

На правах рукописи

ДУРНЕВ МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ

**ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И НЕЛИНЕЙНЫЙ
ТРАНСПОРТ В ДВУМЕРНЫХ ДИРАКОВСКИХ
МАТЕРИАЛАХ**

Специальность 1.3.11 – физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург
2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук

Официальные оппоненты:

Фирсов Дмитрий Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, Высшая инженерно-физическая школа Института электроники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

Бурмистров Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук, заместитель директора

Мельников Александр Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, Институт физики микроструктур РАН, заведующий отдела физики сверхпроводников

Ведущая организация: **Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук**

Защита состоится 27 марта 2025 г. в 11 часов 00 минут на заседании диссертационного совета ФТИ 34.01.02 ФТИ им. А. Ф. Иоффе по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФТИ им. А. Ф. Иоффе и на сайте института www.ioffe.ru

Отзывы об автореферате в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан « » 202 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук

Сорокин Л. М.

Общая характеристика работы

В начале XXI века в физике конденсированного состояния начало формироваться новое направление, связанное с изучением двумерных кристаллических систем, в которых низкоэнергетические электронные возбуждения описываются уравнением, аналогичным уравнению Дирака [1]. Наиболее известным представителем этого класса является графен, открытие которого заложило основу для создания физики двумерных кристаллов и гетероструктур на их основе [2, 3]. Другим ярким примером дираковских материалов являются квантовые ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, в которых впервые экспериментально обнаружены топологические краевые состояния [4]. В зависимости от ширины и состава квантовой ямы в таких структурах могут быть реализованы различные электронные фазы, включающие в себя тривиальный и топологический изоляторы, двумерный бесщелевой полупроводник и двумерный полуметалл [5].

Транспортные и оптические свойства двумерных дираковских материалов определяются структурой волновых функций и энергетического спектра объёмных и краевых состояний носителей заряда. Решающее влияние на эту структуру оказывает кристаллическое строение рассматриваемых систем, а также внешние электрические и магнитные поля и деформации. В частности, понижение симметрии сопровождается модификацией спиновой структуры электронных состояний, что существенно отражается на энергетическом спектре и особенностях электрон-фотонного взаимодействия, и может приводить к качественно новым физическим эффектам.

Важное фундаментальное и прикладное значение имеют исследования фотоотклика двумерных дираковских фермионов на падающее электромагнитное поле, в том числе инфракрасного и терагерцового диапазонов. Нелинейные эффекты второго порядка по падающему полю, такие как генерация фототоков и второй гармоники, возникают в структурах без центра пространственной инверсии и находят применение для изучения кристаллической симметрии, упаковки и закручен-

ности атомарно тонких полупроводников и гетероструктур на их основе [6], а также в фотодетекторах и фотопреобразователях [7]. В образцах микро- и наноразмеров пространственная симметрия естественным образом нарушается на краях, что приводит к дополнительному, краевому, механизму нелинейности второго порядка. Примечательно, что соответствующие краевые эффекты возникают уже при нормальном падении излучения и не требуют отсутствия центра инверсии в кристаллической решётке. С учётом возрастающей роли краёв при уменьшении размеров образца краевые эффекты могут определять фотоотклик таких структур.

Исследование поляризационно зависимого фотоотклика кристаллических сред – фотогальваническая спектроскопия – представляет особый интерес в топологических изоляторах, поскольку фототоки, связанные с краями, можно экспериментально отделить от фототоков, индуцированных в объёме образца. Таким образом, анализ фототоков позволяет получить информацию о спиновой структуре, а также особенностях электрон-фотонного взаимодействия и процессов релаксации энергии, импульса и спина краевых состояний.

Сказанное выше определяет **актуальность** темы диссертации.

Целью работы является теоретическое исследование структуры электронных состояний и нелинейных транспортных и оптических эффектов в двумерных дираковских материалах: квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, графене и монослоях дихалькогенидов переходных металлов, индуцированных их кристаллическим строением и наличием краёв.

Научная новизна и практическая значимость работы состоит в разработке теории фундаментальных физических явлений, ярко проявляющихся в двумерных дираковских системах: тонкой структуры дираковских конусов в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$; анизотропного эффекта Зеемана для краевых состояний в двумерных топологических изоляторах; краевого фотогальванического эффекта и эффекта увлечения при оптических переходах между спиральными краевыми состояниями; генерации краевого фототока в режиме квантового эффекта

Холла; нелинейного краевого транспорта свободных носителей заряда в проводящих двумерных системах; краевого эффекта генерации второй гармоники; фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в двумерном электронном газе.

Основные положения выносимые на защиту:

1. Количество и положение точек Вейля в электронном спектре квантовых ям $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ вблизи топологического перехода определяется кристаллографической ориентацией и профилем потенциала квантовой ямы.
2. Эффект Зеемана для краевых состояний двумерных топологических изоляторов на основе квантовой ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ обладает сильной анизотропией как по отношению к оси роста, так и в плоскости квантовой ямы.
3. Оптические переходы между спиновыми ветвями краевых состояний двумерных топологических изоляторов без центра инверсии разрешены в электрическом дипольном приближении.
4. Межзонное поглощение излучения вблизи края двумерных дираковских материалов индуцирует краевой ток, направление которого определяется поляризацией излучения.
5. При возбуждении края двумерного электронного газа переменным электромагнитным полем возникает электрический ток на удвоенной частоте, и как следствие, излучается вторая гармоника.
6. Накачка двумерного электронного газа циркулярно поляризованным терагерцовым излучением приводит к вращению плоскости линейной поляризации зондирующего луча. Доминирующий вклад во вращение обусловлен фотоиндуцированной недиагональной компонентой тензора электронной проводимости.

Апробация работы. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались на международной конференции “Spin

physics, spin chemistry and spin technology” (Санкт-Петербург, 2015), международном семинаре “Spintronics Days in Bilbao” (Бильбао, Испания, 2015), 8-ой зимней школе по оптоэлектронике и фотонике “Topolight 2015” (Фаи-делла-Паганелла, Италия, 2015), 33-ей международной конференции по физике полупроводников ICPS-2016 (Пекин, Китай, 2016), международном симпозиуме “Nanostructures: Physics and Technology” (Санкт-Петербург, 2016), XIII, XIV и XV Российских конференциях по физике полупроводников (Екатеринбург, 2017; Новосибирск, 2019; Нижний Новгород, 2022), Международных зимних школах по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2017, 2023), XXII и XXIV Уральских международных зимних школах по физике полупроводников (Екатеринбург, 2018, 2022), 23-ей международной конференции по высоким магнитным полям в полупроводниковой физике (Тулуза, Франция, 2018), Совещаниях по теории твёрдого тела (Санкт-Петербург, 2019, 2021, 2023), Летней школе для молодых учёных “Взаимодействие между излучением и квантовой материей” (Москва, 2019), XXIV симпозиуме “Нанозифика и наноэлектроника” (Нижний Новгород, 2020), XIX Всероссийской конференции “Проблемы физики твёрдого тела и высоких давлений” (Сочи, 2020), 24-ой международной конференции по электронным свойствам двумерных систем EP2DS-24 (онлайн, организатор – университет г. Токио, Япония, 2021), VI международной конференции по метаматериалам и нанофотонике Metanano-2021 (онлайн, организатор – университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2021). Результаты исследований обсуждались также на семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербургского государственного университета, Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН (Черноголовка, Московская область), Института физики твёрдого тела РАН (Черноголовка, Московская область), университетов Тулузы (Франция) и Регенсбурга (Германия). Основное содержание диссертации опубликовано в 18 научных статьях.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из Введения, пяти глав, Заключения и списка литературы. Она содержит 204 страницы текста, включая 56 рисунков и 6 таблиц. Список цитируемой

литературы содержит 304 наименования.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность проведенных исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

Первая глава «Теория тонкой структуры электронных состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe» посвящена теоретическому исследованию тонкой структуры объёмных (двумерных) и краевых электронных состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe. Обзор работ по этой тематике представлен в §1.1. Центросимметричные модели квантовых ям HgTe/CdHgTe предсказывают двукратное вырождение дираковского конуса и, соответственно, четырёхкратное вырождение дираковской точки в ямах критической ширины ($d_c \approx 7$ нм) [8]. Объёмная инверсионная асимметрия (BIA), связанная с отсутствием центра инверсии в решётке цинковой обманки, интерфейсная инверсионная асимметрия (PIA), связанная с анизотропией химических связей на интерфейсах квантовой ямы, а также структурная инверсионная асимметрия (SIA) приводят к снятию этого вырождения [9–13]. Численные расчёты и экспериментальные данные показывают, что расщепление состояний с волновым вектором $\mathbf{k} = 0$ достигает больших значений в квантовых ямах кристаллографической ориентации (001) [13, 14]. Многие эксперименты, однако, выполняются на структурах HgTe/CdHgTe, выращенных не только вдоль [001], но и вдоль низкосимметричных кристаллографических направлений, таких как [013] и [012]. В связи с этим актуальна задача о расчёте тонкой структуры дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe различной кристаллографической ориентации.

В §1.2 исследовано расщепление спектра двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической и близкой к критической толщины в нулевом магнитном поле. Рассмотрены ямы с кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$, где l и h — индексы

Миллера, и в общем случае, асимметричным гетеропотенциалом. Показано, что при $\mathbf{k} = 0$ интерфейсная, объёмная и структурная инверсионная асимметрия квантовой ямы приводят к следующему вкладу в эффективный гамильтониан электрона [A4]:

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 0 & -\eta_\theta + i\chi_\theta & 0 & i\gamma_\theta + \zeta_\theta \\ -\eta_\theta - i\chi_\theta & 0 & i\gamma_\theta + \zeta_\theta & 0 \\ 0 & -i\gamma_\theta + \zeta_\theta & 0 & \eta_\theta + i\chi_\theta \\ -i\gamma_\theta + \zeta_\theta & 0 & \eta_\theta - i\chi_\theta & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\gamma_\theta = \gamma \cos 2\theta$, $\eta_\theta = \eta \sin 2\theta$, $\zeta_\theta = \zeta \sin^2 2\theta$ и $\chi_\theta = \chi \sin 4\theta$, вещественные параметры η , γ , χ и ζ описывают смешивание базисных состояний, и $\theta = \arctan(l/h)$ — угол между осью роста квантовой ямы $[0lh]$ и осью $[001]$. Гамильтониан (1) записан в базисе функций $|E1, +\rangle, |H1, +\rangle, |E1, -\rangle, |H1, -\rangle$, образованных состояниями $|\Gamma_6, m\rangle$ ($m = \pm 1/2$) и $|\Gamma_8, m\rangle$ ($m = \pm 1/2, \pm 3/2$) в центре объёмной зоны Бриллюэна [15]. Параметры смешивания γ и η отвечают за интерфейсную и объёмную асимметрию ямы, а параметры χ и ζ — за структурную асимметрию. Параметры χ и ζ отличны от нуля только при одновременном учёте асимметрии гетеропотенциала и кубической гофрировки спектра валентной зоны.

На рис. 1 схематически показаны энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в асимметричных квантовых ямах (001), (013) и (011) критической ширины с учётом вкладов ПА, BIA и SIA. Ориентация (001) соответствует $\theta = 0$. В этом случае спектр имеет вид двух невырожденных (вейлевских) конусов, сдвинутых друг относительно друга по энергии. Вейлевские точки расположены при $\mathbf{k} = 0$ и энергиях $\varepsilon = \pm\gamma$. Ориентация (011) соответствует $\theta = \pi/4$. В спектре таких ям есть четыре вейлевские точки: две с нулевой энергией и две с энергиями $\varepsilon = \pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \eta_\theta^2}$. Спектр квантовой ямы (013) и ям произвольной ориентации ($0lh$) показан на центральной панели рис. 1. Так же как и в ямах (011), спектр содержит четыре вейлевские точки. Примечательно, что положение вейлевских точек с нулевой энергией не привязано к определённому направлению в $\mathbf{k}$ -пространстве. Угол между ли-

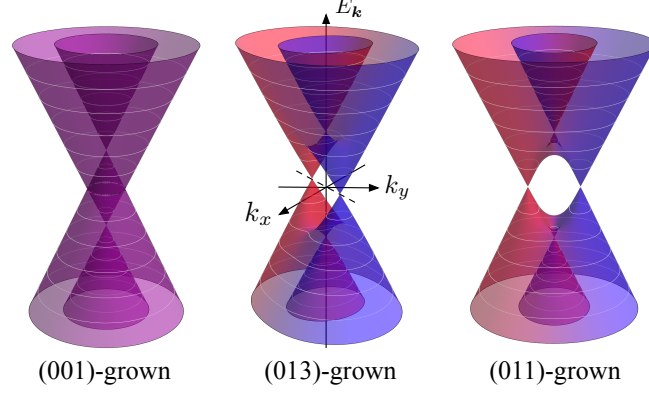


Рис. 1: Энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической ширины с кристаллографическими ориентациями (001), (013) и (011) при наличии интерфейсной, объёмной и структурной асимметрии. Спектры построены для $\gamma = \eta = \zeta = \chi$. Цветом изображена проекция псевдоспина σ_z на нормаль квантовой ямы: синий и красный цвета отвечают, соответственно, $\sigma_z = -1$ и $\sigma_z = +1$, фиолетовый — $\sigma_z = 0$.

нией, соединяющей вейлевские точки, и осью k_x , равный $\arctan(\eta_\theta/\chi_\theta)$, зависит от параметра структурной асимметрии и, следовательно, его величиной можно управлять с помощью внешнего электрического поля, направленного по нормали к квантовой яме. Менять величину электрического поля можно, например, с помощью напряжения на затворе образца.

В §1.2.3 параметры η , γ , χ и ζ рассчитаны в рамках 6-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ модели, включающей состояния зон Γ_6 и Γ_8 объёмных кристаллов HgTe и CdTe. Для квантовых ям HgTe/Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te критической ширины $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ теория дает следующие оценки: $\eta, \gamma \sim 5$ мэВ и $\zeta, \chi \sim 0.1$ мэВ в электрическом поле $E_z = 15$ кВ/см [A4]. Оценки показывают, что основным вклад в γ и η связан со смешиванием состояний тяжёлых и лёгких дырок на интерфейсах квантовых ям с решёткой цинковой обманки [13, 16].

Инверсионная асимметрия квантовых ям HgTe/CdHgTe оказывает существенное влияние и на спектр спиральных краевых состояний, которые ответственны за возникновение квантового спинового эффекта Холла в ямах с шириной, больше критической [4]. В §1.3 рассчитаны

волновые функции и энергетическая дисперсия спиральных состояний в симметричных квантовых ямах кристаллографической ориентации (001). Краевые состояния характеризуются волновым вектором k_y , направленным вдоль края, и псевдоспином $s = \pm 1/2$, который нумерует дисперсионные ветви. Волновые функции спиральных состояний с противоположными значениями волнового вектора и псевдоспина $\psi_{k_y s}$ и $\psi_{-k_y, -s}$ связаны симметрией по отношению к инверсии времени, и поэтому имеют одинаковую энергию (крамерсово вырождение). В §1.3.2 получены аналитические выражения для $\psi_{k_y s}$ вблизи $k_y = 0$. Показано, что при учёте инверсионной асимметрии квантовой ямы волновые функции краевых состояний являются линейной суперпозицией всех четырёх базисных функций – как с положительной ($|E1, +\rangle$, $|H1, +\rangle$), так и с отрицательной ($|E1, -\rangle$, $|H1, -\rangle$) проекцией псевдоспина. Электронная плотность затухает вглубь квантовой ямы, испытывая пространственные осцилляции, период которых определяется параметром смешивания γ .

При малых k_y дисперсия краевых состояний линейна по волновому вектору $\varepsilon_{k_y s} = 2s\hbar v k_y$, где

$$v = \frac{A}{\hbar} \frac{|\delta| \varkappa^2}{\Delta} \quad (2)$$

– скорость электронов в краевом канале, $\Delta = \sqrt{\varkappa^2 \delta^2 + \gamma^2}$, $\varkappa = \sqrt{(B^2 - D^2)/B^2}$, A , B , D и δ – зонные параметры. Величина $2|\delta|$ равна ширине запрещённой зоны в спектре объёмных (двумерных) электронов: в топологической фазе $\delta < 0$. Параметр A описывает линейное по $\mathbf{k}$ смешивание базисных функций $|E1, \pm\rangle$ и $|H1, \pm\rangle$, параметры B и D ответственны за квадратичные по волновому вектору диагональные слагаемые в гамильтониане ($D \neq 0$ нарушает электрон-дырочную симметрию спектра). Инверсионная асимметрия квантовой ямы ($\gamma \neq 0$) приводит к тому, что скорость v зависит от δ , и следовательно, от толщины квантовой ямы.

В §1.4 рассмотрены новые эффекты, возникающие в спиральных каналах в присутствии магнитного поля. В §1.4.1 рассчитан спектр объёмных уровней Ландау в магнитном поле, параллельном оси роста ямы.

В §1.4.2 показано, что эффективный зеемановский гамильтониан пары краевых состояний $\{\psi_{k_y,+1/2}, \psi_{k_y,-1/2}\}$ в малых магнитных полях имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(\mathbf{B})} = \frac{\mu_B}{2} \sum_{\alpha,\beta=x,y,z} g_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha} B_{\beta}, \quad (3)$$

где $g_{\alpha\beta}$ – тензор g -фактора краевых состояний, σ_{α} – матрицы Паули, $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ – магнитное поле и μ_B – магнетон Бора, и рассчитаны компоненты тензора $g_{\alpha\beta}$ для произвольной кристаллографической ориентации края. В частности, для края, параллельного направлениям $\langle 010 \rangle$, три ненулевые компоненты тензора $g_{\alpha\beta}$ имеют вид [A5]:

$$g_{xx} = \frac{c_1 g_e - c_2 g_h}{2}, \quad g_{yy} = \frac{(c_1 g_e + c_2 g_h) |\delta| \varkappa}{2\Delta}, \quad g_{yz} = \frac{2m_0 A^2}{\hbar^2} \frac{\gamma |\delta| \varkappa^2}{\Delta^3}. \quad (4)$$

Здесь g_e и g_h – g -факторы двумерных состояний $|E1\rangle$ и $|H1\rangle$ для магнитного поля, лежащего в плоскости квантовой ямы, $|g_h| \ll |g_e|$, $c_1 = (B - D)/B$, $c_2 = (B + D)/B$ и m_0 – масса свободного электрона.

Из выражений (4) следует, что эффект Зеемана для краевых состояний обладает сильной анизотропией во всех трёх пространственных направлениях. В частности, g -фактор в магнитном поле, параллельном краю ($\mathbf{B} \parallel y$), подавлен в меру множителя $|\delta| \varkappa / \Delta$ по сравнению с g -фактором в поле $\mathbf{B} \parallel x$. Это приводит к осцилляциям величины щели в спектре краевых состояний при вращении магнитного поля, лежащего в плоскости ямы, рис. 2. Инверсионная асимметрия, учтённая в (4), качественно меняет поведение краевых состояний и в магнитном поле, параллельном оси роста квантовой ямы, приводя к открытию щели даже в малых полях. Соответствующая компонента g -фактора g_{yz} имеет орбитальную природу. Оценки по формуле (4) дают $g_{yz} \sim 100$, что на порядок превышает значения компонент в плоскости g_{xx} и g_{yy} . Такая гигантская анизотропия g -фактора для направлений $\mathbf{B} \parallel z$ и $\mathbf{B} \perp z$ подтверждается в экспериментах по магнитотранспорту при сверхнизких температурах. Так, в работе [17] обнаружено, что продольное магнитное поле ($\mathbf{B} \parallel z$) приводит к подавлению проводимости по краевым каналам за счёт открытия зеемановской щели, тогда как влияние поперечного магнитного поля ($\mathbf{B} \perp z$) на проводимость значительно слабее. В §1.4.2

также проанализирован переход квантовой ямы в режим квантового эффекта Холла с трансформацией спиральных краевых состояний в киральные [A2].

Оптические исследования краевых каналов топологических изоляторов открывают дополнительные возможности по изучению спиновой структуры краевых состояний и особенностей электрон-фотонного взаимодействия. Во **второй главе** «Фотогальванические эффекты в краевых каналах двумерных топологических изоляторов» изучены переходы между краевыми состояниями под действием электромагнитного поля и механизмы генерации фототока в краевых каналах. В §2.1 приведён обзор современного состояния исследований транспортных и оптических свойств краевых каналов. В §2.2 приведено феноменологическое описание линейного и циркулярного фотогальванического эффекта и эффекта фотонного увлечения, возникающих на краях различной кристаллографической симметрии.

В §2.3 рассмотрены механизмы прямых оптических переходов с переворотом спина в спиральном краевом канале и построена теория краевого фотогальванического эффекта и эффекта увлечения, возникающих при таких переходах. Прямые оптические переходы между краевыми состояниями с проекциями псевдospина $s = \pm 1/2$, см. рис. 3(а), имеют место, когда $\hbar\omega > 2|\varepsilon_F|$, где $\hbar\omega$ – энергия падающего фотона и ε_F – энергия Ферми, отсчитанная от дираковской точки. Ранее считалось, что такие оптические переходы возможны

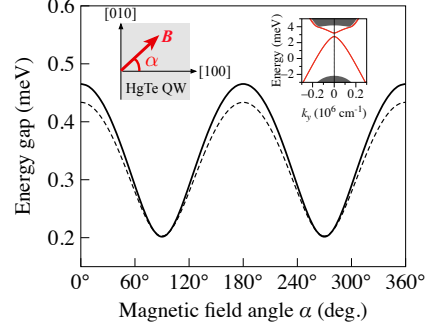


Рис. 2: Щель в спектре краевых состояний как функция угла α между магнитным полем, лежащим в плоскости ямы и нормалью к краю. Сплошной кривой показан численный расчёт в полосе конечной ширины, штриховой – аналитический расчёт с использованием g -факторов (4). На вставке показаны изучаемая геометрия и энергетический спектр при $\alpha = 0$. Параметры соответствуют квантовой яме HgTe/Hg_{0.3}Cd_{0.7}Te, $\delta = -4$ мэВ, $B = 3$ Т.

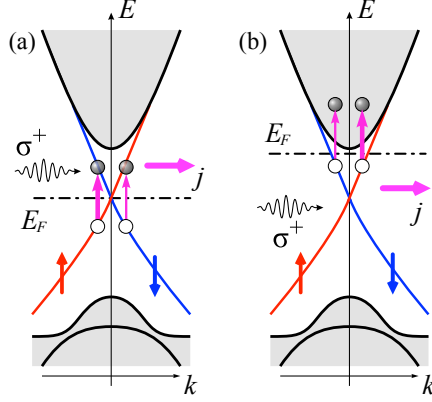


Рис. 3: Схема генерации краевых фототоков в двумерном топологическом изоляторе, вызванных прямыми оптическими переходами между (а) краевыми состояниями со спином «вниз» и «вверх» и (б) краевыми и объёмными состояниями.

только при учёте взаимодействия спина краевых электронов с магнитным полем $\mathbf{B}(t)$ падающей электромагнитной волны (спиновый магнитный дипольный механизм) [18, 19]. В §2.3.1 показано, что благодаря отсутствию центра инверсии в квантовой яме с решёткой цинковой обманки оптические переходы идут и в рамках более сильного, электрического дипольного механизма электрон-фотонного взаимодействия. Соответствующий гамильтониан имеет вид $\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(E)} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t)$, где $\mathbf{E}(t)$ – электрическое поле волны и $\mathbf{d}$ –

оператор электрического дипольного момента, компоненты которого в базисе $\psi_{k_y, \pm 1/2}$ при малых k_y имеют вид [A3]:

$$\begin{aligned} d_x &= (\sigma_y \cos 2\beta - \sigma_x \sin 2\beta) D_1 k_y, \\ d_y &= (\sigma_x \cos 2\beta + \sigma_y \sin 2\beta) D_2 k_y, \end{aligned} \quad (5)$$

где D_1 и D_2 – вещественные параметры и β – угол между краем и осью [010]. В симметричной яме (001) параметры D_1 и D_2 пропорциональны константе межзонного смешивания γ в гамильтониане (1), которая отражает отсутствие центра инверсии в яме. Получены аналитические выражения для D_1 и D_2 в пределе $|\gamma/\delta| \ll 1$ [A5], а также численные оценки для квантовой ямы HgTe/Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te: $|D_1/e| \approx 7 \times 10^{-13}$ см² и $|D_2/e| \approx 1.5 \times 10^{-12}$ см², где e – заряд электрона.

Из правил отбора (5) следует, что поглощение излучения в краевых каналах при рассматриваемых переходах чувствительно к поляризации падающего излучения. Отношение темпов поглощения для излучения, поляризованного вдоль края ($\mathbf{e} \parallel y$) и перпендикулярно краю ($\mathbf{e} \parallel x$), даётся величиной $(D_2/D_1)^2$, равной ≈ 4 для квантовых ям

HgTe/Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te. Благодаря интерференции электрического и магнитного дипольных механизмов, поглощение в структурах, не содержащих плоскостей зеркального отражения, содержит также вклад, чувствительный к спиральности падающих фотонов (циркулярный дихроизм).

Асимметрия оптических переходов для состояний с волновыми векторами k_y и $-k_y$, показанных стрелками различной толщины на рис. 3(а), приводит к спиновой поляризации электронов и, как следствие, генерации фототока в краевом канале. В §2.3.2 получены аналитические выражения для краевого фототока и проанализирована его поляризационная зависимость. Показано, что есть два вклада в фототок. Первый из них, наибольший по величине, пропорционален степени циркулярной поляризации падающего излучения и возникает в электрическом дипольном приближении. В условиях стационарного возбуждения циркулярный фототок имеет вид

$$j_y^{(\text{circ})} = -\frac{4e\tau vw}{\hbar\omega} \frac{D_1 D_2}{D_1^2 + D_2^2} I P_{\text{circ}}, \quad (6)$$

где $w = W/I$ – ширина поглощения краевого канала, W – энергия, поглощённая в единицу времени единицей длины края, I – интенсивность падающего излучения, τ – время релаксации импульса (и спина) электронов в краевом канале, и P_{circ} – степень циркулярной поляризации. Второй вклад вызван интерференцией электрических и магнитных дипольных переходов и возникает при освещении края линейно поляризованным или неполяризованным излучением. Соответствующий ток зависит от ориентации края по отношению к кристаллографическим осям и ориентации плоскости поляризации излучения по отношению к краю. Этот ток принадлежит к классу линейного эффекта фотонного увлечения, при этом направление тока перпендикулярно волновому вектору падающего фотона. Для излучения с интенсивностью 1 кВт/см² и энергией фотона 4 мэВ величина фотогальванического тока составляет порядка нескольких нА, а тока увлечения – десятков пА.

Помимо оптических переходов внутри краевого канала, рассмотренных выше, существуют также переходы между краевыми и объёмны-

ми состояниями, приводящие к фотоионизации краевых каналов [19–21], рис. 3(b). Оптические переходы из краевого канала в зону проводимости идут при условии $\hbar\omega > \varepsilon_c - \varepsilon_F$, в то время как переходы из валентной зоны в краевой канал включаются при $\hbar\omega > \varepsilon_F - \varepsilon_v$, где ε_c и ε_v – энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны. Переходы между краевыми и объёмными состояниями разрешены в электрическом дипольном приближении уже в рамках изотропной модели Берневига–Хьюза–Жанга [15] и поэтому являются доминирующим механизмом поглощения, если энергия фотона достаточно велика. В §2.4 рассчитан циркулярный краевой фототок, связанный с фотоионизацией краевых каналов. Также проанализированы экспериментальные данные по краевым фототокам, полученные в структурах с квантовой ямой $\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}$ шириной 8 нм (фаза топологического изолятора) в Терагерцовом центре университета г. Регенсбург [A1]. Квантовая яма возбуждалась циркулярно поляризованным излучением терагерцового диапазона с энергией фотона, меньшей ширины запрещённой зоны. В результате анализа эффективности различных механизмов генерации тока установлено, что фототок вызван преимущественно фотоионизацией краевых состояний. Сравнение экспериментальных данных и результатов расчёта приведено на рис. 4. Как видно, теория хорошо описывает зависимости фототока от уровня Ферми (и соответственно, от напряжения на затворе образца) и частоты падающего излучения, а также даёт близкие к экспериментальным величины фототока.

Другой класс краевых состояний – киральные краевые каналы – возникает в двумерных проводящих системах в сильном магнитном поле в режиме квантового эффекта Холла. В классификации топологических изоляторов такие системы принадлежат к классу $\mathbb{Z}$, в то время как рассмотренные выше топологические изоляторы в нулевом магнитном поле – к классу $\mathbb{Z}_2$ [22]. Как показано в §2.5, взаимодействие киральных каналов с терагерцовым излучением также приводит к генерации краевых фототоков. В условиях, когда энергия фотона меньше расстояния между соседними уровнями Ландау, появление фототока связано

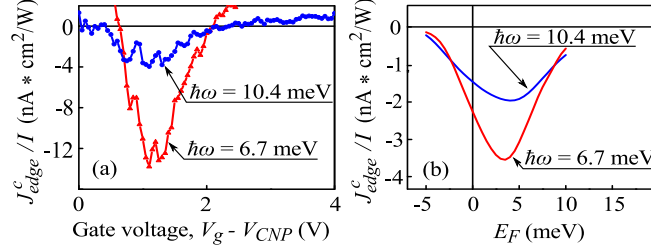


Рис. 4: (a) Циркулярные краевые фототоки, измеренные в структурах с квантовой ямой $\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}$ шириной 8 нм (фаза топологического изолятора), как функции напряжения на затворе образца. (b) Рассчитанные зависимости фототока в условиях фотоионизации краевых каналов от положения уровня Ферми при двух различных энергиях падающих фотонов. Энергия Ферми отсчитывается от дираковской точки. Из работы [A1].

с непрямыми оптическими переходами внутри кирального канала. Сохранение импульса при таких переходах обеспечивается за счёт рассеяния на статических примесях или фононах. В результате оптического перехода электроны с начальной скоростью v_1 под уровнем Ферми переходят в состояния со скоростью v_2 над уровнем Ферми. Разница в скоростях v_1 и v_2 , связанная с дисперсией краевых состояний, приводит к генерации электрического тока вдоль края образца. Краевые фототоки в режиме квантового эффекта Холла наблюдались в образцах на основе графена, в котором значительное расстояние между уровнями Ландау $\sim 5 \text{ мэВ}$ достигается уже в слабых полях $\sim 0.2 \text{ Т}$ [A7]. Развита теория позволила объяснить характерные особенности измеренного фототока – смену направления тока при смене знака магнитного поля и нечувствительность направления тока к типу носителей заряда (электроны или дырки) в киральных каналах. Расчёты показали, что оптические переходы внутри кирального канала чувствительны к направлению электрического поля относительно края – переходы подавлены для поля, поляризованного перпендикулярно краю. Такой линейный дихроизм киральных каналов объясняет измеренную в эксперименте поляризационную зависимость краевого фототока. Сравнение эксперимента и теории позволило оценить время релаксации τ_{edge} электронных возбуждений в киральном краевом канале $\tau_{edge}/\tau \sim 10^2$, где

τ – время релаксации импульса носителей заряда в нулевом магнитном поле вблизи края графена.

Ярким представителем двумерных дираковских материалов являются атомарно тонкие слои дихалькогенидов переходных металлов (ДПМ) MX_2 , где M – атом металла Mo , W , $\dots$, и X – атом халькогена S , Se , $\dots$ [23, 24]. Интерес к этим материалам связан с сильным кулоновским взаимодействием носителей заряда в монослоях, обусловленным как большой эффективной массой, так и подавленным диэлектрическим экранированием, и необычными правилами отбора при оптических переходах – переходы в долинах K_+ и K_- активны в поляризациях σ_+ и σ_- , соответственно. **Третья глава** «Электронные состояния и фотогальванический эффект при межзонных переходах в двумерных кристаллах» посвящена теоретическому исследованию зонной структуры и эффекта Зеемана в монослоях ДПМ, а также краевого фотогальванического эффекта, возникающего в них и в других двумерных дираковских материалах при межзонных оптических переходах. В §3.1 обсуждается двухзонный гамильтониан дираковского типа $\mathcal{H} = a\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} + \delta\sigma_z$, где $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ – импульс электрона, a – межзонный матричный элемент оператора скорости и 2δ – величина энергетической щели. Такой гамильтониан применяется для описания низкоэнергетических возбуждений в широком классе двумерных материалов, включая квантовые ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ близкой к критической ширины, графен и монослои ДПМ.

Несмотря на то, что двухзонная модель достаточна для расчёта темпов оптических переходов и тонкой структуры оптически активных экситонных состояний, она не учитывает несколько важных особенностей монослоёв ДПМ, в том числе асимметрию дисперсии электрона и дырки в K -долинах и отсутствие центра пространственной инверсии. В рамках двухзонной модели также равны по величине g -факторы зоны проводимости и валентной зоны и, соответственно, отсутствует расщепление спиновых уровней экситона в магнитном поле, направленном по нормали к монослою, что противоречит экспериментальным данным [25]. В разделе §3.2 построена многозонная $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модель электронных состо-

яний в монослоях ДПМ, которая позволяет учесть указанные особенности. В §3.2.1 приведён симметричный анализ электронных состояний в K -долинах, а в §3.2.2 построен эффективный гамильтониан 6-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели, которая учитывает смешивание состояний основной зоны проводимости и валентной зоны с состояниями из других близких по энергии зон. В §3.2.3 с помощью полученного гамильтониана рассчитаны g -факторы электрона и дырки в магнитном поле, направленном по нормали к монослою. На основе сопоставления расчетов в методе функционала плотности, эмпирической модели сильной связи и $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -методе получены параметры 6-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели для атомарно тонких кристаллов MoS_2 , MoSe_2 , WS_2 и WSe_2 [A10].

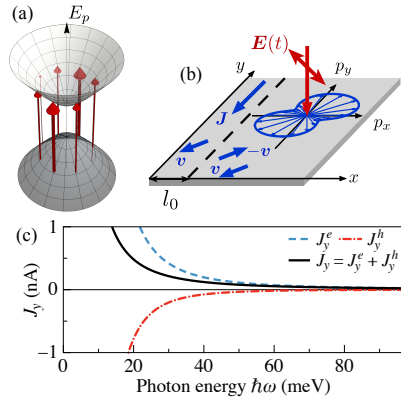


Рис. 5: (a) Оптическое выстраивание импульсов электронов и дырок в двумерном дираковском материале при межзонных переходах. (b) Механизм краевого фотогальванического эффекта. (c) Рассчитанные спектры возбуждения электронной J_y^e и дырочной J_y^h составляющей краевого фототока и полный краевой ток J_y в графене.

в системах с дираковским спектром, переходы между состояниями с импульсом $\mathbf{p}$, перпендикулярным вектору $\mathbf{E}$, идут с большей скоростью, чем переходы между состояниями с импульсом $\mathbf{p}$, направленном вдоль поля. Такая чувствительность поглощения к ориентации поля приводит

В §3.3 изучены краевые фототоки в двумерных дираковских материалах, возникающие при межзонных оптических переходах под действием линейно поляризованного излучения. В §3.3.1 рассчитан темп межзонных переходов и показано, что поглощение линейно поляризованного излучения приводит к выстраиванию импульсов фотоиндуцированных электронов и дырок, рис. 5(a). Выстраивание возникает за счёт того, что вероятность оптических переходов зависит от взаимной ориентации электрического поля $\mathbf{E}$ и импульса носителя заряда $\mathbf{p}$ [26, 27]. В частности,

к формированию анизотропной функции распределения электронов и дырок, описывающей второй угловой гармоникой в импульсном пространстве, см. синюю кривую на рис. 5(b).

Теория краевого фотогальванического эффекта при межзонных переходах развита в §3.3.2. Распределение фотоиндуцированных электронов и дырок чётно по импульсу $\mathbf{p}$, поэтому ток в объёме двумерной структуры равен нулю. Однако, рассеяние оптически выстроенных электронов и дырок на краю создаёт локальную асимметрию функции распределения в $\mathbf{p}$ -пространстве и приводит, тем самым, к генерации постоянного тока $\mathbf{J}$, рис. 5(b). Этот ток вызван носителями заряда, которые были созданы излучением на расстоянии, меньшем или порядка длины свободного пробега l_0 от края, и равен [A12]

$$J_y^{e/h} = \pm \frac{e\eta a^2 (1 + \zeta_{e/h}) l_{e/h}^2 p_*^2}{2(\hbar\omega)^3} \Theta(\hbar\omega - 2\delta) I(e_x e_y^* + e_y e_x^*), \quad (7)$$

где η – коэффициент поглощения двумерной системы при $\hbar\omega \gg 2\delta$, p_* – импульс фотоиндуцированных электронов и дырок, $l_{e/h}$ – длина свободного пробега электрона/дырки, $\zeta_{e/h}$ – безразмерный параметр, определяющий характер рассеяния на крае, Θ – функция Хевисайда, I – интенсивность и $\mathbf{e}$ – вектор поляризации падающего излучения. Как следует из уравнения (7), фототок имеет ярко выраженную поляризационную зависимость: он течёт в противоположных направлениях для излучения, поляризованного под углами $\pm\pi/4$ к краю, и исчезает, когда излучение поляризовано вдоль или перпендикулярно краю. Рассмотренный механизм генерации краевых фототоков схож с механизмом поверхностного фотогальванического эффекта, который наблюдался в объёмных полупроводниковых кристаллах и металлических плёнках [28–32].

На рис. 5(c) приведены спектры возбуждения краевого фототока, рассчитанные с помощью (7), в бесщелевом дираковском материале. Параметры зонной структуры и время релаксации, использованные в расчёте, соответствуют графену высокого качества. Для длины свободного пробега $1 \mu\text{м}$ и энергии фотона 20 мэВ фототок, нормированный на интенсивность падающего излучения, имеет порядок $1 \text{ нА см}^2/\text{Вт}$.

В §3.3.3 рассмотрено влияние магнитного поля, направленного вдоль нормали к двумерному слою, на краевой фотогальванический эффект. Показано, что в присутствии магнитного поля краевые фототоки могут возбуждаться также излучением, поляризованным вдоль или перпендикулярно к краю. Магнитоиндуцированный вклад в фототок имеет одинаковый знак для электронов и дырок, и следовательно, суммарный электрический ток отличен от нуля даже в системах, обладающих электрон-дырочной симметрией.

В §3.3.4 рассчитано распределение плотности фототока и интегральный ток в полоске конечной ширины. Показано, что интегральный фототок растёт с ростом ширины полоски в узких полосках и насыщается при ширине полоски порядка нескольких длин свободного пробега. Это позволяет значительно усилить фотоотклик, используя структуры, состоящие из массива узких полосок. Оценки показывают, что суммарный ток в образце размером $3 \times 3 \text{ мм}^2$, состоящем из 10^3 полосок, может достигать $1 \text{ мкА см}^2/\text{Вт}$ в терагерцовом спектральном диапазоне. Такие структуры, основанные на двумерных дираковских материалах, могут быть использованы в качестве быстрых детекторов терагерцового и инфракрасного излучения и его поляризации.

Четвёртая глава «Краевые нелинейные эффекты в двумерных проводящих системах» посвящена исследованию генерации краевых фототоков и второй гармоники в двумерных системах со свободными носителями заряда в условиях внутризонного транспорта. Рассмотренные в этой главе явления связаны с высокочастотным нелинейным транспортом электронов и дырок в присутствии переменного электрического поля в классическом режиме $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$. В §4.1 приведён обзор теоретических и экспериментальных работ по нелинейным транспортным эффектам в двумерных системах. В §4.2 построена последовательная теория краевых фототоков, возникающих в двумерном электронном газе с параболическим законом дисперсии, в том числе – в присутствии внешнего магнитного поля $\mathbf{B} \parallel z$. Возникновение постоянного краевого тока в проводящих системах можно интерпретировать как результат выпрямления переменного тока на краю образца. Микроскопиче-

ски такое выпрямление связано с двумя механизмами. Первый из них обусловлен динамическим накоплением электрического заряда вблизи края. Компонента электрического поля $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*e^{i\omega t}$ падающего излучения, перпендикулярная краю (E_x), приводит к осцилляциям электронной плотности вблизи края образца. В свою очередь, компонента поля, параллельная краю (E_y), продвигает электроны вдоль края с той же частотой. В результате, в среднем, возникает постоянный электрический ток, протекающий вблизи края внутри полоски с шириной, определяемой длиной экранирования высокочастотного электрического поля. Второй вклад в фототок связан с выстраиванием импульсов свободных носителей заряда при внутризонном поглощении высокочастотного электрического поля и аналогичен механизму для межзонных оптических переходов, рассмотренному в главе 3.

В §4.2.1 в рамках кинетической теории Больцмана получены аналитические выражения для интегрального тока, протекающего вдоль края двумерного электронного газа с параболическим спектром энергии и короткодействующими примесями (время релаксации угловых гармоник функции распределения τ не зависит от энергии). В пределе, когда частота возбуждающего поля много больше циклотронной частоты, краевой фототок имеет вид [A8]

$$J_y = \frac{n e^3 \tau^3 |\mathbf{E}|^2}{m^2 (1 + \omega^2 \tau^2)} \left[\frac{2\omega_c \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - \frac{S_3}{\omega \tau} - \frac{S_2}{1 + 4\omega_c^2 \tau^2} + \frac{2\omega_c \tau (2 + \omega^2 \tau^2) S_1}{(1 + 4\omega_c^2 \tau^2)(1 + \omega^2 \tau^2)} \right]. \quad (8)$$

Здесь n – концентрация носителей заряда, m – эффективная масса, $\omega_c = eB_z/(mc)$ – циклотронная частота, c – скорость света, $S_1 = |e_x|^2 - |e_y|^2$, $S_2 = e_x e_y^* + e_y e_x^*$ и $S_3 = i(e_x e_y^* - e_y e_x^*) = P_{\text{circ}}$ – параметры Стокса. Из (8) следует, что в нулевом магнитном поле ($\omega_c = 0$) краевой ток возбуждается циркулярно поляризованным излучением и линейно поляризованным излучением с ненулевым параметром Стокса S_2 . Приложение магнитного поля, нормального к плоскости электронного газа, приводит к появлению вклада, пропорционального параметру Стокса S_1 , а также поляризационно независимого вклада в фототок.

В §4.2.2 выполнено сравнение теории с экспериментальными данными по краевым фототокам, полученными в образцах на основе двуслойного графена. Освещение образцов, оснащённых затвором и группой контактов по периметру, линейно поляризованным излучением терагерцового диапазона приводило к генерации фотонапряжения между различными парами контактов [A8]. Анализ поляризационной зависимости и знаков сигналов, полученных для соседних краёв, позволил заключить, что измеренное фотонапряжение связано именно с краевыми, а не с объёмными токами. Измеренный в эксперименте фотоотклик качественно и количественно описывается формулой (8). Измеренная в нулевом магнитном поле поляризационная зависимость фотонапряжения $U \propto \sin 2\alpha$, где α – угол ориентации вектора электрического поля относительно края образца, согласуется с предсказанием теории $J_y \propto S_2 = \sin 2\alpha$. Зависимость $J_y \propto e^3$ объясняет наблюдаемую смену знака фототока при переходе от электронной ($e < 0$) к дырочной ($e > 0$) проводимости. В эксперименте использовались образцы квадратной формы маленького размера, так что лазер полностью засвечивал образец. В этом случае падающее излучение возбуждает фототоки на всех четырёх краях образца, направление которых определяется ориентацией вектора $\mathbf{e}$ относительно края. Непрерывность полного тока при этом обеспечивается за счёт растекания тока в проводящей толще образца. Рассчитанное распределение электростатического потенциала в образце количественно согласуется с измеренными величинами. При приложении небольшого магнитного поля, перпендикулярного к образцу, измеренная поляризационная зависимость фотонапряжения сдвигалась по фазе на зависящий от магнитного поля угол θ_B . Из (8) при $\omega\tau \gg 1$ следует, что $\theta_B = \arctan(2\omega_c\tau)$, что согласуется с экспериментальными наблюдениями.

В §4.3 теория краевого фототока обобщена на случай произвольного закона энергетической дисперсии $\varepsilon(p)$ двумерных электронов и произвольного типа рассеивающих примесей. Полученные аналитические выражения для краевого фототока определяются временами релаксации первой и второй угловых гармоник функции распределения и их произ-

водным по энергии. Из них следует, что и направление, и величина тока в значительной степени определяются механизмом рассеяния [A15].

В §4.4 показано, что краевой фотоотклик усиливается в магнитных полях вблизи циклотронного резонанса $\omega \approx |\omega_c|$. На рис. 6 представлен результат расчёта краевого тока как функции магнитного поля. В нулевом магнитном поле краевые токи, возбуждаемые волнами, поляризованными по правому и левому кругу, имеют одинаковую амплитуду и текут в противоположных направлениях, рис. 6(a).

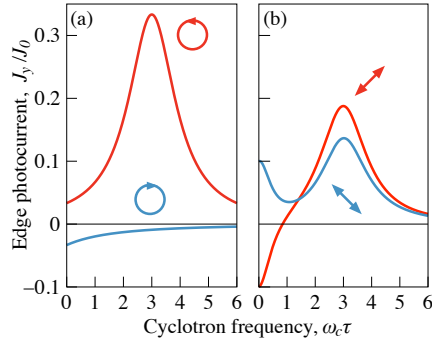


Рис. 6: Краевые токи, возбуждаемые (a) циркулярно поляризованным и (b) линейно поляризованным полем, как функции постоянного магнитного поля, перпендикулярного плоскости электронного газа. Зависимости рассчитаны для $\omega\tau = 3$ и нормированы на $J_0 = ne^3\tau^3|\mathbf{E}|^2/m^2$.

Приложение магнитного поля приводит к уменьшению краевого тока для одной циркулярной поляризации (σ^+ или σ^- в зависимости от направления $\mathbf{B}$) и к резонансному увеличению тока для противоположной циркулярной поляризации. Для линейно поляризованного излучения, рис. 6(b), в нулевом магнитном поле направление тока определяется ориентацией электрического поля падающей волны относительно края, в то время как в резонансе направление тока определяется знаком магнитного поля, а амплитуда тока слабо зависит от поляризации. Предсказанный циклотронный резонанс в краевом токе был экспериментально обнаружен и описан в работе [A13].

Нелинейность высокочастотного отклика электронов вблизи края приводит также к возникновению электрического тока на удвоенной частоте, т.е. генерации второй гармоники. Ранее, в экспериментальных работах [33, 34], наблюдалось искажение сигнала второй гармоники в оптическом диапазоне на краю нецентросимметричных кристаллов. Эффект связывался со структурным искажением – реконструкцией – края.

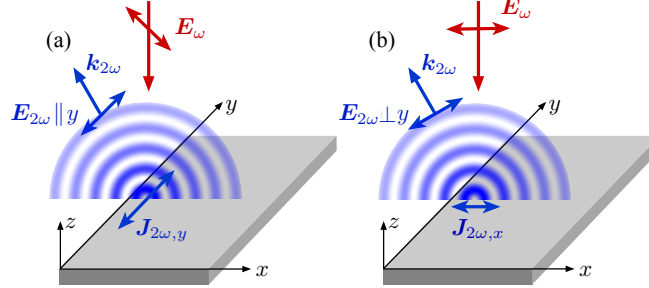


Рис. 7: Генерация второй гармоники на краю двумерного электронного газа. (a) Падающее поле $\mathbf{E}_\omega$ с отличными от нуля x - и y -компонентами индуцирует ток вдоль края $J_{2\omega,y} \propto E_{\omega,x} E_{\omega,y}$, который излучает волну на удвоенной частоте с $\mathbf{E}_{2\omega} \parallel y$. (b) Падающее поле $\mathbf{E}_\omega \parallel x$ индуцирует краевой ток, перпендикулярный краю, $J_{2\omega,x} \propto E_{\omega,x}^2$, при этом поле излучаемой волны $\mathbf{E}_{2\omega} \perp y$.

Однако даже в средах с центром инверсии пространственная симметрия естественным образом нарушается на краю, поэтому край (в том числе, атомарно гладкий и обладающий трансляционной симметрией) сам по себе может являться источником генерации второй гармоники.

Теория краевого эффекта генерации второй гармоники в двумерном электронном газе построена в §4.5. Вторая гармоника излучается краевыми токами $\mathbf{j}_{2\omega}(x, t) = \mathbf{j}_{2\omega}(x)e^{-2i\omega t} + \mathbf{j}_{2\omega}^*(x)e^{2i\omega t}$ на частоте 2ω , которые возбуждаются переменным электромагнитным полем терагерцового диапазона, рис. 7. Примечательно, что эти токи имеют компоненты как вдоль края, так и перпендикулярно ему. Если падающее электрическое поле поляризовано перпендикулярно краю, $\mathbf{E}_\omega \perp y$ на рис. 7(b), то ток $\mathbf{j}_{2\omega}$ также направлен перпендикулярно краю. Электрическое поле, которое содержит и параллельную, и перпендикулярную краю составляющие, приводит к генерации тока $\mathbf{j}_{2\omega}$ вдоль края, рис. 7(a). Поляризация излучаемых волн на частоте 2ω , в свою очередь, зависит от направления $\mathbf{j}_{2\omega}$. Так, ток $\mathbf{j}_{2\omega}$, протекающий вдоль края, излучает электромагнитные волны с полем $\mathbf{E}_{2\omega}$, параллельным краю, в то время как ток, осциллирующий в направлении, перпендикулярном краю, излучает волны с полем $\mathbf{E}_{2\omega}$, лежащем в плоскости (x, z) , рис. 7.

В рамках кинетической теории, учитывающей динамическую экранировку падающего электрического поля двумерными электронами,

рассчитано пространственное распределение плотности краевого тока на удвоенной частоте $j_{2\omega}(x)$ и частотные зависимости интегрального краевого тока $J_{2\omega} = \int_0^\infty j_{2\omega}(x)dx$. Показано, что при больших значениях $\omega\tau$ зависимость плотности тока от координаты x носит осциллирующий характер. Эти осцилляции вызваны возбуждением краевых плазмонов с волновыми векторами $q \sim \omega^2/(2\pi n e^2)$ [A16]. Изученный эффект можно рассматривать как низкоразмерный аналог поверхностного эффекта генерации второй гармоники в трёхмерных металлах [35–40], однако полученные ранее результаты нельзя напрямую применить к генерации второй гармоники на краю из-за особенностей экранирования и растекания тока в двумерных системах [41, 42].

В главе 5 диссертации «Фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея в двумерном электронном газе» развита теория фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в режиме внутризонного транспорта. §5.1 содержит краткий обзор нелинейных эффектов, пропорциональных третьей степени падающего электромагнитного поля. Среди них – фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея, когда циркулярно поляризованная накачка приводит к появлению электрического тока в направлении, перпендикулярном тянущему электрическому полю (эффект Холла), и повороту плоскости поляризации линейно поляризованной зондирующей волны (эффект Фарадея), рис. 8(а). В этом случае индуцируемые токи (или поляризация среды) на частоте зондирующего поля ω имеют вид $j_\omega \propto E_\omega E_\Omega E_\Omega^*$, где E_Ω – электрическое поле накачки на частоте Ω и E_ω – зондирующее поле. Такие эффекты не требуют отсутствия центра инверсии, и следовательно, могут наблюдаться в однородных и изотропных двумерных системах. Индуцированные накачкой эффекты Холла и Фарадея исследовались ранее, в основном, в бесстолкновительном режиме сильного поля или в условиях оптической ориентации спинов при межзонных переходах [43, 44]. В диссертации изучены механизмы, соответствующие классическому диапазону частот, $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$, когда изучаемые явления определяются кинетикой электронов в присутствии электрических полей и рассеивающих примесей.

Фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея связаны с появлением недиагональных компонент тензора статической или высокочастотной проводимости по отношению к зондирующему полю, линейных по интенсивности поля накачки. В однородном двумерном электронном газе эти компоненты имеют вид

$$\sigma_{xy} = (\gamma_2 S_2 + \gamma_3 S_3) |\mathbf{E}_\Omega|^2, \quad \sigma_{yx} = (\gamma_2 S_2 - \gamma_3 S_3) |\mathbf{E}_\Omega|^2, \quad (9)$$

где $\gamma_{2,3}$ – комплексные параметры, зависящие, в общем случае, от Ω и ω , и $S_{2,3}$ – параметры Стокса накачки. Недиагональные компоненты тензора проводимости приводят к появлению поперечного тока $\mathbf{j}_\omega \perp \mathbf{E}_\omega$, который, как следует из (9), максимален для циркулярно поляризованной накачки и линейно поляризованной накачки с вектором $\mathbf{E}_\Omega$, направленным под углом $\pm\pi/4$ к полю $\mathbf{E}_\omega$, и исчезает, когда $\mathbf{E}_\Omega \parallel \mathbf{E}_\omega$ или $\mathbf{E}_\Omega \perp \mathbf{E}_\omega$.

В §5.2 рассчитаны параметры γ_2 и γ_3 для случая статического тянущего поля ($\omega = 0$). Появление холловского тока связано с двумя механизмами – оптическим выстраиванием импульсов свободных носителей заряда и динамическим нагревом и охлаждением электронного газа, вызванными совместным действием статического и переменного полей. Разогревный механизм преобладает при $\Omega\tau_0 \lesssim 1$, где τ_0 – время энергетической релаксации, а с увеличением частоты при $\Omega\tau_0 \gg 1$ оба вклада становятся сравнимыми. Действие циркулярно поляризованного излучения эквивалентно наличию некоторого эффективного (или «синтетического») магнитного поля $\mathbf{B}_{\text{syn}} \parallel z$ в классическом эффекте Холла. Показано, что в частотной области $\Omega\tau \sim 1$ величина такого синтетического магнитного поля в графене составляет ~ 10 мТ на 1 кВт/см² падающей интенсивности.

В §5.3 изучены индуцированные циркулярно поляризованной накачкой эффекты Фарадея и Керра, рис. 8. В §5.3.1 приведены выражения для углов вращения и эллиптичности прошедшей (θ_F и ε_F) и отражённой (θ_K и ε_K) зондирующей волны в двумерном проводящем слое, помещённом между двумя диэлектрическими средами с различными показателями преломления. Эффекты связаны с недиагональ-

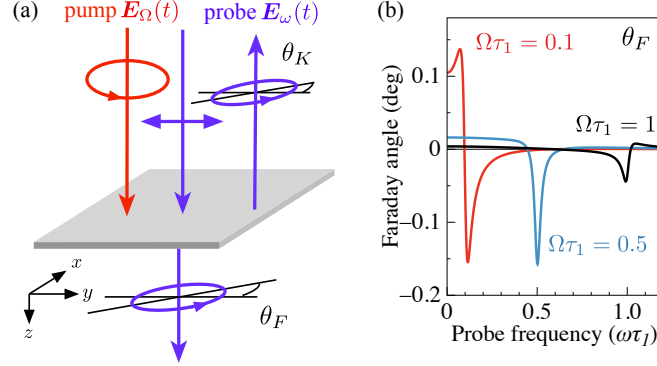


Рис. 8: (a) Схематическое изображение индуцированных накачкой эффектов Фарадея и Керра в двумерной системе. θ_F и θ_K – фарадеевский и керровский углы поворота, соответственно. (b) Фарадеевский угол вращения θ_F двумерного электронного газа в двуслойном графене, помещённом на подложку. Три кривые отвечают трём значениям частоты накачки: $\Omega\tau_1 = 0.1, 0.5, 1$. Интенсивность накачки $I_\Omega = 1 \text{ кВт/см}^2$.

ной компонентной высокочастотной проводимости $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$, возникающей под действием накачки. Показано, что в случае значительного диэлектрического контраста фарадеевский и керровский углы вращения и соответствующие эллиптичности связаны между собой как $\theta_K/\theta_F = \epsilon_K/\epsilon_F \approx t_{12}/r_{12}$, где t_{12} и r_{12} – амплитудные коэффициенты прохождения и отражения излучения, падающего на границу двух диэлектриков в отсутствие слоя с двумерными электронами.

В §5.3.2 получены аналитические выражения для компоненты $\sigma_{xy}(\omega, \Omega)$ в электронном газе с линейным и параболическим законом дисперсии. На рис. 8(b) представлены результаты расчёта угла вращения Фарадея для электронов в двуслойном графене. В зависимости угла вращения от частоты ω зондирующего поля наблюдаются резкие резонансы в области, где ω близка к частоте накачки Ω . При $\Omega\tau \lesssim 1$ и интенсивности накачки $I_\Omega = 1 \text{ кВт/см}^2$ фарадеевский угол вблизи резонанса достигает $\theta_F \sim 0.1^\circ$ [A18]. Схожие значения фарадеевского вращения $\theta_F \sim 1^\circ$ обнаружены в недавней экспериментальной работе [45] в массиве дисков из двуслойного графена при накачке и зондировании полями терагерцового диапазона ($f = 3.5 \text{ ТГц}$) в условиях плазмонного

резонанса.

В **Заключении** обобщены основные результаты работы:

1. Построена теория тонкой структуры энергетического спектра двумерных дираковских состояний в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ с произвольной кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера. Показано, что спектр дираковских состояний в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ вблизи топологического перехода в общем случае содержит четыре вейлевские точки, положение которых определяется конкуренцией объёмной, интерфейсной и структурной асимметрии квантовой ямы.
2. Предсказана сильная анизотропия эффекта Зеемана для краевых спиральных состояний в двумерном топологическом изоляторе на основе квантовой ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ в магнитном поле, лежащем в плоскости ямы.
3. Показано, что благодаря отсутствию центра инверсии в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, прямые оптические переходы между спиральными состояниями со спином «вверх» и «вниз» возникают не только в магнитном дипольном приближении, но и в значительно более сильном электрическом дипольном приближении.
4. Развита теория циркулярного фотогальванического эффекта, возникающего за счёт прямых электрических дипольных переходов внутри спиральных краевых каналов двумерных топологических изоляторов. Показано, что интерференция электрических дипольных и магнитных дипольных оптических переходов внутри спирального краевого канала приводит к линейному эффекту фотонного увлечения при нормальном падении излучения, а также к циркулярному дихроизму.
5. Описаны экспериментальные данные по циркулярному краевому фотогальваническому эффекту, полученные в образцах с квантовыми ямами $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ в фазе топологического изолятора. По-

казано, что наибольший вклад в экспериментально наблюдаемый фототок связан с фотоионизацией краевых каналов.

6. Предложен механизм генерации краевых фототоков в двумерных системах в сильных магнитных полях, соответствующих режиму квантового эффекта Холла. Появление тока вызвано непрямыми оптическими переходами в киральных краевых каналах. Построена теория такого кирального фотогальванического эффекта, которая позволила объяснить характерные особенности фототока, измеренного в графене, – смену направления тока при смене знака магнитного поля и нечувствительность направления тока к типу носителей заряда (электроны или дырки) в киральных каналах.
7. На основе сопоставления расчетов в методе функционала плотности, эмпирической модели сильной связи и $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -методе получены параметры 6-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели для атомарно тонких кристаллов MoS_2 , MoSe_2 , WS_2 и WSe_2 . Полученные параметры хорошо описывают не только дисперсию электронных зон, но и экспериментально наблюдаемые величины зеемановского расщепления экситонов и экситонных комплексов в этих кристаллах.
8. Разработана теория краевого фотогальванического эффекта, возникающего при межзонных оптических переходах в двумерных дираковских материалах. Показано, что краевой ток течёт в узкой полоске вблизи края шириной порядка длины свободного пробега носителей заряда и имеет две составляющие – электронную и дырочную. Суммарный ток отличен от нуля при нарушении электрон-дырочной симметрии энергетического спектра или рассеяния, а также в магнитном поле, направленном по нормали к слою.
9. Развита последовательная теория краевых фототоков при внутризонном транспорте свободных носителей заряда в двумерных проводящих системах. Исследованы механизмы генерации краевого тока и получены аналитические выражения, справедливые для

произвольной энергетической дисперсии электронов и произвольного рассеивающего потенциала. Построенная теория качественно и количественно описывает экспериментальные данные по краевым фототокам, полученные на образцах двуслойного графена.

10. Показано, что в достаточно сильных магнитных полях, когда циклотронная частота близка к частоте возбуждающего излучения, краевой фототок усиливается резонансным образом. Предсказанный циклотронный резонанс в краевом токе впоследствии наблюдался экспериментально на образцах двуслойного графена в университете г. Регенсбурга.
11. Предсказан и теоретически исследован краевой эффект генерации второй гармоники. Краевой ток на удвоенной частоте имеет компоненты как вдоль края, так и перпендикулярно ему, которые излучают электромагнитные волны на частоте 2ω с различными поляризациями. Показано, что при $\omega\tau > 1$, где τ – время релаксации импульса, пространственное распределение тока содержит осцилляции, вызванные возбуждением краевых плазмонов.
12. Построена кинетическая теория фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в двумерном электронном газе. Эффекты связаны с появлением поперечной проводимости двумерных электронов σ_{xy} под действием циркулярно поляризованного электрического поля накачки. Установлено, что действие циркулярно поляризованного излучения терагерцового диапазона с интенсивностью 1 кВт/см^2 на электроны в графене эквивалентно наличию эффективного («синтетического») магнитного поля величиной $\sim 10 - 100 \text{ мТ}$.

Список публикаций по теме диссертации

- A1. Photogalvanic probing of helical edge channels in two-dimensional HgTe topological insulators / K.-M. Dantscher, D. A. Kozlov, M. T. Scherr, S. Gebert, J. Bärenfänger, M. V. Durnev, S. A. Tarasenko, V. V. Bel'kov, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, Z. D. Kvon, J. Ziegler, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95, issue 20. — P. 201103.
- A2. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Magnetic field effects on edge and bulk states in topological insulators based on HgTe/CdHgTe quantum wells with strong natural interface inversion asymmetry // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93. — P. 075434.
- A3. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Optical properties of helical edge channels in zinc-blende-type topological insulators: selection rules, circular and linear dichroism, circular and linear photocurrents // *Journal of Physics: Condensed Matter.* — 2019. — Vol. 31, no. 3. — P. 035301.
- A4. *Дурнев М., Будкин Г., Тарасенко С.* Расщепление дираковских состояний в квантовых ямах HgTe. Роль кристаллографической ориентации, интерфейсной, объемной и структурной асимметрии // *ЖЭТФ.* — 2022. — Т. 162. — С. 570.
- A5. *Дурнев М.* Влияние электрон-дырочной асимметрии на электронную структуру спиральных краевых состояний в квантовой яме HgTe/HgCdTe // *ФТТ.* — 2020. — Т. 62. — С. 447.
- A6. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* High-frequency nonlinear transport and photogalvanic effects in 2D topological insulators // *Annalen der Physik.* — 2019. — Vol. 531. — P. 1800418.
- A7. Edge currents driven by terahertz radiation in graphene in quantum Hall regime / H. Plank, M. V. Durnev, S. Candussio, J. Pernul, K.-M. Dantscher, E. Mönch, A. Sandner, J. Eroms, D. Weiss, V. V. Bel'kov, S. A. Tarasenko, S. D. Ganichev // *2D Materials.* — 2019. — Vol. 6, no. 1. — P. 011002.

- A8. Edge photocurrent driven by terahertz electric field in bilayer graphene / S. Candussio, M. V. Durnev, S. A. Tarasenko, J. Yin, J. Keil, Y. Yang, S.-K. Son, A. Mishchenko, H. Plank, V. V. Bel'kov, S. Slizovskiy, V. Fal'ko, S. D. Ganichev // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 102, issue 4. — P. 045406.
- A9. *Дурнев М., Глазов М. М.* Экситоны и трионы в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов // Успехи физических наук. — 2018. — Т. 188, № 9. — С. 913–934.
- A10. *Rybkovskiy D. V., Gerber I. C., Durnev M. V.* Atomically inspired $k \cdot p$ approach and valley Zeeman effect in transition metal dichalcogenide monolayers // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95, issue 15. — P. 155406.
- A11. Zeeman splitting and inverted polarization of biexciton emission in monolayer WS₂ / P. Nagler, M. V. Ballottin, A. A. Mitioglu, M. V. Durnev, T. Taniguchi, K. Watanabe, A. Chernikov, C. Schüller, M. M. Glazov, P. C. M. Christianen, T. Korn // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 121, issue 5. — P. 057402.
- A12. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Edge photogalvanic effect caused by optical alignment of carrier momenta in two-dimensional Dirac materials // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103, issue 16. — P. 165411.
- A13. Edge photocurrent in bilayer graphene due to inter-Landau-level transitions / S. Candussio, M. V. Durnev, S. Slizovskiy, T. Jötten, J. Keil, V. V. Bel'kov, J. Yin, Y. Yang, S.-K. Son, A. Mishchenko, V. Fal'ko, S. D. Ganichev // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103, issue 12. — P. 125408.
- A14. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Rectification of ac electric current at the edge of 2D electron gas // Physica status solidi (b). — 2021. — Vol. 258. — P. 2000291.
- A15. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Edge currents induced by ac electric field in two-dimensional Dirac structures // Applied Sciences. — 2023. — Vol. 13, no. 7. — P. 4080.

- A16. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Second harmonic generation at the edge of a two-dimensional electron gas // Phys. Rev. B. — 2022. — Vol. 106, issue 12. — P. 125426.
- A17. *Durnev M. V.* Photovoltaic Hall effect in the two-dimensional electron gas: Kinetic theory // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104, issue 8. — P. 085306.
- A18. *Durnev M. V.* Faraday and Kerr rotation due to photoinduced orbital magnetization in a two-dimensional electron gas // Phys. Rev. B. — 2023. — Vol. 108, issue 12. — P. 125418.

Список цитируемой литературы

- 1. *Wehling T., Black-Schaffer A., Balatsky A.* Dirac materials // Advances in Physics. — 2014. — Vol. 63, no. 1. — P. 1–76.
- 2. The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, A. K. Geim // Rev. Mod. Phys. — 2009. — Vol. 81, issue 1. — P. 109–162.
- 3. *Geim A. K., Grigorieva I. V.* Van der Waals heterostructures // Nature. — 2013. — Vol. 499, no. 7459. — P. 419–425.
- 4. Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells / M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // Science. — 2007. — Vol. 318, no. 5851. — P. 766–770.
- 5. Топологические изоляторы на основе HgTe / З. Д. Квон, Д. А. Козлов, Е. Б. Ольшевский, Г. М. Гусев, Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий // Усп. физ. наук. — 2020. — Т. 190, № 7. — С. 673–692.
- 6. Nonlinear Optical Characterization of 2D Materials / L. Zhou, H. Fu, T. Lv, C. Wang, H. Gao, D. Li, L. Deng, W. Xiong // Nanomaterials. — 2020. — Vol. 10, no. 11. — P. 2263.

7. Photodetectors based on graphene, other two-dimensional materials and hybrid systems / F. H. L. Koppens, T. Mueller, P. Avouris, A. C. Ferrari, M. S. Vitiello, M. Polini // *Nature Nanotechnology*. — 2014. — Vol. 9, no. 10. — P. 780–793.
8. Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells / B. Buttner, C. X. Liu, G. Tkachov, E. G. Novik, C. Brune, H. Buhmann, E. M. Hankiewicz, P. Recher, B. Trauzettel, S. C. Zhang, L. W. Molenkamp // *Nat. Physics*. — 2011. — Vol. 7, no. 5. — P. 418–422.
9. Helical edge and surface states in HgTe quantum wells and bulk insulators / X. Dai, T. L. Hughes, X.-L. Qi, Z. Fang, S.-C. Zhang // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 77, issue 12. — P. 125319.
10. The Quantum Spin Hall Effect: Theory and Experiment / M. König, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, T. Hughes, C.-X. Liu, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // *Journal of the Physical Society of Japan*. — 2008. — Vol. 77, no. 3. — P. 031007.
11. Robust level coincidences in the subband structure of quasi-2D systems / R. Winkler, L. Wang, Y. Lin, C. Chu // *Solid State Communications*. — 2012. — Vol. 152, no. 23. — P. 2096–2099.
12. *Weithofer L., Recher P.* Chiral Majorana edge states in HgTe quantum wells // *New Journal of Physics*. — 2013. — Vol. 15, no. 8. — P. 085008.
13. Split Dirac cones in HgTe/CdTe quantum wells due to symmetry-enforced level anticrossing at interfaces / S. A. Tarasenko, M. V. Durnev, M. O. Nestoklon, E. L. Ivchenko, J.-W. Luo, A. Zunger // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 91, issue 8. — P. 081302.
14. Spin-orbit splitting of valence and conduction bands in HgTe quantum wells near the Dirac point / G. M. Minkov, A. V. Germanenko, O. E. Rut, A. A. Sherstobitov, M. O. Nestoklon, S. A. Dvoretzki, N. N. Mikhailov // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Vol. 93, issue 15. — P. 155304.

15. *Bernevig B. A., Hughes T. L., Zhang S.-C.* Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells // Science. — 2006. — Vol. 314, no. 5806. — P. 1757–1761.
16. *Алейнер И., Ивченко Е. Л.* Природа анизотропного обменного расщепления в сверхрешётках GaAs/AlAs типа II // Письма в ЖЭТФ. — 1992. — Т. 55. — С. 662.
17. Topological Protection Brought to Light by the Time-Reversal Symmetry Breaking / S. U. Piatrusha, E. S. Tikhonov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, V. S. Khrapai // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, issue 5. — P. 056801.
18. Optically Engineering the Topological Properties of a Spin Hall Insulator / B. Dóra, J. Cayssol, F. Simon, R. Moessner // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108, issue 5. — P. 056602.
19. *Artemenko S. N., Kaladzhyan V. O.* Photogalvanic effects in topological insulators // JETP Letters. — 2013. — Vol. 97, no. 2. — P. 82–86.
20. *Kaladzhyan V., Aseev P. P., Artemenko S. N.* Photogalvanic effect in the HgTe/CdTe topological insulator due to edge-bulk optical transitions // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92, issue 15. — P. 155424.
21. *Магарилл Л. И., Энтин М. В.* Циркулярный фотогальванический эффект, вызванный переходами между краевыми и двумерными состояниями двумерного топологического изолятора // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 104. — С. 792.
22. *Hasan M. Z., Kane C. L.* Colloquium: Topological Insulators // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82, issue 4. — P. 3045–3067.
23. 2D materials and van der Waals heterostructures / K. S. Novoselov, A. Mishchenko, A. Carvalho, A. H. Castro Neto // Science. — 2016. — Vol. 353, no. 6298. — aac9439.

24. Colloquium: Excitons in atomically thin transition metal dichalcogenides / G. Wang, A. Chernikov, M. M. Glazov, T. F. Heinz, X. Marie, T. Amand, B. Urbaszek // *Rev. Mod. Phys.* — 2018. — Vol. 90, issue 2. — P. 021001.
25. Exciton diamagnetic shifts and valley Zeeman effects in monolayer WS_2 and MoS_2 to 65 Tesla / A. V. Stier, K. M. McCreary, B. T. Jonker, J. Kono, S. A. Crooker // *Nat Commun.* — 2016. — Vol. 7. — P. 10643.
26. *Mirlin D.* Optical orientation / ed. by F. Meier, B. P. Zakharchenya. — North-Holland, Amsterdam, 1984. — Chap. IV.
27. Меркулов И., Перель В., Портной М. Выстраивание импульсов и ориентация спинов фотовозбужденных электронов в квантовых ямах // *ЖЭТФ*. — 1991. — Т. 99, № 4. — С. 1202.
28. Магарилл Л. И., Энтин М. В. Фотогальванический эффект в пленках // *ФТТ*. — 1979. — Т. 21, № 5. — С. 1280.
29. Поверхностный фотогальванический эффект в твердых телах. Теория и эксперимент для межзонных переходов в арсениде галлия / В. Л. Альперович, В. И. Белиничер, В. Н. Новиков, А. С. Терехов // *ЖЭТФ*. — 1981. — Т. 80, № 6. — С. 2298—2311.
30. *Gurevich V. L., Laiho R.* Photomagnetism of metals: Microscopic theory of the photoinduced surface current // *Phys. Rev. B*. — 1993. — Vol. 48, issue 11. — P. 8307–8316.
31. Ultrafast magneto-photocurrents in GaAs: Separation of surface and bulk contributions / C. B. Schmidt, S. Priyadarshi, S. A. Tarasenko, M. Bieler // *Applied Physics Letters*. — 2015. — Vol. 106, no. 14. — P. 142108.
32. Interplay of the photon drag and the surface photogalvanic effects in the metal-semiconductor nanocomposite / G. M. Mikhееv, A. S. Saushin, V. M. Styapshin, Y. P. Svirko // *Scientific Reports*. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 8644.

33. Edge Nonlinear Optics on a MoS₂ Atomic Monolayer / X. Yin, Z. Ye, D. A. Chenet, Y. Ye, K. O'Brien, J. C. Hone, X. Zhang // Science. — 2014. — Vol. 344, no. 6183. — P. 488–490.
34. Edge effects in second-harmonic generation in nanoscale layers of transition-metal dichalcogenides / E. D. Mishina, N. E. Sherstyuk, A. P. Shestakova, S. D. Lavrov, S. V. Semin, A. S. Sigov, A. Mitiglu, S. Anghel, L. Kulyuk // Semiconductors. — 2015. — Vol. 49, no. 6. — P. 791–796.
35. *Jha S. S.* Theory of Optical Harmonic Generation at a Metal Surface // Phys. Rev. — 1965. — Vol. 140, 6A. — A2020–A2030.
36. Optical Second-Harmonic Generation in Reflection from Media with Inversion Symmetry / N. Bloembergen, R. K. Chang, S. S. Jha, C. H. Lee // Phys. Rev. — 1968. — Vol. 174, issue 3. — P. 813–822.
37. *Rudnick J., Stern E. A.* Second-Harmonic Radiation from Metal Surfaces // Phys. Rev. B. — 1971. — Vol. 4, issue 12. — P. 4274–4290.
38. Analysis of second-harmonic generation at metal surfaces / J. E. Sipe, V. C. Y. So, M. Fukui, G. I. Stegeman // Phys. Rev. B. — 1980. — Vol. 21, issue 10. — P. 4389–4402.
39. Surface and bulk contributions to the second-order nonlinear optical response of a gold film / F. X. Wang, F. J. Rodriguez, W. M. Albers, R. Ahorinta, J. E. Sipe, M. Kauranen // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80, issue 23. — P. 233402.
40. Second harmonic generation hotspot on a centrosymmetric smooth silver surface / M. Galanty, O. Shavit, A. Weissman, H. Aharon, D. Gachet, E. Segal, A. Salomon // Light: Science and Applications. — 2018. — Vol. 7, no. 1. — P. 49.
41. *Волков В. А., Михайлов С. А.* Краевые магнетоплазмоны: низкочастотные слабозатухающие возбуждения в неоднородных двумерных электронных системах // ЖЭТФ. — 1988. — Т. 94. — С. 217.

42. *Mikhailov S. A., Savostianova N. A.* Microwave response of a two-dimensional electron stripe // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 71, issue 3. — P. 035320.
43. *Oka T., Aoki H.* Photovoltaic Hall effect in graphene // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79, issue 8. — P. 081406.
44. *Глазов М. М.* Когерентная спиновая динамика электронов и экситонов в наноструктурах // ФТТ. — 2012. — Т. 54. — С. 3.
45. Strong transient magnetic fields induced by THz-driven plasmons in graphene disks / J. W. Han, P. Sai, D. B. But, E. Uykur, S. Winnerl, G. Kumar, M. L. Chin, R. L. Myers-Ward, M. T. Dejarld, K. M. Daniels, T. E. Murphy, W. Knap, M. Mittendorff // Nature Communications. — 2023. — Vol. 14, no. 1. — P. 7493.