

02;07;12

Темные резонансы в атомарных парах ^{87}Rb при взаимодействии с полем сонаправленных линейно-поляризованных волн различных частот

© Г.А. Казаков,¹ Б.Г. Матисов,¹ И.Е. Мазец,² Ю.В. Рождественский¹

¹ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: kazjor@rambler.ru

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 21 марта 2006 г.)

Представлены результаты теоретического и численного исследований резонансов когерентного пленения населенностей в атомарных парах ^{87}Rb при использовании сонаправленных линейно-поляризованных волн. Проведено сравнение различных схем возбуждения темного резонанса для реализации малогабаритного квантового стандарта частоты нового поколения.

PACS: 32.80.Bx, 06.30.Ft, 42.50.Gy

Введение

В настоящее время особое место занимает проблема стабилизации частоты, что обусловлено как новыми задачами (например, реализацией высокоточного позиционирования объектов на земной поверхности), для решения которых необходимо создавать относительно дешевые и малогабаритные стандарты частоты, так и внедрением новейших технологий в эту область метрологии. Как известно, все квантовые стандарты частоты делятся на первичные, которые используются в качестве частотного репера, и вторичные, которые калибруются по первичному стандарту. В качестве первичного выступают стандарты на основе цезиевого пучка атомов с системой регистрации по методу разнесенных полей Рамсея, поскольку данный тип квантового стандарта наиболее контролируем в смысле минимизации возможных погрешностей, что позволяет достичь стабильности на уровне $(1-3) \cdot 10^{-15}$ [1].

Следует отметить, что в данном случае речь идет о долговременной стабильности, т.е. о наблюдении в течение нескольких месяцев и более. Грубо говоря, такова ошибка измерения частоты реперного перехода между состояниями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия с проекцией магнитного момента, равного нулю.

В то же время существует несколько типов устройств, которые могут быть использованы в качестве вторичных квантовых стандартов частоты — квантовый генератор на молекулах аммиака, водородный лазер и т.д. Общим для всех этих устройств является то, что с течением времени паразитные эффекты, влияющие на степень стабилизации частоты, накапливаются. Это ведет к меньшей, чем у цезиевой трубки, стабильности, что особенно заметно при измерении погрешности частоты на значительных временах. При этом кратковременная стабильность таких вторичных стандартов может быть

сравнима или даже выше стабильности первичного цезиевого стандарта.

Подчеркнем, что практически используются в различных областях науки и техники, именно вторичные стандарты частоты. Новые задачи требуют качественных изменений в параметрах вторичных стандартов как по уровню стабильности, так и занимаемому объему, энергопотреблению, надежности и пр. Естественно, что переход вторичных стандартов на следующий качественный уровень невозможен без новых идей в области стабилизации частоты и новых технологий в их производстве. Одним из таких перспективных направлений в области создания высокостабильных вторичных квантовых стандартов частоты является стабилизация частоты на основе так называемого темного резонанса, который возникает при взаимодействии реальной атомной системы с многочастотным полем оптического излучения [2]. Существование такого специфического (т.е. темного) резонанса обусловлено возникновением в многоуровневой атомной системе деструктивной интерференции различных каналов возбуждения, что является физической сутью эффекта когерентного пленения населенностей (КПН) [3,4]. В результате при выполнении условий для реализации КПН, которые сводятся к наличию двухфотонного резонанса и определенной интенсивности оптического излучения, происходит прекращение возбуждения системы оптическими полями. Практически это означает, что в спектре поглощения возникает резонанс с аномально малым значением показателя поглощения, и именно этот резонанс называется темным. Схема реализации такого стандарта частоты на основе эффекта КПН, использующего поглощение оптического излучения в газовой ячейке с парами щелочных атомов, представлена на рис. 1, *a*. При этом спектроскопическим сигналом является интенсивность оптического излучения, попавшего на фотодетектор, а измеряемой величиной является фототок детектора (рис. 1, *b*).

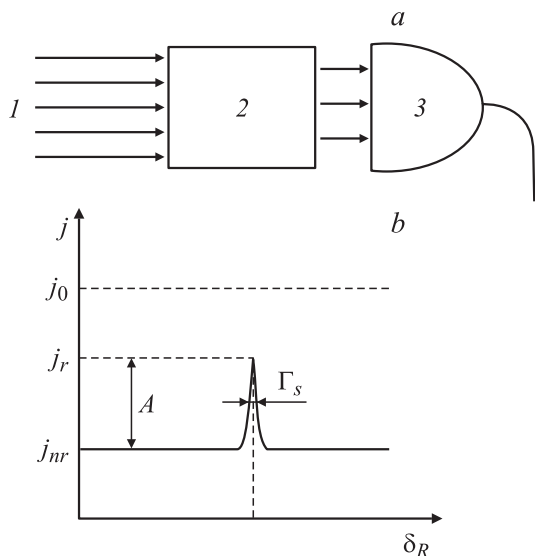


Рис. 1. Схема квантового дискриминатора (а) и вид зависимости тока j фотодетектора от двухфотонной расстройки (b): I — лазерное излучение, 2 — газовая ячейка, 3 — фотодетектор.

Отметим, что в ячейке кроме атомов рабочего вещества присутствует и буферный газ, наличие которого резко уменьшает ширину темного резонанса. В качестве эталонного перехода обычно выбирают радиочастотный переход между подуровнями сверхтонкой структуры основного состояния атомов цезия (^{133}Cs) или рубидия (^{87}Rb) со значением проекции магнитного момента $m = 0$ [5]. Для выделения эталонного перехода из всей совокупности магнитных подуровней газовая ячейка помещается в однородное магнитное поле. При прохождении лазерного излучения сквозь среду рабочих атомов в газовой ячейке происходит возбуждение такого радиочастотного перехода, что особенно привлекательно, так как обеспечивает низкое энергопотребление прибора за счет отсутствия СВЧ-резонатора. Последнее обстоятельство имеет важное практическое значение для реализации стандартов частоты, например в системах высокоточного позиционирования космического базирования. Таким образом, схема возбуждения эталонного перехода оптическим излучением непосредственно определяет стабильность частоты такого стандарта.

Так, в настоящее время предложено и активно исследуются как теоретически, так и экспериментально, несколько схем возбуждения эталонного резонанса в газовой ячейке. Одной из простейших является схема возбуждения атома щелочного металла однонаправленным циркулярно-поляризованным (σ^+ или σ^-) полем. В частности, в Национальном институте стандартов США (NIST) на основе такой схемы был создан миниатюрный, размером несколько миллиметров, стандарт частоты [6]. Однако в данной схеме всегда присутствует как минимум один так называемый холостой уровень, или „карман“, — подуровень основного $S_{1/2}$ -состояния с максимальной (при возбуждении

σ^+ -поляризованным полем) или минимальной (при возбуждении σ^- -поляризованным полем) проекцией полного момента. Атомы, накапливаясь в данном состоянии, выпадают из процесса формирования темного резонанса, что снижает стабильность такого стандарта.

Разными группами исследователей было предложено несколько способов [7–14] решения этой проблемы, в частности, использование встречных циркулярно-поляризованных волн с противоположными поляризациями [7]. Однако в этом случае возникает пространственная периодическая зависимость амплитуды резонанса с периодом порядка длины волны сверхтонкого перехода, что ограничивает размер ячейки несколькими миллиметрами. При использовании такой ячейки важную роль играют процессы релаксации на стенках, и для уменьшения их влияния необходимо существенно увеличивать давление буферного газа (до 0.2 atm [8]), что приводит к снижению амплитуды резонанса, росту его ширины и, следовательно, ухудшению стабильности. Практически данная схема возбуждения позволяет добиться лишь небольшого увеличения амплитуды по сравнению с циркулярно-поляризованными волнами [8]. Радикальное решение проблемы так называемых „карманов“ было предложено в работах [13,14], предполагалось, что поле оптической накачки перпендикулярно регистрирующему резонанс пробному полю. В такой схеме неколлинеарных полей создаются практически идеальные условия как для накачки, так и для регистрации темного резонанса. При этом, однако, существуют значительные трудности при экспериментальной реализации метода неколлинеарной накачки, которые связаны с созданием необходимой конфигурации полей.

В последнее время появился ряд предположений использовать для возбуждения эталонного резонанса поле двух сонаправленных линейно-поляризованных волн, вектора поляризации которых ортогональны („push-pull“ [9] и „lin ⊥ lin“ [10]) или параллельны [11,12] друг другу. В таких схемах отсутствуют „карманы“ и пространственная периодичность амплитуды резонанса, что позволяет надеяться на высокий уровень стабильности таких стандартов. Причем при использовании двух сонаправленных линейно-поляризованных волн с одним направлением поляризации в принципе возможна стабилизация частоты как в минимуме [11], так и в максимуме [12] поглощения.

В настоящей работе представлены результаты теоретического и численного анализа формы темного резонанса в атомарных парах ^{87}Rb для различных схем возбуждения, основанных на использовании сонаправленных линейно-поляризованных волн. Показано, что в случае, когда поляризации лучей параллельны, возможны качественно различные формы линии поглощения в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Следует особо подчеркнуть, что приведенные нами для различных схем возбуждения значения стабильности получены в отсутствие каких-либо предположений о форме темного резонанса.

Параметры темного резонанса

Как было отмечено выше, спектроскопическим сигналом в схеме стандарта частоты (рис. 1, *a*) является интенсивность оптического излучения, попавшего на фотодетектор, по зависимости которой от двухфотонной отстройки $\delta_R = \nu_1 - \nu_2 - \omega_{hfs}$ (где ω_{hfs} — частота сверхтонкого расщепления основного состояния атомов ^{87}Rb ; ν_1, ν_2 — частоты возбуждающих волн), определяется частота эталонного перехода (рис. 2). Так, при сканировании δ_R вблизи нуля наблюдается темный резонанс — узкий пик в спектре поглощения излучения, прошедшего через газовую ячейку (рис. 1, *b*). Существенными для определения стабильности являются такие параметры темного резонанса, как амплитуда, ширина и контраст. Мы определим амплитуду A темного резонанса как разность тока j_r фотодетектора (т.е. фототока) в максимуме темного резонанса и тока j_{nr} , ширину темного резонанса на половине высоты будем в дальнейшем обозначать Γ_S , а контрастом назовем отношение $C(\delta_R) = (j(\delta_R) - j_{nr}) / (j_0 - j_{nr})$, где j_0 — ток фотодетектора в отсутствие газовой ячейки. При этом параметров резонанса, который практически важен для определения кратковременной стабильности атомных часов, является крутизна S , равная модулю второй производной тока фотодетектора по двухфотонной расстройке в максимуме прохождения. Тогда кратковременная стабильность σ_y квантового стандарта частоты, реализованного на эффекте КПН, может быть получена (в пределе дробового шума) посредством [5,15]

$$\sigma_y \approx \frac{\sqrt{j_0 e}}{S \tilde{\Gamma} \omega_{hfs} \sqrt{\tau}}, \quad (1)$$

где $\tilde{\Gamma}$ — ширина линейного участка дискриминационной кривой участка вблизи максимума темного резонанса, на котором вторая производная фототока по двухфотонной расстройке остается практически постоянной, τ — время усреднения, e — заряд электрона.

Если теперь форма линии темного резонанса близка к лоренцеву контуру, то произведение $S \tilde{\Gamma}$ можно оценить

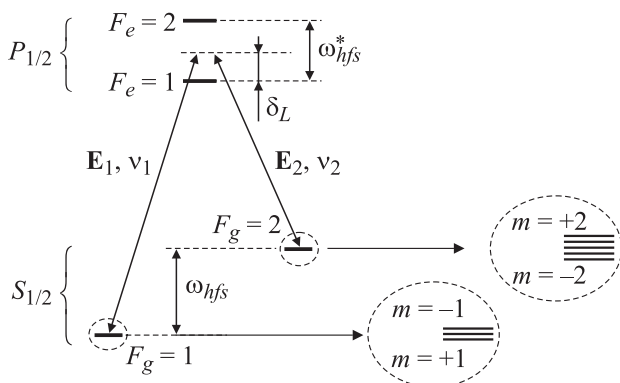


Рис. 2. Общий вид схемы возбуждения атома щелочного металла, δ_L — лазерная отстройка.

как отношение амплитуды резонанса к его ширине, $S \tilde{\Gamma} \approx A / \Gamma_S$. Поэтому во многих работах [2,7,11,16] подчеркивается важность увеличения именно этого параметра для реализации максимальной стабильности. Однако известно, что форма темного резонанса не является лоренцевой [3,4], и для определения параметров, соответствующих максимальной стабильности, необходимо непосредственно оптимизировать величину (1).

Величина тока j фотодетектора при непрерывной и равномерной засветке газовой ячейки может быть найдена в виде [15]:

$$j = (P_0 - \delta P) \frac{e}{\hbar \omega} K = \left(\frac{P_0}{\hbar \omega} - \gamma N \rho_{exc} \right) K e,$$

где P_0 — мощность лазерного излучения, падающего на ячейку, $\delta P = \gamma \hbar \omega N \rho_{exc}$ — поглощаемая в ячейке мощность, $K \approx 1$ — квантовая эффективность фотодетектора, ρ_{exc} — суммарная населенность на подуровнях возбужденного состояния, найденная из системы уравнений для матрицы плотности, ω — частота оптического перехода, γ — скорость распада возбужденного состояния, N — число атомов ^{87}Rb .

Таким образом, из выражения для величины фототока j видно, что для определения тока фотодетектора достаточно найти изменение населенности ρ_{exc} квантовой системы в возбужденном состоянии при взаимодействии с полем оптического излучения в зависимости от величины δ_R двухфотонной отстройки.

Основные уравнения

Для того чтобы найти ρ_{exc} , мы используем уравнения для элементов ρ_{ij} матрицы плотности атомной системы во внешнем электромагнитном поле [17]

$$\dot{\rho}_{ij} = -\frac{i}{\hbar} \sum_k [H_{ik} \rho_{kj} - \rho_{ik} H_{kj}] + \sum_{k,l} \Gamma_{ij,kl} \rho_{kl}, \quad (2)$$

где H_{ik}, H_{kj} — элементы гамильтониана \hat{H} , а $\Gamma_{ij,kl}$ — элементы релаксационной матрицы $\hat{\Gamma}$. Для краткости диагональные элементы матрицы плотности будем называть населенностями, а недиагональные — когерентностями. Гамильтониан \hat{H} в нашем случае может быть представлен как

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hbar \hat{V},$$

где \hat{H}_0 — гамильтониан атома в отсутствие лазерного поля, а $\hbar \hat{V}$ описывает дипольное взаимодействие атомов с полем оптического излучения.

Рассмотрим атом ^{87}Rb в двухчастотном лазерном поле, настроенном в резонанс с переходом $S_{1/2} - P_{1/2}$ (D_1 -линия):

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{\mathbf{E}_1}{2} \exp[i(\nu_1 t - k_1 z)] + \frac{\mathbf{E}_2}{2} \exp[i(\nu_2 t - k_2 z)] + c.c. \quad (3)$$

В резонансном приближении [17] такой атом можно рассматривать как некую квантовую систему, в которой имеются две большие группы уровней — основного (g) и возбужденного (e) состояний. В качестве уровней g выступают различные подуровни $S_{1/2}$, а в качестве e — подуровни $P_{1/2}$ -состояний. Переход $S_{1/2}-P_{1/2}$ является сильным оптическим электродипольным переходом с длиной волны $\lambda \approx 0.8 \mu$. Группы основного и возбужденного состояний состоят из двух сверхтонких компонент — с полными моментами $F = 1$ и 2 . Сверхтонкое расщепление уровней в основном состоянии $S_{1/2}$ составляет $\omega_{hfs} = 6834$, а в возбужденном состоянии $P_{1/2}$ $\omega_{hfs}^* = 812 \text{ MHz}$ [18]. В постоянном внешнем магнитном поле сверхтонкие подуровни в свою очередь испытывают зеемановское расщепление порядка 0.7 MHz/G ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$) между соседними зеемановскими подуровнями. Мы считаем, что компонента поля (3) с частотой ν_i ($i = 1, 2$) действует только на i -й сверхтонкий подуровень основного состояния с $F_g = i$ (рис. 2). Поскольку $\omega_{hfs}^* \ll \omega_{hfs}$, учитываем, что каждая компонента поля может действовать на оба сверхтонких подуровня возбужденного состояния. Тогда оператор \widehat{V} дипольного взаимодействия принимает вид

$$\widehat{V} = \sum_{e, g_1} |e\rangle V_{eg_1}^0 \exp[-i(\nu_1 t - k_1 z)] \langle g_1| + \sum_{e, g_2} |e\rangle V_{eg_2}^0 \exp[-i(\nu_2 t - k_2 z)] \langle g_2| + h.c., \quad (4)$$

где $V_{eg_i}^0 = -\langle e|\widehat{d}\mathbf{E}_i|g_i\rangle/2\hbar$ — частота Раби, а \widehat{d} — оператор дипольного момента атома.

Рассмотрим теперь элементы релаксационной матрицы $\Gamma_{ij,kl}$, входящие в уравнение (2). Элементы $\Gamma_{ee,ee} = -\gamma = -\gamma_{sp} - \gamma_{coll}$ определяют скорость релаксации населенностей возбужденных уровней, которая складывается из скорости спонтанной релаксации $\gamma_{sp} \approx 3.5 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$ [18], и скорости γ_{coll} релаксации за счет столкновений с атомами буферного газа, зависящей от типа газа, давления и температуры ячейки [5]. Приход населенностей в основное состояние за счет распада возбужденных уровней описывается элементами $\Gamma_{gg,ee} = \gamma_{ge}$, где P_{ge} — вероятность перехода атома с уровня e на уровень g . Распад „оптических когерентностей“ ρ_{eg} описывается элементами вида $\Gamma_{eg,eg} = -\gamma' = -(\gamma_{sp}/2 + \gamma_{coll} + \Gamma_{laser})$ [19], где Γ_{laser} — ширина спектра лазера. Релаксация „радиочастотных когерентностей“ $\rho_{gg'}$, $g \neq g'$, описывается элементами $\Gamma_{gg',gg} = -\Gamma_{\perp}$ и существенно зависит от степени корреляции компонент лазерного излучения [3], геометрии и температуры ячейки, давления и типа буферного газа, покрытия стенок ячейки и т. п. [20]. Например, для ячейки со стенками без специального покрытия, которая имеет характерный размер $1-3 \text{ cm}$ при давлении буферного газа $\sim 0.02 \text{ atm}$, $\Gamma_{\perp} 300 \text{ s}^{-1}$ [12] (при условии, что лазерное излучение полностью коррелировано и равномерно заполняет ячейку). Процессы деполаризации основного

состояния учитываются посредством элементов вида $\Gamma_{gg,g'g} = \Gamma_{\parallel} \widetilde{P}_{gg'}$, $g \neq g'$ и $\Gamma_{gg,gg} = -\Gamma_{\parallel}$, где $\Gamma_{\parallel} \sim \Gamma_{\perp}$ — скорость деполаризации, а $\widetilde{P}_{gg'}$ — вероятность перехода атома с уровня g' на уровень g .

Произведем теперь адиабатическое исключение населенностей возбужденных состояний [17] и пренебрежем в уравнениях (2) когерентностями ρ_{ee} , $e \neq e'$, что вполне допустимо при использовании низкоинтенсивного оптического излучения $|dE|/\hbar\gamma \ll 1$, которое используется в квантовых стандартах частоты [21]. Учитывая доплеровское неоднородное уширение, связанное с тепловым движением атома, и конечную ширину спектра оптического излучения с помощью усреднения [22], получим систему уравнений для матрицы плотности в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{gg} &= - \sum_{g''} \left[\sum_e \frac{V_{ge}^0 V_{eg''}^0}{\gamma'} (G_{ge} + iF_{ge}) \right] \rho_{g''g} \\ &- \sum_{g''} \rho_{gg''} \left[\sum_e \frac{V_{g''e}^0 V_{eg''}^0}{\gamma'} (G_{ge} - iF_{ge}) \right] \\ &+ \sum_e P_{eg} \sum_{g', g''} \left[\frac{V_{eg'e}^0 V_{g''e}^0}{\gamma'} (G_{g'e} + G_{g''e} + i(F_{g''e} - F_{g'e})) \right] \rho_{g'g''} \\ &+ \Gamma_{\parallel} \left(\sum_{g' \neq g} \widetilde{P}_{gg'} \rho_{g'g'} - \rho_{gg} \right), \\ \dot{\rho}_{gg'} &= -i\rho_{gg'}(\omega_{gg'} - \nu_g + \nu_{g'}) \\ &- \sum_{g''} \left[\sum_e \frac{V_{ge}^0 V_{eg''}^0}{\gamma'} (G_{g'e} + iF_{g'e}) \right] \rho_{g''g'} \\ &- \sum_{g''} \rho_{gg''} \left[\sum_e \frac{V_{g''e}^0 V_{eg''}^0}{\gamma'} (G_{ge} - iF_{ge}) \right] \\ &- \Gamma_{\perp} \rho_{gg'}, \quad g \neq g', \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} F_{ge} &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y_g(v) dv \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'(v - \omega_{eg} - kv_z)}{\gamma'^2 + (v - \omega_{eg} - kv_z)^2} dv_z, \\ G_{ge} &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y_g(v) dv \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 + (v - \omega_{eg} - kv_z)^2} dv_z. \end{aligned}$$

Здесь $k \approx k_1 \approx k_2$, m — масса атома ^{87}Rb , $Y_g(v)$ — нормированное на единицу спектральное распределение

интенсивностей g -й компоненты поля ($g = 1, 2$), v_z — проекция скорости атома на ось z , T — температура в единицах энергии, ω_{eg} — частота перехода между уровнями e и g . Тогда выражение для суммарной населенности возбужденных состояний, которое определяет ток фотодетектора, имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_{exc} &= \sum_e \rho_{ee} \\ &= \frac{1}{\gamma} \sum_{e, g, g'} \left[\frac{V_{eg}^0 V_{g'e}^0}{\gamma'} (G_{ge} + G_{g'e} + i(F_{g'e} - F_{ge})) \rho_{gg} \right]. \end{aligned}$$

В атомных стандартах частоты спектры обеих компонент лазерного излучения совпадают с точностью до сдвига $\nu_1 - \nu_2$, т.е. $Y_1 \approx Y_2 \approx Y$. В свою очередь δ_R и величина зеемановского расщепления много меньше, чем ω_{hfs}^* и лазерная отстройка δ_L (рис. 2), положим $F_{ge} = \tilde{F}_i$, $G_{ge} = \tilde{G}_i$, где $i = F_e = 1, 2$,

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\nu) d\nu \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'(\delta_L - kv_z + \nu)}{\gamma'^2 + (\delta_L - kv_z + \nu)^2} dv_z, \\ \tilde{F}_2 &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\nu) d\nu \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'(\delta_L - kv_z - \omega_{hfs}^* + \nu)}{\gamma'^2 + (\delta_L - kv_z - \omega_{hfs}^* + \nu)^2} dv_z, \\ \tilde{G}_1 &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\nu) d\nu \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 + (\delta_L - kv_z + \nu)^2} dv_z, \\ \tilde{G}_2 &= \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\nu) d\nu \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2T}\right) \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 + (\delta_L - kv_z - \omega_{hfs}^* + \nu)^2} dv_z. \end{aligned} \quad (6)$$

Подчеркнем, что ширина темного резонанса, которая в значительной степени определяет стабильность квантового стандарта, имеет вид [3]:

$$\Gamma_S \approx W + \Gamma_{\perp},$$

где Γ_{\perp} — скорость поперечной релаксации, а W определяет скорость оптической накачки

$$W = \sum_g \frac{2|V_{eg}^0|^2 G_{ge}}{\gamma'},$$

усредненную по подуровням g основного состояния.

Когерентное пленение населенностей на рабочем переходе в поле двух линейно-поляризованных волн

В этом разделе представлен анализ условий возникновения темного резонанса на эталонном переходе при возбуждении двухчастотной лазерной волной с линейно-поляризованными компонентами, направление распространения которой совпадает с направлением внешнего магнитного поля H . Поле лазерной волны (3), с которой взаимодействует квантовая система уровней атома рубидия, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= \mathbf{e}_x \frac{E_1}{2} \exp[i(k_1 z - \nu_1 t)] \\ &\quad + (\mathbf{e}_x \cos \varphi + \mathbf{e}_y \sin \varphi) \frac{E_2}{2} \exp[i(k_2 z - \nu_2 t)] + c.c. \\ &= \frac{\mathbf{e}_{-1} - \mathbf{e}_{+1}}{\sqrt{2}} \frac{E_1}{2} \exp[i(k_1 z - \nu_1 t)] \\ &\quad + \left(\frac{\mathbf{e}_{-1} \exp(i\varphi) - \mathbf{e}_{+1} \exp(-i\varphi)}{\sqrt{2}} \right) \\ &\quad \times \frac{E_2}{2} \exp[i(k_2 z - \nu_2 t)] + c.c. \\ &= \mathbf{E}_1(z, t) + \mathbf{E}_2(z, t) + c.c., \end{aligned} \quad (7)$$

где φ — угол между плоскостями поляризации компонент лазерного поля, $\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ — циклические орты [23].

Оператор (4) дипольного взаимодействия запишем как

$$\begin{aligned} \hat{V} &= -\hat{d}E = -\sum_{m, m', q} E_1^q |F_e, m'\rangle \langle F_e m' | \hat{d}_q |F_1, m\rangle \langle F_1, m| \\ &\quad - \sum_{m, m', q} E_2^q |F_e, m'\rangle \langle F_e m' | \hat{d}_q |F_2, m\rangle \langle F_2, m| + h.c. \end{aligned}$$

Здесь $q = \pm 1$ — номер циклического орта, E_i^q ($i = 1, 2$) — циклическая проекция соответствующей компоненты поля лазера, \hat{d}_q — соответствующая компонента оператора дипольного момента; нижние состояния обозначены как $|g_i\rangle = |F_g, m\rangle$, где F_g — полный момент, m — проекция момента; верхние состояния — как $|e\rangle = |F_e, m'\rangle$ соответственно. Согласно теореме Вигнера—Экарта [23], матричный элемент оператора

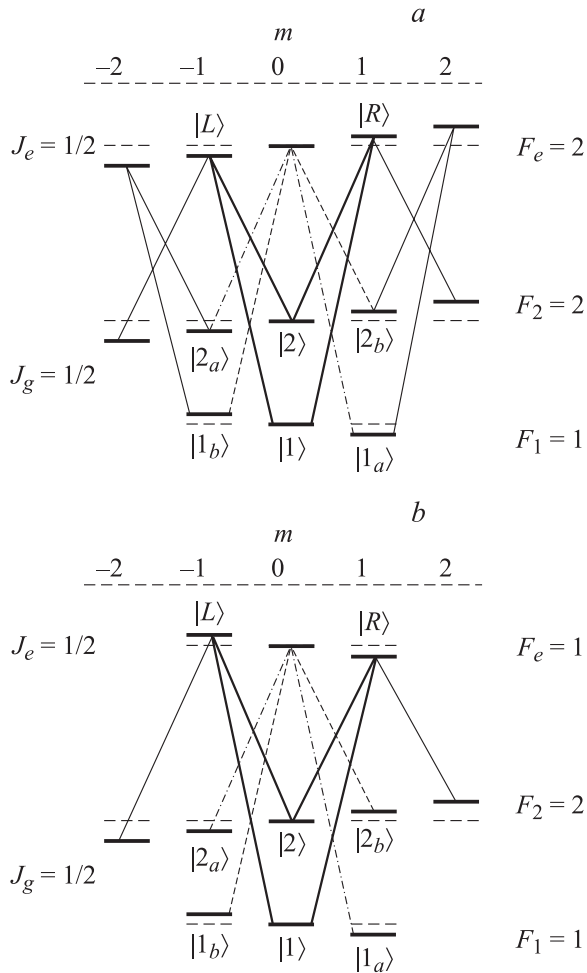


Рис. 3. Схемы оптически индуцированных переходов в атоме ^{87}Rb при возбуждении через уровень $F_e = 2$ (a) и $F_e = 1$ (b). „Замкнутые контуры“, включающие рабочий 0–0-переход, показаны жирными линиями, „паразитные“ Λ -схемы — пунктиром и штрихпунктиром.

дипольного момента может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \langle F_e, m' | \widehat{d}_q | F_g, m \rangle &\equiv \langle F_e, J_e I, m' | \widehat{d}_q | F_g, J_g, I, m \rangle \\ &= (-1)^{F_g + J' + I - 1} \sqrt{2F_g + 1} C_{F_g m' 1 q}^{F_e m'} \\ &\times \left\{ \begin{matrix} J_g & I & F_g \\ F_e & 1 & J_e \end{matrix} \right\} \langle J_e || \widehat{d} || J_g \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

где J_g и J_e — электронные моменты основных и возбужденных состояний соответственно, I — момент ядра, $C_{F_g m' 1 q}^{F_e m'}$ — коэффициент Клебша–Гордана, $\left\{ \begin{matrix} J_g & I & F_g \\ F_e & 1 & J_e \end{matrix} \right\}$ — $6J$ -символ, а $\langle J_e || \widehat{d} || J_g \rangle$ не зависит от полных моментов F_e, F_g и их проекций.

Схемы возбуждения эталонного перехода через изолированный сверхтонкий подуровень состояния $P_{1/2}$ с полным моментом F_e представлены на рис. 3. Как видно, схема возбуждения эталонного перехода всегда

содержит замкнутый контур — двойную Λ -систему. Известно [24], что особенностью возбуждения таких систем является зависимость стационарных населенностей от взаимных ориентаций наведенных оптическим излучением дипольных атомных моментов и векторов поляризации. В качестве упрощенной модели рассмотрим 4-уровневую двойную Λ -схему, состоящую только из уровней $|1\rangle, |2\rangle, |L\rangle$ и $|R\rangle$ (рис. 3). Тогда, согласно (5), получим уравнение для когерентности между рабочими состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{12} \approx & -\rho_{12} \left[\widetilde{G} \sum_{e=L,R} \left(\frac{V_{1e}^0 V_{e1}^0}{\gamma'} + \frac{V_{2e}^0 V_{e2}^0}{\gamma'} \right) \right. \\ & \left. + \Gamma_{\perp} + i \left(\delta_R - \widetilde{F} \sum_{e=L,R} \left(\frac{V_{1e}^0 V_{e1}^0}{\gamma'} - \frac{V_{2e}^0 V_{e2}^0}{\gamma'} \right) \right) \right] \\ & - \frac{V_{1L}^0 V_{L2}^0 + V_{1R}^0 V_{R2}^0}{\gamma'} [\widetilde{G}(\rho_{11} + \rho_{22}) - i\widetilde{F}(\rho_{11} - \rho_{22})]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\widetilde{G} = \widetilde{G}_{1,2}$ и $\widetilde{F} = \widetilde{F}_{1,2}$ при $F_e = 1, 2$. Согласно (8), во вращающейся системе частоты Раби имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} V_{eg}^0 &\equiv E_g^{\pm 1} (-1)^{F_g + J' + I} \sqrt{2F_g + 1} \\ &\times \left\{ \begin{matrix} J & I & F_g \\ F_e & 1 & J' \end{matrix} \right\} \langle J_e || \widehat{d} || J_g \rangle C_{F_g 0 1 \pm 1}^{F_e \pm 1}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $e = L, R$; $g = 1, 2$. Здесь знак „+“ соответствует $e = R$, а знак „–“ — $e = L$. Циклические компоненты $E_g^{\pm 1}$ электрического поля могут быть найдены из (7):

$$E_1^{\pm 1} = \mp \frac{E_1}{2\sqrt{2}}, \quad E_2^{\pm 1} = \mp \frac{E_2}{2\sqrt{2}} \exp(\pm i\varphi). \quad (11)$$

Используя (11) и учитывая, что F_1 и F_2 — целые, $F_2 - F_1 = 1$, а коэффициенты Клебша–Гордана обладают свойством $C_{F_g 0 1 1}^{F_e 1} = (-1)^{F_g + 1 - F_e} C_{F_g 0 1 - 1}^{F_e - 1}$, преобразуем (9) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{12} \approx & -\rho_{12} \left[\widetilde{G} \sum_{e,g} |V_{eg}^0|^2 / \gamma' + \Gamma_{\perp} \right. \\ & \left. + i \left(\delta_R - \widetilde{F} \sum_{e=L,R} (|V_{e1}^0|^2 - |V_{e2}^0|^2) / \gamma' \right) \right] \\ & + \frac{2i |V_{1L}^0 V_{L2}^0| \sin \varphi}{\gamma'} [\widetilde{G}(\rho_{11} + \rho_{22}) - i\widetilde{F}(\rho_{11} - \rho_{22})]. \end{aligned} \quad (12)$$

В уравнении (12) множитель, отвечающий за связь населенностей ρ_{11} и ρ_{22} с когерентностью ρ_{12} пропорционален $\sin \varphi$. В результате для $\varphi = 0$ ($\text{lin} \parallel \text{lin}$) КПН на эталонном переходе отсутствует, тогда как $\varphi = \pi/2$ ($\text{lin} \perp \text{lin}$), напротив, является оптимальным для возникновения КПН на рабочих уровнях. Кроме того, из (12) видно, что при равных интенсивностях обеих

компонент лазерного излучения $|V_{e1}^0|^2 = |V_{e2}^0|^2$ исчезает добавка к расстройке δ_R — так называемый световой сдвиг темного резонанса. Более подробное рассмотрение, учитывающее полную зеемановскую структуру основного состояния показывает, что световой сдвиг не исчезает из-за так называемых „паразитных“ Λ -схем.

Следует особо подчеркнуть, что темные резонансы могут возникать не только на рабочем переходе. В частности, в ячейке с парами ^{87}Rb возможно возбуждение темного резонанса, положение которого совпадает с положением резонанса на рабочем переходе и при $\varphi = 0$ [11,12]. Для демонстрации этого факта следует прежде всего подробно рассмотреть особенности магнитной структуры уровней основного состояния при наложении внешнего магнитного поля.

Зеемановская структура основного состояния

Положение зеемановских подуровней атома с моментом ядра $I \geq 1/2$, моментом электронной оболочки $J = 1/2$ и полным моментом $F = I \pm 1/2$ в слабом внешнем магнитном поле H определяется (в единицах частоты) выражением

$$\begin{aligned} \Delta\omega(I \pm 1/2, m, H) = & -\frac{\omega_{hfs}}{2(2I+1)} \pm \frac{\omega_{hfs}}{2} \\ & - \left(\varepsilon g_I \mu_B m \mp \frac{m(|g_J| \mu_B + \varepsilon g_I \mu_B)}{4\hbar} \right) H \\ & \pm \frac{g_J^2 \mu_B^2}{2\omega_{hfs} \hbar^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{m^2}{8} \right) H^2, \end{aligned} \quad (13)$$

полученным путем разложения формулы Брейта–Раби [5] в ряд Тейлора с точностью до членов второго порядка по H и первого порядка по $H\varepsilon$ включительно, где $\varepsilon = \mu_N/\mu_B \ll 1$. Здесь $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ — магнетон Бора, $\mu_N = e\hbar/2m_p c$ — ядерный магнетон,

$$g_J = -1 - \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

— фактор Ланде электронной оболочки, $g_I = \mu/(I\mu_N)$ — ядерный Ланде-фактор, μ — магнитный момент ядра. Нулевое (по H) слагаемое в (13) дает сверхтонкое расщепление, первое — линейный эффект Зеемана, второе — квадратичный эффект Зеемана.

Как уже отмечалось выше, наряду с двойной Λ -системой, содержащей эталонные уровни, имеются еще и дополнительные двойные Λ -системы, для которых уровни $|1'\rangle = |F_1, m\rangle$ и $|2'\rangle = |F_2, m\rangle$ играют роль рабочих уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$, а уровни $|L'\rangle = |F_e, m-1\rangle$ и (или) $|R'\rangle = |F_e, m+1\rangle$ — роль уровней $|L\rangle$ и (или) $|R\rangle$. Расстояние между уровнями $|1'\rangle$ и $|2'\rangle$ в линейном приближении

$$\omega_{2',1'} \approx \omega_{hfs} + \frac{m|g_J|\mu_B}{2\hbar} H. \quad (14)$$

Для $H \sim 0.1 \text{ Gs}$ и $|g_J| = 2$ (^{87}Rb), $(\omega_{2',1'} - \omega_{hfs})/m = 140 \text{ kHz}$, что существенно превосходит типичную ши-

рину темного резонанса ($10-10^3 \text{ Hz}$), и эти Λ -системы приводят к появлению дополнительных магниточувствительных КПН-резонансов, которые наблюдаются в спектре поглощения [10]. Назовем эти дополнительные резонансы и центральный 0–0 резонанс главными резонансами, количество которых определяется ядерным моментом I и равно $2I$, например, для ^{87}Rb будет 3 главных резонанса, для ^{133}Cs — 7 [10].

Кроме того, в данной схеме взаимодействия присутствуют и другие (так называемые „паразитные“) Λ -системы с нижними состояниями $|1_a\rangle = |F_g = 1, m = 1\rangle$, $|2_a\rangle = |F_g = 2, m = -1\rangle$ и $|2_b\rangle = |F_g = 2, m = 1\rangle$, $|1_b\rangle = |F_g = 1, m = -1\rangle$ (рис. 3). Частоты переходов между нижними состояниями для этих Λ -систем имеют вид

$$\omega_{2a,1a} = \omega_{hfs} + \frac{2g_I\mu_B}{\hbar} \varepsilon H + \frac{3g_J^2\mu_B^2}{8\omega_{hfs}\hbar^2} H^2,$$

$$\omega_{2b,1b} = \omega_{hfs} - \frac{2g_I\mu_B}{\hbar} \varepsilon H + \frac{3g_J^2\mu_B^2}{8\omega_{hfs}\hbar^2} H^2,$$

а частота 0–0-перехода равна

$$\omega_{2,1} = \omega_{hfs} + \frac{g_J^2\mu_B^2}{2\omega_{hfs}\hbar^2} H^2.$$

Видно, что частота эталонного 0–0-перехода чувствительна к амплитуде магнитного поля H лишь во втором порядке, тогда как частоты $\omega_{2a,1a}$ и $\omega_{2b,1b}$ переходов $|1_a\rangle \rightarrow |2_a\rangle$ и $|1_b\rangle \rightarrow |2_b\rangle$ — в первом порядке по магнитному полю H , но с дополнительным малым множителем ε . Поэтому частоты этих переходов намного ближе к величине ω_{hfs} сверхтонкого расщепления, чем частоты между нижними состояниями дополнительных двойных Λ -систем (14), что существенно влияет на форму линии поглощения центрального резонанса как при „ $\text{lin} \perp \text{lin}$ “, так и при „ $\text{lin} \parallel \text{lin}$ “-конфигурациях лазерных полей.

Структура центрального резонанса

Исследуем форму центрального резонанса для различных значений F_e и φ .

Случай $\varphi = \pi/2$ ($\text{lin} \perp \text{lin}$)

В этом случае центральный резонанс формируется из трех КПН-резонансов — эталонного, соответствующего 0–0-переходу, и двух „паразитных“, соответствующих переходам $|1_a\rangle \rightarrow |2_a\rangle$ и $|1_b\rangle \rightarrow |2_b\rangle$. Если возбуждение происходит через изолированный подуровень $P_{1/2}$ -состояния с $F_e = 1$ (т.е. $\delta_L \approx 0$), то амплитуда „паразитных“ резонансов сопоставима с амплитудой 0–0-пика. Когда ширина эталонного резонанса не превышает разности частот $\omega_{2a,1a}$ и $\omega_{2b,1b}$, центральный резонанс оказывается расщепленным (рис. 4, *a, b*), а когда превышает — уширенным (рис. 4, *c*), что в свою очередь ведет к искажению формы линии поглощения. Поэтому переходы $|1_a\rangle \rightarrow |2_a\rangle$ и $|1_b\rangle \rightarrow |2_b\rangle$ мы и называем „паразитными“.

Если же возбуждение темного резонанса производится через сверхтонкий подуровень $P_{1/2}$ -состояния с $F_e = 2$, то переходы с $|1a\rangle$ и $|2b\rangle$ на $|F_e = 2, m = 2\rangle$ и с $|1b\rangle$ и $|2a\rangle$ на $|F_e = 2, m = -2\rangle$ будут разрушать КРН на „паразитных“ переходах, и амплитуда „паразитных“ резонансов окажется много меньше, чем амплитуда „эталонного“. В результате форма линии поглощения

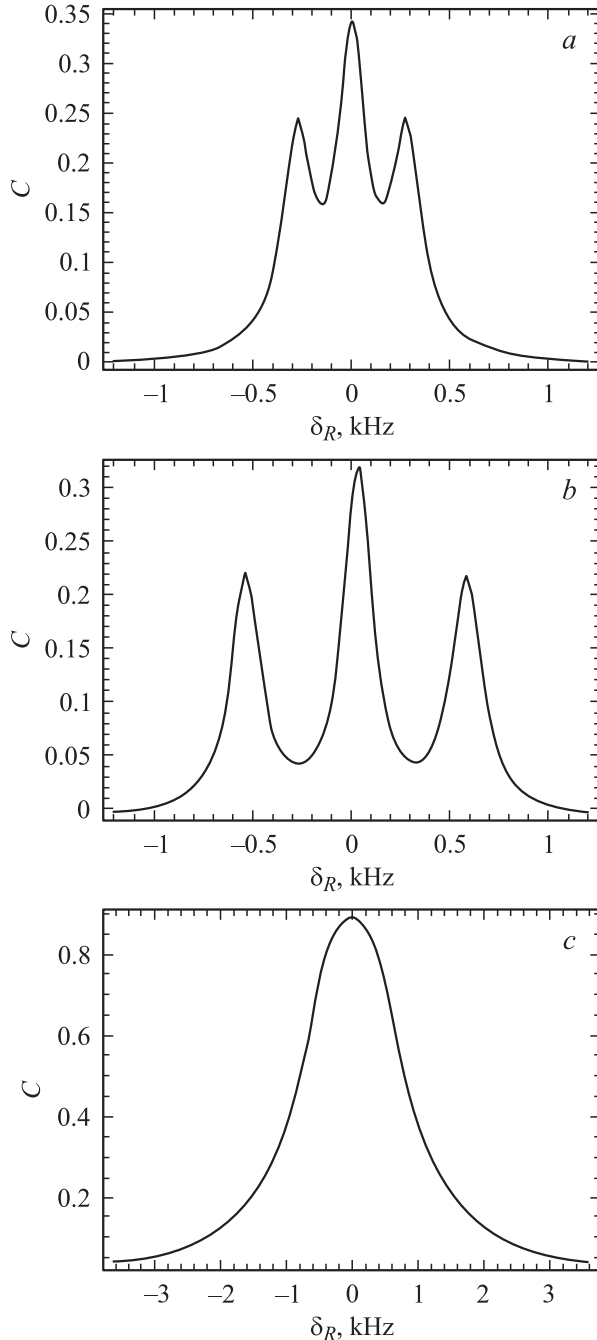


Рис. 4. Форма линии центрального резонанса для „lin \perp lin“-конфигурации при $F_e = 1$. *a* — магнитное поле $H = 0.1$, скорость оптической накачки $W = 250$; *b* — $H = 0.2$, $W = 250$; *c* — $H = 0.1$ G, $W = 2500 \text{ s}^{-1}$ (последний график представлен в другом масштабе, так как ширина резонанса больше, чем в случаях (*a*) и (*b*)), $\Gamma_{\perp} = 200 \text{ s}^{-1}$.

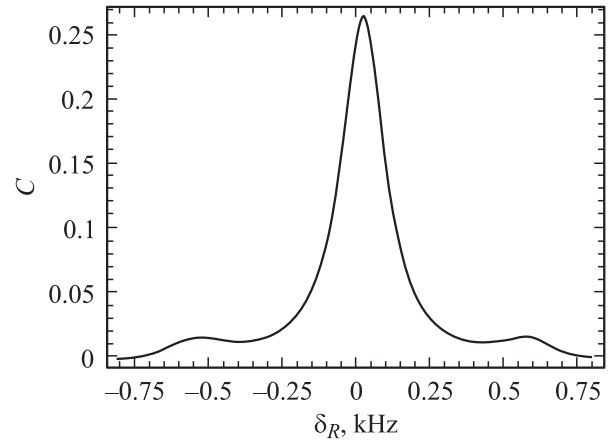


Рис. 5. Форма линии центрального резонанса для „lin \perp lin“-конфигурации при $F_e = 2$, $H = 0.2$ G, $W = 250 \text{ s}^{-1}$, $\Gamma_{\perp} = 200 \text{ s}^{-1}$.

почти не искажается (рис. 5). Однако „паразитные“ переходы всегда влияют на линию темного резонанса, вызывая, в частности, световой сдвиг даже при равных интенсивностях обеих компонент лазерного излучения.

Случай $F_e = 1$, $\varphi = 0$ (lin \parallel lin)

В этом случае в центральном резонансе отсутствует КРН-резонанс, соответствующий эталонному 0–0-переходу. Однако наличие КРН на „паразитных“ переходах при $F_e = 1$ позволяет предложить квантовый стандарт частоты, основанный на использовании линейно-поляризованных коллинеарных лазерных полей ($\varphi = 0$) [11,12]. Рассмотрим зависимость формы линии поглощения от величины внешнего магнитного поля H . Если H мало, т.е. расстояние между „паразитными“ резонансами меньше ширины отдельного резонанса, то они сольются в один пик (рис. 6, кривая 1). С увеличением H резонансы раздвигаются, и между ними образуется провал — псевдорезонанс (рис. 6, кривая 2). Дальнейшее увеличение H приводит к полному разрешению двух темных резонансов, и псевдорезонанс трансформируется в плоское плато (рис. 6, кривая 3). В случае слияния пиков их можно рассматривать как один и использовать в квантовом стандарте для дискриминации частоты [11]. Если же пики разрешены, для дискриминации частоты можно использовать псевдорезонанс [12].

Нами были проведены расчеты прохождения двухчастотного линейно-поляризованного лазерного излучения ($\Gamma_{laser} = 10 \text{ MHz}$) через ячейку диаметром 2 и длиной 2.5 см, содержащую пары ^{87}Rb и 0.005 atm Ne в качестве буферного газа и находящуюся при температуре 50°C . При этом считалось, что интенсивности обеих компонент лазера равны, а сечение луча совпадает с сечением ячейки. Расчеты показывают, что в пределе дробового шума наилучшая кратковременная стабильность $\sigma_y \sim 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ (где τ — время интегрирования) достигается при значении магнитного поля $H = 0.2$ G и интенсивности лазерного излучения $P_0/f = 0.5 \text{ mW/cm}^2$, где f — площадь лазерного пучка. При этих условиях

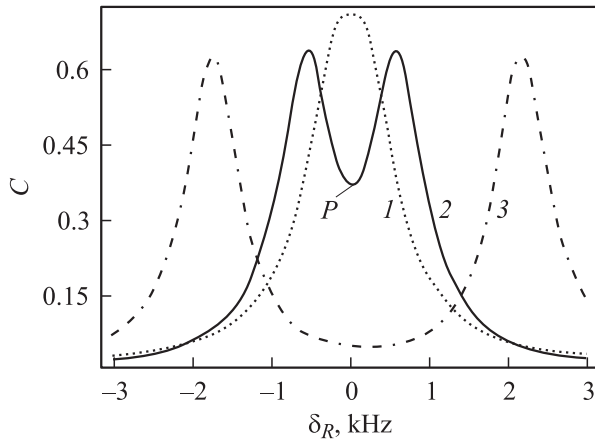


Рис. 6. Форма линии центрального резонанса для „lin || lin“-конфигурации при различных значениях магнитного поля. Кривая 1 соответствует $H = 0.05$, 2 — 0.2, 3 — 0.7 G. Скорости оптической накачки и поперечной релаксации $W = 2800 \text{ s}^{-1}$, $\Gamma_{\perp} = 250 \text{ s}^{-1}$.

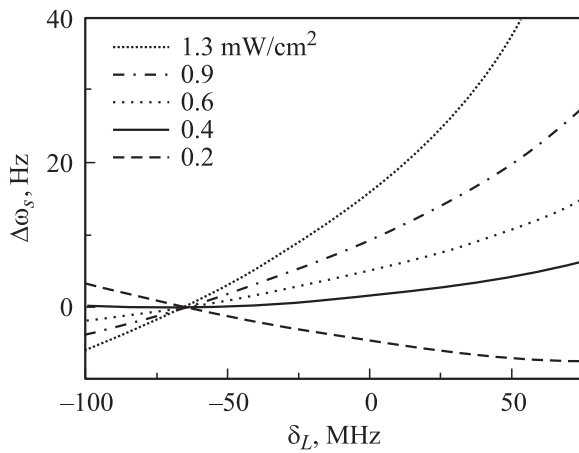


Рис. 7. Зависимость светового сдвига псевдорезонанса $\Delta\omega_s$ от лазерной отстройки для различных значений интенсивности.

скорость оптической накачки $W = 2800 \text{ s}^{-1}$, а скорость поперечной релаксации, рассчитанная по методике [20], составляет $\Gamma_{\perp} = 250 \text{ s}^{-1}$.

Также был проведен расчет зависимости светового сдвига от лазерной отстройки δ_L и интенсивности лазерного поля для ячейки с приведенными выше параметрами. Результаты расчета для случая равных интенсивностей обеих компонент лазерного поля при $H = 0.2 \text{ G}$ приведены на рис. 7. Найдено, что световой сдвиг исчезает при $\delta_L \approx -65 \text{ MHz}$ независимо от полной интенсивности лазерного излучения. Аналогичная ситуация имеет место и для неразрешенного пика. Связано это с тем, что как псевдорезонанс, так и неразрешенный резонанс, образуются при наложении двух „паразитных“ КПН-резонансов. Как показывает анализ, каждый из них оказывается симметричным только при $\tilde{F}_1 = \tilde{F}_2$ (6), что имеет место при $\delta_L \approx -65 \text{ MHz}$ (для приведенных выше параметров). При $\tilde{F}_1 = \tilde{F}_2$ и для равной интенсивности

обеих компонент оптического излучения оба „паразитных“ резонанса располагаются симметрично относительно нуля. Это и приводит к исчезновению светового сдвига вне зависимости от полной интенсивности оптического излучения.

В эксперименте [16] наблюдался как нерасщепленный резонанс, так и псевдорезонанс (в зависимости от величины магнитного поля). Результаты наших расчетов полностью согласуются с результатами эксперимента (для параметров, указанных в [16]).

Сравнение кратковременной стабильности для различных схем возбуждения темного резонанса

Нами были проделаны расчеты кратковременной стабильности σ_y при времени интегрирования $\tau = 1 \text{ s}$ для различных схем возбуждения и для тех же параметров, что указаны ранее. Магнитное поле $H = 0.2 \text{ G}$ для всех схем, кроме „lin || lin“ с нерасщепленным резонансом (кривая 4), для которой $H = 0.05 \text{ G}$. Результаты расчетов представлены на рис. 8.

Из рис. 8 видно, что, во-первых, наилучшие стабильности как для „lin \perp lin“, так и для „lin || lin“-схем практически одинаковы и на порядок лучше, чем стабильность традиционной схемы, использующей циркулярно-поляризованное излучение. Во-вторых, наилучшие стабильности достигаются при интенсивностях лазерного излучения порядка $0.1 - 1 \text{ mW/cm}^2$. В-третьих, для „lin \perp lin“-схемы возбуждения при $F_e = 2$ стабильность лучше, чем при $F_e = 1$, что связано с подавлением (при $F_e = 2$) „паразитных“ резонансов, искажающих форму линий и снижающих ширину $\tilde{\Gamma}$ линейного участка дискриминационной кривой.

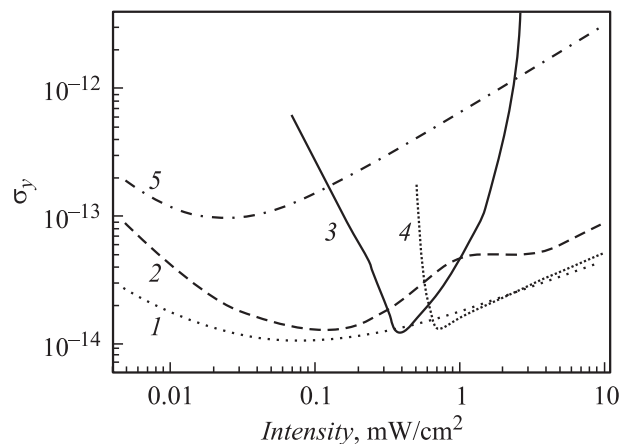


Рис. 8. Зависимость кратковременной стабильности от интенсивности лазерного излучения для различных схем возбуждения. Кривые 1 и 2 соответствуют „lin \perp lin“-схеме с $F_e = 2$ и 1 соответственно, 3 — псевдорезонансу в „lin || lin“-схеме, 4 — нерасщепленному резонансу при $H = 0.05 \text{ G}$, 5 — циркулярно-поляризованному излучению.

Подчеркнем, что расчет σ_y проводился в пределе дробового шума, тогда как в реальности на σ_y существенное влияние оказывают амплитудные и частотные шумы лазера, шумы электронной схемы и пр.

Заключение

В настоящей работе представлены результаты теоретического и численного исследований темного резонанса в атомарных парах ^{87}Rb для различных схем возбуждения, основанных на использовании сонаправленных линейно-поляризованных волн. Подробно исследована зависимость формы темного резонанса от параметров лазерного поля, внешнего магнитного поля и др. Показано, что во многих случаях форма линии отличается от лоренцевой, и поэтому при оценке кратковременной стабильности следует пользоваться методикой, описанной в работе [15]. Приведены результаты расчетов кратковременной стабильности для различных схем возбуждения, найдены оптимальные параметры лазерного поля. Показано, что в конфигурации „ $\text{lin} \perp \text{lin}$ “ высокую кратковременную стабильность можно получить при непрерывном возбуждении лазерным полем с правильным выбором оптимальных параметров. Особое внимание уделено схеме „ $\text{lin} \parallel \text{lin}$ “, в частности, найдены условия, при которых исчезает световой сдвиг максимума (минимума) поглощения.

Работа поддержана грантом INTAS-CNES 03-53-51-75.

Список литературы

- [1] *Guinot B., Arias E.F.* // Metrologia. 2005. Vol. 42. P. S20–S30.
- [2] *Vanier J.* // Appl. Phys. B. 2005. Vol. 81. P. 421–442.
- [3] *Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В.* // УФН. 1993. Т. 163. № 9. С. 1–36.
- [4] *Arimondo E.* // Progress in Optics. 1996. Vol. 35. P. 257–354.
- [5] *Vanier J., Audoin C.* // The quantum Physics of Atomic Frequency Standards. Adam Higler, Bristol, 1989. 1567 p.
- [6] *Knappe S., Schwindt P.D., Shah V.* et al. // Opt. Exp. 2005. Vol. 13. N 4. P. 1249–1253.
- [7] *Таиченачев А.В., Юдин В.И., Величанский В.Л.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 80. С. 265–270.
- [8] *Kargapol'tsev S.V., Kitching J., Hollberg L.* et al. // Laser Phys. Lett. 2004. Vol. 1. N 10. P. 495–499.
- [9] *Post A.B., Jau Y.-Y., Kuzma N.N.* et al. // Phys. Rev. A. 2005. Vol. 72. P. 033 417.
- [10] *Zanon T., Guerandel S., de Clerq E.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 193 002.
- [11] *Taichenachev A.V., Yudin V.I., Velichansky V.L.* et al. // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82. № 7. С. 449–454.
- [12] *Kazakov G.A., Matisov B.G., Mazets I.E.* et al. // Phys. Rev. A. 2005. Vol. 72. P. 063 408.
- [13] *Казakov Г.А., Матисов Б.Г., Дельпорт Ж.* и др. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. № 13. С. 71–77.
- [14] *Kazakov G.A., Mazets I.E., Rozhdestvensky Yu.V.* et al. // Eur. Phys. J. D. 2005. Vol. 35. N 3. P. 445–448.
- [15] *Горный М.Б., Матисов Б.Г., Смирнова Г.М.* и др. // ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 740–746.

- [16] *Зибров С.А., Величанский В.Л., Зибров А.С.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82. С. 534–538.
- [17] *Стенхольм С.* // Основы лазерной спектроскопии. М., 1987. 312 с.
- [18] *Радциг А.А., Смирнов Б.М.* // Параметры атомов и атомных ионов. М., 1986. 344 с.
- [19] *Мазец И.Е., Матисов Б.Г.* // ЖЭТФ. 1992. Т. 101. № 1. С. 26–34.
- [20] *Горный М.Б., Маркман Д.Л., Матисов Б.Г.* // РиЭ. 1985. Т. 50. № 9. С. 1780–1788.
- [21] *Taichenachev A.V., Yudin V.I.* et al. // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 033 810.
- [22] *Батыгин В.В., Жолнеров В.С., Матисов Б.Г.* и др. // ЖТФ. 1980. Т. 50. С. 1825–1835.
- [23] *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* // Квантовая теория углового момента. Л., 1975. 440 с.
- [24] *Kosachev D.V., Matisov B.G., Rozhdestvensky Yu.V.* // J. Phys. B. 1992. Vol. 25. P. 2473–2488.