

What determines the inclination angle of radio pulsars

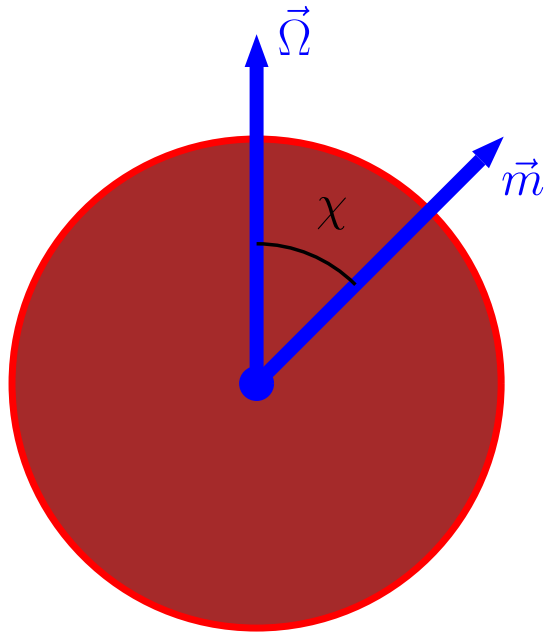
D.P.Barsukov, P.I.Polyakova, A.I.Tsygan

*Ioffe Physical Technical Institute of the Russian Academy of Sciences
Saint-Petersburg, Russia*

Аннотация

В работе показано, что если потери углового момента радиопульсара представить в виде суммы магнито-дипольных и токовых потерь, то угол между магнитным моментом и осью вращения радиопульсара стремиться к некоторому равновесному значению (около 45°). Это стремление происходит за время порядка характерного возраста радиопульсара. Учет недипольности магнитного поля радиопульсара приводит к изменению этого равновесного угла.

Торможение пульсара



Состояние пульсара можно характеризовать с помощью двух векторов: \vec{m} – вектора дипольного момента магнитного поля и $\vec{\Omega}$ – угловой скорости вращения пульсара. Если \vec{m} и $\vec{\Omega}$ не параллельны друг другу (т.е. пульсар не соосный), то в лабораторной системе отсчета имеется тройка линейно-независимых пространственных векторов

$$\vec{m} \quad \vec{\Omega} \quad [\vec{\Omega} \times \vec{m}]$$

которые можно использовать в качестве базиса.

В частности приложенный к пульсару момент сил можно записать как

$$\vec{K} = K_{\Omega} \vec{\Omega} + K_m \vec{m} + K_{\perp} [\vec{\Omega} \times \vec{m}]$$

тогда уравнение вращения сферически симметричной нейтронной звезды

$$I \frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{K}$$

принимает вид

$$I \frac{d\Omega}{dt} = \left(\vec{K}, \frac{\vec{\Omega}}{\Omega} \right) = K_{\Omega} \Omega + K_m m \cos \chi$$

$$I \Omega \frac{d \cos \chi}{dt} = K_m m \sin^2 \chi$$

где χ – угол между вектором дипольного момента \vec{m} и угловой скоростью вращения $\vec{\Omega}$

Направление эволюции угла χ определяется
только знаком K_m

Магнито-дипольный механизм торможения

В работе Deutch (1955) было найдено электромагнитное поле вокруг вращающегося проводящего шара
Deutsch 1955, Annales D'Astrophysique, V.18, p.1

Используя результаты этой работы

Davis и Goldstein, 1970, ApJ, V.159, L81

рассмотрели

вакуумную модель магнитосферы пульсара

Они нашли, что в пределе $\frac{\Omega a}{c} \ll 1$ тормозящий нейтронную звезду момент сил равен

$$\vec{K}_{dip} = \frac{2}{3} \frac{\Omega^2}{c^3} \left[\vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{\Omega}] \right] + \frac{1}{ac^2} (\vec{m}, \vec{\Omega}) [\vec{\Omega} \times \vec{m}]$$

здесь a – радиус нейтронной звезды

Стоит сравнить этот результат с торможением простого магнитного диполя

$$\vec{K}_{dip} = \frac{2}{3} \frac{\Omega^2}{c^3} \vec{\Omega} \sin^2 \chi$$

В работе Davis, Goldstein (1970) предполагалось, что внутри нейтронной звезды магнитное поле является однородным. Если же считать, что внутри звезды у нас имеется дипольное магнитное поле, то при $\frac{\Omega a}{c} \ll 1$ действующий на нейтронную звезду момент сил равен Melatos (2000)

$$\vec{K}_{dip} = \frac{2}{3} \frac{\Omega^2}{c^3} \left[\vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{\Omega}] \right] + \frac{3}{5} \frac{1}{ac^2} (\vec{m}, \vec{\Omega}) [\vec{\Omega} \times \vec{m}]$$

Более точный расчет (тоже в приближении вакуумной магнитосферы) был произведен Melatos (2000)

$$K_{\Omega} \Omega = -\frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 F(x_0) \quad K_m m = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 F(x_0) \cos \chi$$

$$K_{\perp} \Omega m = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 G(x_0) \cos \chi \sin \chi$$

где

$$F(x_0) = \frac{3}{5} \frac{x_0^4}{x_0^6 - 3x_0^4 + 36} + \frac{1}{x_0^2 + 1}$$

$$G(x_0) = \frac{9}{5} \frac{1}{x_0} \frac{x_0^2 + 6}{x_0^6 - 3x_0^4 + 36} + \frac{1}{5} \frac{1}{x_0} \frac{3 - 2x_0^2}{x_0^2 + 1}$$

и $x_0 = \frac{\Omega a}{c}$

Проблема

Т.об. мы сразу видим, что

$$K_m m = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 \cos \chi > 0 \quad \text{при } 0 \leq \chi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$K_m m = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 \cos \chi < 0 \quad \text{при } \frac{\pi}{2} \leq \chi \leq \pi$$

а также легко заметить, что выполняется соотношение

$$\frac{\cos \chi}{P} = \text{const}$$

и следовательно, все пульсары вынуждены за время порядка времени торможения пульсара стать соосными

Все пульсары должны быть соосными

Решения

- все пульсары рождаются практически ортогональными

Jones (1976), Beskin (2006)

- пульсары рождаются с наблюдаемыми сейчас периодами

т.е. они очень молоды и не успели еще стать соосными Beskin (2006)

- нейтронная звезда значительно отличается от сферической

В этом случае, как показал для осесимметричного случая Goldreich (1970) возможна стабилизация угла χ из-за прецессии оси вращения пульсара. В работах Melatos (1997), (2000) было показано, что в неосесимметричном случае тоже не наблюдается ухода на соосный ротатор. Угол χ постоянно осциллирует вокруг среднего значения.

- пульсары вообще не тормозятся магнито-дипольным механизмом

В работе Beskin (1984) было показано, что в модели бессиловой магнитосферы при отсутствии тока в пульсарной трубке **ортогональный пульсар не тормозится**. Данный результат был подтвержден Shibata (1999).

Токовый механизм торможения

В нормальном состоянии у радиопульсара по пульсарной трубке, как принято считать, течет электрический ток. Для того, чтобы нейтронная звезда не была сильно заряженной, обычно предполагается, что в узком слое вблизи границы пульсарной трубки течет в обратном направлении такой же электрический ток. Эти два тока замыкаются на нейтронной звезде в окрестностях полярной шапки. Чтобы этим токам замкнуться им приходится (хотя бы часть пути) течь поперек магнитного поля. В результате окрестностях полярной шапки на кору нейтронной звезды действует, порожденная этими токами, сила Лоренца $\vec{F} = \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]$ и связанный с нею момент сил.

В работе Jones (1976) было получено выражение для этого момента сил

$$\vec{K}_c = -\frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 \alpha \frac{\vec{m}}{m} \cos \chi$$

где параметр α характеризует величину электрического тока текущего через пульсарную трубку.

$$\alpha = 2 \frac{3}{4} \frac{j}{j_{GJ}} \left(\frac{R_t(\eta)}{R_0(\eta)} \right)^4 \quad \text{где} \quad j_{GJ} = \frac{\Omega B}{2\pi} \cos \chi$$

здесь j – плотность электрического тока в пульсарной трубке, j_{GJ} – Годрайх-Джулиановский ток, B – величина дипольного магнитного поля на магнитном полюсе нейтронной звезды, $R_t(\eta)$ – радиус пульсарной трубки на высоте η , $R_0(\eta) = a \sqrt{\frac{\Omega a}{c}} \eta^{3/2}$.

Коэффициент 2 отражает то обстоятельство, что в торможении пульсара надо учитывать вклад обоих пульсарных трубок.

Как магнито-дипольные потери, так и токовые можно описать формулой (1) задачи 2 к § 72 Ландау, Лифшиц т.2. Полный момент сил, действующий на вращающуюся нейтронную звезду, определяемый максвелловским тензором напряжения, равен

$$\vec{K} = \frac{r^3}{4\pi} \int \left([\vec{n} \times \vec{E}] (\vec{n} \vec{E}) + [\vec{n} \times \vec{H}] (\vec{n} \vec{H}) \right) d\Omega \quad (1)$$

где $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$, \vec{E} и \vec{H} – электрическое и магнитное поле вблизи вращающейся нейтронной звезды, r – расстояние от центра звезды, a – её радиус, $a < r < \frac{c}{\Omega}$.

Плотность электрического тока в аксиально-симметричной пульсарной трубке равна

$$\vec{j} = -A(\xi) j_{GJ} \frac{\vec{B}}{B}$$

безразмерная переменная ξ , $0 \leq \xi \leq 1$, описывает положение точки внутри трубки, $\xi = 0$ – соответствует центру трубки, $\xi = 1$ – боковой поверхности.

В случае чисто дипольного магнитного поля

$$\vec{B} = \frac{1}{r^3} (3\vec{n}(\vec{n}\vec{m}) - \vec{m})$$

в режиме свободного истечения зарядов с поверхности коэффициент A равен Muslimov, Tsygan (1992)

$$A = 1 - \kappa$$

где $\kappa \approx 0.15$ описывает эффект увлечения инерциальных систем отсчета.

Предполагается, что обратный ток стекает в тонком слое по боковой поверхности трубки открытых силовых линий магнитного поля. Тонкая трубка с током в сферической системе координат с осью Oz , направленной по магнитному полю, описывается уравнениями

$$\theta(\eta) = \theta_0 \sqrt{\eta} \quad \text{где} \quad \theta_0 = \sqrt{\frac{\Omega a}{c}} \ll 1$$

Из уравнений Максвелла

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad \text{и} \quad \text{div} \vec{H} = 0$$

по теореме Стокса следует выражение для компоненты магнитного поля H_ϕ

$$H_\phi = \frac{2\pi}{c} j a \theta(\eta) \eta \xi = - \frac{\Omega B_0 a}{c} \xi \frac{\cos \chi}{\eta^3} \theta_0 \eta^{\frac{3}{2}} A \quad (2)$$

где $a\theta(\eta)\eta = a\theta_0\eta^{3/2}$ – радиус трубки на расстоянии r от центра звезды, $B_0 = \frac{2m}{a^3}$ – величина магнитного поля на магнитном полюсе нейтронной звезды.

Подставляя полное магнитное поле $\vec{B} + H_\phi \vec{e}_\phi$ в формулу (1) и учитывая $\vec{B}\vec{n} \approx B \cos \chi$ (для тонкой трубки), получаем выражение для токового момента сил (множитель 2 учитывает два полюса)

$$\vec{K}_c = 2 \frac{r^3}{4\pi} \int H_\phi [\vec{n} \times \vec{e}_\phi] d\Omega \quad (3)$$

учитывая, что

$$\begin{aligned} d\Omega &= \sin \theta d\theta d\phi \approx \theta d\theta d\phi, \\ [\vec{n} \times \vec{e}_\phi] &= -\vec{e}_\theta, \\ \theta(\eta) &= \theta_0 \sqrt{\eta} \xi, \text{ т.е. } d\Omega = \theta_0^2 \eta \xi d\xi d\phi. \end{aligned}$$

Подставляя в (3) выражение (2) и интегрируя по ϕ и ξ получим выражение для вектора \vec{K}_c :

$$\vec{K}_c = -2 \frac{\vec{m}}{m} \frac{B_0^2 a^3}{8} \left(\frac{\Omega a}{c} \right) \theta_0^4 A \cos \chi \quad (4)$$

Таковой момент сил \vec{K}_c не зависит от высоты на которой мы интегрировали по сечению трубки (r – могло бы быть равно a). Однако при подсчете \vec{K}_c для искаженного дипольного магнитного поля следует брать такое $r > a$, чтобы там поле было практически дипольным (чтобы все l -польные моменты, кроме $l = 1$, были малы).

Проблема

Т.об. мы сразу видим, что

$$K_m m = -\frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 \alpha \cos \chi < 0 \quad \text{при } 0 \leq \chi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$K_m m = -\frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 \alpha \cos \chi > 0 \quad \text{при } \frac{\pi}{2} \leq \chi \leq \pi$$

а также легко заметить, что выполняется соотношение

$$\frac{\sin \chi}{P} = \text{const}$$

и следовательно, все пульсары вынуждены за время порядка времени торможения пульсара стать ортогональными

Все пульсары должны быть ортогональными

несимметричность нейтронной звезды и прецессия оси вращения не предотвращают выход пульсара на ортогональный режим вращения

Beskin, Gurevich, Istomin "Physics of Pulsar Magnetosphere"

Сложение потерь

В работе Jones (1976) было предположено, что вклады в торможение нейтронной звезды от магнито-дипольного и токового механизмов можно складывать.

$$K_m m = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3}{c^3} m^2 (1 - \alpha) \cos \chi$$

$$I\Omega \frac{d\chi}{dt} = -K_m m \sin \chi$$

Отсюда сразу видно, что равновесное состояние пульсара, отличное от случаев $\chi = 0^\circ$ и $\chi = 90^\circ$, возможно только при $\alpha = 1$. Причем, если $\alpha(\chi) = const$, то это равновесие будет неустойчивым.

равновесное состояние возможно только при $\alpha = 1$
если $\alpha(\chi) = const$, то это равновесие – неустойчивое.

Постулат

Вклады токовых и магнито-дипольных потерь в торможение нейтронной звезды можно складывать

Изменение радиуса трубки

До сих пор мы предполагали, что трубка открытых силовых линий осесимметричная, т.е. её сечение в основании – круг. Это действительно так для случая $\cos \chi = 1$, т.е. когда вектор $\vec{\Omega}$ направлен по \vec{m} . Для произвольного $\cos \chi$ сечение трубки сплющивается в плоскости векторов $\vec{\Omega}$ и \vec{m} , т.е. в этом направлении размер пульсарной трубки уменьшается с $\theta_0 a \eta^{3/2}$ до $\theta_1 a \eta^{3/2}$. В работе Biggs (1990) была найдена зависимость формы пульсарной трубки от угла χ .

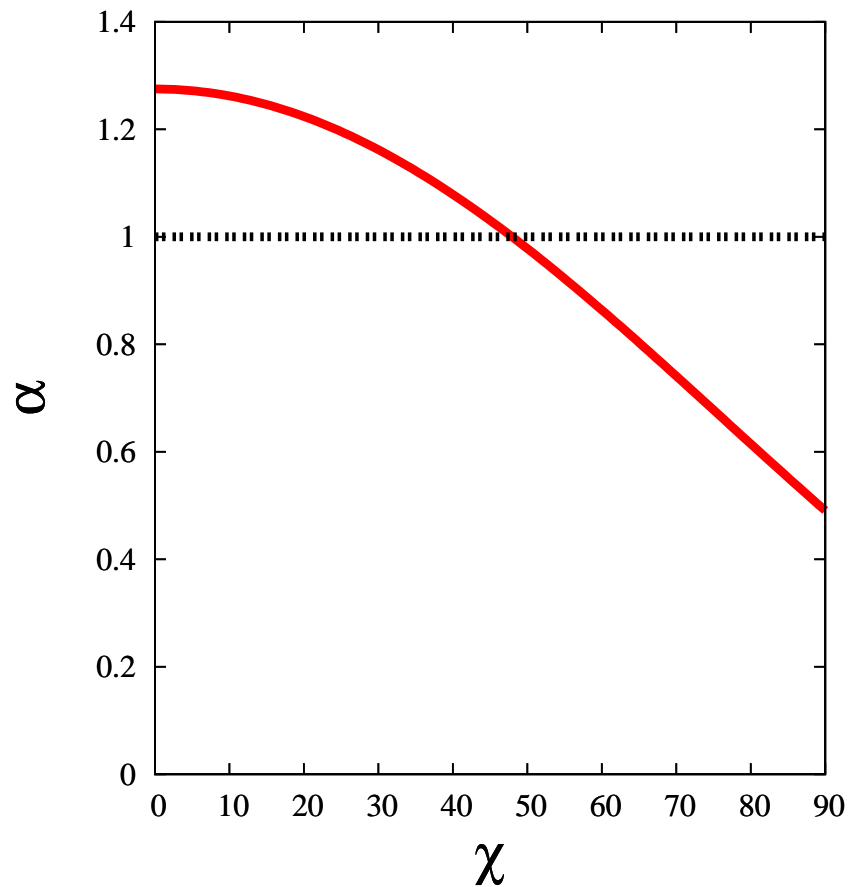
$$\sin \theta_1 = \sin \theta_0 g(\chi)$$
$$g(\chi) = \left(\frac{(1 - \mu)^3}{1 + 3\mu} \right)^{1/4} \quad \text{где} \quad \cos \chi = \frac{1 - 3\mu}{\sqrt{1 + 3\mu}}$$

При изменении χ от 0 до 90° μ меняется от 0 до $\frac{1}{3}$, $\chi = 90^\circ$ соответствует $\mu = \frac{1}{3}$

$$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{4}{27}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 0.620$$

В книге Малов "Радиопульсары" приведено ошибочное выражение для зависимости радиуса трубки от угла χ . В частности у него $\theta_1 = 0.54\theta_0$ при $\chi = 90^\circ$.

Изменение радиуса трубки



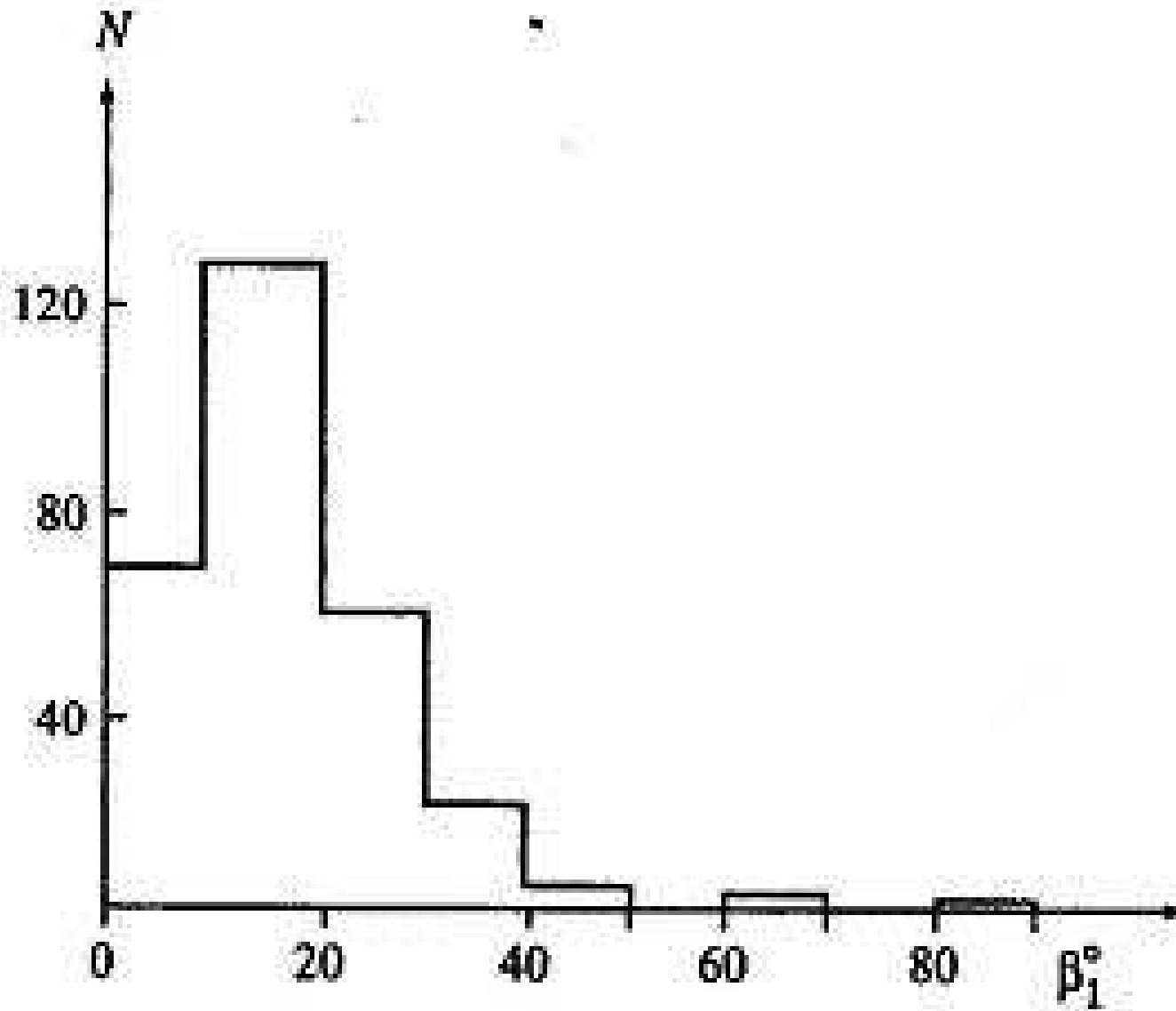
В результате, токовые потери начинают зависеть от угла χ . А поскольку сечение пульсарной трубки становится похожей на эллипс, одна из полуосей которого своей длины не меняет, то выражение для токовых потерь можно записать в виде

$$\alpha(\chi) = 2 \frac{3}{4} A g(\chi)^2$$

пульсар находится в устойчивом равновесном состоянии

$$\chi \approx 48^\circ$$

Распределение пульсаров



На рисунке показано наблюдаемое распределение пульсаров по углу χ из Малов "Радиопульсары".

Прецессия угловой скорости

Рассмотрим прецессию угловой скорости вращения в случае сферически симметричной нейтронной звезды. Направим ось Oz вдоль вектора магнитного момента \vec{m} .

$$\frac{I}{K_0} \frac{d\Omega}{dt} = -(\sin^2 \chi + \alpha \cos^2 \chi)$$

$$\frac{I}{K_0} \frac{d \cos \chi}{dt} = (1 - \alpha) \sin^2 \chi \cos \chi$$

$$\frac{I}{K_0} \Omega \frac{d\phi}{dt} = -\frac{9}{10} \frac{c}{\Omega a} \cos \chi$$

здесь ϕ – азимутальный угол вектора $\vec{\Omega} = (\sin \chi \cos \phi, \sin \chi \sin \phi, \cos \chi)$, I – момент инерции нейтронной звезды и $K_0 = \frac{2}{3} \frac{\Omega^3 m^2}{c^3}$.

Отсюда сразу видно, что период прецессии равен

$$T_p = \frac{2\pi}{\Omega_p} \quad \text{где} \quad \Omega_p = -\frac{3}{5} \Omega \frac{m^2}{ac^2 I} \cos \chi$$

он много меньше возраста пульсара τ и характерных времен изменения величин Ω и χ

$$\frac{T_p}{\tau} = \frac{40\pi}{9} \left(\frac{\Omega a}{c} \right) \frac{\sin^2 \chi + \alpha \cos^2 \chi}{\cos \chi} \ll 1 \quad \text{где} \quad \tau = \frac{P}{2\dot{P}} = -\frac{\Omega}{2\dot{\Omega}}$$

Прецессия угловой скорости

Поэтому после усреднения по прецессии мы получаем

$$\frac{I}{K_0} \left\langle \frac{d\Omega}{dt} \right\rangle = -(\sin^2 \chi + \langle \alpha \rangle \cos^2 \chi)$$
$$\frac{I}{K_0} \left\langle \frac{d \cos \chi}{dt} \right\rangle = (1 - \langle \alpha \rangle) \sin^2 \chi \cos \chi$$

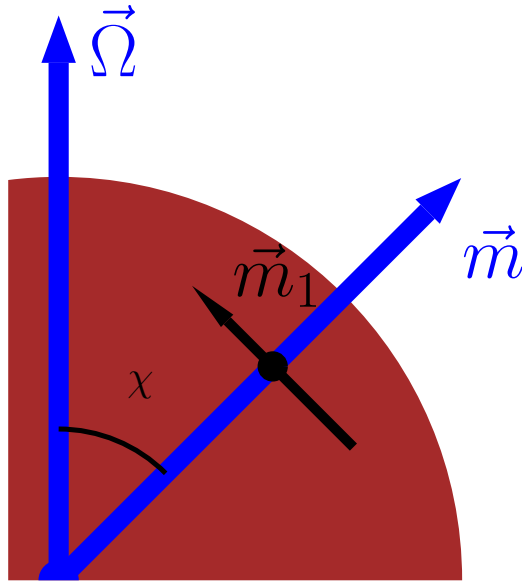
здесь $\langle \alpha \rangle$ – усредненное по периоду прецессии значение параметра α .

Отсюда сразу видно, что

равновесное значение угла χ достигается если
среднее за период прецессии $\langle \alpha(\chi) \rangle$ равно 1

равновесное состояние устойчиво,
если среднее за период $\langle \alpha(\chi) \rangle$ убывает с ростом χ

Магнитное поле



Недипольность магнитного поля описывается используя следующую модель Palshin (1996). Предполагается, что нейтронная звезда радиуса a обладает магнитным дипольным моментом \vec{m} (так что поле на её магнитном полюсе равно $B_0 = 2m/a^3$). На расстоянии $a \Delta$ ($\Delta < 1$) от поверхности (вглубь звезды) в области полюса нейтронной звезды располагается дополнительный магнитный диполь с магнитным моментом \vec{m}_1 . Вектор \vec{m}_1 перпендикулярен вектору \vec{m} , угол между \vec{m}_1 и плоскостью $(\vec{\Omega}, \vec{m})$ равен γ . Параметр Δ всюду в дальнейшем полагается равным 0.1, что примерно соответствует толщине коры нейтронной звезды, и как предполагается, не приводит к быстрому распаду дополнительного диполя \vec{m}_1 .

Введем сферическую систему координат $(\eta = r/a, \theta, \phi)$. При этом направим ось z — вдоль вектора \vec{m} , а ось x — вдоль вектора \vec{m}_1 . Тогда используя малоугловое приближение $\theta \ll 1$ выражение для суммарного магнитного поля $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$ записывается в следующем виде:

$$B_r = \frac{B_0}{\eta^3}, \quad B_\theta = \frac{B_0}{\eta^3} \left(\frac{\theta}{2} + \lambda \cos \phi \right), \quad B_\phi = -\frac{B_0}{\eta^3} \lambda \sin \phi$$

где

$$\nu = \frac{B_1}{B_0} \quad \lambda = \nu \left(\frac{\Delta \eta}{\eta - 1 + \Delta} \right)^3 \quad \eta = \frac{r}{a}$$

Электрической ток в пульсарной трубке

В рассматриваемой модели магнитного поля можно с хорошей точностью считать, что Годлрайх-Джулиановская плотность ρ_{GJ} постоянна по сечению трубки и меняется только с высотой η . Это означает в частности, что мы пренебрегаем Аронс-Шарлемановским членом в ρ_{GJ} .

$$\rho_{GJ} = \frac{\Omega B(\eta)}{2\pi c} \cos \chi f(\eta)$$

где

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \left(\left(1 - \frac{\kappa}{\eta^3} \right) + \lambda(\eta) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{\eta^3} \right) \operatorname{tg} \chi \cos \gamma \right)$$

В модели тонкой трубки ($\theta_s \ll \Delta$), если нижняя обкладка диода находится на высоте η_0 , через диод течет электрический ток

$$j = j_{GJ} f(\eta_0)$$

Электростатический потенциал

В этом случае электростатический потенциал Φ равен

$$\Phi = \frac{\Omega F}{2\pi c} (f(\eta) - f(\eta_0)) (1 - \xi^2) \cos \chi \quad \text{при } \eta_0 \leq \eta \leq \eta_c$$

где

$$F = \pi (\theta_s a)^2 B$$

поток магнитного поля через трубку,

η_c – высота верхней обкладки диода, если пульсар выключен, то $\eta_c = \infty$.

Отсюда сразу видно, что

для того чтобы в пульсарном диоде не было потенциальных ям,
в которых могут накапливаться частицы,

$f(\eta)$ должна возрастать при $\eta_0 \leq \eta \leq \eta_c$

Расположение пульсарного диода

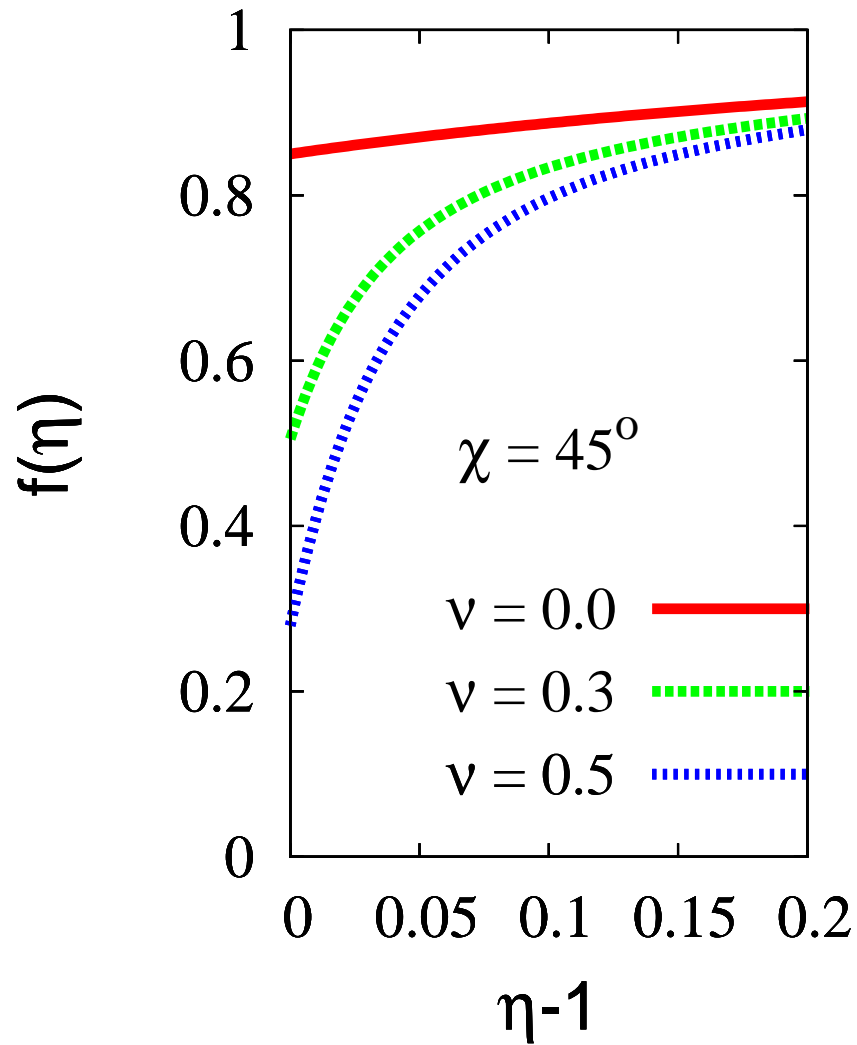
- электрическое поле на обкладках диода равно нулю

в частности в модели тонкой трубки должно выполняться

$$j = j_{GJ} f(\eta_0)$$

- в пульсарном диоде потенциал Φ
монотонно возрастает
- пульсарный диод располагается настолько близко
к нейтронной звезде, насколько это возможно

$$\cos \gamma < 0$$



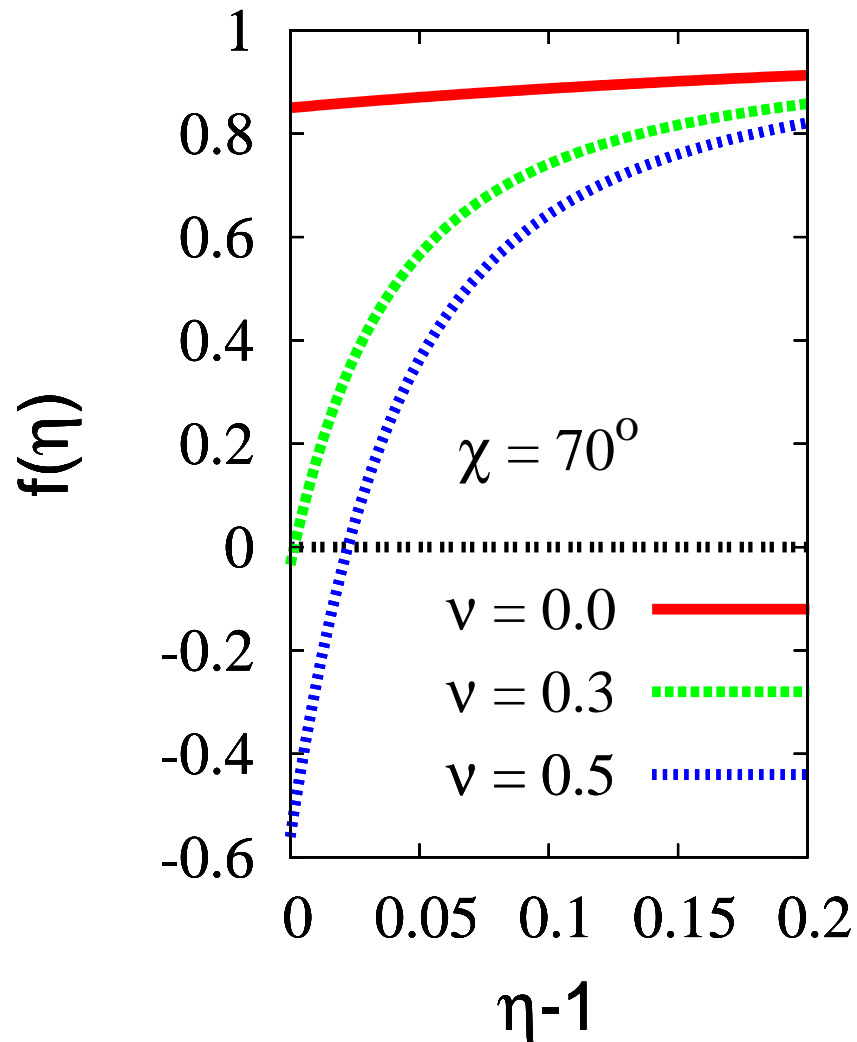
В этом случае $f(\eta)$ является всюду положительной монотонно возрастающей функцией. Поэтому, если $f(\eta_0) \geq 0$, то пульсарный диод можно разместить на поверхности нейтронной звезды.

$$\eta_0 = 1 \quad \text{при } f(1) \geq 1$$

тогда плотность тока электронов в трубке равна

$$j = j_{GJ} f(1)$$

$$\cos \gamma < 0$$



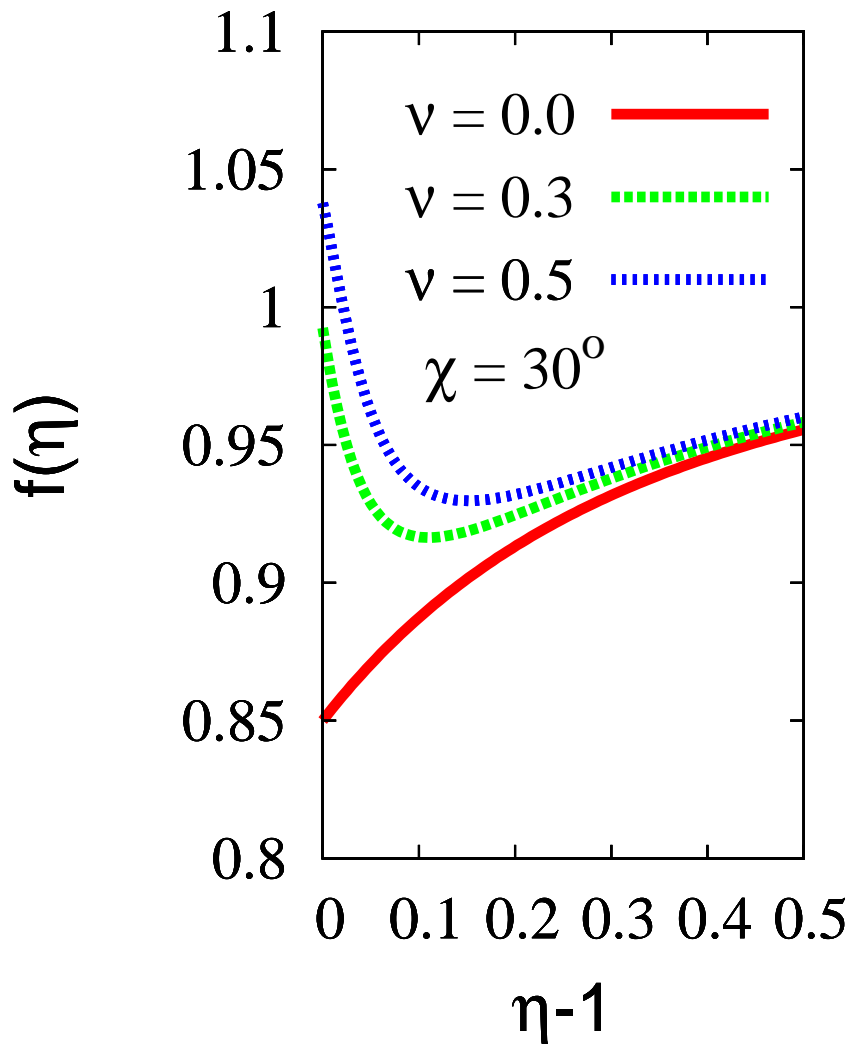
Однако возможен случай, когда на поверхности нейтронной звезды $f(1) < 0$. Тогда предполагается, что вся область $f(\eta) < 0$ заполнена стоячими протонами или позитронами (наподобии тех, что висят в Голдрайх-Джулиановских ушах вне трубки). Они удерживаются от падения на нейтронную звезду очень маленьким электрическим полем. Это электрическое поле компенсирует силу гравитационного притяжения для положительных частиц, а для электронов оно (совместно с гравитационным полем) образует потенциальным барьер, который электронам надо преодолеть, чтобы достичь пульсарного диода. Поэтому электронный ток очень мал и мы можем положить начало пульсарного диода в точке

$$f(\eta_0) = 0$$

По сути весь электронный ток здесь является термотоком и пульсарная трубка работает в режиме Рудермана-Сазерленда. В этом случае очень возможно образование искр.

пульсарная трубка работает в режиме Рудермана-Сазерленда

$$\cos \gamma > 0$$



В этом случае функция $f(\eta)$ всюду положительна, однако она уже не является монотонной. В результате этого нельзя расположить пульсарный диод прямо на поверхности нейтронной звезды, поскольку тогда

- либо $E_{||}$ отлично от нуля на поверхности нейтронной звезды
- либо потенциал Φ сразу становится отрицательным, предотвращая истечение электронов

Поэтому будем помещать пульсарный диод в точке минимума $f(\eta)$. В этом случае у нас истекают с поверхности нейтронной звезды электроны и

$$f(\eta_0) \approx 1$$

Ниже области диода $\eta < \eta_0$ находится область, подобная нижней части пульсарной трубки у "внешнего зазора". Здесь либо потенциал осцилирует Shibata (1997) – если темпы рождения электрон-позитронных пар не велики, либо, если электрон-позитронные пары рождаются очень интенсивно, чередуются области небольших поднятий потенциала (мини-диодов) с областями, где продольное электрическое поле равно нулю и присутствует среда из стоячих электронов.

Нельзя впрочем исключать и варианта, когда практически вся трубка заполнена средой из стоячих электронов, а на высотах $\eta \sim \eta_{LC} = \frac{c}{\Omega a}$ находится "внешний зазор", в котором могут ускоряться идущие вверх протоны. Однако, очевидно, что протоны не могут пройти огромный потенциальный барьер в ножке "внешнего зазора", поэтому $j = 0$.

Впрочем в этом диоде могут ускоряться также падающие вниз электроны, текущие на нейтронную звезду из-за светового цилиндра. В этом случае $j < 0$.

Зависимость $\langle j \rangle$ от χ

Текущий через пульсарную трубку электрический ток хорошо аппроксимируется следующей формулой

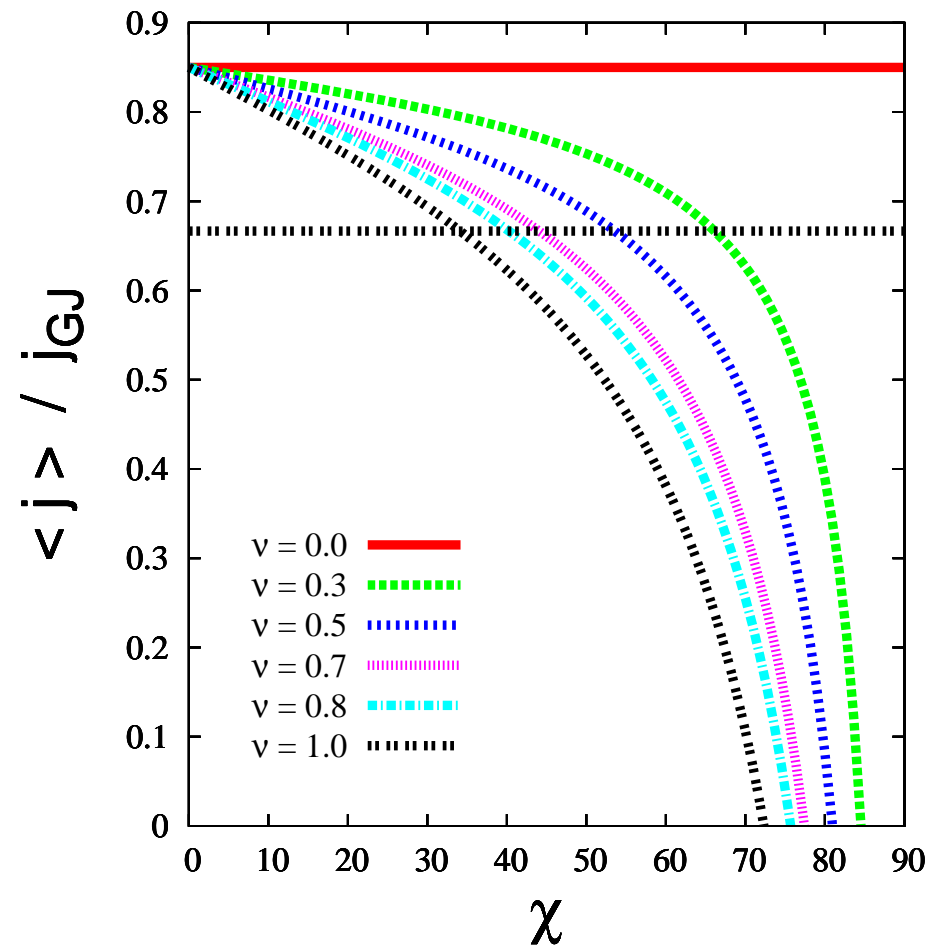
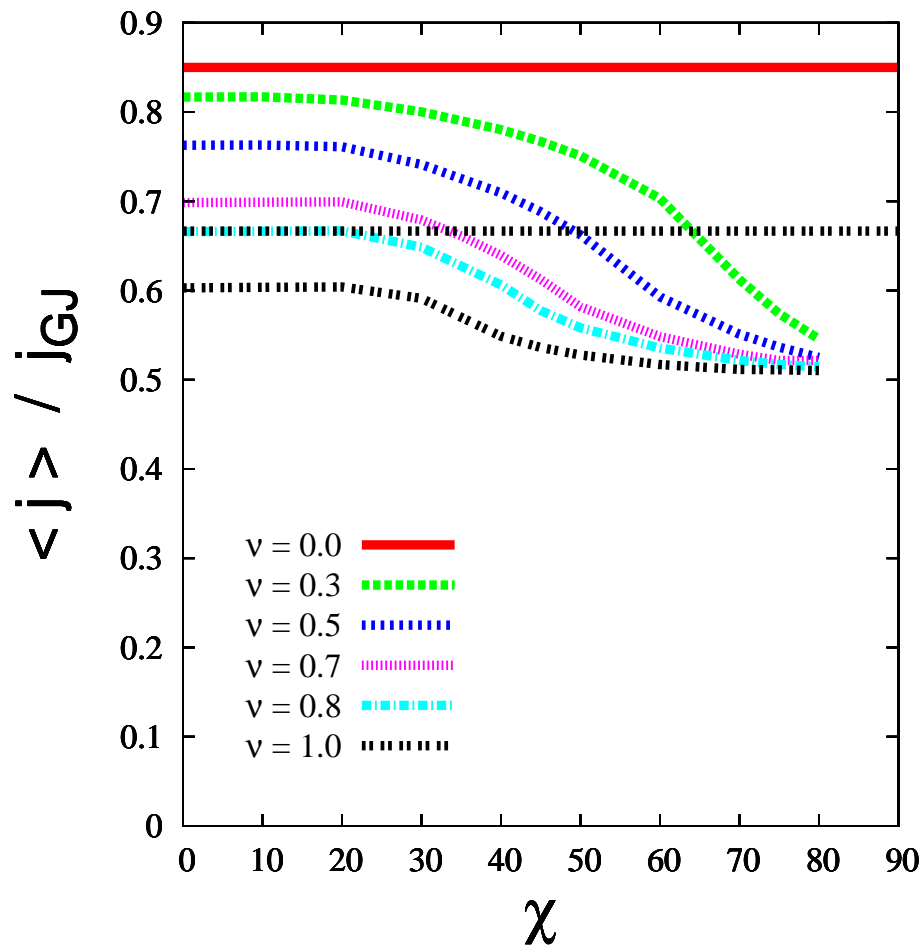
$$j = j_{GJ} \max(1 + \nu \operatorname{tg} \chi \cos \gamma, 0) \quad \text{при } \cos \gamma < 0$$
$$j = j_{GJ} \quad \text{при } \cos \gamma > 0$$

поэтому усредненный за период прецессии ток в пульсарной трубке будет равен при $\nu \operatorname{tg} \chi < 1$

$$\langle j \rangle = 2 \frac{3}{4} j_{GJ} \left(1 - \frac{\nu}{\pi} \operatorname{tg} \chi \right)$$

При усреднении предполагалось, что недипольность ν одна и та же для обеих пульсарных трубок. А вот угол γ может быть произвольным.

Зависимость $\langle j \rangle$ от χ



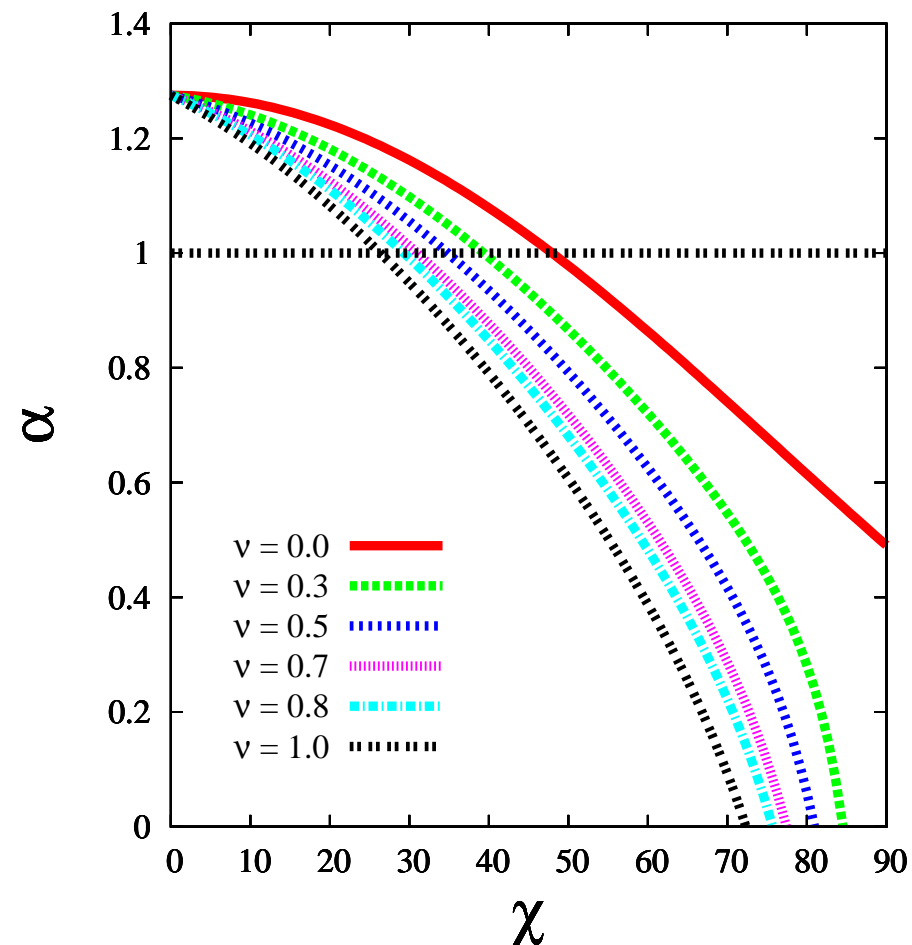
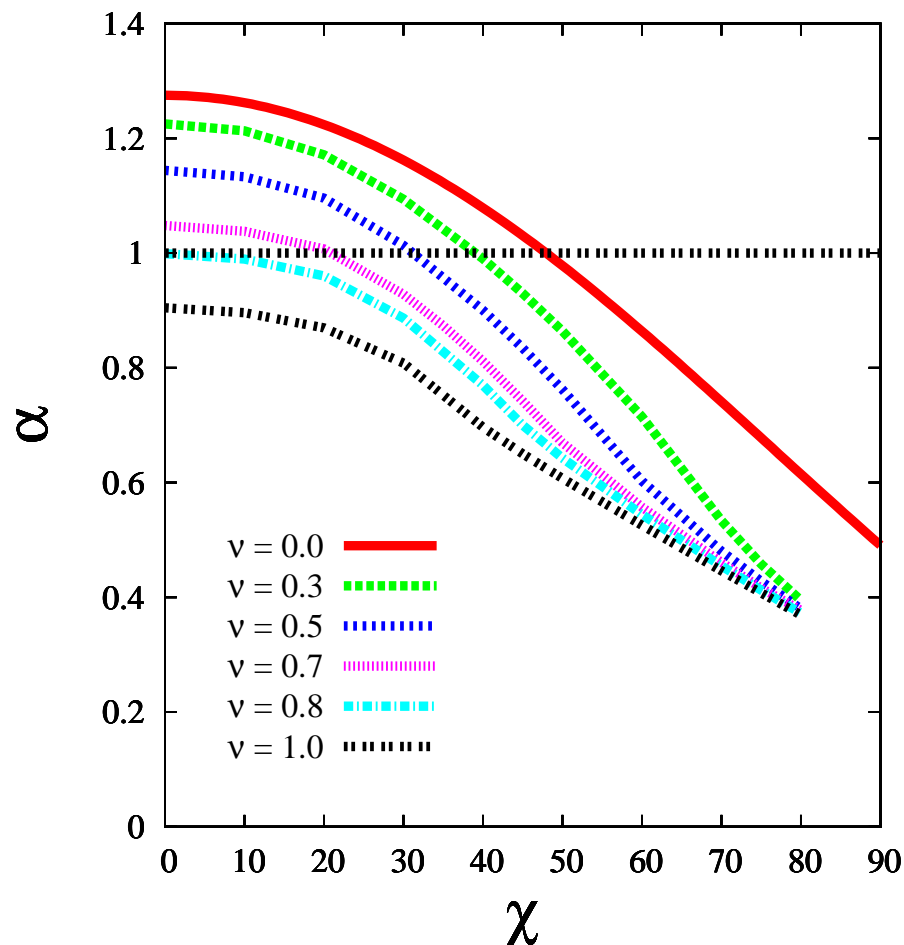
Представлена зависимость усредненного по периоду прецессии тока в пульсарной трубке $\langle j \rangle$ от угла χ .

На правом рисунке представлена аналитическая аппроксимация этой зависимости.

Красная кривая соответствует – чисто дипольному магнитному полю $\nu = 0$, зеленая – $\nu = 0.3$, синяя – $\nu = 0.5$, фиолетовая кривая соответствует $\nu = 0.7$, сине-зеленая – $\nu = 0.8$, черная – $\nu = 1.0$.

Видно что при $\nu \geq 0.8$ ток всегда меньше $\frac{2}{3} j_{GJ}$, т.е. пульсар станет соосным.

Токовые потери



Представлена зависимость токовых потерь α усредненных по периоду прецессии от угла χ .

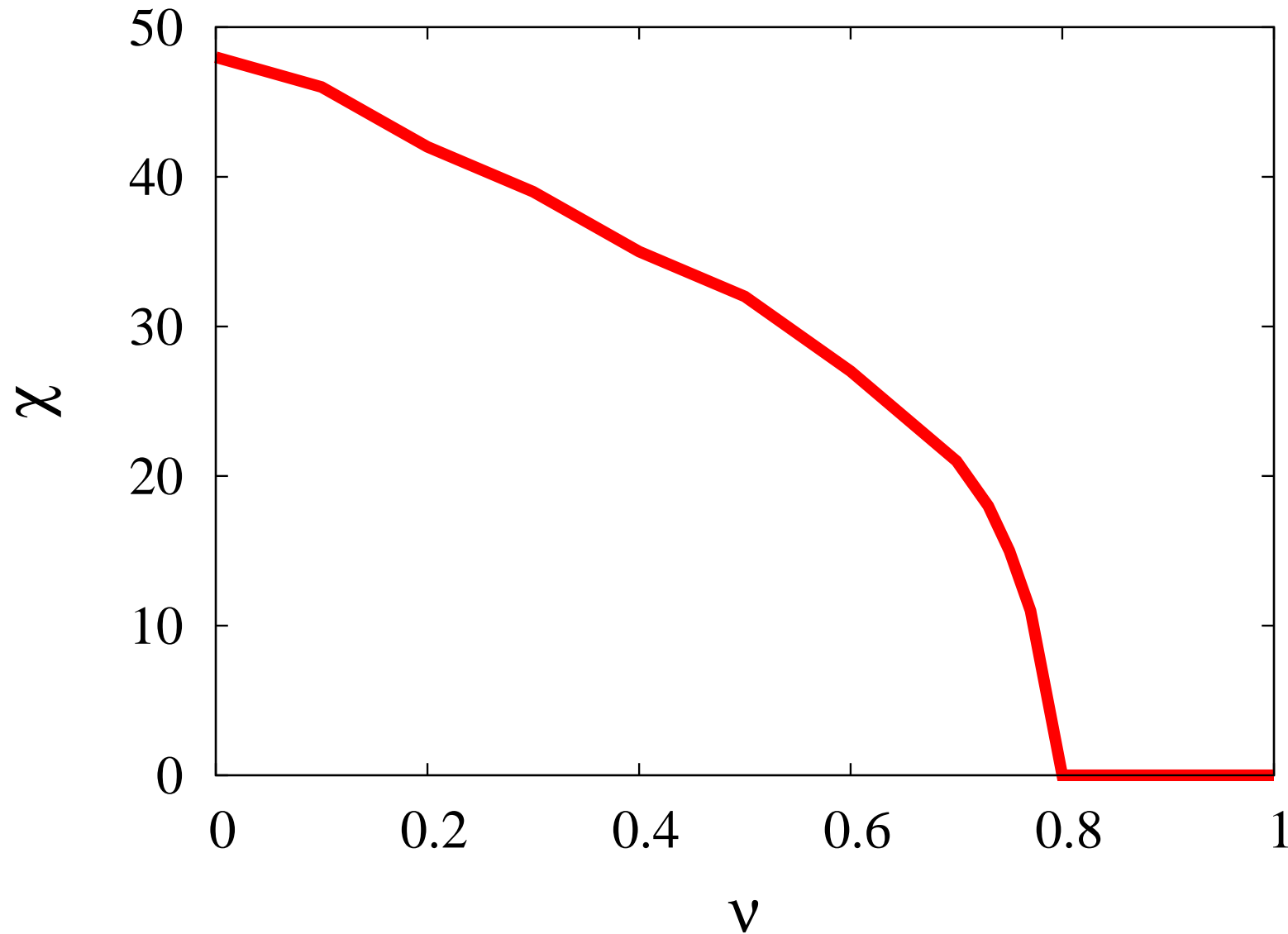
Учитывается зависимость радиуса трубки от угла χ .

На правом рисунке представлена аналитическая аппроксимация этой зависимости.

Красная кривая соответствует – чисто дипольному магнитному полю $\nu = 0$, зеленая – $\nu = 0.3$, синяя – $\nu = 0.5$, фиолетовая кривая соответствует $\nu = 0.7$, сине-зеленая – $\nu = 0.8$, черная – $\nu = 1.0$.

Видно что при $\nu \geq 0.8$ токовые потери всегда меньше 1, т.е. пульсар станет соосным.

Равновесный угол



Показана зависимость равновесного угла χ от недипольности ν . При этом учитывается зависимость радиуса трубки от угла χ .

Видно что при $\nu \geq 0.8$ ток упал настолько, что пульсары вынуждены становиться соосным.

Результаты

Показано, что если потери углового момента радиопульсара представить в виде суммы магнито-дипольных и токовых потерь, то, угол между магнитным моментом и осью вращения радиопульсара стремиться к некоторому равновесному значению (около 45°). Причем это равновесие устойчивое. Здесь существенно, что форма пульсарной трубки зависит от угла χ .

Учет недипольности магнитного поля радиопульсара приводит к изменению этого равновесного угла.

В рамках этой модели не удалось получить пульсары с углами порядка $\chi \sim 60^\circ - 80^\circ$. Кроме того, наиболее обильная пульсарами область углов $\chi \sim 10^\circ - 30^\circ$ соответствует очень узкому интервалу недипольности магнитного поля $\nu \sim 0.7 - 0.8$.