

На правах рукописи

Алексеев Павел Сергеевич

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В НАНОСТРУКТУРАХ**

Специальность:

1.3.3. Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук

Официальные оппоненты:

Арсеев Пётр Иварович, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, ФГБУН Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, главный научный сотрудник Отделения теоретической физики

Бурмистров Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, заместитель директора института

Зегря Георгий Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, заведующий Сектором теоретических основ микроэлектроники

Ведущая организация: **ФГБУН Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН**

Защита состоится 21 апреля 2022 года (начало в 11-00) на заседании диссертационного совета “Совет ФТИ 34.01.02” при ФГБУН Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на официальном сайте ФТИ им. А. Ф. Иоффе (www.ioffe.ru). Отзывы об автореферате в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя учёного секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан _____ 20__ г.

Учёный секретарь диссертационного совета:

доктор физико-математических наук

Сорокин Л. М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Идея о формировании волн и неоднородных течений в системах взаимодействующих квазичастиц, описывающих макроскопические квантовые системы, является одной из главных в физике в конденсированных сред начиная с середины XX века. На основе этой идеи в работах Л. Д. Ландау были построены теория сверхтекучести жидкого гелия ^4He , а также теория ферми-жидкости, описывающая жидкий гелий ^3He и электроны в нормальных металлах. Эти теории объяснили наблюдаемые свойства квантовых жидкостей ^4He , ^3He и предсказали ранее неизвестные волны: второй звук в ^4He и нулевой звук в ^3He . Первый из них являются звуковыми волнами в газе фононов; второй представляет собой упругие волны, связанные с влиянием движения жидкости на энергии её квазичастиц.

В дальнейшем концепция гидродинамического описания газов или жидкостей из квазичастиц была распространена на диэлектрики и другие системы. Была разработана теория и выполнены эксперименты по наблюдению гидродинамических течений и волн второго звука в газе из фононов в кристаллических диэлектриках (см. обзор Р. Н. Гуржи [1] и книгу В. Л. Гуревича [2]). С микроскопической точки зрения, ключевым условием для таких эффектов является сохранение импульса квазичастиц при их рассеянии друг на друге. Для важной роли этих процессов требуется малая плотность дефектов, при рассеянии на которых квазичастицы теряют импульс, и малая интенсивность межчастичных столкновений “с перебросом импульса”, приводящих к релаксации импульса.

Теория электрического транспорта за счёт формирования вязких течений из электронов проводимости была впервые развита в 1960-е годы в работах Р. Н. Гуржи и соавторов [1] для объёмных металлов. Рассматривался режим, в котором основную роль играют не собственно столкновения электронов друг с другом, а столкновения электронов с фононами с сохранением импульса, приводящие к формированию вязкого электрон-фононного газа. За счёт сдвиговой вязкости, неравновесный импульс электрон-фононной жидкости переносится из середины течения

к краям образца, где релаксирует на их шероховатостях. Возникает неоднородное по сечению течение, похожее на ламинарные течения макроскопических жидкостей. Однако, вплоть до недавнего времени не было однозначных свидетельств реализации гидродинамического режима электронного транспорта. По-видимому, это связано с жёсткими требованиями на чистоту структур и размеры образцов для этого режима.

В последние 5 лет произошёл прорыв в экспериментальном изучении гидродинамических явлений в электронных системах в наноструктурах и новых объёмных материалах. А. К. Геймом и его коллегами в работах [3, 4] и других работах было экспериментально продемонстрировано, что в очень чистых образцах графена с умеренными ширинами формируются течения вязкой электронной жидкости. Свидетельствами этого была зависимость тока от размера канала, характерная для вязкого течения, а также появление водоворотов в образцах сложной геометрии. Параллельно с обнаружением гидродинамического транспорта электронов в графене, аналогичный гидродинамический режим наблюдался в сверхчистых металлах: в слоистом квазидвумерном металле PdCoO_2 [5] и вейлевском полуметалле WP_2 [6]. С помощью пространственно-разрешенных измерений электрического и магнитного полей вблизи поверхностей длинных полосок графена удалось экспериментально наблюдать профили распределения холловского поля и плотности тока по сечению полосок [7, 8]. Полученные профили свидетельствуют, что для электронной жидкости в изученных очень чистых образцах, в зависимости от температуры, реализуются либо баллистический режим транспорта, либо гидродинамическое течение Пуазейля с параболическим профилем распределения скорости.

Целью работ, изложенных в диссертации, является построение теории гидродинамического транспорта в двумерных электронных и электрон-дырочных системах в наноструктурах и объяснение экспериментов по электрическому транспорту в этих системах.

Квантовые ямы в гетеросистемах $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ с момента своего создания до настоящего времени являются одним из самых изученных и широко применяющихся в технике типов наноструктур. Для двумер-

ных электронов в таких ямах при низких температурах были достигнуты наиболее высокие значения “номинальной” подвижности электронов $\mu_{exp} = \sigma/n_0$, равной отношению наблюдаемой удельной проводимости σ к плотности двумерных электронов n_0 . Максимальные значения μ_{exp} соответствует “номинальным” длинам свободного пробега l_n , определяемым из μ_{exp} по формуле Друде, порядка сотен микрон, что сравнимо или больше размеров типичных образцов. В этой связи, транспорт в таких структурах, по-видимому, не является омическим. Логично ожидать, что в таких структурах при достаточно частых межэлектронных столкновениях и/или при достаточной большой силе упругих эффектов от межэлектронного взаимодействия формируется вязкая жидкость из двумерных электронов, течение которой определяет наблюдаемую σ .

Разработке теории гидродинамического транспорта в системах двумерных электронов и анализу его проявлений в экспериментах на квантовых ямах GaAs посвящена значительная часть диссертации.

Другой целью диссертации является построение теории гидродинамических эффектов в электрическом транспорте в системах, в которых, наряду с пространственной неоднородностью потоков частиц (квазичастиц), важную роль играет неоднородное в пространстве возмущение какого-либо их дополнительного параметра. Диффузия этого параметра в направлении перпендикулярно электрическому току может сильно влиять на потоки носителей, в частности, приводить к возмущениям потоков около краёв образца. Такими дополнительными параметрами могут быть спин электронов, их температура, возмущения общей плотности частиц в электрон-дырочных системах. Все эти явления похожи на эффект объёмной вязкости в макроскопических жидкостях, который состоит в появлении неравновесной и неоднородной в пространстве поправки к давлению, пропорциональной дивергенции потока. Такие эффекты возможны как в чистых образцах, так и в образцах с доминирующим рассеянием носителей на дефектах. Будем называть последние системы омическими, хотя в них возможны гидродинамические эффекты типа объёмной вязкости.

Наконец, ещё одной целью диссертации является изучение механизма формирования вязкой жидкости из системы слабо взаимодействующих

электронов. Конкретной задачей в этом направлении является построение теории перехода от баллистического течения к гидродинамическому в системе редко сталкивающихся друг с другом двумерных электронов с ростом магнитного поля. Эта задача представляет интерес как с общефизической точки зрения как пример фазового перехода в системах с классической динамикой, так и для объяснения экспериментов [7, 8, 13] по наблюдению формирования течения Пуазейля двумерных электронов в чистых полосках графена и квантовых ям.

Научная новизна работы состоит в решении следующих задач:

1. Развита теория магнетотранспорта в двумерной электронной жидкости в образцах с малой плотностью дефектов за счёт эффекта сдвиговой вязкости и релаксации импульса на неидеальностях краёв образца. На основе этой теории дано объяснение эффекту гигантского отрицательного магнетосопротивления, наблюдаемому в высокоподвижных квантовых ямах GaAs [9]-[13],[15] и других материалах [6, 14].

2. Предсказан ранее неизвестный тип магнитного резонанса в вязких газе и жидкости из двумерных электронов. Он возникает в токовом отклике этих систем на радиочастотное излучение с частотами вблизи удвоенной циклотронной частоты электронов. При этом другие гармоники циклотронного резонанса могут отсутствовать. Резонанс обусловлен совпадением частоты внешнего поля с частотой собственной динамики сдвиговых напряжений жидкости в магнитном поле.

3. Изучены поперечные сдвиговые магнитозвуковые волны в системе сильно взаимодействующих двумерных электронов. Рассчитан их закон дисперсии и их вклад в линейный отклик жидкости на радиочастотное излучение. Даны аргументы в пользу того, что возбуждение таких волн объясняет аномальный пик в фотосопротивлении, наблюдавшийся в наиболее качественных квантовых ямах GaAs [11, 16].

4. Изучен гидродинамический вклад в высокочастотное сопротивление омических образцов, обусловленный формированием прикраевых слоёв с возмущенной плотностью электронного спина за счёт спинового эффекта Холла. Такой вклад может позволить наблюдать спиновый резонанс в проводниках с большим спин-орбитальным взаимодействием по

измерению высокочастотного сопротивления (импеданса).

5. Выполнен микроскопический вывод уравнений Навье-Стокса для сильно-неидеальной электронной ферми-жидкости. Показано, что циклотронная частота, входящая в коэффициенты вязкости такой жидкости, отличается от “обычной” циклотронной частоты, определяющей положение циклотронного резонанса жидкости. Величина перенормировки циклотронной частоты может быть использована для определения квадратичной константы F_2 функции Ландау, описывающей взаимодействие квазичастиц ферми-жидкости.

6. Выполнен микроскопический расчёт вязкости двумерного слабо неидеального электронного ферми-газа с учётом реалистического потенциала взаимодействия электронов. Показано, что для вязкости основную роль играют “встречные” столкновения электронов с малым суммарным импульсом, приводящие к рассеянию на малые углы. Выполненный анализ экспериментальных данных по гидродинамическому магнетотранспорту показывает, что степень неидеальности системы вырожденных электронов может быть экспериментально определена по температурным зависимостям вязкости.

7. Изучены гидродинамические магнетотранспортные эффекты в электрон-дырочных системах в омиических образцах в точке электронейтральности (концентрации электронов и дырок равны) и вне её. Предсказано сильное положительное линейное магнетосопротивление в точке электронейтральности, обусловленное формированием приграничных слоёв течения с большой плотностью тока за счёт рекомбинации и диффузии носителей. Выполненный анализ экспериментальных данных по магнетотранспорту в двухслойном графене [A12] и квантовых ямах HgTe/CdTe [17] показывает, что предсказанный механизм может объяснить наблюдавшееся сильное линейное магнетосопротивление.

8. Изучен магнетотранспорт в электрон-дырочных системах в омиических образцах за счёт рекомбинации, термоэлектрического эффекта и слабого теплообмена с фононами. Предсказано положительное монотонно растущее магнетосопротивление, обусловленное формированием прикраевых слоёв с возмущенной температурой.

9. Изучен магнетотранспорт в электрон-дырочной жидкости со слабо взаимодействующими друг с другом электронной и дырочной компонентами в чистых образцах. Предсказано немонокотное магнетосопротивление за счёт формирования приграничных слоёв, в которых устанавливается баланс между сдвиговой вязкостью, диффузией и рекомбинацией.

10. Построена теория баллистического транспорта взаимодействующих двумерных электронов в слабом магнитном поле. Показано, что магнетосопротивление и эффект Холла сильно зависят от конкретной геометрии образца. Для коротких образцов или образцов, которые можно рассматривать как набор коротких, магнетосопротивление оказывается отрицательным и не зависящим от температуры. Анализ экспериментов по магнетосопротивлению высокоподвижных квантовых ям GaAs с макроскопическими дефектами (см., например, работу [10]) свидетельствует, что наблюдавшая в них температурно-независимая часть магнетосопротивления объясняется изученным механизмом.

11. Показано, что для длинных баллистических образцов с прямыми шероховатыми краями течение двумерных электронов в слабом магнитном поле является неоднородным по сечению образца за счёт появления групп электронов с качественно различными типами траекторий: пересекающих и не пересекающих образец. Такое течение приводит к положительному “неаналитическому” магнетосопротивлению и аномально большому холловскому сопротивлению.

12. Изучен переход между баллистическим и гидродинамическим режимами течения двумерных электронов в длинных чистых образцах, происходящий с ростом магнитного поля. Переход контролируется баллистическими размерными эффектами и межчастичными столкновениями, оказывается резким и проявляется в изломах у зависимостей продольного и холловского сопротивлений от магнитного поля. Анализ экспериментов [7, 8, 13] свидетельствует, что изученное явление наблюдается в них для чистых образцов графена и квантовых ям GaAs.

Научная и практическая значимость работы. На основе развитой в диссертации теории был выполнен анализ наблюдений гигантского отрицательного температурно-зависимого магнетосопротивления в высокопо-

движных квантовых ямах GaAs, изученных в работах [9]-[11] и других работах. Проведённый анализ позволил сделать вывод о формировании вязкой электронной жидкости и реализации гидродинамического режима транспорта в этих наноструктурах.

Независимо от автора диссертации, на основе метода работы [A4] был проведён анализ экспериментов, выполненных в группе Г. М. Гусева, и было сделано заключение о формировании вязкой электронной жидкости в изученных в работах [12, 13] квантовых ямах GaAs. В этих работах также наблюдались дополнительные яркие признаки наличия вязкой электронной жидкости, в частности, сильное падение сопротивления с температурой (называемое эффектом Гуржи). Сильное отрицательное магнетосопротивление, аналогичное наблюдавшемуся в экспериментах [9]-[13], было также измерено на образцах графена [4] и вейлевского полуметалла $W\text{P}_2$ [6], для которых до этого были получены независимые свидетельства формирования вязкой электронной жидкости. Недавно аналогичное магнетосопротивление наблюдалось в квантовых ямах HgTe [14] и в образцах сложной геометрии квантовых ям GaAs [15]; оно также было интерпретировано авторами работ [14, 15] как проявление значительного гидродинамического вклада в электронный транспорт.

Таким образом, наблюдение гигантского отрицательного температурно-зависимого магнетосопротивления используется как метод обнаружения вязкой электронной жидкости в наноструктурах.

Показано, что отклик электронных газа или жидкости на радиочастотное поле, в котором наблюдается предсказанный в работах [A4]-[A6] вязкоупругий резонанс, является признаком высокочастотного течения со значительной или доминирующей ролью эффекта вязкости. В сильно вязкой электронной жидкости резонанс проявляется в отклике через формирование поперечных магнитозвуковых волн. Выполненный качественный анализ экспериментов по фотосопротивлению квантовых ям GaAs с рекордной подвижностью свидетельствует, что предсказанный резонанс наблюдался в них как гигантский пик в зависимости фотосопротивления от магнитного поля [11, 16].

Изучен механизм перехода между баллистическим и гидродинамиче-

ским режимами транспорта двумерных электронов в чистых образцах с ростом магнитного поля. Показано, что в длинных образцах высокого качества он является фазовым переходом, который контролируется классической динамикой электронов и межэлектронными столкновениями. Анализ экспериментов [7, 8, 13] по магнетотранспорту в длинных образцах графена и квантовых ям GaAs свидетельствует, что в них был реализован описанный в теории фазовый переход.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Сильное отрицательное температурно-зависимое магнетосопротивление, наблюдаемое в квантовых ямах GaAs высокого качества, объясняется в гидродинамической модели транспорта и свидетельствует о формировании вязкой жидкости из двумерных электронов.

2. Высокочастотные коэффициенты вязкости электронной жидкости в магнитном поле имеют резонанс на удвоенной циклотронной частоте, который проявляется в отклике жидкости на радиочастотное излучение; такой резонанс при отсутствии резонансов на других гармониках является признаком гидродинамического высокочастотного транспорта.

3. При колебаниях сильно неидеальной двумерной электронной жидкости возбуждаются поперечные магнитозвуковые волны сдвиговой деформации, закон дисперсии которых отражает резонанс в коэффициентах вязкости; возбуждение этих волн объясняет появление гигантского пика в фотосопротивлении квантовых ям GaAs рекордного качества.

4. Кинетическое уравнение для высокочастотной динамики электронной жидкости в пределе большой величины межчастичного взаимодействия сводится к гидродинамическим уравнениям; циклотронная частота, входящая в высокочастотную вязкость в этих уравнениях, перенормируется межчастичным взаимодействием и становится отличной от “обычной” циклотронной частоты, определяющей циклотронный резонанс.

5. В двумерных электрон-дырочных системах в образцах с беспорядком в классически большом магнитном поле около краёв образца формируются слои, потоки носителей в которых контролируется рекомбинацией и диффузией; при равных концентрациях электронов и дырок такое течение приводит к большому положительному магнетосопротивлению,

линейно растущему с магнитным полем.

6. Слабо взаимодействующие двумерные электроны в длинных баллистических образцах в слабых магнитных полях формируют пространственно неоднородные течения из-за наличия двух типов траекторий электронов: пересекающих и не пересекающих образец; в связи с этим продольное и холловское сопротивления в слабых полях резко зависят от соотношений между геометрическими параметрами образца и скоростью межчастичных столкновений.

7. Переход между баллистическим и гидродинамическим режимами транспорта в двумерных электронных системах, происходящий в чистых длинных образцах при приложении магнитного поля, является фазовым переходом; такой переход контролируется баллистическими размерными эффектами и межчастичными столкновениями; он наблюдался в экспериментах на чистых образцах графена и квантовых ям GaAs.

Апробация работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на XII, XIII и XIV Российских конференциях по физике полупроводников (Звенигород, 2015; Екатеринбург, 2017; Новосибирск, 2019); на Совещании по теории полупроводников (Санкт-Петербург, 2016); на Совещании по теории твёрдого тела (Санкт-Петербург, 2021); на XIX и XX Всероссийских конференциях “Проблемы физики твёрдого тела и высоких давлений” (Сочи, 2020; 2021); на 24-ом международном симпозиуме “Наноструктуры: Физика и технологии” (Санкт-Петербург, 2016); на 34-ой международной конференции по физике полупроводников (Монпелье, Франция, 2018); на III конференции “Квантовый транспорт в 2D системах” (Люшон, Франция, 2019); на конференции “Транспорт и спектроскопия двумерных систем” (Черноголовка, 2021). Результаты, изложенные в диссертации, также докладывались и обсуждались на семинарах секторов Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе, на семинаре Лаборатории теории конденсированного состояния Института технологии Карлсруэ (Карлсруэ, Германия), на семинаре Лаборатории низких температур Университета Аалто (Финляндия, Хельсинки), на семинаре Отдела физики конденсированного состояния Института сложных систем Общества Макса Планка (Дрезден, Германия).

Публикации. По результатам исследований, проведенных в диссертации, опубликовано 19 публикаций, из них 16 статей в рецензируемых журналах (список приведен в конце автореферата).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, семи приложений и списка литературы. Диссертация содержит 293 страницы текста, включая 53 рисунка и две таблицы. Список цитируемой литературы содержит 211 публикаций.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава “Гидродинамика двумерных электронов” посвящена построению теории гидродинамического транспорта в системе вырожденных двумерных электронов, формирующих вязкий газ или вязкую жидкость, а также анализу экспериментов по магнетотранспорту в высокоподвижных двумерных системах с помощью развитой теории.

По аналогии с подходом Друде для динамики средней скорости электронов $\mathbf{V}(t)$ в неупорядоченном образце, для образца с малой плотностью дефектов и частыми межэлектронными столкновениями были сформулированы уравнения динамики тензора потока импульса $\Pi_{ij}(\mathbf{r}, t)$ и неоднородной средней скорости $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ электронной жидкости. Для течений с частотами ω много меньшими скорости релаксации $1/\tau_2$ неравновесной части Π'_{ij} тензора Π_{ij} из этих уравнений было получено уравнение Навье-Стокса для $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ в замкнутом виде:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \eta_{xx} \Delta \mathbf{V} + [(\eta_{xy} \Delta \mathbf{V} + \omega_c \mathbf{V}) \times \mathbf{e}_z] + \frac{e}{m} \mathbf{E} - \frac{\mathbf{V}}{\tau}. \quad (1)$$

Здесь e и m – заряд и масса электрона; $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; $\mathbf{E}$ – полное электрическое поле; $\mathbf{e}_z$ – направление магнитного поля $\mathbf{B}$, перпендикулярное слою электронов; τ – время релаксации импульса при рассеянии электронов на дефектах и фононах; коэффициенты вязкости имеют вид:

$$\eta_{xx} = \frac{\eta}{1 + (2\omega_c \tau_2)^2}, \quad \eta_{xy} = \frac{2\omega_c \tau_2 \eta}{1 + (2\omega_c \tau_2)^2}, \quad (2)$$

где $\omega_c = eB/(mc)$ – циклотронная частота электронов, η – коэффициент вязкости в отсутствии магнитного поля, равный для ферми-газа

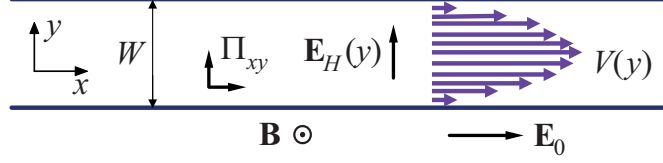


Рис. 1: Течение Пуазейля двумерной электронной жидкости в длинном образце с шероховатыми краями. Компонента импульса жидкости вдоль оси x переносится в направлении y за счёт сдвиговой вязкости (соответственно, $\Pi_{xy} \neq 0$) и релаксирует на краях при рассеянии электронов на шероховатостях краёв.

$v_F^2 \tau_2 / 4$. Считается, что релаксация Π'_{ij} происходит за счёт межэлектронных столкновений и рассеяния электронов на слабом беспорядке. Для применимости уравнений (1) и (2) необходимо, как минимум, чтобы время τ_2 было много меньше времени объёмной релаксации импульса τ .

Решение уравнения (1) для длинного образца с шероховатыми краями в стационарном поле $\mathbf{E}_0$ (см. Рис. 1) приводит к следующему среднему по образцу удельному сопротивлению $\rho_{xx} = E_0 / [en_0 \langle V(y) \rangle]$:

$$\rho_{xx}(B) = \frac{m}{e^2 n_0} \left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau^*} \frac{1}{1 + (2\omega_c \tau_2)^2} \right], \quad \tau^* = \frac{W^2}{12\eta}, \quad (3)$$

что отвечает сильному отрицательному магнетосопротивлению. Холловское сопротивление в главном приближении оказывается равным стандартному значению, $\varrho_{xy}^{(0)} = B / (n_0 e c)$. Последний результат получается из баланса в направлении y магнитной силы Лоренца и силы холловского электрического поля $eE_H(y)$. Отметим, что аналогичное отрицательное магнетосопротивление для электронов, сильно взаимодействующих с фононами, было получено в работе [18] для объёмных металлов.

Выполнен анализ экспериментальных данных работы [9] и других работ по наблюдению гигантского отрицательного магнетосопротивления высокоподвижных квантовых ям GaAs [см. Рис. 2(a)]. Из уравнения (3) видно, что рост скорости релаксации $1/\tau$ с температурой за счёт усиления рассеяния на фононах и рост скорости релаксации $1/\tau_2$ за счёт усиления межэлектронных столкновений приводят к смещению вверх кривых магнетосопротивления и к их уширению [см. Рис. 2(b)]. При

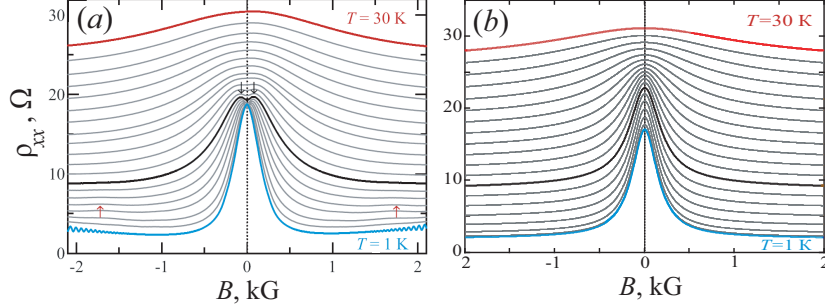


Рис. 2: Температурно-зависимое магнетосопротивление высокоподвижных двумерных электронов в квантовых ямах GaAs, экспериментально изученных в работе [9]. Панель (a) представляет экспериментальные данные взятые из работы [9]. Панель (b) представляет теоретические результаты. Кривые на ней построены по формулам, являющимся более точным аналогом формулы (3), с параметрами, выбранными для наилучшего согласия с экспериментом.

низких температурах и сильных магнитных полях, $\omega_c \tau_2 \gg 1$, формула (3) даёт конечное значение сопротивления, $m/(e^2 n_0 \tau|_{T=0})$, связанное с релаксацией импульса электронов при их рассеянии на беспорядке в объёме. Отметим, что теории отрицательного магнетосопротивления за счёт эффектов памяти при рассеянии независимых электронов на локализованных дефектах (см. работу [19] и ссылки на неё), не приводят к наблюдаемой лоренцевской форме зависимости $\varrho(B)$ и её наблюдаемой эволюции с температурой.

Хорошее согласие предсказаний гидродинамической теории с экспериментами свидетельствует о том, что в высокоподвижных квантовых ямах GaAs двумерные электроны формируют вязкую жидкость. В диссертации приведены результаты недавних наблюдений [4],[6],[12]-[14] аналогичного гигантского отрицательного магнетосопротивления в других типах квантовых ям GaAs и других высокоподвижных материалах, в которых реализуется гидродинамический транспорт.

В Главе 1 построена также теория высокочастотного транспорта в вязких двумерных электронном газе и жидкости. В этом случае в динамике жидкости важную роль играет внутреннее электрическое поле

$\mathbf{E}_{int}(\mathbf{r}, t)$, возникающее за счёт возмущения плотности двумерных электронов $\delta n(\mathbf{r}, t)$. Для умеренно быстрых течений применимы уравнения электростатики. Для структуры с металлическим затвором на расстоянии d от двумерного слоя электростатическое уравнение имеет вид уравнения плоского конденсатора: $\delta\phi = (4\pi ed/\kappa)\delta n$, $\mathbf{E}_{int} = -\nabla\phi$, где κ – диэлектрическая проницаемость слоя между затвором и ямой.

С помощью сформулированных уравнений динамики тензора вязких напряжений $\Pi_{ij}(\mathbf{r}, t)$ получено уравнение Навье-Стокса для каждой гармоники $\mathbf{V}(\mathbf{r}, \omega)$ гидродинамической скорости $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + c.c.$:

$$-i\omega\mathbf{V} = \eta_{xx}(\omega)\Delta\mathbf{V} + [(\omega_c\mathbf{V} + \eta_{xy}(\omega)\Delta\mathbf{V}) \times \mathbf{e}_z] - \frac{\mathbf{V}}{\tau} + \frac{e}{m}\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (4)$$

где гармоника поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ содержит вклады падающего излучения $\mathbf{E}_0(\omega)$ и внутреннего поля $\mathbf{E}_{int}(\mathbf{r}, \omega) = -\nabla\delta\phi(\mathbf{r}, \omega)$, а высокочастотные коэффициенты сдвиговой вязкости равны:

$$\left. \begin{matrix} \eta_{xx}(\omega) \\ \eta_{xy}(\omega) \end{matrix} \right\} = \frac{\eta}{1 + (-\omega^2 + 4\omega_c^2)\tau_2^2 - 2i\omega\tau_2} \left\{ \begin{matrix} 1 - i\omega\tau_2 \\ 2\omega_c\tau_2 \end{matrix} \right. . \quad (5)$$

Уравнение (4) должно быть дополнено уравнением непрерывности для гармоники скорости и возмущения плотности: $-i\omega\delta n + n_0 \operatorname{div}\mathbf{V} = 0$.

Коэффициенты вязкости (5) имеют резонанс при частоте течения $\omega = 2\omega_2$, равной удвоенной циклотронной частоте электронов. Физическая природа такого *вязкоупругого* резонанса состоит в следующем. Определяющую роль для вязкоупругого течения играет динамика тензора вязких напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t) = -\Pi'_{ij}(\mathbf{r}, t)$. Он пропорционален второй гармонике функции распределения электронов по углу их скорости. Поэтому собственная частота динамики σ_{ij} в магнитном поле в равна удвоенной частоте вращения отдельных электронов.

Рассчитан вклад в затухание магнитоплазмонов, обусловленный вязкостью. Показано, что резонанс в коэффициентах вязкости (5) проявляется в частотной зависимости коэффициента затухания плазмонов.

Показано, что в случае сильного межчастичного взаимодействия в электронной жидкости становится возможно возбуждение поперечных

магнитозвуковых волн. В терминах уравнений (4) и (5), условие сильного взаимодействия выражается в том, что вязкость электронной ферми-жидкости в нулевом поле, которую удобно записать как $\eta = (v_F^\eta)^2 \tau_2 / 4$, оказывается велика по сравнению с коэффициентом вязкости ферми-газа, $\eta = v_F^2 \tau_2 / 4$, с теми же скоростью Ферми v_F и временем τ_2 : $v_F^\eta \gg v_F$. Формирование поперечных волн обусловлено возмущением сдвиговых напряжений σ_{ij} и скорости $\mathbf{V}$, но не плотности электронов. Закон их дисперсии $\omega_s(q)$ и коэффициент затухания $\Upsilon_s(q)$ определяются временной дисперсией диагонального коэффициента сдвиговой вязкости $\eta_{xx}(\omega)$. При высоких частотах, $\omega_c, \omega \gg 1/\tau_2$, и при большой скорости плазмонов, $s \gg v_F^\eta$, было получено [см. Рис. 3(a)]:

$$\omega_s(q) = \sqrt{4\omega_c^2 + \frac{(v_F^\eta)^2 q^2}{4}}, \quad \Upsilon_s(q) = \frac{4\omega_c^2 + \omega_s^2}{2\omega_s^2 \tau_2}. \quad (6)$$

Закон дисперсии $\omega_s(q)$ при $q \rightarrow 0$ отражает наличие резонанса в $\eta_{xx}(\omega)$ при $\omega = 2\omega_c$. Критерий существования таких волн, $v_F^\eta \gg v_F$, по-видимому, может быть существенно ослаблен. Например, критерий существования аналогичных поперечных волн в отсутствии магнитного поля, полученный в работе [20], состоит в том, что величины первых гармоник функции Ландау взаимодействия квазичастиц, F_1 и F_2 (характеризующих различие v_F^η и v_F), должны быть больше некоторых критических значений порядка единицы, что отвечает неравенству $v_F^\eta \gtrsim v_F$.

Рассчитано высокочастотное течение двумерных электронов в длинном образце с шероховатыми краями, возникающие как линейный отклик на циркулярно-поляризованное радиочастотное электрическое поле $\mathbf{E}_0(t) = \mathbf{E}_0^\pm(t)$. При большой жёсткости плазмонного спектра, $s/v_F^\eta \gg \omega \tau_2 \gg 1$, плазменная и вязкоупругая компоненты течения пространственно разделены [см. Рис. 3(b)]. Чем уже образец, тем большую роль играет последняя компонента. Полученный отклик $\mathbf{V} \sim \mathbf{E}_0$, в зависимости от ширины образца W , имеет резонансы различных типов: (i) магнитоплазменные резонансы за счёт формирования стоячих магнитоплазменных волн [в достаточно широких образцах]; (ii) вязкоупругий резонанс при $\omega = 2\omega_c$ и резонансы за счёт формирования стоячих магни-

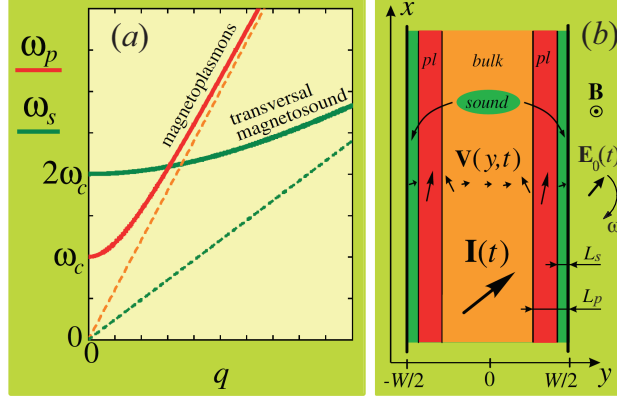


Рис. 3: (a) Законы дисперсии магнитоплазмонов и поперечного нулевого звука. Штрихованные линии показывают законы дисперсии в отсутствии магнитного поля: $\omega_p(q) = sq$ и $\omega_s(q) = v_F^2 q/2$. При $q \rightarrow 0$ частота волн $\omega_s(0) = 2\omega_c$ отвечает собственному вращению тензора сдвиговых напряжений в магнитном поле. (b) Длинный образец с электронной жидкостью во внешних полях $\mathbf{E}_0(t)$ и $\mathbf{B}$ в высокочастотном режиме $\omega > 2\omega_c \gg 1/\tau_2$. Для показанного на рисунке широкого образца, $W \gg L_p, L_s$, формируются три области: центральная область (оранжевая), где течение контролируется рассеянием частиц на дефектах в объёме образца; прикраевые области (тёмно-зелёные) с ширинами L_s , в которых течение контролируется вязкостью; и промежуточные области $L_s \lesssim |y - W/2| \lesssim L_p$ (красные), где доминирует вклад от магнитоплазмонов [L_p, L_s – характерные длины затухания магнитоплазмонов и сдвиговых волн].

тозвуковых волн [в образцах средней ширины, см. Рис. 4(b)]. Для достаточно узких образцов, в частности, для тех, в которых доминирует вязкоупругая компонента, отклик электронной жидкости не зависит от знака $\pm$ циркулярной поляризации поля $\mathbf{E}_0(t)$.

Выполнен качественный анализ экспериментальных данных работ [11, 16] по фотосопротивлению высокоподвижных ям GaAs, в которых наблюдается аномальный пик в фотосопротивлении как функции магнитного поля. Такой пик возникает вблизи полей, отвечающих равенству $\omega_c = \omega/2$, в образцах рекордного качества, в которых гигантское отрицательное магнетосопротивление имеет очень большую амплитуду и не возникает или выражен слабо в образцах умеренного качества с небольшой амплитудой отрицательного магнетосопротивления [см. Рис. 4(a)]. В

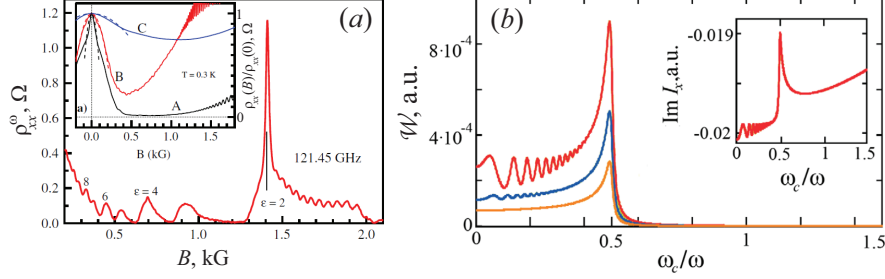


Рис. 4: (а) Фотосопротивление высокоподвижных квантовых ям GaAs, измеренное в работе [11] для образца (А) с максимальной подвижностью. На вставке показано магнетосопротивление этого образца и двух других образцов (В и С) с меньшими подвижностями. Пик в фотосопротивлении возникает только для образца А, для которого отрицательное магнетосопротивление очень велико. (б) Поглощаемая мощность $\mathcal{W}$ как функция циклотронной частоты ω_c при фиксированной частоте ω для течений сильно-вязкой электронной жидкости при $\omega\tau_2 = 50$ и $s/v_F^\eta = 300$ в средних и узких образцах с ширинами $W \sim v_F\tau_2$. Вставка показывает мнимую часть амплитуды высокочастотного тока $I_x(\omega_c)$ для аналогичного образца. Необходимо отметить, что фотосопротивление $\rho_{xx}^\omega(\omega_c)$ не есть величина, прямо пропорциональная поглощаемой мощности $\mathcal{W}(\omega_c)$, однако обе эти величины определяются линейным откликом $V(y, \omega_c) \sim E_0$, проявляющим вязкоупругий резонанс при $\omega_c = \omega/2$.

работе [21] было предложено объяснение пика, основанное на гипотезе о важной роли параметрического резонанса в жидкости при $\omega_c = \omega/2$, возникающего за счёт нелинейного слагаемого $(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}$ в уравнении Навье-Стокса. Однако, такое объяснение не приводит к наблюдаемой линейной зависимости амплитуды пика от мощности излучения [16]. Отметим, что в работе [22] наблюдались зарождающийся пик вблизи $\omega_c = \omega/2$ и почти полное отсутствие зависимости фотосопротивления аналогичных квантовых ям GaAs рекордного качества от знака циркулярной поляризации, что согласуется с предсказаниями гидродинамической теории для вязкоупругого режима. Эти и другие факты качественно свидетельствуют, что аномальный пик в фотосопротивлении, наблюдавшийся в экспериментах [11, 16], является проявлением вязкоупругого резонанса.

В Главе 1 решена также задача о высокочастотном магнетотранспорте в омических проводниках, обусловленном спиновым эффектом Холла.

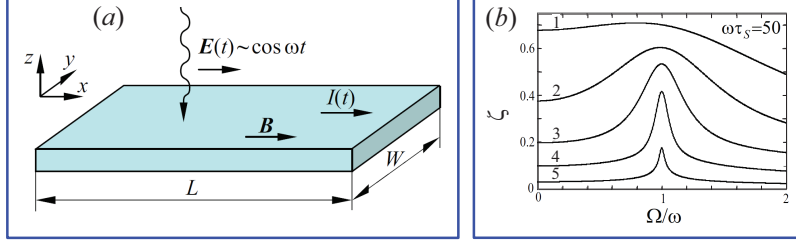


Рис. 5: (а) Длинный образец двумерного или объёмного проводника в магнитном $\mathbf{B}$ и высокочастотном $\mathbf{E}(t) \sim \cos \omega t$ электрическом полях, приложенных вдоль образца. (б) Действительная часть ζ спин-орбитальной поправки к импедансу как функция ларморовской частоты Ω при фиксированной частоте течения ω . Показаны результаты для образцов средней и большой ширины: для кривых 1, 2, 3, 4, 5 параметр W/L_s равен 0.4, 0.6, 1, 2, 6, соответственно; $L_s = \sqrt{D\tau_s}$ – спиновая длина диффузии.

Рассматривается длинный двумерный или объёмный образец во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}(t) \sim \cos(\omega t)$ и параллельном ему магнитном поле $\mathbf{B}$ [см. Рис. 5(а)]. Предполагается, что частота переменного поля ω много меньше циклотронной частоты электронов, ω_c , и частоты их рассеяния на дефектах в объёме, $1/\tau$. При этом ларморовская частота прецессии спинов Ω и время спиновой релаксации $\tau_s \gg \tau$ могут быть сравнимы с частотой ω : $\omega \sim \Omega \sim 1/\tau_s$.

В таком диапазоне частот, балансовые уравнения для потока электронов $\mathbf{q}$, тензора потока спина q_{ij} и спиновой плотности $\mathbf{P}$ имеют вид [23]:

$$\mathbf{q} = \mu n_0 \mathbf{E} + \gamma D \operatorname{rot} \mathbf{P}, \quad q_{ij} = -D \frac{\partial P_j}{\partial x_i} + \gamma \mu n_0 \epsilon_{ijk} E_k, \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial t} + \frac{\partial q_{ij}}{\partial x_i} + [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{P}]_j + \frac{P_j}{\tau_s} = 0,$$

где $\mu = e\tau/m$ – подвижность электронов; D – коэффициент спиновой диффузии; $\gamma \ll 1$ – безразмерный параметр, пропорциональный силе спин-орбитального взаимодействия и описывающий взаимосвязь между потоками частиц и спиновыми потоками; ϵ_{ijk} – единичный антисимметричный тензор; $\mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{e}_x$ – вектор ларморовской частоты.

За счёт прямого спинового эффекта Холла при протекании тока в

образце появляется поляризация спина электронов, которая, благодаря обратному спиновому эффекту Холла, приводит к зависящей от магнитного поля поправке к току. Решение уравнений (7) для длинного образца даёт распределение спиновой плотности $P_{y,z}(y, t)$, потоков спина $q_{yy, yz}(y, t)$ и неоднородной поправки $\Delta j(y, t)$ к омической плотности тока $j_0(t) = en_0 \mu E_0(t)$. Величина $\Delta j(y, t)$ пропорциональна квадрату силы спин-орбитального взаимодействия, $\Delta j \sim \gamma^2$. Для достаточно широких образцов поправка $\Delta j(y, t)$ локализована около краёв образца и имеет резонанс при частоте течения ω , равной ларморовской частоте прецессии спина Ω . Профиль соответствующего возмущения магнетоимпеданса образца $\zeta = \text{Re } \Delta Z / (-\gamma^2 Z_0)$ построен на Рис. 6(b) [здесь $\Delta Z = Z - Z_0$ – спин-орбитальная поправка к импедансу образца $Z(\omega)$; $Z_0 = L / (e \mu n_0 W)$ – невозмущённый импеданс].

Таким образом, предложен метод наблюдения спинового резонанса в немагнитных материалах с помощью чисто электрических измерений.

Во **Второй главе** “Микроскопическая теория гидродинамического транспорта”, во-первых, выполнен последовательный вывод использованных в Главе 1 уравнений динамики сильно неидеальной двумерной электронной жидкости в рамках теории ферми-жидкости Ландау. В такой жидкости из-за взаимодействия квазичастиц могут быть велики сдвиговые напряжения и поэтому могут возбуждаться поперечные волны.

Показано, что в пределе больших амплитуды и анизотропии функции Ландау, описывающей межчастичное взаимодействие, кинетическое уравнение для квазичастиц электронной ферми-жидкости переходит в уравнение Навье-Стокса и уравнение непрерывности для потока квазичастиц $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ и возмущения их концентрации $\delta n(\mathbf{r}, t)$. Из кинетического уравнения получен критерий на амплитуды F_m гармоник функции Ландау, когда становится возможно такое описание для течения жидкости в образце с резкими краями [см. Рис. 3(b)]: достаточно, чтобы были выполнены неравенства $1 + F_m \ll F_1$, $\sqrt{F_1(1 + F_2)}$ при всех $m \geq 3$. В этом случае получается замкнутое уравнение для младших гармоник функции распределения с номерами $0 \leq m \leq 2$, то есть для пропорциональных им величин δn , $\mathbf{j}$ и неравновесной части потока импульса Π'_{ij} .

В полученные уравнения Навье-Стокса и формулы для коэффициентов вязкости [уточнённые аналоги уравнений (4) и (5)] входят перенормированные межчастичным взаимодействием величины. В частности, слабое поле Лоренца $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ и величины $\eta_{xx,xy}(\omega)$ содержат разные циклотронные частоты:

$$\omega_c^{(0)} = \frac{eB}{m_0 c}, \quad \omega_c^{(2)} = \frac{eB}{m_0 c} \frac{1 + F_2}{1 + F_1}. \quad (8)$$

Здесь m_0 – масса электрона без учёта межчастичного взаимодействия; $\omega_c^{(0)}$ – циклотронная частота электронов без учёта взаимодействия, которая определяет циклотронный резонанс и не перенормируется в соответствии в теореме Кона. Вторая частота $\omega_c^{(2)}$ перенормируется на величину, определяемую амплитудами гармоник функции Ландау F_1 и F_2 . Именно она задаёт частоту вязкоупругого резонанса: $\omega = 2\omega_c^{(2)}$. Коэффициент вязкости в нулевом магнитном поле на нулевой частоте, $\eta = (v_F^\eta)^2 \tau_2 / 4$, величина которого выражается через параметр v_F^η , перенормируется следующим образом: $\eta = (1 + F_1)(1 + F_2)v_F^2 \tau_2 / 4$. В Главе 1 были изучены сдвиговые волны и течения в пределе: $v_F^\eta \gg v_F$. Видно, что это неравенство выполняется при выполнении вышеприведённого критерия применимости гидродинамики на величины F_1 , F_2 и F_m при $m \geq 3$.

Во-вторых, в Главе 2 выполнен микроскопический расчёт вязкости для слабо неидеального ферми-газа из двумерных электронов. Для умеренно неидеальной двумерной электронной ферми-жидкости, в которой параметр межэлектронного взаимодействия r_s порядка единицы, микроскопический расчёт коэффициента вязкости был выполнен в работе [24]. Насколько известно автору, в литературе отсутствовал расчёт вязкости для слабо неидеального двумерного ферми-газа, $r_s \ll 1$, с реалистичным законом взаимодействия между квазичастицами (экранированный кулоновский потенциал). Для количественного сопоставления теории и экспериментов по гидродинамическому транспорту необходимо знать температурную зависимость вязкости при произвольной величине r_s . Поэтому в диссертации был проведён анализ интеграла столкновений для $r_s \ll 1$, рассчитана вязкость в этом режиме и выполнено сопоставление полученного результата и результата [24] с экспериментальными данными.

Функция распределения $f(\mathbf{r}, t, \varepsilon, \varphi)$ для этой задачи имеет вид: $f = f_F - f'_F \Psi$, где ε и φ – энергия и угол скорости электронов $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$; $f_F(\varepsilon)$ – функция Ферми; $\Psi = \mathbf{p} \cdot \mathbf{V} + \Psi_s$; $\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}$ – локально равновесная часть Ψ , отвечающая гидродинамической скорости жидкости $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$; Ψ_s – неравновесная часть Ψ , пропорциональная второй угловой гармонике по $\mathbf{v}$ и отвечающая наличию сдвиговых напряжений $\sigma_{ik} = -\Pi'_{xy}$. Функция Ψ_s имеет следующий вид: $\Psi_s = (mv_F^2/4) [\partial V_i / \partial x_k + \partial V_k / \partial x_i] F_{ik}$, где $F_{xx,yy} = \pm F(\varepsilon) \cos(2\varphi)$ и $F_{xy} = F(\varepsilon) \sin(2\varphi)$. Фурье-компонента экранированного кулоновского потенциала, определяющего вероятности межэлектронного рассеяния в приближении случайных фаз, равна:

$$V(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2 / \kappa}{q + 2/a_B}, \quad (9)$$

где a_B – боровский радиус двумерных электронов.

В Приложении С показано, что для расчёта вязкости вырожденного газа достаточно использовать статический потенциал (9), то есть не учитывалась зависимость вероятности рассеяния от энергии, переданной при столкновении. Сильная зависимость (9) от импульса $\hbar \mathbf{q}$, переданного при столкновении, а также кинематические ограничения для сталкивающихся электронов приводят к тому, что для релаксации σ_{ik} наиболее важны встречные столкновения электронов и их рассеяние на малые углы. В результате интеграл межэлектронных столкновений существенно упрощается: собственное число, ответственное за релаксацию σ_{ik} , оказывается много меньшим всех остальных, описывающих термализацию электронов по энергии. Благодаря этому амплитуда неравновесной части функции распределения оказывается не зависящей от энергии электрона, $F(\varepsilon) \approx \text{const}$, что эквивалентно применимости "тау-приближения": $\text{St}[\Psi] = -\Psi_s / \tau_{ee,2}$. Это отличается случаев двумерной [24] и трёхмерной ферми-жидкости [25], где $F(\varepsilon)$ существенно зависит от ε для вязких течений. Таким образом, "тау-приближение", использованное при выводе уравнений (2), (4) и (5) в Главах 1 и 2, является асимптотически точным в пределе слабого взаимодействия, $r_s \ll 1$.

На основе полученных свойств интеграла столкновений получено вы-

ражение для времени релаксации сдвиговых напряжений:

$$\frac{\hbar}{\tau_{ee,2}} = \frac{T^2}{\varepsilon_F} r_s^2 \Lambda, \quad \Lambda = \frac{8\pi}{3} \ln \left(\frac{1}{T/\varepsilon_F + r_s} \right). \quad (10)$$

Здесь кулоновский логарифм $\Lambda \gg 1$ отражает малоугловой характер наиболее значимых столкновений, обусловленный потенциалом (9) [при $r_s \gg T/\varepsilon_F$] или ферми-статистикой двумерных электронов [при $r_s \ll T/\varepsilon_F$]. В характерном для квантовых ям GaAs режиме, $T/\varepsilon_F \ll r_s$, полученная скорость релаксации квадратична по температуре: $1/\tau_{ee,2} \sim T^2$.

Выполнен количественный анализ экспериментов по гигантскому отрицательному магнетосопротивлению в высокоподвижных квантовых ямах GaAs с различными плотностями электронов n_0 . Как известно, большие плотности n_0 отвечают слабому межчастичному взаимодействию ($r_s \ll 1$), и для них более применима модель ферми-газа; с уменьшением n_0 относительная сила взаимодействия растёт и становится необходимым использовать модель ферми-жидкости. Сопоставление экспериментальных данных по зависимости времени релаксации $\tau_2(T)$ с полученной формулой (10) и с результатом работы [24] для ферми-жидкости показывает, что наблюдается отчетливое различие температурных зависимостей вязкости при больших и при меньших r_s , соответствующее предсказаниям теорий. Для образца с наименьшим r_s наблюдаемые форма и амплитуда зависимости $\tau_{ee,2}(T)$ хорошо соответствуют формуле (10).

Третья глава “Гидродинамика электрон-дырочных систем” посвящена изучению магнетотранспорта в двухкомпонентных системах в режимах, когда важную роль играют неоднородные распределения потоков носителей, обусловленные рекомбинацией и другими эффектами. Наиболее нетривиальные явления возникают в “точке электронейтральности”, когда равновесные концентрации электронов и дырок равны, $n_{0,e} = n_{0,h}$.

Одним из эффектов такого типа является магнетосопротивление двухкомпонентной системы в точке электронейтральности в классически больших магнитных полях, обусловленное рекомбинацией и диффузией в приграничных областях образца.

Если образец достаточно большой, электрическое поле $\mathbf{E}$ и потоки электронов и дырок $\mathbf{q}_e$ и $\mathbf{q}_h$ в его центральной объёмной части одно-

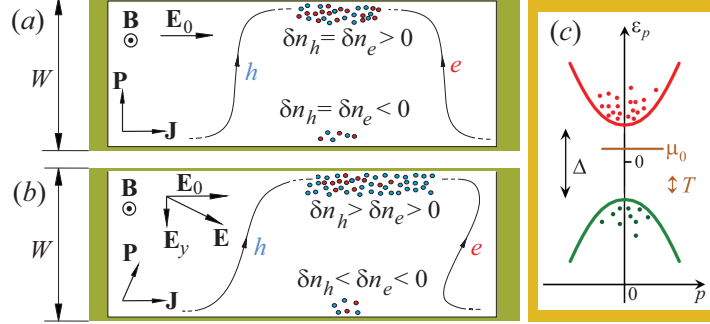


Рис. 6: (a,b) Линии тока электронов и дырок в электрон-дырочной симметричной (a) и асимметричной (b) системах в точке электронейтральности, $n_{0,e} = n_{0,h}$. В объёме образца в классически большом магнитном поле, $\mu B/c \gg 1$, потоки электронов и дырок $\mathbf{j}_{e,h}$ практически однородны и в первом приближении по параметру $\mu B/c \gg 1$ компенсируют друг друга. В приграничных слоях шириной порядка длины рекомбинации ℓ_R концентрации электронов и дырок возмущены, $n_\alpha = n_{0,\alpha} + \delta n_\alpha$, $\alpha = e, h$, и плотность тока $\mathbf{J} = -e(\mathbf{q}_e - \mathbf{q}_h)$ много больших её величины в центральной области. Холловское электрическое поле E_y отсутствует в симметричной системе и есть в асимметричной системе в силу $\delta n_e \neq \delta n_h$. (c) Зонная диаграмма двухкомпонентной электрон-дырочной системы с квадратичными энергетическими спектрами, $\epsilon_k^{e,h} = \pm[\Delta/2 + p^2/(2m)]$ и невырожденными статистиками, $\Delta \gg |\mu_0|, T$.

родны. Классическая теория Друде для однородной двухкомпонентной системы даёт соотношение $J_i = \sigma_{ik} E_k$ между электрическим полем $\mathbf{E}$ и плотностью электрического тока $\mathbf{J}$. В электрон-дырочной системе величина $\mathbf{J}$ имеет вид: $\mathbf{J} = -e\mathbf{j}$, где $\mathbf{j} = \mathbf{q}_e - \mathbf{q}_h$; $\mathbf{q}_\alpha$ – потоки электронов и дырок ($\alpha = e, h$); в этой главе e – модуль заряда электрона. Тензор проводимости состоит из вкладов электронов и дырок: $\sigma_{ik} = \sigma_{ik,e} + \sigma_{ik,h}$.

Соотношение $J_y = 0$, справедливое для длинного холловского образца, расположенного вдоль оси x , и формулы Друде для $\sigma_{ik,\alpha}$, приводят к удельному сопротивлению $\rho_{xx} = E_0/J_x$. Для одинаковых подвижностей электронов и дырок, $\mu_e = \mu_h = \mu$, (“симметричная система”) получается:

$$\rho_{xx} = \frac{\rho_0}{e\mu} \frac{1 + (\mu B/c)^2}{\rho_0^2 + n_0^2 (\mu B/c)^2}, \quad (11)$$

где $\rho_0 = n_{0,e} + n_{0,h}$ – полная плотность квазичастиц; $n_0 = n_{e,0} - n_{h,0}$ – величина, пропорциональная плотности заряда $-en_0$. Уравнение (11) опи-

сывает нулевое магнетосопротивление вдали от точки электронейтральности, $n_0 = \rho_0$; квадратичное ненасыщающееся магнетосопротивление в точке электронейтральности, $n_0 = 0$; и положительное насыщающееся магнетосопротивление при $n_{0,e} \neq n_{0,h}$.

Равенства $\pm eq_{y,\alpha} = \sigma_{xy,\alpha} E_0$ и $J_y = 0$, в объёмной части образца предполагает ненулевой суммарный поток частиц $\mathbf{P} = \mathbf{q}_e + \mathbf{q}_h$ в направлении от одного края к другому [см. Рис. 6(a,b)]. Поэтому около краёв образца формируются слои с избыточными и недостаточными концентрациями носителей $\delta n_\alpha(y)$. В Главе 3 показано, что в этих областях плотность электрического тока $J_x(y)$ велика по сравнению с $J_x(y)$ в объёмной области. В точке электронейтральности и вблизи неё при определенных ширинах образца вклад в ток от приграничных слоёв доминирует, что приводит к сильному линейному магнетосопротивлению. Такое течение разрушается при достаточно сильном отклонении $n_{0,e}$ от $n_{0,h}$.

Приведём некоторые подробности описания такого течения в симметричной электрон-дырочной системе в длинном образце [Рис. 6(a)]. В дополнение к потокам $\mathbf{j}$ и $\mathbf{P}$, введём величины: $\delta\rho = \delta n_e + \delta n_h$ и $\delta n = \delta n_e - \delta n_h$. Балансовые гидродинамические уравнения с учётом рекомбинации, диффузии и рассеяния на импульса на дефектах имеют вид:

$$\begin{aligned} D \nabla \delta\rho + \mathbf{P} - \mathbf{j} \times \omega_c \tau &= 0, \\ D \nabla \delta n + \mathbf{j} - e \mathbf{E} \rho_0 \tau / m - \mathbf{P} \times \omega_c \tau &= 0, \\ \text{div } \mathbf{P} = -\delta\rho / \tau_R, \quad \text{div } \mathbf{j} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

На продольных краях ставятся условия непроницаемости: $P_{y,\alpha}|_{y=\pm W/2} = 0$. Из Рис. 6(a) видно, что в длинном образце геометрия течения имеет вид: $\mathbf{P} = P(y) \mathbf{e}_y$, $\mathbf{j} = j(y) \mathbf{e}_x$, $\delta n = 0$. Такая форма течения есть следствие зарядовой нейтральности в электрон-дырочной симметричной системе.

Решение уравнений (12) даёт распределение плотности тока:

$$J(y) = \frac{e j_{D,0}}{1 + (\omega_c \tau)^2} \left[1 + (\omega_c \tau)^2 \frac{\cosh(2y/\ell_R)}{\cosh(W/\ell_R)} \right], \quad (13)$$

где $j_{D,0} = e \rho_0 E_0 \tau / m$ и $\ell_R = 2\sqrt{D\tau_R/[1 + (\omega_c \tau)^2]}$ – длина рекомбинации, определяющая ширину приграничной области с возмущенными плотно-

стями частиц. Видно, что в середине образца, в соответствии с формулой (11), плотность тока J пропорциональна друдевской проводимости однокомпонентной системы в геометрии Корбино, $J \approx 2\sigma_{xx}E_0$, а у краёв имеет вид, отвечающей друдевской проводимости однокомпонентной системы в холловской геометрии, $J \sim ej_0$. Последний факт связан с тем, что вблизи краёв сила Лоренца в направлении y компенсируется диффузией, связанной с градиентом $d\delta\varrho/dy$. Усреднённое сопротивление образца, $\varrho_{xx} = E_0/\bar{J}$, приобретает вид $[\bar{J} - \text{среднее по } y \text{ от величины } J(y)]:$

$$\varrho_{xx}(B) = \frac{m}{e^2\tau\rho_0} \frac{1 + (\omega_c\tau)^2}{1 + (\omega_c\tau)^2 F(W/\ell_R)}, \quad F(x) = \frac{\tanh(x)}{x}. \quad (14)$$

В классически сильных магнитных полях, $\omega_c\tau \gg 1$, можно выделить три режима. Для широких образцов, $W \gg (\omega_c\tau)^2\ell_R$, формула (14) даёт известное квадратичное “геометрическое” магнетосопротивление: $\varrho_{xx} = \varrho_{D,0} [1 + (\omega_c\tau)^2]$, где $\varrho_{D,0} = m/(e^2\tau\rho_0)$. Для узких образцов, $W \ll \ell_R$, магнетосопротивление отсутствует: $\varrho_{xx} = \varrho_{D,0}$. В этом случае потоки $\mathbf{q}_{e,h}$ текут вдоль оси x всюду в образце из-за отсутствия рекомбинации и появления гидростатической силы $\sim -\nabla\delta\varrho$. При ширинах образцов, промежуточных между только что рассмотренными случаями: $\ell_R \ll W \ll (\omega_c\tau)^2\ell_R$, магнетосопротивление (14) становится линейным: $\varrho_{xx} = (W/\ell_R) \varrho_{D,0} \sim B$. Это является главным результатом Главы 3.

В Приложении D были выведены и решены балансовые уравнения, аналогичные (12), для более сложных случаев двухкомпонентных систем: (i) симметричная электрон-дырочная система с произвольными энергетическими спектрами носителей и (ii) полностью асимметричная электрон-дырочная система с квадратичными спектрами носителей [см. Рис. 6(c)]. Решение балансовых уравнений показало, что и в таких системах в классически больших полях вблизи краёв образца формируются слои с возмущенными плотностями частиц δn_α и большими x -компонентами потоков $q_{\alpha,x}$. Как следствие, сохраняется линейное магнетосопротивление в точке электронейтральности при $n_{0,e} = n_{0,h}$. Однако, в асимметричной системе даже в точке электронейтральности отсутствует баланс сил Лоренца, действующих на электроны и дырки, поэтому появляются несимметричные возмущения плотностей носителей $\delta n_e \neq \delta n_h$,

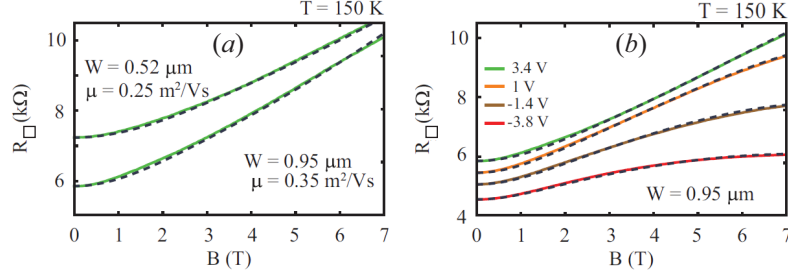


Рис. 7: (а) Магнетосопротивление узкого (верхние кривые) и среднего (нижние кривые) участков образца, изученного в работе [A12], при напряжении на затворе, ближайшем к точке электронейтральности ($V_g=8.2$ В и $V_g = 3.4$ В, соответственно). (б) Магнетосопротивление средней части образца для нескольких значений V_g , отвечающих точке электронейтральности и отклонению от неё. На обеих панелях (а) и (б) сплошные линии отвечают экспериментальным данным; пунктирные – теоретические зависимости [формула (14) при $n_{0,e} = n_{0,h}$ и её аналог при $n_{0,e} \neq n_{0,h}$ (см. основной текст диссертации)].

приводящие к холловским полю $E_y(y)$ и сопротивлению ϱ_{xy} .

Выполнен анализ результатов эксперимента [A12] по магнетотранспорту двухслойного графена на подложке с затвором (см. Рис. 7). Изучаемый образец двухслойного графена имел геометрию холловского мостика и состоял из трёх секций разной ширины. К образцу были присоединены контакты на коротких краях образца и между каждой парой секций. Образец был расположен на плёнке оксида кремния, которая находилась на подложке из сильно легированного кремния, служащего затвором. Приложением напряжения V_g к затвору можно было менять плотность двумерных электронов и дырок. Измерялись сопротивления ϱ_{xx} и ϱ_{xy} каждой из секций образца при различных V_g , отвечающих точке электронейтральности и отклонению от неё.

Анализ экспериментальных данных показал, что наблюдаемое линейное магнетосопротивление и эффект Холла хорошо описываются полученными в диссертации формулами с подгоночными параметрами, характеризующими скорость рассеяния носителей на дефектах и скорость рекомбинации. В точке электронейтральности наблюдается сильное ли-

нейное магнетосопротивление, оно исчезает при отклонении электрон-дырочной системы от неё (см. Рис. 7). Экспериментальные данные по эффекту Холла также соответствуют предсказаниям теории, если учесть возможное различие в свойствах электронов и дырок в двухслойном графене, связанное со свойствами дефектов и связей образца с подложкой.

Аналогичные результаты по линейному магнетосопротивлению в электрон-дырочной системе наблюдались в работе [17] для квантовых ям HgTe/CdTe. В них сильное линейное ненасыщающееся магнетосопротивление (14) также появлялось в точке электронейтральности, а при отклонении системы от неё переходило в положительное насыщающееся магнетосопротивление, отвечающее формуле (11). Наблюдалось также немонотонное поведение холловского сопротивления, аналогичное результатам работы [A12] и отвечающее предсказаниям развитой теории для сильно несимметричных систем.

В Главе 3 был изучен магнетотранспорт в двумерных электрон-дырочных системах в омических образцах в режиме, когда, наряду с процессами рекомбинации и диффузии, важную роль играет также неоднородное распределение температуры носителей, приводящее к термоэлектрическим эффектам. На возможность появления больших вкладов от термоэлектрических эффектов в измеряемых величинах сопротивления омических образцов было указано в работе [26]. В Главе 3 показано, что, при достаточно медленном теплообмене носителей с фононами, в электрон-дырочных системах вблизи краёв образца могут формироваться слои с возмущенной температурой $T(y)$, ширина которых l_T зависит от магнитного поля. Вклад в ток от этих слоёв за счёт термоэлектрического эффекта определяет магнетосопротивление достаточно узких образцов в умеренно сильных магнитных полях. Магнетосопротивление оказывается положительным с немонотонной скоростью роста, связанной с конкуренцией между термоэлектрическим эффектом и рекомбинацией. В более сильных (классических) магнитных полях магнетосопротивление становится линейным за счёт формирования более широких приграничных слоёв, в которых величина потоков определяется рекомбинацией и диффузией в соответствии с формулой (13).

В Главе 3 была также решена задача о магнетотранспорте в двумерных электрон-дырочных системах в чистых образцах в условиях, когда одновременно существенны эффекты сдвиговой вязкости и рекомбинации. Рассмотрен случай симметричных систем в точке электронейтральности в длинных образцах с шероховатыми краями. Показано, что при электрон-электронных и дырочно-дырочных столкновениях, более быстрых, чем электрон-дырочные столкновения, в определённом диапазоне классически больших магнитных полей может формироваться течение, состоящее из продольных слоёв, в которых направление электрического тока $\mathbf{j}(y)$ меняется от слоя к слою: вдоль, $\mathbf{j}(y) \cdot \mathbf{E}_0 > 0$, или против, $\mathbf{j}(y) \cdot \mathbf{E}_0 < 0$, тянущего электрического поля $\mathbf{E}_0$. В магнитных полях ниже этого диапазона формируются либо независимые течения Пуазейля электронной и дырочной компонент жидкости в относительно узких образцах (см. Рис. 1), либо, в достаточно широких образцах, обусловленное рекомбинацией и диффузией течение, аналогичное (13). Показано, что течение с описанными выше областями с “противотоками” [области, где $\mathbf{j}(y) \cdot \mathbf{E}_0 < 0$] является устойчивым. Результирующее магнетосопротивление является отрицательным при меньших магнитных полях и положительным немонотонно растущим при больших магнитных полях.

Четвертая глава “Формирование гидродинамического режима” посвящена изучению перехода баллистического режима транспорта двумерных электронов в чистых длинных образцах в гидродинамический режим с ростом магнитного поля, перпендикулярного двумерному слою. Предполагается, что длина свободного пробега относительно межэлектронных столкновений l много больше ширины образца W . Изучен случай стационарных течений двумерных вырожденных электронов. Продольные края образца считаются шероховатыми, поэтому рассеяние электронов на них является диффузным.

При магнитных полях $B < B_c$, отвечающих диаметру циклотронной окружности больше ширины образца, $2R_c > W$, доминирует рассеяние электронов на краях и транспорт является баллистическим [см. Рис. 8(a,b)]. Часть электронов возвращаются к тому же краю, от которого отразились (“скачущие” электроны), другая часть электронов до-

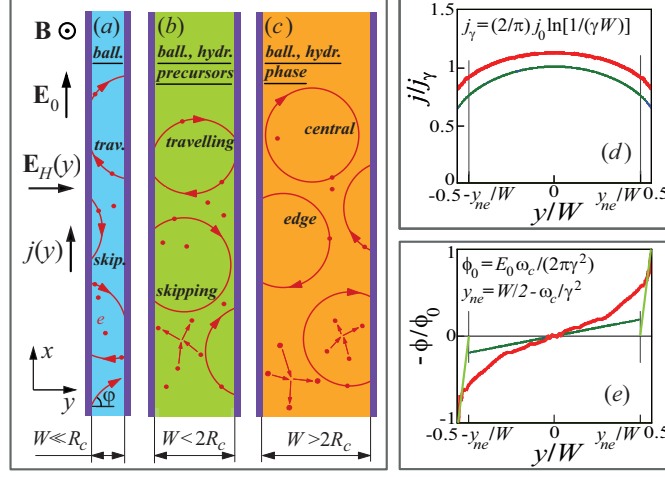


Рис. 8: (а-с) Двумерные электроны в длинном образце при малых, $W \ll R_c$ (а); промежуточных, $W \sim R_c$, $W < 2R_c$ (б); и умеренно больших магнитных полях, $W \sim R_c$, $W > 2R_c$ (с). (d,e) Плотность тока $j(y)$ и потенциал холловского поля $\phi(y)$ в очень слабом магнитном поле, отвечающем неравенству $R_c \gg l^2/W$ [при этом считается, что $l \gg W$]. В объёмной области, $W/2 - |y| \gg l^2/R_c$, основной вклад в величины j и ϕ вносят “путешествующие” электроны, в прикраевых областях, $W/2 - |y| \lesssim l^2/R_c$, становятся важны “скачущие” электроны. Красные кривые – точное решение кинетического уравнения (15) при $W \sim l^2/R_c$, зелёные кривые – асимптотики, отвечающие пределу $W \gg l^2/R_c$.

стигают противоположного края (“путешествующие” электроны), малая часть электронов рассеиваются в объёме образца на других электронах. Баллистически-гидродинамический переход происходит при критическом поле B_c , отвечающем равенству $2R_c = W$. В нижней окрестности поля B_c , $0 < B_c - B \ll B_c$, большинство электронов двигаются по “скачущим траекториям”, часть из которых близка к полным циклотронным окружностям [см. Рис. 8(b)]. При $0 < B - B_c \ll B_c$ появляется малая группа “центральных” электронов, которые не сталкиваются с краями и рассеиваются только на других электронах; большинство электронов при этом остаются “краевыми”, то есть сталкиваются с краями [см. Рис. 8(c)].

Электрический транспорт в этой системе в линейном по электрическому полю режиме описывается неравновесной частью $\delta f \sim E_0$ функ-

ции распределения $f_F + \delta f$. Величина $\delta f \sim E_0$ во всех режимах ищется из решения кинетического уравнения (см. Рис. 8):

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{m} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_F}{\partial \mathbf{v}} - \omega_c \frac{\partial \delta f}{\partial \varphi} = \text{St}[\delta f], \quad (15)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_H$ – электрическое поле, состоящее из приложенного, $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$, и холловского, $\mathbf{E}_H = E_H(y) \mathbf{e}_y$, полей. Интеграл межчастичных столкновений $\text{St}[\delta f]$ в уравнении (15) в простейшем виде, не учитывающем зависимость его ядра от энергии и различие скоростей релаксации разных угловых гармоник функции δf старше второй, имеет вид: $\text{St}[\delta f] = -\gamma \{ \delta f - \hat{P}[\delta f] \}$, где $\hat{P}$ – проектор функций $\delta f(\varphi)$ на подпространство $\{1, e^{\pm i\varphi}\}$, $\gamma = 1/\tau_{2,ee}$ – скорость межчастичного рассеяния, которая считается малой: $l = v_F \tau_{2,ee} \gg W$. Такой оператор St сохраняет возмущения функции распределения, отвечающие возмущениям плотности и импульсу. Не будем также учитывать энергетическую зависимость скорости $v(\varepsilon) \approx v_F$ и амплитуды $f(y, \varphi, \varepsilon)$ неравновесной части функции распределения $\delta f(y, t, \mathbf{p}) = -f'_F(\varepsilon)f(y, t, \varphi, \varepsilon)$. Для упрощения вида формул, ниже используются единицы измерения, в которых $v_F \equiv 1$ и $e \equiv 1$.

Диффузное рассеяния на шероховатых продольных краях описывается следующими граничными условиями [27]: $f(-W/2, \varphi) = c_l$ при $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ и $f(W/2, \varphi) = c_r$ при $\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$. Величины $c_l = c_l[f]$ и $c_r = c_r[f]$ выбираются таким образом, чтобы на краях отсутствовала y -компонента потока: $j_y|_{y=\pm W/2} = 0$.

С помощью решения уравнения (15), во-первых, были изучены свойства баллистических течений при $B < B_c$. Было показано, что почти всюду в баллистической области, $B < B_c$, функция распределения $f = f(y, \varphi)$ в стационарном режиме в главном порядке по параметру $\gamma W \ll 1$ описывается решением уравнения (15) без учёта прихотного слагаемого $\gamma \hat{P}[f]$ интеграла столкновений $\text{St}[f]$. Решение (15) без последнего слагаемого с описанными выше граничными условиями строится методом характеристик и оказывается функцией, разрывной на траекториях, касательных к краям образца.

В отсутствии магнитного поля редкие межчастичные столкновения приводят к положительной малой поправке δj_{h1} к плотности тока. Ос-

новая величина тока равна $j_\gamma = (2/\pi) \ln[1/(\gamma W)] j_0$, где $j_0 = n_0 E_0 W/m$. Появление логарифма отражает тот факт, что в ток вносят наибольший вклад электроны, двигающиеся почти вдоль образца. Время свободного пробега для таких траекторий расходится с приближением угла скорости φ к $\pm\pi/2$ [см. Рис. 8(a)]. Эта расходимость ограничивается межэлектронным рассеянием, что приводит к логарифмическому множителю. Поправка за счёт приходного слагаемого имеет вид:

$$\delta j_{h1} = \frac{2\gamma W}{\pi} \ln\left(\frac{1}{\gamma W}\right) j_\gamma. \quad (16)$$

Эта поправка отвечает тому, что столкновения электронов друг с другом “защищают” их от столкновения с краями и поэтому уменьшают скорость релаксации импульса при рассеянии электронов на краях. Поправка (16) является предвестником гидродинамического режима в баллистике.

В очень слабом магнитном поле, $\omega_c \ll \gamma^2 W$, за счёт изгиба траекторий магнитным полем течение в длинном образце с очень прямыми краями разделяется на две области. В центральной области доминируют “путешествующие” электроны, отражённые от одного края и летящие к другому краю. В прикраевых областях важную роль играют “скачущие электроны”, которые возвращаются к тому же краю, от которого отразились, и резко меняют характеристики течения [см. Рис. 8(d,e)].

По-видимому, в реальных образцах в зависимости от их длины и геометрии краёв могут формироваться или обе эти области, или только центральная область течения. Показано, что в первом случае, отвечающем очень прямым краям и длинным образцам ($L \gg l \gg W$), магнетосопротивление и эффект Холла обусловлены прикраевыми областями. Магнетосопротивление $\delta_\varrho(B) = [\varrho_{xx}(B) - \varrho_{xx}(0)]/\varrho_{xx}(0)$ является положительным: $\delta_\varrho(B) > 0$. Холловское сопротивление $\varrho_{xy}(B)$ оказывается anomalously большим по сравнению со стандартным, $\varrho_{xy}^{(0)} = B/(n_0 e c)$, которое получается в теории Друде для широких омических образцов. Обе величины $\varrho_{xx}(B)$ и $\varrho_{xy}(B)$ контролируются скоростью межчастичных столкновений. Во втором случае, отвечающем искривлённым краям образца или коротким образцам, когда не возникает значимых вкладов от прикраевых областей, зависимость $j(B)$ обусловлена удлинением траекторий

“путешествующих” электронов из-за их изгиба магнитной силой. Магнетосопротивление оказывается отрицательным: $\delta_\varrho(B) < 0$. Холловское сопротивление оказывается равным половине “стандартного”, $\varrho_{xy} = \varrho_{xy}^{(0)}/2$, что отражает чисто баллистическую природу ϱ_{xy} в этом режиме.

Во второй части Главы 4 изучен переход между баллистическим и гидродинамическим режимами транспорта в чистых длинных образцах с ростом магнитного поля. Построена теория этого перехода, основанная на чисто баллистическом решении уравнения (15) в дальней окрестности перехода, $\gamma W B_c \ll B_c - B \ll B_c$, и приближённом описании в рамках (15) динамики разных групп электронов с учётом столкновений в ближних нижней и верхней окрестностях перехода [см. Рис. 8(b,c)].

Главная часть чисто баллистической функции распределения при полях $\gamma W B_c \ll B_c - B \ll B_c$ приобретает вид:

$$f(y, \varphi, \varepsilon) = \frac{E_0}{\omega_c u} \chi(y, \varphi), \quad (17)$$

где $u = (2/\pi)(2 - \omega_c W) \ll 1$ и $\chi(y, \varphi) = \pm 1$ – функция, показывающая принадлежность точки (y, φ) к траекториям электронов, отражённых от левого ($\chi = +1$) или правого края образца ($\chi = -1$) [см. Рис. 8(b)]. Множитель χ показывает, что главную часть неравновесных электронов вблизи перехода составляют “скачущие” электроны, отражённые от левого и правого краёв образца. Неравновесные электроны, описываемые (17), возникают в связи с необходимостью компенсировать вклад от $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}$ -дрейфа всех электронов в поток j_y , $j_y = 0$. Для этой компенсации неравновесные “путешествующие” электроны должны перераспределиться между траекториями, отражёнными от правого и левого краёв [см. Рис. 8(b)]. “Скачущие” электроны не компенсируют вклад в j_y от $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}$ -дрейфа из-за симметричности их траекторий. Число “путешествующих” электронов в пределе $u \ll 1$ становится очень мало по сравнению с числом “скачущих”, поэтому функция (17) расходится по $u \rightarrow 0$.

Плотность тока и холловское поле, отвечающие (17), расходятся как $\sim 1/u$ в магнитных полях, близких к полю перехода $\gamma W \ll 2 - \omega_c W \ll 1$. В ближайшей окрестности перехода, $0 < 2 - \omega_c W \lesssim \gamma W$, важную роль в установлении баланса потоков в направлении y начинают играть меж-

электронные столкновения. Они приводят к ограничению расходимости функции (17) и отвечающих ей величин. Приходное слагаемое интеграла столкновений, $\gamma \hat{P}[f]$, становится так же важно, как и уходное, $-\gamma f$.

Для описания течения в нижней окрестности, $0 < 2 - \omega_c W \lesssim \gamma W$, поля B_c , а также в верхней окрестности, $0 < \omega_c W - 2 \ll 1$, в которой появляются “центральные” электроны, была сформулирована модель среднего поля. Она основана на замене в кинетическом уравнении (15) приходного слагаемого $\gamma \hat{P}[f]$ на его значение, усреднённое по сечению образца. “Скачущие” (при $B < B_c$) и “краевые” (при $B > B_c$) электроны имеют функции распределения, которые похожи на функцию (17), описывающую при $\gamma W \ll 2 - \omega_c W \ll 1$ дисбаланс электронов на “скачущих” орбитах около левого и правого краёв, и дополнительно учитывают редкие электрон-электронные столкновения. При $0 < B - B_c \ll B_c$ доля “краевых” электронов доминирует [см. Рис. 8(с)], поэтому они рассеиваются преимущественно на краях и друг на друге. Для “центральных” электронов кинетическое уравнение приводит к функции распределения типа друдевской, которая описывает доминирующее рассеяние “центральных” электронов преимущественно на “краевых” электронах, играющих тем самым для них роль статических дефектов. Центральные электроны представляют собой “росток” гидродинамической фазы.

Параметром, описывающим течение в теории среднего поля, вместо функции распределения $f(y, \varphi)$, являются средняя плотность тока, j , в нижней окрестности B_c и вклады в плотность тока от “краевых” и “центральных” электронов, j_e и j_c , в верхней окрестности B_c . Самосогласованные уравнения, получающиеся из уравнения (15) при замене в нём $\gamma \hat{P}[f]$ на его среднее значение, при $B < B_c$ и $B > B_c$ имеют вид:

$$j = \frac{1}{2} \frac{j_0 + j W/l}{u + W/l}, \quad \begin{cases} j_e = \alpha_e (j_{cr} + j_e + j_c) / 2 \\ j_c = \alpha_c (j_{cr} + j_e + j_c) \end{cases}, \quad (18)$$

где $\alpha_c = (W - 2R_c)/W$ и $\alpha_e = 1 - \alpha_c$ – доли “центральных” и “краевых” электронов, $j_{cr} = n_0 E_0 / (m\gamma)$ – характерное критическое значение плотности тока. Холловское поле рассчитывается на основе средних токов, полученных из решения уравнений (18), и описанных выше видов

функций распределения краевых и центральных электронов.

Из уравнений (18) были получены следующие зависимости сопротивлений вблизи критического магнитного поля $B = B_c$:

$$\frac{\varrho_{xx}(B)}{\varrho_{cr}} = 1 - b \begin{cases} 8l/(\pi W), & b < 0, |b| \ll 1 \\ 2, & 0 < b \ll 1 \end{cases}, \quad (19)$$

$$\frac{\varrho_{xy}(B)}{\varrho_{xy}^{(0)}(B)} = \begin{cases} 1 - (2/\pi)\sqrt{|b|}, & b < 0, |b| \ll 1 \\ 1, & 0 < b \ll 1 \end{cases},$$

где $b = (B - B_c)/B_c$ – отклонение магнитного поля от критического и $\varrho_{cr} = E_0/j_{cr}$ – продольное сопротивление в критической точке.

Изломы в полученных продольных и холловских сопротивлениях при $B = B_c$, а также изменение типа температурных зависимостей производной $\partial\varrho_{xx}/\partial B$ с переходом поля B через B_c [см. первую из формул (19), в которой $l = l_{ee}(T)$] свидетельствуют о том, что формирование гидродинамического потока из баллистического осуществляется посредством фазового перехода. Природа этого перехода состоит в изменении характера динамики взаимодействующих электронов в окрестности поля $B = B_c$ и появлении выше него новой фазы – “центральных” электроны. Функция распределения последних отражает резко б’ольшую (термодинамическую) степень их хаотизации, чем степень хаотизации “баллистических” электронов, сталкивающихся преимущественно с краями.

Проведён анализ результатов экспериментов [7, 8, 13] по магнотранспорту двумерных электронов в длинных чистых образцах графена и квантовых ям GaAs. На Рис. 9(a,b) цитированы экспериментальные данные работ [7, 8] по измерению сопротивления $\varrho_{xx}(B)$; обсуждение результатов работы [13] по измерению $\varrho_{xy}(B)$ приведено в основном тексте диссертации. Получено хорошее согласие наблюдавшихся зависимостей $\varrho_{xx}(B)$, $\varrho_{xy}(B)$ и предсказаний развитой теории [см. формулы (19) и Рис. 9(c,d)] как в области перехода, так и в баллистическом и гидродинамическом режимах. Это свидетельствует о том, что в исследованных в работах [7, 8, 13] образцах переход между баллистическим и гидродинамическим режимами транспорта с ростом магнитного поля был реализо-

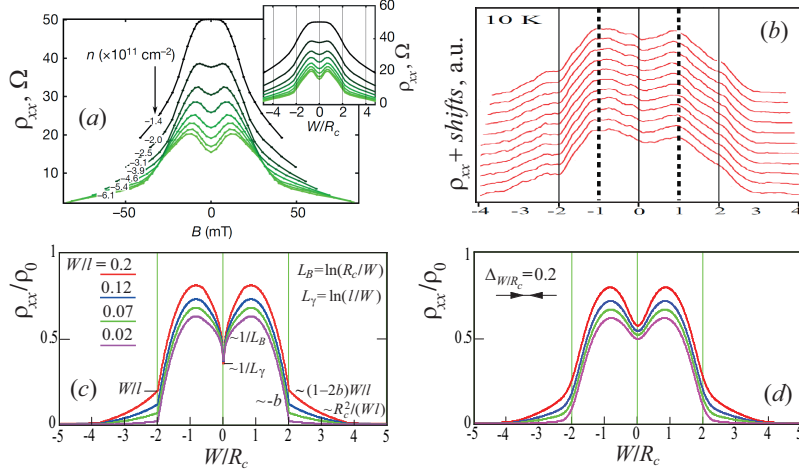


Рис. 9: Зависимости продольного сопротивления ρ_{xx} длинных образцов с двумерными электронами от магнитного поля $B \propto W/R_c$. На панелях (а) и (б) цитированы экспериментальные результаты работ [7] и [8] для полосок графена. Различные кривые соответствуют различной плотности двумерных электронов. Искажения кривых на панели (б), асимметричные по полю B , могут быть обусловлены появлением вклада холловского сопротивления ρ_{xy} в измеряемую величину сопротивления. (с) Результаты, полученные в развитой теории для разных γ . Графики построены с помощью интерполяции между аналитическими асимптотиками и оценками при $B \ll B_c$; $B \sim B_c$; $|B - B_c| \ll B_c$; $B \gg B_c$. На панели (д) построены кривые панели (с), сглаженные свёрткой с гауссовой весовой функцией $G_\Delta(W/R_c)$ с шириной Δ_{W/R_c} , которая моделирует флуктуации ширины образца W по его длине и другие несовершенства образца.

ван по механизму, близкому к изученному в Главе 4 фазовому переходу.

В **Заключениях** сформулированы задачи, непосредственно примыкающие к задачам, решённым в диссертации.

В **Приложениях** описаны выводы гидродинамических уравнений для электронных и электрон-дырочных систем; приведены подробности расчётов течений в рамках этих уравнений; сформулированы более реалистичные варианты теоретических моделей, отражающие особенности обсуждаемых образцов; выполнен анализ интеграла межэлектронных столкновений в слабо неидеальном ферми-газе; и развит качественный “кинематический” подход для описания баллистического транспорта.

Список публикаций по теме диссертации

[A1] P. S. Alekseev, M. I. Dyakonov, Poiseuille flow and negative magnetoresistance in high mobility 2DEG, Workshop: Disorder and its Role in Transport in 2D Systems, Okinawa, Japan, January 2015, <https://groups.oist.jp/ja/dirt2d/program>.

[A2] P. S. Alekseev, M. I. Dyakonov, Strong negative magnetoresistance in Poiseuille flow of two-dimensional electrons, Workshop: Quantum transport in 2D systems, Luchon, France, May 2015, <http://www.quantware.ups-tlse.fr/ecoledeluchon/sessionw2/program.html>.

[A3] П. С. Алексеев, М. И. Дьяконов, Объяснение колоссального отрицательного магнетосопротивления двумерной электронной жидкости, XII Российская конференция по физике полупроводников, Звенигород, Россия, сентябрь 2015, <http://semicond-2015.lebedev.ru/ru/programme>.

[A4] P. S. Alekseev, Negative Magnetoresistance in Viscous Flow of Two-Dimensional Electrons, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 166601 (2016).

[A5] P. S. Alekseev, Magnetic resonance in high-frequency viscosity of two-dimensional electrons, *Phys. Rev. B* **98**, 165440 (2018).

[A6] P. S. Alekseev, A. P. Alekseeva, Transverse magnetosonic waves and viscoelastic resonance in a two-dimensional highly viscous electron fluid, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 236801 (2019).

[A7] P. S. Alekseev, M. I. Dyakonov, Dynamic spin-charge coupling: ac spin Hall magnetoresistance in nonmagnetic conductors, *Phys. Rev. B* **100**, 081301 (2019).

[A8] П. С. Алексеев, Магнитозвуковые волны в двумерной электронной ферми-жидкости, *ФТП* **53**, 1405 (2019).

[A9] P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, Viscosity of two-dimensional electrons, *Phys. Rev. B* **102**, 241409 (2020).

[A10] P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Schutt, M. Titov, Magnetoresistance in two-component systems, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 156601 (2015).

[A11] P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Schutt, M. Titov, Magnetoresistance of compensated

semimetals in confined geometries, *Phys. Rev. B* **95**, 165410 (2017).

[A12] G. Y. Vasileva, D. Smirnov, Y. L. Ivanov, Y. B. Vasilyev, P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Y. Kachorovskii, M. Titov, B. N. Narozhny, R. J. Haug, Linear magnetoresistance in compensated graphene bilayer, *Phys. Rev. B* **93**, 195430 (2016).

[A13] П. С. Алексеев, А. П. Дмитриев, И. В. Горный, В. Ю. Качоровский, М. А. Семина, Классическое магнетосопротивление двухкомпонентной системы, обусловленное термоэлектрическими эффектами, *ФТП* **51**, 798 (2017).

[A14] P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Titov, Nonmonotonic magnetoresistance of a two-dimensional viscous electron-hole fluid in a confined geometry, *Phys. Rev. B* **97**, 085109 (2018).

[A15] P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Titov, Counterflows in viscous electron-hole fluid, *Phys. Rev. B* **98**, 125111 (2018).

[A16] P. S. Alekseev, M. A. Semina, Ballistic flow of two-dimensional interacting electrons, *Phys. Rev. B* **98**, 165412 (2018).

[A17] P. S. Alekseev, M. A. Semina, Hall effect in a ballistic flow of two-dimensional interacting particles, *Phys. Rev. B* **100**, 125419 (2019).

[A18] А. Н. Афанасьев, П. С. Алексеев, А. А. Грешнов, М. А. Семина, Баллистическое течение двумерных электронов в магнитном поле, *ФТП* **55**, 566 (2021).

[A19] A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Greshnov, M. A. Semina, Ballistic-hydrodynamic phase transition in flow of two-dimensional electrons, *Phys. Rev. B* **104**, 195415 (2021).

Список цитируемой литературы

[1] Р. Н. Гуржи, *УФН* **94**, 689 (1968).

[2] В. Л. Гуревич, Кинетика фононных систем (М., Наука, 1980).

- [3] D. A. Bandurin, I. Torre, R. Krishna Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. H. Auton, E. Khestanova, K. S. Novoselov, I. V. Grigorieva, L. A. Ponomarenko, A. K. Geim, M. Polini, *Science* **351**, 1055 (2016).
- [4] A. I. Berdyugin, S. G. Xu, F. M. D. Pellegrino, R. Krishna Kumar, A. Principi, I. Torre, M. Ben Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, I. V. Grigorieva, M. Polini, A. K. Geim, D. A. Bandurin, *Science* **364**, 162 (2019).
- [5] P. J. W. Moll, P. Kushwaha, N. Nandi, B. Schmidt, A. P. Mackenzie, *Science* **351**, 1061 (2016).
- [6] J. Gooth, F. Menges, C. Shekhar, V. Suess, N. Kumar, Y. Sun, U. Drechsler, R. Zierold, C. Felser, B. Gotsmann, *Nature Commun.* **9**, 4093 (2018).
- [7] J. A. Sulpizio, L. Ella, A. Rozen, J. Birkbeck, D. J. Perello, D. Dutta, M. Ben-Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Holder, R. Queiroz, A. Principi, A. Stern, T. Scaffidi, A. K. Geim, S. Ilani, *Nature* **576**, 75 (2019).
- [8] M. J. H. Ku, T. X. Zhou, Q. Li, Y. J. Shin, J. K. Shi, C. Burch, L. E. Anderson, A. T. Pierce, Y. Xie, A. Hamo, U. Vool, H. Zhang, F. Casola, T. Taniguchi, K. Watanabe, M. M. Fogler, P. Kim, A. Yacoby, R. L. Walsworth, *Nature* **583**, 537 (2020).
- [9] Q. Shi, P. D. Martin, Q. A. Ebner, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **89**, 201301 (2014).
- [10] L. Bockhorn, I. V. Gornyi, D. Schuh, C. Reichl, W. Wegscheider, R. J. Haug, *Phys. Rev. B* **90**, 165434 (2014).
- [11] Y. Dai, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 246802 (2010).
- [12] G. M. Gusev, A. D. Levin, E. V. Levinson, A. K. Bakarov, *AIP Advances* **8**, 025318 (2018).
- [13] G. M. Gusev, A. D. Levin, E. V. Levinson, A. K. Bakarov, *Phys. Rev. B* **98**, 161303 (2018).

- [14] D. A. Khudaiberdiev, G. M. Gusev, E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, *Phys. Rev. Research* **3**, L032031 (2021).
- [15] A. C. Keser, D. Q. Wang, O. Klochan, D. Y. H. Ho, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. Culcer, S. Adam, I. Farrer, D. A. Ritchie, O. P. Sushkov, A. R. Hamilton, *Phys. Rev. X* **11**, 031030 (2021).
- [16] A. T. Hatke, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **83**, 121301 (2011).
- [17] S. Wiedmann, A. Jost, C. Thienel, C. Brüne, P. Leubner, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, J. C. Maan, U. Zeitler, *Phys. Rev. B* **91**, 205311 (2015).
- [18] R. N. Gurzhi, S. I. Shevchenko, *Sov. Phys. JETP* **27**, 1019 (1968).
- [19] E. M. Baskin, L. N. Magarill, M. V. Entin, *Sov. Phys. JETP* **48**, 365 (1978).
- [20] J. Y. Khoo, I. S. Villadiego, *Phys. Rev. B* **99**, 075434 (2019).
- [21] V. A. Volkov, A. A. Zabolotnykh, *Phys. Rev. B* **89**, 121410 (2014).
- [22] J. H. Smet, B. Gorshunov, C. Jiang, L. Pfeiffer, K. West, V. Umansky, M. Dressel, R. Meisels, F. Kuchar, K. von Klitzing *Phys. Rev. Lett.* **95**, 116804 (2005).
- [23] M. I. Dyakonov, A. V. Khaetskii, Spin Hall Effect, in: *Spin Physics in Semiconductors*, edited by M. I. Dyakonov, 2nd edition, Springer (2017).
- [24] D. S. Novikov, arXiv:0603184 (2006).
- [25] J. Sykes, G. A. Brooker, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 279 (1968); *Annals of Physics* **56**, 1 (1970).
- [26] М. В. Черемисин, *ЖЭТФ* **119**, 409 (2001).
- [27] C. W. J. Beenakker, H. van Houten, Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures, in *Solid State Physics*, vol. 44, pp. 1-228.
- [28] T. Scaffidi, N. Nandi, B. Schmidt, A. P. Mackenzie, J. E. Moore, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 226601 (2017).
- [29] T. Holder, R. Queiroz, T. Scaffidi, N. Silberstein, A. Rozen, J. A. Sulpizio, L. Ella, S. Ilani, A. Stern, *Phys. Rev. B* **100**, 245305 (2019).