## ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ И СВЕРХБЫСТРАЯ ЗАПИСЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ В КВАДРАТИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Д.И. Стаселько, Э.В.Милоглядов

ВНЦ «ГОИ им. С.И. Вавилова»,

Санкт-Петербургский Государственный университет информационных технологий, механики и оптики

E-mail:dmitry@staselko.spb.ru

Классическая голография предполагает использование для записи голограмм опорного и объектного источников одной и той же частоты излучения. Считывание голограмм может производиться как излучением той же частоты, так и частотами отличными от используемых при записи. Запись и считывание голограмм на разных частотах широко применяется для решения ряда задач современной науки и техники: недеструктивного восстановления изображений в системах передачи, хранения и обработки информации, изучения временных характеристик фотопроцессов, а также переноса инфракрасных и акустических изображений в видимую область спектра.

Однако изменение частоты излучения при считывании существенно меняет ряд важных параметров восстановленных изображений, включая их пространственную локализацию, масштаб и разрешающую способность, а также дифракционную эффективность голограмм. Таким образом, применительно к указанным задачам возникает необходимость изучения трансформаций волновых полей при разночастотной записи и считывании динамических и обычных голограмм, а также эффективности многочастотной записи наложенных голограмм с учетом характеристик реальных регистрирующих сред.

Вместе с тем за последние годы возник интерес к изучению процессов формирования голографических изображений в нелинейно-оптических средах с квадратичной нелинейностью ( $\chi^{(2)}$ -голограмм), что связано с исключительно высоким быстродействием динамических голограмм (ДГ) такого типа и возможностями их применения для задач оптической обработки и передачи информации. В этом случае становится возможным использование для записи ДГ объектного и опорного пучков с различными частотами излучения, причем разность частот может быть сравнима с самими частотами излучения. Таким образом, существенно различными становятся все три частоты излучения, участвующие в записи и считывании голографических изображений.

Трансформационные свойства и качество голографических изображений в этом наиболее общем случае записи и считывания голограмм в настоящее время мало изучены и исследование их в рамках данной диссертации является актуальным. Особый интерес представляет многоволновая запись и считывание динамических  $\chi^{(2)}$ -голограмм ( $\chi^{(2)}$ -ДГ) с использованием многочастотных источников излучения как в опорном, так и в объектном пучках, которая позволяет одновременно переключать большое число информационных каналов.

Цель работы заключалась в изучении преобразования пространственной структуры волновых полей при разночастотной записи и считывании  $\chi^{(2)}$ -голограмм, а также сравнительном анализе трансформационных свойств  $\chi^{(2)}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограмм.

На основании теории тонких динамическими χ<sup>(2)</sup>-голограмм, развитой академиком Ю.Н. Денисюком [1], в параксиальном скалярном приближении выполнен анализ трансформационных свойств и аберраций третьего порядка точечных изображений,

формируемых  $\chi^{(2)}$ -голограммами, во всех вариантах смешения частот, связанных с их сложением и вычитанием как в осевой, так и во внеосевой схеме записи голограмм.

Анализ проведен на примере взаимодействия в нелинейной среде излучения точечных опорного и объектного источников. С этой целью в скалярном приближении рассматривалось разложение фазы волн опорного и объектного источников в произвольной точке на поверхности голограммы по степеням малости расстояния этих источников до голограммы.

Фаза восстановленной волны определяется либо суммой фаз взаимодействующих волн при сложении частот опорного и объектного пучков (вариант повышения частоты или Up-conversion) или же разностью фаз – при их вычитании. В случае вычитания частот возможны два варианта смешения частот, сопровождаемых либо понижением частоты восстановленной волны по сравнению с объектной (Down-conversion), который реализуется при частоте объектного пучка  $\omega_0$  превосходящей частоту опорного пучка  $\omega_R (\omega_0 > \omega_R)$ , либо ее смещением (Shift-conversion), когда  $\omega_0 < \omega_R$ , и частота восстановленной волны может быть как выше (Shift-up-conversion), так и ниже частоты объектного пучка (Shift-down-conversion).

В параксиальном приближении в разложении фазы источников учитывались только члены первого порядка малости. Это позволило определить координаты центра опорной гауссовой сферы, задающие положение восстановленного изображения точечного источника. Используя значения координат восстановленного точечного источника, были также получены выражения для углового, продольного и поперечного увеличений.

Случай повышения частоты	Случай понижения частоты	Случай смещения частоты
$z_{\Sigma} = \frac{z_O z_R}{\mu_R z_O + \mu_O z_R}$	$z_{\Delta} = \frac{z_{O} z_{R}}{-\mu_{R} z_{R} + \mu_{O} z_{R}}$	$z_{\Delta} = \frac{z_{O} z_{R}}{\mu_{R} z_{O} - \mu_{O} z_{R}} (1)$
$x_{\Sigma} = \frac{\mu_{R} x_{R} z_{O} + \mu_{O} x_{O} z_{R}}{\mu_{R} z_{O} + \mu_{O} z_{R}}$	$x_{\Delta} = \frac{\mu_{R} x_{R} z_{O} - \mu_{O} x_{O} z_{R}}{\mu_{R} z_{O} - \mu_{O} z_{R}} $ (2)	

где (x<sub>O</sub>,y<sub>O</sub>,z<sub>O</sub>), (x<sub>R</sub>,y<sub>R</sub>,z<sub>R</sub>) - координаты объектного и опорного источников, (x<sub>Σ,Δ</sub>,y<sub>Σ,Δ</sub>,z<sub>Σ,Δ</sub>) - координаты изображения на суммарной или разностной частоте соответственно,  $\mu_O = K_O/K_{\Sigma,\Delta}$ ,  $\mu_R = K_R/K_{\Sigma,\Delta}$ ,  $K_O$ ,  $K_R$ ,  $K_{\Sigma,\Delta}$ - величины волновых векторов опорной, объектной и восстановленной волн

Анализ полученных формул для определения координат восстановленного изображения показал следующее. При заданной геометрии записи наложенных  $\chi^{(2)}$ -ДГ многочастотными опорным и объектным точечными источниками изображения, восстановленные на различных частотах, располагаются на строго ограниченном участке, который представляет собой отрезок прямой линии, соединяющей опорный и объектный источники, причем тангенс угла наклона этой линии определяется для всех вариантов смешения частот общей формулой:

$$\frac{\Delta x_{\Sigma,\Delta}}{\Delta z_{\Sigma,\Delta}} = \frac{x_R - x_O}{z_R - z_O} .(3)$$

Ввиду важной роли в последующем рассмотрении как самого этого участка, так и линии, на которой он располагается, для их обозначения введены специальные термины. Используя сокращения и аббревиатуру ключевых слов, входящих в определение указанного участка, он назван «локрисом», а линия – линией «локрисов», т.е. линией «локрисов».

Области локализации всех возможных точечных изображений объекта, реконструированных на суммарных и разностных частотах  $\chi^{(2)}$ -ДГ, образуют поля локрисов  $\chi^{(2)}$ -голограмм. Общая картина полей локрисов при повышении, понижении и смещении частоты представлена на рис.1. в виде областей, обозначенных соответственно как Up, Down, Shift и отмеченных различными штриховками.



Поля локрисов в свою очередь делятся на зоны, содержащие либо только мнимые или только действительные восстановленные изображения независимо от соотношения частот объектного и опорного пучков (зоны I и IV соответственно, серая заливка) или же и те и другие в зависимости от указанного соотношения частот (мнимые в зонах II и действительные в зонах III, светлая заливка). Согласно рис.1 зоны I и IV заключены между линиями опорного источника (RL), линией пересечения плоскости локрисов плоскостью голограммы (HL), а также двумя линиями локрисов – локриса с плоским опорным источником (IL) и локриса, соответствующего схеме Фурье (FL). Зоны II и III занимают остальную часть плоскости XZ.

Полная совокупность полей локрисов во всех вариантах смешения частот опорного и объектного пучков формирует единую картину, состоящую из трех полей и 10 зон локрисов, которая заполняет всю плоскость схождения записывающих голограмму пучков XZ, , благодаря чему эта плоскость может быть названа плоскостью локрисов. При этом номер каждой из зон характеризует тип изображения, а название – вариант смешения частот взаимодействующих пучков. Из этих 10 зон четыре четных относятся к области действительных изображений, а шесть нечетных – области мнимых. Все зоны I каждого из вариантов смешения частот содержат локрисы, на которых располагаются только мнимые изображения, а IV зона, относящаяся к варианту Shift, содержит локрисы только действительных изображений. Сами локрисы в пределах этих зон представляют собой сплошные участки в виде отрезков конечной длины. Остальные локрисы для всех вариантов смешения частот, находятся в зонах II и III и разделены на два участка, представляющие собой не отрезки, а полупрямые линии, одна из которых принадлежит зоне мнимых изображений III, а вторая – зоне действительных изображений II. Следует отметить также, что каждая из линий локрисов содержит локрисы всех вариантов смешения частот, которые в совокупности заполняют ее на всем протяжении, не накладываясь друг на друга. Каждая из них, за исключением линий локрисов IL и FL, являющихся пограничными между зонами, включает в себя два локриса в виде конечных

отрезков прямой, принадлежащих зонам I или (и) IV и примыкающих друг к другу, а третий локрис занимает оставшуюся часть линии в зонах II, III.

Локализацию восстановленного изображения на этой плоскости для всех вариантов смешения частот можно однозначно определить сравнительно простым графическим построением как точку пересечения двух линий (лучей) - линии соответствующего локриса и линии (частотно-векторный луч), направление которой определяется условием связности на границе регистрирующей среды для тангенциальных проекций волновых векторов взаимодействующих пучков.

В целом проведенное в данном параграфе теоретическое рассмотрение позволяет аналитически и графически определить положение и классифицировать тип изображения для всех вариантов смешения частот, наглядно представить общую картину расположения изображений, восстановленных  $\chi^{(2)}$ -ДГ, а также рассчитать их угловые, продольные и поперечные увеличения.

Следующий этап исследования состоял в изучении аберраций третьего порядка и качества ифракционных изображений точечных источников при разночастотной записи и считывании тонких  $\chi^{(2)}$ -ДГ. Для этого в биномиальном разложении фазы волн опорного, объектного и восстановленного точечных источников относительно их расстояния до голограммы учитывались члены третьего порядка малости, а аберрации восстановленного волнового фронта определялись как разность фаз между волновым фронтом, формируемым голограммой, и опорной Гауссовой сферой. Во всех вариантах смешения частот аберрации классифицировались так же, как и при анализе аберраций линз [<sup>2</sup>] или обычных голограмм [3].

С целью более ясного понимания характера и величин аберраций и качества изображений, а также получения количественной зависимости этих характеристик от условий записи голограмм была рассмотрена разночастотная запись и считывание  $\chi^{(2)}$ -ДГ во всех вариантах смешения частот с объектным источником, расположенным на оси голограммы. При этом для анализа аберраций и количественной оценки качества изображений использовалась величина интенсивности Штреля, определяемой известной формулой:

$$I_{\emptyset} \approx \frac{1}{(\pi a)} \left| \int_{0}^{2} \int_{0}^{2\pi} \exp(iW(\rho,\theta))\rho d\rho d\theta \right|^{2} (4),$$

где а – радиус апертуры голограммы,  $W(\rho, \theta)$  - волновая аберрация,  $\rho, \theta$  – координаты точки на плоскости голограммы в полярной системе координат. Вычисление  $I_{III}$  по формуле (4) для гауссовой плоскости восстановленного изображения осуществлялось во всех вариантах смешения частот методом трапеций с использованием алгоритма Ромберга.

В результате изучения зависимости  $I_{\rm III}$  от продольной локализации и соотношения частот опорного и объектного источников, а также угла между записывающими пучками был сформулирован подход к количественной оценке предельной разрешающей способности изображений точечных источников на основе критерия Марешаля (подход Штреля-Марешаля) при использовании различных схем и вариантов смешения частот для записи и считывания  $\chi^{(2)}$ -голограмм. В качестве величины предельной разрешающей способности таких изображений использована полуширина изображения точечного источника при выполнении критерия Марешаля, которая согласно результатам наших экспериментов, представленных в третьей главе, отличается не более чем на 10% от рэлеевского предела. На рис. 2 представлен пример зависимости  $I_{\rm III}$  восстановленного изображения от продольного положения опорного источника во внеосевой схеме записи голограмм для трех вариантов смешения частот.



Из представленных данных видно, что для принятых конкретных параметров записи  $\chi^{^{(2)}}$ -ДГ восстановленное изображение, близкое по качеству к дифракционному, согласно критерию Марешаля (I<sub>Ш</sub><0.8) может быть достигнуто только в варианте сохранения частоты излучения в узкой области положений опорного источника вблизи схемы безлинзовой записи Фурье-голограмм при Z<sub>R</sub>/Z<sub>O</sub> ~ 1-2. Таким образом, данные, приведенные на рис.2, позволяют установить области параметров схем записи  $\chi^{^{(2)}}$ -голограмм, для которых I<sub>Ш</sub>>0.8, т.е достигается приемлемое качество изображения.

Сравнение трансформационных свойств и аберрационных характеристик  $\chi^{^{(2)}}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограмм показало, что для всех вариантов смешения частот существуют условия  $\chi^{(3)}$ записи И считывания (обычной) голограммы, названные условиями трансформационных соответствий, при которых трансформационные свойства и аберрации третьего порядка формируемых ею изображений, совпалают с трансформационными свойствами и аберрациями третьего порядка изображений, восстанавливаемых  $\chi^{(2)}$ -ДГ. Согласно этим условиям запись обычной голограммы следует производить излучением с частотой, равной частоте объектного пучка  $\omega_0$  при записи  $\chi^{(2)}$ - $Д\Gamma$ , а считывание - излучением с частотой, равной частоте излучения  $\omega_{\Sigma\Lambda}$ , генерируемой  $\chi^{(2)}$ -голограммой. Источник считывающего излучения следует при этом совместить с опорным источником, использованным при записи голограммы (x<sub>c</sub>,y<sub>c</sub>,z<sub>c</sub>)=(x<sub>r</sub>,y<sub>r</sub>,z<sub>r</sub>). При считывании с повышением и понижением частоты трансформационные соответствия применимы для мнимого изображения, восстановленного обычной голограммой, а при считывании со смещением частоты они справедливы для действительного изображения.

Экспериментальная проверка применимости развитой теории тонких  $\chi^{(2)}$ голограмм к процессам разночастотной записи и считывания  $\chi^{(2)}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограмм конечной толщины была предварена сравнительным анализом преобразования волновых полей объемными  $\chi^{(2)}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограммами. Кроме того, был выполнен анализ условий достижения неколлинеарного фазового синхронизма для случая многочастотной записи и считывания  $\chi^{(2)}$ -голограмм с повышением частоты в кристалле КТР заданной толщины. Показано, что при наличии фазового рассогласования волны нелинейной поляризации среды и восстановленной волны вектор фазового рассогласования  $\Delta K$  для обоих типов голограмм согласно условиям связности на границе среды перпендикулярен поверхности голограммы. Для обоих типов голограмм в приближении заданных полей накачки и считывающего излучения зависимость эффективности преобразования излучения от толщины голограммы и вектора фазового рассогласования определяется одними и теми же функциями  $T^2 \sin \tilde{n}^2 \left(\frac{\Delta KT}{2}\right)$ , хотя физический смысл величин, определяющих модуль

данного вектора для этих голограмм существенно различен.

С целью оптимизации условий эксперимента, приведенного в следующем параграфе, выполнен анализ условий синхронизма при взаимодействии многочастотных опорного и объектного пучков в двухосном кристалле КТР, благодаря которому были выбраны необходимые углы между опорным и объектным пучками, а также ориентация главных диэлектрических осей кристалла по отношению к этим пучкам.

В экспериментальном исследовании полей локализации восстановленных изображений при разночастотной записи и считывании наложенных  $\chi^{(2)}$ -ДГ источником излучения служил одномодовый Nd:YAG- лазер «Пикохром» с ВРМБ компрессией и трехкаскадным усилителем, генерирующий импульсы с длиной волны 1.064 мкм, длительностью 300 пс и мошностью в импульсе до 300 МВт. Динамические голограммы интерферометре переменным записывались двухлучевом с углом В между записывающими пучками α, который задавался условиями синхронизма для выбранных длин волн. Для записи  $\chi^{(2)}$ -ДГ использовались многочастотные источники излучения как в объектном, так и опорном пучках. Для этого в каждый из пучков на пути излучения первой гармоники неодимового лазера (ПГ) помещалось по кристаллу нитрата бария, которые генерировали до трех стоксовых компонентов вынужденного комбинационного рассеяния с длинами волн 1.198 (первый стоксов компонент - ПС), 1.37 (ВС) и 1.599 (ТС) мкм. В качестве записывающей среды использовался кристалл КТР толщиной 1 мм, в качестве объекта - фигурная диафрагма. Диаметр опорных пучков на голограмме составлял 3...5 мм.

Для варианта смешения с повышением частоты были изучены трансформационные свойства голографических изображений при соотношениях частот объектной и опорной волн как больших, так и меньших единицы, а также возможности формирования ахроматических изображений. В результате при выбранных ориентациях кристалла КТР и углах схождения пучков ( $\alpha = 19 \dots 23^{0}$ ), согласно нашим расчетам локализации изображений, наблюдались либо три  $\chi^{(2)}$ - голографических изображения: зеленое (ПГ+ПГ, 532нм) и по обе стороны от него два желтых (ПГ+ПС и ПС+ПГ, 564 нм), одновременно или же компоненты ахроматического изображения, формируемые вторыми гармониками излучения стоксовых компонентов и основной частоты лазера (ПС+ПС, ПГ+ПГ). Также была изучена зависимость продольной локализации и поперечного увеличения восстановленных изображений от положения опорного источника (см. рис. 3) в случае, когда это изображение формируется на второй гармонике объектного пучка.



Для этого в плече опорного пучка помещались отрицательная или положительная линзы, формирующие соответственно мнимый или действительный сферический опорный источник. Видно, что экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими как в области мнимых (при  $Z_R/Z_O \ge 0$ ), так и действительных (при  $Z_R/Z_O \le 0$ ) изображений, которые соответственно относятся к зонам локрисов I и II.

Для случаев понижения и смещения частоты экспериментально изучены трансформационные свойства изображений при записи и считывании  $\chi^{(2)}$ -ДГ с использованием плоских опорных волн, а также первой и второй гармоник излучения неодимового лазера в объектном и опорном пучках. Для реализации случая понижения частоты объект помещался в излучение второй гармоники, в случае же сохранения частоты он перемещался во второе плечо интерферометра в излучение первой гармоники.

Результаты эксперимента показали, что такая простая перестановка объекта из одного плеча интерферометра в другое полностью меняет пространственные характеристики восстановленных изображений. Действительно, сопровождающий такую перестановку переход от случая понижения частоты к случаю сохранения частоты приводит к тому, что на одной и той же частоте первой гармоники вместо мнимого изображения с искаженными продольными масштабами формируется действительное изображение, волновой фронт которого сопряжен волновому фронту, рассеянному объектом.

В целом полученные экспериментальные результаты согласуются с проведенным на основе формул (1) и (2) теоретическим анализом локализации точек голографических изображений во всех вариантах смешения частот.

Важное значение имела экспериментальная проверка подхода, использованного в для анализа аберраций волновых фронтов, формируемых  $\chi^{(2)}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограммами. В качестве предмета исследования было выбрано количественное изучение числа Штреля и полуширины восстановленного точечного изображения от точности юстировки голограммы вблизи брэгговских условий при разночастотном считывании обычной  $\chi^{(3)}$ -голограммы точечного объекта, которая была записана с использованием плоской опорной волны.

Для оценки качества изображений использовалась голограмма точечного объекта, записанная излучением Не-Ne лазера на галогенидосеребряном фотоматериале ПФГ-03, нанесенном на высококачественную стеклянную подложку. Голограмма восстанавливалась излучением двух длин волн: 632нм и 532нм. Считывающий пучок был сопряжен опорному. Аберрации изображения, связанные с отклонением условий освещения голограммы от брэгговских, вводились путем разъюстировки голограммы относительно освещающего пучка.

Общий вид полученных изображений и зависимость интенсивности Штреля от величины угловых расстроек при считывании на длине волны записи представлены на рис 5. Из них следует, что теоретические оценки чисел Штреля показывают хорошее согласие с экспериментальными данными в широком диапазоне изменения угловых расстроек и значений чисел Штреля (вплоть до 0.3), что значительно превосходит диапазон, требуемый для выполнения критерия Марешаля (I<sub>III</sub><0.8).

Таким образом, экспериментально подтверждается возможность применения развитого в главе 2 подхода Штреля-Марешаля к количественной оценке разрешающей способности восстановленных голографических изображений и могут быть установлены требования к точности установки голограмм при считывании, которые в рассматриваемом случае составили  $\pm 1$ ° и  $\pm 7$ ° для апертур 30 и 15 мм соответственно.



Рис. 4. Изменение интенсивности в максимуме изображения точечного объекта при угловых расстройках от условий Брэгга на длине волны считывания 632 нм (а) и восстановленное изображение точечного источника в гауссовой плоскости при точном брэгговском считывании на длинах волн 632 (слева) и 532нм (справа) при апертуре голограммы 30 мм (б). Экспериментальные данные на апертуре 30 мм отмечены квадратиками, на апертуре 15 мм - кружками. Результаты расчетов чисел Штреля для апертуры 30 мм - сплошные линии, для апертуры 15 мм – пунктирные.

## Выводы

- 1. На основе параксиальной теории тонких голограмм в скалярном приближении выполнен теоретический анализ пространственной локализации, масштабов и аберраций третьего порядка изображений, формируемых  $\chi^{(2)}$ -ДГ во всех вариантах смешения частот. Установлено существование геометрического места точек возможных локализаций восстановленных точечных изображений при многочастотной записи  $\chi^{(2)}$ -ДГ и заданного расположения объектного и опорного источников, а также строго ограниченных областей возможного расположения реконструированных голографических изображений (полей и зон локрисов), зависящих от варианта смешения частот и геометрии пучков, записывающих  $\chi^{(2)}$ -ДГ, и определены границы этих областей.
- Сформулировано правило поточечного геометрического построения изображений, создаваемых χ<sup>(2)</sup>-ДГ, основанное на использовании точек пересечения соответствующих локрисов и частотно-векторных лучей. Установлены условия соответствия трансформаций (положения и масштабов), а также аберраций третьего порядка голографических изображений, формируемых χ<sup>(2)</sup>-ДГ во всех вариантах смешения частот и обычными голограммами.
- 3. На основе расчета интенсивности Штреля согласно критерию Марешаля определены области параметров записи  $\chi^{(2)}$ -ДГ, задаваемых значениями критических соотношений частот, углов схождения опорного и объектного излучения, а также координат опорного источника, в пределах которых может быть реализовано высокое качество восстановленных изображений при использовании осевых и внеосевых схем записи с повышением, понижением и смешением частоты считывающего излучения.
- 4. Экспериментальные результаты диссертации продемонстрировали применимость параксиальной теории тонких  $\chi^{(2)}$ -ДГ для описания трансформационных свойств процессов записи и преобразования изображений в нелинейных квадратичных средах

конечной толщины в широком диапазоне изменения соотношений частот и положений опорного и объектного источников в условиях, когда спектры пространственных частот объектных пучков заключены в пределах угловой селективности голограмм. Продемонстрирована возможность записи наложенных  $\chi^{(2)}$ -ДГ с использованием многочастотных опорного и объектного пучков. Определены условия неколлинеарного синхронизма взаимодействующих волн в двухосном кристалле КТР и одновременного достижения синхронизма для избранных комбинаций частот.

5. В результате исследования качества изображений, создаваемых обычной голограммой, в зависимости от угловой расстройки считывающего излучения относительно угла Брэгга получено экспериментальное подтверждение применимости развитого в главе 2 теоретического подхода к количественной оценке разрешающей способности голографических изображений точечных источников, восстанавливаемых  $\chi^{(2)}$ - и  $\chi^{(3)}$ -голограммами, а также определены критерии точности установки  $\chi^{(3)}$ -голограмм при считывании.

## Литература:

1. Yu.N.Denisyuk, A.Andreoni and M.A.C. Potenza. Holographic Properties of the Effect of Second-Order Harmonic Cross-Correlation of Optical Wavefields.//Optical Memory and Neural Network, 1999, v.8, №3, pp.123-137.

2. А.Марешаль, М.Франсон. Структура оптического изображения. М., «Мир», 1964

3. R.W.Meier. Magnification and Third-Order Aberrations in Holography.// JOSA, 1965, v.55, n.8, pp. 987-992.