

# Точность квантования холловской проводимости: конечно-размерный скейлинг

А. А. Грешнов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург, Россия

Выполнен микроскопический расчет проводимости в режиме целочисленного квантового эффекта Холла. Исследован вопрос о точности квантования для образцов конечных размеров. Обнаружено, что точность квантования степенным образом зависит от размера образца. Введен новый скейлинговый параметр, описывающий такую зависимость. Также показано, что точность квантования линейно зависит от отношения амплитуды хаотического потенциала примесей к циклотронной энергии. Проведено сравнение результатов с магнитотранспортными измерениями в мезоскопических образцах.

Несмотря на значительный прогресс, имеющийся в понимании квантового эффекта Холла (КЭХ), последовательная микроскопическая теория этого явления до сих пор отсутствует. Напомним, что в условиях сильного магнитного поля, направленного перпендикулярно плоскости двумерного полупроводникового образца, и низких температур наблюдается квантование холловского сопротивления  $R_H = h/\nu e^2$ . Здесь  $\nu$  является целым числом, причем точность квантования при достаточно низких температурах ограничена лишь погрешностью измерения и может достигать миллионной доли процента. Такое поведение проводимости двумерного электронного газа в сильном магнитном поле противоречит выводам классической кинетической теории и диаграммной техники усреднения по беспорядку. Для описания КЭХ критически важным является учет сильной локализации электронов на хаотическом потенциале примесей. Расчеты зависимости длины локализации от энергии электронного состояния приводят к степенному закону  $\xi \propto (E - E_n)^{-\nu}$ ,  $\nu \sim 2.3$ , что хорошо согласуется с экспериментом [1]. Наличие скейлингового закона указывает на необходимость микроскопического учета хаотического потенциала при расчете проводимости в режиме КЭХ.

В настоящей работе проведен расчет проводимости двумерного электронного газа в сильном магнитном поле из первых принципов с использованием модельного хаотического потенциала следующего вида:

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N U_n \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)^2}{R^2} \right\}, \quad (1)$$

где величины  $U_n$  и  $\mathbf{r}_n$  распределены равномерно в интервале  $[U_<, U_>]$  и по

всей плоскости  $(x, y)$  соответственно, что позволяет варьировать силу и корреляционные свойства потенциала с помощью параметров  $N$ ,  $U_<$ ,  $U_>$  и  $R$ . Полученные в результате численной диагонализации гамильтониана энергии и волновые функции электронных состояний использовались для расчета холловской проводимости по формуле Кубо.

Полученные результаты позволили исследовать вопрос о влиянии размеров образца и хаотического потенциала примесей на точность квантования. Обнаружено, что разброс значений холловской проводимости одного полностью заполненного уровня Ландау относительно квантованного значения  $e^2/h$  подчиняется следующему закону:

$$\frac{\delta\sigma_{xy}}{\sigma_{xy}} \propto \frac{U_*}{\hbar\omega_c} \left( \frac{a_H}{L} \right)^b. \quad (2)$$

Здесь  $U_*/\hbar\omega_c$  есть отношение амплитуды хаотического потенциала к циклотронной энергии, а  $a_H/L$  — отношение магнитной длины к размеру образца. Во всех расчетах скейлинговый параметр  $b$  оставался универсальным и равным  $1.4 \pm 5\%$ .

Необходимо заметить, что максимально допустимые современными вычислительными возможностями размеры образцов не превышают 100 магнитных длин, что затрудняет прямое сравнение с экспериментальными данными. Тем не менее, такое сравнение возможно благодаря проводимым в последнее время исследованиям КЭХ в мезоскопических образцах. Использованный в работе [2] образец на основе кремния имел субмикронные размеры, при которых отношение  $a_H/L$  не превышало 100. На первом плато КЭХ обнаружены сильные (до 10%) флуктуации проводимости, что согласуется с результатом (2). Кроме того, точность квантования выше  $10^{-8}$  не является правилом и для образцов больших (миллиметровых) размеров при низких ( $T < 1$  К) температурах. В работе [3] обнаружены флуктуации на плато до  $10^{-7}$  при экспериментальной погрешности не хуже  $10^{-8}$ . Оценка отклонения холловской проводимости в центре плато от квантованного значения, выполненная с учетом конечности температуры (необходимо учесть длину сбоя фазы и уширение функции распределения), согласуется с этими данными.

Работа выполнена при поддержке Фонда «Династия» и МЦФФМ.

## Литература

- [1] B. Huckestein, Rev. Mod. Phys., **67**, 357 (1995).
- [2] D. H. Cobden, E. Kogan, Phys. Rev. B, **54**, R17316 (1996).
- [3] K. Yoshihiro, C. T. Van Degrift, M. E. Cage, D. Yu, Phys. Rev. B, **45**, 14204 (1992).