

На правах рукописи



Веретенев Николай Александрович

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЁХМЕРНЫХ
ДИССИПАТИВНЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ
В ЛАЗЕРАХ**

Специальность 01.04.05 — «Оптика»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2019

Работа выполнена в Акционерном обществе «Государственный оптический институт имени С.И. Вавилова»

Научный руководитель: **Розанов Николай Николаевич**
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент Российской академии наук

Официальные оппоненты: **Карташов Ярослав Вячеславович,**
доктор физико-математических наук, профессор
РАН, ведущий научный сотрудник,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт Спектроскопии РАН

Сазонов Сергей Владимирович,
доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник,
Национальный исследовательский центр
"Курчатовский институт"

Ведущая организация: Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

Защита состоится 15 мая 2019 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 999.022.02 при АО «Государственный оптический институт имени С.И. Вавилова» по адресу: 199053, Санкт-Петербург, Кадетская линия В.О., дом 5, корпус 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке АО «Государственный оптический институт имени С.И. Вавилова» по адресу: 199053, Санкт-Петербург, Кадетская линия, дом 5, корпус 2 и на сайте <http://www.npkgoi.ru/>.

Автореферат разослан «__» _____ 2019 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета
Д 999.022.02,
канд физ.-мат. наук



Журенков Андрей Германович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Локализованные состояния в различных нелинейных системах привлекают внимание как теоретиков, так и экспериментаторов. Во-первых, своей универсальностью, благодаря которой структуры совершенно различной природы могут быть очень похожими. Во-вторых, своей устойчивостью к шумам и флуктуациям параметров схемы. Любая устойчивая локализованная структура — это запись информации на некотором однородном фоне. Её можно считать, можно стереть, а при определённых условиях она может исчезнуть или существенно измениться после взаимодействия с другой подобной структурой. Благодаря этим свойствам можно рассчитывать на их применение в обработке, передаче и хранении информации. К таким структурам относятся солитоны, у которых можно выделить некоторый центр, вдали от которого состояние системы не будет отличаться от однородного. Солитоны также могут быть различной природы и размерности, но их можно разделить на два класса: консервативные и диссипативные. Первые существуют в системах без притока энергии, вторые — в системах с потерями и усилением. Классический консервативный солитон описывается нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ). Для существования солитонов НУШ необходим баланс между дисперсией среды, уширяющей импульс, и компенсирующей её нелинейностью (для временных солитонов) или аналогично между дифракцией и нелинейностью (для пространственных).

В настоящей работе исследуются диссипативные солитоны в широкоапертурных лазерах класса с безинерционно насыщающимся поглощением и усилением и бистабильных интерферометрах с когерентной накачкой, заполненной средой с керровской нелинейностью. Диссипативные структуры являются сильными аттракторами и отличаются большой устойчивостью к возмущениям. Лазерная схема описывается обобщённым комплексным уравнением Гинзбурга-Ландау. Для описания интерферометра подходит уравнение типа НУШ с двумя пространственными измерениями. Оба уравнения описывают медленную динамику огибающей электрического поля. В оптике трёхмерные локализованные в пространстве и времени импульсы известны как “лазерные пули”.

Работа является продолжением исследований диссипативных структур, которые были найдены в модели с двумя пространственными измерениями. Знания свойств двумерных солитонов использовались для построения трёхмерных фундаментальных (без фазовых дислокаций) и топологических солитонов. Многие из предсказанных ранее двумерных решений обнаружены экспериментально, например, солитоны с дислокациями фазы в поверхностно-излучающих лазерах с вертикальным резонатором (VCSEL). Один из главных результатов работы — обнаружение устойчивых заузленных лазерных солитонов со сложной внутренней структурой. Такие солитоны обладают набором вихревых линий, на которых интенсивность излучения обращается в нуль, а фаза при обходе

линии по замкнутому контуру изменяется на величину $2\pi m$, где целое число m называют топологическим зарядом. Благодаря перекрывающимся областям устойчивости у разных типов заузленных солитонов, их можно использовать в качестве элементов оптической памяти с большим числом состояний (битностью). Различные типы солитонов — движущиеся, взаимодействующие и превращающиеся друг в друга, — образуют внутри оптической системы своего рода “химию”, с помощью которой можно записывать и обрабатывать информацию. Непрерывающиеся исследования узловых конфигураций в физике¹, химии² и биологии³ заставляют задуматься о возможных приложениях найденных солитонов в других областях, не только в оптике.

Целью является поиск и исследование новых типов оптических локализованных диссипативных структур в виде отдельных солитонов и их слабосвязанных комплексов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Создать комплекс программ для эффективного решения дифференциальных уравнений и визуализации данных.
2. Найти параметры оптической схемы, при которых возможно существование новых типов солитонов.
3. Построить начальное распределение, способное релаксировать к устойчивому солитону при этих параметрах.
4. Всесторонне исследовать найденные решения, используя численные и полуаналитические методы.

Научная новизна:

1. Впервые в численном эксперименте были получены устойчивые комплексы лазерных пуль и смоделированы их столкновения.
2. Впервые в численном эксперименте был получен и исследован вращающийся и прецессирующий трёхмерный топологический лазерный солитон с вихревой линией.
3. Впервые в численном эксперименте был получен и исследован новый класс лазерных заузленных солитонов.

Практическая значимость: обработка и хранение информации оптическими методами

Методология и методы исследования. Большинство представленных результатов получены в численных экспериментах. В случае лазерной схемы моделировался лазер с безинерционно насыщающимися поглощением и усилением и нулевыми частотными расстройками. Использовалось приближение

¹Tying quantum knots / D. S. Hall [и др.] // Nature Physics. 2016. Янв. Т. 12, № 5. С. 478—483. URL: <https://doi.org/10.1038%5C%2Fnpphys3624>.

²Fielden, S. D. P. Molecular Knots / S. D. P. Fielden, D. A. Leigh, S. L. Woltering // Angewandte Chemie International Edition. 2017. Авг. Т. 56, № 37. С. 11166—11194. URL: <https://doi.org/10.1002%5C%2Fanie.201702531>.

³Translocation and untying of DNA knots in extensional fields / A. Klotz [и др.] // Bulletin of the American Physical Society. 2018.

медленно меняющейся огибающей электрического поля, для описания динамики которой подходит обобщённое комплексное уравнение Гинзбурга-Ландау. Для прямого численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных использовались метод конечных разностей, метод расщепления, а для нахождения стационарных решений — метод релаксации и метод стрельбы. Для получения асимптотик использовались аналитические методы решения линеаризованных дифференциальных уравнений. Для проверки устойчивости стационарных симметричных решений использовался полуаналитический метод: численное решение линеаризованной возмущённой задачи.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В однородной протяжённой нелинейной среде с насыщающимися поглощением и усилением может быть сформирован устойчивый трёхмерный диссипативный солитон с единственным топологическим зарядом единственной вихревой линии. При определённых параметрах схемы распределение интенсивности ведёт себя как твёрдое тело, вращающееся с постоянной угловой скоростью, имеются режимы с прецессией угловой скорости.
2. Существует класс устойчивых диссипативных заузленных лазерных солитонов с различным количеством замкнутых и незамкнутых вихревых линий. Области параметров системы, в которых устойчивы различные типы заузленных солитонов, перекрываются. При медленном изменении коэффициента усиления среды наблюдается необратимый гистерезис между различными типами заузленных солитонов.

Достоверность результатов, полученных численными методами, предварительно подтверждается проверками, теоретическими оценками и расчётом с использованием альтернативной численной схемы. Двумерные диссипативные пространственные солитоны, в том числе с дислокациями фазы⁴, предсказанные ранее, уже достаточно давно наблюдаются в экспериментах⁵. Трёхмерные полностью локализованные решения такого типа на сегодняшний день исследуются, как правило, численно, хотя известны успешные эксперименты по локализации света в трёх измерениях, например, в работе⁶ наблюдались довольно необычные структуры, в виде цепочек из пространственно-светлых временно-тёмных солитонов.

В работе использовались следующие способы предварительной проверки результатов: тестирование программы на задачах, имеющих аналитическое решение, либо на уже решённых задачах; оценка точности стационарных решений путём их интерполяции и подстановки в исходное уравнение; сравнение

⁴Розанов, Н. Структура энергетических потоков и её бифуркации для двумерных лазерных солитонов / Н. Розанов, С. Федоров, А. Шацев // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2004. Т. 125, № 3. С. 486—498.

⁵Observation of laser vortex solitons in a self-focusing semiconductor laser / J. Jimenez [и др.] // Journal of Optics. 2013. Т. 15, № 4. С. 044011. URL: <http://stacks.iop.org/2040-8986/15/i=4/a=044011>.

⁶Three-Dimensional Spatiotemporal Pulse-Train Solitons / O. Lahav [и др.] // Phys. Rev. X. 2017. Ноябрь. Т. 7, вып. 4. С. 041051. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.7.041051>.

с результатами, полученными другими авторами; сравнение решений, полученных принципиально разными методами, в том числе полуаналитическими. Тем не менее, в численном моделировании динамической задачи всегда присутствует некоторая случайность, которую проверить невозможно в принципе — по крайней мере, до проведения физического эксперимента. В этом, как ни странно, есть и свои плюсы. Необходимые пояснения даны в Приложении.

Как уже отмечалось выше, значительная часть работы является дальнейшим развитием исследований двумерных диссипативных структур, предсказанных в ГОИ ранее. Численные методы, схемы и программы, используемые в данной работе, достаточно точно воспроизводят эти результаты в случае одного и двух пространственных измерений. При исследовании солитонов в интерферометре с когерентной накачкой подтвердились результаты, полученные ранее другими авторами, а именно, область устойчивости одиночного светлого солитона⁷. В случае трёх пространственных измерений применяемый автором метод использовался для моделирования процессов разделения фаз и образования локализованных структур в вырожденном оптическом параметрическом генераторе, описываемом системой уравнений Свифта-Хоенберга⁸. Этому исследованию предшествовало изучение двумерного случая, поэтому вначале были подтверждены имеющиеся в литературе результаты. Для случая трёх измерений многие устойчивые решения обладали симметрией, поэтому имелась возможность сравнения результатов моделирования динамической задачи с решениями стационарной краевой задачи, полученными методом Ньютона. Хорошее совпадение результатов, полученных принципиально разными методами, подтверждает точность интегрирования управляющего уравнения. Метод успешно применялся для исследования периодических структур с различной симметрией, возникающих в метаматериалах с положительной и отрицательной дисперсией⁹. Кроме оптических схем моделировался также атомный конденсат Бозе-Эйнштейна¹⁰.

Для некоторых стационарных структур, обладающих симметрией, можно с высокой точностью решать краевую задачу методом релаксации. Ошибку (невязку) можно значительно уменьшить, если использовать в программе квадратичную точность либо прибегнуть к помощи специализированных пакетов математических программ, способных считать с произвольной точностью. Поэтому

⁷Nesterov, L. Quantum fluctuations of one-and two-dimensional spatial dissipative solitons in a nonlinear interferometer: II. Two-dimensional light solitons / L. Nesterov, N. Veretenov, N. Rosanov // Optics and Spectroscopy. 2015. Т. 118, № 5. С. 794—802.

⁸Veretenov, N. Dissipative light bullets in an optical parametric oscillator / N. Veretenov, M. Tlidi // Physical Review A. 2009. Т. 80, № 2. С. 023822.

⁹Three-dimensional structures in nonlinear cavities containing left-handed materials / P. Tassin [и др.] // Optics express. 2006. Т. 14, № 20. С. 9338—9343.

¹⁰Interferometric precision measurements with Bose-Einstein condensate solitons formed by an optical lattice / N. Veretenov [и др.] // The European Physical Journal D. 2007. Март. Т. 42, № 3. С. 455—460. URL: <https://doi.org/10.1140%5C%2Fepjd%5C%2F2007-00129-2>.

можно оценить точность решения, полученного прямым интегрированием, сравнив его с результатом работы метода Ньютона. Также можно сравнивать области устойчивости, полученные двумя способами: длительными расчётами, добавлением шума в динамической задаче и анализом спектра линеаризованной задачи для возмущённого решения стационарной задачи. В некоторых случаях мы можем сравнивать не только границы устойчивости, но и пространственную моду возмущения, разрушающего симметричное решение.

Самым трудным оказывается определение областей устойчивости осциллирующих, движущихся или вращающихся структур. Их стабильность очень сильно зависит от точности расчёта, поэтому области устойчивости для таких структур можно обозначить довольно условно. В таких случаях часто возникает дрейф решений, хаос и перемежаемость, истинные причины возникновения которых могут скрываться в дискретности и анизотропии численной схемы. Однако общая картина явления может при этом оказаться ближе к реальности, в которой эти несовершенства могут присутствовать. Тем не менее, некоторые результаты следует оценивать лишь качественно, а не количественно. На практике сомнительный результат пересчитывался точнее, затем производилось сравнение и процесс повторялся, при этом эффекты, которые были вызваны численными ошибками, ослабевали.

Основное ядро программы решателя динамической задачи практически не менялось за последние десять лет, производительность увеличивалась за счёт оптимизации кода, добавлялись различные функции. За это время результаты, полученные, в частности, с помощью этого комплекса программ, были опубликованы в десятках научных статей.

Апробация работы. Результаты представлялись в виде докладов на научных конференциях в России и за рубежом, опубликованы в российских и иностранных журналах, различных сборниках и книгах.

Личный вклад. Автор разрабатывал программы и проводил численные эксперименты.

Для лазерной схемы: выполнены расчёты, подтверждающие существование и устойчивость сферически симметричных солитонов (лазерных пуль) и построена бифуркационная диаграмма для нескольких найденных типов решений, отличающихся профилем интенсивности. Построены слабосвязанные комплексы трёхмерных сферических солитонов, исследована их динамика и смоделированы столкновения, в которых наблюдались: переключение всей области в режим с ненулевой интенсивностью (взрыв); изменение числа солитонов; обмен солитонами между сталкивающимися комплексами; рождение новых структур.

Построены пирамидальные комплексы, состоящие из синфазных и противофазных солитонов, асимметричный комплекс из 7 синфазных солитонов, икосаэдр из синфазных солитонов. Продемонстрированы различные типы движения комплексов, связанные с их симметрией. Столкновения изучались на примере

пирамидальных комплексов, движущихся навстречу другу другу с различными прицельными параметрами. В частности, показан сценарий столкновения, приводящий к рождению устойчивой структуры из 8 солитонов, вращающейся с постоянной угловой скоростью.

В численных экспериментах обнаружен и исследован новый класс трёхмерных солитонов в виде вихревых заузленных солитонов с различной топологией. Самым простым из них является солитон с одной вихревой линией, а самым сложным — солитон с двумя заузленными замкнутыми вихревыми линиями, внутри которых расположены две незамкнутые вихревые линии, уходящие на периферию.

Для решения в виде вихревого тора с одной замкнутой и одной незамкнутой вихревой линией обнаружены устойчивые возбуждённые состояния с различной симметрией, построены соответствующие бифуркационные диаграммы, описано явление кажущегося гистерезиса из-за наличия метастабильных решений с большим временем жизни.

Изучено поведение солитона с одной вихревой линией и вращающимся центрально-симметричным распределением интенсивности в слабо анизотропном пространстве, с различающимися коэффициентами диффузии. Обнаружено явление прецессии угловой скорости при определённых значениях параметров системы.

Численно рассчитаны области устойчивости обнаруженных типов солитонов, построены бифуркационные диаграммы для возбуждённых решений. Обнаружено и подробно описано явление необратимого гистерезиса при распаде узлового солитона на два устойчивых солитона другого типа.

Для интерферометра с накачкой: построены комплексы светлых солитонов с различной симметрией и продемонстрированы различные типы движения — прямолинейное, вращение и “лунное” движение.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях, 10 из которых изданы в рецензируемых журналах (рекомендованных ВАК или входящих в базу Scopus и Web of science), 3 — в тезисах докладов.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируются цели, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость.

В **первой главе** рассматриваются трёхмерные сферически-симметричные лазерные диссипативные солитоны — лазерные пули. Это полностью локализованные световые импульсы, распространяющиеся без существенного изменения формы в однородной среде с нормальной дисперсией и насыщающимися поглощением и усилением. В этой главе мы рассмотрим только фундаментальные

солитоны, без вихревых линий. В однородной, достаточной протяжённой среде с квадратичной частотной дисперсией и быстрыми нелинейностями усиления и поглощения уравнение для медленно меняющейся амплитуды линейно поляризованного поля E записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = (i + d_x) \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + (i + d_y) \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + (i + d_\tau) \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} + f(|E|^2)E. \quad (1)$$

Нелинейная функция $f(|E|^2)$ при нулевых частотных расстройках вещественна и записывается следующим образом:

$$f(|E|^2) = -1 + \frac{g_0}{1 + |E|^2/\beta} - \frac{a_0}{1 + |E|^2}. \quad (2)$$

Здесь E — медленно меняющаяся огибающая поля, z — продольная координата, x, y — поперечные координаты, $\tau = t - z/v_{gr}$ — время в системе отчёта, движущейся с групповой скоростью v_{gr} , a_0 и g_0 — коэффициенты линейного поглощения и усиления, $\beta = \frac{I_g}{I_a}$ — отношение интенсивностей насыщения и поглощения, а d_x, d_y, d_τ — коэффициенты диффузии. Если не оговорено обратное, то пространство изотропное и $d_x = d_y = d_\tau = d$. Ненулевые коэффициенты диффузии для поперечных координат означают то, что мы учитываем анизотропию усиления и поглощения среды, а для временной координаты — конечную ширину спектральных контуров этих величин. Отдельно будет исследован случай, когда $d_x = d_y = d_\perp \neq d_\tau = d_\parallel$.

Дополнительное измерение в трёхмерной задаче даёт нам ещё больше возможностей для строительства комплексов из отдельных солитонов. Разумеется, вначале необходимо найти стационарное устойчивое сферически симметричное решение, которое мы будем называть лазерной пулей. Результаты численных расчётов подтвердили существование устойчивых лазерных солитонов, а также существование неустойчивых возбуждённых солитонов с осцилляциями интенсивности на краях структуры.

Из лазерных пуль можно построить устойчивые комплексы со слабой связью. Слабосвязанные пары с разностью фаз между солитонами равными 0 и π устойчивы при коэффициентах диффузии d_\perp, d_\parallel , превышающих некоторые критические значения. В проведённых расчётах коэффициент диффузии имел отличное от нуля значение: $d = 0.01..0.08$. В каждом из случаев (синфазной или противофазной пары) существует как минимум одно состояние с определённым расстоянием между максимумами интенсивности солитонов. У противофазной пары оно несколько меньше. Для создания связанной пары (гантели) достаточно поместить две пули на небольшом расстоянии друг от друга. На рисунке 1 приведены синфазные и противофазные пары, а также тетраэдр из синфазных солитонов и движущаяся пирамида с противофазным солитоном в её вершине.

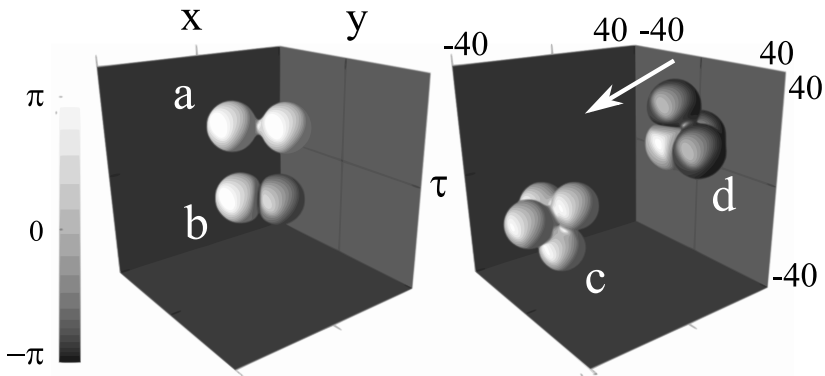


Рис. 1 — Пары синфазных (a) и противофазных (b) солитонов, тетраэдр (c) из четырёх синфазных солитонов, пирамида (d) с противофазным солитоном в вершине и тремя синфазными в основании; направление движения показано стрелкой. Поверхности солитонов показаны для уровня интенсивности 0.001 от максимума, шкала фазы приведена слева; $g_0 = 2.165$, $d = 0.06$

Движущиеся структуры позволили смоделировать столкновения. Для этого две пирамиды устанавливались приблизительно вдоль диагонали куба (счётной области). Результаты столкновения зависели от различных параметров: от g_0 , d и от взаимного положения и сдвига фаз между пирамидами. Столкновение двух пирамид приводило к изменению числа солитонов и направления движения пирамид, к появлению новых структур. В численных экспериментах значения g_0 и d как правило, не менялись, зато варьировались прицельные параметры и начальное расстояние между пирамидами. Кроме этого, были получены устойчивые симметричные комплексы в виде полого правильного икосаэдра из 12-ти и объёмного икосаэдра из 13-ти синфазных пуль, на рисунке 2 показаны две изоповерхности по двум уровням интенсивности. Также продемонстрировано движение по спирали асимметричного комплекса из семи синфазных солитонов.

Во второй главе рассмотрены примеры движущихся двумерных солитонных комплексов, которые могут наблюдаться в поперечном сечении нелинейного интерферометра с поддерживающим излучением (накачкой). Их движение связано с асимметричным распределением интенсивности. В этой главе мы ненадолго отвлечёмся от лазерной схемы, исследуя механику “твёрдых” комплексов диссипативных солитонов в широкоапертурных нелинейных интерферометрах с керровской нелинейностью. Необходимым условием существования диссипативных солитонов в пассивных интерферометрах (в отличие от лазеров) является наличие поддерживающего когерентного излучения. Это излучение определяет частоту и фазу пространственных солитонов, а также постоянный фон, в результате такие солитоны заметно отличаются от лазерных. Главной задачей исследования является проверка справедливости для солитонных комплексов

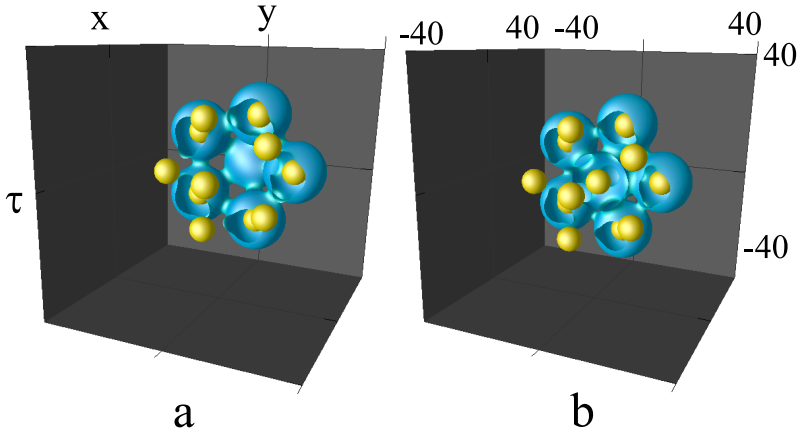


Рис. 2 — Икосаэдры, состоящие из 12-ти (слева) и 13-ти солитонов

в пассивном нелинейном интерферометре “эйлеровой” механики, следующей из соображений симметрии и феноменологической модели¹¹.

Для медленно меняющейся огибающей электромагнитного поля в широкоапертурном интерферометре с керровской нелинейностью при отсутствии угловой фильтрации и неоднородностей в приближении среднего поля (усреднение огибающей в продольном направлении z вдоль оси интерферометра) используется безразмерное уравнение¹².

$$\frac{\partial E}{\partial t} = i\Delta_{\perp} E + i|E|^2 E - (1 + i\Theta)E + E_{in}. \quad (3)$$

Таким образом, изменения огибающей $E(t)$ вызываются дифракцией (член в левой части 3 с оператором Лапласа $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2}$, где x и y поперечные координаты, керровской нелинейностью (кубичный по E член), линейными нерезонансными потерями (время нормировано таким образом, что потери представлены единицей), отстройкой интерферометра от резонанса с частотой поддерживающего излучения (член с Θ) и вводом поддерживающего излучения (плоская монохроматическая волна с амплитудой, пропорциональной E_{in}).

В результате численного моделирования уравнения 3 были получены движущиеся комплексы с различной симметрией, один из которых показан на рисунке 3. Как оказалось, симметричный анализ достаточно универсален и

¹¹Розанов, Н. Феноменологические уравнения движения диссипативных оптических солитонов / Н. Розанов // Оптика и спектроскопия. 2007. Т. 102, № 5. С. 800–804.

¹²Lugiato, L. A. Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems / L. A. Lugiato, R. Lefever // Physical Review Letters. 1987. Май. Т. 58, № 21. С. 2209–2211. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.2209>.

объясняет движение солитонных комплексов и в схемах с поддерживающим излучением, и в лазерах.

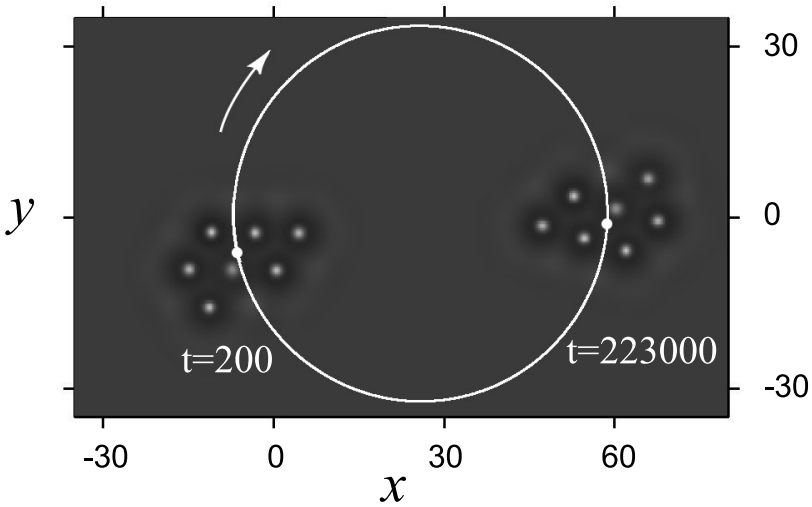


Рис. 3 — Распределения интенсивности комплекса из 7 солитонов, совершающим “лунное” движение и траектория движения центра комплекса

Третья глава посвящена исследованию вихревых трёхмерных диссипативных солитонов, у которых в отличие от лазерных пульс, описанных в первой главе, имеются фазовые дислокации (присутствуют вихревые линии). Обнаружение подобных структур в численном эксперименте стало возможным после развития теории диссипативных солитонов для случая двух пространственных измерений. При исследовании уравнения Гинзбурга-Ландау для двух поперечных координат ранее были найдены устойчивые решения в виде двумерных вихревых солитонов. У таких решений интенсивность обращается в ноль в центре структуры, вокруг которого фаза поля меняется на величину $2\pi m$, где m — топологический заряд. Вихревые солитоны могут образовывать сложные комплексы со слабой и сильной связью¹³. Это приводит к исключительному многообразию возможных многосолитонных конфигураций, в которых присутствует оба типа взаимодействия¹⁴. Опираясь на результаты этих и подобных работ,

¹³Rosanov, N. Two-dimensional laser soliton complexes with weak, strong, and mixed coupling / N. Rosanov, S. Fedorov, A. Shatsev // Applied Physics B. 2005. Ноябрь. Т. 81, № 7. С. 937–943. URL: <https://doi.org/10.1007%5C%2Fs00340-005-1981-4>.

¹⁴Rosanov, N. Curvilinear motion of multivortex laser-soliton complexes with strong and weak coupling / N. Rosanov, S. Fedorov, A. Shatsev // Physical review letters. 2005. Т. 95, № 5. С. 053903.

были получены устойчивые трёхмерные решения с весьма нетривиальной топологией.

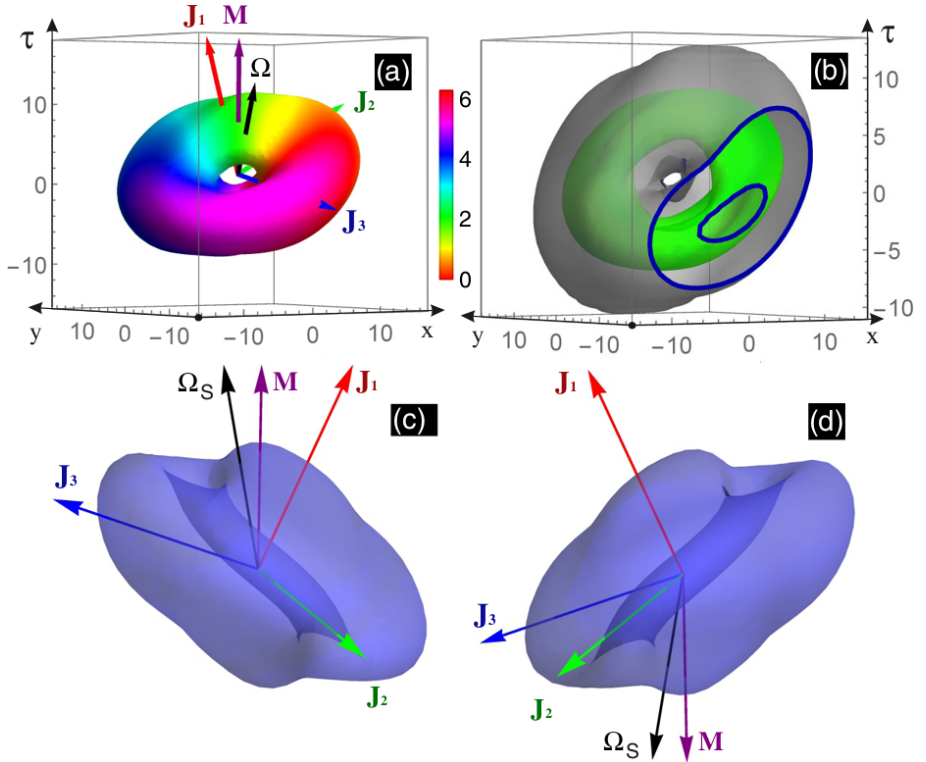


Рис. 4 — (а) Изоповерхность по уровню 0.27 от I_{max} твердотельного солитона в виде деформированного тора. Распределение интенсивности вращается с постоянной угловой скоростью $\Omega = |\Omega| = 0.092$ (период $T_{rot} = 68$). Угловая скорость, определяемая через момент импульса, $\Omega_S = |\Omega_S| = 0.0081$ (период $T_S = 772$). Главные оси $J_{1,2,3}$ и момент M вращаются вокруг Ω . Фаза обозначена цветом (шкала справа). (б) Две вложенные друг в друга тороидальные поверхности, на которых дивергенция вектора Пойнтинга обращается в ноль. Они отделяют области с источниками от областей, где энергия уходит в среду. (в) Солитон в разрезе и (д) — решение полученное зеркальным отображением $x \rightarrow -x$, но приводимое к исходному поворотом (они идентичны). Параметры: $g_0 = 2.135$, $d = 0.06$.

Одним из обнаруженных солитонов является “прецессор”: солитон с одной незамкнутой вихревой линией, с топологией тора (рисунок 4). Устойчивый тороидальный вихревой солитон образовался в изотропном пространстве из

начального распределения в виде симметричного тора с гауссовым распределением в поперечном сечении тора и одной вихревой линией. При этом коэффициенты диффузии по всем осям были равны и изменялись в пределах $d = 0.07..0.1$. Сравнительно быстро (сотни, тысячи единиц z) устанавливался метастабильный цилиндрически симметричный (если не учитывать дислокацию фазы) тороидальный солитон, затем он терял симметрию, а вихревая линия искривлялась. В результате устанавливалось распределение сложной формы с центром инверсии и тремя различающимися по абсолютной величине главными моментами инерции¹⁵.

Более сложные конфигурации образуют класс заузленных солитонов с несколькими замкнутыми и незамкнутыми вихревыми линиями. Замкнутые линии могут образовывать узлы и зацепления. Такие солитоны можно назвать "хулахуп"-солитонами из-за характерного движения колец, опоясывающих незамкнутые вихревые линии. Заряд линий единичный: при обходе вокруг вихревой линии фаза меняется на 2π , поэтому суммарный заряд незамкнутых линий M равен их числу.

Чтобы создать трёхмерное начальное распределение, способное релаксировать к устойчивому решению, можно повернуть вокруг оси τ на угол $\varphi = 2\pi$ двумерные солитоны с единичным топологическим зарядом или их сильносвязанные комплексы. При этом особые точки вихревых солитонов, в которых интенсивность поля равна нулю, образуют замкнутые вихревые линии в трёхмерном пространстве. Если двумерные структуры являются сильносвязанными парами вихревых солитонов, то в трёх измерениях эта сильная связь остаётся и благодаря ей замкнутые вихревые линии не расходятся. Таким образом, двумерные структуры выступают в роли шаблона, по которому строятся трёхмерные распределения. При простом повороте образуются фигуры вращения. Если же исходная плоская структура состояла из двух сильносвязанных солитонов и равномерно вращалась вокруг своего центра с ростом полярного угла φ , то вихревые линии представляли собой узлы или зацепления. Были найдены устойчивые решения, вихревые линии которых изображены на рисунке 5. На этом же рисунке показана единственная вихревая линия прецессона (а). Ниже перечислены все найденные структуры в порядке возрастания сложности:

- перекрученный тор с зарядом $m = 1$, полученный вращением слабосвязанной пары двух 2D-солитонов с единичным топологическим зарядом на угол π ("яблоко"):
 - твёрдый цилиндрически симметричный (b на рисунке 5);
 - твёрдый с лучевой симметрией 6-го порядка (замкнутая вихревая линия — спираль, (c на рисунке 5);
 - асимметричный (сумма двух пространственных мод с 5 и 6 осцилляциями замкнутой вихревой линии, (d на рисунке 5);

¹⁵ Veretenov, N. 3D soliton precession / N. Veretenov ; Youtube. 2015. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=qFFZNeUxAdc>.

- асимметричный, вытянутый вдоль незамкнутой искривлённой вихревой линии (e на рисунке 5);
- двойной перекрученный тор и узлы с суммарным зарядом $M = 3$, полученные вращением сильносвязанной пары двух 2D-солитонов с единичным топологическим зарядом на угол 2π :
 - простой двойной тор, вначале метастабильный симметричный, затем устойчивый осциллирующий асимметричный. Пульсирует, движется по прямой (f на рисунке 5);
 - тривиальный узел — образующая двумерная структура повернута на π , то есть половина оборота (g на рисунке 5); Узел вращается, осциллирует, движется по прямой.
 - зацепление Хопфа — образовалось после распада трилистника при увеличении накачки. Вращается, осциллирует (твёрдый при $g_0 > 0.065$), движется по прямой (h на рисунке 5).
 - узел трилистник — образующая структура повернута на полтора оборота или 3π вокруг оси. Твёрдый, вращается, движется по прямой (i на рисунке 5);
- зацепление Соломона с суммарным зарядом $M = 2$ — образующая 2D-структура повернута на два оборота или 4π вокруг оси. Осциллирует, вращается, движется по прямой (j на рисунке 5).

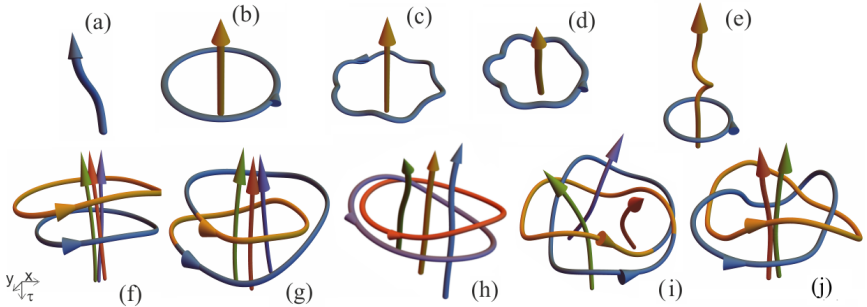


Рис. 5 — Вихревые линии поля различных типов солитонов, стрелками показана ориентация линии.

Области устойчивости всех типов топологических лазерных солитонов показаны на рисунке 6, при этом существует область, в которой устойчивы все найденные решения, кроме прецессона.

Зацепление Соломона с $M = 2$ является наиболее сложным из найденных заузленных солитонов: минимальное число пересечений на плоской диаграмме равно 12. Детально изучен распад этого солитона на два идентичных вихревых тора (“яблока”) при медленном повышении коэффициента усиления g_0 .

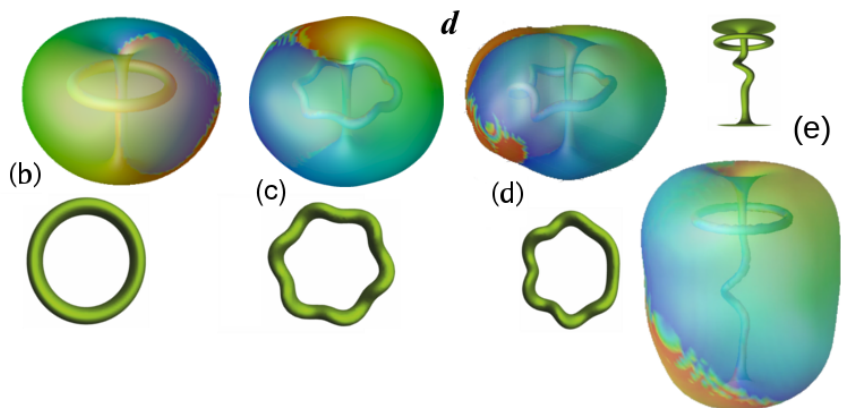
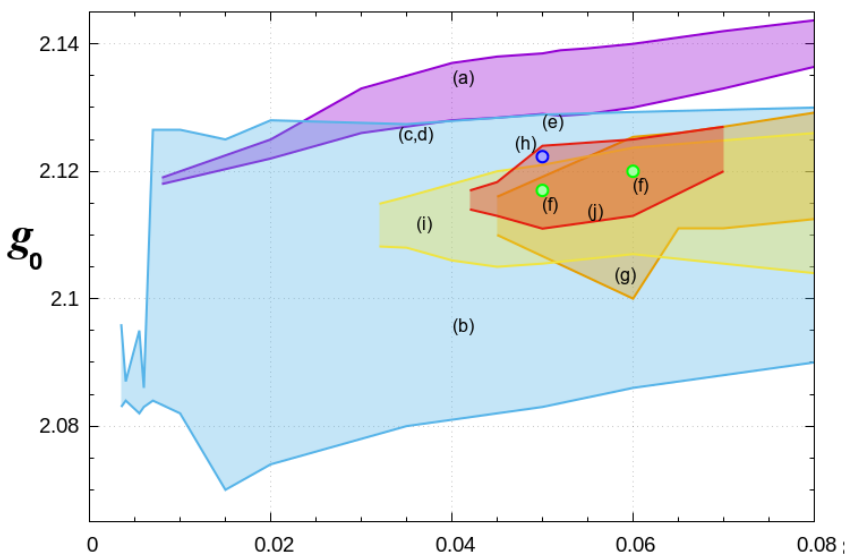


Рис. 6 — Области устойчивости прецессона (a) и узловых солитонов, а также различные решения типа “яблока” (внизу); (g) — тривиальный узел, (i) — узел трилистник, (j) — зацепление Соломона. Зелёные кружки (f) соответствуют параметрам, при которых был впервые получен двойной тор, синий кружок — зацепление Хопфа (h).

При уменьшении g_0 “яблоки” остаются стабильными вплоть до нижней границы устойчивости. График изменения g_0 приведён на рисунке 7. Как видно из графика $g_0(z)$ на врезке (a), распад происходит при постоянном максимальном значении g_0 . После образования “яблок” можно снижать g_0 , наблюдая гистерезис, который в данном случае является необратимым. На врезке (b) приведены

зависимости энергии поля $W_f(g_0)$ и отклонения энергии среды от фонового значения $\delta W_m(g_0)$: $W_f = \iiint I dx dy d\tau$, $\delta W_m = \iiint \left(\frac{I}{\beta + I} - \frac{I}{1 + I} \right) dx dy d\tau$.

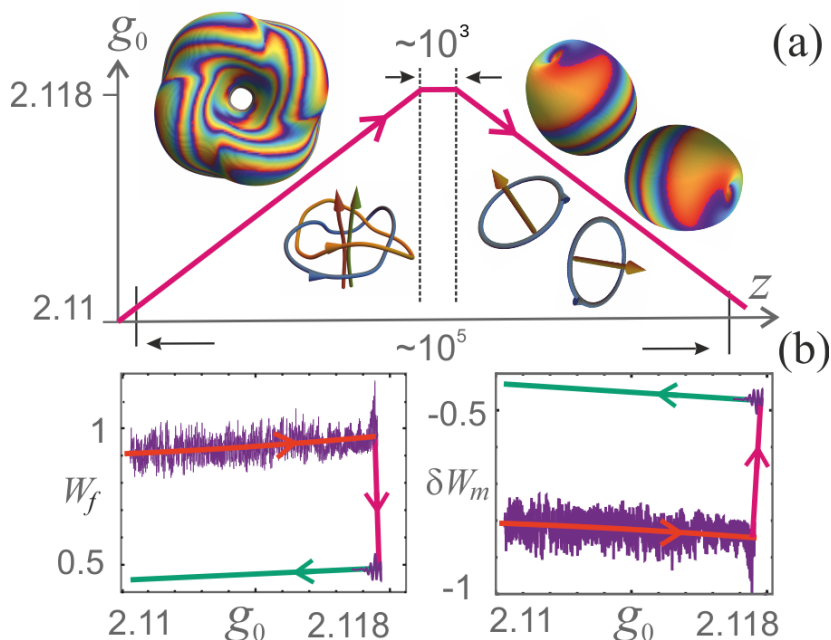


Рис. 7 — График зависимости $g_0(z)$ (a), энергия поля W_f (b) и отклонение энергии среды от фонового значения δW_m (c) при увеличении и уменьшении g_0 .

Сам процесс распада — это последовательность топологических изменений, происходящих в результате перезамыканий вихревых линий. Перезамыкание происходит в результате скручивания вихревых линий в спирали при увеличении g_0 . При этом в локальной области вихревые линии располагаются антипараллельно, притягиваются и могут коснуться друг друга. В точке пересечения происходит обмен концами линий, приводящий к упрощению узла¹⁶. Промежуточные структуры являются неустойчивыми, конечное состояние устойчивое. Образовавшиеся “яблоки” движутся в разные стороны, пока не достигают границ счётной области. Как показано на рисунке 7 (b), в результате гистерезисного цикла энергия излучения уменьшается, а энергия среды (за вычетом фоновой) возрастает.

¹⁶Veretenov, N. Solomon link transforms into metastable trefoil knot / N. Veretenov ; Youtube. 2018. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=Ffp0QT9dpUw>.

В **заключении** приведены основные результаты работы:

1. Получены устойчивые комплексы лазерных пуль со слабой связью, смоделированы их столкновения.
2. Предсказано существование трёхмерного прецессирующего топологического диссипативного лазерного солитона.
3. Найден новый класс локализованных структур лазерного излучения в виде устойчивых заузленных солитонов с разным количеством замкнутых и незамкнутых вихревых линий.
4. Обнаружено явление необратимого гистерезиса для некоторых типов заузленных солитонов.
5. Для выполнения поставленных задач был создан программный комплекс, пригодный для моделирования различных нелинейных процессов.

Публикации автора по теме диссертации

1. Об условиях существования лазерных пуль / Н. Веретенев [и др.] // Оптика и спектроскопия. — 2000. — Т. 89, № 3. — С. 416—419.
2. Topologically multicharged and multihumped rotating solitons in wide-aperture lasers with a saturable absorber / S. V. Fedorov, N. N. Rosanov, A. N. Shatsev, N. A. Veretenov, A. G. Vladimirov // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 2003. — Т. 39, № 2. — С. 197—205.
3. *Veretenov, N.* Motion of complexes of 3D-laser solitons / N. Veretenov, N. Rosanov, S. Fedorov // Optical and Quantum Electronics. — 2008. — Т. 40, № 2—4. — С. 253—262.
4. *Веретенев, Н.* Комплексы трехмерных лазерных солитонов и их столкновения / Н. Веретенев, Н. Розанов, С. Федоров // Оптика и спектроскопия. — 2008. — Т. 104, № 4. — С. 625—629.
5. Регулярное и стохастическое движение диссипативных оптических солитонов / Н. Н. Розанов, Н. А. Веретенев, Л. А. Нестеров, С. В. Федоров, А. Н. Шацев // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2010. — Т. 92, № 8. — С. 605—620.
6. *Veretenov, N.* Rotating and Precessing Dissipative-Optical-Topological-3D Solitons / N. Veretenov, N. Rosanov, S. Fedorov // Physical review letters. — 2016. — Т. 117, № 18. — С. 183901.
7. *Veretenov, N.* Topological vortex and knotted dissipative optical 3D solitons generated by 2D vortex solitons / N. Veretenov, S. Fedorov, N. Rosanov // Physical review letters. — 2017. — Т. 119, № 26. — С. 263901.

8. Федоров, С. В. Структура энергетических потоков в топологических трехмерных диссипативных солитонах / С. В. Федоров, Н. Н. Розанов, Н. А. Веретенков // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2018. — Т. 107, № 5. — С. 342—346.
9. Veretenov, N. Topological three-dimensional dissipative optical solitons / N. Veretenov, S. Fedorov, N. Rosanov // Phil. Trans. R. Soc. A. — 2018. — Т. 376, № 2124. — С. 20170367.
10. Fedorov, S. Irreversible hysteresis of internal structure of tangle dissipative optical solitons / S. Fedorov, N. Veretenov, N. Rosanov // Physical review letters. — 2019. — Т. 122, № 2. — С. 023903.
11. Veretenov, N. A. Rotating three-dimensional vortex dissipative optical soliton / N. A. Veretenov, N. N. Rosanov, S. V. Fedorov // 2016 International Conference Laser Optics (LO). — IEEE, 06.2016. — URL: <https://doi.org/10.1109/5C%2F1o.2016.7549856>.
12. Veretenov, N. A. Topological Knotted and Tangled Solitons in Laser Media / N. A. Veretenov, S. V. Fedorov, N. N. Rosanov // Conference on Lasers and Electro-Optics. — OSA, 2018. — URL: https://doi.org/10.1364%5C%2Fcleo_qels.2018.fm1e.5.
13. Veretenov, N. Tangles as Vortex Dissipative Solitons in Laser Hula-hoop and Knots / N. Veretenov, S. Fedorov, N. Rosanov // 2018 International Conference Laser Optics (ICLO). — IEEE, 06.2018. — URL: <https://doi.org/10.1109/5C%2F1o.2018.8435876>.

Веретенев Николай Александрович

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЁХМЕРНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ
ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ЛАЗЕРАХ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____