# 01;03 Коэффициент Таунсенда, кривая ухода и эффективность формирования пучка убегающих электронов в аргоне

© А.Н. Ткачев, А.А. Феденев, С.И. Яковленко

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия e-mail: ant@beta.ru

(Поступило в Редакцию 18 августа 2005 г. В окончательной редакции 18 мая 2006 г.)

Проведено моделирование ионизационных и дрейфовых характеристик электронов в аргоне методом динамики многих частиц. Показано, что в аргоне, как и в других ранее исследованных газах, таунсендовский режим ионизации имеет место даже в сильных полях, если расстояние между электродами много больше обратного коэффициента Таунсенда. Получены зависимости основных ионизационных и дрейфовых характеристик от приведенной напряженности поля, а также кривая ухода, разделяющая область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться. Проведено моделирование эффективности формирования пучка убегающих электронов. Расчеты показали, что зависимость напряжения между электродами, при котором формируется заданная доля убегающих электронов, от произведения давления на межэлектродное расстояние имеет вид, качественно согласующийся с кривой убегания. При не очень больших значениях эффективности (< 20%) кривые убегания практически совпадают с кривыми равной эффективности.

PACS: 52.80.Tn

## Введение

В 2003–2004 гг. произошло существенное продвижение в понимании явления убегания электронов в газах [1–4]. На основе моделирования методом динамики многих частиц и с помощью простых аналитических моделей было показано, что таунсендовский механизм размножения электронов сплаведлив даже для сильных полей, при которых можно пренебречь ионизационным трением электронов о газ. Ранее считалось (см., например, [5–8]), что при столь сильных полях электроны переходят в режим непрерывного ускорения (просвиста), подобно тому как это имеет место в полностью ионизованной плазме (см., например, [9,10]).

Это привело к нескольким важным выводам, подытоженным в обзорах [3,4], в частности, к выводу о том, что критерий убегания электронов должен быть, в отличие от традиционной точки зрения [5–8], нелокальным.

Рассмотрение механизма формирования убегающих электронов в газе сейчас особенно актуально в связи с получением электронных пучков субнаносекундной длительности с рекордной амплитудой тока (порядка сотен ампер) при атмосферном давлении. Была проведена серия экспериментов [3,4] по получению убегающих электронов в воздухе, гелии и азоте при атмосферном давлении. Зарегистрированные в ходе этих экспериментов пучки с субнаносекундной длительностью и большой амплитудой тока получены при значениях напряженности поля меньшей, чем требуется в соответствии с локальным критерием [5–8], но удовлетворяющей новому, нелокальному критерию в ходе приближения плазмы от катода к аноду [3,4].

Результаты [1–4] были использованы также при построении модели распространения фронта ионизации за счет размножения электронов фоновой ионизации [11–16]. В недавних работах [17,18] были получены экспериментальные подтверждения наличия волны размножения фона. Показано, что при использовании наносекундных импульсов высокого напряжения полярность не оказывает влияния на объемный характер разряда в широком диапазоне экспериментальных условий. Отметим также, что на работах [11–16] приведена модель стримера, позволяющая объяснить движение его головки как к аноду, так и к катоду без привлечения известной фотонной гипотезы.

Ранее численное моделирование процесса размножения электронов и табуляция ионизационно-дрейфовых характеристик были проведены [3,4] для гелия, ксенона, азота, гексафторида серы, а также [2] для неона. Ниже представлены результаты аналогичных расчетов для аргона.

# Размножение электронов

### Использованная модель

Для получения ионизационно-дрейфовых характеристик использовалась та же модель динамики многих частиц, что и в [1–4]. Она была подробно описана в работе [19]. Электроны рождались на катоде с хаотически направленной скоростью и начальной энергией, распределенной по Пуассону со средним значением  $\varepsilon_0 = 0.2 \text{ eV}$ . На малых временных шагах решались уравнения всех электронов, и с вероятностями, определяемыми сечениями элементарных процессов, разыгрывались упругие и неупругие столкновения. Движение считалось нерелятивистским (об учете релятивистских эффектов см. [20,21]). Считалось, что электрон, попавший на электрод, пропадает. Ниже приведены результаты для плоских электродов, находящихся на расстоянии d под напряжением U (соответственно напряженность поля E = U/d), о рассмотрении случая коаксиальных цилиндров см. [19].

Учитывались элементарные акты, схематически представленные на рис. 1. Рассматривались акты упругого рассеяния электронов, ионизации и возбуждения уровней атомов аргона. Многократная и ступенчатая ионизация не учитывались. При возбуждении учитывались переходы на метастабильные уровни  $4s'[1/2]_0$  и  $4s[3/2]_2$ , а также переходы на  $4p'[1/2]_0-4p[1/2]_1$ . Уровни  $4p'[1/2]_1$  и  $4p[5/2]_3$  рассматривались отдельно, а уровни  $4p'[1/2]_0-4p[5/2]_2$  объединялись по следующему принципу. Уровни  $4p'[1/2]_0-4p[5/2]_2$  были заменены одним эффективным уровнем. Сечение его возбуждения бралось в виде суммы  $\sigma(\varepsilon) = \sum_i \sigma_i$ , где  $\sigma_i$  — сечение возбуждения отдельного энергетического уровня,  $\varepsilon$  — энергия электрона.

При такой замене должны сохраняться средние потери энергии электрона. При раздельном рассмотрении процессов возбуждения каждого энергетического уровня эти потери определяются величиной  $\sigma_1 I_1 + \sigma_2 I_2 + \ldots + \sigma_n I_n$ , где  $I_1, I_2 \ldots I_n$  — пороговые энергии, необходимые для возбуждения соответствующего энергетического уровня. В случае совместного рассмотрения (суммарного процесса, объединяющего переход на 1—*n*-й уровень) средние энергопотери электрона пропорциональны  $\sigma(\varepsilon)I(\varepsilon)$ , здесь  $I(\varepsilon)$  — эффективная потеря энергии для суммарного процесса. Таким образом, для сохранения средних энергопотерь электрона величину  $I(\varepsilon)$  необходимо определить следующим



**Рис. 1.** Рассматриваемые в модели переходы в атоме аргона. Справа указаны состояния возбуждения атома. Энергии возбуждения указанных уровней следующие:  $E_{1s5} = 11.55$ ,  $E_{1s3} = 11.72$ ,  $E_{2p10} = 12.91$ ,  $E_{2p9} = 13.08$  eV; для суммарного процесса была выбрана энергия самого нижнего (из объединенных) уровня  $E_{cas} = 13.09$  eV; энергия ионизации атома аргона равна  $I_{Ar} = 13.5$  eV.



**Рис. 2.** Зависимость сечений столкновения электрона с атомом аргона от энергии: 1 — сечение упругих столкновений  $\sigma_{e1}(\varepsilon)$ ; 2 — сечение ионизации  $\sigma_i(\varepsilon)$ ; 3 — сечение объединенного процесса возбуждения группы уровней  $4p'[1/2]_0 - 4p[5/2]_2$ ; 4 — сечение возбуждения уровня  $4p[5/2]_3$ ; 5 — сечение возбуждения уровня  $4p[1/2]_1$ ; 6 — сечение возбуждения уровня  $4s[3/2]_2$ ; 7 — сечение возбуждения уровня  $4s'[1/2]_0$  (по данным работ [22–25]).

образом:

$$(\varepsilon) = \sum_{i} \sigma_{i} I_{i} / \sum_{i} \sigma_{i}$$

Используемые сечения элементарных актов, основанные на данных работ [22–25], приведены на рис. 2.

## Таунсендовский режим ионизации

Ι

Расчеты показывают, что в случае аргона, как и для других рассмотренных ранее газов [1–4], при всех рассмотренных значениях приведенной к давлению *p* напряженности поля  $E/p = U/dp = 5-20\,000$  V/cm · Torr при достаточно больших расстояниях между электродами *d* действительно имеет место таунсендовский режим ионизации, а убегающие электроны практически отсутствуют (рис. 3).

Факт, что режим ионизации именно таунсендовский, подтверждается тем, что с ростом расстояния от катода *x* всегда, начиная с некоторых значений *x*, имеет место экспоненциальный рост числа актов возбуждения и рождения электронов. При этом на достаточно больших расстояниях от катода устанавливаются не зависящая от *x* средняя энергия электронов  $\varepsilon^*$  и средняя проекция скорости на ось *x*. Максимум функции распределения электронов, долетевших до анода, приходится на малые энергии  $\varepsilon^* \ll eU$ . Как уже отмечалось, эти признаки таунсендовского режима ионизации имеют место при всех рассмотренных значениях E/p. Важно лишь, чтобы значение *d* было достаточно большим.

Наклон логарифма числа актов ионизации и тока определяет коэффициент размножения Таунсенда α<sub>i</sub>. Расчеты показывают, что коэффициент размножения α<sub>i</sub>,



Рис. 3. Характеристики размножения электронов в таунсендовском режиме в зависимости от расстояния до катода x при следующих параметрах:  $N_{\rm Ar} = 3.2 \cdot 10^{17} \, {\rm cm}^{-3}$  (p == 10 Torr), U = 62.5 kV, d = 0.5 cm, E = 125 kV/cm (E/p = $= 125 \, \text{kV/(cm \cdot Torr)}$ ). *a*) квадраты — количество рожденных ионов n<sub>i</sub>, количество атомов, возбужденных в состояние  $4s[3/2]_2$  (кружки, линия сплошная),  $4s'[1/2]_0$  (плюсы),  $4p[1/2]_1$  (крестики),  $4p[5/2]_3$  (ромбы), группа уровней  $4p'[1/2]_0 - 4p[5/2]_2$  (кружки, пунктир). Для данных условий  $\alpha_i = 10.5 \text{ cm}^{-1}, \ \alpha_i d \approx 5; \ b)$  отношение потока электронов в данной точке i(x) к потоку электронов, вылетевших с катода  $j_0$ , пунктир — зависимость 1.7  $\exp(10.5x)$ ; c) проекция скорости электронов на ось x, направленную по электрическому полю  $u_x$  (квадраты), и модуль скорости  $u_{\perp}$  в плоскости, перпендикулярной оси x (кружки); d) средняя энергия электронов  $\varepsilon^*$ ; e) функция распределения электронов, достигших анода (произвольные единицы), по энергии (eV). Сплошная кривая — расчет, пунктир — зависимость  $1.8 \cdot 10^3 \exp(-\varepsilon/12.7 \,\text{keV}).$ 

как и принято считать, пропорционален плотности газа (давлению p) и может быть записан в виде  $\alpha_i(E, p) = p\xi(E/p)$ , где  $\xi(E/p)$  — функция, характерная для данного газа.

Для инертных газов функцию  $\xi(E/p)$ , описывающую зависимость коэффициента Таунсенда от E/p в широком диапазоне, можно представить в виде [1–4]:

$$\xi(E/p) = A \exp\left[-B\left(\frac{p}{E}\right)^{1/2} - C\frac{E}{p}\right].$$
 (1)

На основе проведенного моделирования для аргона было получено:  $A = 43 \,(\text{cm} \cdot \text{Torr})^{-1}$ ,  $B = 27.5 \,(\text{V/cm} \cdot \text{Torr})^{1/2}$ ,  $C = 2.5 \cdot 10^{-4} \,(\text{cm} \cdot \text{Torr/V})$ . Как видно из рис. 4, формула (1) хорошо описывает результаты расчетов.



**Рис. 4.** Зависимость ионизационных и дрейфовых характеристик от приведенной напряженности поля E/p. Точки получены при различных значениях напряженности поля для давления аргона p = 10 Torr ( $N_{Ar} = 3.2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ). a) квадраты — значения коэффициента ударной ионизации Таунсенда  $\alpha_i$  соединяющая их кривая — формула (1); кружки — частоты ионизации  $v_i$ ; черные кружки — экспериментальные данные [26]; b) ромбы — средняя проекция скорости  $u_x$  на направление электрического поля (ось x), кружки — средний модуль скорости, перпендикулярной оси  $x \ u_{\perp}$ , черные кружки — экспериментальные точки [27]; c) кружки — среднее значение энергии электронов.

Для сравнения с проведенными расчетами была взята экспериментально полученная зависимость коэффициента ударной ионизации от приведенной напряженности поля для аргона [26]. Экспериментальные точки хорошо ложатся на расчетную кривую вплоть до значения  $E/p = 1000 \text{ V/(cm} \cdot \text{Torr})$ , чуть меньшего, чем максимальное E/p, для которого были получены экспериментальные данные [26]. При больших значениях E/p коэффициент  $\alpha_i$  начинает снижаться. Такое падение коэффициента ударной ионизации с ростом E/p вызвано снижением числа актов ионизации, т.е. уменьшением сечения ионизации при  $\varepsilon > 55 \text{ eV}$ , а при  $E/p = 1500 \text{ V/(cm} \cdot \text{Torr})$  средняя энергия электронов составляет близкую величину  $\varepsilon \approx 55 \text{ eV}$ .

На рис. 5 приведены зависимости приведенного коэффициента Таунсенда  $\alpha_i(E, p)/p = \xi(E/p)$  для гелия [1,3,4], неона [2] и аргона. Видно, что максимальное значение  $\alpha_i/p$  в более тяжелом газе выше и достигается при большей приведенной напряженности поля E/p. Это обусловлено большими сечениями у тяжелых газов.

Для средней энергии электронов можно записать следующую аппроксимацию, которая справедлива при нерелятивистских скоростях:

$$\varepsilon^* = 7.0 \exp(E/235p). \tag{2}$$

В ряде приложений интерес представляют относительные эффективности различных неупругих процессов от параметра E/p:

$$\delta_i = n_i/n_{\Sigma}; \quad \delta_{1s5} = n_{1s5}/n_{\Sigma}; \quad \delta_{1s3} = n_{1s3}/n_{\Sigma};$$
  
 $\delta_{2p10} = n_{2p10}/n_{\Sigma}; \quad \delta_{2p9} = n_{2p9}/n_{\Sigma}; \quad \delta_{cas} = n_{cas}/n_{\Sigma}.$ 

Здесь  $n_i$  — число актов ионизации;  $n_{1s5}$ ,  $n_{1s3}$ ,  $n_{2p10}$ ,  $n_{2p9}$ ,  $n_{cas}$  — число актов возбуждения состояний  $4s[3/2]_2$ ,  $4s'[1/2]_0$ ,  $4p[1/2]_1$ ,  $4p[5/2]_3$  и группы уровней  $4p'[1/2]_0-4p[5/2]_2$ ;  $n_{\Sigma} = n_i + n_{1s5} + n_{1s3} + n_{2p10} + +n_{2p9} + n_{cas}$  — суммарное число актов.



**Рис. 5.** Сравнение зависимостей приведенного коэффициента Таунсенда  $\xi(E/p) = \alpha_i(E, p)/p$  от приведенной напряженности поля для гелия (квадраты) [3,4], неона (ромбы) [2] и аргона (кружки).



**Рис. 6.** Эффективность неупругих процессов в аргоне в зависимости от приведенной напряженности поля.

Величины  $n_{\Sigma}$ ,  $n_i$ ,  $n_{1s}$ ,  $n_{ss1}$ ,  $n_{pp0}$  зависят от расстояния до катода (рис. 3), однако их отношения (в частности, величины  $\delta$ ) не зависят от расстояния до катода при таунсендовском режиме размножения, и их можно представить как функции E/p (рис. 6).

# Нелокальный критерий

#### Критическое напряжение

Таунсендовский режим ионизации устанавливается на некотором расстоянии от катода  $x \sim \alpha_i^{-1}$ , соответствующем характерной длине размножения. Если же расстояние между электродами невелико,  $d < \alpha_i^{-1}$ , картина размножения электронов радикально отличается от таунсендовской (подробнее см. [1,3,4]). Существенная часть электронов на всем интервале между плоскостями ускоряется: с увеличением расстояния до катода *x* растет как проекция скорости  $u_x$  на ось *x*, так и средняя энергия  $\varepsilon^*$ . При этом пик функции распределения по энергии электронов, долетевших до анода, приходится на максимальное значение энергии eU = eEd, приобретаемой электроном при пролете от катода до анода.

В работах [1–4], в отличие от обычно принятого подхода [5–8], предложено считать, что убегающие электроны начинают преобладать в том случае, когда расстояние между электродами d становится сравнимым с характерной длиной размножения, т.е. обратным коэффициентом Таунсенда  $\alpha_i^{-1}$ . При  $\alpha_i d < 1$  убегающие электроны преобладают и в спектре электронов, долетевших до анода. Соответственно критерий, определяющий граничное значение напряженности поля  $E_{cr}$ , имеет вид

$$\alpha_i(E_{\rm cr}, p)d = 1. \tag{3}$$

Для плоских электродов  $E_{\rm cr} = U_{\rm cr}/d$  и критерий ухода электронов из промежутка между плоскими электрода-

Журнал технической физики, 2007, том 77, вып. 6



**Рис. 7.** Кривая ухода для аргона (сплошная кривая),  $pd_{\min} = 0.07 \text{ сm} \cdot \text{Тогг}$ ; кружки — экспериментальные точки кривой Пашена (взяты из [7]).

ми приобретает вид

 $pd\xi(E_{\rm cr}/p) = 1$ , или  $pd\xi(U_{\rm cr}/pd) = 1$ . (4)

Последняя формула (4) дает неявную зависимость критического напряжения  $U_{\rm cr}(pd)$  от произведения расстояния между электродами на давление pd (рис. 7). Кривая  $U_{\rm cr}(pd)$  разделяет область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться. Она является универсальной для данного газа. Следуя [1–4], будем называть ее кривой ухода электронов.

#### Нижняя и верхняя ветви кривой ухода

Наличие максимума у зависимости  $\xi(E/p)$  определяет тот факт, что зависимость  $U_{cr}(pd)$  для самых разных газов имеет подковообразную форму. Расчеты для аргона представлены на рис. 7. На кривой ухода электронов  $U_{cr}(pd)$  можно выделить нижнюю и верхнюю ветви. Граничной точкой между ними будем считать точку поворота, соответствующую минимальному значению  $pd = (pd)_{min}$ . Эта точка соответствует максимуму функции  $\xi(x)$ .

Существование верхней ветви кривой ухода  $U_{\rm cr}(pd)$ обусловлено падением коэффициента Таунсенда, с ростом E/p. Падение коэффициента Таунсенда, в свою очередь, обусловлено падением сечения ионизации с ростом энергии налетающего электрона и тем, что с ростом E/pэнергия размножающихся электронов растет. Область выше верхней ветви кривой ухода соответствует ситуации, когда электроны, набирая большую энергию за свободный пробег, убегают из разрядного промежутка, не успевая эффективно размножиться ввиду малых сечений ионизации для больших энергий. Поэтому область выше верхней ветви кривой ухода названа областью убегания (просвиста) электронов, а верхняя часть кривой убегания [3,4]. Нижняя часть кривой соответствует растущей части зависимости приведенного коэффициента Таунсенда  $\alpha_i/p$  от E/p. В этой области электроны за время свободного пробега успевают набрать сравнительно небольшую энергию, которая соответствует растущей части зависимости сечения ионизации от энергии электрона. Область ниже нижней кривой  $U_{cr}(pd)$  соответствует ситуации, когда электроны дрейфуют от катода к аноду, не набирая энергии, достаточной для эффективного размножения. Поэтому область ниже нижней ветви кривой ухода называется областью дрейфа электронов, а нижняя часть — кривой дрейфа [3,4].

# Кривые эффективности формирования электронного пучка

Из определения кривой убегания ясно, что она качественно характеризует долю убегающих электронов. Однако в выборе правой части выражения (3) имеет место некоторый произвол. Правые части в (3), (4) можно положить равными не единице, а например,  $\pi$  или  $1/\pi$ . Впрочем, ясно, что выбор константы в правой части не принципиален. Полагая, например,  $\alpha_i d = A = \text{const}$ , имеем для новой величины  $U'_{cr}$  уравнение  $pd\xi(U'_{cr}/pd) = A$ . Отсюда ясна простая связь этих величин  $U_{cr}(pd) = U'_{cr}(pd/A)/A$ . При использовании логарифмических масштабов кривая  $U'_{cr}(pd)$  получается из кривой  $U_{cr}(pd)$  сдвигом по осям.

Хотя кривая ухода качественно характеризует границу размножения и убегания электронов, она не определяет непосредственно долю убегающих электронов. Для выявления количественных характеристик были проведены расчеты непосредственно доли убегающих электронов  $\eta$ как функции U и pd. Величиной, характеризующей эффективность убегания электронов  $\eta$ , было принято счи-



**Рис. 8.** Кривые равной эффективности. *1, 2, 3* — кривые, построенные из условий  $\alpha_i d = 1$ , 2.18 и 0.2 соответственно; *4, 5, 6* — кривые равной эффективности для различных значений эффективности формирования электронного пучка (20, 50, 80% соответственно).

Журнал технической физики, 2007, том 77, вып. 6

тать отношение числа электронов с энергией, большей (2/3)U, к общему числу электронов, достигших анода. Результаты расчета представлены в виде кривых равной эффективности для  $\eta = 20, 50, 80\%$  на плоскости U, pd (рис. 8).

Расчеты показывают, что при не очень больших значениях эффективности  $\eta \leq 20\%$  кривые убегания практически совпадают с кривыми равной эффективности. При больших значениях эффективности кривые убегания совпадают с кривыми равной эффективности лишь при больших значениях U и pd.

# Заключение

В данной работе методом динамики многих частиц было проведено моделирование ионизационных и дрейфовых характеристик аргона, аналогичное проведенному для других газов в работах [1–4], и подтверждены общие результаты этих работ. Численные расчеты показали, что и для аргона таунсендовский режим ионизации выполняется даже при больших значениях напряженности поля, если  $\alpha_i d \gg 1$ . Были получены зависимости основных ионизационных и дрейфовых характеристик от приведенной напряженности поля *E*/*p*. Результаты согласуются с известными экспериментальными данными. Получена кривая ухода, разделяющая область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться, а также кривые равной эффективности формирования пучка убегающих электронов как функции произведения давления на расстояние между электродами.

## Список литературы

- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. Вып. 5. С. 264–269.
- [2] Ткачев А.Н., Феденев А.А., Яковленко С.И. // ЖТФ. 2005.
  Т. 75. Вып. 4. С. 60–66.
- [3] Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И. // УФН. 2004. Т. 174. С. 49.
- [4] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // CEJP. 2004. Vol. 2 (4).
  P. 579–635. (www.cesj.com/physics.html).
- [5] Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А. // УФН. 1990.
  Т. 160. С. 49.
- [6] Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991.
- [7] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
- [8] Гуревич А.В., Зыбин К.П. // УФН. 2001. Т. 171. С. 1177– 1199.
- [9] Трубников Б.А. Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 98–182.
- [10] Сивухин Д.В. Вопросы теории плазмы. Вып. 4 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1964. С. 81–187.
- [11] *Яковленко С.И.* // Электронный журнал "Исследовано в России". 2004. Т. 9. С. 86–100.
  - http://zhurnal.ape.relarn.ru/atricles/2004/009.pdf.
- [12] *Яковленко С.И.* // Кр. сообщ. по физ. 2003. № 10. С. 27–36.
- [13] *Яковленко С.И.* // Кр. сообщ. по физ. 2004. № 5. С. 8–20.

- [14] *Яковленко С.И.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 9. С. 12–20.
- [15] Яковленко С.И. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9. С. 47–54.
- [16] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 4. С. 76–82.
- [17] Костыря И.Д., Орловский В.М., Тарасенко В.Ф. и др. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 7. С. 65–69.
- [18] Костыря ИД., Тарасенко В.Ф., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Кр. сообщ. по физ. 2005. № 11. С. 12–22.
- [19] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // Laser Physics. 2002. Vol. 12.
  P. 1022–1028.
- [20] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Кр. сообщ. по физ. 2004. № 2. С. 43.
- [21] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 4. С. 118–121.
- [22] Fon W.C., Berrington K.A., Burke P.G., Hibbert A. // J. Phys.
  B: At. Mol. Phys. 1983. Vol. 16. P. 307–321.
- [23] Straub H.C., Renault P., Lindsay B.G. et al. // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52. N 2. P. 1115–1123.
- [24] Schappe R.S., Schulman M.B., Anderson L.W., Lin C.C. // Phys. Rev. A. 1994. Vol. 50. N 1. P. 444–462.
- [25] Chilton J.E., Boffard J.B., Schappe R.S., Lin C.C. // Phys. Rev. A. 1998. Vol. 57. N 1. P. 267–277.
- [26] Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. Т. 1. М.: ГИТТЛ, 1952. 432 с.
- [27] Елецкий А.В., Смирнов Б.М. Физические процессы в газовых лазерах. М.: Энергоатомиздат, 1985. 152 с.