

# Магнитоиндуцированные поляритонные эффекты в спектрах отражения света от структур с широкими экситонными квантовыми ямами

© Д.К. Логинов

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Петергоф, Россия

E-mail: loginov\_dmitriy@mail.ru

(Поступила в Редакцию 8 декабря 2008 г.  
В окончательной редакции 25 мая 2009 г.)

Развита теоретическая модель, описывающая поведение экситонных поляритонов в широкой квантовой яме для структур с симметрией цинковой обманки при наличии поперечного магнитного поля (геометрия Фогта). Модель учитывает смешивание под действием магнитного поля  $1s-1s$ - и  $1s-2p$ -состояний тяжелых экситонов, позволяя объяснить и количественно описать эффект возгорания в спектрах отражения оптически неактивных состояний, а также магнитоиндуцированное увеличение трансляционной массы экситона. Количественные расчеты спектров выполнены для характерных параметров структур с квантовой ямой на основе CdTe/ZnCdTe.

Работа поддержана комитетом по науке и высшей школе правительства Санкт-Петербурга (договор № 260/08).

## 1. Введение

В настоящей работе сформулирован теоретический подход к описанию экситонных поляритонов с учетом магнитоиндуцированных эффектов, наблюдаемых в спектрах отражения света от структур с широкой квантовой ямой (КЯ) в геометрии Фогта (магнитное поле  $\mathbf{V}$  направлено перпендикулярно волновому вектору света). Теоретические исследования такого рода ранее не публиковались. Первые экспериментальные результаты по исследованию магнитоэкситонов в широкой КЯ были получены и опубликованы всего лишь несколько лет назад [1–4]. Все экспериментальные и теоретические исследования экситонов и поляритонов, которые были выполнены до выхода работ [1–4], посвящены либо интерференции поляритонных волн в КЯ в отсутствие внешнего магнитного поля (например, работы [5–9]), либо магнитоэкситонам и магнитополяритонам в объемном материале [10–16].

Следует подчеркнуть, что в экспериментах [1–4] по измерению оптических спектров КЯ в магнитном поле удалось обнаружить ряд новых эффектов, которые ранее не наблюдались ни в оптических спектрах КЯ при  $\mathbf{V} = 0$ , ни в спектрах магнитоэкситонов в объемных материалах. В частности, в работе [1] поведение экситона в материале GaAs экспериментально моделировалось с помощью непрямых переходов в двух узких, близкорасположенных КЯ GaAs/AlGaAs. Эти эксперименты продемонстрировали, что в ненулевом магнитном поле ( $\mathbf{V} \neq 0$ ), поперечном волновому вектору  $\mathbf{K}$  экситона, происходит рост его эффективной трансляционной массы  $M$ , которая линейно зависит от  $B$ . В работах [2–4] были исследованы спектры магнитоэкситонов в КЯ GaAs/AlGaAs, CdTe/CdZnTe, ZnTe/ZnMgTe как в геомет-

рии Фогта ( $\mathbf{V} \perp \mathbf{K}$ ), так и в геометрии Фарадея ( $\mathbf{V} \parallel \mathbf{K}$ ). При этом был обнаружен эффект зависимости  $g$ -фактора экситона от волнового вектора в геометрии Фарадея.

Для настоящей работы наиболее существенными являются результаты экспериментального исследования спектров отражения света от структуры CdTe/CdZnTe с широкой КЯ в магнитном поле в геометрии Фогта, опубликованные в работе [4]. В экспериментах удалось наблюдать два эффекта. Первый из них состоит в том, что при увеличении  $B$  в спектрах наряду со структурой осцилляций коэффициента отражения, обусловленных интерференцией поляритонных волн, начинают проявляться дополнительные спектральные осцилляции. Эти дополнительные осцилляции, по-видимому, также связаны с интерференцией поляритонных волн вследствие возгорания оптически неактивных состояний ( $1s$ -экситонов с моментом 2). Возгорание оптически неактивных состояний обусловлено смешиванием их с оптически активными состояниями в поперечном магнитном поле, что описывается членами гамильтониана Латтинжера, линейно зависящими от  $B$  [4].

Второй эффект, который авторы [4] наблюдали и интерпретировали феноменологически, состоял в том, что при увеличении магнитного поля в геометрии Фогта происходит увеличение эффективной трансляционной массы экситона, что совпадает с результатами работы [1]. Этот эффект, согласно предположению авторов, обусловлен смешиванием  $1s$ - и  $2p$ -экситонных состояний и описывается квадратичными по волновому вектору  $\mathbf{k}$  членами гамильтониана Латтинжера.

Настоящая работа посвящена разработке теоретической модели, которая учитывает смешивание оптически активного и неактивного  $1s$ -состояний, а также смешивание каждого из них с соответствующими двумя возбуж-

денными  $2p$ -состояниями, объясняя при этом количественно наблюдаемые в эксперименте эффекты. Детали предлагаемого подхода представлены в разделах 2 и 3. В разделе 4 приведены результаты вычислений дисперсионных кривых и спектров отражения, рассчитанных в рамках рассмотренной модели.

## 2. Матричные элементы операторов взаимодействия

При расчетах спектров отражения в настоящей работе использованы параметры той же гетероструктуры CdTe/Cd<sub>0,3</sub>Zn<sub>0,7</sub>Te, которая была использована в [4].

Кристалл CdTe имеет кубическую решетку типа цинковой обманки. В таком кристалле экситонная зона состоит из подзон легких и тяжелых экситонов. Согласно работе [4], особенности отражения, обусловленные вкладом в поляритонный эффект легких экситонов, не проявляются в спектрах. Это обстоятельство связано с тем, что положение дна зоны легких экситонов сдвинуто из-за одноосного механического напряжения в структуре выше дна зоны тяжелых экситонов на 15 meV, так что осцилляции отражения, обусловленные вкладом легкого экситона, находятся за границами исследуемого спектрального интервала. Следует заметить, что рассматриваемые далее слагаемые гамильтониана Латтинжера никогда не смешивают между собой состояния тяжелых и легких экситонов, и по этой причине последние не играют роли в обсуждаемых магнитоиндуцированных эффектах. Это свидетельствует о том, что при вычислениях спектров отражения в заданном спектральном интервале в рассмотрение следует включить только состояния тяжелых экситонов.

В рассматриваемой нами задаче выберем направление оси  $z$  таким, что оно будет совпадать с кристаллографическим направлением [001]. В такой конфигурации свет падает нормально к поверхности гетероструктуры так, что  $K_z = K$  и  $K_x = K_y = 0$ . При этом, поскольку поле перпендикулярно волновому вектору экситона,  $B_z = 0$ .

Экситонный гамильтониан для такой модели включает три слагаемых [13,17]

$$\hat{H}_c(\mathbf{k}) + \hat{H}_v(\mathbf{k}) - e^2/\varepsilon_0 r. \quad (1)$$

Первое слагаемое — гамильтониан электрона в зоне проводимости

$$\hat{H}_c(\mathbf{k}) = \hbar^2 \hat{\mathbf{k}}^2 / 2m_e + \mu_B g_c \boldsymbol{\sigma} \mathbf{B}. \quad (2)$$

Второе слагаемое в (1) — гамильтониан дырки в валентной зоне

$$\hat{H}_v = (\hbar^2/m_0) \left[ \left( \gamma_1 + \frac{5}{2} \gamma_2 \right) \frac{\hat{\mathbf{k}}^2}{2} - \gamma_2 \left( \hat{k}_x^2 J_x^2 + \hat{k}_y^2 J_y^2 + \hat{k}_z^2 J_z^2 \right) \right] + \mu_B \kappa \mathbf{J} \mathbf{B}. \quad (3)$$

Третье слагаемое в (1) — кулоновское взаимодействие электрона с дыркой.

В формулах (1)–(3)  $\mathbf{k}$  обозначает обобщенный волновой вектор частицы (дырки или электрона),  $m_0$  — масса свободного электрона,  $m_e$  — эффективная масса электрона,  $\gamma_1, \gamma_2$  — параметры Латтинжера,  $g_c$  и  $\kappa$  —  $g$ -факторы электрона и дырки,  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $\mathbf{r} = |\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_e|$  — расстояние между электроном и дыркой ( $\mathbf{r}_h$  и  $\mathbf{r}_e$  — радиус-векторы дырки и электрона соответственно). Величины  $J_{x,y,z}^2$  и  $\mathbf{J}$  — матрицы полного углового момента дырки,  $\sigma_{x,y,z}$  — матрицы Паули, приведенные, например, в работах [14,18–20].

Для того чтобы теоретически описать упомянутые во Введении эффекты, нам необходимо рассмотреть два типа операторов, смешивающих состояния экситона. За возгорание дополнительной структуры спектральных осцилляций ответствен следующий член гамильтониана:

$$\hat{V}_{1s1s} = \mu_B g \boldsymbol{\sigma} \mathbf{B}. \quad (4)$$

Отметим, что, поскольку магнитное поле перпендикулярно оси  $z$ , в этом выражении важны только матрицы  $\sigma_x, \sigma_y$ .

Для описания эффекта магнитоиндуцированного увеличения трансляционной массы экситона необходимо слагаемое, которое зависит от произведения  $B$  на некоторую степень волнового вектора  $K$ . Такое слагаемое может быть выведено из членов гамильтониана Латтинжера, приведенных в (2), (3) и зависящих от квадрата обобщенного волнового вектора  $k$  [4],

$$\delta \hat{H} = (\hbar^2/m_0) \left[ \left( \gamma_1 + \frac{5}{2} \gamma_2 \right) \frac{\hat{\mathbf{k}}^2}{2} - \gamma_2 \sum_{\alpha=x,y,z} k_\alpha^2 J_\alpha^2 \right] + \frac{\hbar^2}{2m_e} \hat{\mathbf{k}}^2. \quad (5)$$

Поскольку только  $z$ -компонента волнового вектора экситона отлична от нуля, для описания рассматриваемого эффекта достаточно учесть  $z$ -компоненты обобщенного волнового вектора электрона и дырки в магнитном поле:  $\hat{k}_z^{h,e} = \pm \hat{p}_z / \hbar + (e/\hbar c) A_z + F_{h,e} \hat{K}$ , где  $\hat{p}_z = -i\hbar \partial / \partial z$  ( $z = z_h - z_e$  — координата относительного движения электрона и дырки),  $A_z$  —  $z$ -компонента вектора-потенциала магнитного поля,  $\hat{K} = -i\partial / \partial Z$  ( $Z$  — координата движения центра масс экситона),  $F_{h,e} = m_{h,e} / (m_h + m_e)$ ,  $m_h = m_0 / (\gamma_1 - 2\gamma_2)$ . При возведении в квадрат  $\hat{k}_z^{h,e}$  получается несколько слагаемых, одно из которых пропорционально  $(e/\hbar c) A_z \hat{K}$ . Именно такого типа слагаемые необходимы для объяснения эффекта увеличения трансляционной массы. Другие слагаемые не зависят от подобных произведений и по этой причине не рассматриваются.

Вектор-потенциал в случае стационарного магнитного поля можно выразить через векторное произведение  $A_z = (B_x r_y - r_x B_y) / 2$ , где  $B_x, B_y$  — индукция магнитного поля;  $r_x, r_y$  — проекции радиус-вектора положения дырки относительно электрона. С учетом (5) и того факта, что оператор  $\hat{K}$  коммутирует с  $A_z$ , выражение

для  $(\hat{k}_z^{h,e})^2$  принимает вид

$$(\hat{k}_z^{h,e})^2 = (e/\hbar c)F_{h,e}(B_x r_y - B_y r_x)\hat{K} + \dots \quad (6)$$

Здесь оставлен член, ответственный за увеличение эффективной массы. Переходя к сферическим координатам  $r_x = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $r_y = r \sin \theta \sin \varphi$ , где  $r = \mathbf{r}$  и  $\theta$ ,  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы, из выражений (5) и (6) легко получить искомый оператор взаимодействия

$$\hat{V}_{1s2p} \sim - \left( \frac{\hbar e}{2cM} \right) \hat{K} r (B_x \sin \theta \sin \varphi - B_y \sin \theta \cos \varphi), \quad (7)$$

где  $M = m_h + m_e$  — трансляционная масса экситона.

Для теоретического описания обсуждаемых эффектов необходимо вычислить матричные элементы операторов (4) и (7) на волновых функциях состояний, смешиваемых этими операторами. Обозначим волновые функции экситонных состояний символом  $|L, J\rangle$ , где  $L$  и  $J$  — проекции соответственно орбитального и углового моментов экситона на ось  $z$ . Проекция орбитального момента  $L = 0$  для  $1s$ -состояния и  $L \pm 1$  для  $2p^\pm$ -состояний. Проекция углового момента экситона на ось  $z$ , складывающаяся из соответствующих проекций спинового момента электрона и полного углового момента дырки,  $J = \pm 1, \pm 2$ . Выражения для  $|L, J\rangle$  можно представить в виде [11,13]

$$\begin{aligned} |0, \pm 1\rangle &= |\pm 1\rangle_{\text{ex}} |1s\rangle = |\pm 3/2\rangle_h |\mp 1/2\rangle_e |1s\rangle, \\ |0, \pm 2\rangle &= |\pm 2\rangle_{\text{ex}} |1s\rangle = |\pm 3/2\rangle_h |\pm 1/2\rangle_e |1s\rangle, \\ |\pm 1, \pm 1\rangle &= |\pm 1\rangle_{\text{ex}} |2p^\pm\rangle = |\pm 3/2\rangle_h |\mp 1/2\rangle_e |2p^\pm\rangle, \\ |\pm 1, \pm 2\rangle &= |\pm 2\rangle_{\text{ex}} |2p^\pm\rangle = |\pm 3/2\rangle_h |\pm 1/2\rangle_e |2p^\pm\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

В выражениях (8)  $|1s\rangle$  и  $|2p^\pm\rangle$  обозначают волновые функции относительного движения электрона и дырки  $1s$ - и  $2p$ -экситонных состояний, соответствующие проекциям орбитального момента  $L = 0, \pm 1$ . Символ  $|J\rangle_{\text{ex}}$  — волновая функция движения экситона с моментом  $J$  как целого. Символами  $|j^e\rangle_e$ ,  $|j^h\rangle_h$  ( $j^e = \pm 1/2$ ;  $j^h = \pm 3/2$ ) обозначены собственные функции движения электрона и дырки соответственно, причем  $|J\rangle_{\text{ex}} = |j^e\rangle_e \cdot |j^h\rangle_h$ ,  $J = j^h + j^e$ .

Для вычисления матричного элемента оператора взаимодействия (4) используем выражения (8), ортогональность собственных функций,  $\langle L_1 | L_2 \rangle = \delta_{L_1, L_2}$ ,  $\langle j_1^h | j_2^h \rangle = \delta_{j_1^h, j_2^h}$ , а также соотношение  $\delta_{j_1^h, j_2^h} \cdot \delta_{j_1^h, 1/2} \delta_{j_2^h, -1/2} = \delta_{j_1, \pm 1} \delta_{j_2, \pm 2}$ , следующие из определения  $J_{1,2} = j_{1,2}^h + j_{1,2}^e$  ( $h_{1,2}^h = \pm 3/2$ ,  $j_{1,2}^e = \pm 1/2$ ). При этом выражение для матричного элемента оператора (4) может быть записано в виде

$$V_{1s1s} = (1/2)\mu g B \delta_{L_1, L_2} \delta_{J_1, \pm 1} \delta_{J_2, \pm 2}. \quad (9)$$

Матричный элемент оператора взаимодействия (7) с учетом (8) можно представить в виде произведения  $\langle L_1, J_1 | \hat{V}_{1s2p} | L_2, J_2 \rangle = \langle L_1 | \hat{V}_{1s2p}^{(1)} | L_2 \rangle_{\text{ex}} \langle J_1 | \hat{V}_{1s2p}^{(2)} | J_2 \rangle$ , где  $\hat{V}_{1s2p}^{(2)} = (\hbar/2M)\hat{K}$  — оператор взаимодействия, обус-

ловленного движением экситона, а  $\hat{V}_{1s2p}^{(1)} = (e/c) \times (B_x \sin \theta \sin \varphi - B_y \sin \theta \cos \varphi)r$  — оператор взаимодействия, обусловленного относительным движением электрона и дырки.

Матричный элемент оператора  $\hat{V}_{1s2p}^{(1)}$  на  $s$ -функциях экситона равен нулю, поскольку  $\langle 1s | r_{x(y)} | 1s \rangle = 0$ . В то же время матричный элемент этого оператора на  $s$ - и  $p$ -состояниях отличен от нуля:  $\langle 1s | \hat{V}_{1s2p}^{(1)} | 2p^\pm \rangle = I_0 a_B (iB_x \pm B_y)$ , где  $a_B$  — боровский радиус экситона. Символом  $I_0$  здесь обозначен интеграл от произведения  $r$  на радиальные части волновых функций  $|1s\rangle$  и  $|2p^\pm\rangle$ . Его значение зависит только от квантового числа  $L$ , причем, согласно [11],  $I_0(L+1)|_{L=\pm 2} = 1.29$ . Таким образом, этот оператор описывает смешивание основных  $1s$ - и возбужденных  $2p$ -состояний.

Для матричного элемента оператора взаимодействия  $\hat{V}_{1s2p}^{(2)}$ , обусловленного трансляционным движением экситона, в соответствии с (7) и с учетом представления функций  $|L, J\rangle$  через функции  $|\pm 1\rangle_{\text{ex}}$ ,  $|\pm 2\rangle_{\text{ex}}$  ((см. (8)) легко получить выражение  $\langle J_1 | \hat{V}_{1s2p}^{(2)} | J_2 \rangle = (\hbar/2M)K \delta_{J_1, J_2}$ , где  $K$  — собственное число оператора  $\hat{K}$ . Таким образом матричный элемент оператора (7) можно записать в виде

$$V_{1s2p} = 1.29(\hbar e a_B / 2cM) \times K(iB_x \pm B_y) \delta_{J_1, J_2} \delta_{L_1, 0} \delta_{L_2, \pm 1}. \quad (10)$$

Таким образом, получены выражения, необходимые для описания эффекта возгорания оптически неактивных переходов (выражение (9)) и эффекта магнитоиндуцированного увеличения трансляционной массы экситона (выражение (10)). Как следует из этих выражений, первый эффект обусловлен смешиванием  $1s$ -состояния, а второй —  $1s$ - и  $2p$ -состояний.

### 3. Волновая функция поляритонных состояний, диэлектрическая функция среды, дополнительные граничные условия

Энергия и волновые функции системы взаимодействующих со светом состояний вычисляются с помощью метода теории возмущения, зависящего от времени. Волновая функция в этом случае будет представлена в виде (по аналогии, например, с работами [21,22])

$$\begin{aligned} \Psi(t, Z) &= C_{0,1}(t, Z)|0, 1\rangle + C_{0,2}(t, Z)|0, 2\rangle \\ &+ C_{1,1}(t, Z)|1, 1\rangle + C_{1,2}(t, Z)|1, 2\rangle \\ &+ C_{-1,1}(t, Z)|-1, 1\rangle + C_{-1,2}(t, Z)|-1, 2\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $|0, 1\rangle$ ,  $|0, 2\rangle$  — базисные функции оптически активного и неактивного экситонных  $1s$ -состояний;  $|1, 1\rangle$ ,

$|1, 2\rangle, |-1, 1\rangle, |-1, 2\rangle$  — базисные функции возбужденных экситонных  $2p$ -состояний;  $C_{L,J}(t, Z)$  ( $L = 0, \pm 1, J = 1, 2$ ) — соответствующие этим функциям коэффициенты, зависящие от времени. В выражении (11) учтены члены с базисными волновыми функциями, соответствующими только положительным проекциям полного углового момента экситона, поскольку, как следует из выражений (9) и (10), состояния с разными знаками проекции полного момента  $J$  не смешиваются операторами (4) и (7). Взаимодействие со светом также не смешивает эти состояния, и поэтому поляритонные уравнения для системы состояний с  $+J$  и  $-J$  являются полностью независимыми и могут решаться по отдельности. Поскольку эти состояния являются вырожденными, решения обоих уравнений полностью идентичны.

Волновые функции (11) находятся при решении стандартного уравнения Шредингера с зависящим от времени гамильтонианом, в котором учтено светоэкситонное взаимодействие и магнитоиндуцированное смешивание экситонных состояний (по аналогии с [21,22])

$$(\hat{H} + \hat{V}_{1s1s} + \hat{V}_{1s2p} - \hat{d}E)\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (12)$$

Здесь

$$\hat{H} = E_g + \left( -\frac{\hat{p}^2}{2m_h} + \frac{\hat{p}^2}{2m_e} - \frac{e^2}{\epsilon_a r} \right) + \frac{\hbar^2 \hat{K}^2}{2M}$$

— гамильтониан невозмущенного состояния экситона. Его матричный элемент

$$\langle L_1, J_1 | \hat{H} | L_2, J_2 \rangle = \left( \hbar\omega_0^{(L,J)} + \frac{\hbar^2 K^2}{2M} \right) \delta_{L_1, L_2} \delta_{J_1, J_2},$$

где  $\hbar\omega_0^{(L,J)} = E_g - R_L \pm \Delta_J$  — энергии для экситонной зоны,  $E_g$  — ширина запрещенной зоны,  $R_L$  — энергия связи для основного ( $L = 0$ ) и первого возбужденного ( $L = 1$ ) состояний экситона,  $\pm \Delta_J$  — расщепление оптически активных и неактивных состояний, обусловленное обменным взаимодействием (знаки „+“ и „-“ отвечают значениям  $J = 1$  и  $2$  соответственно). Слагаемое  $-\hat{d}E$  в гамильтониане в уравнении (12) описывает светоэкситонное взаимодействие,  $\hat{d}$  — оператор дипольного момента, а  $E$  — напряженность электромагнитного поля.

Поскольку взаимодействие экситона со светом описывается периодическим по времени возмущением, коэффициенты в (11) можно записать в виде

$$C_{(L,J)}(t, Z) = C_{(L,J)}(\omega, K) e^{-i(\omega t - KZ)}. \quad (13)$$

Для вычисления коэффициентов  $C_{L,J}(\omega, K)$  ( $L = 0, \pm 1; J = 1, 2$ ) используется стандартная процедура (см. [21,22]). Из (12) с учетом (9), (10), (11), (13)

можно получить

$$C_{0,1}(\omega, K) = \frac{H_{1,1}(\omega, K)H_{-1,1}(\omega, K)Y_2(\omega, K)dE_0}{Y_1(\omega, K)Y_2(\omega, K) - Y_3(\omega, K)},$$

$$C_{0,2}(\omega, K) = -\frac{\Pi(\omega, K)V_{1s1s}dE_0}{Y_1(\omega, K)Y_2(\omega, K) - Y_3(\omega, K)},$$

$$C_{L,1}(\omega, K) = \frac{H_{L,1}(\omega, K)V_{1s2p}Y_2(\omega, K)dE_0}{Y_1(\omega, K)Y_2(\omega, K) - Y_3(\omega, K)},$$

$$C_{L,2}(\omega, K) = -\frac{\Pi(\omega, K)V_{1s1s}V_{1s2p}dE_0}{H_{L,2}(\omega, K)(Y_1(\omega, K)Y_2(\omega, K) - Y_3(\omega, K))}, \quad (14)$$

где  $L = \pm 1, E_0$  — амплитуда электрического поля световой волны,  $d$  — матричный элемент оператора дипольного момента экситона. Для более компактной записи введены следующие обозначения:

$$Y_J(\omega, K) = H_{0,J}(\omega, K)H_{1,J}(\omega, K)H_{-1,J}(\omega, K) - G_J(\omega, K),$$

$$G_J(\omega, K) = -V_{1s2p}V_{1s2p}^*H_{1,J}(\omega, K) - V_{1s2p}V_{1s2p}^*H_{-1,J}(\omega, K),$$

$$Y_3(\omega, K) = V_{1s1s}^2\Pi(\omega, K),$$

$$\Pi(\omega, K) = H_{1,1}(\omega, K)H_{-1,1}(\omega, K)H_{1,2}(\omega, K)H_{-1,2}(\omega, K),$$

$$H_{L,J} = \hbar \left( \omega_0^{(L,J)} - \omega + \hbar K^2/2M - i\Gamma/2 \right).$$

Здесь  $J = 1, 2$ , величина  $\hbar\omega$  — энергия возмущенного смешанного состояния,  $i\Gamma/2$  — феноменологический параметр, определяющий обратное время жизни экситона (полуширину спектральной линии).

Для вычисления магнитоэкситонного вклада в поляризуемость среды используется выражение, описывающее связь плотности дипольного момента экситона с полем световой волны [23]. Поскольку разрешенными являются только переходы в светлое экситонное состояние с  $L = 0$  и  $J = 1$ , в это выражение входит только член с коэффициентом  $C_{0,1}$

$$C_{0,1}d/\Omega = p(\omega, K)E_0, \quad (15)$$

где  $d/\Omega$  — плотность дипольного момента ( $\Omega$  — объем элементарной ячейки кристалла);  $4\pi p(\omega, K) = \varepsilon(\omega, K) - \varepsilon_0$  — экситонный вклад в диэлектрическую функцию среды;  $\varepsilon_0$  — фоновая диэлектрическая функция среды.

Выражение для диэлектрической функции среды с учетом магнитоэкситонного вклада выводится из первого из уравнений (14) и уравнения (15) и имеет вид

$$\varepsilon(\omega, K) = \varepsilon + \frac{H_{1,1}(\omega, K)H_{-1,1}(\omega, K)Y_2(\omega, K)d^2/\Omega}{Y_1(\omega, K)Y_2(\omega, K) - Y_3(\omega, K)}, \quad (16)$$

где  $d^2/\Omega \equiv \hbar\omega_{LT}\varepsilon_0$ , причем  $\hbar\omega_{LT}$  — энергия продольно-поперечного расщепления.

Для дальнейших вычислений необходимо получить дисперсионные зависимости  $\omega(K)$ , а также ввести дополнительные граничные условия (ДГУ). Дисперсионные зависимости  $\omega(K)$  определяются при подстановке (16) в дисперсионное уравнение для нормальных волн  $\varepsilon(\omega, K) = (cK/\omega)^2$  [24]. Полученное в результате этой подстановки уравнение имеет семь решений, соответствующих семи дисперсионным зависимостям: шести экситоноподобным модам (основным оптически активному и неактивному экситонным  $1s$ -состояниям и четырем возбужденным  $2p$ -состояниям) и одной фотоподобной моде.

ДГУ необходимо ввести для каждой из шести экситоноподобных мод, по одному дополнительному граничному условию на каждой гетерогранице [25]. Из условия обращения в нуль волновых функций экситона на границе  $Z_1$  и  $Z_2$  КЯ, уравнения (13) и дисперсионных зависимостей  $\omega(K_j)$  ( $j = 1, \dots, 7$ ) нетрудно получить следующие выражения для ДГУ:

$$\sum_{j=1}^7 C_{L,J}(\omega, K_j) (E_j^+ e^{iK_j Z_{1,2}} + E_j^- e^{-iK_j Z_{1,2}}) = 0, \quad (17)$$

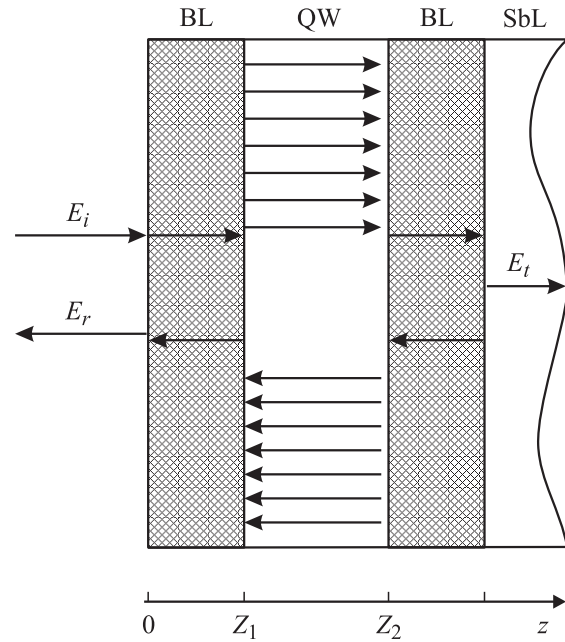
$$L = 0, \pm 1, \quad J = 1, 2,$$

где  $E_j^+$  и  $E_j^-$  ( $j = 1, \dots, 7$ ) — амплитуды электрического поля поляритонных волн, распространяющихся внутри КЯ, в положительном и отрицательном направлениях вдоль оси  $z$ ;  $K_j$  — волновые векторы поляритонных волн, являющиеся корнями дисперсионного уравнения. ДГУ используются при вычислении коэффициента отражения света от гетероструктуры.

Коэффициент отражения рассчитывается стандартным образом:  $R(\omega) = |E_r/E_i|^2$ , где  $E_r$  и  $E_i$  — амплитуды отраженной и падающей электромагнитных волн соответственно. Амплитуда отраженной волны находится путем решения системы линейных уравнений, состоящей из известных граничных условий уравнений Максвелла для диэлектрических сред и условий на волновые функции (17).

#### 4. Результаты и обсуждение

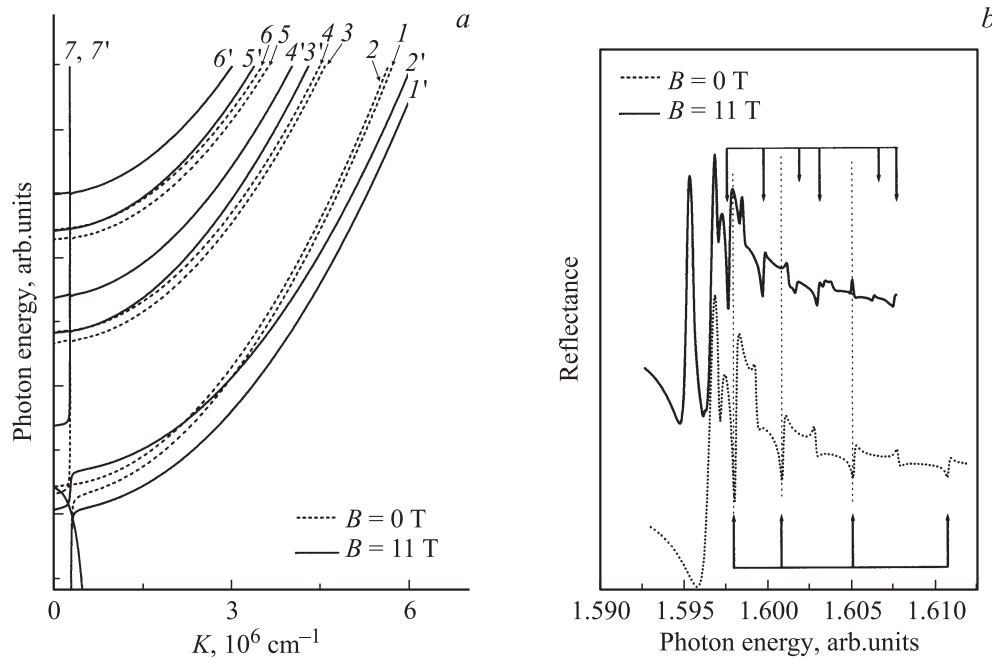
Полученные выше выражения были использованы при расчетах спектров отражения света от модельной гетероструктуры, показанной на рис. 1. Будем рассматривать гетероструктуру с квантовой ямой CdTe/Cd<sub>0.96</sub>Zn<sub>0.04</sub>Te с тем, чтобы сравнить результаты расчета с экспериментальными данными [4]. В указанной работе толщина слоя CdTe была равна 66 nm, а толщина барьеров Cd<sub>0.96</sub>Zn<sub>0.04</sub>Te — 80 nm. Для моделирования спектров отражения экситонные параметры были взяты из независимых работ, опубликованных ранее [9,15,16,26–34]: энергия продольного расщепления  $\hbar\omega_{LT} = 0.85$  meV, трансляционная масса экситона  $M = 0.71m_0$ , обратное время жизни  $\hbar\Gamma/2 = 0.2$  meV, фоновая диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_0 = 9.7$ , ширина запрещенной зоны  $E_g = 1.599$  eV,



**Рис. 1.** Схема исследуемой гетероструктуры CdTe/CdZnTe. BL — барьерный слой CdTe; QW — исследуемая широкая КЯ; SbL — подложка CdTe, на которой выражена структура. Внизу изображена ростовая ось  $z$ , на которой  $Z_1$  и  $Z_2$  обозначают границы широкой КЯ. Стрелками показаны направления волн, распространяющихся в каждом слое гетероструктуры.  $E_i$ ,  $E_r$ ,  $E_t$  — амплитуды электрического поля падающей, отраженной и прошедшей световых волн соответственно. В КЯ стрелками показаны обсуждающиеся в модели семь поляритонных волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях по оси  $z$ .

энергии связи  $1s$ -состояний  $R_1 = 11$  meV и возбужденных  $2p$ -состояний  $R_2 = 2.75$  meV, энергия обменного расщепления экситонных состояний  $2\Delta_J = 0.04$  meV. Никакие свободные параметры в расчетах не использовались.

Пример вычисления дисперсионных зависимостей и соответствующих им спектров отражения представлен на рис. 2, *a* и *b*, демонстрирующих проявление обоих магнитоиндуцированных эффектов. На рис. 2, *a* показаны поляритонные дисперсионные зависимости в нулевом и сильном магнитных полях. Две зависимости соответствуют  $1s$ -состояниям (кривые 1 и 2), а расположенные выше остальные четыре экситоноподобные зависимости —  $2p$ -состояниям (кривые 3–6). Со светом взаимодействует только  $1s$ -состояние с угловым моментом  $J = 1$ . Следует обратить внимание на то, что оптически неактивное  $1s$ -состояние ( $J = 2$ ) расположено выше  $1s$ -оптически активного для маленьких волновых векторов  $K$  и ниже для больших. Их антипересечение, обусловленное обменным взаимодействием, находится приблизительно в той же области, что и антипересечение экситоноподобных и фотоподобных мод. Дисперсионные ветви для  $2p^+$ - и  $2p^-$ -состояний на рис. 2, *a* раздвинуты по энергии для наглядности, хотя



**Рис. 2.** *a)* Дисперсионные зависимости для поляритонных мод в CdTe при  $B = 0$  и 11 Т, рассчитанные с учетом взаимодействия  $1s$ - и  $2p$ -состояний, матричный элемент которого  $V_{1s2p}$  зависит от волнового вектора  $K$ . Цифрами 1, 2 и  $1'$ ,  $2'$  помечены дисперсионные ветви, связанные с оптически активным и неактивным  $1s$ -состояниями тяжелого экситона ( $|0, 1\rangle$  и  $|0, 2\rangle$  соответственно). Дисперсионные кривые 3–6 и  $3'$ – $6'$  — моды с преобладающим вкладом  $2p$ -состояний ( $|1, 2\rangle$ ,  $|1, 1\rangle$ ,  $|-1, 2\rangle$ ,  $|-1, 1\rangle$  соответственно). Кривые 7 и  $7'$  — фотоподобная мода. *b)* Спектры отражения, рассчитанные для  $B = 0$  и 11 Т. Длинными стрелками указаны спектральные положения основных осцилляций отражения в спектре, рассчитанном для  $B = 0$  Т (внизу) и для  $B = 11$  Т (вверху). Короткими стрелками указаны спектральные положения возгорающих осцилляций, обусловленных оптически неактивными экситонами. Вертикальные линии проведены для наглядной демонстрации сдвига спектральных осцилляций в магнитном поле.

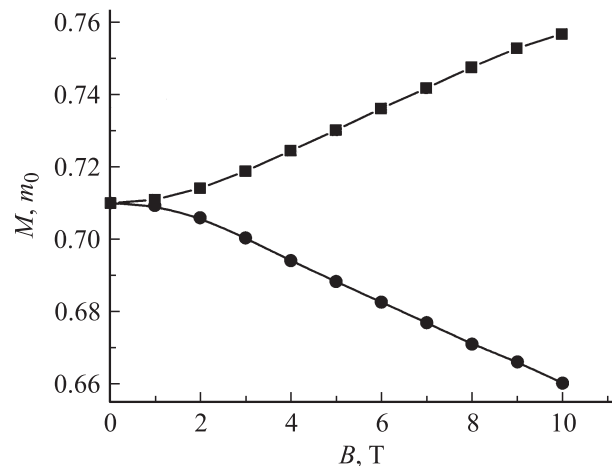
в нулевом магнитном поле они вырождены. Обменное расщепление между состояниями с угловыми моментами  $J = 1$  и  $J = 2$  (кривые с четными и нечетными номерами на рис. 2, *a*) для наглядности также показано существенно большим, чем для реальной структуры.

В ненулевом поперечном магнитном поле появляется дополнительное расщепление  $1s$ -поляритонных ветвей (кривые 1 и 2), которое обусловлено смешиванием оптически активного ( $|0, 1\rangle$ ) и неактивного ( $|0, 2\rangle$ ) состояний взаимодействием  $V_{1s1s}$  (9). В спектрах отражения это взаимодействие приводит к появлению дополнительной структуры осцилляций отражения (рис. 2, *b*), обусловленной „возгоранием“ состояния  $|0, 2\rangle$ , которое становится при этом оптически активным. Такое возгорание поляритонных особенностей действительно наблюдается в эксперименте, как это обсуждается в работе [4].

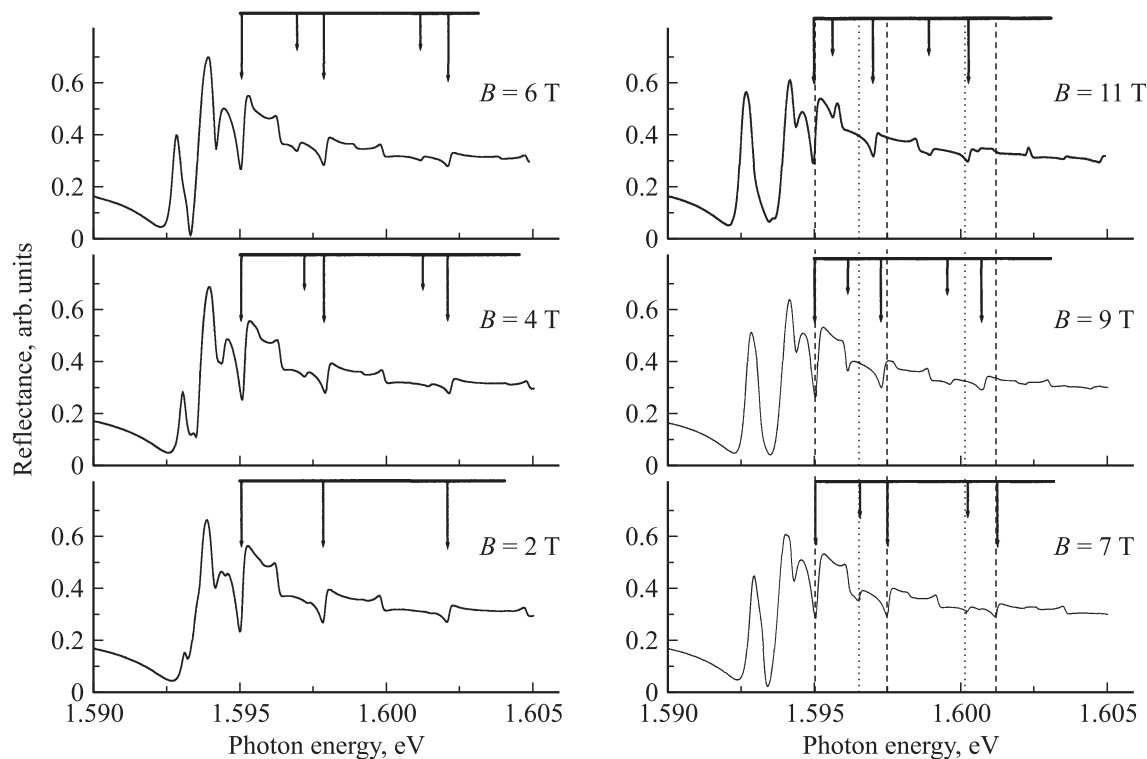
Второй эффект состоит в магнитоиндуцированном изменении кривизны дисперсионных зависимостей всех экситоподобных состояний. Как видно из рис. 2, *a*, дисперсионные кривые для  $1s$ -состояний (кривые  $1'$  и  $2'$ ) имеют в поле  $B = 11$  Т меньшую кривизну, чем в отсутствие магнитного поля. В то же время кривизна дисперсионных зависимостей 3, 4, 5, 6, соответствующих возбужденным  $2p$ -состояниям, увеличивается с ростом поля. Это изменение происходит за счет магнитоиндуцированного смешивания состояний, обуслов-

ленного матричными элементами  $V_{1s2p}$  (10), которое „расталкивает“ дисперсионные ветви основных  $1s$ - и возбужденных  $2p$ -состояний.

Рис. 2, *b* демонстрирует, как этот эффект проявляется в спектрах отражения. Расталкивание верхних и нижних поляритонных ветвей приводит к тому, что спектраль-



**Рис. 3.** Зависимости эффективной массы  $M$  от величины магнитного поля  $B$  для поляритонных ветвей  $2'$  (кружки) и  $6'$  (квадраты).



**Рис. 4.** Спектры отражения, рассчитанные для КЯ CdTe/CdZnTe в магнитном поле величиной от 2 до 11 Т. Диамагнитный сдвиг спектров исключен из расчетов. Вертикальные линии и стрелки имеют тот же смысл, что и на рис. 2.

ные особенности, обусловленные нижними поляритонными ветвями, с ростом поля смещаются в область меньших энергий. Величина этого смещения зависит от спектрального положения осцилляций: чем больше энергия осцилляции, тем сильнее она сдвигается в область меньших энергий. Другими словами, происходит „сжатие“ спектра по оси энергии, которое эквивалентно обсуждаемому в [4] увеличению эффективной трансляционной массы.

Наши вычисления показали, что для любого магнитного поля  $B$  дисперсионные зависимости  $\omega(K)$  всех состояний для  $K$ , существенно большего волнового вектора света, подчиняются параболическому закону  $\omega(K) \sim K^2$ , что позволяет ввести для каждого состояния эффективную массу, которая характеризует кривизну дисперсионных зависимостей. Введенная таким образом эффективная масса зависит от величины магнитного поля, как оказалось, монотонным образом. При этом для нижних поляритонных ветвей, в которых преобладает вклад  $1s$ -состояний, она увеличивается с ростом поля, а для верхних ветвей, обусловленных преобладающим вкладом  $2p$ -состояний, наоборот, уменьшается. Эти зависимости эффективной массы от магнитного поля продемонстрированы на рис. 3. Как можно видеть, обе эти зависимости практически линейны для  $B > 1$  Т и симметрично расходятся по энергии вверх для  $1s$ - и вниз для  $2p$ -состояний. Таким образом, магнитоиндуцированное смешивание основных и возбужденных состояний в геометрии Фогта приводит к увеличению

трансляционной массы  $1s$ -экситонов при одновременном уменьшении трансляционной массы  $2p$ -экситонов. Для  $1s$ -экситонов эти выводы подтверждаются данными, полученными в работе [4] для структуры CdTe/CdZnTe, а также результатами работы [1] для экситона в GaAs. Отметим, что в работе [34] зависимость эффективной массы от поперечного магнитного поля была найдена очень приблизительно в рамках теории возмущений. Полученная в [34] зависимость качественно согласуется с результатом настоящей работы, хотя количественное расхождение зависимостей существенно.

Для более наглядной демонстрации проявления обсуждаемых эффектов на рис. 4 представлены спектры, рассчитанные для различных значений магнитного поля ( $B = 2$ –11 Т). Наблюдается постепенное возгорание дополнительных осцилляций малой амплитуды, обусловленное смешиванием неактивных  $|0, 2\rangle$  и активных  $|0, 1\rangle$  экситонных состояний за счет возмущения  $\hat{V}_{1s1s}$ .

В правой части рис. 4 представлены расчетные спектры отражения для относительно больших значений магнитного поля  $B = 7$ –11 Т. Можно заметить, что увеличение магнитного поля приводит к неравномерному постепенному „сжатию“ спектра, что уже отмечалось выше. На рис. 4 эту трансформацию спектров можно наблюдать по смещению спектрального положения основных и дополнительных осцилляций отражения относительно штриховых и пунктирных линий соответственно. Стоит подчеркнуть, что смещение спектральных осцилляций становится вполне заметным в магнитном поле



$B > 6$  Т, хотя эффективная масса изменяется существенно (рис. 3). Это связано с тем, что в рассматриваемом спектральном интервале наблюдаются спектральные осцилляции с небольшим порядковым номером  $n$ , следовательно, с небольшим волновым вектором  $K$ .

В целом, результаты расчетов, представленные на рис. 4, воспроизводят эффекты, наблюдавшиеся в экспериментах в работах [4,34].

## 5. Заключение

Результаты проведенного теоретического анализа позволили обобщить модель интерференции поляритонных волн в КЯ на случай магнитоиндуцированного смешивания оптически активных и неактивных  $1s$ -состояний, а также примешивания к ним возбужденных  $2p$ -состояний. Это позволило теоретически описать два основных экспериментально наблюдаемых эффекта: 1) появления в спектрах отражения в поперечном магнитном поле дополнительной структуры осцилляций, обусловленной „возгоранием“ поляритонов оптически неактивных экситонных состояний; 2) магнитоиндуцированное увеличение эффективной трансляционной массы экситона.

Авторы выражают признательность А.В. Селькину, И.В. Игнатьеву и В.П. Кочерешко за плодотворное обсуждение полученных результатов.

## Список литературы

- [1] L.V. Butov, C.W. Lai, D.S. Chemla, Yu.E. Lozovik, K.L. Campman, A.C. Gossard. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 216 804-1 (2001).
- [2] J.J. Davies, D. Wolverson, V.P. Kochereshko, A.V. Platonov, R.T. Cox, J. Cibert, H. Mariette, C. Bodin, C. Gourgon, E.V. Ubyivovk, Yu. P. Efimov, S.A. Eliseev. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 187 403 (2006).
- [3] A. Litvinov, V.P. Kochereshko, D. Loginov, L. Besombes, H. Mariette, J.J. Davies, L.C. Smith, D. Wolverson. *Acta Phys. Pol. A* **112**, 2, 161 (2007).
- [4] D. Loginov, V.P. Kochereshko, A. Litvinov, L. Besombes, H. Mariette, J.J. Davies, L.C. Smith, D. Wolverson. *Acta Phys. Pol. A* **112**, 2, 381 (2007).
- [5] В.А. Киселев, И.В. Макаренко, Б.С. Разбирин, И.Н. Уральцев. *ФТТ* **20**, 8, 1348 (1977).
- [6] С.А. Марков, Р.П. Сейсян, В.А. Кособукин. *ФТП* **38**, 2, 230 (2004).
- [7] H. Azucena-Coyotecatl, N.R. Grigorieva, В.А. Kazennov, J. Madrigal-Melchor, B.V. Novikov, F. Perez-Rodriguez, A.V. Sel'kin. *Thin Solid Films* **373**, 227 (2000).
- [8] Y. Chen, A. Tredicucci, F. Bassani. *Phys. Rev. B* **52**, 3, 1800 (1995).
- [9] Д.К. Логинов, Е.В. Убийвовк, Ю.П. Ефимов, В.В. Петров, С.А. Елисеев, Ю.К. Долгих, И.В. Игнатьев, В.П. Кочерешко, А.В. Селькин. *ФТТ* **48**, 1979 (2006).
- [10] M. Altarelli, N.O. Lipari. *Phys. Rev. B* **7**, 3798 (1973).
- [11] S. Suga, K. Cho, Y. Niji, J.C. Merle, T. Sauder. *Phys. Rev. B* **22**, 4931 (1980).

- [12] N.A. Gippius, A.L. Yablonskii, A.B. Dzyubenko, S.G. Tikhodeev, L.V. Kulik, V.D. Kulakovskii, A. Forchel. *J. Appl. Phys.* **83**, 5410 (1998).
- [13] K. Cho, S. Suga, W. Dreybrodt, F. Willmann. *Phys. Rev. B* **11**, 1512 (1975).
- [14] J.M. Luttinger. *Phys. Rev.* **102**, 1030 (1956).
- [15] Le Si Dang, G. Neu, R. Romestain. *Solid State Commun.* **44**, 1187 (1982).
- [16] K.K. Kanazawa, F.C. Brown. *Phys. Rev.* **135**, A 1757 (1964).
- [17] M. Altarelli, N.O. Lipari. *Phys. Rev. B* **15**, 4898 (1977).
- [18] K. Cho. *Phys. Rev. B* **14**, 4463 (1976).
- [19] E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. *Superlattices and other heterostructures*. Springer-Verlag, Berlin (1995).
- [20] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, М. (1972). С. 318.
- [21] Е.Л. Ивченко, А.В. Селькин. *ЖЭТФ* **76**, 1837 (1979).
- [22] С.И. Пекар. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Наук. думка, Киев (1982). С. 178.
- [23] R. Zeyher, J.L. Birman, W. Brenig. *Phys. Rev. B* **6**, 4613 (1972).
- [24] В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. Наука, М. (1965). С. 58.
- [25] С.И. Пекар. *ЖЭТФ* **33**, 1022 (1957).
- [26] Ch. Neumann, A. Nöthe, N.O. Lipari. *Phys. Rev. B* **37**, 922 (1988).
- [27] D.T.F. Marple. *Phys. Rev.* **129**, 2466 (1963).
- [28] A.L. Mears, R.A. Stradling. *Solid State Commun.* **7**, 1267 (1969).
- [29] W. Knap, M. Helm, R. Lassnig, E. Gornik, R. Triboulet. *Acta Phys. Pol. A* **67**, 171 (1985).
- [30] M. Helm, W. Knap, W. Siedenbusch, E. Lassnig, E. Gornik, R. Triboulet, L.L. Taylor. *Solid State Commun* **53**, 547 (1985).
- [31] E. Molva, Le Si Dang. *Phys. Rev. B* **32**, 1156 (1985).
- [32] A. Nakamura, D. Paget, C. Hermann, C. Weisbuch, G. Lampel, B.C. Cavenett. *Solid State Commun.* **30**, 411 (1979).
- [33] P.E. Simmonds, H. Venghaus, R. Sooryakumar, P.J. Dean. *Solid State Commun.* **43**, 311 (1982).
- [34] Д.К. Логинов, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, J.J. Davies, D. Wolverson, L.C. Smith, R.T. Cox, J. Sibert, H. Mariette. *ФТТ* **51**, 1555 (2009).