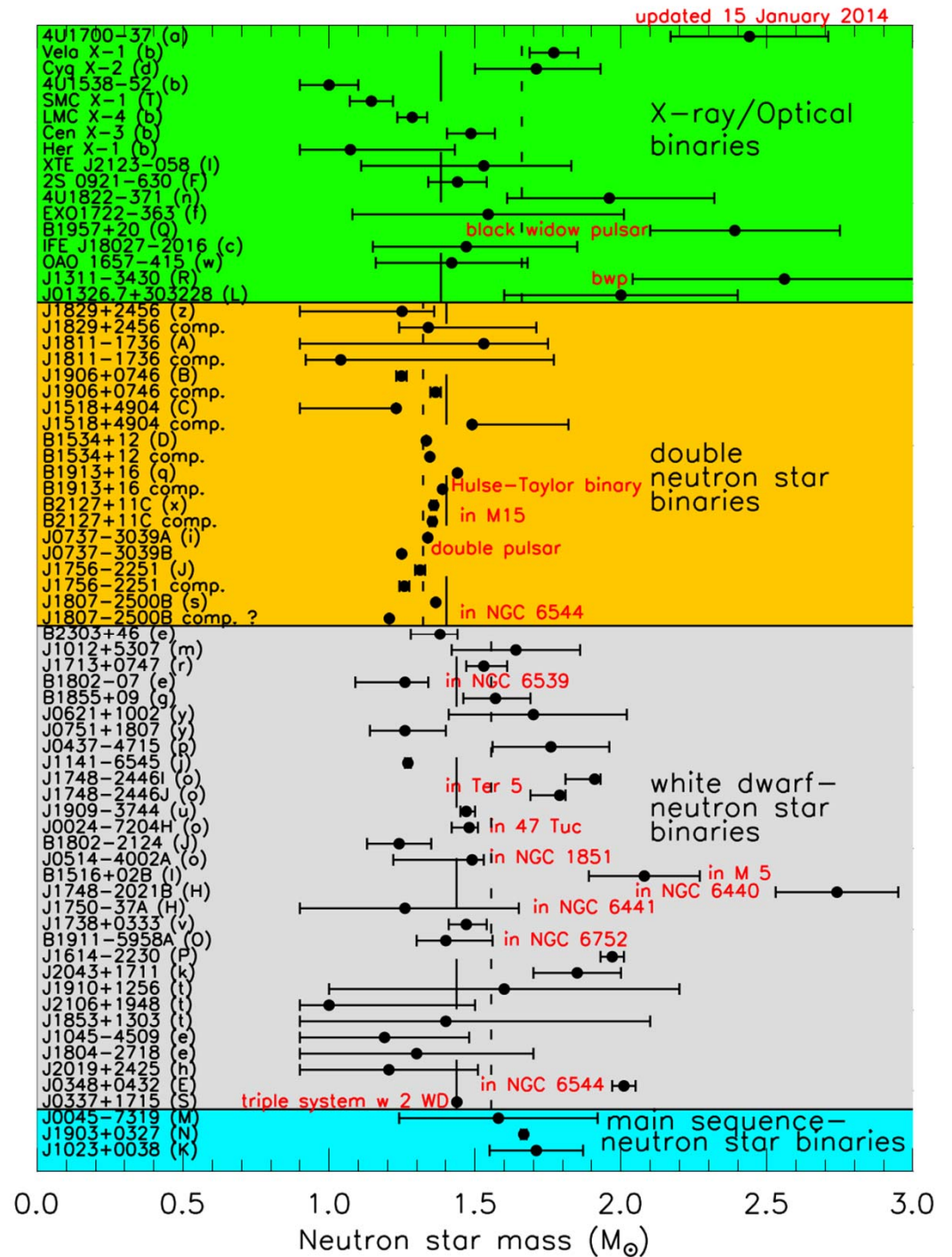
## Двойные нейтронные звёзды

System	$P_{\text{spin}}$ (ms)	$P_b$ (d)	$e$	$x_1/c$ (s)	$i$ (deg)	$\dot{\omega}$ (deg/yr)	Other GR	Disco- very <sup>a)</sup>
J1518+4904	40.9	8.63	0.249	20.0	> 20	0.0111	$\dot{P}_b$	NST95
J1811–1736	104.2	18.8	0.828	34.8		0.009		L01
J1829+2456	41.0	1.176	0.139	7.24		0.28		C04
B1534+12	37.9	0.421	0.274	3.73	$\approx 77$	1.76	$\gamma, \dot{P}_b, s, r$	W91
B1913+16	59.0	0.323	0.617	2.34	$\approx 47$	4.22	$\gamma, \dot{P}_b$	HT75
B2127+11C	30.5	0.335	0.681	2.52	$\approx 50$	4.46	$\gamma$	A90
J0737–3039	22.7	0.102	0.088	1.42	$\approx 88$	16.90	$\gamma, s, r$	B03
J1756–2251	28.5	0.320	0.181	2.76	$\approx 73$	2.58	$\gamma, s$	M01

<sup>a)</sup> NST95: Nice *et al.* (1995); L01: Lyne *et al.* (2001); C04: Champion *et al.* (2004); W91: Wolszczan (1991); HT75: Hulse & Taylor (1975); A90: Anderson *et al.* (1990); B03: Burgay *et al.* (2003); M01: Manchester *et al.* (2001)

System	$M_1/M_\odot$	$M_2/M_\odot$	Reference
J1518+4904	$1.56^{+0.20}_{-1.20}$	$1.05^{+1.21}_{-0.14}$	Thorsett & Chakrabarty (1999)
B1534+12	$1.3332 \pm 0.0020$	$1.3452 \pm 0.0020$	Stairs <i>et al.</i> (2002)
B1913+16	$1.4408 \pm 0.0006$	$1.3873 \pm 0.0006$	Weisberg & Taylor (2003)
B2127+11C	$1.349 \pm 0.080$	$1.363 \pm 0.080$	Thorsett & Chakrabarty (1999)
J0737–3039	$1.337 \pm 0.010$	$1.250 \pm 0.010$	Lyne <i>et al.</i> (2004)
J1756–2251	$1.40^{+0.04}_{-0.06}$	$1.18^{+0.06}_{-0.04}$	Faulkner <i>et al.</i> (2005)

# Измеренные массы нейтронных звёзд в двойных системах

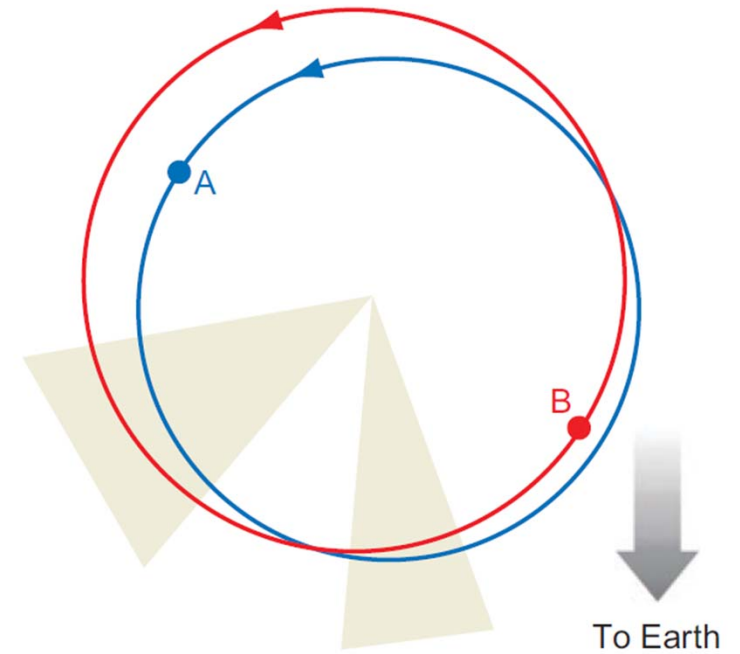
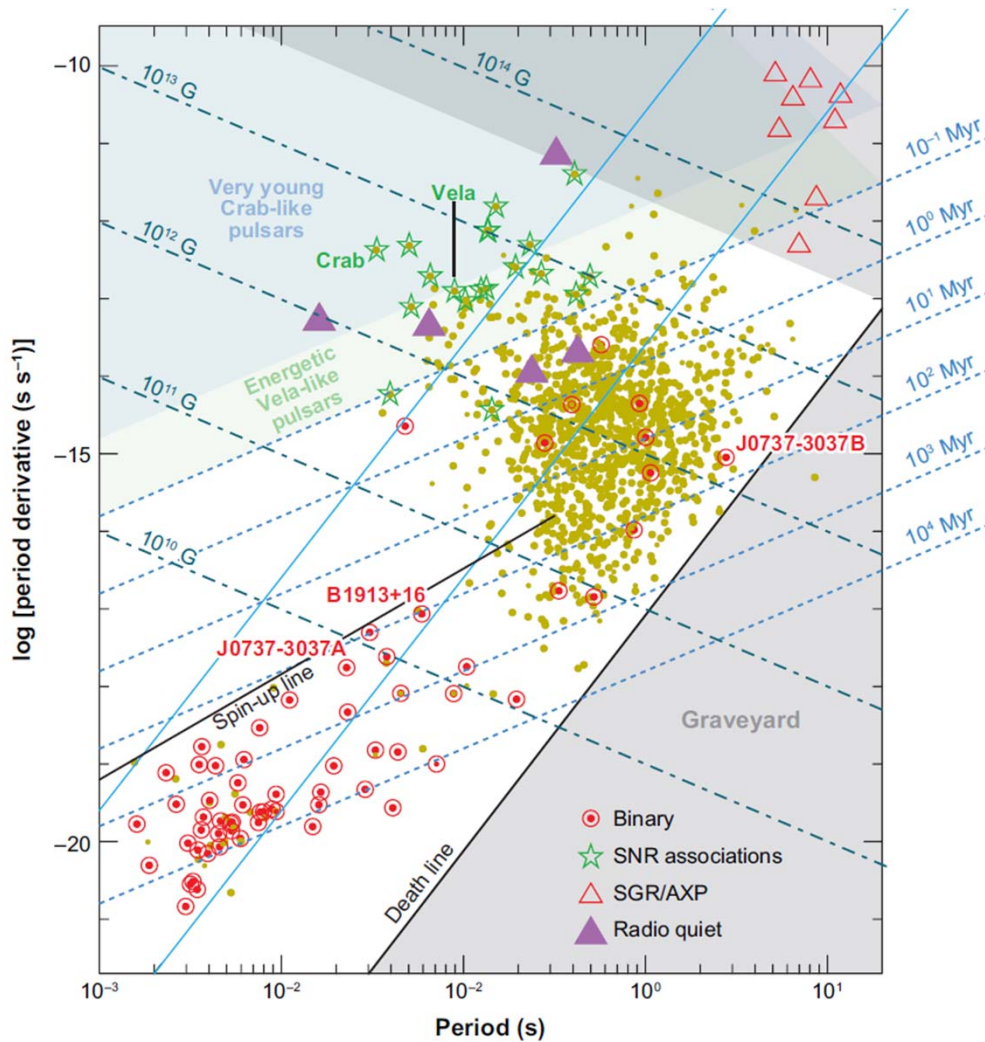


J.M. Lattimer, *General Relativity and Gravitation* **46**, 1713 (2014)

## Двойной пульсар J0737-3039 A,B

Пульсар А: открыт в 2001 (Burgay *et al.* 2003)  
 $P = 22,7$  мс,  $P_b = 2,45$  ч

Пульсар В: Lyne *et al.* (2004)  
 $P = 2,773$  с



Конфигурация двойного  
пульсара в январе 2008 года  
[Kramers & Stairs, *Annu. Rev. Astron.  
Astrophys.* 46, 541 (2008)]



## Двойной пульсар J0737–3039 A,B

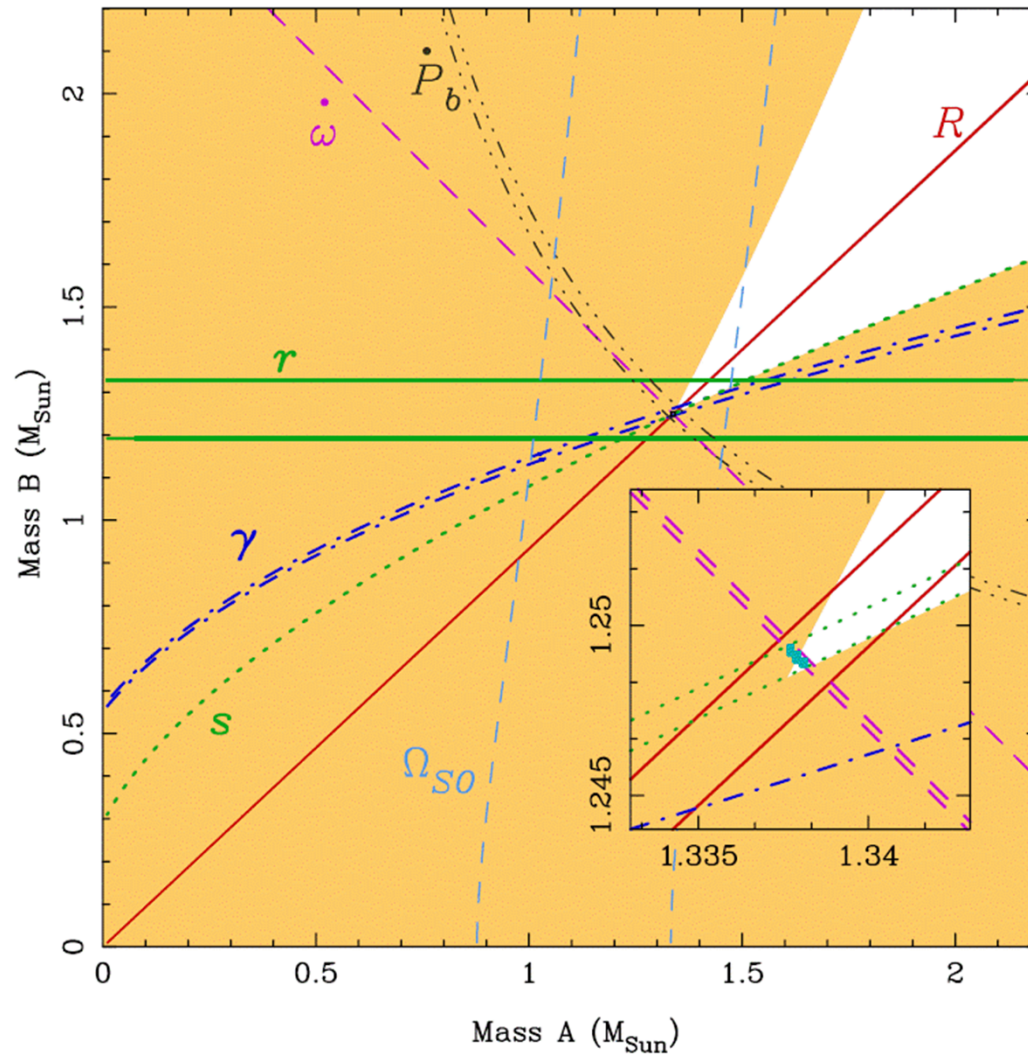
Table 1 Observed and derived parameters for the double-pulsar system

Timing parameter	Pulsar A	Pulsar B
Right ascension, $\alpha$	07h37m51s.24927(3) <sup>a</sup>	–
Declination, $\delta$	–30°39'40".7195(5)	–
Proper motion in the RA direction (mas yr <sup>–1</sup> )	–3.3(4)	–
Proper motion in declination (mas yr <sup>–1</sup> )	2.6(5)	–
Parallax, $\pi$ (mas)	3(2)	–
Spin frequency, $\nu$ (Hz)	44.054069392744(2)	0.36056035506(1)
Spin frequency derivative, $\dot{\nu}$ (s <sup>–2</sup> )	–3.4156(1) $\times 10^{-15}$	–0.116(1) $\times 10^{-15}$
Timing epoch (MJD)	53156.0	53156.0
Dispersion measure (cm <sup>–3</sup> pc)	48.920(5)	–
Orbital period, $P_b$ (day)	0.10225156248(5)	–
Eccentricity, $e$	0.0877775(9)	–
Projected semimajor axis, $x = (a/c) \sin i$ (s)	1.415032(1)	1.5161(16)
Longitude of periastron, $\omega$ (deg)	87.0331(8)	87.0331 + 180.0
Epoch of periastron, $T_0$ (MJD)	53155.9074280(2)	–
Advance of periastron, $\dot{\omega}$ (deg yr <sup>–1</sup> )	16.89947(68)	[16.96(5)] <sup>b</sup>
Gravitational redshift parameter, $\gamma$ (ms)	0.3856(26)	–
Shapiro delay parameter, $s$	0.99974(–39, +16)	–
Shapiro delay parameter, $r$ ( $\mu$ s)	6.21(33)	–
Orbital period derivative, $\dot{P}_b$	–1.252(17) $\times 10^{-12}$	–
Total proper motion (mas yr <sup>–1</sup> )	4.2(4)	
Distance $d$ (DM) (pc)	~500	
Transverse velocity ( $d = 500$ pc) (km s <sup>–1</sup> )	10(1)	
Orbital inclination angle (deg)	88.69(–76,+50)	
Mass ratio, $R$	1.0714(11)	
Total system mass ( $M_\odot$ )	2.58708(16)	

## Двойной пульсар J0737–3039 A,B

Пульсар А: открыт в 2001 (Burgay *et al.* 2003)  
 $P = 22,7$  мс,  $P_b = 2,45$  ч

Пульсар В: Lyne *et al.* (2004)  
 $P = 2,773$  с



# Проверка ОТО и альтернативных теорий

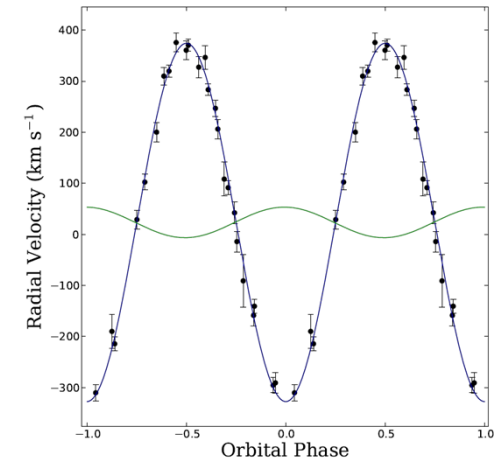
Теории гравитации			
Стандартные теории гравитации	Альтернативные теории гравитации	Квантовые теории гравитации	Единые теории поля
<p><b>Классическая физика</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теория тяготения Ньютона</li> </ul> <p><b>Релятивистская физика</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Общая теория относительности               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математическая формулировка общей теории относительности</li> <li>- Гамильтонова формулировка общей теории относительности</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Принципы</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Принцип эквивалентности сил гравитации и инерции</li> <li>• Принцип Маха</li> <li>• <b>Геометродинамика</b> (англ.)</li> </ul>	<p><b>Классические</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теория гравитации Лесажа</li> <li>• Модифицированная ньютоновская динамика</li> </ul> <p><b>Релятивистские</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Релятивистская теория гравитации</li> <li>• Калибровочная теория гравитации</li> <li>• Гравитация с массивным гравитоном</li> <li>• Телепараллелизм</li> <li>• Теория Нордстрёма</li> <li>• Теория Бранса — Дикке</li> <li>• Биметрические теории гравитации</li> <li>• Несимметричные теории гравитации</li> <li>• Теория гравитации Уайтхеда</li> <li>• Теория Эйнштейна — Картана</li> <li>• Тетрадная теория гравитации</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Каноническая квантовая гравитация</li> <li>• Петлевая квантовая гравитация</li> <li>• <b>Полуклассическая гравитация</b> (англ.)</li> <li>• <b>Причинная динамическая триангуляция</b> (англ.)</li> <li>• Евклидова квантовая гравитация</li> <li>• <b>Уравнение Уилера — Деветта</b> (англ.)</li> <li>• <b>Индукцированная гравитация</b> (англ.)</li> <li>• <b>Некоммутативная геометрия</b> (англ.)</li> </ul>	<p><b>Многомерные</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Общая теория относительности в многомерном пространстве</li> <li>• Теория Калуцы — Клейна</li> <li>• Супергравитация</li> </ul> <p><b>Струнные</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теория струн</li> <li>• Теория суперструн</li> <li>• М-теория</li> </ul> <p><b>Прочие</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Исключительно простая теория всего</li> </ul>

# Проверка ОТО и альтернативных теорий

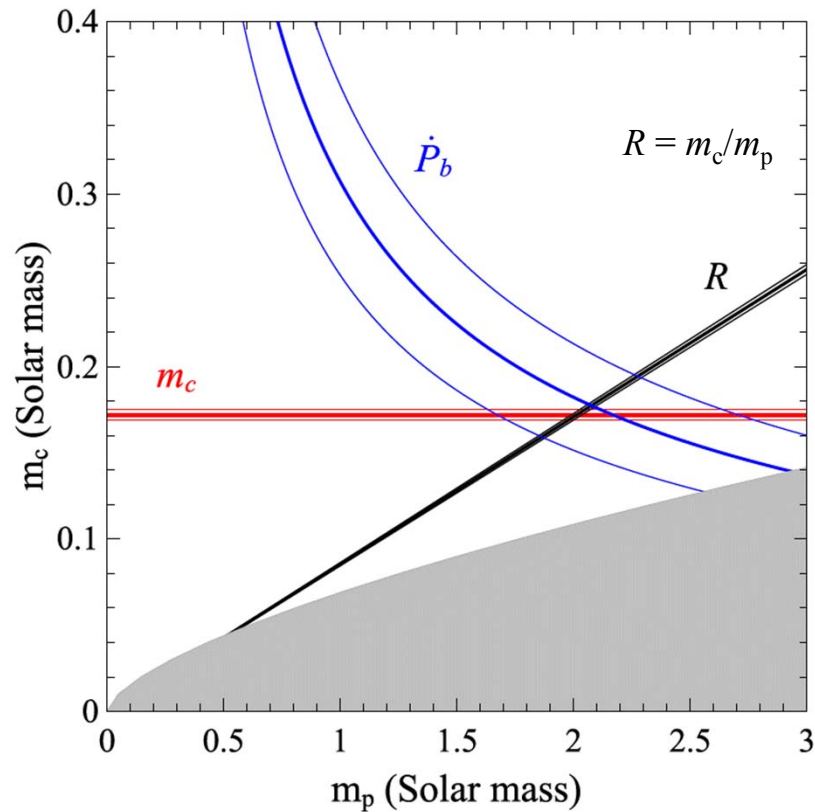
N.Wex, arXiv:1402.5594

(<http://arxiv.org/abs/1402.5594>)

**Пример:** пульсар J0348+0432 + белый карлик



ОТО



Скалярно-тензорное обобщение ОТО  
(отстройка от ОТО на  $10^{-4}$ )

