

На правах рукописи

Краав Кирилл Юрьевич

Свойства релятивистских  $\gamma$ -мод и влияние  
диффузии на динамику нейтронных звезд

Специальность:

1.3.1 – Физика космоса, астрономия

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук.

- Научный руководитель: Гусаков Михаил Евгеньевич  
доктор физико-математических наук  
профессор РАН  
ведущий научный сотрудник  
ФТИ им. А.Ф. Иоффе
- Официальные оппоненты: Иванов Павел Борисович  
доктор физико-математических наук  
главный научный сотрудник  
Астрокосмического центра ФИАН им. П.Н. Лебедева
- Коломейцев Евгений Эдуардович  
кандидат ф.-м. наук (PhD TU Dresden)  
ведущий научный сотрудник  
Объединённого института ядерных исследований
- Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский государственный университет

Защита состоится 03.06.2026 г. в 11 часов на заседании диссертационного совета ФТИ 34.01.04.25 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФТИ им. А. Ф. Иоффе и на веб-сайте ФТИ [www.ioffe.ru](http://www.ioffe.ru).

Автореферат разослан ... .. года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к. ф.-м. н.

П.С. Штернин

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы диссертации

Нейтронные звезды (НЗ) представляют собой компактные астрофизические объекты с массой порядка массы Солнца и радиусом порядка 12 км [1–3]. Плотность вещества в их внутренних слоях может достигать  $10^{14}$ – $10^{15}$  г/см<sup>3</sup>, тогда как температура существенно ниже температуры вырождения  $T_F \sim 10^{12}$ – $10^{13}$  К. Такую «холодную» сверхплотную материю в настоящее время невозможно воспроизвести в земных лабораториях, а ее теоретическое исследование затруднено отсутствием точных методов описания сильных ядерных многочастичных взаимодействий. В этих условиях наблюдения НЗ являются уникальным источником информации о физических свойствах сверхплотного вещества. Ограничения на свойства такого вещества могут быть получены, в частности, путем сопоставления наблюдаемых характеристик звездных колебаний с предсказаниями теоретических моделей [4–10]. Применение такого подхода требует детального понимания физики колебаний: их типов, механизмов затухания, а также их эволюции под действием излучения гравитационных волн. Исследованию этих актуальных вопросов и посвящена данная работа. Существенная часть работы сосредоточена на изучении  $r$ -мод — квазитороидальных колебаний вращающихся звезд, для которых основной возвращающей силой служит сила Кориолиса [11, 12]. Вследствие неустойчивости, обусловленной излучением гравитационных волн [13, 14], эти колебания представляют значительный интерес с точки зрения наблюдений [10, 15, 16]. В диссертации представлен оригинальный метод, позволяющий исследовать влияние эффектов общей теории относительности (ОТО) на физические свойства  $r$ -мод в НЗ. Долгое время этот вопрос оставался недостаточно изученным из-за отсутствия надежного подхода к описанию релятивистских  $r$ -мод. Кроме того, в работе выявлена важная роль диффузии частиц в подавлении колебаний НЗ. Полученные результаты указывают на необходимость пересмотреть ряд устоявшихся представлений о физике колебаний НЗ, прежде всего о свойствах  $r$ -мод.

## Цели и задачи работы

В работе представлены результаты двух взаимосвязанных направлений исследований. Цель первого направления — изучить роль диффузии частиц в подавлении колебаний НЗ и сравнить подавление диффузией с подавлением сдвиговой и объемной вязкостью — диссипативными механизмами, которые наиболее часто рассматриваются в литературе. Основным интересом представляет сравнение диффузии со сдвиговой вязкостью, которая обеспечивает доминирующий вклад в диссипацию энергии колебаний при температурах  $T \lesssim 10^8$  К [17–19]. Цель второго направления — изучить влияние релятивистских эффектов на свойства  $r$ -мод, в том числе на их гравитационно-волновую неустойчивость и подавление сдвиговой вязкостью, объемной вязкостью и диффузией. В частности, ставится цель исследовать возможность подавления  $r$ -мод в звездах с параметрами, типичными для НЗ в маломассивных рентгеновских двойных (LMXB) системах. Для достижения этих целей были поставлены следующие задачи:

1. Рассчитать и сравнить между собой времена подавления диффузией и сдвиговой вязкостью для звуковых волн, а также  $f$ -мод,  $p$ -мод и  $g$ -мод в невращающихся НЗ. Оценить влияние эффектов нуклонного спаривания на эффективность подавления диффузией.
2. Разработать подход к описанию релятивистских  $r$ -мод, рассчитать их спектр и собственные функции (с.ф.), сравнить результаты с предсказаниями ньютоновской теории.
3. Для релятивистских и ньютоновских  $r$ -мод рассчитать времена гравитационно-волновой раскачки и подавления сдвиговой вязкостью, объемной вязкостью (нуклонной и гиперонной) и диффузией.
4. Рассчитать «окна неустойчивости»  $r$ -мод (диапазон угловых скоростей вращения и температур НЗ, при которых гравитационно-волновая неустойчивость эффективнее диссипативных механизмов [11, 20–26]) в НЗ с нуклонными и гиперонными ядрами. Оценить влияние эффектов нуклонного спаривания и релятивистских эффектов на окна неустойчивости и возможность подавления  $r$ -мод в звездах в LMXB системах.

## Научная новизна

Большинство результатов, представленных в работе, были получены впервые. В частности:

1. Впервые рассчитаны диффузионные времена подавления звуковых волн,  $f$ -мод,  $p$ -мод и  $g$ -мод в НЗ с нуклонным составом вещества. Показано, что диссипация за счет диффузии значительно усиливается протонной сверхпроводимостью, из-за чего в сверхпроводящих не слишком горячих НЗ ( $T \lesssim 10^8$  К) с нуклонным составом именно диффузия оказывается ведущим диссипативным механизмом для звука,  $p$ -мод и  $g$ -мод.
2. Предложен подход к разрешению «проблемы непрерывного спектра» – качественных противоречий, возникающих при использовании разных подходов к релятивистскому моделированию  $r$ -мод. В рамках этого подхода получены приближенные уравнения, описывающие релятивистское обобщение ньютоновских  $r$ -мод. С их помощью впервые рассчитаны спектр и с.ф. релятивистских  $r$ -мод.
3. Показано, что релятивистский эффект увлечения инерциальных систем отсчета (и.с.о.) существенно модифицирует спектр  $r$ -мод и геометрию соответствующих потоков вещества, а при уменьшении угловой скорости вращения звезды приводит к локализации  $r$ -мод во внешних слоях звезды. Установлено, что эти особенности релятивистских  $r$ -мод связаны с тем, что увлечение и.с.о. приводит к неаналитической зависимости их с.ф. и спектра от угловой скорости вращения звезды. Получены не имеющие ньютоновских аналогов формулы для спектра и с.ф. неаналитических  $r$ -мод в пределе медленного вращения.

4. Впервые получены формулы для расчета энергии релятивистских  $r$ -мод и темпов ее изменения за счет излучения гравитационных волн и диссипации, обусловленной сдвиговой вязкостью, объемной вязкостью и диффузией. Показано, что особенности  $r$ -мод в ОТО модифицируют зависимость данных величин от угловой скорости вращения звезды. Установлен явный вид этой зависимости в пределе медленного вращения звезды.
5. Впервые для релятивистских  $r$ -мод в НЗ с нуклонным составом рассчитаны времена гравитационно-волновой раскочки и времена подавления сдвиговой вязкостью, объемной вязкостью и диффузией. Показано, что особенности с.ф. релятивистских  $r$ -мод приводят к значительному усилению их подавления диффузией и объемной вязкостью. Показано, что для релятивистских  $r$ -мод в сверхпроводящих не слишком горячих НЗ ( $T \lesssim 10^8$  К) с нуклонным составом диффузия частиц оказывается ведущим диссипативным механизмом.
6. Впервые рассчитаны окна неустойчивости релятивистских  $r$ -мод в НЗ с нуклонным составом. Рассмотрена роль диффузии как возможного разрешения «LMXB парадокса» [20]: звезды в LMXB системах показывают стабильное вращение на тех частотах, при которых простейшие модели предсказывают неустойчивость  $r$ -мод и стремительное замедление вращения из-за обусловленного  $r$ -модами излучения гравитационных волн. Показано, что диссипация за счет диффузии недостаточно велика, чтобы подавить  $r$ -моды и тем самым объяснить наблюдаемые параметры НЗ в LMXB системах.
7. Впервые рассчитаны окна неустойчивости релятивистских  $r$ -мод в НЗ с гиперонным составом. Обнаружено, что комбинированное влияние особенностей с.ф. релятивистских  $r$ -мод и усиления коэффициента объемной вязкости в гиперонном веществе приводят к сильному подавлению  $r$ -мод объемной вязкостью. Показано, что даже с учетом эффектов нуклонного спаривания гиперонная объемная вязкость способна обеспечить диссипацию, достаточную для подавления  $r$ -мод в LMXB системах.

### Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов обеспечивается использованием апробированных методов аналитического и численного моделирования, а также физически обоснованных предположений, границы применимости которых строго оговорены. В доступных предельных случаях полученные результаты сопоставлялись и показали согласие с ранее опубликованными аналитическими и численными расчетами.

### Научная и практическая значимость работы

В работе предложены решения ряда актуальных проблем физики колебаний НЗ. Детально исследована природа проблемы непрерывного спектра, которая с 1997 года затрудняла изучение физических свойств релятивистских  $r$ -мод и делала его практически невозможным. Оригинальный подход к анализу уравнений колебаний, разработанный в диссертации, позволил выявить

ряд специфических свойств релятивистских  $r$ -мод, в частности их усиленное подавление объемной вязкостью. Этот механизм подавления в совокупности с повышенным за счет гиперонов коэффициентом объемной вязкости позволяет при консервативных предположениях о свойствах звездного вещества разрешить еще одну проблему – объяснить наблюдаемые параметры НЗ в LMXB системах. Кроме того, в работе показано, что диссипация за счет диффузии частиц, ранее не рассматривавшаяся в контексте подавления звездных колебаний, существенно усиливается протонной сверхпроводимостью и для ряда колебаний становится ведущим диссипативным механизмом при не слишком высоких температурах. Таким образом, многие результаты, представленные в диссертации, являются неожиданными и обращают внимание на новые аспекты физики колебаний НЗ, которые необходимо учитывать как в теоретическом моделировании, так и при достоверной интерпретации наблюдений.

### Положения, выносимые на защиту

1. Усиление диффузии частиц протонной сверхпроводимостью приводит к определяющей роли диффузии в подавлении звуковых волн,  $p$ -мод,  $g$ -мод и  $r$ -мод в сверхпроводящих нейтронных звездах с нуклонным составом вещества при температурах  $T^\infty \lesssim 10^8$  К.
2. Эффект увлечения инерциальных систем отсчета существенно влияет на собственные функции  $r$ -мод, изменяет геометрию соответствующих потоков вещества и приводит к неаналитической зависимости  $r$ -мод от угловой скорости вращения звезды  $\Omega$ . Спектр и собственные функции релятивистских  $r$ -мод в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  и слабого увлечения инерциальных систем отсчета описываются явными выражениями, не имеющими ньютоновских аналогов.
3. Неаналитичность релятивистских  $r$ -мод и связанная с ней нестандартная геометрия потоков вещества приводят к более сильному, чем в ньютоновском случае, подавлению  $r$ -мод диффузией и объемной вязкостью.
4. Гиперонная объемная вязкость способна подавить релятивистские  $r$ -моды в нейтронных звездах с параметрами, характерными для звезд в LMXB системах.

### Апробация работы

Результаты работы были представлены на астрофизических семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе (Санкт-Петербург; 2020, 2021, 2023 и 2024) и института Вейцмана (Rehovot; 2024), а также на международных и российских конференциях: «The Modern Physics of Compact Stars and Relativistic Gravity» (Yerevan; 2021 и 2025), «Infinite and Finite Nuclear Matter» (Дубна; 2023 и 2025), «Физика нейтронных звезд» (Санкт-Петербург; 2023), «High Energy Astrophysics» (Москва; 2022), «Всероссийская астрономическая конференция» (Москва; 2021), «ФизикА.СПб» (Санкт-Петербург; 2020, 2021 и 2024). Опубликовано 6 статей в рецензируемых изданиях, входящих в международную базу цитирований Web of Science, пять из которых входят в первый и второй уровень Белого списка Российского центра научной информации.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения, содержит 249 страниц, включая 24 рисунка, 2 таблицы и список литературы, насчитывающий 201 наименование.

## Содержание работы

Во **введении** сформулированы цели и задачи исследований, обоснована их актуальность и достоверность, раскрыта их научная значимость и новизна, а также приведены положения, выносимые на защиту.

**Глава 1** является вводной и посвящена методам изучения колебаний НЗ с учетом диссипативных энергопотерь и излучения гравитационных волн. Механизмы диссипации – диффузия ( $\mathcal{D}$ ), сдвиговая вязкость ( $\eta$ ) и объемная вязкость ( $\zeta$ ) – описываются с помощью релятивистской диссипативной гидродинамики многокомпонентных смесей [27, 28]. Влияние излучения гравитационных волн (GW) описывается в рамках мультипольного подхода [29]. Вещество НЗ считается состоящим из нейтронов ( $n$ ), протонов ( $p$ ), электронов ( $e$ ) и мюонов ( $\mu$ ), а также, возможно, из  $\Lambda$ - и  $\Xi^-$ -гиперонов.

В *разделе 1.1* сформулирована модель для изучения гидродинамических колебаний НЗ. Звездное вещество описывается как жидкая квазинейтральная вырожденная смесь различных частиц. Модель не требует конкретизировать химический состав вещества и может применяться к звездам как с *нуклонным* (*нр $\mu$* ), так и с *гиперонным* (*нр $\mu\Lambda\Xi^-$* ) ядром.

В *разделе 1.2* обсуждается упрощенное моделирование колебаний, не учитывающее диссипативные энергопотери и излучение гравитационных волн. Рассмотрение опирается на уравнения релятивистской бездиссипативной гидродинамики – уравнение Эйлера, законы сохранения частиц, термодинамические соотношения и уравнение состояния вещества. Для описания колебаний эти уравнения линеаризуются по амплитуде малых отклонений звезды от равновесия – гидростатического, химического и теплового. Затем с помощью формализма векторов Киллинга рассматривается закон сохранения энергии и выводится релятивистское выражение для энергии колебаний.

В *разделе 1.3* обсуждается влияние химических реакций, диссипативных эффектов и излучения гравитационных волн на динамику колебаний. Реакции модифицируют адиабатический индекс  $\gamma$ , характеризующий сжимаемость вещества, и приводят к энергопотерям, описываемым объемной вязкостью  $\zeta$ . Эти эффекты обсуждаются на примере реакций в нуклонном и гиперонном веществе. Диссипация и излучение гравитационных волн изменяют энергию колебаний  $E$  со скоростями  $\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}$  и проявляются на временах  $\tau_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}} = 2E/|\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}|$ . Выражение для темпа гравитационно-волнового изменения энергии  $\dot{E}_{\text{GW}}$  заимствуется из работы [29]. Энергопотери  $\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D}}$  определяются интегрированием по объему звезды скорости локального тепловыделения, вызванного диссипативными механизмами. Эта скорость выражается через скорость производства энтропии [30]; соответствующее выражение берется из работы [27]. В задачах, решаемых в диссертации, диссипация и излучение гравитационных волн слабо влияют на колебания, что позволяет рассчитывать  $\tau_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}$  по решениям упрощенных уравнений из раздела 1.2.

В разделе 1.4 кратко обсуждается, как сверхтекучесть нейтронов и сверхпроводимость протонов отражаются на колебаниях НЗ, описываемых уравнениями из разделов 1.2-1.3. Влияние этих эффектов оценивается по соответствующим изменениям коэффициентов диффузии, сдвиговой вязкости и объемной вязкости. Рассмотрение основано на работах [31–35]. В разделе 1.5 приведены уравнения колебаний в ньютоновском пределе.

**Глава 2** посвящена исследованию диффузии как механизма подавления колебаний НЗ с нуклонным ядром. Поскольку протоны переходят в сверхпроводящее состояние при существенно более высоких температурах  $T_{cp}$ , чем нейтроны – в сверхтекучее [36], последние для простоты рассматриваются как нормальные. Протонам же позволяет быть либо нормальными (нормальное вещество), либо сильно сверхпроводящими (сверхпроводящее вещество;  $T \ll T_{cp}$ ). Расчеты используют уравнение состояния BSk24 [37]. Коэффициенты сдвиговой вязкости и диффузии заимствуются из работ [31] и [27].

Раздел 2.1 содержит краткое введение. В разделе 2.2 рассмотрены диффузионные энергопотери в простейшем случае – в однородном *пре*-веществе. Эти энергопотери представляют собой работу сил трения при движении различных сортов частиц друг относительно друга [38]. В нормальном веществе такое движение подавлено: электроны сцеплены с нейтронами и протонами электромагнитным взаимодействием, а протоны с нейтронами – сильным взаимодействием. В сверхпроводящем веществе процессы рассеяния на протонах подавляются, что позволяет нейтронам двигаться относительно электронов. Согласно полученным выражениям для  $\dot{E}_{\mathcal{D}}$ , подавление рассеяния на протонах и связанное с ним изменение скоростей относительного движения частиц в *пре*-веществе приводят к увеличению  $\dot{E}_{\mathcal{D}}$  примерно в  $J_{np}/J_{ne} \sim 10^5$  раз, где  $J_{np}$  и  $J_{ne}$  – темпы переноса импульса в нейтрон-протонных и нейтрон-электронных столкновениях. Аналогичный механизм усиления  $\dot{E}_{\mathcal{D}}$  имеет место также и для более сложного вещества с *прем*-составом.

В разделе 2.3 исследуется роль диффузии в подавлении колебаний НЗ. Рассчитаны времена подавления  $\tau_{\eta, \mathcal{D}}$  для звуковых волн, а также для *f*-, *p*- и *g*-мод в звезде с массой  $M = 1.4 M_{\odot}$ . Результаты расчетов показаны на рис.1. Слева построено полученное для звуковых волн отношение  $\tau_{\mathcal{D}}/\tau_{\eta}$  как функция концентрации барионов  $n_b$ . Сплошная кривая построена для сверхпроводящего вещества и не зависит от температуры, а штриховые линии построены для нормального вещества при  $T = 10^7$  К и  $T = 10^8$  К. Справа на рис.1 в порядке возрастания частот  $\sigma$  показаны времена  $\tau_{\eta}$  (красные точки) и  $\tau_{\mathcal{D}}$  (черные точки) для *f*-, *p*- и *g*-мод в сверхпроводящей НЗ (то есть со сверхпроводящими протонами) с красносмещенной температурой  $T^{\infty} = 10^8$  К. Эта температура постоянна в тепловом равновесии [39] и связана с локальной температурой вещества равенством  $T^{\infty} = T(r)e^{\nu(r)}$ , где множитель  $e^{\nu(r)}$  описывает гравитационное красное смещение. В сверхпроводящем веществе  $\tau_{\eta}$  и  $\tau_{\mathcal{D}}$  одинаково зависят от температуры, а потому правая панель рис.1, построенная для  $T^{\infty} = 10^8$  К, отражает относительную эффективность данных механизмов также и при других температурах. Таким образом, из рис.1 видно, что для звуковых волн, *p*-мод и *g*-мод в сверхпроводящем веществе  $\tau_{\eta} \gg \tau_{\mathcal{D}}$ , то есть диффузия оказывается основным диссипативным механизмом. В разделе 2.4 подведены итоги проведенных расчетов. Результаты исследования опубликованы в работах [A1, A2].

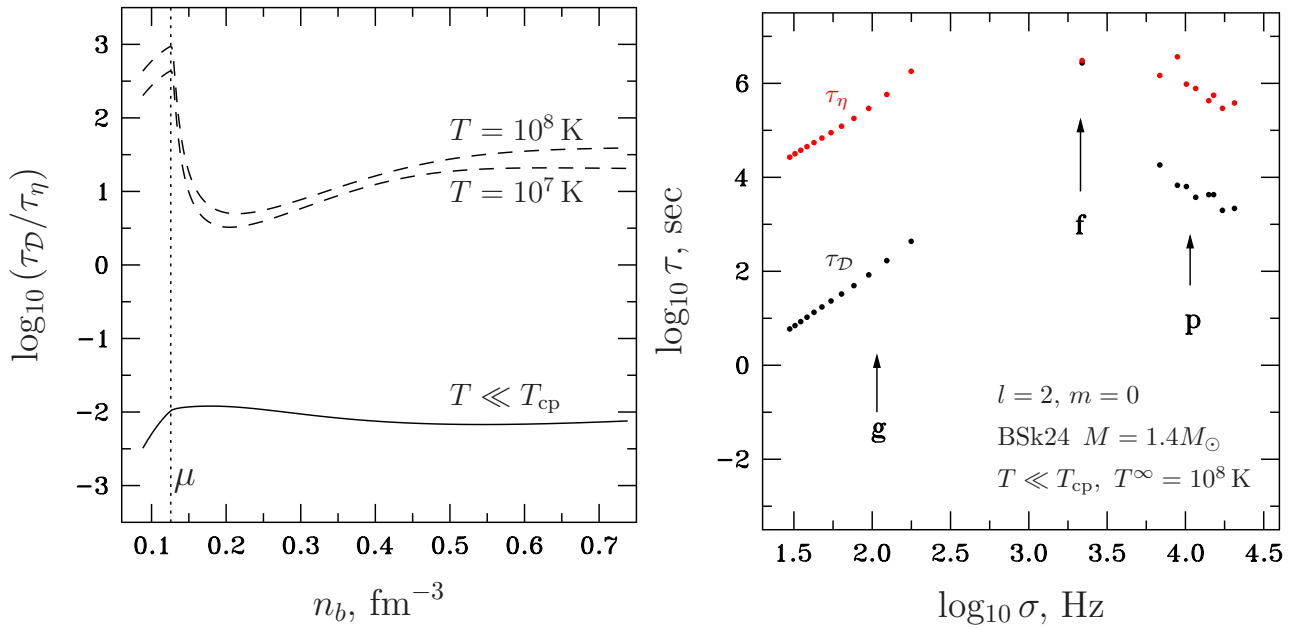


Рис. 1: Слева: отношение  $\tau_{\mathcal{D}}/\tau_{\eta}$  как функция барионной концентрации  $n_b$  для звуковых волн в *прем*-веществе. Сплошная линия соответствует случаю сверхпроводящих протонов и не зависит от температуры, а штриховые линии – случаю нормальных протонов при  $T = 10^7$  и  $10^8$  К. Справа: времена подавления диффузией и сдвиговой вязкостью для  $f$ -,  $p$ - и  $g$ -мод в сверхпроводящей звезде с температурой  $T^{\infty} = 10^8$  К. По оси абсцисс отложены собственные частоты данных колебаний  $\sigma$ .

**Глава 3** посвящена исследованию  $r$ -мод – квазитороидальных колебаний вращающихся звезд, управляемых преимущественно силой Кориолиса. Ньютоновская теория  $r$ -мод хорошо разработана и опирается на теорию возмущений по параметру  $\Omega/\Omega_K$  [11, 12] (далее – просто *теория возмущений*), где  $\Omega$  – угловая скорость вращения звезды, а  $\Omega_K = \sqrt{GM/R^3}$  – характерная кеплеровская частота. В ОТО, однако, результаты аналогичного описания  $r$ -мод вступают в противоречие с численными расчетами [40, 41], выполненными за рамками теории возмущений. А именно, теория возмущений предсказывает существование непрерывной компоненты в спектре  $r$ -мод [42], которая, однако, не обнаруживается в расчетах [40, 41]. Возникновение непрерывного спектра при использовании теории возмущений связано с релятивистским эффектом увлечения и.с.о.: с точки зрения удаленного инерциального наблюдателя, массивное вращающееся тело увлекает локальные и.с.о. в точке  $r$  с угловой скоростью  $\Omega\omega(r)$ . В главе подробно обсуждается происхождение этой «проблемы непрерывного спектра» и предлагается возможное решение, приводящее к дискретному спектру релятивистских  $r$ -мод.

*Раздел 3.1* является вводным. В *разделе 3.2* на основе [12] рассмотрено применение теории возмущений к изучению ньютоновских  $r$ -мод. Их частота  $\sigma$  и лагранжево смещение  $\xi$  определяются приближенными формулами

$$\sigma = \Omega[\sigma^{(0)} + \sigma^{(1)}], \quad \xi = \xi^{(0)} + \xi^{(1)}, \quad \xi^{(0)} = [r \times \nabla]T, \quad (1)$$

где  $\xi^{(0)}$  описывает чисто тороидальное движение,  $T$  – тороидальная функция, а величины  $f^{(1)} \propto (\Omega/\Omega_K)^2$  представляют собой малые поправки к  $f^{(0)}$  (здесь и далее  $f$  – любая из разлагаемых величин). После подстановки разложений (1), уравнения колебаний рассматриваются в разных порядках по  $\Omega/\Omega_K$ . В

ведущем порядке воспроизводятся стандартные формулы для  $\sigma^{(0)}$  и угловой зависимости тороидальной функции  $T$ :

$$\sigma^{(0)} = \frac{2m}{l(l+1)} - m, \quad T(t, r, \theta, \varphi) = (-i)T_{lm}^{(0)}(r)P_l^m(\cos \theta)e^{i\sigma t + im\varphi}, \quad (2)$$

где  $P_l^m$  – присоединенные полиномы Лежандра. Уравнения следующего порядка позволяют определить  $\sigma^{(1)}$  и  $T_{lm}^{(0)}(r)$ . Вместе с условиями нулевого давления на поверхности звезды и регулярности решения в ее центре эти уравнения сводятся к задаче об определении собственных чисел  $\sigma^{(1)}$ . Решения этой задачи классифицируются по числу узлов функции  $T_{lm}^{(0)}(r)$ .

В разделе 3.3 развит подход для определения спектра и с.ф. релятивистских  $r$ -мод. Сначала воспроизводится проблема непрерывного спектра и обсуждаются работы, посвященные попыткам ее разрешения. Чтобы установить происхождение этой проблемы, уравнения колебаний анализируются с помощью оригинального метода, не опирающегося на теорию возмущений. Для простоты эффект увлечения и.с.о. считается слабым:  $\omega(r) = \epsilon \tilde{\omega}(r)$ , где  $\epsilon = \max \omega(r) \ll 1$ . Тогда уравнения колебаний с  $\sigma \propto \Omega$  содержат два малых параметра:  $(\Omega/\Omega_K)^2$  и  $\epsilon$ . Их решение ищется в виде (1), причем конкретный вид зависимости величин  $f^{(0)}$  и  $f^{(1)} \ll f^{(0)}$  от  $\Omega$  и  $\epsilon$  не задается. Малость  $f^{(1)}$  считается обусловленной медленным вращением и/или слабым увлечением и.с.о. Сначала решение в виде (1) подставляется в уравнения колебаний и рассматривается предел  $\Omega \rightarrow 0$  и  $\epsilon \rightarrow 0$  при  $(\Omega/\Omega_K)^2/\epsilon \rightarrow 0$  (то есть увлечение и.с.о. учитывается при произвольно малых  $\Omega$ ). В результате воспроизводятся стандартные формулы (2). Затем выражения (1)-(2) подставляются в уравнения колебаний и результат упрощается с помощью следующего «правила отбора»: если в уравнении есть вклад  $f$ , то слагаемые  $(\Omega/\Omega_K)^2 f$  и  $\epsilon f$  в этом уравнении отбрасываются. Получающиеся уравнения представляют собой релятивистское обобщение уравнений ньютоновских  $r$ -мод.

В разделе 3.4 проведены расчеты спектра и собственных функций ньютоновских и релятивистских  $l = m = 2$   $r$ -мод для BSk24-модели НЗ с массой  $1.4 M_\odot$ . Расчеты не выявили признаков непрерывного спектра и показали, что при уменьшении  $\Omega$  увлечение и.с.о. приводит к локализации  $r$ -мод во внешних слоях звезды. Этот эффект проиллюстрирован на рис.2, где построены функции  $T_m^{(0)} \equiv T_{mm}^{(0)}$  для ньютоновских (Newt) и релятивистских  $r$ -мод с учетом (GR) и без учета увлечения и.с.о. (GRNO $\omega$ ). Столбцы соответствуют разным угловым скоростям вращения, измеренным в единицах  $\Omega_K$ . В разных рядах показаны решения с различным числом узлов функции  $T_m^{(0)}$ . Чтобы объяснить локализацию  $r$ -мод, проведен анализ описывающих их уравнений и получены аналитические выражения для  $\sigma^{(1)}$  и  $T_m^{(0)}$  в пределе  $\Omega \rightarrow 0$ . Установлено, что локализация обусловлена неаналитической зависимостью  $T_m^{(0)}(r) \simeq e^{(\Omega_K/\Omega)\sqrt{\epsilon}f(r)}$  от  $\Omega$ , возникающей из-за увлечения и.с.о. Также показано, что в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  спектр релятивистских  $l = m$   $r$ -мод в полностью небаротропной НЗ описывается формулой

$$\sigma_n(\Omega) = \frac{2\Omega}{m+1} \left[ 1 - \omega(R) \left\{ 1 - \frac{\omega'(R)}{\omega(R)} \left[ \frac{3}{2} \frac{\pi\Omega}{\alpha\sqrt{\epsilon}} \left( n + \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3} \right\} \right] - m\Omega. \quad (3)$$

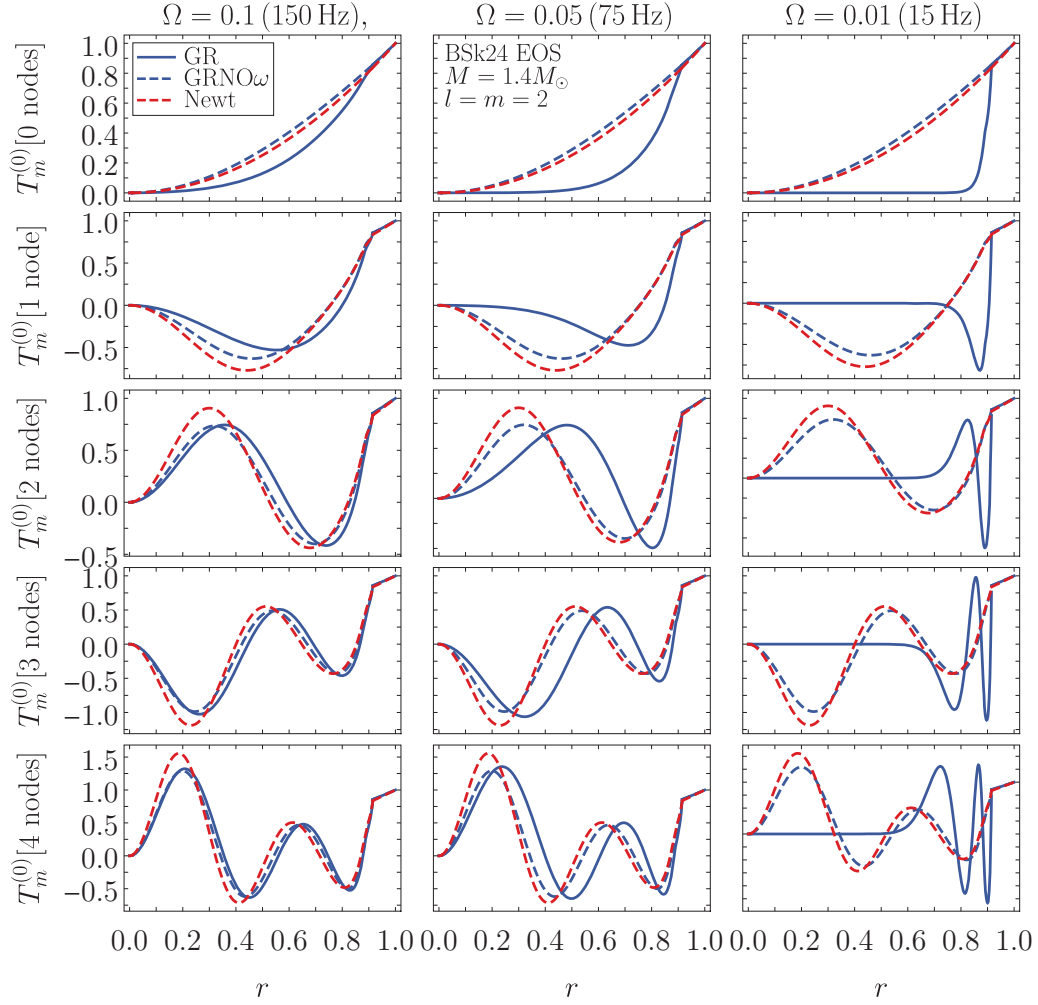


Рис. 2: Собственные функции ньютоновских (Newt) и релятивистских  $l = m = 2$   $r$ -мод с учетом (GR) и без учета увлечения и.с.о. (GRNO $\omega$ ). Скорость вращения  $\Omega$  измеряется в единицах  $\Omega_K$ , а координата  $r$  – в единицах радиуса  $R$ .

В этой формуле  $n$  – число узлов функции  $T_m^{(0)}$ , а  $\alpha$  – числовой коэффициент, определяемый звездной моделью. *Раздел 3.5* подводит итоги проведенных вычислений и обсуждает применимость используемых приближений. Результаты исследования опубликованы в работах [A3, A4].

В *главе 4* рассмотрено влияние обнаруженных в главе 3 особенностей релятивистских  $r$ -мод на их гравитационно-волновую раскачку и подавление диссипативными механизмами. Эффективность данных процессов характеризуется эволюционными временами  $\tau_{\eta, \zeta, \mathcal{D}, \text{GW}}$ . Соответствующие темпы изменения энергии  $\dot{E}_{\eta, \zeta, \mathcal{D}, \text{GW}}(\Omega, T^\infty)$  зависят от угловой скорости вращения  $\Omega$  и красносмещенной температуры звезды  $T^\infty$ . Сравнивая гравитационно-волновую раскачку и диссипативные энергопотери, можно определить окна неустойчивости  $r$ -мод – сочетания параметров  $(\Omega, T^\infty)$ , при которых раскачка эффективнее диссипативных механизмов. Граница окна неустойчивости соответствует таким значениям  $(\Omega, T^\infty)$ , при которых выполнено равенство  $\dot{E}_{\text{GW}}(\Omega, T^\infty) + \dot{E}_{\text{diss}}(\Omega, T^\infty) = 0$ , где  $\dot{E}_{\text{diss}} = \dot{E}_\eta + \dot{E}_\zeta + \dot{E}_\mathcal{D}$  – суммарные диссипативные энергопотери. В главе моделируются окна неустойчивости в звездах с нуклонным и гиперонным ядрами. Анализ проведен для наиболее неустойчивой (безузловой  $l = m = 2$ )  $r$ -моды.

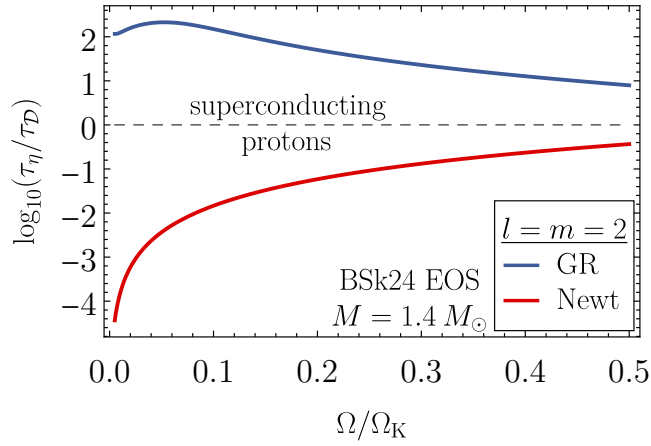


Рис. 3: Отношение времен  $\tau_\eta/\tau_D$  для ньютоновских (Newt) и релятивистских (GR)  $r$ -мод в звезде со сверхпроводящими протонами как функция  $\Omega/\Omega_K$ .

Раздел 4.1 содержит краткое введение. В разделе 4.2 получены выражения для расчета энергии  $r$ -мод  $E$  и темпов ее изменения  $\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}(\Omega, T^\infty)$  по функции  $T_m^{(0)}$ . Далее исследовано влияние неаналитичности релятивистских  $r$ -мод на зависимость этих величин от  $\Omega$  в пределе  $\Omega \rightarrow 0$ . Неаналитичность приводит к локализации  $r$ -мод, из-за которой вклад в  $\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}$  определяется не всем объемом звезды, а лишь узкой областью вблизи ее поверхности. Этот эффект стремится уменьшить (по модулю) темпы изменения энергии. В то же время в области локализации  $r$ -моды обладают большими градиентами  $T_m^{(0)'}(r)$ , которые входят в выражения для  $\dot{E}_{\eta,\zeta,\mathcal{D}}$ . Аналитические расчеты показали, что в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  эти эффекты приводят к увеличению  $\tau_{\text{GW}}$  и уменьшению  $\tau_{\eta,\zeta,\mathcal{D}}$  по сравнению с предсказаниями ньютоновской теории.

В разделе 4.3 определены времена  $\tau_{\eta,\zeta,\mathcal{D},\text{GW}}$  и окна неустойчивости  $r$ -мод для BSk24-модели НЗ массой  $1.4 M_\odot$  (с нуклонным ядром). Коэффициенты сдвиговой вязкости и диффузии, как и в главе 2, заимствовались из работ [31] и [27], а коэффициент объемной вязкости – из работ [33, 34]. Установлено, что в ОТО при  $\Omega \lesssim 0.1 \Omega_K$  неаналитичность сильно замедляет гравитационно-волновую раскачку и ускоряет подавление  $r$ -мод всеми рассматриваемыми диссипативными механизмами. При  $\Omega \gtrsim 0.1 \Omega_K$  времена  $\tau_{\text{GW}}$  и  $\tau_\eta$  для  $r$ -мод в ОТО становятся сопоставимыми с ньютоновскими, а подавление релятивистских  $r$ -мод диффузией и объемной вязкостью остается ускоренным по сравнению с ньютоновским. При  $T^\infty \lesssim 10^8$  К энергопотери  $r$ -мод за счет объемной вязкости являются пренебрежимо малыми. При таких температурах релятивистские  $r$ -моды в сверхпроводящей НЗ подавляются преимущественно диффузией частиц, а ньютоновские – сдвиговой вязкостью. Этот вывод проиллюстрирован на рис.3, где показано не зависящее от температуры отношение времен  $\tau_\eta/\tau_D$  для ньютоновских (Newt) и релятивистских (GR)  $r$ -мод в звезде со сверхпроводящими протонами. С повышением температуры диффузия и сдвиговая вязкость становятся неэффективными и основным каналом энергопотерь для  $r$ -мод становится объемная вязкость. Несмотря на то, что релятивистские эффекты приводят к ускоренному затуханию  $r$ -мод за счет диффузии и объемной вязкости, эти механизмы оказываются недостаточно сильными для подавления  $r$ -мод в звездах с параметрами, характерными для НЗ в LMXB системах.

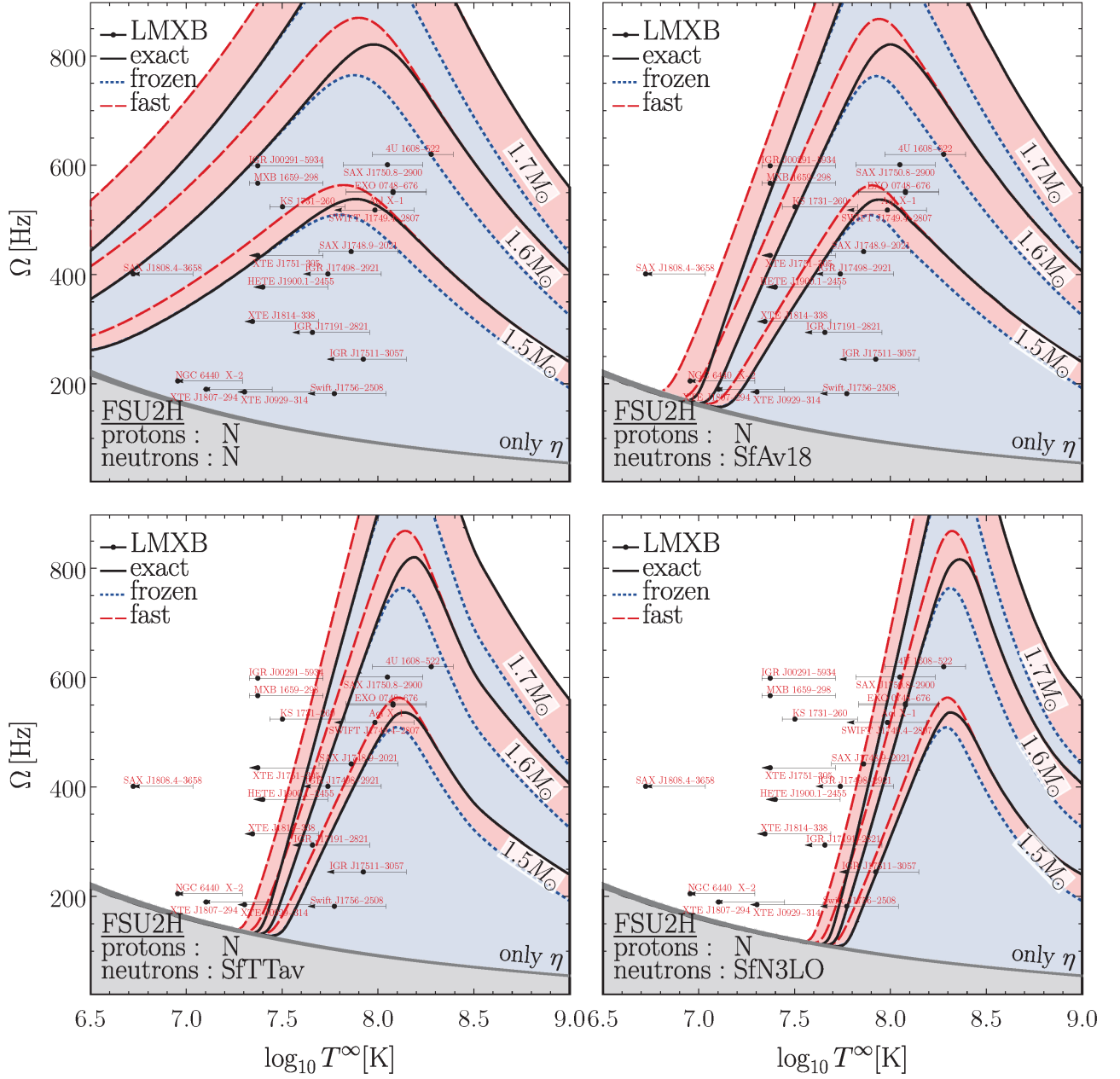


Рис. 4: Окна неустойчивости релятивистских  $r$ -мод для FSU2H-моделей с гиперонным ядром и нормальными протонами (см. подробное описание в тексте).

В разделе 4.4 исследуются окна неустойчивости релятивистских  $r$ -мод в гиперонных звездах. В этом случае основным каналом диссипации оказывается объемная вязкость, эффективность которой усиливается двумя независимыми механизмами: обнаруженное в разделе 4.3 ускорение подавления, обусловленное неаналитичностью  $r$ -мод, и увеличение коэффициента объемной вязкости, обусловленное протеканием слабых безлептонных процессов в гиперонном веществе. Чтобы изучить комбинированное влияние этих эффектов на окна неустойчивости  $r$ -мод, использовались уравнения состояния FSU2H из работы [43] и TM1C из работы [44]. Рассмотрены FSU2H-модели с  $M = 1.5/1.6/1.7 M_{\odot}$  и TM1C-модели с  $M = 1.7/1.8 M_{\odot}$ . Во всех моделях вещество обладает  $pre\mu\Lambda$ -составом, а в  $1.7 M_{\odot}$  FSU2H-модели также появляются  $\Xi^-$ -гипероны. Коэффициент гиперонной объемной вязкости  $\zeta$  заимствовался из работы [45]. Значение адиабатического индекса  $\gamma$  рассчитывалось

по точной формуле («exact»), по выражению в пределе замороженных слабых безлептонных процессов («frozen»), или по выражению в пределе экстремально быстрых слабых безлептонных процессов («fast»). Гипероны считались нормальными, протоны – нормальными или сильно сверхпроводящими, а нейтроны – нормальными или сверхтекучими. Критические температуры перехода нейтронов в сверхтекучее состояние заимствовались из работ [46] (для расчетов на основе Av18 и N3LO потенциалов ядерного взаимодействия) и [47] (для TТав модели сверхтекучести).

Расчеты показали, что в нормальном веществе гиперонная объемная вязкость определяет форму окна неустойчивости во всем рассмотренном диапазоне температур  $10^6 \text{ К} \leq T^\infty \leq 10^9 \text{ К}$ . Сверхпроводимость протонов слабо влияет на окна неустойчивости, поскольку она подавляет лишь часть реакций, ответственных за гиперонную вязкость. Сверхтекучесть нейтронов, напротив, существенно влияет на окна неустойчивости, поскольку при температурах ниже критической она подавляет все процессы, определяющие гиперонную вязкость. Этот эффект проиллюстрирован на рис.4, где показаны границы окон неустойчивости релятивистских  $r$ -мод для FSU2H-моделей с нормальными протонами. На верхней левой панели показаны расчеты с нормальными нейтронами, а на остальных – со сверхтекучими нейтронами в рамках моделей TТав, Av18 и N3LO. Сплошными линиями («exact») показаны результаты расчетов с точным значением  $\gamma$ , а точечными («frozen») и штриховыми («fast») – со значениями в пределе замороженных и быстрых слабых безлептонных процессов, соответственно. Каждая из этих кривых разбивает плоскость  $(\Omega, T^\infty)$  на нижнюю часть, где  $r$ -моды подавлены, и верхнее «окно неустойчивости». Точками показаны наблюдения НЗ в LMXB системах, а соответствующая температурная неопределенность отражает неопределенность химического состава внешних слоев звезды [48]. Из рисунка видно, что гиперонная объемная вязкость способна подавить  $r$ -моды в НЗ в LMXB системах даже с учетом эффектов нуклонного спаривания. Результаты исследования опубликованы в работах [A5, A6].

**В заключении** приводятся основные результаты работы:

1. Рассчитаны времена подавления диффузией для звуковых волн,  $f$ -мод,  $p$ -мод,  $g$ -мод и  $r$ -мод в НЗ с нуклонным составом вещества. Показано, что сверхпроводимость протонов усиливает диффузионное подавление колебаний, так что для звуковых волн,  $p$ -мод,  $g$ -мод и  $r$ -мод в сверхпроводящих НЗ с нуклонным составом диффузия оказывается ведущим каналом диссипативных энергопотерь при  $T^\infty \lesssim 10^8 \text{ К}$ .
2. Предложено возможное решение «проблемы непрерывного спектра», затруднявшей с 1997 года моделирование  $r$ -мод в ОТО. Получено релятивистское обобщение уравнений ньютоновских  $r$ -мод, а также рассчитан спектр и собственные функции релятивистских  $r$ -мод.
3. Показано, что увлечение и.с.о. приводит к неаналитической зависимости с.ф.  $r$ -мод от скорости вращения звезды, а также изменяет геометрию соответствующих потоков вещества, что при замедлении вращения проявляется как локализация  $r$ -мод во внешних слоях звезды. В пределе  $\Omega \rightarrow 0$  получены явные формулы для спектра и с.ф. релятивистских  $r$ -мод.

4. Получены формулы для энергии релятивистских  $r$ -мод и темпов ее изменения из-за гравитационно-волновой неустойчивости, сдвиговой вязкости, объемной вязкости и диффузии. Показано, что особенности релятивистских  $r$ -мод изменяют зависимость данных величин от угловой скорости вращения звезды. В пределе  $\Omega \rightarrow 0$  установлен конкретный вид этой зависимости.
5. Для  $r$ -мод в НЗ с нуклонным составом рассчитаны времена их гравитационно-волновой раскачки и подавления сдвиговой вязкостью, объемной вязкостью и диффузией. Показано, что в ОТО  $r$ -моды подавляются диффузией и объемной вязкостью сильнее, чем в ньютоновской теории. В сверхпроводящих НЗ с нуклонным составом комбинированное усиление диффузионных энергопотерь протонной сверхпроводимостью и особенностями релятивистских  $r$ -мод приводит к определяющей роли диффузии в их подавлении при  $T^\infty \lesssim 10^8$  К.
6. Рассчитаны окна неустойчивости релятивистских и ньютоновских  $r$ -мод в НЗ с нуклонным составом вещества. Показано, что диффузия частиц недостаточно эффективна для подавления  $r$ -мод в НЗ в LMXB системах.
7. Рассчитаны окна неустойчивости релятивистских  $r$ -мод в НЗ с гиперонным составом. Показано, что гиперонная объемная вязкость приводит к сильному подавлению релятивистских  $r$ -мод и способна объяснить наблюдаемые параметры звезд в LMXB системах даже с учетом эффектов нуклонного спаривания.

## Список работ, опубликованных по теме диссертации

Во всех работах вклад диссертанта является определяющим.

- [A1] Kraav K., Gusakov M. Diffusion as a damping mechanism for neutron-star oscillations // Journal of Physics Conference Series. — 2020. — Vol. 1967. — Id. 012023.
- [A2] Kraav K.Y., Gusakov M.E., Kantor E.M. Diffusion as a leading dissipative mechanism in superconducting neutron stars // MNRAS. — 2021. — Vol. 506, no. 1. — P. L74-L78.
- [A3] Kraav K. Y., Gusakov M. E., Kantor E. M. Nonanalytic behavior of the relativistic  $r$ -modes in slowly rotating neutron stars // Phys. Rev. D. — 2022. — Vol. 106, no. 10. — Id. 103009.
- [A4] Kraav K. Y., Gusakov M. E., Kantor E. M. Nonanalytic Relativistic  $r$ -Modes of Slowly Rotating Nonbarotropic Neutron Stars // Universe. — 2022. — Vol. 8, no. 10. — Id. 542.
- [A5] Kraav K. Y., Gusakov M. E., Kantor E. M. Instability windows of relativistic  $r$ -modes // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 109, no. 4. — Id. 043012.
- [A6] Kraav K. Y., Gusakov M. E., Kantor E. M. Instability windows of relativistic  $r$ -modes in stably stratified neutron stars with hyperonic cores // Phys. Rev. D. — 2025. — Vol. 112, no. 4. — Id. 043012.

## Литература, цитируемая в автореферате

1. *Haensel P., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G.* Neutron Stars 1 : Equation of State and Structure. Vol. 326. — 2007.
2. *Glendenning N. K.* Compact stars. Nuclear physics, particle physics, and general relativity. — 1997.
3. *Shapiro S. L., Teukolsky S. A.* Black holes, white dwarfs and neutron stars. The physics of compact objects. — 1983.
4. *Steiner A. W., Watts A. L.* Constraints on Neutron Star Crusts from Oscillations in Giant Flares // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Oct. — Vol. 103, no. 18. — P. 181101.
5. *Strohmayer T., Mahmoodifar S.* A Non-radial Oscillation Mode in an Accreting Millisecond Pulsar? // *Astrophys. J.* — 2014. — Mar. — Vol. 784, no. 1. — P. 72.
6. *Andersson N., Jones D. I., Ho W. C. G.* Implications of an r mode in XTE J1751-305: mass, radius and spin evolution // *MNRAS.* — 2014. — Aug. — Vol. 442, no. 2. — P. 1786–1793.
7. *Sotani H., Iida K., Oyamatsu K.* Constraints on the nuclear equation of state and the neutron star structure from crustal torsional oscillations // *MNRAS.* — 2018. — Oct. — Vol. 479, no. 4. — P. 4735–4748.
8. A New Method to Constrain Neutron Star Structure from Quasi-periodic Oscillations / A. Maselli [et al.] // *Astrophys. J.* — 2020. — Aug. — Vol. 899, no. 2. — P. 139.
9. *Kantor E. M., Gusakov M. E., Dommers V. A.* Constraining Neutron Superfluidity with R-Mode Physics // *Phys. Rev. Lett.* — 2020. — Oct. — Vol. 125, no. 15. — P. 151101.
10. *Zhu C., Wang Y.-B., Zhou X.* R-mode instability in compact stars // Xiamen-CUSTIPEN Workshop on the Equation of State of Dense Neutron-Rich Matter in the Era of Gravitational Wave Astronomy. Vol. 2127. — 07/2019. — P. 020012. — (American Institute of Physics Conference Series).
11. *Andersson N., Kokkotas K. D.* The R-Mode Instability in Rotating Neutron Stars // *International Journal of Modern Physics D.* — 2001. — Jan. — Vol. 10, no. 4. — P. 381–441.
12. *Provost J., Berthomieu G., Rocca A.* Low Frequency Oscillations of a Slowly Rotating Star - Quasi Toroidal Modes // *A&A.* — 1981. — Jan. — Vol. 94. — P. 126.
13. *Andersson N.* A New Class of Unstable Modes of Rotating Relativistic Stars // *Astrophys. J.* — 1998. — Aug. — Vol. 502, no. 2. — P. 708–713.
14. *Friedman J. L., Morsink S. M.* Axial Instability of Rotating Relativistic Stars // *Astrophys. J.* — 1998. — Aug. — Vol. 502, no. 2. — P. 714–720.
15. Science case for the Einstein telescope / M. Maggiore [et al.] // *JCAP.* — 2020. — Mar. — Vol. 2020, no. 3. — P. 050.
16. *Sieniawska M., Bejger M.* Continuous Gravitational Waves from Neutron Stars: Current Status and Prospects // *Universe.* — 2019. — Oct. — Vol. 5, no. 11. — P. 217.
17. *Cutler C., Lindblom L., Splinter R. J.* Damping Times for Neutron Star Oscillations // *Astrophys. J.* — 1990. — Nov. — Vol. 363. — P. 603.
18. *Gusakov M. E., Yakovlev D. G., Gnedin O. Y.* Thermal evolution of a pulsating neutron star // *MNRAS.* — 2005. — Aug. — Vol. 361, no. 4. — P. 1415–1424.

19. *Glampedakis K., Gualtieri L.* Gravitational Waves from Single Neutron Stars: An Advanced Detector Era Survey // *Astrophysics and Space Science Library*. Vol. 457 / ed. by L. Rezzolla [et al.]. — 2018. — P. 673. — (Astrophysics and Space Science Library).
20. *Haskell B.* R-modes in neutron stars: Theory and observations // *International Journal of Modern Physics E*. — 2015. — Aug. — Vol. 24, no. 9. — P. 1541007.
21. *Lindblom L., Owen B. J., Morsink S. M.* Gravitational Radiation Instability in Hot Young Neutron Stars // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — June. — Vol. 80, no. 22. — P. 4843–4846.
22. *Levin Y.* Runaway Heating by R-Modes of Neutron Stars in Low-Mass X-Ray Binaries // *Astrophys. J.* — 1999. — May. — Vol. 517, no. 1. — P. 328–333.
23. *Bildsten L., Ushomirsky G.* Viscous Boundary-Layer Damping of R-Modes in Neutron Stars // *ApJL*. — 2000. — Jan. — Vol. 529, no. 1. — P. L33–L36.
24. *Chugunov A. I.* Radiation Driven Instability of Rapidly Rotating Relativistic Stars: Criterion and Evolution Equations Via Multipolar Expansion of Gravitational Waves // *PASA*. — 2017. — Oct. — Vol. 34. — e046.
25. *Kolomeitsev E. E., Voskresensky D. N.* Viscosity of neutron star matter and r -modes in rotating pulsars // *Phys. Rev. C*. — 2015. — Feb. — Vol. 91, no. 2. — P. 025805.
26. *Kolomeitsev E. E., Voskresensky D. N.* Mechanism of r-mode stability in young rapidly rotating pulsars // *European Physical Journal A*. — 2014. — Dec. — Vol. 50. — P. 180.
27. *Dommes V. A., Gusakov M. E., Shternin P. S.* Dissipative relativistic magnetohydrodynamics of a multicomponent mixture and its application to neutron stars // *Phys. Rev. D*. — 2020. — May. — Vol. 101, no. 10. — P. 103020.
28. *Dommes V. A., Gusakov M. E.* Dissipative superfluid relativistic magnetohydrodynamics of a multicomponent fluid: The combined effect of particle diffusion and vortices // *Phys. Rev. D*. — 2021. — Dec. — Vol. 104, no. 12. — P. 123008.
29. *Thorne K. S.* Multipole expansions of gravitational radiation // *Reviews of Modern Physics*. — 1980. — Apr. — Vol. 52, no. 2. — P. 299–340.
30. *Tolman R. C.* *Relativity, thermodynamics and cosmology*. — Dover Publications, 1987.
31. *Schmitt A., Shternin P.* Reaction Rates and Transport in Neutron Stars // *Astrophysics and Space Science Library*. Vol. 457 / ed. by L. Rezzolla [et al.]. — 01/2018. — P. 455. — (Astrophysics and Space Science Library).
32. *Goglichidze O. A., Gusakov M. E.* Diffusion in superfluid Fermi mixtures: General formalism // *Phys. Rev. C*. — 2023. — Aug. — Vol. 108, issue 2. — P. 025814.
33. *Haensel P., Levenfish K. P., Yakovlev D. G.* Bulk viscosity in superfluid neutron star cores. I. Direct Urca processes in npemu matter // *A & A*. — 2000. — May. — Vol. 357. — P. 1157–1169.
34. *Haensel P., Levenfish K. P., Yakovlev D. G.* Bulk viscosity in superfluid neutron star cores. II. Modified Urca processes in npe mu matter // *A & A*. — 2001. — June. — Vol. 372. — P. 130–137.
35. *Haensel P., Levenfish K. P., Yakovlev D. G.* Bulk viscosity in superfluid neutron star cores. III. Effects of Sigma<sup>-</sup> hyperons // *A & A*. — 2002. — Jan. — Vol. 381. — P. 1080–1089.
36. *Sedrakian A., Clark J. W.* Superfluidity in nuclear systems and neutron stars // *European Physical Journal A*. — 2019. — Sept. — Vol. 55, no. 9. — P. 167.

37. *Goriely S., Chamel N., Pearson J. M.* Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XIII. The 2012 atomic mass evaluation and the symmetry coefficient // *Phys. Rev. C.* — 2013. — Aug. — Vol. 88, no. 2. — P. 024308.
38. *Braginskii S. I.* Transport Processes in a Plasma // *Reviews of Plasma Physics.* — 1965. — Jan. — Vol. 1. — P. 205.
39. *Miralles J. A., van Riper K. A., Lattimer J. M.* The Boltzmann Equation in General Relativistic Rotating Systems: Cooling of Rotating Neutron Stars // *Astrophys. J.* — 1993. — Apr. — Vol. 407. — P. 687.
40. *Yoshida S., Lee U.* Relativistic r-Modes in Slowly Rotating Neutron Stars: Numerical Analysis in the Cowling Approximation // *Astrophys. J.* — 2002. — Mar. — Vol. 567, no. 2. — P. 1112–1120.
41. *Villain L., Bonazzola S., Haensel P.* Inertial modes in stratified rotating neutron stars: An evolutionary description // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Apr. — Vol. 71, no. 8. — P. 083001.
42. *Kojima Y.* Chapter 4. The Rotational Effects of General Relativity on the Stellar Pulsations // *Progress of Theoretical Physics Supplement.* — 1997. — Jan. — Vol. 128. — P. 251–293.
43. Hyperonic stars and the symmetry energy / C. Providência [et al.] // *Frontiers in Astronomy and Space Sciences.* — 2019. — Mar. — Vol. 6. — P. 13.
44. *Gusakov M. E., Haensel P., Kantor E. M.* Physics input for modelling superfluid neutron stars with hyperon cores // *MNRAS.* — 2014. — Mar. — Vol. 439, no. 1. — P. 318–333.
45. Bulk viscosity in neutron stars with hyperon cores / D. D. Ofengeim [et al.] // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Nov. — Vol. 100, no. 10. — P. 103017.
46. Pairing in high-density neutron matter including short- and long-range correlations / D. Ding [et al.] // *Phys. Rev. C.* — 2016. — Aug. — Vol. 94, issue 2. — P. 025802.
47. Tests of the nuclear equation of state and superfluid and superconducting gaps using the Cassiopeia A neutron star / W. C. G. Ho [et al.] // *Phys. Rev. C.* — 2015. — Jan. — Vol. 91, no. 1. — P. 015806.
48. *Gusakov M. E., Chugunov A. I., Kantor E. M.* Explaining observations of rapidly rotating neutron stars in low-mass x-ray binaries // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Sept. — Vol. 90, no. 6. — P. 063001.