

Латеральные плазменные кристаллы

Илья Горбенко

Соавторы: Сергей Поташин и Валентин Качоровский

ФТИ им. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

Зимняя школа 2026, 27 февраля

- **Введение:** модель Друде и 2D плазмоны
- **Латеральный плазменный кристалл:**
возможность управления зонной структурой
- **Коэффициент прохождения:** эксперимент и теория
- **Эффект храповика**
- **Индуцированное током усиление**

Модель Друде

$$\frac{dv}{dt} = \frac{eE}{m} - \gamma v$$

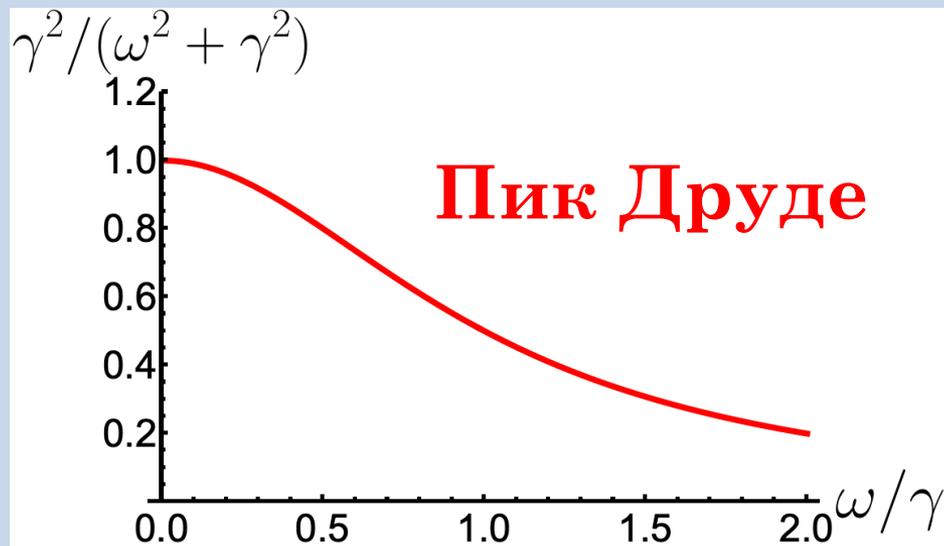
$$E = E_0 \cos \omega t$$

$$\gamma = 1/\tau$$

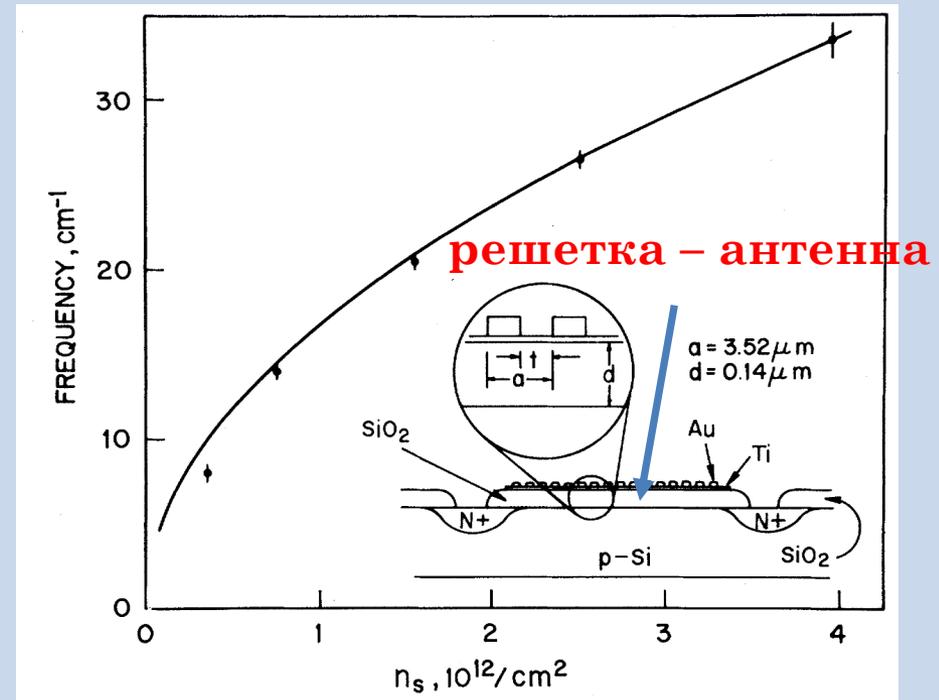
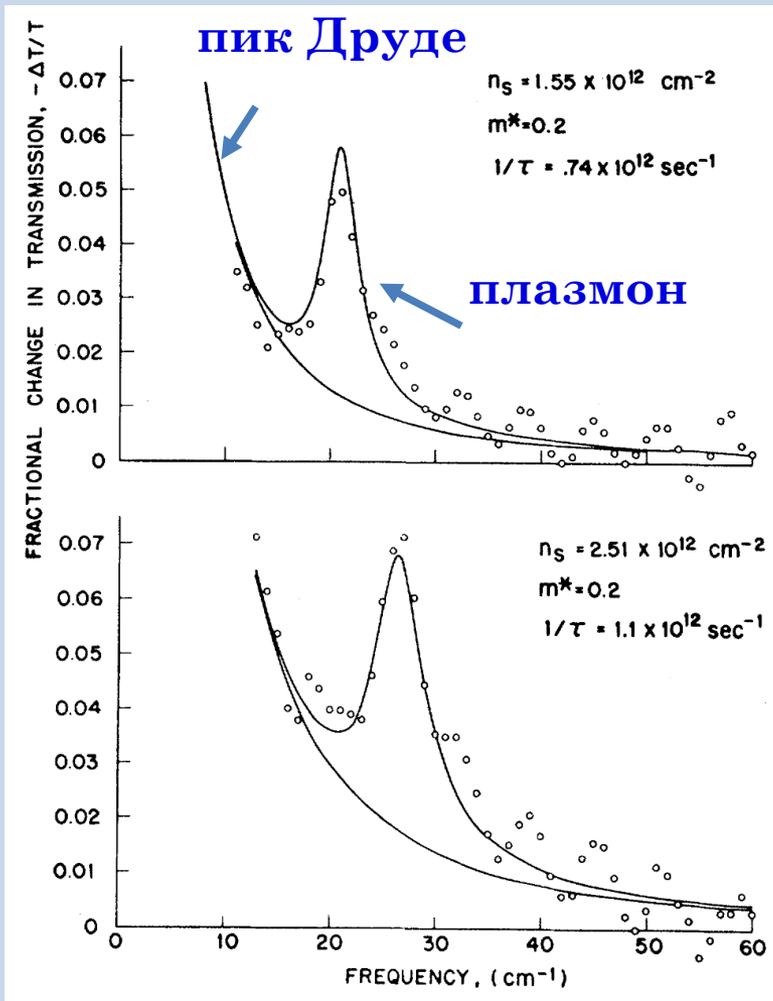
$$j = eNv = \sigma E_0 e^{-i\omega t} / 2 + \text{c. c.}$$

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m(\gamma - i\omega)}$$

$$P \propto \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2}$$



Возбуждение 2D плазмонов



Резонансная частота от концентрации

(i) поглощение ДрUDE

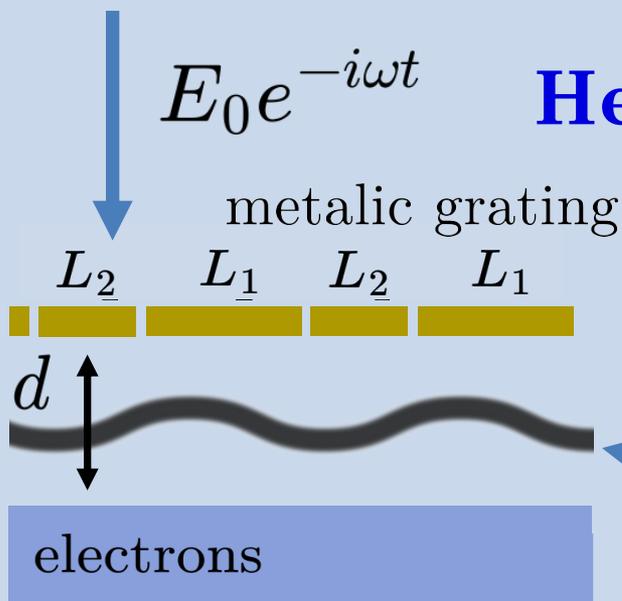
(ii) плазмонный резонанс

a – период решетки

Allen, Tsui, and Logan, PRL (1977)

Относительное изменение коэффициента прохождения от частоты

Неоднородное поле



$$k = \frac{2\pi}{L_1 + L_2}$$

вектор обратной решетки

$$E = E_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} h_n \cos(nkx + \phi_n) \right] \cos \omega t$$

поле, прошедшее
через решетку

$$E \approx E_0 (1 + h \cos kx) \cos \omega t$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{e}{m} \left(E - \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \gamma v$$

$$N(x, t) = N_0 (1 + n(x, t))$$

концентрация с плазмонами

уравнение Эйлера

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \text{div}(Nv) = 0$$

$$j = \left[\sigma E_0 e^{-i\omega t} + (\sigma' E_0 e^{ikx} + \text{c. c.}) e^{-i\omega t} \right] + \text{c. c.}$$

две проводимости

уравнение непрерывности

$$eN = CU \quad C = \varepsilon/4\pi d$$

конденсаторное приближение

Неоднородное поле

metallic grating



$$E \approx E_0(1 + h \cos kx) \cos \omega t$$

$$\omega_0 = ks$$

$$s \propto \sqrt{U_g}$$

s – скорость плазмона

ω_0 – плазменная частота

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m(\gamma - i\omega)}$$

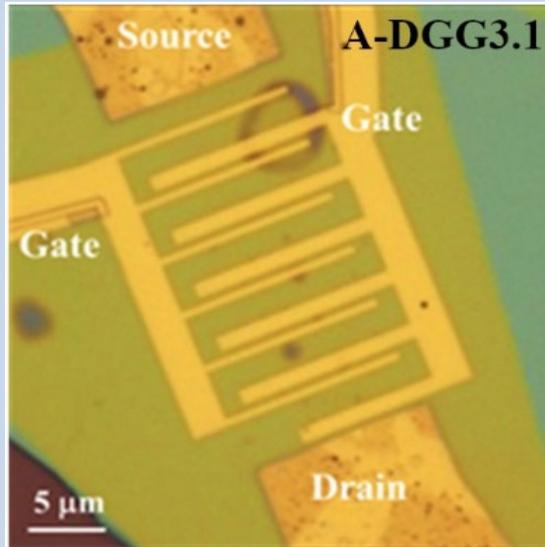
$$\sigma' = h \frac{e^2 N}{m [\gamma - i(\omega - \omega_0^2/\omega)]}$$



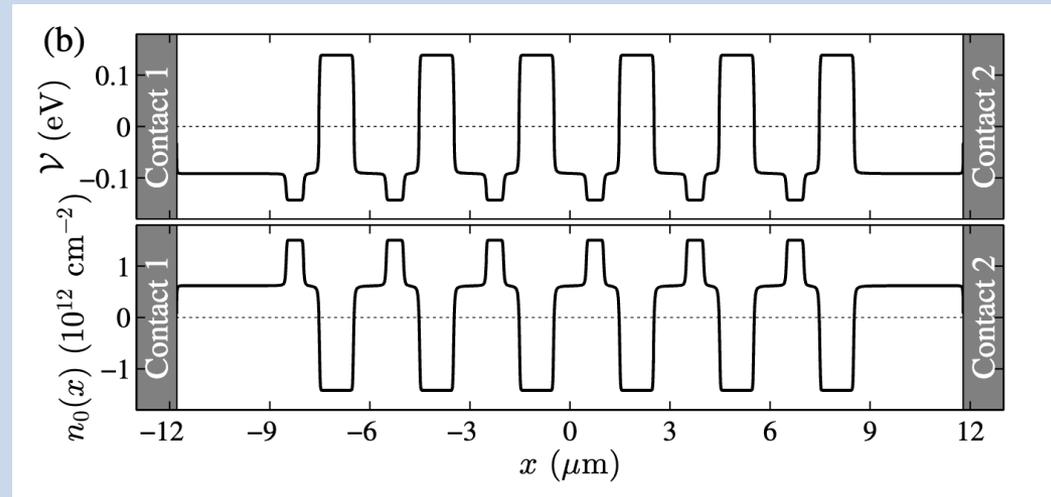
$$P \sim \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2}$$

$$\omega_0 \gg \gamma \quad \downarrow \quad \omega \approx \omega_0$$

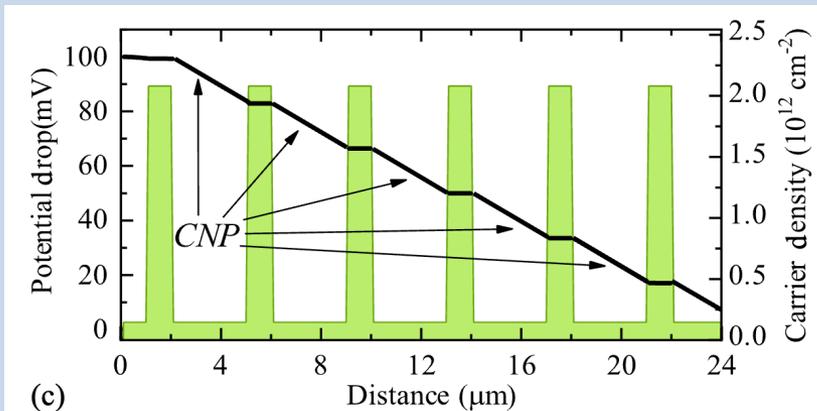
$$P \sim \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}$$



Транзистор с
решетчатыми затворами



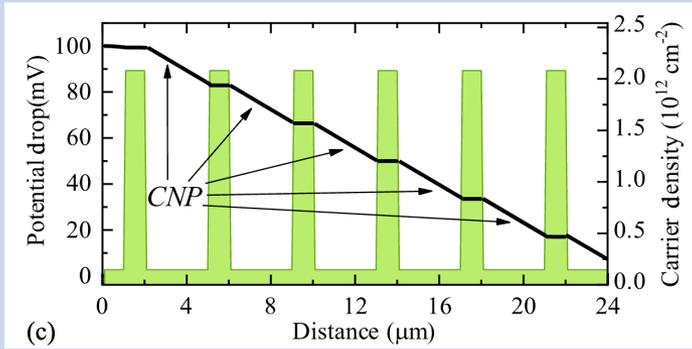
Концентрация от координаты **Olbrich et al**
Phys. Rev. B 93, 075422 (2016)



Концентрация от координаты
(зеленый)

- (i) напряжение на затворной решетке контролирует концентрацию под решеткой
- (ii) периодическая модуляция электронной концентрации создает плазменный кристалл

Эксперимент: сильная модуляция



Концентрация от координаты (зеленым)

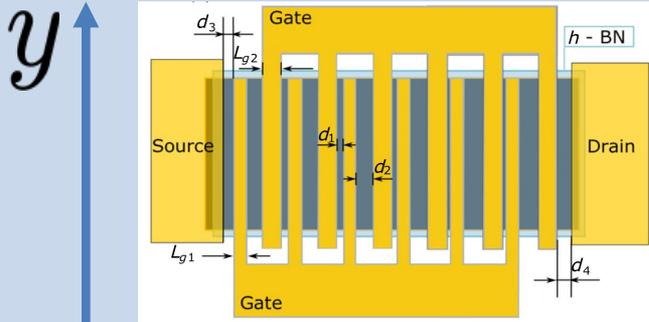
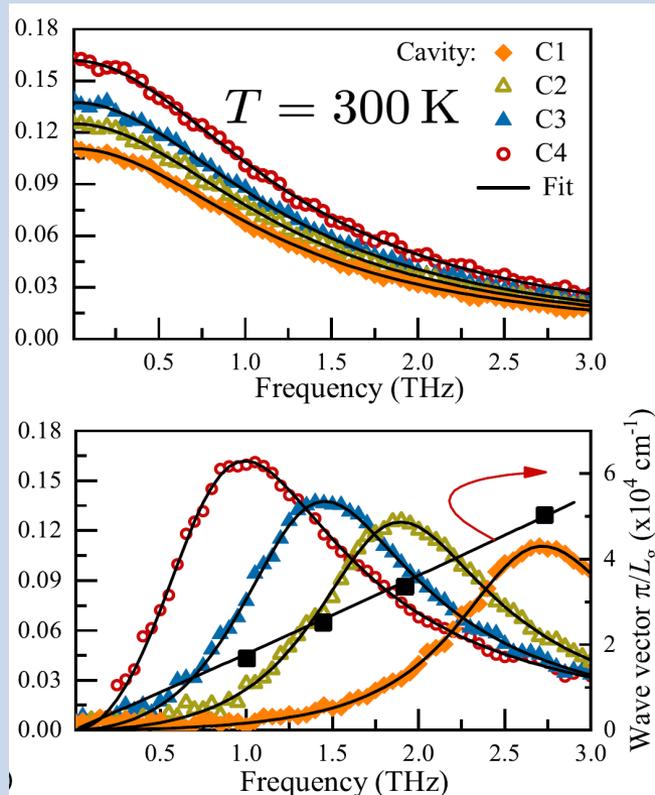


Схема структуры



Друде пик

$$\mathbf{E} \parallel \mathbf{e}_y$$

Плазмонный резонанс

$$\mathbf{E} \parallel \mathbf{e}_x$$

$$P_{DO} = \frac{N_1 (eE_0)^2}{2m} \frac{\gamma_1}{\left(\omega - \frac{\omega_1^2}{\omega}\right)^2 + \gamma_1^2}$$

Damped oscillator model

$$\omega_1 = 0$$

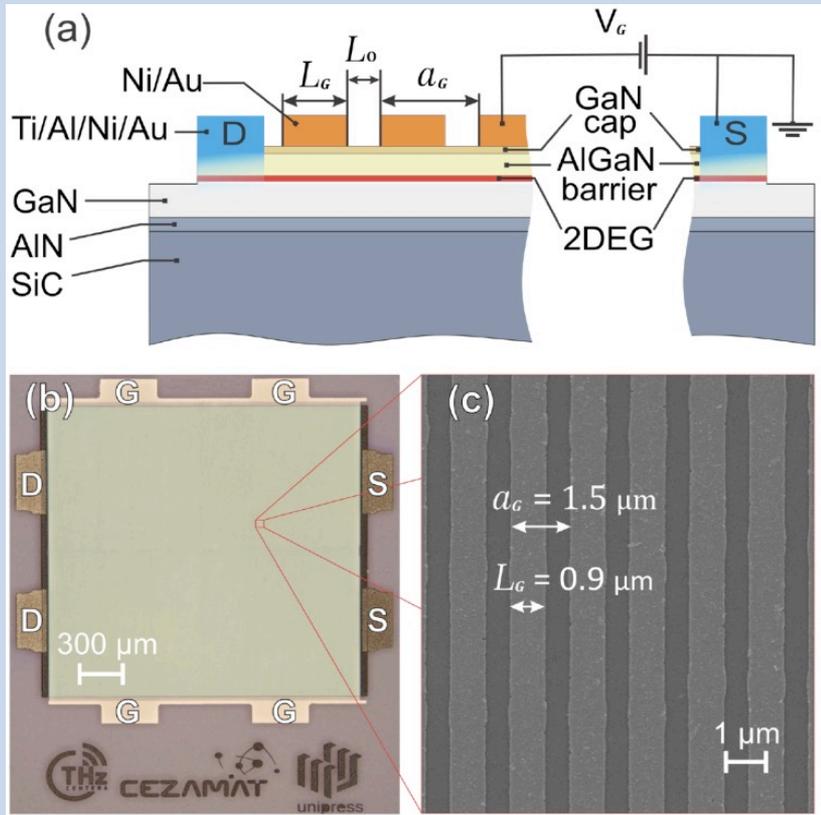
$$\propto \frac{\gamma_1}{\omega^2 + \gamma_1^2}$$

$$\omega_1 \gg \gamma_1$$

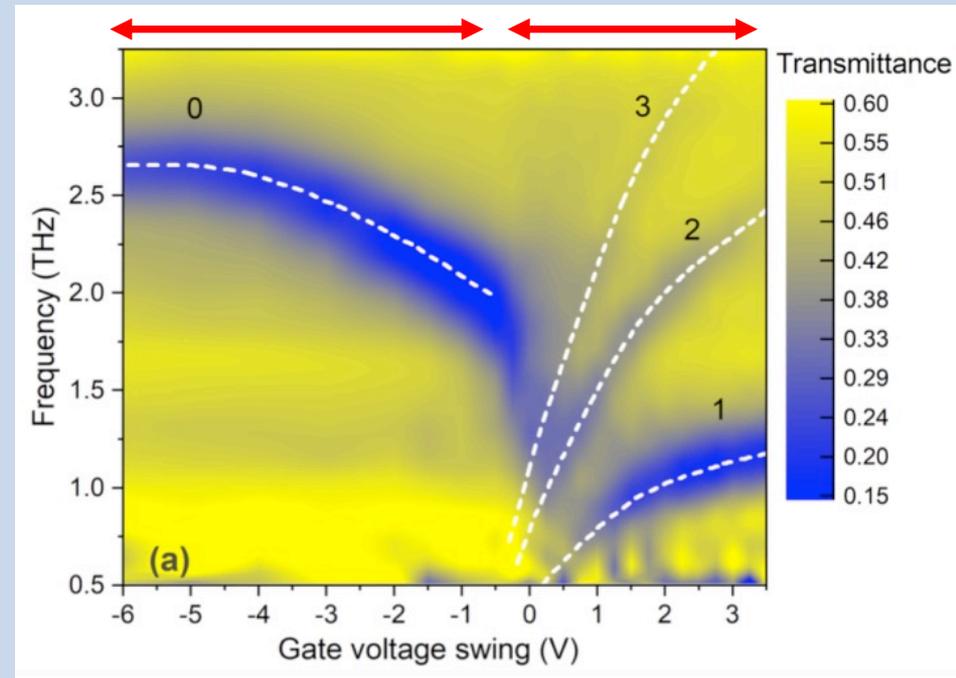
$$\propto \frac{\gamma_1}{(\omega - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2}$$

$$\omega \approx \omega_1$$

Эксперимент: переход между резонансным 8 и супер-резонансным режимами



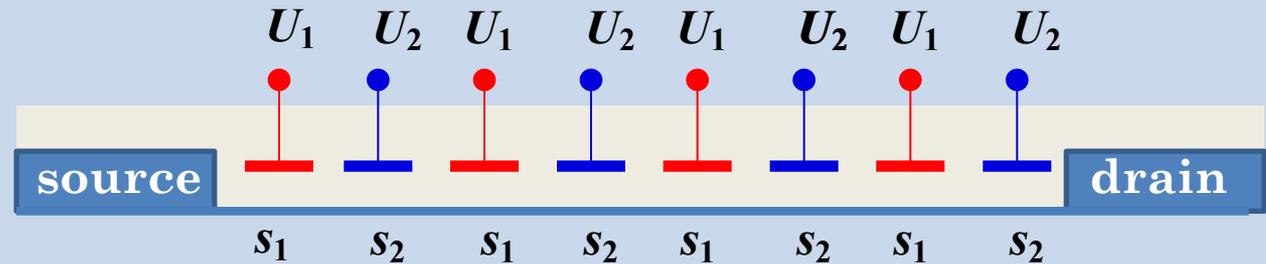
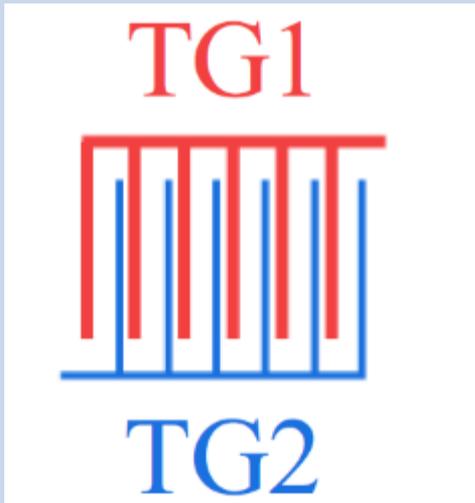
изолированные полосы модулированный 2D проводящий слой



Экспериментальное доказательство управляемого перехода в плазменном кристалле

$$s_1 = 2.3 \times 10^8 \text{ cm/s}, \quad L_1 = 0.6 \text{ } \mu\text{m}, \quad L_2 = 0.9 \text{ } \mu\text{m}, \\ \gamma/2\pi = 0.25 \text{ THz}, \quad m = 0.2 m_0, \quad d = 23 \text{ nm}, \quad \epsilon = 9$$

Sai, Korotyeyev, Dub, Słowikowski, Filipiak, But, Ivonyak, Sakowicz, Lyaschuk, Kukhtaruk, Cywiński, and Knap, PRX (2023)



Плазменный кристалл с периодическим статическим потенциалом

Теоретическая модель:

- (i) Гидродинамика, $\tau_{ee} \ll \tau_{imp}, \tau_{ph}$
- (ii) Модель Кронига-Пенни: ячейка кристалла состоит из двух областей под разными затворами и разными плазменными скоростями s_1 и s_2

Спектр плазменного кристалла

$$\cos [K(L_1 + L_2)]$$

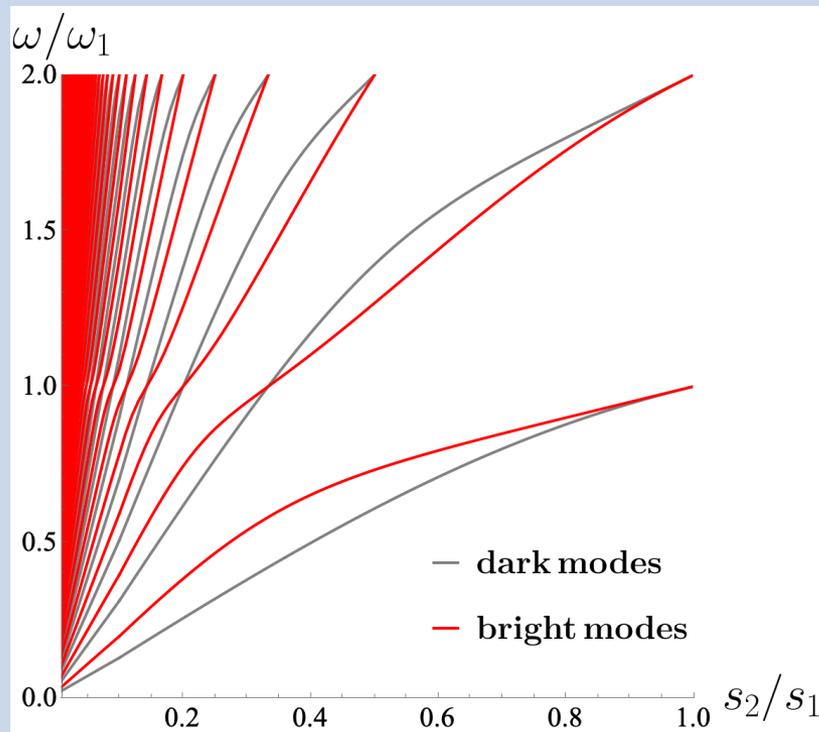
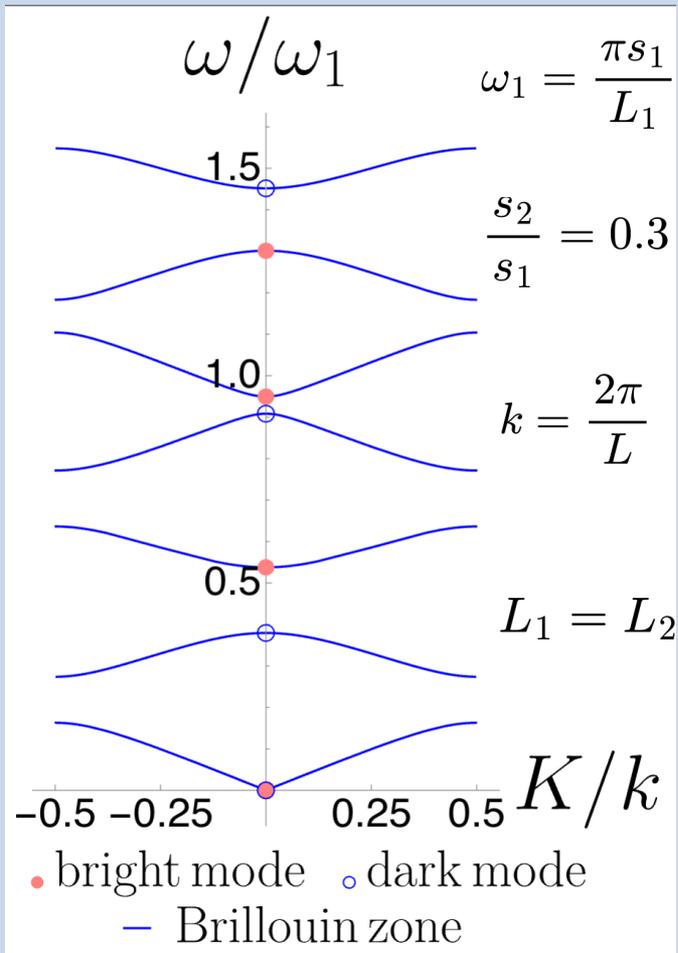
$$= \cos \frac{\omega L_1}{s_1} \cos \frac{\omega L_2}{s_2} - \frac{s_1^2 + s_2^2}{2s_1 s_2} \sin \frac{\omega L_1}{s_1} \sin \frac{\omega L_2}{s_2}$$

$$K = 0 \rightarrow Q_{\text{bright}} Q_{\text{dark}} = 0$$

ТЕМНЫЕ И СВЕТЛЫЕ МОДЫ

$$Q_{\text{bright}} = s_1 \cos \frac{\omega L_1}{2s_1} \sin \frac{\omega L_2}{2s_2} + s_2 \cos \frac{\omega L_2}{2s_2} \sin \frac{\omega L_1}{2s_1}$$

$$Q_{\text{dark}} = s_2 \cos \frac{\omega L_1}{2s_1} \sin \frac{\omega L_2}{2s_2} + s_1 \cos \frac{\omega L_2}{2s_2} \sin \frac{\omega L_1}{2s_1}$$



K – квазиволновой вектор

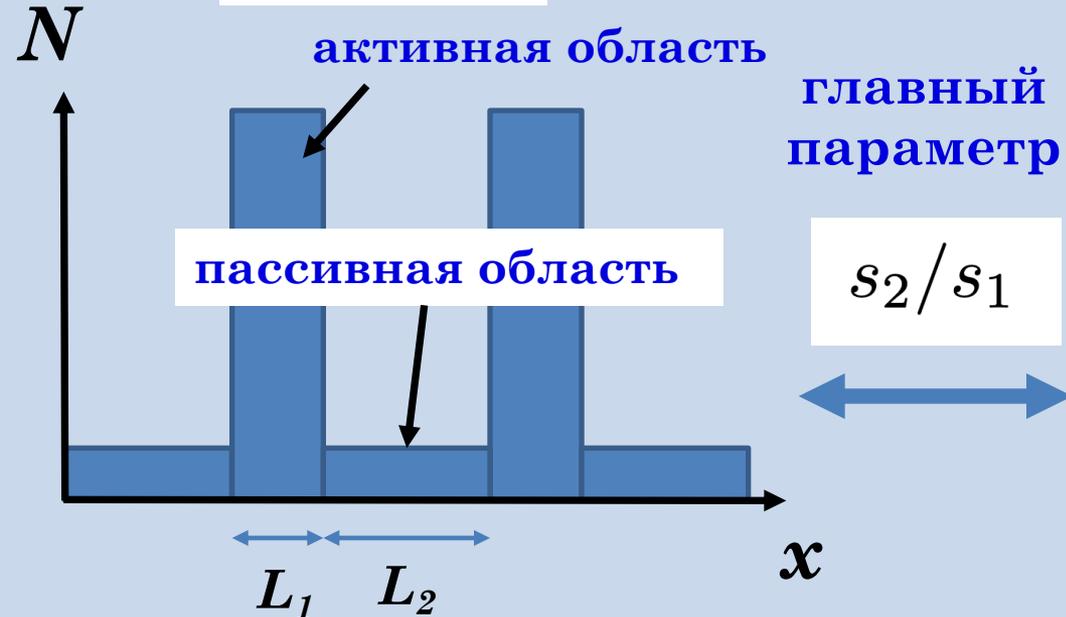
Два предельных случая

11

сильная связь

$$\frac{N_2}{N_1} \propto \left(\frac{s_2}{s_1} \right)^2$$

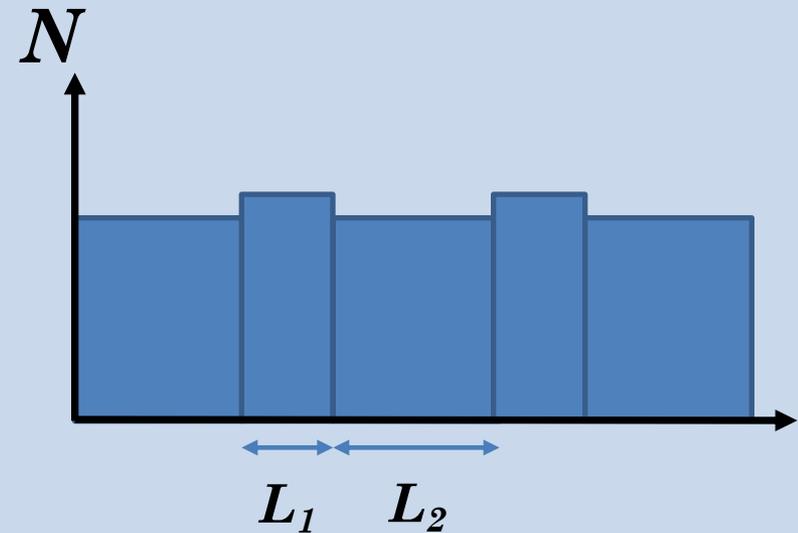
$$s_2 \ll s_1$$



$$\omega = \frac{\pi s_1}{L_1}$$

слабая связь

$$s_2 \approx s_1$$



$$\omega = \frac{2\pi s_1}{L_1 + L_2}$$

Плазмонные уровни $\omega_n(K)$ при $\gamma = 0$

$$\begin{aligned} & \cos [K(L_1 + L_2)] \\ &= \cos \frac{\omega L_1}{s_1} \cos \frac{\omega L_2}{s_2} - \frac{s_1^2 + s_2^2}{2s_1 s_2} \sin \frac{\omega L_1}{s_1} \sin \frac{\omega L_2}{s_2}. \end{aligned}$$

слабая связь

$$s_2 \approx s_1$$

$$k = \frac{2\pi}{L_1 + L_2}$$

$$s_2 \ll s_1$$

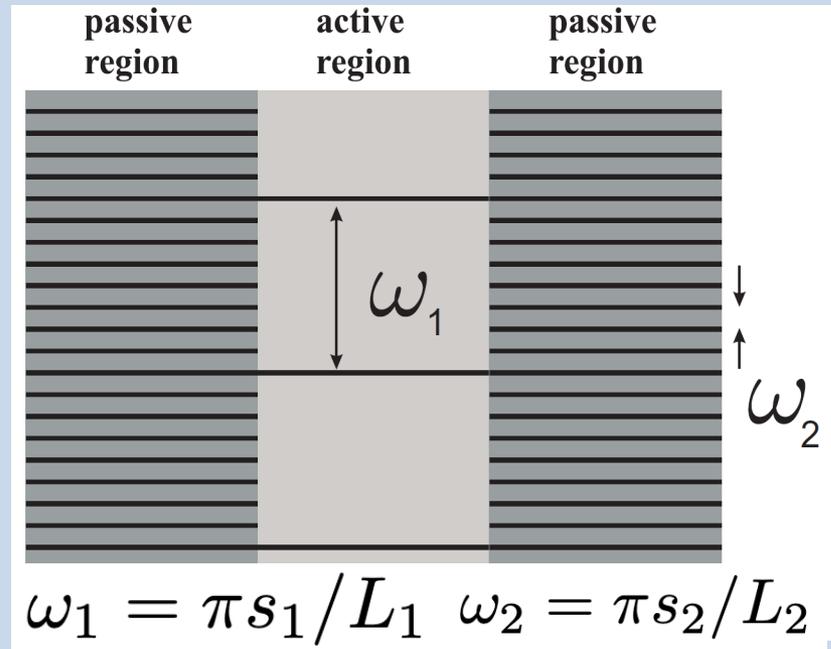
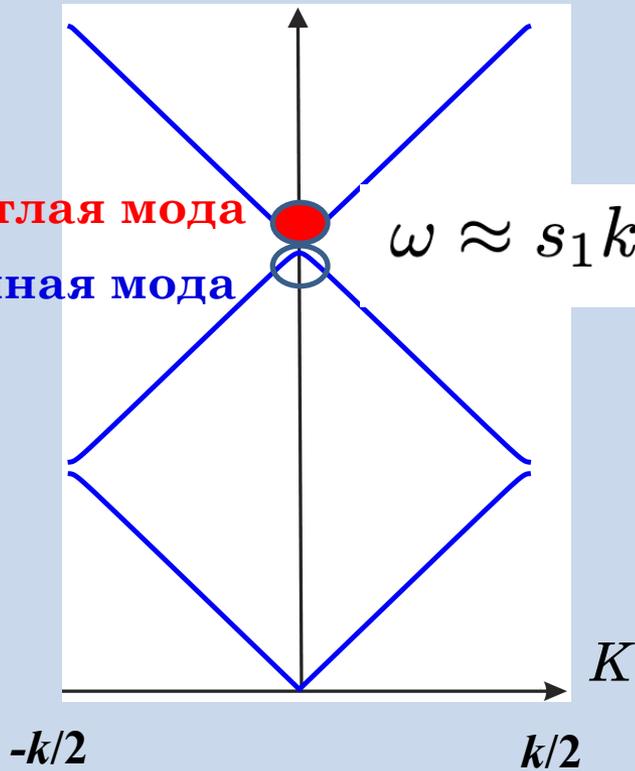
**сильная связь
(светлые моды)**

$$\cos \frac{\omega L_1}{2s_1} \sin \frac{\omega L_2}{2s_2} = 0$$

светлая мода

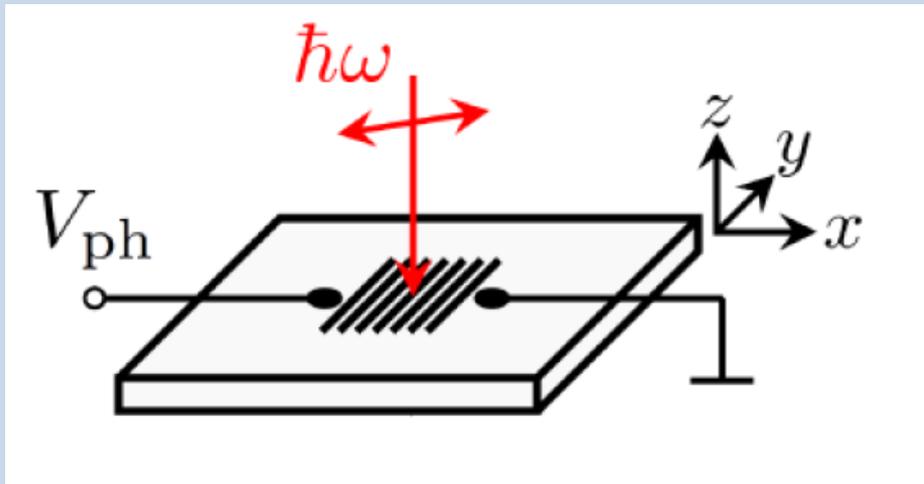
темная мода

$$\omega \approx s_1 k$$



при $\gamma < \omega_2$ – все резонансы

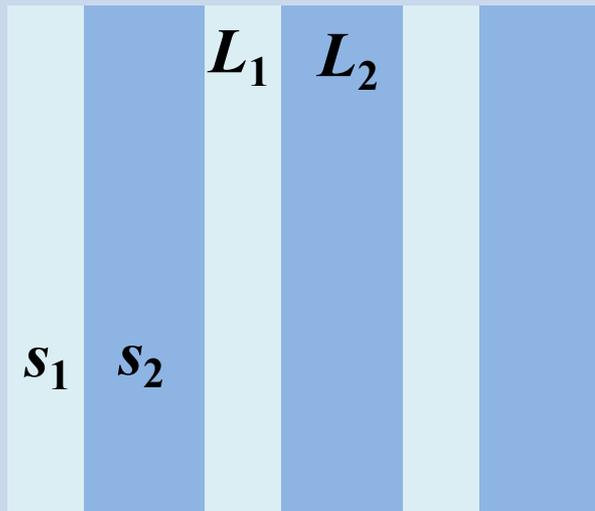
при $\omega_1 > \gamma > \omega_2$ – резонансы активной области



ТГц излучение много больше размеров структуры

$$\lambda \gg L_1, L_2$$

$$E = E_0 \cos(\omega t)$$



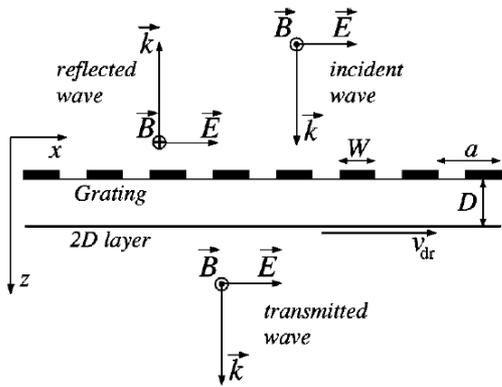
ОТКЛИК НА ВНЕШНЕЕ ПОЛЕ

???

(i) коэффициент прохождения

(ii) DC отклик: эффект храповика

Коэффициент прохождения и диссипация¹⁴



$$T = 1 - \frac{\pi\sigma}{c} \frac{\gamma^2}{\delta\omega^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2},$$

$$R = \left(\frac{\pi\sigma}{c}\right)^2 \frac{\gamma^2}{\delta\omega^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2},$$

$$A = \frac{\pi\sigma}{c} \frac{\gamma^2}{\delta\omega^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}.$$

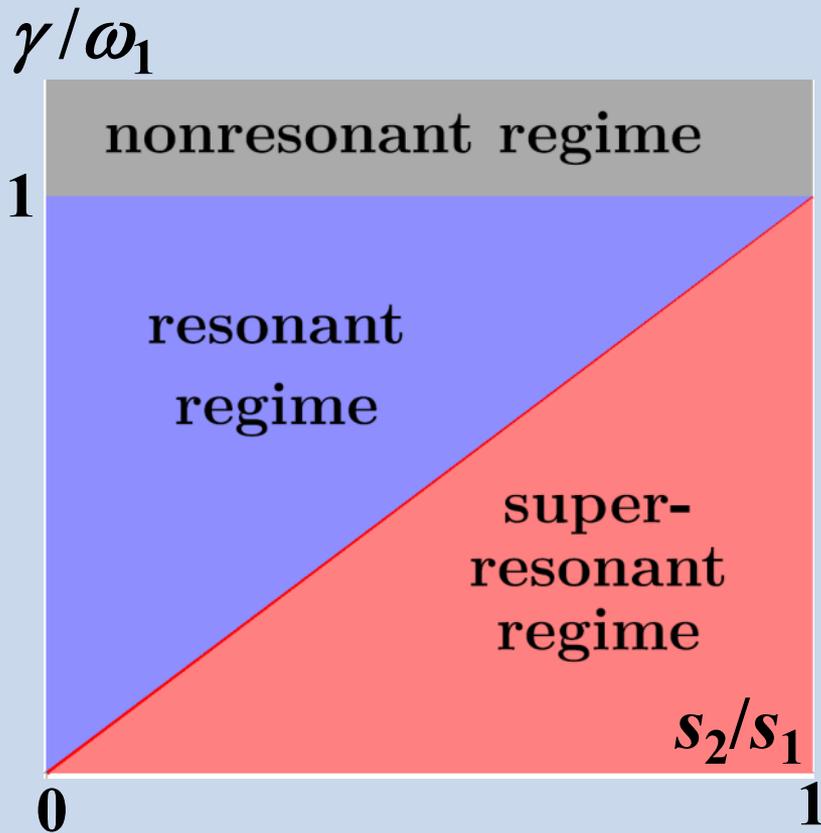
$$\frac{\Gamma}{\gamma} = \frac{2\pi\sigma}{c}$$

$$T \approx 1 - \frac{8\pi P}{c\sqrt{\epsilon}E_0^2}$$

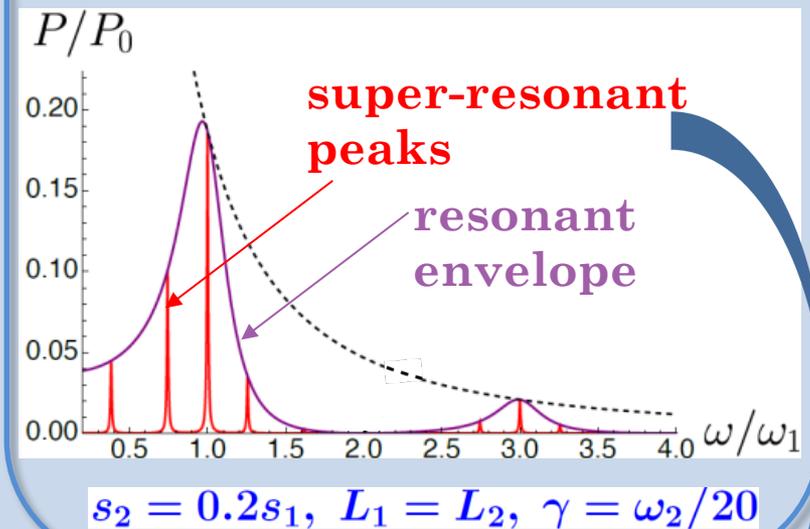
Mikhailov, PRB (1998)

Мощность диссипации

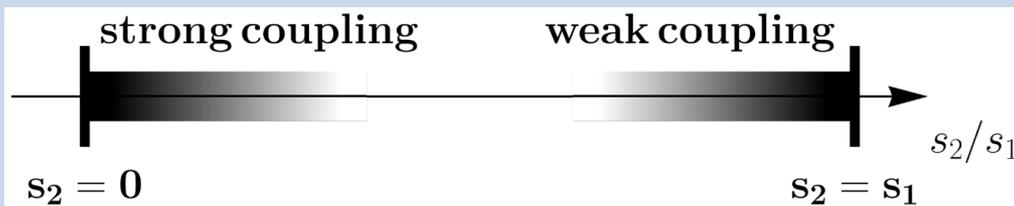
$$P \sim IU \sim \sigma E^2 L \sim \frac{e^2 N}{\gamma m} \left(\frac{\gamma m v}{e}\right)^2 L \sim \left\langle N \frac{m |\mathbf{v}|^2}{\tau} \right\rangle$$



Super-resonant regime



$$Q_{\text{bright}}(\omega) = 0$$



$$U = U_g + \delta U \quad n = \frac{N(x,t) - N_0}{N_0} \propto \delta U \quad U_g = \frac{eN_0}{C} \propto s^2$$

плазменный
вклад в поле

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \gamma \mathbf{v} = -s^2 \nabla n + \frac{\mathbf{F}(x,t)}{m}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}[(1+n)\mathbf{v}] = 0.$$

внешняя
сила

$$\frac{eE_{\text{tot}}}{m} = \frac{eE}{m} + s^2 \frac{\partial n}{\partial x}$$

диссипация в канале

$$P = \left\langle N \frac{m |\mathbf{v}(x,t)|^2}{\tau} \right\rangle_{x,t}$$

N – стационарная концентрация,
 τ – время релаксации импульса

$$j_{\text{ac}}(x,t) \approx eN_{1,2}v_{1,2}(x,t) \propto s_{1,2}^2 v_{1,2}(x,t)$$

$$\delta N_{1,2}(x,t) = N_{1,2}n_{1,2}(x,t) \propto s_{1,2}^2 n_{1,2}(x,t)$$

индуцированные внешним полем
ток и потенциал (концентрация)
непрерывны во всем кристалле

$$\Gamma \ll \gamma$$

$$T \approx 1 - \frac{8\pi P}{c\sqrt{\epsilon}E_0^2}$$

коэффициент прохождения

$$n = Ae^{iqx} + Be^{-iqx}$$

$$v = (Ae^{iqx} - Be^{-iqx})\frac{\omega}{q} + v_{\text{ext}}$$

$$v_{\text{ext}} = \frac{F_0}{2m(\gamma - i\omega)}$$

решения в общем виде

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \Psi_2 = \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

уравнение на амплитуды для решений, конечных на $x \rightarrow \infty$ при ($\gamma \neq 0, F_0 \neq 0, K = 0$)

$$\Psi_1 = (1 - \hat{T}_2 \hat{T}_1)^{-1} (\hat{T}_2 f_1 + f_2) \mathbf{e},$$

$$\Psi_2 = (1 - \hat{T}_1 \hat{T}_2)^{-1} (\hat{T}_1 f_2 + f_1) \mathbf{e},$$

$$\mathbf{e} = (-1, 1)$$

$$q_{1,2} = \frac{\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}}{s_{1,2}}$$

волновые вектора

ячейка
кристалла



$$\hat{T}_1 = \frac{s_1^2}{2q_1 s_2^2} \begin{pmatrix} e^{iq_1 L_1} (q_1 + q_2) & e^{-iq_1 L_1} (q_1 - q_2) \\ e^{iq_1 L_1} (q_1 - q_2) & e^{-iq_1 L_1} (q_1 + q_2) \end{pmatrix},$$

$$\hat{T}_2 = \frac{s_2^2}{2q_2 s_1^2} \begin{pmatrix} e^{iq_2 L_2} (q_1 + q_2) & e^{-iq_2 L_2} (q_1 - q_2) \\ e^{iq_2 L_2} (q_1 - q_2) & e^{-iq_2 L_2} (q_1 + q_2) \end{pmatrix},$$

$$f_1 = \frac{iF_0(q_1^2 - q_2^2)}{4mq_1^2 q_2 s_2^2}, \quad f_2 = \frac{iF_0(q_2^2 - q_1^2)}{4mq_2^2 q_1 s_1^2}.$$

матрицы переноса

$$P = \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} [P_{\text{nonres}} + P_{\text{res}}]$$

$$P_{\text{nonres}} = \frac{E_0^2 C}{2\gamma(L_1 + L_2)} (L_1 s_1^2 + L_2 s_2^2)$$

выражение для диссипации

$$P_{\text{res}} = \frac{E_0^2 C}{2(L_1 + L_2)} \frac{(s_1^2 - s_2^2)^2 \text{Re} [(\Gamma - i\Omega)^3 \Sigma]}{\Omega \Gamma (\Gamma^2 + \Omega^2) |\Sigma|^2}$$

$$\Sigma = s_1 \cot q_1 L_1 / 2 + s_2 \cot q_2 L_2 / 2.$$

Gorbenko, Kachorovskii, PRB (2024)

$$P_{\text{nonres}}, P_{\text{res}} \propto E_0^2$$

резонансный знаменатель

квадратичный отклик

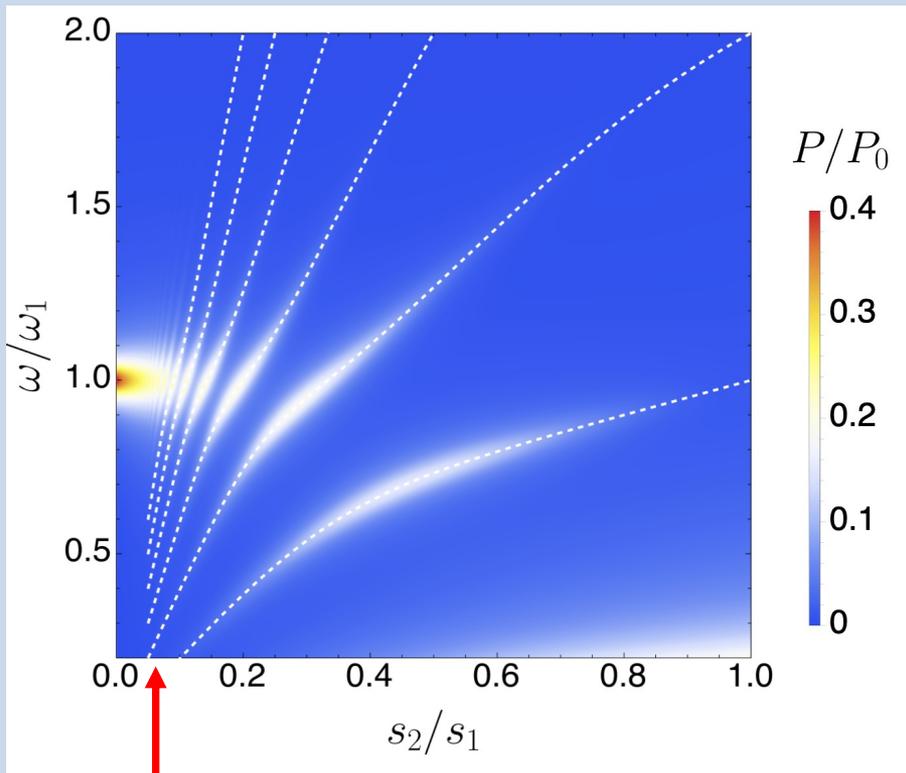
$$\Sigma(\gamma = 0) \propto Q_{\text{bright}} \quad \text{только светлые моды!}$$

$$\Omega + i\Gamma = \sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}$$

$$\Gamma \approx \begin{cases} \gamma/2 & \text{for } \omega \gg \gamma, \\ \sqrt{\omega\gamma}/2 & \text{for } \omega \ll \gamma. \end{cases}$$

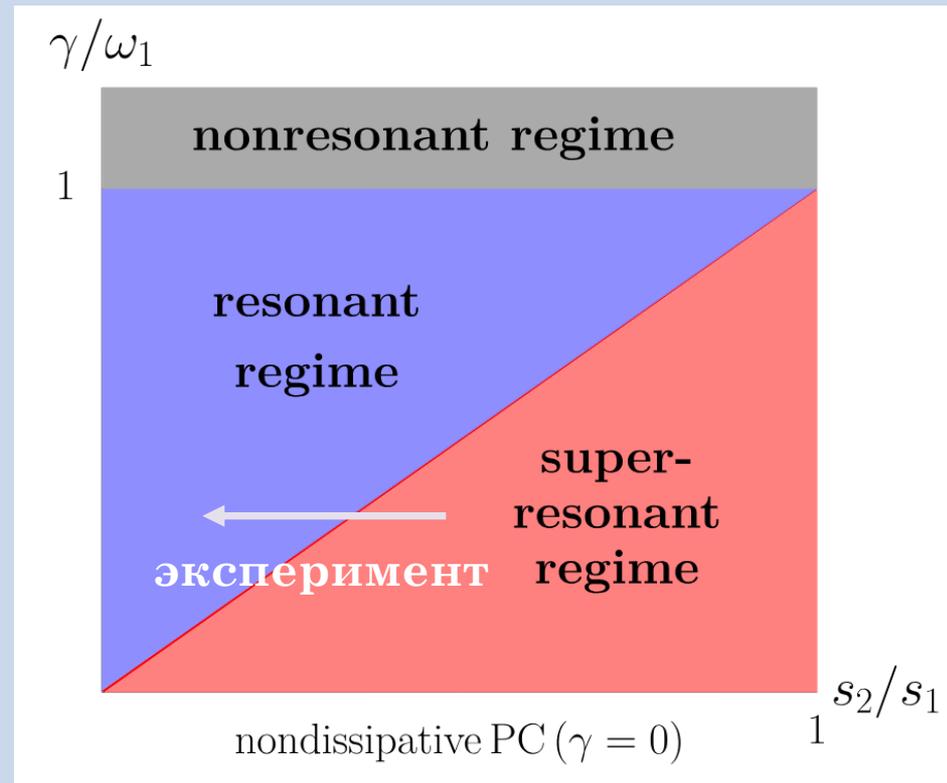
$$\Omega \approx \begin{cases} \omega & \text{for } \omega \gg \gamma, \\ \sqrt{\omega\gamma}/2 & \text{for } \omega \ll \gamma, \end{cases}$$

определение реальных Ω и Γ



переход между резонансным и супер-резонансным режимами

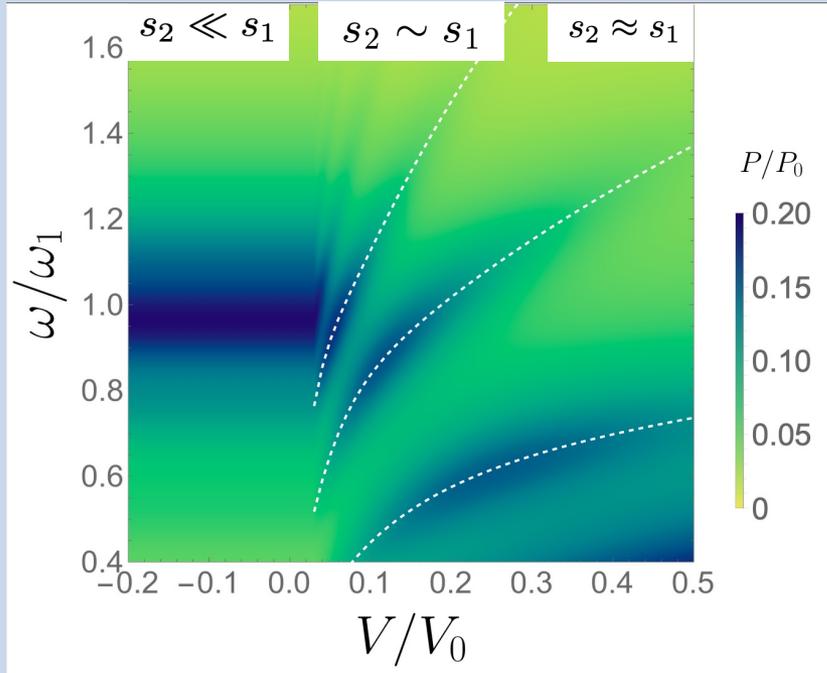
В одиночном полевом транзисторе два режима:
 резонансный ($\omega_0 \gg \gamma$)
 нерезонансный ($\omega_0 \ll \gamma$)



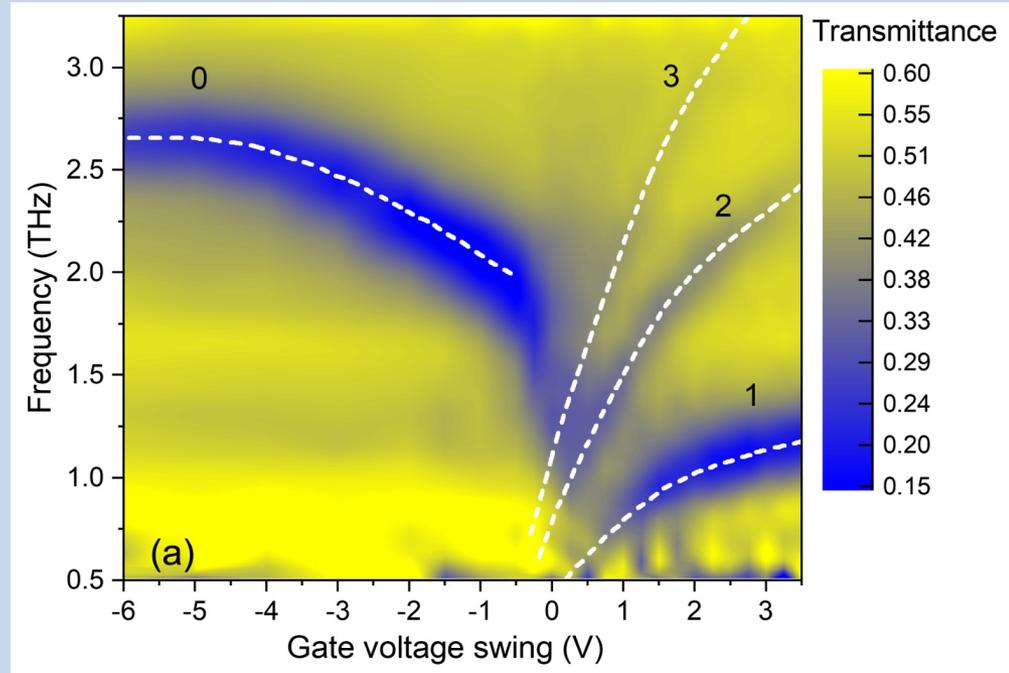
В плазменном кристалле три режима:
 супер-резонансный ($\omega_1, \omega_2 \gg \gamma$)
 резонансный ($\omega_1 \gg \gamma \gg \omega_2$)
 нерезонансный ($\gamma \gg \omega_1, \omega_2$)

Сравнение с экспериментом

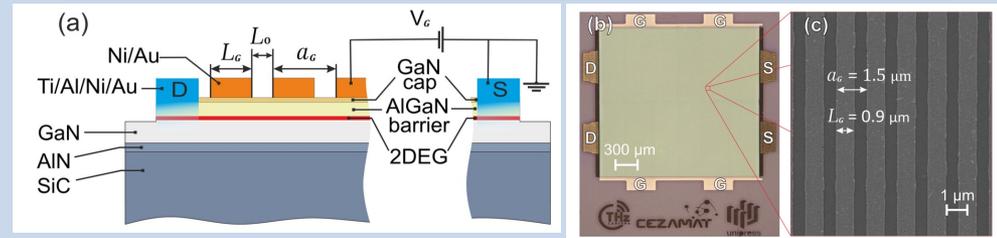
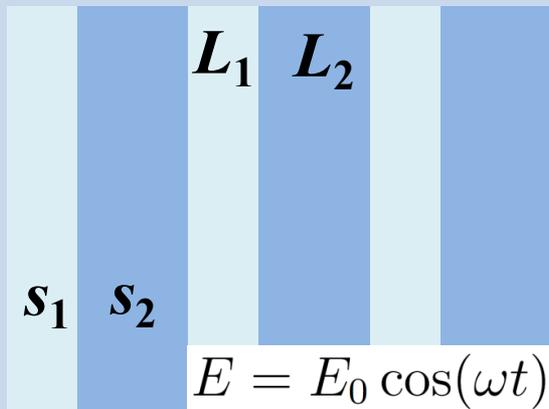
теория



эксперимент



$s_1 = 2.3 \times 10^8 \text{ cm/s}, \quad L_1 = 0.6 \text{ } \mu\text{m}, \quad L_2 = 0.9 \text{ } \mu\text{m},$
 $\gamma/2\pi = 0.25 \text{ THz}, \quad m = 0.2 m_0, \quad d = 23 \text{ nm}, \quad \epsilon = 9$

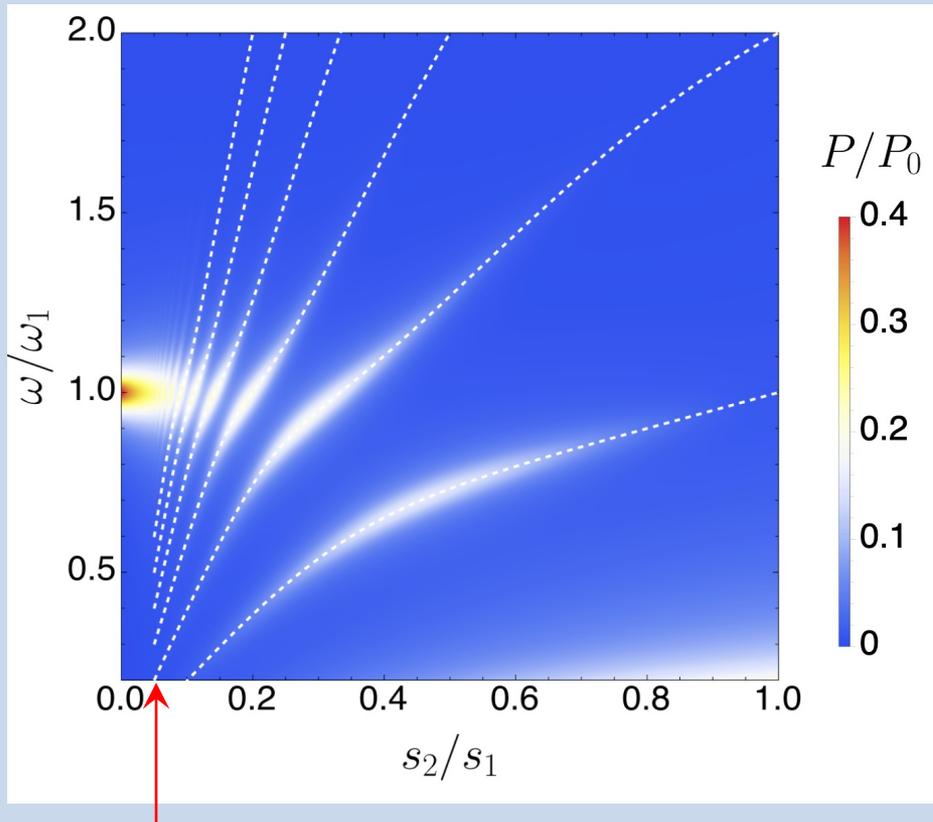


Sai, Korotyeyev, Dub, Słowikowski, Filipiak,
 But, Ivonyak, Sakowicz, Lyaschuk,
 Gorbenko, Kachorovskii, PRB (2024) Kukhtaruk, Cywiński, and Knap, PRX (2023)

$$P = \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} [P_{\text{nonres}} + P_{\text{res}}] \quad P_{\text{res}} \propto \frac{1}{|\Sigma|^2}$$

$$\Sigma = s_1 \cot q_1 L_1/2 + s_2 \cot q_2 L_2/2.$$

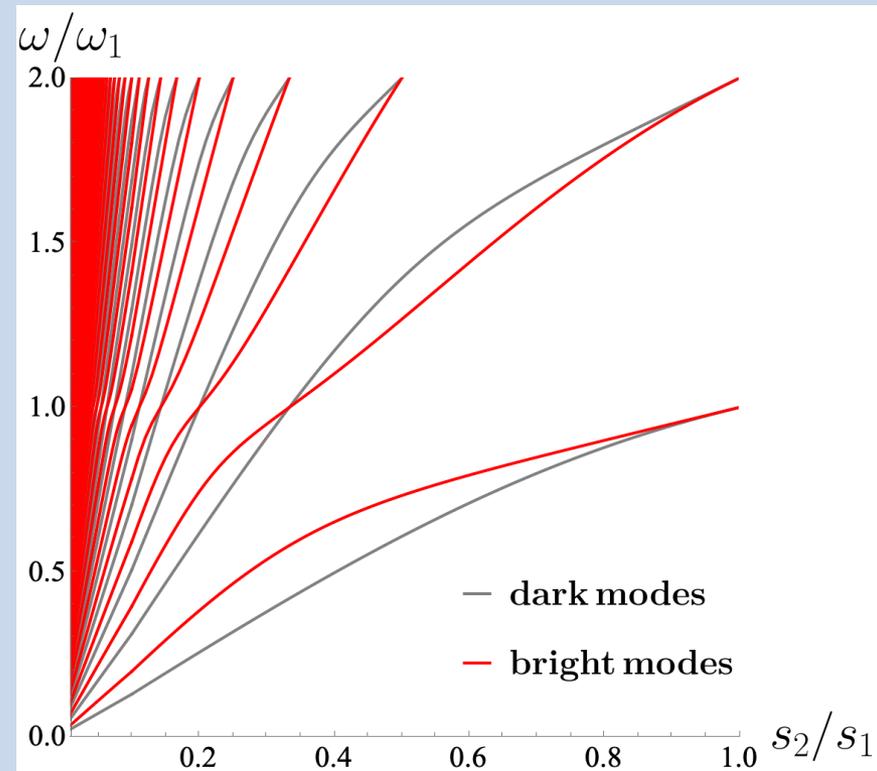
Gorbenko and Kachorovskii, PRB (2024)



переход от резонансного к “супер-резонансному” режиму

$$\begin{aligned} & \cos [K(L_1 + L_2)] \\ &= \cos \frac{\omega L_1}{s_1} \cos \frac{\omega L_2}{s_2} - \frac{s_1^2 + s_2^2}{2s_1 s_2} \sin \frac{\omega L_1}{s_1} \sin \frac{\omega L_2}{s_2}. \end{aligned}$$

Kachorovskii and Shur, APL (2012)



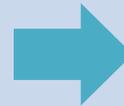
спектр состоит из темных и светлых частот

- Зонную структуру латерального плазменного кристалла можно переключать между режимами слабой и сильной связи
- Плазменные резонансы в коэффициенте прохождения демонстрируют переход между резонансным и супер-резонансным режимами
- В симметричной структуре отклик содержит половину собственных частот – светлые моды
- Возбуждение темных мод возможно в асимметричной системе или при наклонном падении света

Эффект храповика

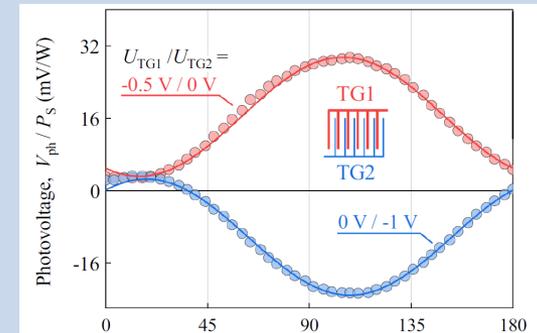
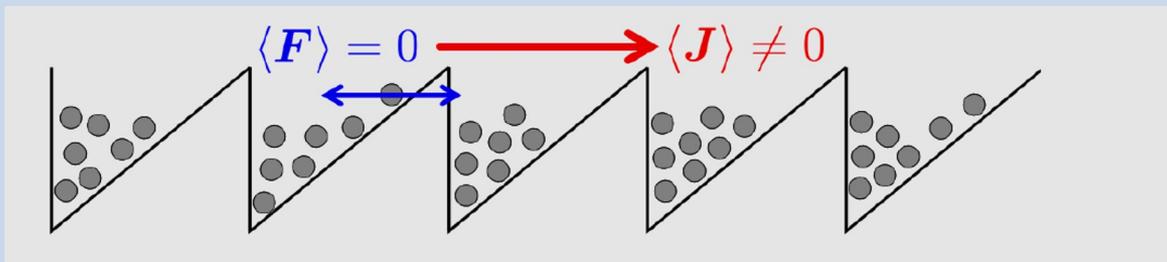
Два условия:

- 1) Асимметрия в системе
- 2) Нелинейность



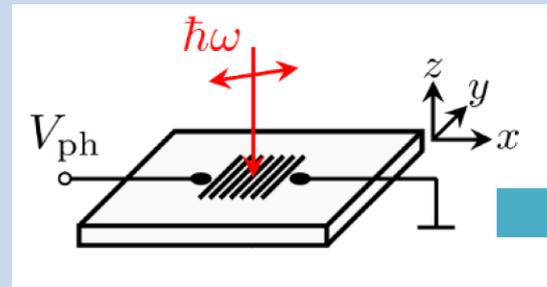
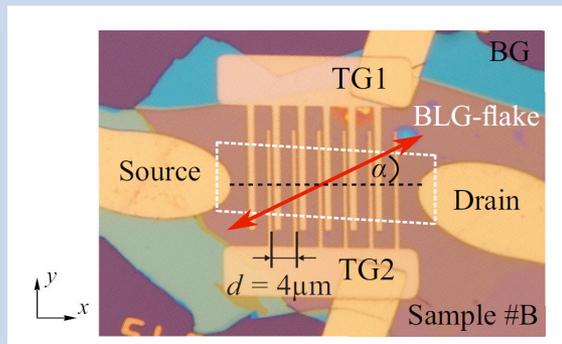
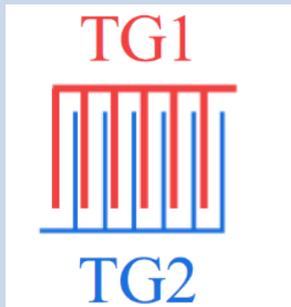
$$j_{dc} \neq 0$$

выпрямление



Ассиметричная структура с решетчатым затвором:

наличие объемной асимметрии в системе, гидродинамика → **нелинейный транспорт**



Эффект храповика

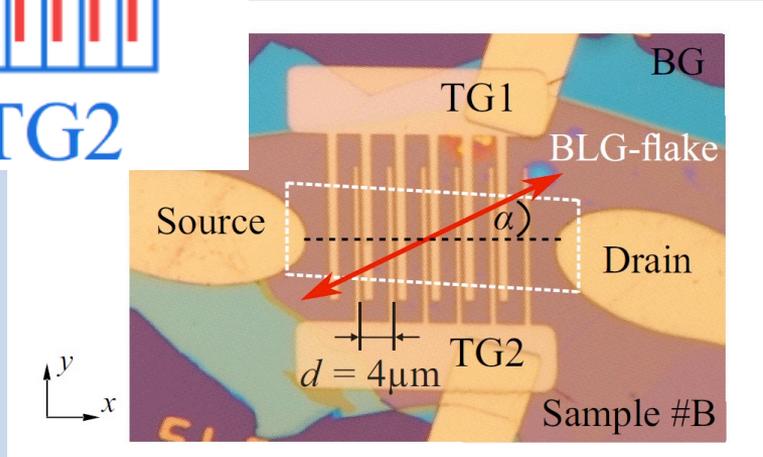
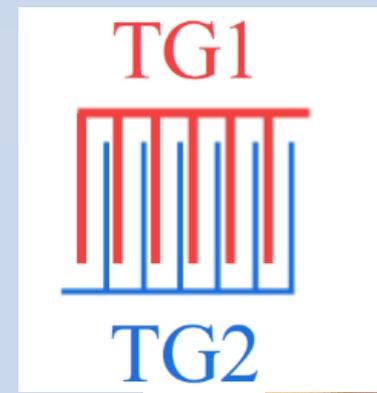
Эффект храповика

$$E_0 e^{-i\omega t}$$

asymmetric metallic grating



asymmetric density profile



$$E_{\text{tot}}^2 = (E_0 + E_{\text{near}})^2 = E_0^2 + E_{\text{near}}^2 + 2E_0 E_{\text{near}}$$

$$J_{\text{DC}} = A E_0^2 + B E_{\text{near}}^2 + C E_0 E_{\text{near}}$$

$$A = 0 \quad B = 0 \quad \text{interference term}$$

$$J_{\text{DC}} \propto E_0 E_{\text{near}}$$

Ivchenko, Ganichev, JETP Lett. (2011)

Пертурбативная модель: параметр асимметрии

$$U(x) = U_0 \cos qx,$$

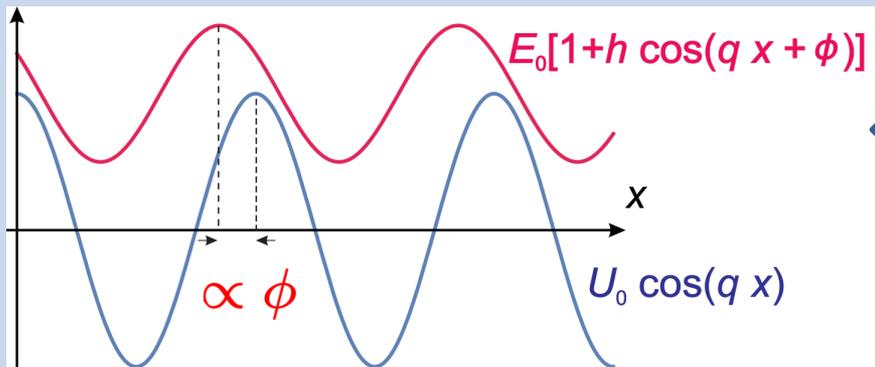
статический потенциал

$$E_x(x, t) = E_0[1 + h \cos(qx + \phi)] \cos \omega t$$

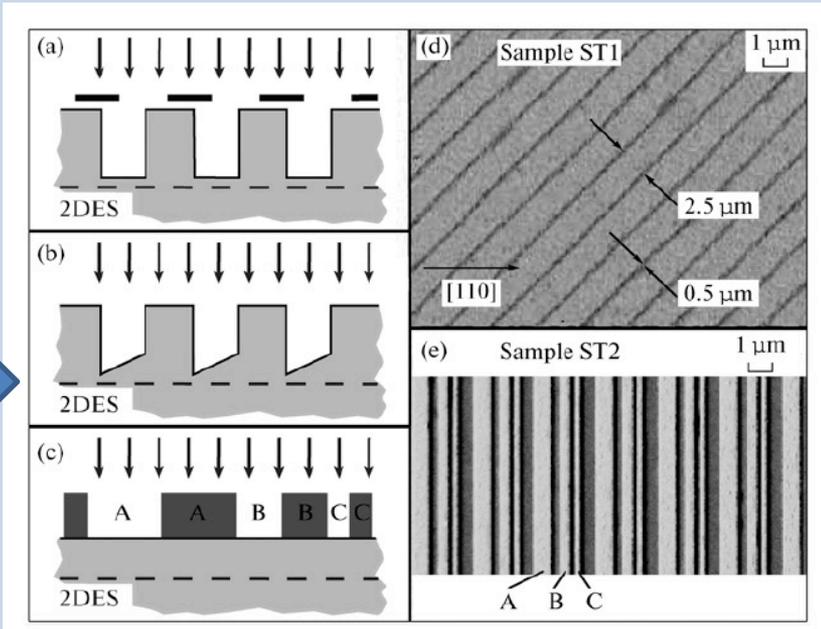
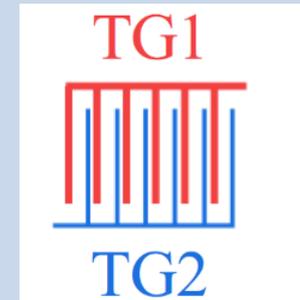
переменное внешнее поле

$$\Xi = \overline{|E(x, t)|^2} \frac{dU(x)}{dx} = \frac{E_0^2 h U_0 q \sin \phi}{4}$$

**третий порядок
теории возмущений**



$$j_{dc} \propto \Xi$$



$$U = U_g + \delta U \quad n = \frac{N(x,t) - N_0}{N_0} \propto \delta U \quad U_g = \frac{eN_0}{C} \propto s^2$$

$$U_g(x) = \begin{cases} U_g^{(1)}, & \text{for } 0 < x < L_1 \text{ (region 1),} \\ U_g^{(2)}, & \text{for } L_1 < x < L_1 + L_2 \text{ (region 2).} \end{cases}$$

статический потенциал

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \gamma \mathbf{v} = -s^2 \nabla n + \frac{\mathbf{F}(x,t)}{m}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}[(1+n)\mathbf{v}] = 0.$$

внешняя сила

$$E(x,t) = E_0[1 + h \cos(kx + \phi)] \cos \omega t,$$

поле излучения

n и v – индуцированные излучением скорость и концентрация,
 γ – обратное время релаксации импульса,
 s – плазменная скорость,
 $F(x,t) = e E(x,t)$

$$\mathbf{F}(x,t) = e\mathbf{E}(x,t)$$

$$n_\alpha(x,t) = n_\alpha(x)e^{-i\omega t} + n_\alpha^*(x)e^{i\omega t} + \delta n_\alpha(x),$$

$$v_\alpha(x,t) = v_\alpha(x)e^{-i\omega t} + v_\alpha^*(x)e^{i\omega t} + \delta v_\alpha(x),$$

**ОТКЛИК:
 линейный и
 нелинейный**

$$j_{ac}(x,t) \approx eN_{1,2}v_{1,2}(x,t) \propto s_{1,2}^2 v_{1,2}(x,t)$$

$$\delta N_{1,2}(x,t) = N_{1,2}n_{1,2}(x,t) \propto s_{1,2}^2 n_{1,2}(x,t)$$

индуцированные внешним полем ток и концентрация непрерывны во всем кристалле

$$n_\alpha = A_\alpha e^{iq_\alpha x} + B_\alpha e^{-iq_\alpha x} + n_\alpha^{\text{ext}},$$

$$v_\alpha = (A_\alpha e^{iq_\alpha x} - B_\alpha e^{-iq_\alpha x}) \frac{\omega}{q_\alpha} + v_\alpha^{\text{ext}}.$$

$$n_\alpha^{\text{ext}} = -h \frac{eE_0 k}{2ms_\alpha^2(q_\alpha^2 - k^2)} \sin(kx + \phi),$$

$$v_\alpha^{\text{ext}} = \frac{ieE_0}{2m(\omega + i\gamma)} + h \frac{i\omega eE_0}{2ms_\alpha^2(q_\alpha^2 - k^2)} \cos(kx + \phi),$$

$$q_\alpha = \frac{\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}}{s_\alpha}$$

СВЯЗЬ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ С ЧАСТОТОЙ

$$j_{\text{ac}}(x, t) \approx eN_{1,2}v_{1,2}(x, t) \propto s_{1,2}^2 v_{1,2}(x, t)$$

$$\delta N_{1,2}(x, t) = N_{1,2}n_{1,2}(x, t) \propto s_{1,2}^2 n_{1,2}(x, t)$$

индуцированные внешним полем ток и концентрация непрерывны во всем кристалле

$$A_\alpha = \frac{A_\alpha^b}{\Sigma_b} + \frac{A_\alpha^d}{\Sigma_d},$$

$$B_\alpha = \frac{B_\alpha^b}{\Sigma_b} + \frac{B_\alpha^d}{\Sigma_d},$$

**ТЕМНЫЕ И
СВЕТЛЫЕ МОДЫ**

$$\Sigma_b(\omega) = s_1 \cot q_1 L_1/2 + s_2 \cot q_2 L_2/2,$$

$$\Sigma_d(\omega) = s_2 \cot q_1 L_1/2 + s_1 \cot q_2 L_2/2,$$

резонасные знаменатели

$$n_\alpha(x, t) = n_\alpha(x)e^{-i\omega t} + n_\alpha^*(x)e^{i\omega t} + \delta n_\alpha(x),$$

$$v_\alpha(x, t) = v_\alpha(x)e^{-i\omega t} + v_\alpha^*(x)e^{i\omega t} + \delta v_\alpha(x),$$

отклик: линейный и нелинейный

скорость дрейфа V_α

$$s_\alpha^2 \frac{\partial}{\partial x} [\delta v_\alpha + n_\alpha v_\alpha^* + n_\alpha^* v_\alpha] = 0,$$

$$\frac{\partial(v_\alpha v_\alpha^*)}{\partial x} + \gamma \delta v_\alpha + s_\alpha^2 \frac{\partial \delta n_\alpha}{\partial x} = 0.$$

уравнения усредненные по времени

$$n_\alpha(x, t) = n_\alpha(x) e^{-i\omega t} + n_\alpha^*(x) e^{i\omega t} + \delta n_\alpha(x),$$

$$v_\alpha(x, t) = v_\alpha(x) e^{-i\omega t} + v_\alpha^*(x) e^{i\omega t} + \delta v_\alpha(x),$$

отклик: линейный и нелинейный

$$J = eN_1 V_1 = eN_2 V_2,$$

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

$$J = e \left(\frac{L_1}{N_1} + \frac{L_2}{N_2} \right)^{-1}$$

$$\times \left[\int_0^{L_1} [n_1 v_1^* + n_1^* v_1] dx + \int_{L_1}^{L_1+L_2} [n_2 v_2^* + n_2^* v_2] dx \right]$$

ПОСТОЯННЫЙ ТОК удаётся выразить через линейный отклик!

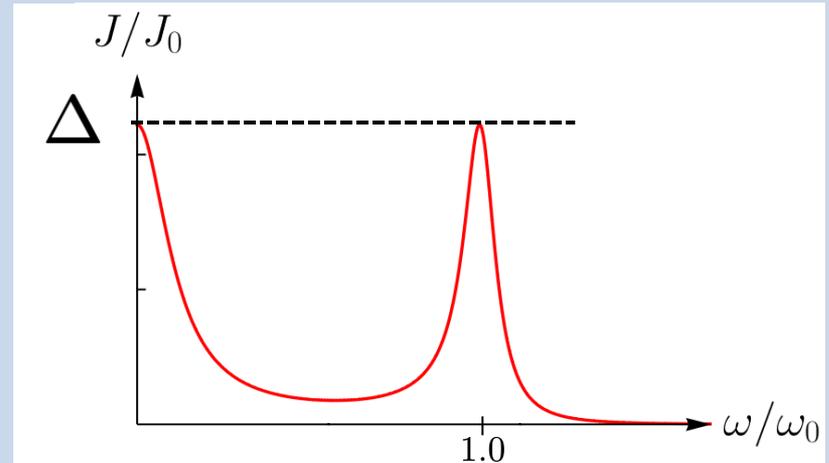
$$n_\alpha = A_\alpha e^{iq_\alpha x} + B_\alpha e^{-iq_\alpha x} + n_\alpha^{\text{ext}},$$

$$v_\alpha = (A_\alpha e^{iq_\alpha x} - B_\alpha e^{-iq_\alpha x}) \frac{\omega}{q_\alpha} + v_\alpha^{\text{ext}}.$$

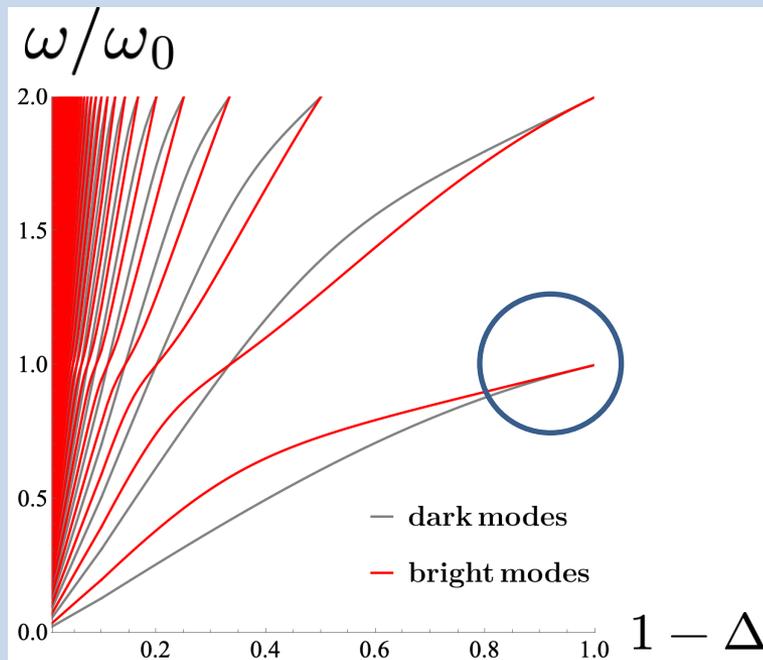
$$n_i = \frac{N(x, t) - N_i}{N_i}, \quad i = (1, 2)$$

$$\Delta = \frac{s_1 - s_2}{s_1} \ll 1$$

$$J_{\text{weak}}^0 = J_0 \Delta \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} \frac{\omega_0^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$



Rozhansky, Kachorovskii, Shur, PRL (2015)



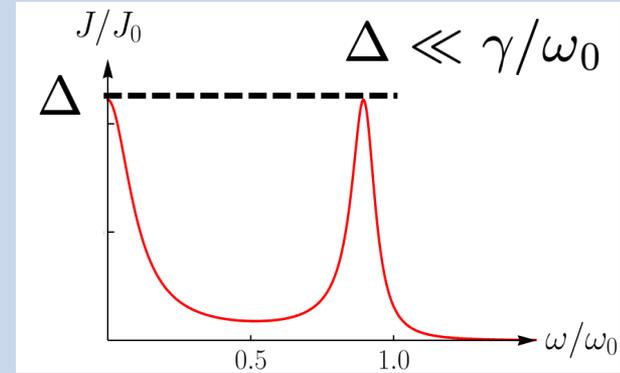
$$\omega_b \approx \omega_0 \left[1 - \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$\omega_d = \omega_0 \left[1 - \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta^2}{2} \right]$$

Режим слабой связи ($\Delta = \frac{s_1 - s_2}{s_1} \ll 1$) и $\gamma/\omega_0 \ll 1$ 30

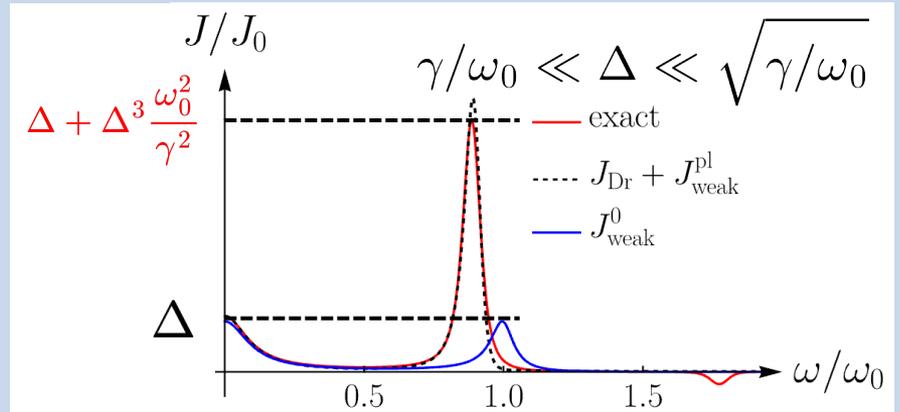
$$\omega_b \approx \omega_d \approx \omega_0$$

$$J_{\text{weak}}^0 = J_0 \Delta \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} \frac{\omega_0^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}.$$



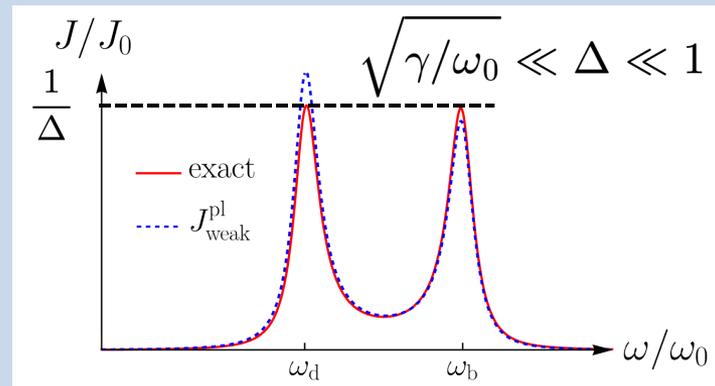
$$\omega_b \approx \omega_d \approx \omega_0 \left[1 - \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$J_{\text{weak}}^{\text{pl}} = J_0 \Delta \frac{(\gamma^2/4) [(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]}{[(\omega - \omega_0[1 - \Delta/2])^2 + \gamma^2/4]^2}.$$

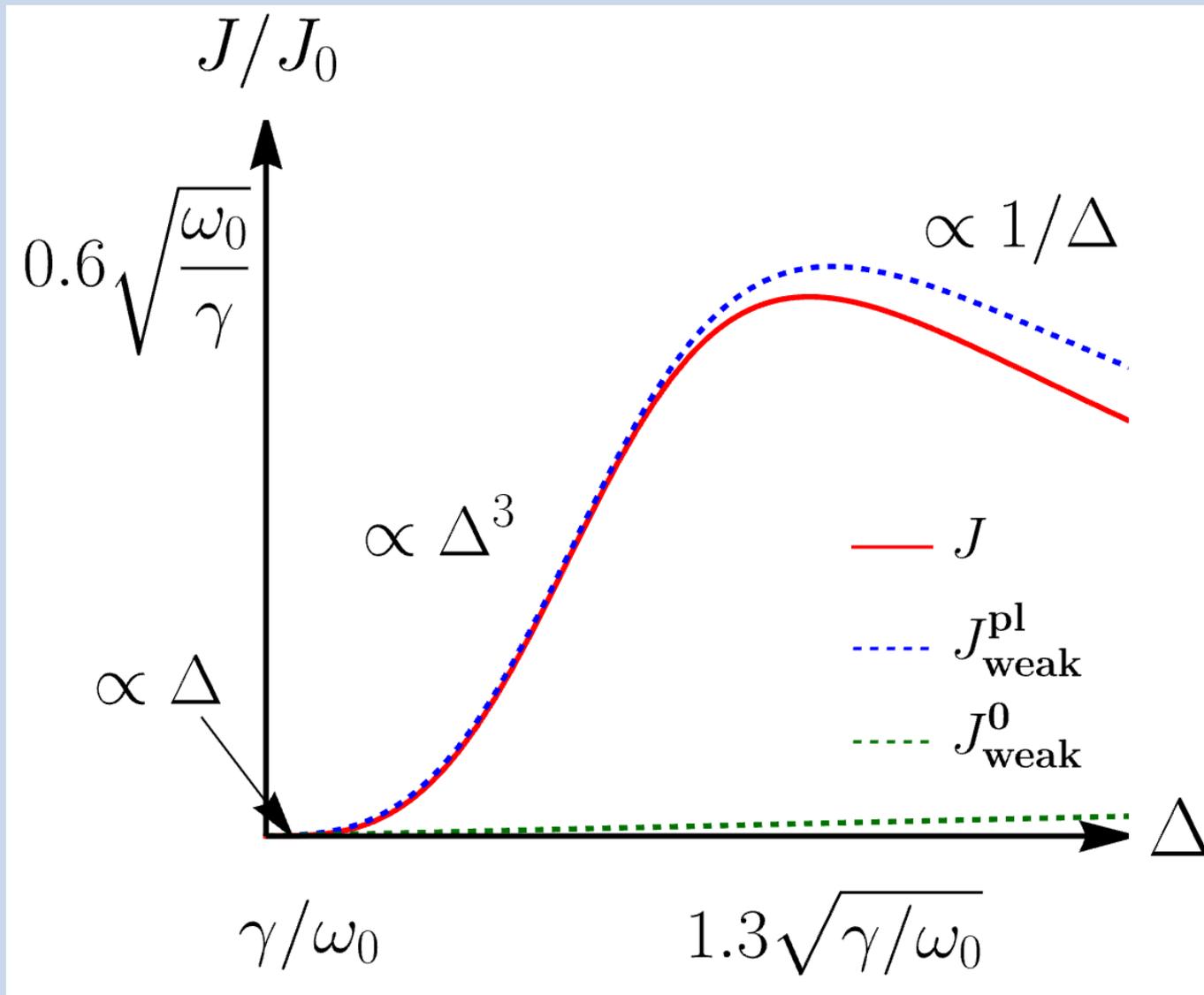


$$\omega_b - \omega_d \approx \Delta^2/2$$

$$J_{\text{weak}}^{\text{pl}} = J_0 \Delta \frac{(\gamma^2/4) [(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4]}{[(\omega - \omega_b)^2 + \gamma^2/4] [(\omega - \omega_d)^2 + \gamma^2/4]},$$

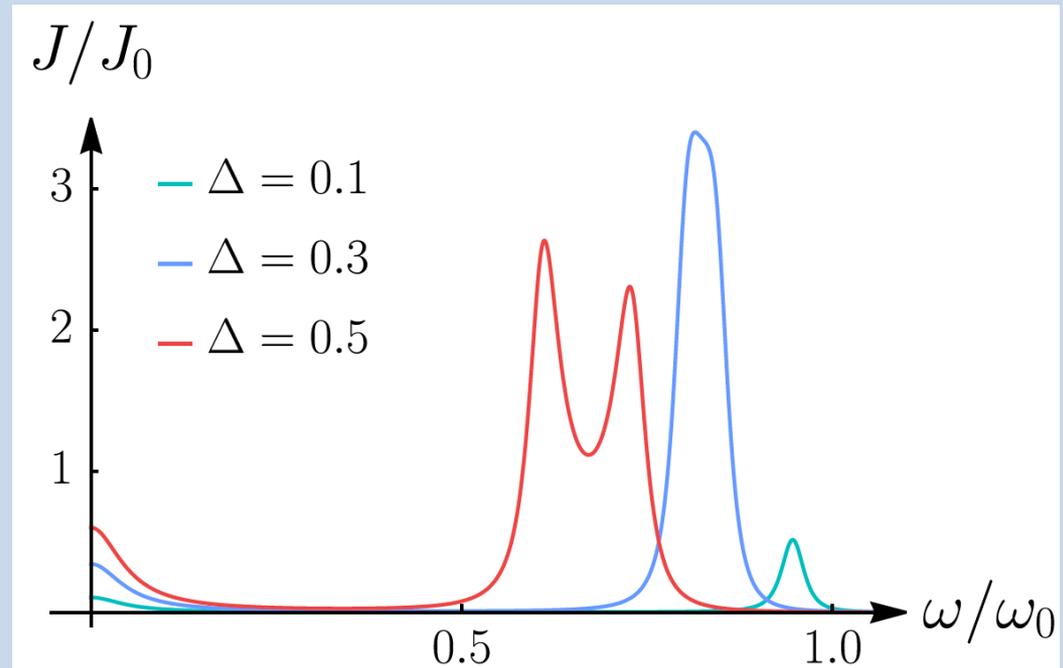


Эффект храповика: слабая связь $\Delta = \frac{s_1 - s_2}{s_1} \ll 1$ 31



амплитуда плазмонного пика от силы модуляции

- Асимметрия системы приводит к возбуждению темных мод
- В эффекте храповика проявляются темные и светлые моды
- Помимо расщепления фундаментального плазмонного резонанса на темную и светлую моды происходит гигантское усиление тока



Плазменный кристалл в присутствии постоянного тока

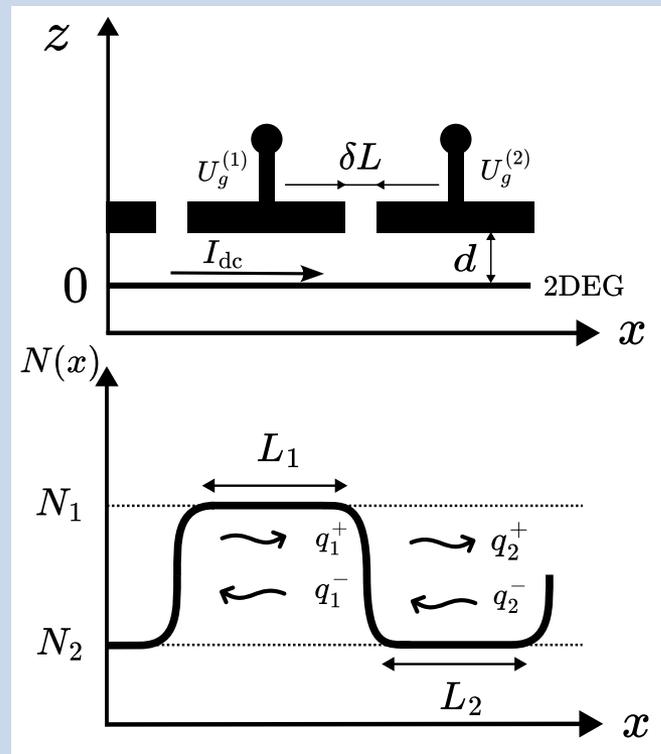
$$v = V + v(x, t) \quad N = N_0(1 + n(x, t))$$

учтем протекающий в системе DC ток

$$P \propto N \gamma \int dx \langle \delta v^2 + 2V \delta v \delta n \rangle_t$$

увеличение
локальной
диссипации
положительно
определено

вклад,
пропорциональный
току, может быть
отрицательным если
осцилляции δv и δn
сдвинуты по фазе

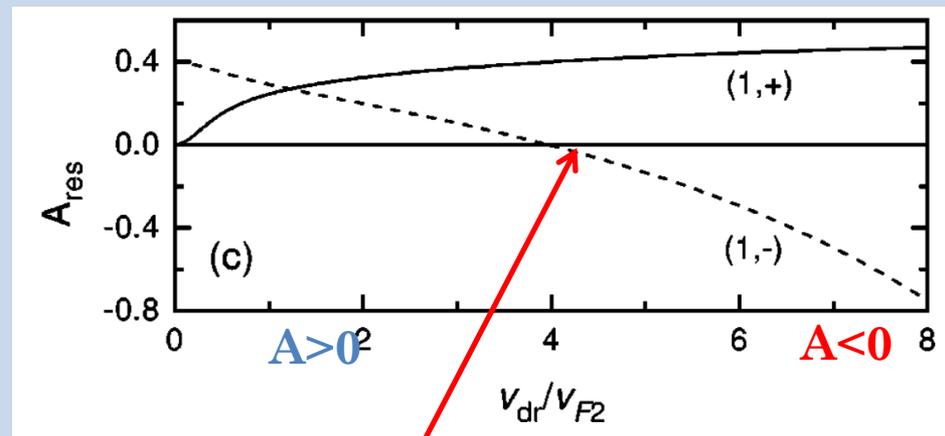
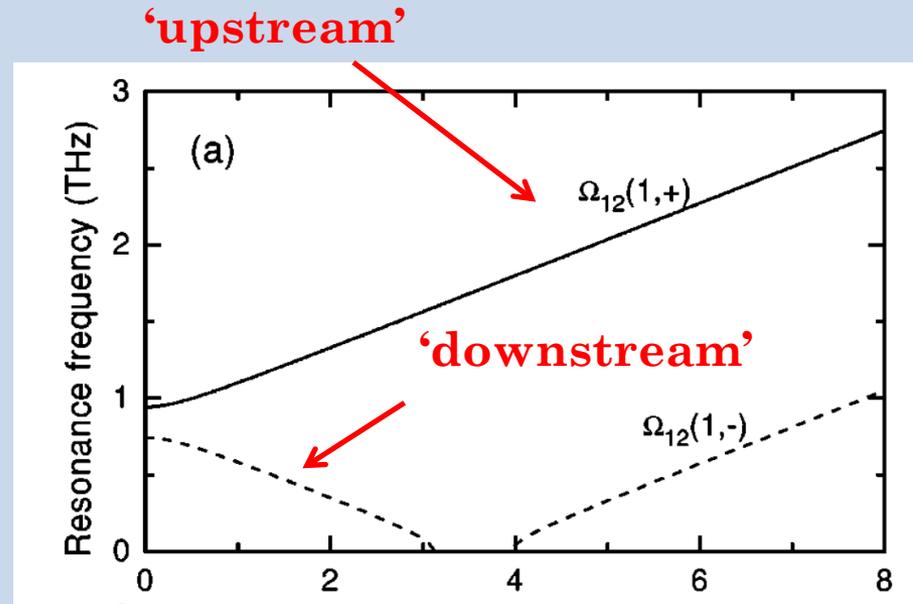
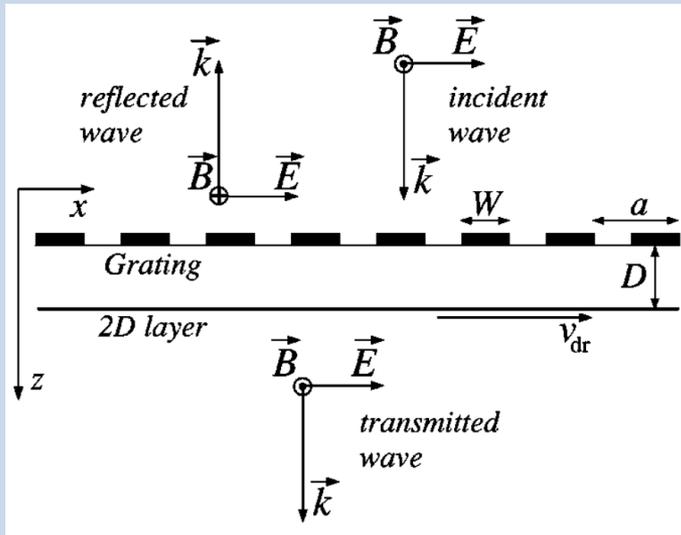


$$\cos \left[kL + \frac{(q_1^+ - q_1^-)L_1}{2} + \frac{(q_2^+ - q_2^-)L_2}{2} \right] = \cos \left[\frac{(q_1^+ + q_1^-)L_1}{2} \right] \cos \left[\frac{(q_2^+ + q_2^-)L_2}{2} \right]$$

$$- Z \sin \left[\frac{(q_1^+ + q_1^-)L_1}{2} \right] \sin \left[\frac{(q_2^+ + q_2^-)L_2}{2} \right], \quad q_{1,2}^\pm = \frac{\Omega}{s_{1,2} \pm V_{1,2}}, \quad \Omega = \omega + i\lambda.$$

'Upstream' and 'downstream' plasmons

$$Q_{1,2}^{\pm} = \frac{\Omega}{s_{1,2} \pm V_{1,2}}$$

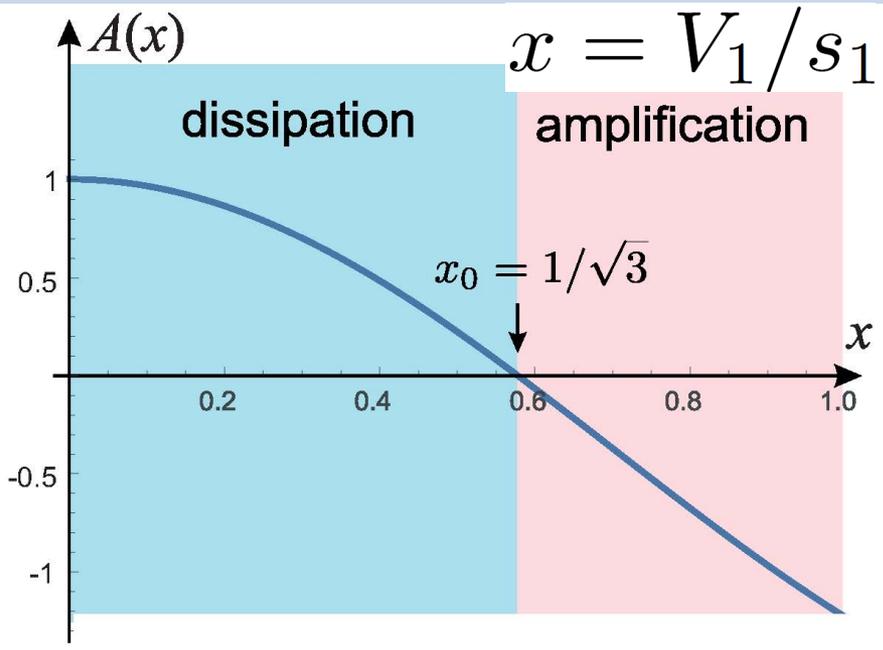


'super-sonic' amplification

Сильная связь, резонансное приближение 35

$$\delta P = \frac{L_1 N_1 (eE_0)^2}{\pi^2 m} \frac{\gamma_1}{\delta\omega^2 + \gamma_1^2/4} A(x)$$

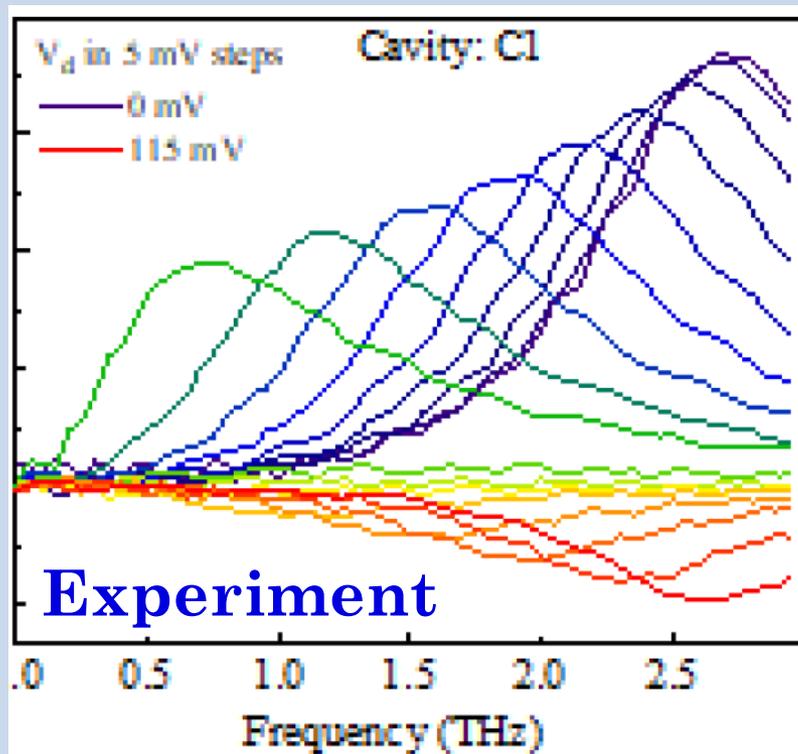
$$\delta\omega = \omega - \omega_1(x)$$



$$\omega_1(x) = \frac{\pi}{L_1} \frac{s_1^2 - V_1^2}{s_1} = \frac{\pi s_1}{L_1} (1 - x^2)$$

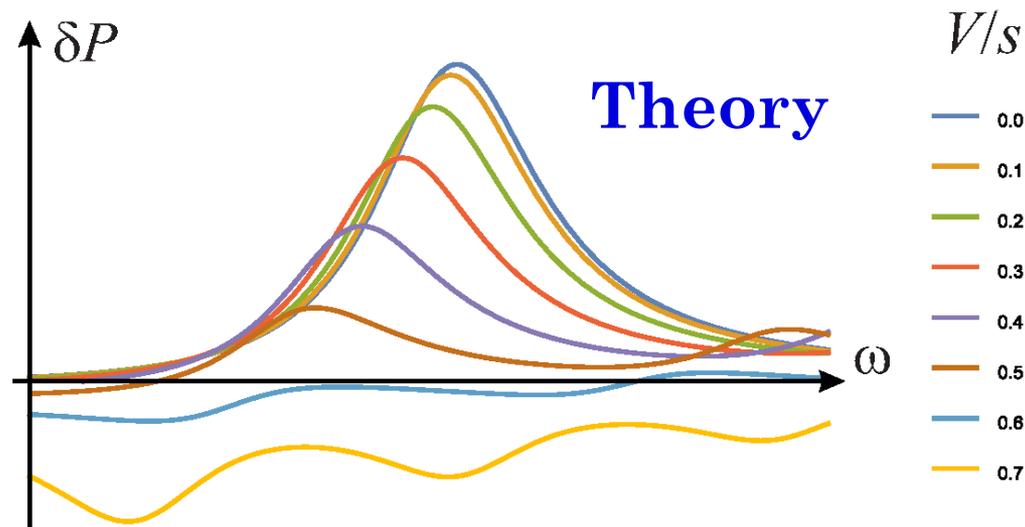
$$A(x) = \frac{1 - 3x^2}{(1 - x^2)^2} \cos^2(\pi x/2)$$

индуцированное током усиление



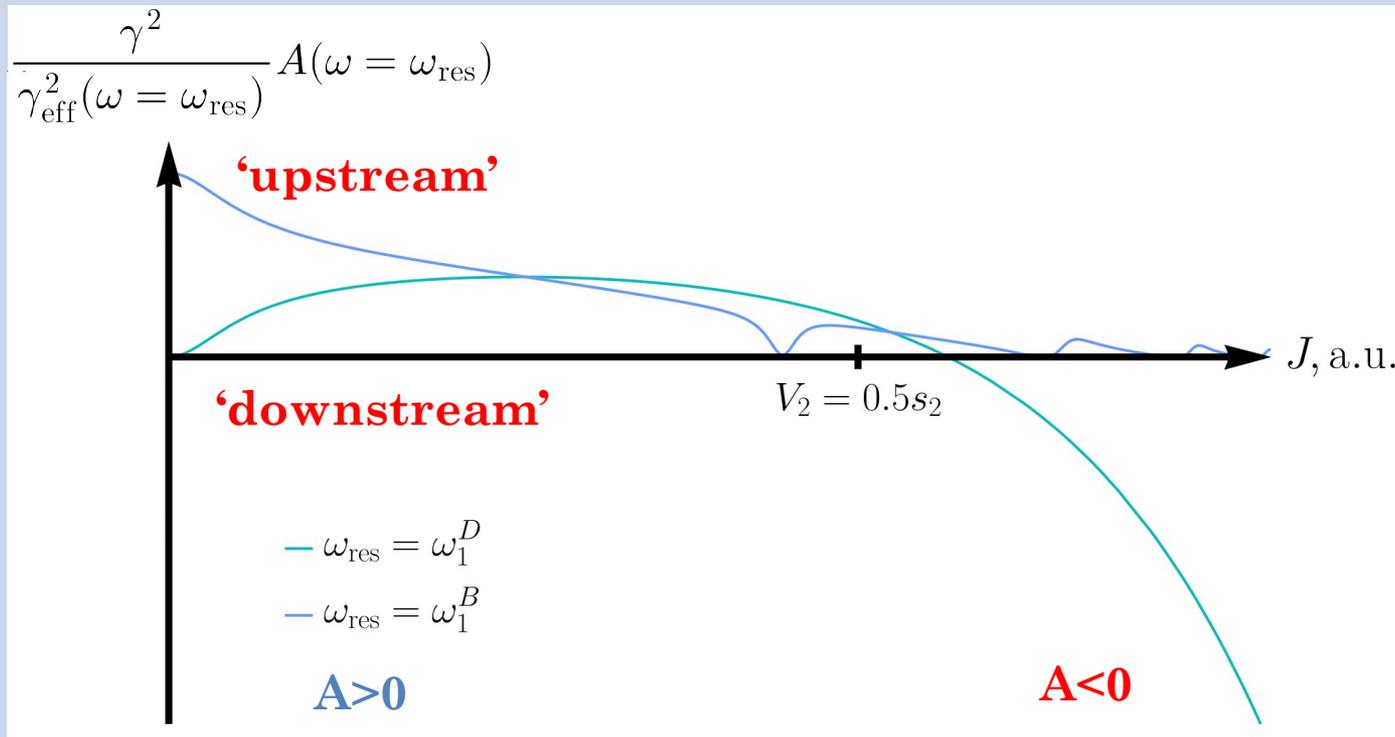
← диссипация

← усиление



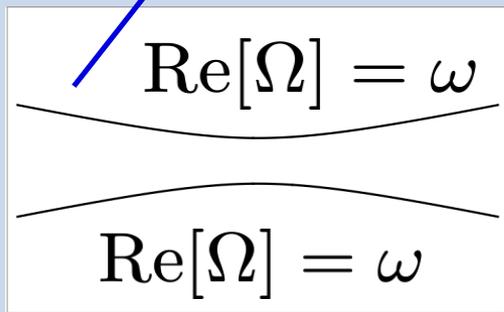
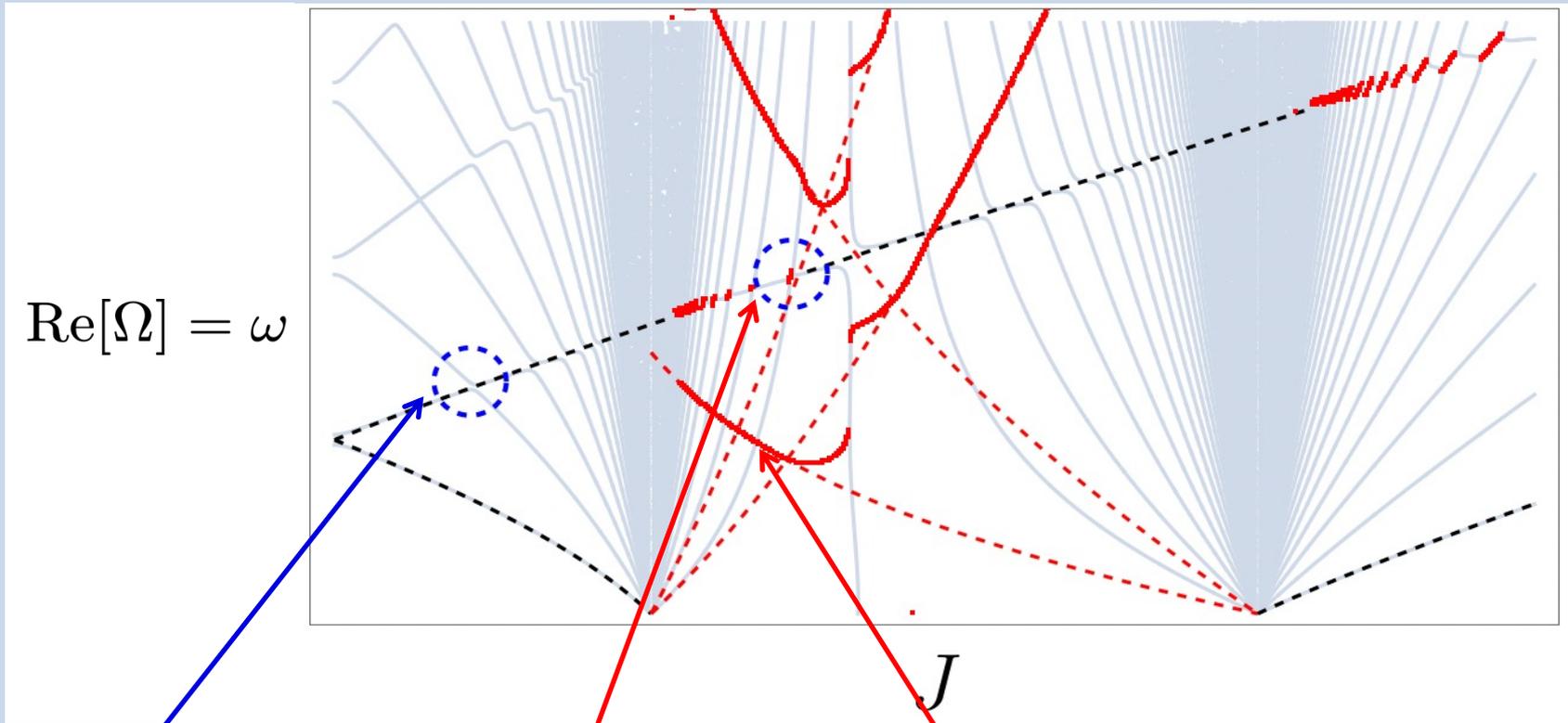
Переход в режим усиления, супер-резонансный режим

$$P(\omega \approx \omega_{\text{res}}) \approx P_0 \frac{\gamma^2 A(\omega = \omega_{\text{res}})}{|\Sigma(\omega \approx \omega_{\text{res}}) + i\gamma_{\text{eff}}(\omega = \omega_{\text{res}})|^2}$$

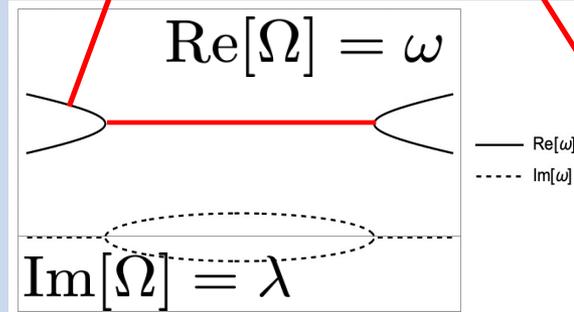


'sub-sonic' amplification: $V_1 < s_1$ $V_2 < s_2$

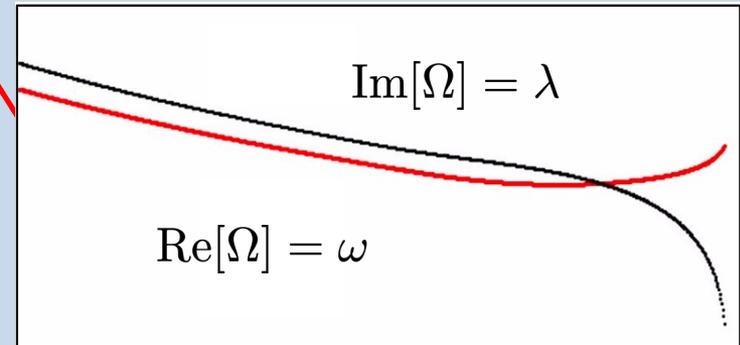
Собственные частоты ЛПК ($J \neq 0$)



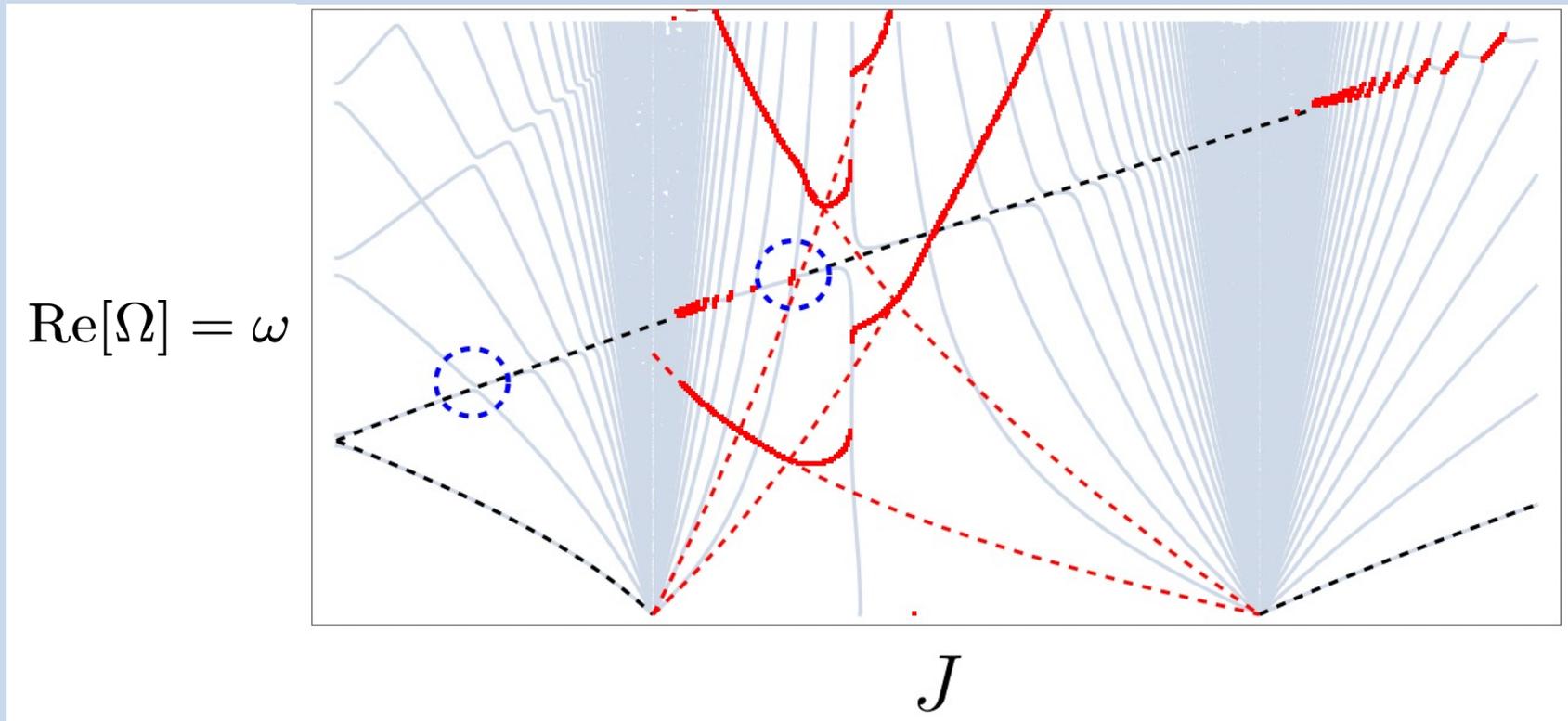
устойчивый
антикроссинг



два типа неустойчивых решений



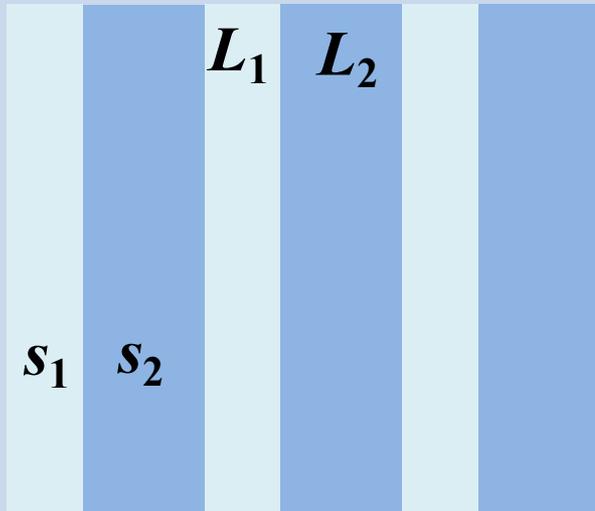
- Система решетчатых затворов позволяет управлять зонами плазменного кристалла и также различными нелинейными откликами
- В плазменном кристалле возможны три режима возбуждения: резонансный, нерезонансный и супер-резонансный
- Эффект храповика значительно усиливается в окрестности плазмонного резонанса из-за интерференции 'темных' и 'светлых' мод
- Модуляция электронной плотности позволяет реализовать индуцированное током усиление в режиме скорости дрейфа меньше плазменной скорости



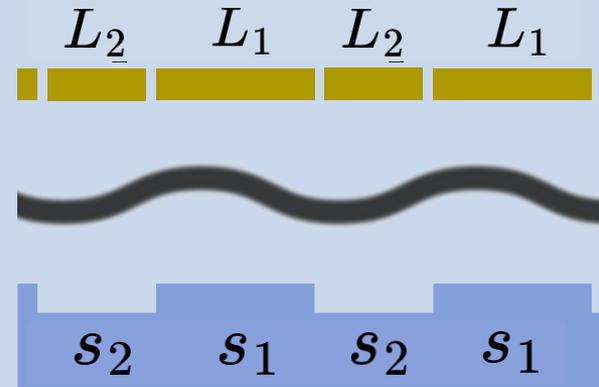
$$s_2 = 0.7s_1 \quad L_1 = L_2 \quad J = eN_1V_1 = eN_2V_2$$

$$\cos \left[kL + \frac{(q_1^+ - q_1^-)L_1}{2} + \frac{(q_2^+ - q_2^-)L_2}{2} \right] = \cos \left[\frac{(q_1^+ + q_1^-)L_1}{2} \right] \cos \left[\frac{(q_2^+ + q_2^-)L_2}{2} \right] - Z \sin \left[\frac{(q_1^+ + q_1^-)L_1}{2} \right] \sin \left[\frac{(q_2^+ + q_2^-)L_2}{2} \right], \quad q_{1,2}^\pm = \frac{\Omega}{s_{1,2} \pm V_{1,2}}, \quad \Omega = \omega + i\lambda.$$

$$E = E_0 \cos(\omega t)$$



i) однородное излучения



$$k = \frac{2\pi}{L_1 + L_2}$$

$$E(x, t) \approx E_0 [1 + h \cos(kx + \phi)] \cos \omega t.$$

Ivchenko, Ganichev, *Jetp Lett.* 93, 673–682 (2011)

ii) учет модуляции затвором излучения (нарушение центра инверсии)

$$E(x, t) = E_0 \cos(Kx - \omega t).$$

iii) слабая внешняя модуляция

$$E = E_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} h_n \cos(nkx + \phi_n) \right] \cos \omega t$$

iv) произвольная модуляция поля решеткой

III. EXPERIMENTAL DETAILS

A. Fabrication of AlGaIn/GaN grating-gate PC structures

An AlGaIn/GaN high electron mobility material system is chosen for the experimental studies. This type of heterostructure provides high electron density (up to 10^{13} cm^{-2}) on the AlGaIn/GaN interface, which is difficult to achieve in any other 2D system. Thanks to that, plasma oscillations in 2D GaN-based structures of micrometer size can easily reach THz frequencies.

tivity of each layer are listed in Table I. During the fabrication of the plasmonic structures [schematically illustrated in Fig. 4(a)], we pay special attention to the quality of a Schottky barrier contact (grating-gate coupler) and Ohmic (source and drain) contacts to the 2DEG channel.

atmosphere for 60 s. Such a procedure allows achieving the contact resistance of $0.75 \pm 0.08 \text{ Ohm} \times \text{mm}$, which is measured using the transmission line method on 30 test structures.

To avoid any oxidation, after cleaning the samples are immediately placed in the vacuum chamber of an electron beam lithography (EBL) system. EBL patterning is performed on large $1.7 \times 1.7 \text{ mm}^2$ active areas defining the grating gates. The exposed and developed samples are

B. Electrical transport characterization

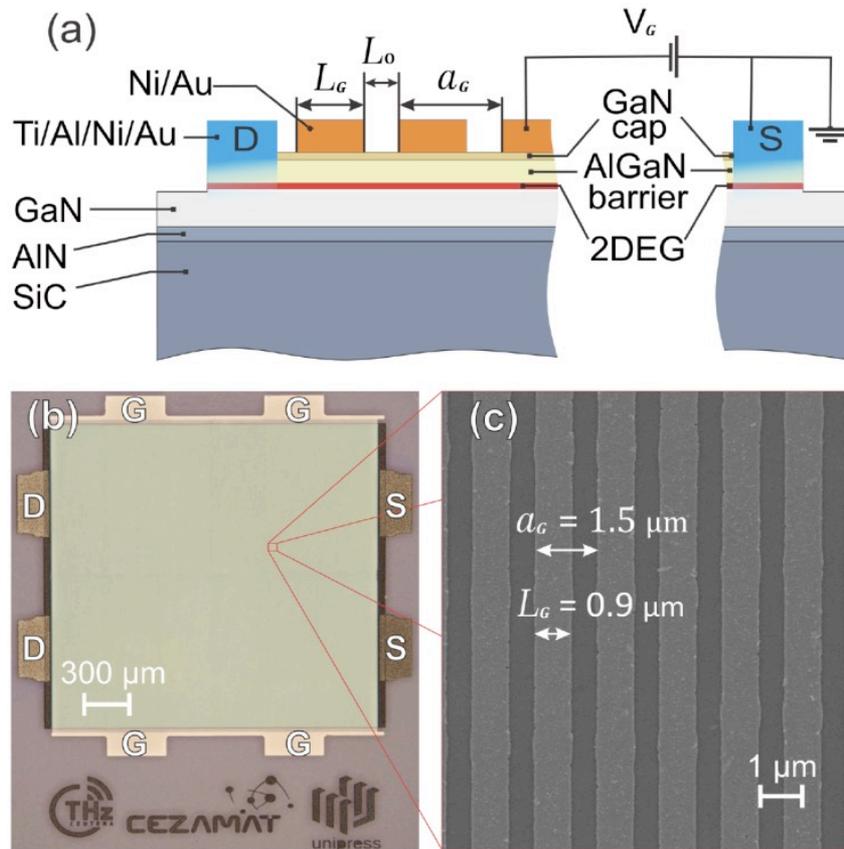
Before the grating deposition, bare AlGaIn/GaN heterostructures are characterized by capacitance-voltage measurements at 10 kHz using a mercury probe in order to estimate the ungated 2DEG concentration. The extracted value of n_0 is $8.7 \pm 0.9 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ at room temperature.

C. THz measurements

THz transmission spectra measurements of the bare AlGaIn/GaN heterostructure as well as PC structures are performed by Fourier-transform infrared (FTIR) vacuum spectrometer (Vertex 80v from Bruker, Billerica, Massachusetts, USA) integrated with a continuous flow liquid helium cryostat. In order to reduce optical losses, the original cryostat windows are replaced by polymethylpentene (TPX) windows. The FTIR spectrometer is equipped with a mercury lamp source, a solid-state silicon beam splitter, a cryogenically cooled silicon bolometer, and a 3 THz low pass filter. The experimental spectral range is limited to 3 THz, because at higher frequencies the strong phonon absorption of the SiC substrate [64] interferes with the 2DEG plasmonic resonance spectra.

FTIR measurements are taken in a fast scanning mode at a mirror movement frequency of 5 kHz, with an interferogram average of 100 scans. Spectroscopy measurements are taken with a 1.5 mm aperture positioned close to the grating structure, allowing *em* radiation to transmit only through the grating-gate active region. A polypropylene film-based linear polarizer is also used in front of the sample. In Fig. 6, we show an example of the transmittance

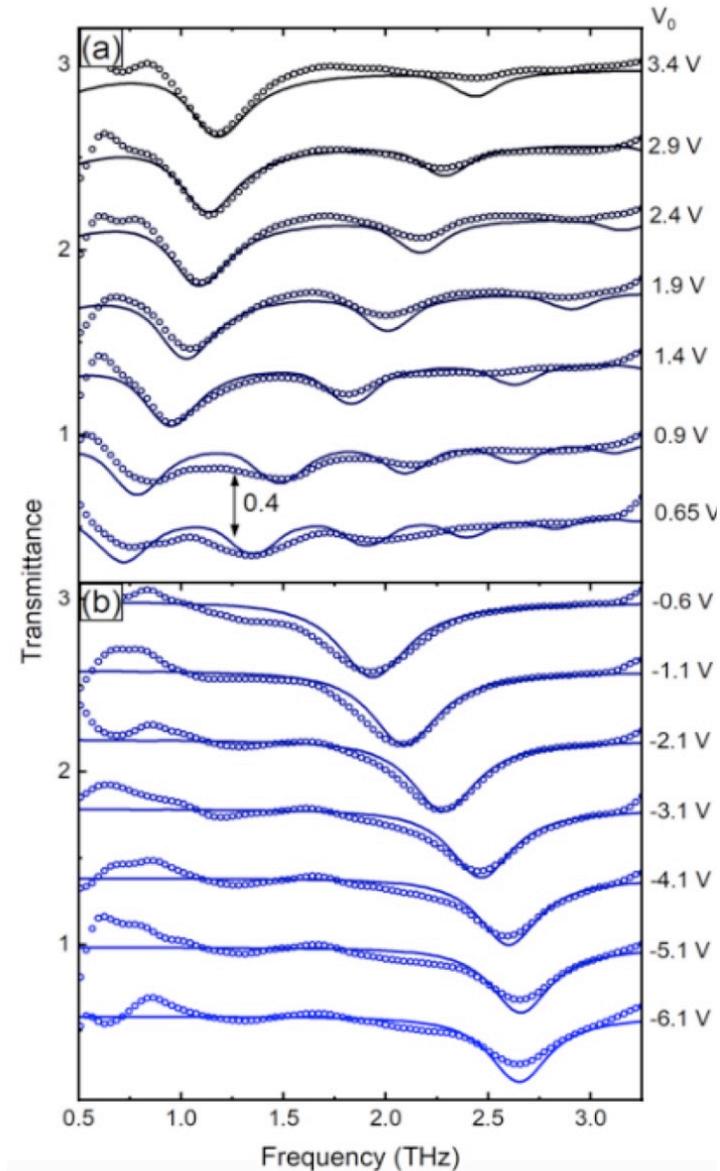
Эксперимент



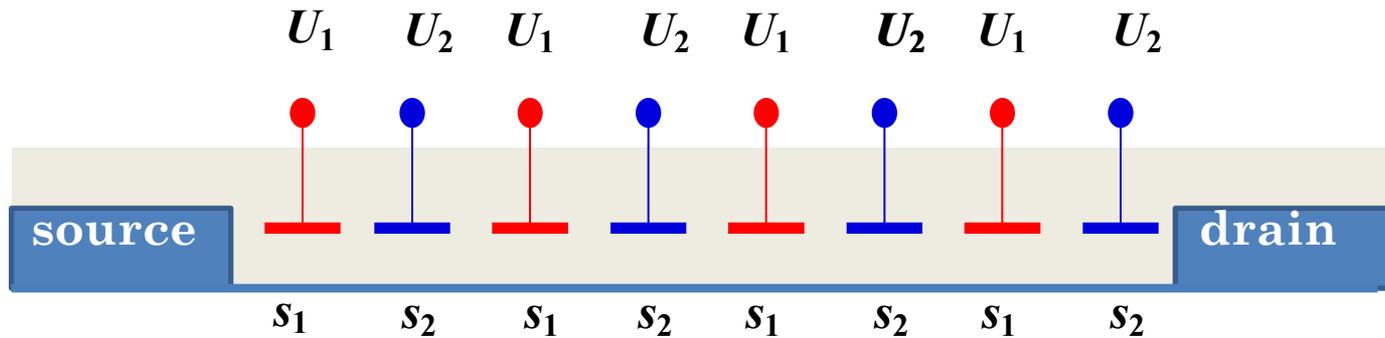
$$s_1 = 2.3 \times 10^8 \text{ cm/s}, \quad L_1 = 0.6 \text{ } \mu\text{m}, \quad L_2 = 0.9 \text{ } \mu\text{m},$$

$$\gamma/2\pi = 0.25 \text{ THz}, \quad m = 0.2 m_0, \quad d = 23 \text{ nm}, \quad \epsilon = 9$$

**Sai, Korotyeyev, Dub, Słowikowski, Filipiak,
But, Ivonyak, Sakowicz, Lyaschuk,
Kukhtaruk, Cywiński, and Knap**
Physical Review X 13, 041003 (2023)



Модель



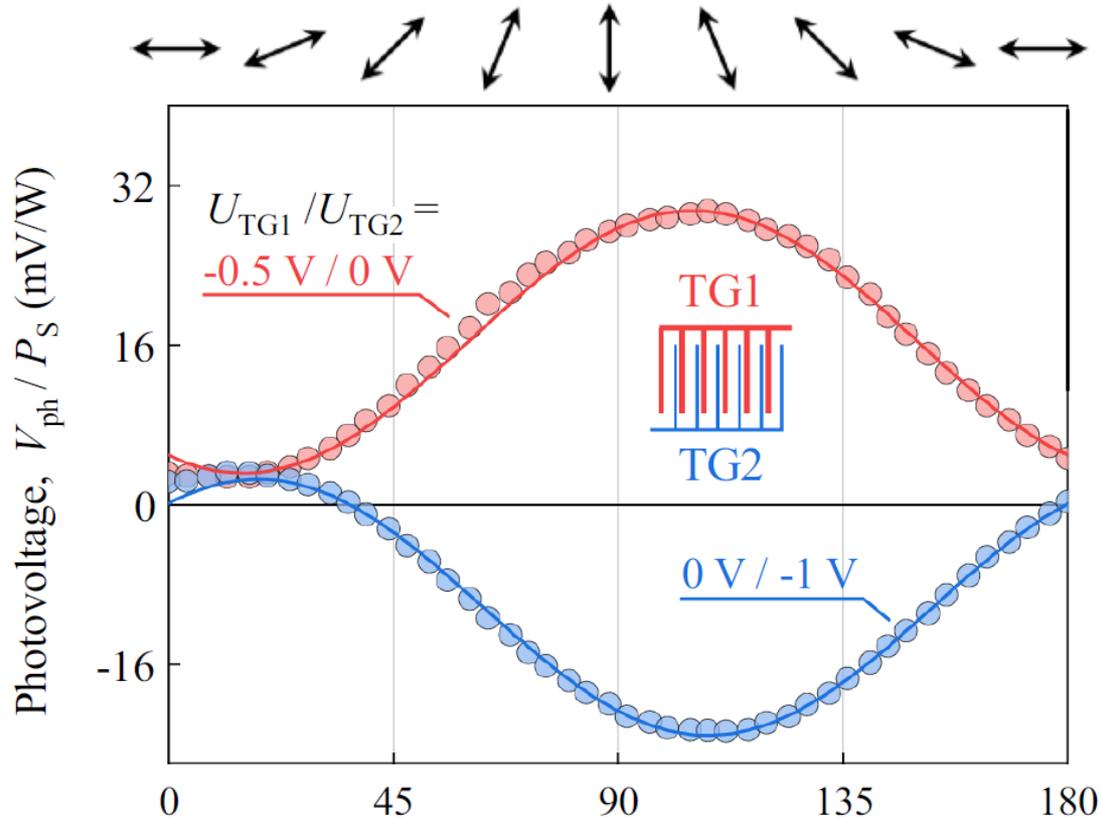
$$U_g(x) = U_g + U_0 \cos kx$$

$$U_g(x) = \sum_n U_{\text{cell}}(x - nL)$$

$$U_0 \ll U_g$$

$$U_{\text{cell}}(x) = \begin{cases} U_g^{(1)}, & 0 < x < L_1, \\ U_g^{(2)}, & L_1 < x < L, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Control of asymmetry



Sample #B
 $f = 2.54 \text{ THz}$
 $U_{\text{BG, eff}} = 1 \text{ V}$
 $T = 150 \text{ K}$

$$\mathbf{I} = \overline{|\mathbf{E}(x, t)|^2 \frac{dU(x)}{dx}}$$

$$\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I}} \approx -1$$

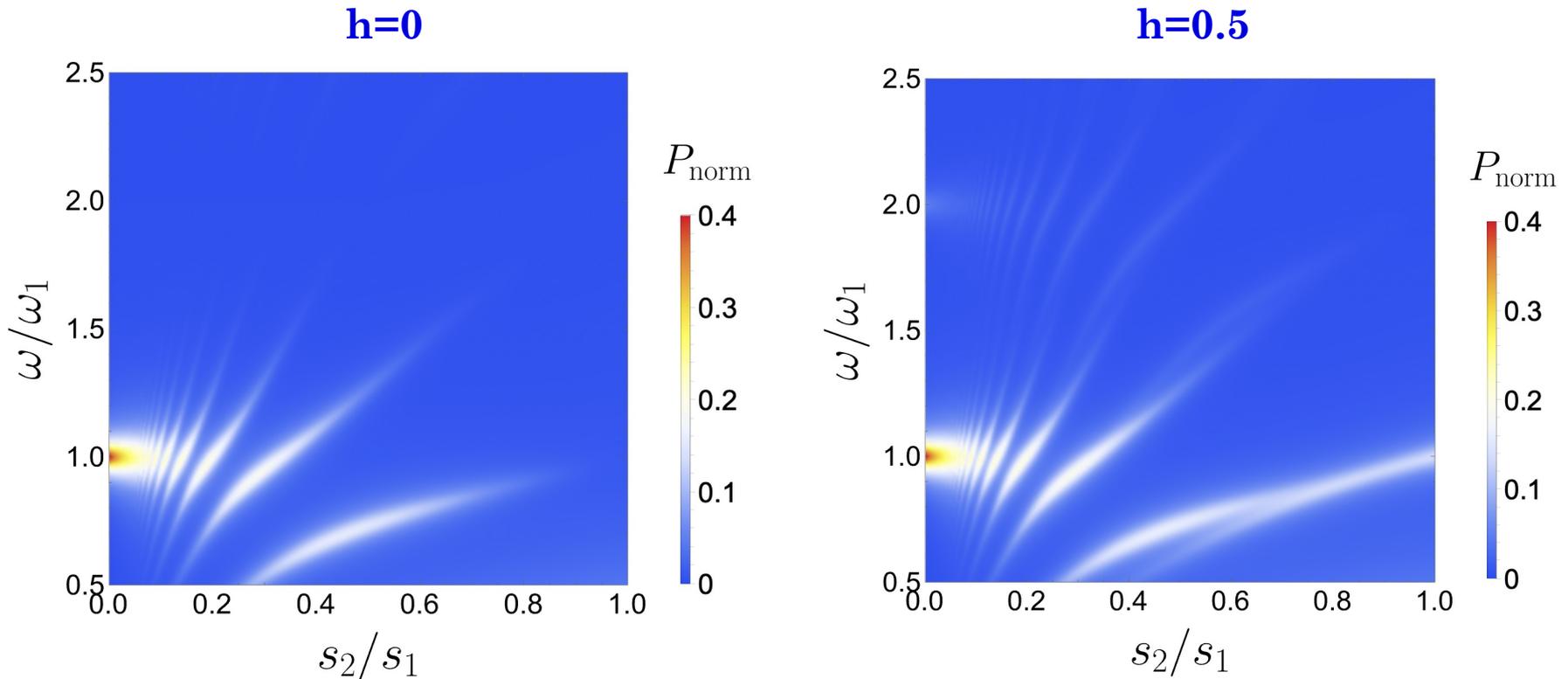
Полная система уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (N\mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} &= \mathbf{a} - \frac{e^2}{mC}\nabla N - \frac{\nabla W}{mN}, \\ C \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(T\mathbf{v}) \right] &= N \left(\frac{T_0 - T}{\tau_{ph}} + \frac{mv^2}{\tau} \right)\end{aligned}$$

where $W = \int d\epsilon \nu \epsilon [e^{(\epsilon-\mu)/T} + 1]^{-1} \approx N^2/2\nu + \nu T^2 \pi^2/6$ is the system energy per unit area in the moving frame, T_0 is the lattice temperature and $C = \nu T \pi^2/3$ is the heat capacity of the 2D degenerate electrons. In above, we

Учет модуляции поля

$$E(x, t) \approx E_0[1 + h \cos(kx + \phi)] \cos \omega t.$$



i) сохраняется плазменный резонанс при $s_2 \rightarrow s_1$

ii) проявляются «темные» моды

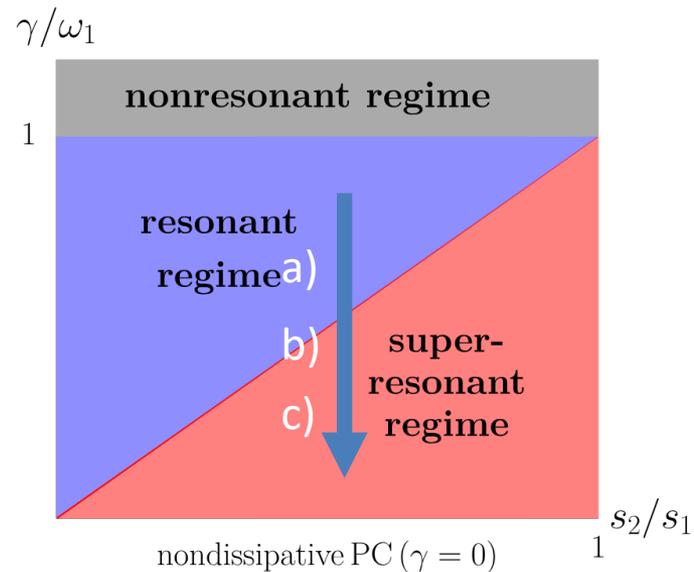
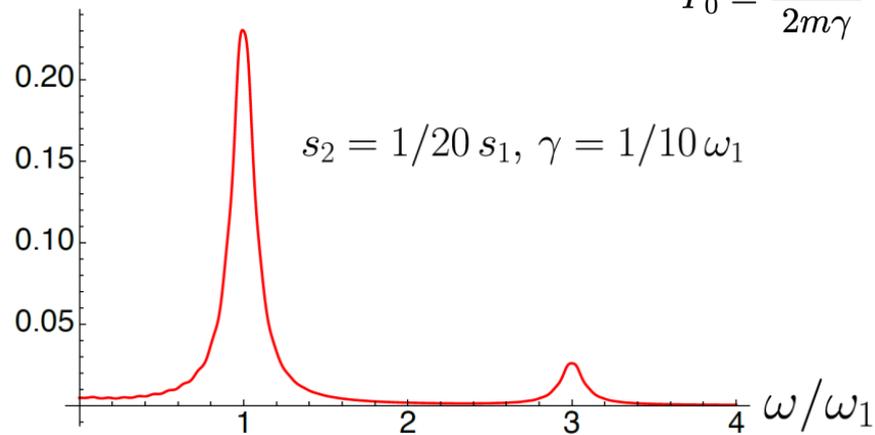
$$P_{\text{norm}} = P/P_0$$

$$P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma}$$

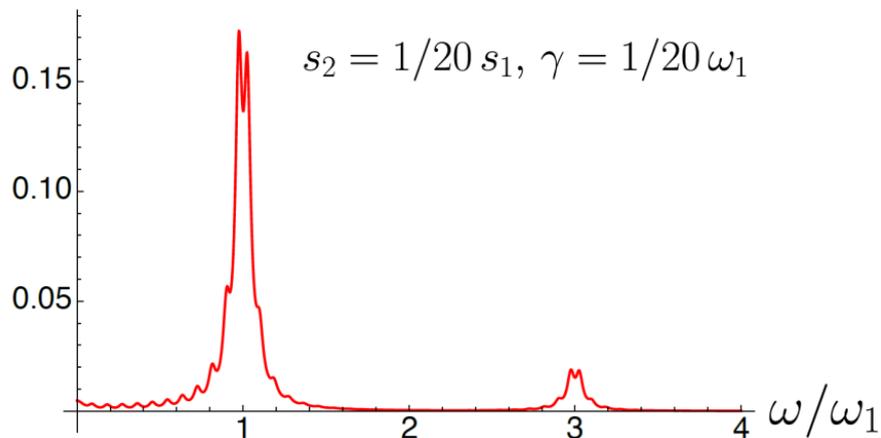
Режимы диссипации

a) P/P_0

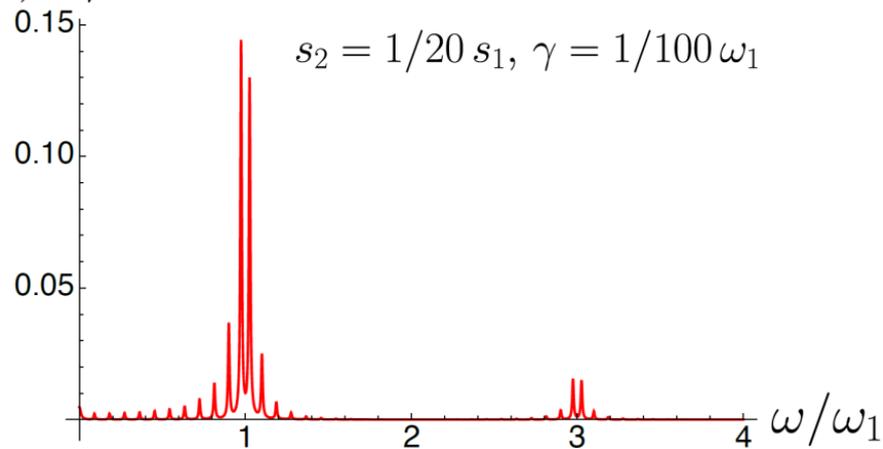
$$P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma}$$



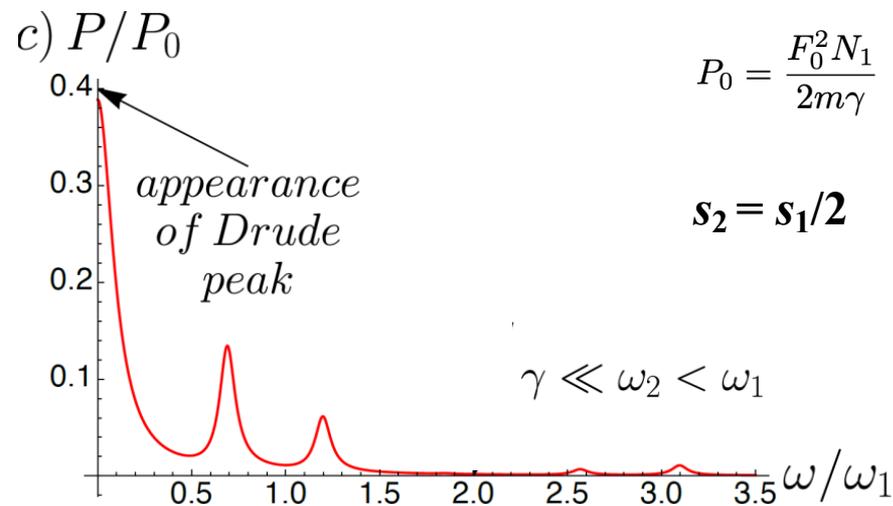
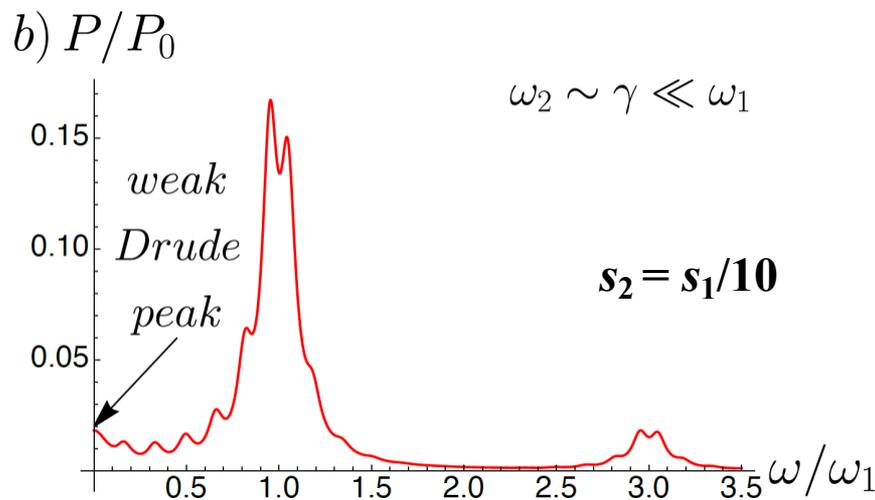
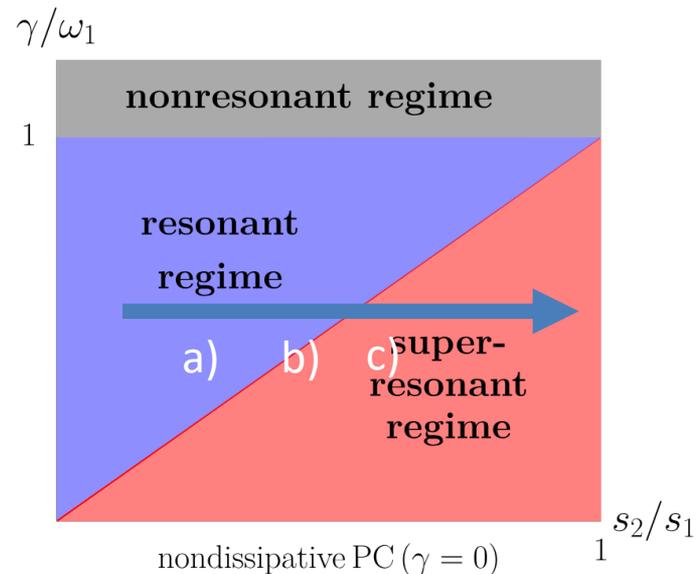
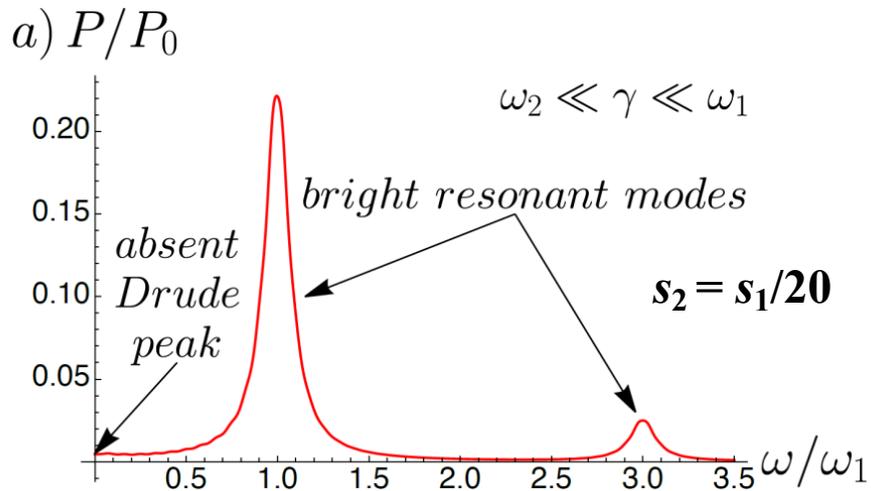
b) P/P_0



c) P/P_0

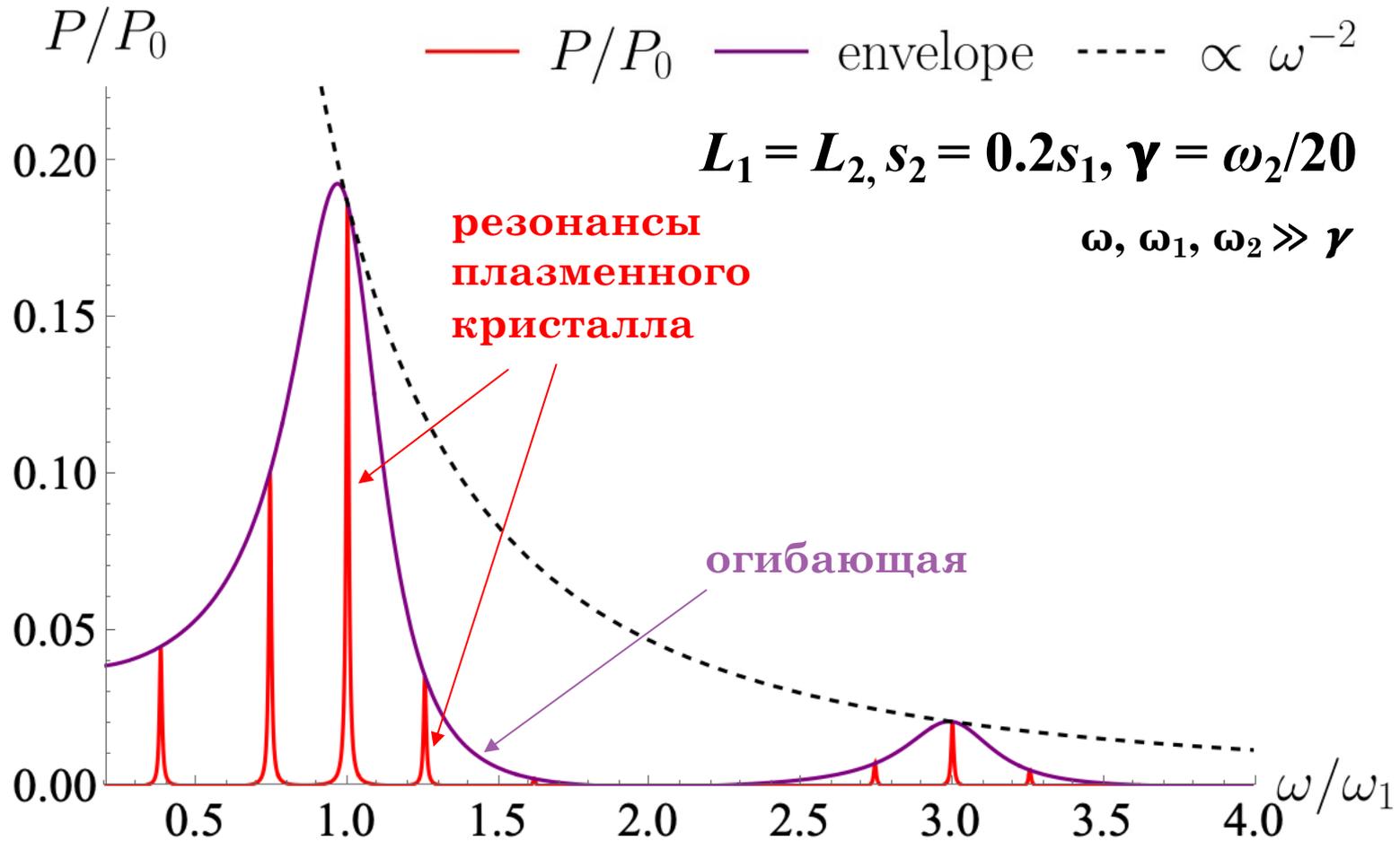


Режимы диссипации



$L_1 = 1.1 L_2, \gamma = \omega_1/10$

Супер-резонансный режим



$$P_{\text{env}} = \frac{16A}{\omega^2} \frac{\sin^2 \frac{\omega L_1}{2s_1}}{L_1 + L_2 \left[\sin^2 \frac{\omega L_1}{2s_1} + \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^2 \cos^2 \frac{\omega L_1}{2s_1} \right]}.$$

$$A = \frac{P_0(s_1^2 - s_2^2)^2}{2(L_1 + L_2)s_1^2}.$$

$$P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma}$$

Возбуждение темных частот

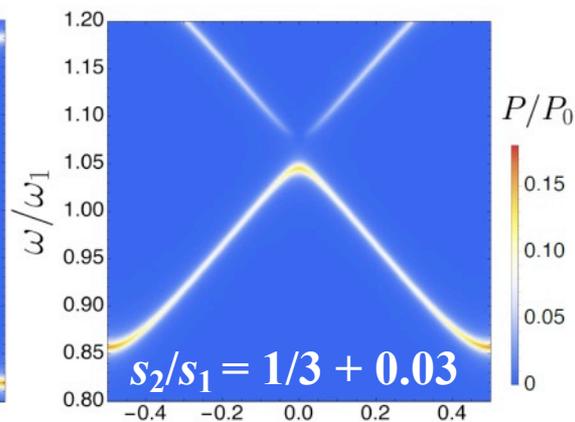
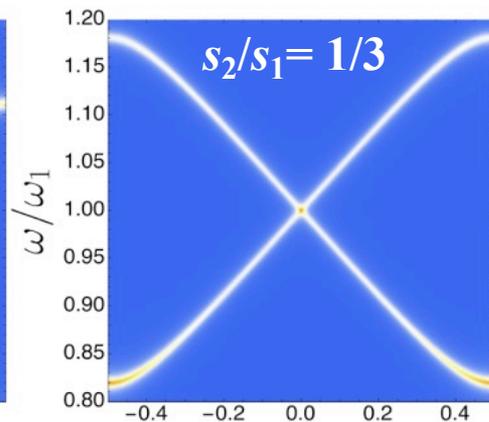
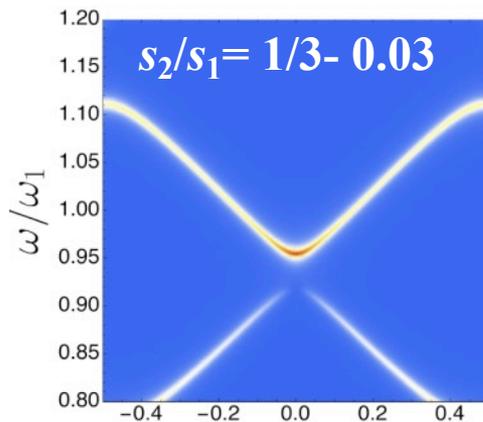
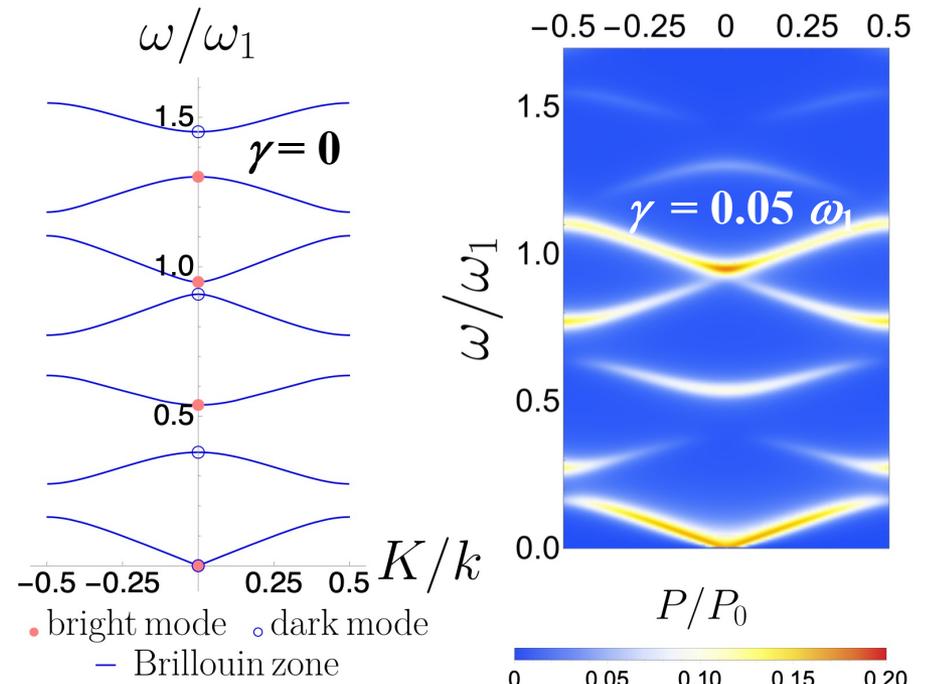
$$E(x, t) = E_0 \cos(Kx - \omega t),$$

$$k = \frac{2\pi}{L_1 + L_2}$$

i) при наличии продольного волнового вектора проявляются «темные» моды

$\gamma = 0.01$

$$L_1 = L_2, s_2 = 0.3s_1 \quad K/k$$



ii) темная мода переходит с одной ветви на другую

Возбуждение темных частот

сильная связь $s_2 \ll s_1$

$$E(x, t) = E_0 \cos(Kx - \omega t),$$

$$P = \frac{L_1}{L_1 + L_2} P_0 \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma^2 E_n}{(\omega - n\omega_1)^2 + \gamma^2/4},$$

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 [1 - (-1)^n \cos KL_1]}{(n^2 \pi^2 - K^2 L_1^2)^2} \\ \approx \frac{[1 - (-1)^n \cos KL_1]}{n^2 \pi^2}.$$

$$E_{2l+1} \approx \frac{2 - K^2 L_1^2/2}{\pi^2 (2l+1)^2}, \quad E_{2l} \approx \frac{K^2 L_1^2}{2\pi^2 (2l)^2}.$$

светлые моды

темные моды

слабая связь $s_2 \approx s_1$

$$P = P_0 \frac{\gamma^2 \omega^2}{\gamma^2 \omega^2 + (\omega^2 - K^2 s_1^2)^2}.$$

Резонасный знаменатель

$$\Sigma = s_1 \cot q_1 L_1/2 + s_2 \cot q_2 L_2/2. \quad q_{1,2} = \frac{\sqrt{\omega(\omega + i\gamma)}}{s_{1,2}}$$

$Q_{\text{bright}}(\omega)Q_{\text{dark}}(\omega) = 0$, **уравнение на собственные частоты ($K = 0$)**

$$Q_{\text{bright}} = s_1 \cos \frac{\omega L_1}{2s_1} \sin \frac{\omega L_2}{2s_2} + s_2 \cos \frac{\omega L_2}{2s_2} \sin \frac{\omega L_1}{2s_1},$$

$$Q_{\text{dark}} = s_2 \cos \frac{\omega L_1}{2s_1} \sin \frac{\omega L_2}{2s_2} + s_1 \cos \frac{\omega L_2}{2s_2} \sin \frac{\omega L_1}{2s_1}.$$

определение ω_{bright} и ω_{dark}

$$Q_{\text{bright}}(\omega_{\text{bright}}) = 0$$

$$Q_{\text{dark}}(\omega_{\text{dark}}) = 0$$

резонансные «светлые» частоты

$$\Sigma(\omega = \omega_{\text{bright}}, \gamma = 0) = 0$$

$$\Sigma(\omega = \omega_{\text{dark}} \neq \omega_{\text{bright}}, \gamma = 0) \neq 0$$

нерезонансные «темные» частоты

Учет модуляции поля (слабая связь)

слабая связь

$$s_2 \approx s_1$$

$$\delta s = s_1 - s_2$$

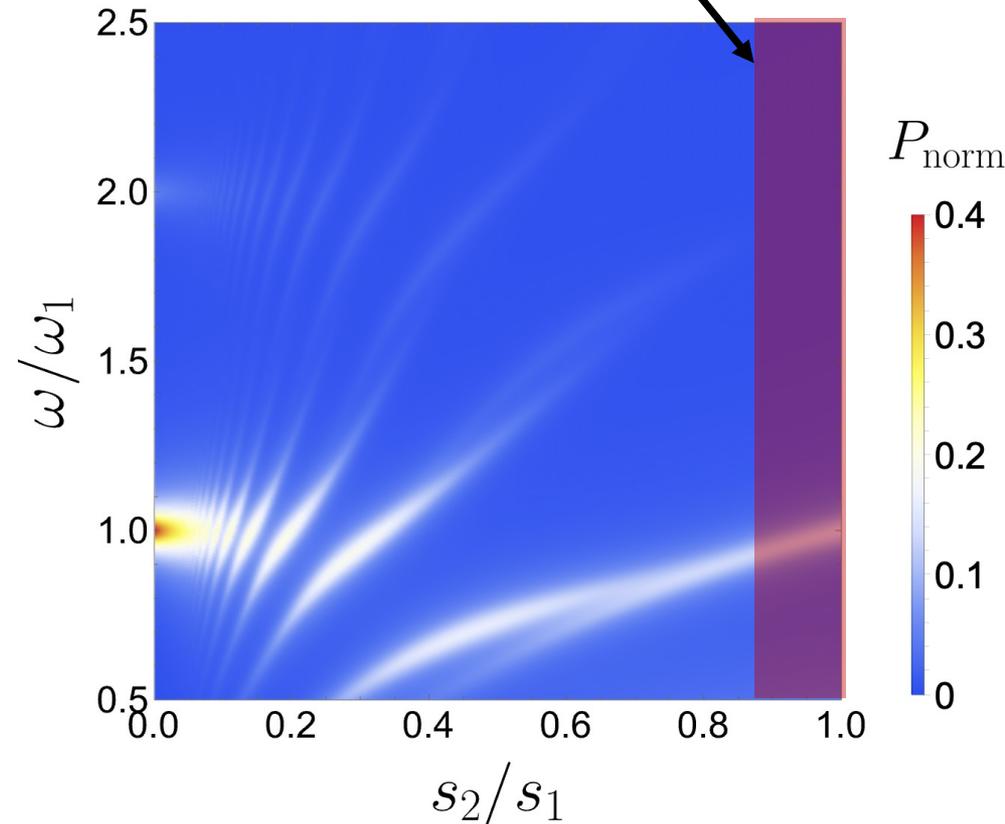
$$A_n \propto \frac{\delta s^2}{n^2} \quad \delta P = P_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma^2 A_n}{(\omega - \omega_n^{\text{weak}})^2 + \gamma^2/4} + P_0 \frac{\gamma^2}{(\omega - k^2 s_1^2/\omega)^2 + \gamma^2} \left[\frac{h^2}{2} - \frac{8h\delta s \omega_1 \sin \phi}{L\omega^2} \right].$$

$$E(x, t) \approx E_0 [1 + h \cos(kx + \phi)] \cos \omega t.$$

$$\delta P = P - P_{\text{Drude}}$$

$$P_{\text{Drude}} = P_0 \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} \quad P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma}$$

h=0.5



Учет модуляции поля (сильная связь)

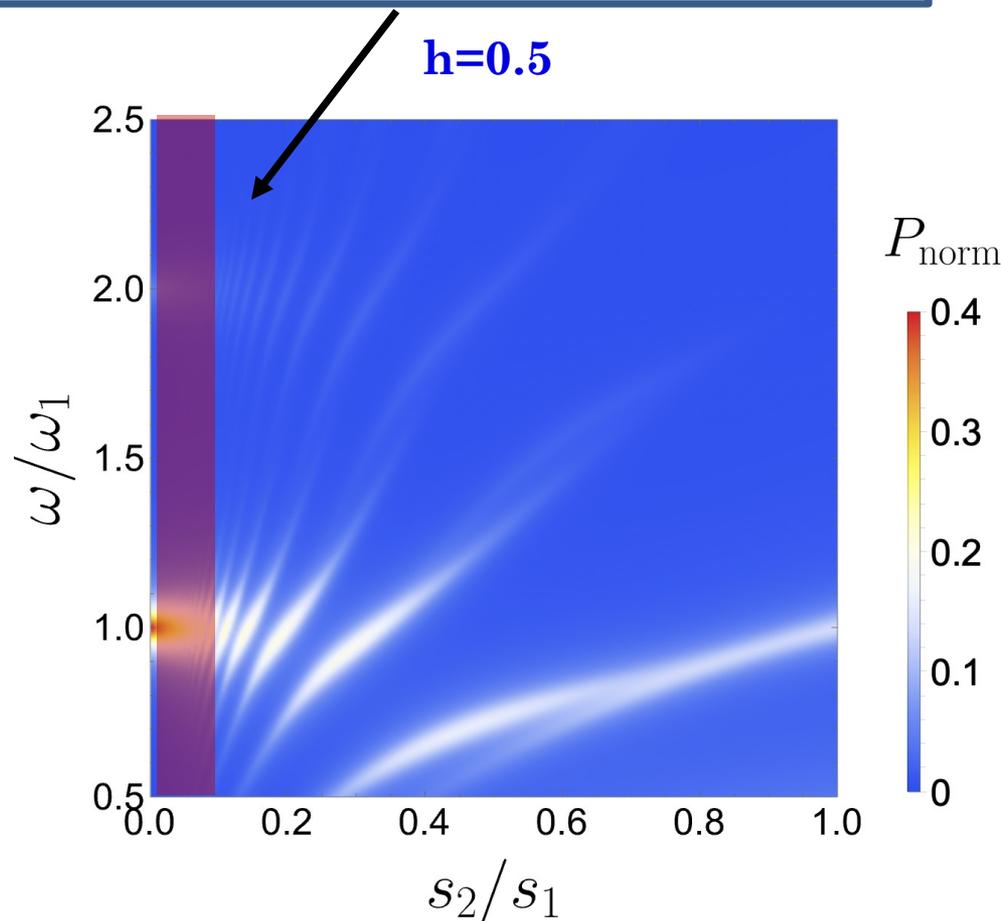
сильная связь

$$s_2 \ll s_1$$

$$P = \frac{P_0 \gamma^2}{(\omega - \omega_1)^2 + \gamma^2} \left(\frac{1}{\pi^2} - \frac{h \sin \phi}{2\pi} + \frac{h^2 \sin^2 \phi}{16} \right) + \frac{4}{9\pi^2} \frac{P_0 \gamma^2}{(\omega - 2\omega_1)^2 + \gamma^2} h^2 \cos^2 \phi + \tilde{P},$$

$$E(x, t) \approx E_0 [1 + h \cos(kx + \phi)] \cos \omega t.$$

$$P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma} \quad \omega_1 = \pi s_1 / L_1$$



Произвольная модуляции решетки

$$P_0 = \frac{F_0^2 N_1}{2m\gamma} \quad E = E_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cos(k_n x + \phi_n) \right],$$

$$k_n = 2\pi n / (L_1 + L_2).$$

СИЛЬНАЯ СВЯЗЬ

$$s_2 \ll s_1$$

$$P^{\text{strong}} = P_{\text{bright}} + P_{\text{dark}},$$

$$\omega_1 = \pi s_1 / L_1 \quad B_n = \frac{2L_1}{(L_1 + L_2)(1 + 2n)^2 \pi^2}.$$

$$P_{\text{bright}} = P_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma^2 (B_m + h_n \tilde{C}_{mn})}{[\omega - (2m + 1)\omega_1]^2 + \gamma^2/4}$$

$$+ P_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\gamma^2 h_n h_l \tilde{D}_{mnl}^{\text{bright}}}{[\omega - (2m + 1)\omega_1]^2 + \gamma^2/4}$$

$$P_{\text{dark}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\gamma^2 h_n h_l \tilde{D}_{mnl}^{\text{dark}}}{[\omega - 2m\omega_1]^2 + \gamma^2/4}.$$

слабая связь

$$s_2 \approx s_1$$

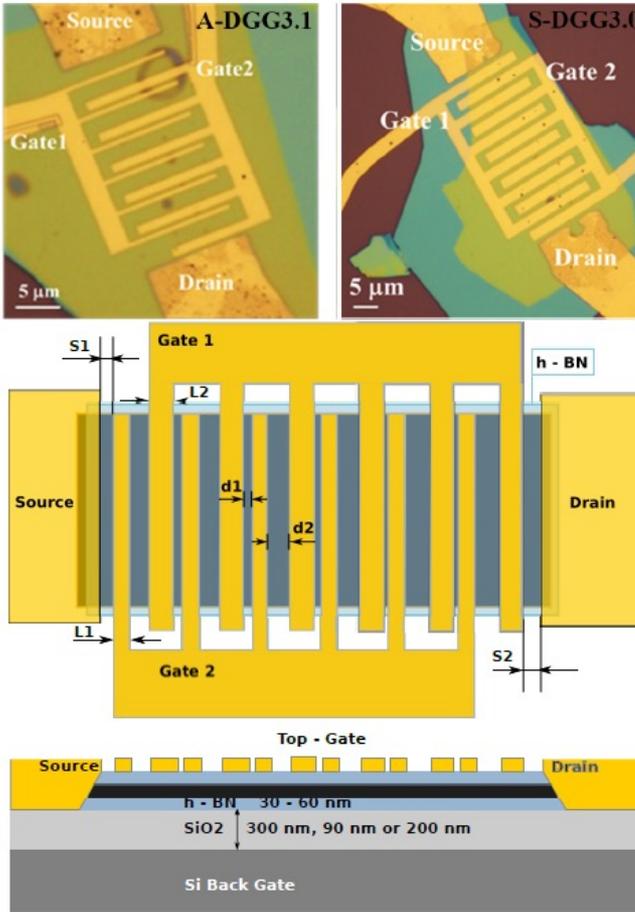
$$P^{\text{weak}} = P_{\text{Drude}} + P_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma^2}{(\omega - \omega_n^{\text{weak}})^2 + \gamma^2/4}$$

$$\times \left[A_n + \frac{4\delta s h_n \cos(\phi_n + \pi a_n) \sin \pi a_n}{\omega_n^{\text{weak}} (L_1 + L_2)} + \frac{h_n^2}{8} \right],$$

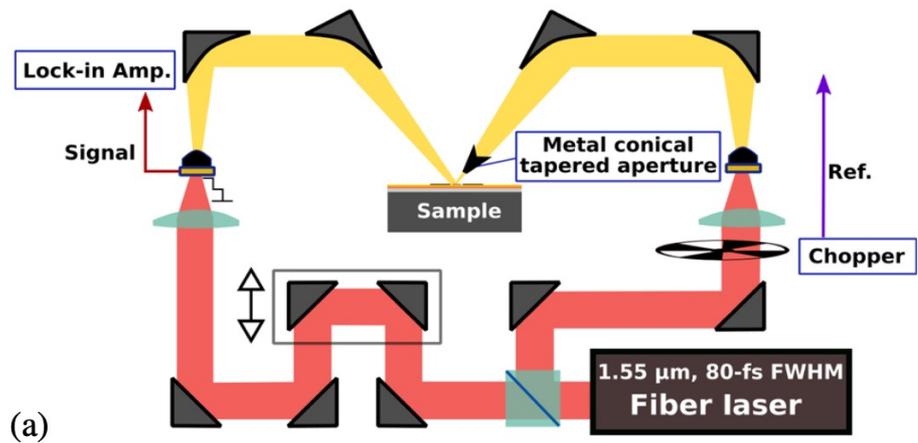
$$A_n \propto \frac{\delta s^2}{n^2}$$

$$\omega_n^{\text{weak}} \approx n s_1 k,$$

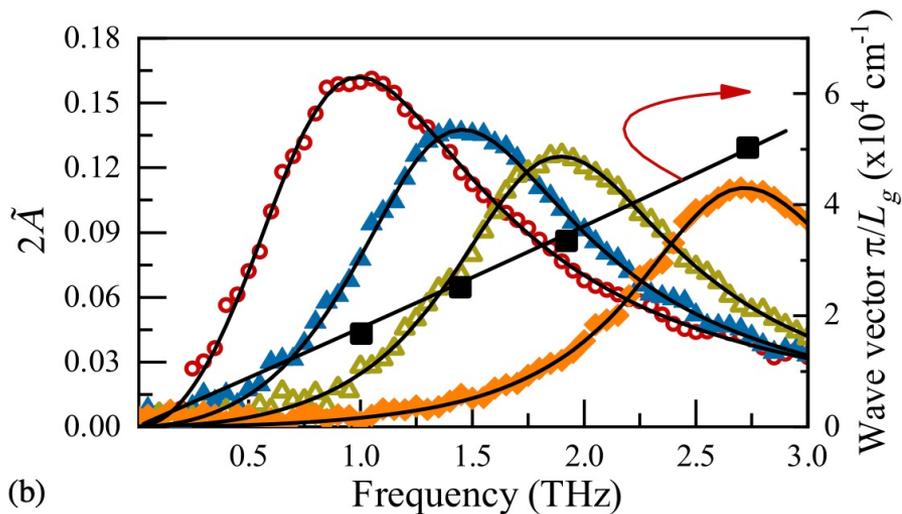
Прохождение ТГц излучения при ненулевом постоянном токе



the mobility is over $30\,000\text{ cm}^2/\text{Vs}$



(a)



(b)

Dissipation in the channel

$$P = \int dx \left\langle N \frac{mV^2}{\tau} \right\rangle_t$$

local Joule heat

$$N = N_0(1 + n)$$

$$V = V_0 + v$$

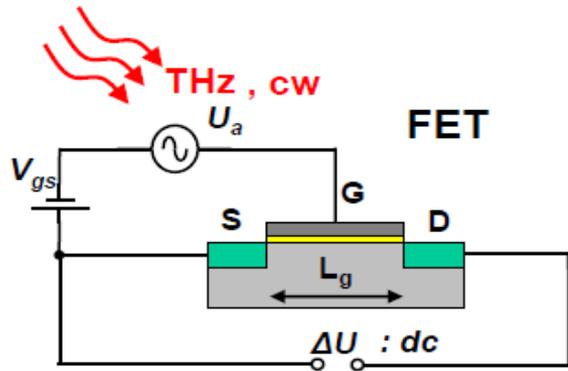
$$\frac{1}{\tau} = \gamma \quad N_0 \propto s^2$$

$$\delta P \propto \int dx \gamma s^2 \langle v^2 + 2V_0vn \rangle_t$$

**radiation-induced
correction to the
dissipation**

**current-driven contribution
can be negative !!!**

Detection of THz radiation by FET plasmons



$$U(0) = U_g + U_a \cos \omega t$$

HD equations are nonlinear, BC are asymmetric

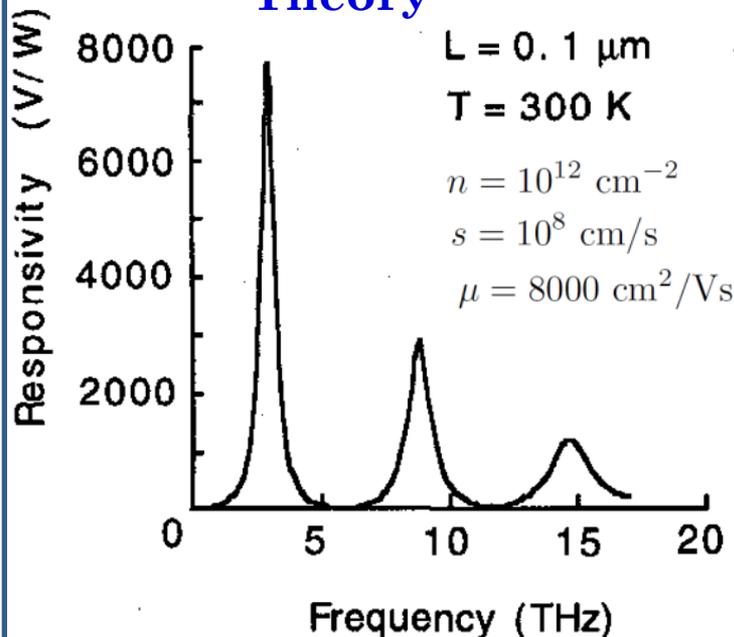


$$\Delta U \propto U_a^2$$

radiation-induced dc voltage drop due to rectification → plasmonic resonances for $\omega_0 \tau \gg 1$

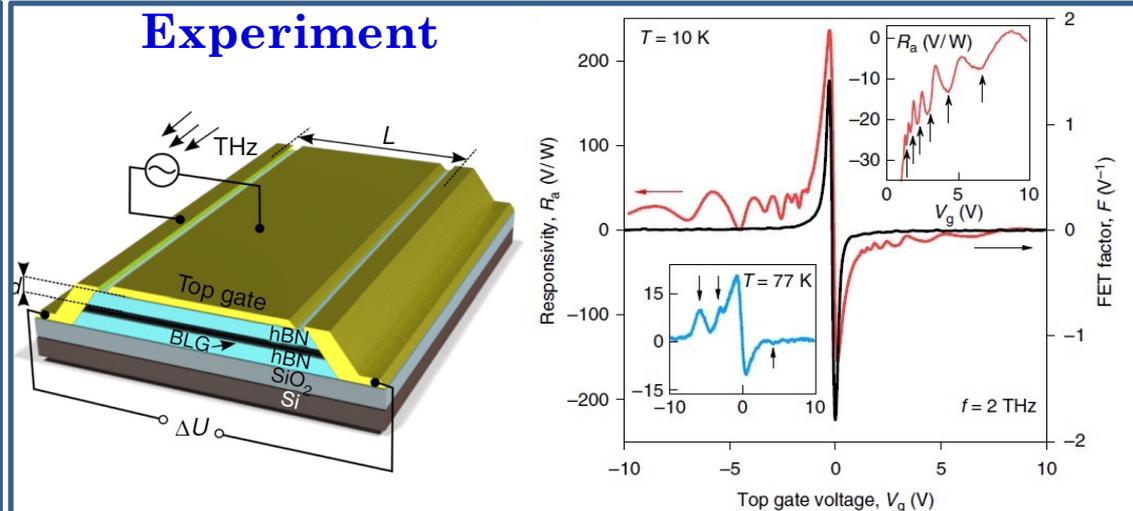
M.Dyakonov and M.Shur, IEEE (1996)

Theory



Dyakonov, Shur, IEEE (1996)

Experiment



From: Bandurin, Svintsov, Gayduchenko, Xu, Principi, Moskotin, Tretyakov, Yagodkin, Zhukov, Taniguchi, Watanabe, Grigorieva, Polini, Goltsman, Geim and Fedorov, Nature Communications (2018)

Hydrodynamics: $\tau_{ee} \rightarrow 0$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (N\mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{a}_0 - \frac{e^2}{mC} \nabla N - \frac{\nabla W}{mN},$$

$$C \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(T\mathbf{v}) \right] = N \left(\frac{T_0 - T}{\tau_{\text{ph}}} + \frac{mv^2}{\tau} \right)$$

$$\mathbf{a}_0 = \frac{e}{m} [\mathbf{E}(x, t) - \nabla U(x)]$$

$$C = \nu T \pi^2 / 3$$

heat capacitance

$$mv^2 / \tau$$

local Joule heat

$$W = \nu \int d\epsilon \epsilon \left[e^{(\epsilon - \mu)/T} + 1 \right]^{-1}$$

$$\approx \nu \left(\frac{\mu^2}{2} + \frac{\pi^2 T^2}{6} \right) \quad \rightarrow$$

Seebeck contribution \rightarrow
small if $\mu/T \gg \tau_{\text{ph}}/\tau$

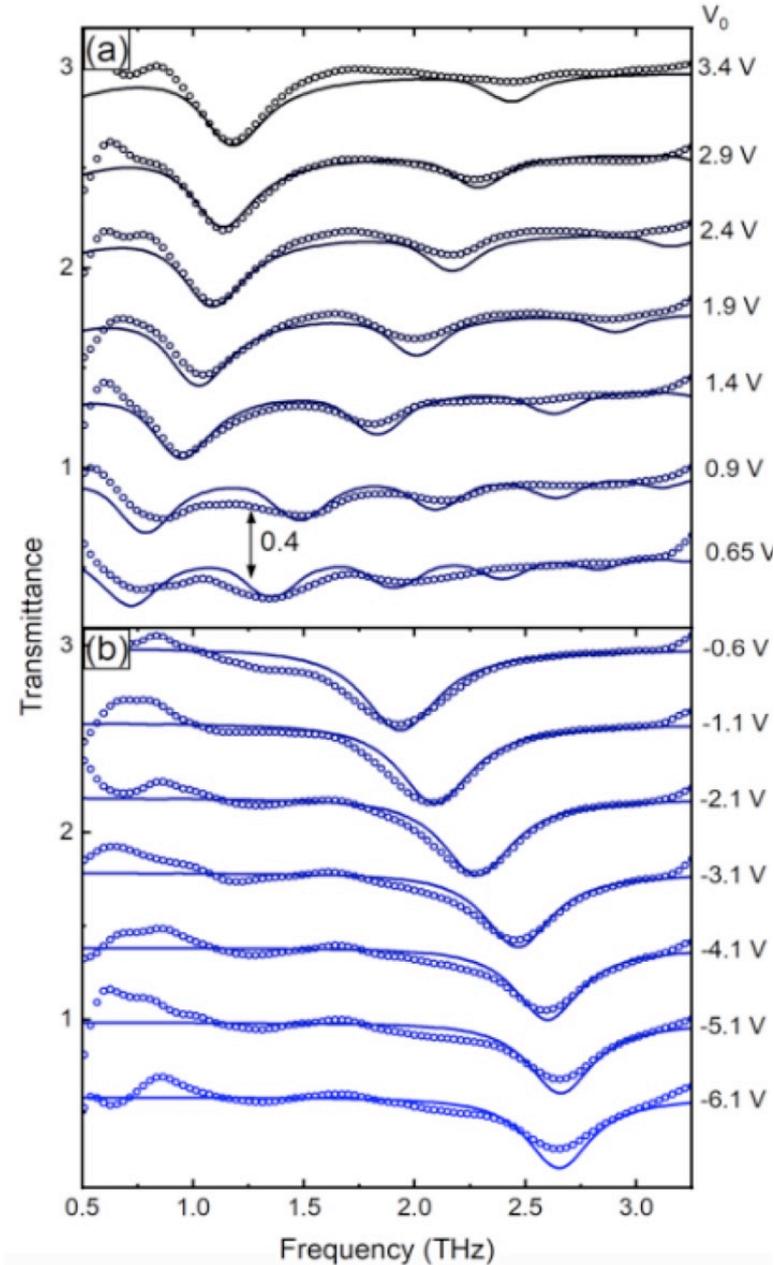
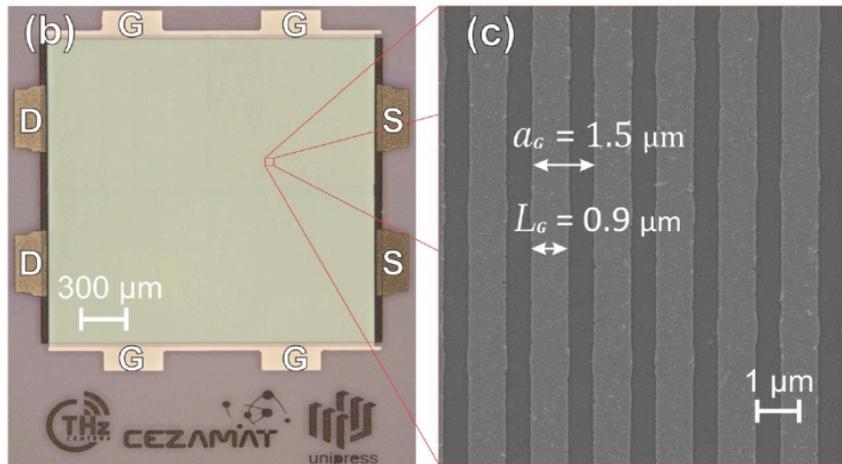
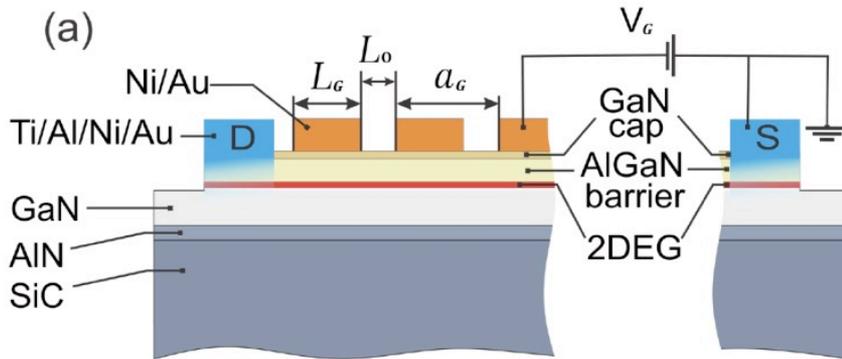
Nalitov, Golub, Ivchenko, PRB (2012)

$$j_x^{\text{HD}} = \Xi \frac{e^3 N_0}{2m^3 s^2} \frac{2\tau\omega_q^2}{(1 + \tau^2\omega^2)[\omega^2/\tau^2 + (\omega_q^2 - \omega^2)^2]}$$

$$\propto \frac{1}{\omega^6}, \text{ for } \omega \rightarrow \infty$$

Rozhansky, Kachorovskii, Shur, PRL (2015)

Experiment: grating gate GaN/GaAlN based structures



$$s_1 = 2.3 \times 10^8 \text{ cm/s}, \quad L_1 = 0.6 \mu\text{m}, \quad L_2 = 0.9 \mu\text{m},$$

$$\gamma/2\pi = 0.25 \text{ THz}, \quad m = 0.2 m_0, \quad d = 23 \text{ nm}, \quad \epsilon = 9$$

Выражение для отклика

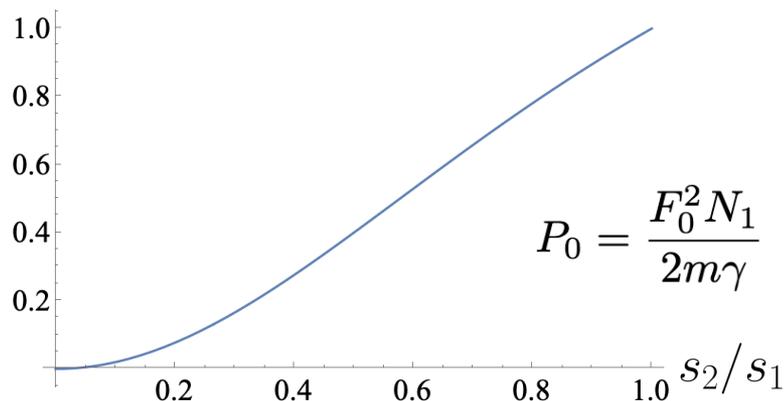
$$P = \frac{\gamma^2}{\omega^2 + \gamma^2} [P_{\text{nonres}} + P_{\text{res}}] \quad P_{\text{nonres}} = \frac{E_0^2 C}{2\gamma(L_1 + L_2)} (L_1 s_1^2 + L_2 s_2^2)$$

$$P_{\text{res}} = \frac{E_0^2 C}{2(L_1 + L_2)} \frac{(s_1^2 - s_2^2)^2 \text{Re} [(\Gamma - i\Omega)^3 \Sigma]}{\Omega \Gamma (\Gamma^2 + \Omega^2) |\Sigma|^2}, \quad P_{\text{nonres}}, P_{\text{res}} \propto E_0^2$$

предел нулевой частоты

$$P(\omega \rightarrow 0)/P_0 = \frac{1 + L_2/L_1}{1 + L_2 s_1^2 / L_1 s_2^2}$$

$P(\omega \rightarrow 0)/P_0$



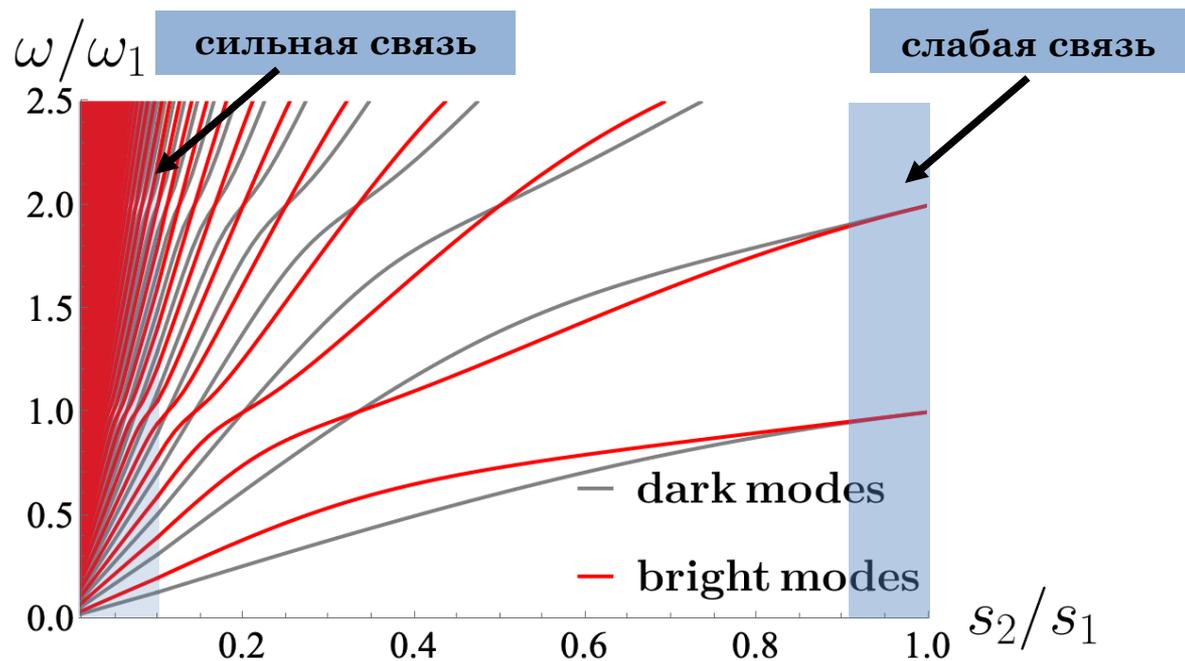
резонансный знаменатель

$$\Sigma = s_1 \cot q_1 L_1 / 2 + s_2 \cot q_2 L_2 / 2.$$

Однородное решение (K=0)

Kachorovskii and Shur,
APL 100, 232108 (2012)

$$\begin{aligned} & \cos [K(L_1 + L_2)] \\ &= \cos \frac{\omega L_1}{s_1} \cos \frac{\omega L_2}{s_2} - \frac{s_1^2 + s_2^2}{2s_1 s_2} \sin \frac{\omega L_1}{s_1} \sin \frac{\omega L_2}{s_2}. \end{aligned}$$



в режиме сильной
связи
дистанция между
уровнями:

$$\Delta\omega \sim s_2/L_2 \rightarrow 0.$$

$$s_2 \ll s_1$$

$$\omega_1 = \frac{\pi s_1}{L_1}$$

$$L_2 = L_1$$

Plasmonic bands, $\omega_n(K)$, for $\gamma = 0$

$$\cos \omega T_1 \cos \omega T_2 - Z \sin \omega T_1 \sin \omega T_2 = \cos KL$$

$$T_1 = L_1/s_1, \quad T_2 = L_2/s_2$$

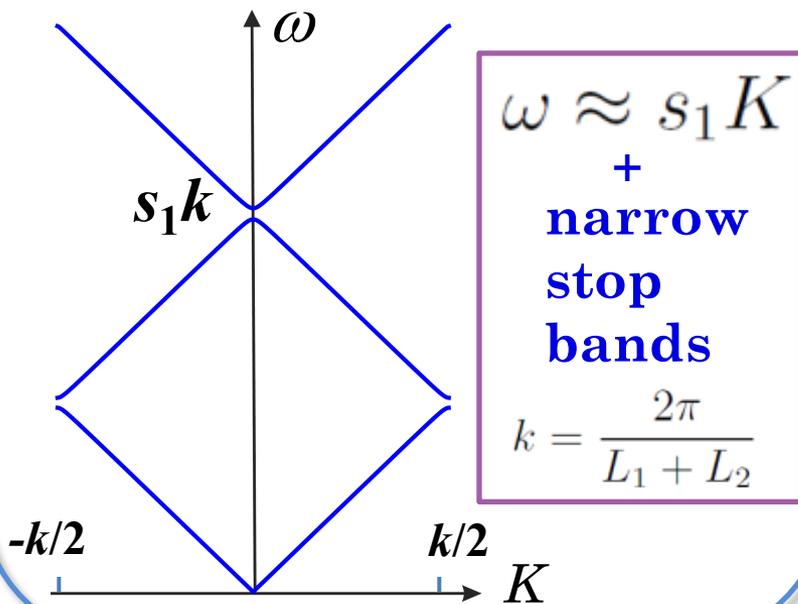
$$\omega_1 = \frac{\pi s_1}{L_1}, \quad \omega_2 = \frac{\pi s_2}{L_2}$$

**coupling
parameter**

$$Z = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2s_1s_2}$$

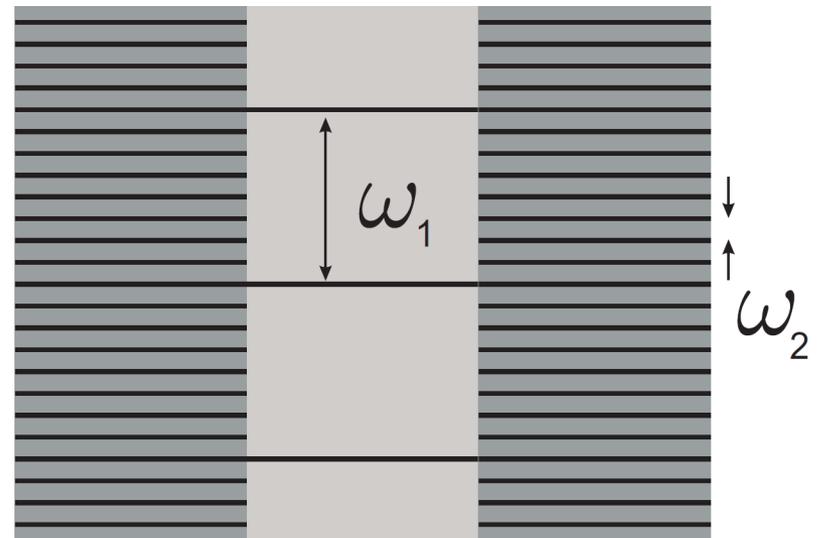
weak coupling

$$s_1 \approx s_2 \rightarrow Z \approx 1$$



strong coupling

$$s_1 \gg s_2 \rightarrow Z \approx s_1/2s_2 \gg 1$$



narrow pass bands, super-resonant regime for $\gamma < \omega_2$

