На правах рукописи

МАЛЫШ Виталий Александрович

## ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ТРАНСПОРТ В КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ГЕРМАНИЯ И КРЕМНИЯ. БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.

01.04.10 – физика полупроводников

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> научный руководитель: доктор физико-математических наук И.Л. Дричко

Санкт-Петербург - 2015

### оглавление

Введение 4
Глава 1. Обзор литературы 9
1.1. Размерное квантование энергетического спектра носителей заряда в полупроводниковых
структурах
1.2. Двумерный электронный газ в поперечном магнитном поле
1.3. Целочисленный квантовый эффект Холла
1.4. Взаимодействие двумерной электронной системы с поверхностной акустической волной .17
1.5. Взаимодействие двумерной электронной системы с квази-ТЕМ-волной
1.6. Прыжковая проводимость на переменном токе
Глава 2. Методики измерения 32
2.1. Акустическая методика
2.2. Микроволновая методика
2.3. Экспериментальная установка
2.4. Объекты исследования
Глава 3. Высокочастотная проводимость тяжелых дырок в поперечном
магнитном поле 50
3.1. Экспериментальные результаты
3.2. Определение параметров двумерного дырочного газа
3.3. Механизм проводимости тяжелых дырок при малых числах заполнения 62
3.4. Выводы
Глава 4. Высокочастотная проводимость тяжелых дырок в наклонном магнитном

67

поле

3
4.1. Определение g-фактора
4.2. Влияние продольной компоненты магнитного поля на g-фактор и циклотронную массу. 72
4.3. Выводы
Глава 5. Высокочастотная проводимость дырок в двумерном массиве
квантовых точек Ge в Si 83
5.1. Линейный режим
5.2. Нелинейный режим
5.3. Выводы
Глава 6. Высокочастотная проводимость тяжелых дырок в
структуре p-SiGe/Ge/SiGe. Микроволновая методика 96
6.1. Экспериментальные результаты
6.2. Обсуждение экспериментальных результатов
6.3 Выводы
Заключение 110
Список литературы 113

#### введение

<u>Актуальность работы</u>. Полупроводниковые системы пониженной размерности (квантово-размерные системы) являются в настоящее время одними из самых важных и востребованных объектов исследования в физике полупроводников. Это обусловлено рядом их уникальных свойств, которые не наблюдаются в обычных трехмерных структурах. Приложение внешнего магнитного поля перпендикулярно плоскости квантовой ямы приводит к тому, что энергетический спектр носителей заряда становится полностью дискретным. Квантование энергии носителей заряда и изменение их волновой функции в сильных магнитных полях обеспечивают появление новых квантовых явлений, среди которых особое место занимает целочисленный квантовый эффект Холла (ЦКЭХ).

В последнее время перспективными выглядят низкоразмерные полупроводниковые системы на основе Si и Ge. Несмотря на значительную разницу в значениях параметров кристаллических решеток Si и Ge, доходящей до 4% и приводящей к тому, что выращенные на подложке слои всегда будут напряженными, системы на основе данных материалов нашли ряд интересных применений в области производства высокочастотных транзисторов и инфракрасных фотодекторов [1]. Такие системы интересны тем, что они имеют сложную структуру валентной зоны с вырожденными подзонами легких и тяжелых дырок. Вследствие механических напряжений это вырождение снимается, при этом в зависимости от типа механических напряжений (деформации сжатия или растяжения) появляется возможность изучать свойства легких и тяжелых дырок по отдельности.

Применение структур на основе Si и Ge для создания новых полупроводниковых устройств требует глубокого понимания их фундаментальных свойств. Одной из важных характеристик низкоразмерных систем является реализуемый в них механизм проводимости носителей заряда. Получить информацию о нем можно, изучая зависимости проводимости носителей заряда от магнитного поля, частоты и температуры. С этой целью используются разнообразные методики исследования, включая те, которые позволяют проводить измерения проводимости без использования электрических контактов. Примерами таких бесконтактных методик являются акустическая методика и микроволновая методика, которые были впервые успешно применены в работах [2] и [3] соответственно для изучения проводимости в двумерных системах GaAs/AlGaAs.

Таким образом, изучение проводимости носителей заряда в низкоразмерных системах на основе материалов Si и Ge является весьма актуальной задачей современной физики полупроводников. При этом особенно важно иметь возможность проводить измерения проводимости без использования электрических контактов.

<u>Цель данной работы</u> заключалась в изучении транспортных свойств и механизмов низкотемпературной проводимости носителей заряда в низкоразмерных структурах на основе Si и Ge с помощью бесконтактных акустической и микроволновой методик. Для достижения поставленной цели решались следующие <u>задачи</u>:

1) для структуры p-SiGe/Ge/SiGe:

- измерить высокочастотную (ВЧ) проводимость тяжелых дырок при температурах 0,3-5,8 К и частотах 30-300 МГц в магнитных полях до 18 Тл с помощью акустической методики;

- определить основные параметры двумерного дырочного газа бесконтактной акустической методикой в области магнитных полей, в которых наблюдается эффект Шубникова-де Гааза;

- определить механизм ВЧ проводимости в области магнитных полей, в которых наблюдается ЦКЭХ;

- измерить ВЧ проводимость тяжелых дырок при температуре 0,3 К и частоте 30 МГц в наклонных магнитных полях в диапазоне углов наклона 0°-83° (угол наклона отсчитывается от нормали к плоскости двумерного слоя);

- определить величину g-фактора и оценить влияние продольной компоненты магнитного поля на величину g-фактора и циклотронной массы тяжелых дырок;

- расширить диапазон рабочих частот до 1500 МГц с помощью микроволновой методики;

- разработать способ определения абсолютного значения реальной компоненты ВЧ проводимости тяжелых дырок с помощью микроволновой методики;

2) для образцов с плотным массивом самоорганизующихся квантовых точек (КТ) Ge в Si:

- используя акустическую методику, измерить ВЧ проводимость дырок в области температур 1,8-13 К и диапазоне частот 30-414 МГц в магнитных полях до 8 Тл при разных интенсивностях поверхностной акустической волны (ПАВ);

- определить механизм нелинейности ВЧ проводимости дырок в переменном электрическом поле ПАВ.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что впервые:

1. Для структуры p-SiGe/Ge/SiGe:

1.1. - показано, что в минимумах осцилляций ВЧ проводимости в режиме ЦКЭХ при T < 1,6 К механизм проводимости носит прыжковый характер и может быть описан с помощью двухузельной модели;

1.2. - определены величины поперечной и продольной компонент g-фактора тяжелых дырок:  $|g_{\perp}| \approx 6.9$  и  $g_{\mu} = 0$ ;

1.3. - получена зависимость поперечной компоненты g-фактора и циклотронной массы тяжелых дырок от продольной компоненты магнитного поля;

1.4. - разработан способ определения абсолютного значения реальной компоненты ВЧ проводимости тяжелых дырок с помощью микроволновой методики;

1.5. - с помощью акустической и микроволновой методик была исследована ВЧ проводимость тяжелых дырок в диапазоне частот 30-1500 МГц;

2. для образцов с плотным массивом самоорганизующихся КТ Ge в Si:

2.1. - показано, что в линейном и нелинейном режимах реализуется ВЧ прыжковая проводимость, определяемая переходами дырок между двумя и более соседними КТ, которые можно условно объединить в кластер, при этом разные кластеры не «сообщаются» между собой, т.е. дырки не могут переходить из одного кластера в другой;

2.2. - определено, что механизм нелинейности ВЧ проводимости связан с разогревом дырок в переменном электрическом поле ПАВ.

#### На защиту выносятся следующие основные положения:

1. В напряженных структурах p-SiGe/Ge/SiGe в области делокализации носителей заряда (тяжелых дырок) проводимости  $\sigma_{xx}^{DC}$  и  $\sigma_{xx}^{AC} = \sigma_1 - i\sigma_2$ , полученные соответственно из измерений на постоянном токе и высокочастотных (акустических и микроволновых) измерений, соотносятся следующим образом:  $\sigma_{xx}^{DC} = \sigma_1$ , при этом  $\sigma_2 = 0$ . В области локализации носителей заряда в режиме целочисленного квантового эффекта Холла  $\sigma_2 > \sigma_1 > \sigma_{xx}^{DC}$ .

2. В напряженных структурах p-SiGe/Ge/SiGe в области локализации тяжелых дырок при малых числах заполнения ВЧ проводимость при низких температурах носит прыжковый характер и может быть описана в рамках двухузельной модели.

3. g-фактор и циклотронная масса тяжелых дырок в напряженном двумерном слое Ge зависят от угла наклона магнитного поля относительно нормали к плоскости двумерного слоя Ge.

4. В образцах с плотным массивом самоорганизующихся квантовых точек (КТ) Ge в Si механизм низкотемпературной проводимости носит прыжковый характер и может быть описан с помощью «кластерной» модели.

5. Нелинейные эффекты, наблюдаемые при взаимодействии ПАВ и системы с плотным массивом КТ Ge в Si, связаны с разогревом дырок переменным электрическим полем ПАВ.

Научно-практическая ценность работы заключается в следующем:

1. Предложен способ вычисления реальной и мнимой компонент ВЧ проводимости носителей заряда из зависимостей коэффициента поглощения и относительного изменения скорости ПАВ от магнитного поля.

2. Разработан способ определения зазора между исследуемым образцом и пьезоэлектрической подложкой, используемой в акустической методике.

3. Предложен способ определения основных параметров двумерного газа без использования электрических контактов.

4. Разработан способ вычисления абсолютной величины реальной компоненты ВЧ проводимости носителей заряда из микроволновых измерений путем сопоставления результатов микроволновой и акустической методик.

<u>Личный вклад</u> соискателя в диссертационную работу состоял в непосредственном проведении измерений с помощью акустической и микроволновой методик, обработке экспериментальных результатов, а также участии в подготовке и написании статей.

#### Апробация работы:

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих международных и Российских конференциях: Международная зимняя школа по физике полупроводников (Санкт-Петербург-Зеленогорск, 2011-2013), Российская молодежная конференция по физике и астрономии (ФизикА) (Санкт-Петербург, 2011-2012), XXXVI Совещание по физике низких температур (Санкт-Петербург, 2012), Х Российская конференция по физике полупроводников (Нижний Новгород, 2011), XI Российская конференция по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2013), Нанофизика и Наноэлектроника (Труды XVII международного симпозиума, Нижний Новгород, 2013), 13<sup>th</sup> European Conference on Organized Films (Cork, Ireland, 2013), The 15<sup>th</sup> International Conference on Transport in Interacting Disordered Systems (TIDS 15) (Sant Feliu de Guíxols, Spain, 2013).

На конкурсе лучших работ Физико-Технического Института им. А.Ф. Иоффе РАН в 2013 году работа «Высокочастотный магнетотранспорт в структурах p-SiGe/Ge/SiGe с высокой подвижностью» была отмечена премией ФТИ, а работа «Бесконтактные измерения высокочастотной проводимости в структурах с квантовым эффектом Холла» получила премию Отделения Физики Диэлектриков и Полупроводников ФТИ в 2014 году.

**Публикации:** Основные результаты диссертационной работы были представлены в 15 публикациях, из которых 5 – это статьи [A1-A5], опубликованные в следующих реферируемых журналах: "Physical Review B", "Journal of Applied Physics", "Solid State Communications", "AIP Conference Proceedings".

<u>Структура и объем диссертации</u>. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации составляет 119 страницы. В диссертации содержится 65 рисунков, 2 таблицы. Список литературы состоит из 89 наименований.

Настоящая диссертация содержит следующие главы:

7

- в главе 1 представлен обзор основных теоретических и экспериментальных результатов, относящихся к данной диссертационной работе;

- в главе 2 обсуждаются акустическая и микроволновая методики, экспериментальная установка и структура объектов исследования;

- в главе 3 приведены результаты исследования механизма проводимости тяжелых дырок в структуре p-SiGe/Ge/SiGe при температурах 0,3-5,8 К и частоте 30 МГц в поперечном магнитном поле до 18 Тл с использованием акустической методики;

- в главе 4 приведены результаты исследования ВЧ проводимости тяжелых дырок в структуре p-SiGe/Ge/SiGe в наклонном магнитном поле с углами наклона 0-83° с использованием акустической методики;

- в главе 5 исследована ВЧ проводимость в образцах, содержащих плотные массивы самоорганизующихся КТ Ge в Si, с использованием акустической методики;

- в главе 6 исследована проводимость тяжелых дырок в структуре p-SiGe/Ge/SiGe в широком диапазоне частот 30-1500 МГц при температуре 1,7 К в поперечном магнитном поле до 8 Тл с использованием акустической и микроволновой методик.

#### ГЛАВА 1

#### ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

# 1.1. Размерное квантование энергетического спектра носителей заряда в полупроводниковых структурах

Рассмотрим ситуацию, в которой электроны «заперты» в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме толщиной b. Предположим, что в интервале 0 < z < b потенциальная энергия равна нулю, т.е. U(z) = 0, а за пределами этого интервала она обращается в бесконечность, т.е.  $U(z) = \infty$ . В таком случае движение электронов происходит между точками z = 0 и z = b.

Решая уравнение Шредингера:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi = E\Psi,\tag{1}$$

где  $\Psi$  - волновая функция электрона, *m* - масса электрона,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , *h* - постоянная Планка,

с использованием граничного условия  $\Psi(0) = \Psi(b) = 0$ , получим следующие выражения для волновых функций и энергетических уровней квантовых состояний [4-5]:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{\pi n}{b}z\right),\tag{2}$$

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mb^2} n^2 \ (n = 1, 2, 3...).$$
(3)

Примером описанной выше потенциальной ямы является очень тонкая полупроводниковая пленка, материал которой имеет работу выхода, на несколько порядков превышающую характерную тепловую энергию электронов  $k_BT$ , здесь  $k_B$  - постоянная Больцмана (в этом случае стенки потенциальной ямы можно считать бесконечно высокими). Полная же энергия электронов в такой пленке будет определяться дискретной компонентой  $E_n$ ,

описывающей движение в направлении квантования (т.е. оси z), и непрерывной компонентой, описывающей движение в плоскости пленки (т.е. плоскости (x, y)) (см рис. 1):

$$E = E_n + \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} , \qquad (4)$$

где  $p_x$  и  $p_y$  - компоненты импульса в плоскости пленки.

На каждом уровне  $E_n$  электроны могут принимать любую энергию от  $E_n$  до бесконечности. Такое множество состояний, присущих уровню с номером n, принято называть подзоной размерного (пространственного) квантования.

Для наблюдения размерного квантования необходимо, чтобы ширина потенциальной ямы была сравнима с дебройлевской длиной волны электронов:

$$\lambda = h/p = h/(2mE)^{1/2} . (5)$$

При этом на каждом уровне  $E_n$  будет укладываться целое число полуволн:  $n\lambda/2 = b$ .

Квантово-размерные системы, характеризующиеся энергетическим спектром (4), носят название двумерных (2D) систем или квантовых ям. Плотность состояний в таких системах описывается формулой:

$$g^{2D}(E) = \frac{m}{\pi \hbar^2} \sum_{n} \Theta(E - E_n),$$
 (6)

где  $\Theta(x)$  - единичная функция Хевисайда, которая равна единице при x > 0 и нулю при x < 0. Как видно, плотность состояний испытывает скачки, равные  $\frac{m}{\pi \hbar^2}$ , когда энергия электронов сравнивается с дном очередной подзоны размерного квантования  $E_n$  (см рис. 2).

Существуют также квантово-размерные системы, в которых движение носителей заряда ограничено не в одном, а в двух направлениях (одномерные системы или квантовые нити) или во всех трех направлениях (нульмерные системы или квантовые точки). В последнем случае такие системы напоминают искусственные атомы, поскольку их энергетический спектр является полностью дискретным.



Рис. 1. Энергетический спектр в квантово-размерной пленке.



Рис. 2. Зависимость плотности состояний от энергии для трехмерного случая (пунктирная линия) и двухмерного случая (сплошная линия).

#### 1.2. Двумерный электронный газ в поперечном магнитном поле

Теперь рассмотрим, как изменится энергетический спектр электронов в 2D-системе в присутствии постоянного однородного магнитного поля B, направленного вдоль оси z, т.е. перпендикулярно плоскости квантовой ямы [1, 6-8]. Вдоль оси z движение электронов характеризуется потенциальной энергией U(z) (см уравнение (1)), которая не зависит от поля B. Это означает, что волновые функции  $\Psi_n$  и уровни энергии  $E_n$  останутся без изменения. Таким образом, осталось только понять, как поле B повлияет на движение электронов в плоскости (x, y). Если выбрать векторный потенциал в виде  $\mathbf{A} = (-By,0)$ , то гамильтониан для электронов, движущихся в плоскости квантовой ямы, запишется как (без учета спина)

$$H = \frac{1}{2m} \left( p_x + \frac{eB}{c} y \right)^2 + \frac{p_y^2}{2m} .$$
 (7)

Подставляя гамильтониан (7) в уравнение Шредингера  $H\Psi = E_{\perp}\Psi$ , и представляя волновую функцию в виде:

$$\Psi = \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_x x\right) \varphi(y), \qquad (8)$$

получим следующее уравнение:

$$\varphi'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ E_{\perp} - \frac{m\omega_c^2}{2} (y - y_0)^2 \right] \varphi = 0,$$
(9)

где введены обозначения  $y_0 = -cp_x/(eB) = -l_B^2 p_x/\hbar$  и  $\omega_c = eB/(mc)$ ,  $l_B = \sqrt{c\hbar/(eB)}$  - магнитная длина, c - скорость света, e - заряд электрона.

Полученное уравнение (9) для функции  $\varphi(y)$  по своей форме совпадает с уравнением для линейного гармонического осциллятора, совершающего колебания с частотой  $\omega_c$  (циклотронная частота) вблизи положения равновесия с координатой  $y_0$ . Отсюда можно сделать вывод, что величина  $E_{\perp}$ , играющая роль энергии гармонического осциллятора, принимает значения, равные

$$E_{\perp} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \ (i = 0, 1, 2, 3...) \tag{10}$$

Такое квантование энергетического спектра в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, называется квантованием Ландау, а соответствующие уровни энергии (10)

носят название уровней Ландау. Энергетический зазор между соседними уровнями Ландау равен величине  $\hbar \omega_c$ .

В результате, полная энергия электронов в 2D-системе в присутствии магнитного поля *В* определяется формулой:

$$E(n,i) = E_n + E_\perp = E_n + \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \quad (n = 1, 2, 3... \ i = 0, 1, 2, 3...).$$
(11)

Наличие спина у электрона приводит к тому, что уровни Ландау дополнительно расщепляются по спину (что известно как зеемановское расщепление). В этом случае полная энергия электронов запишется в виде:

$$E(n,i) = E_n + E_{\perp} + E_s = E_n + \left(i + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \pm \frac{1}{2} g \mu_B B, \qquad (12)$$

где *g* - g-фактор (фактор Ланде) для электрона,  $\mu_{B}$  - магнетон Бора.

Таким образом, в поперечном магнитом поле энергетический спектр электронов в 2Dсистеме становится полностью дискретным. При этом каждый уровень энергии будет характеризоваться двумя квантовыми числами: n и i. Кратность вырождения  $\gamma$  всех уровней одинакова и зависит от площади S, занимаемой двумерным электронным газом, и от величины B:

$$\gamma = \frac{S}{2\pi l_B^2}.$$
(13)

Плотность состояний такого 2D-газа, нормированная на единицу площади, имеет вид суммы *δ*-функций:

$$D(E) = \sum_{i} n_B \delta(E - E(n, i)), \qquad (14)$$

где  $n_B = (2\pi l_B^2)^{-1}$  - число электронов на любом полностью заполненном уровне Ландау.

В реальных структурах за счет рассеяния носителей и неоднородного потенциала заряженных примесей дельта-функции будут размываться в пики с конечной шириной и высотой.

Из формулы (13) следует, что при температуре T = 0 количество занятых уровней определяется числом заполнения v, равным

$$v = \frac{n_s}{n_B} = \frac{hn_s}{eB},\tag{15}$$

где  $n_s$  - полная концентрация электронов в двумерном слое.

Целое число v означает количество полностью заполненных уровней Ландау. При увеличении магнитного поля кратность вырождения  $\gamma$  растет, и число заполненных уровней уменьшается.

Необходимыми условиями осуществления описанного выше квантования энергетического спектра в 2D-системах являются следующие:

1) Зазор между соседними уровнями должен быть больше тепловой энергии электронов:

$$E_{i+1} - E_i \gg k_B T , (16)$$

поскольку иначе практически одинаковая заселенность соседних уровней и частые переходы электронов между ними делают квантовые эффекты ненаблюдаемыми (произойдет «размытие» уровней);

2) В реальных структурах электроны будут всегда испытывать рассеяние на примесях, фононах и др. Интенсивность такого рассеяния определяется временем релаксации импульса  $\tau_0$ , которое представляет собой среднее время жизни в состоянии с данными фиксированными квантовыми числами. Конечное значение  $\tau_0$  приводит к неопределенности в энергии данного состояния, т.е.  $\Delta E \sim \hbar/\tau_0$ . Следовательно, наличие дискретных уровней в системе возможно лишь тогда, когда выполняется условие

$$E_{i+1} - E_i \gg \frac{\hbar}{\tau_0} = \frac{\hbar e}{m\mu},\tag{17}$$

где  $\mu = \frac{e}{m} \tau_0$  - подвижность электронов.

Таким образом, из формулы (3) и условий (16-17) следует, что для наблюдения квантовых эффектов необходимо уменьшать толщины 2D-слоев, увеличивать подвижность носителей заряда в них, а также проводить измерения при низких температурах.

#### 1.3. Целочисленный квантовый эффект Холла

В 1980 году немецкий ученый Клаус фон Клитцинг проводил вместе со своей группой эксперименты по изучению транспорта в двумерной электронной системе кремниевого полевого МОП-транзистора [9]. Охлаждая такие устройства до температуры 1,5 К и помещая их в сильные магнитные поля до 14 Тл (направленные перпендикулярно каналу с двумерной

проводимостью), он обнаружил, что характер изменения холловского сопротивления в магнитном поле не совпадал с результатами, полученными Эдвином Холлом в 1879 году. В частности, вместо линейной зависимости холловского сопротивления от магнитного поля фон Клитцинг наблюдал горизонтальные плато (ступеньки) холловского сопротивления  $R_H$  и соответствующие им глубокие минимумы магнитосопротивления R.

На рис. 3 слева показан оригинальный график Клауса фон Клитцинга, полученный при исследовании упомянутой двумерной электронной системы кремниевого полевого МОПтранзистора. Как видно, вместо гладкой кривой наблюдаются горизонтальные плато в холловском напряжении  $(U_H)$  и соответствующие им глубокие минимумы продольного напряжения  $(U_{PP})$ . По оси абсцисс отложено напряжение затвора  $(V_g)$ , которое изменяет плотность носителей *n*. Справа на рисунке показаны данные, полученные на другой двумерной электронной системе n-GaAs/AlGaAs при изменении магнитного поля [10].

Не менее поразительным является и то, что  $R_H$  на каждой ступеньке квантовано (с точностью до нескольких миллиардных долей) на величину  $R_H = h/(je^2)$ , где j - целое число ( $R_H \approx 25,812...$  кОм при j = 1). Такое квантование холловского сопротивления  $R_H$  получило название целочисленный квантовый эффект Холла (ЦКЭХ), за открытие которого фон Клитцингу была присуждена Нобелевская премия в 1985 году.

Образование плато в ЦКЭХ объясняется существованием локализованных носителей заряда в «хвостах» плотности состояний на каждом уровне Ландау (см рис. 4). Их появление связано с присутствием беспорядка в 2D-системе, обусловленного случайным распределением примесей и дефектов. Если зафиксировать уровень Ферми и постепенно увеличивать магнитное поле, то расстояние между уровнями Ландау, равное  $\hbar \omega_c$ , также будет увеличиваться, тем самым приводя к тому, что уровни Ландау станут поочередно проходить через уровень Ферми. Ток через образец можно выразить следующим образом:

$$I_{xx} = \sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y, \tag{18}$$

где  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$  - продольная и поперечная компоненты тензора проводимости,  $E_x$  и  $E_y$  компоненты вектора электрического поля. Если уровень Ферми лежит в области локализованных состояний (между двумя соседними уровнями Ландау, как показано на рис. 4), то  $\sigma_{xx} = 0$ , поскольку в продольной проводимости участвуют только делокализованные электроны, а  $\sigma_{xy}$  (или по-другому холловская проводимость  $\sigma_H = 1/R_H$ ) принимает дискретное значение  $ve^2/h$ . Отсюда следует, что в данном случае ток  $I_{xx}$  определяется только  $\sigma_H$  и поэтому также сохраняется постоянным. Такое постоянство  $\sigma_H$  и  $\sigma_{xx} \approx 0$  будет наблюдаться



Рис. 3. Слева: зависимость напряжения на поперечных (холловских) контактах  $(U_H)$  и напряжения на продольных контактах  $(U_{PP})$  от напряжения на затворе  $(V_g)$ , полученная фон Клитцингом при изучении транспорта в двумерной системе кремниевого полевого МОПтранзистора. Справа: зависимость холловского  $(R_H)$  и продольного (R) сопротивления от магнитного поля для структуры n-GaAs/AlGaAs.



Рис. 4. Зависимость плотности состояний от энергии для двумерной электронной системы в поперечном магнитном поле (а) в отсутствии беспорядка и (б) в присутствии беспорядка.

до тех пор, пока следующий уровень Ландау не пересечет уровень Ферми (т.е. пока уровень Ферми не окажется в области делокализованных электронов). В результате этого на зависимости  $\sigma_H$  от магнитного поля образуются протяженные плато. Что касается зависимости  $\sigma_{xx}(B)$ , то она будет представлять собой осцилляционную картину, на которой максимумы осцилляций будут соответствовать области делокализации электронов, а минимумы осцилляций – области локализации электронов.

## 1.4. Взаимодействие двумерной электронной системы с поверхностной акустической волной

Данная диссертационная работа посвящена изучению высокочастотной проводимости носителей заряда в двумерных системах. Поэтому далее будет представлен обзор работ, в которых высокочастотная проводимость измерялась с помощью акустической и микроволновой методик.

Взаимодействие поверхностной акустической волны (ПАВ) с двумерной электронной системой было впервые изучено в работе Виксфорда и его коллег [2]. Было обнаружено, что квантование энергетического спектра электронов в сильном магнитном поле обусловливает гигантские осцилляции в поглощении и скорости распространения ПАВ, которые соответствуют осцилляциям типа Шубникова-де Гааза и ЦКЭХ-осцилляциям в двумерной электронной системе. В качестве объекта исследования ими была выбрана структура п-GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, выращенная на полуизолирующей подложке GaAs (100). Для возбуждения и приема ПАВ на поверхности этой подложки по обеим сторонам от выращенной структуры были сформированы встречно-штыревые преобразователи (ВШП), как показано на рис. 5.



Рис. 5. Структура образца n-GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As с ВШП и контактами для измерений на постоянном токе.



Рис. 6. Зависимости нормированной интенсивности  $I/I_0$  (а) и относительного изменения скорости  $\Delta V/V_0$  (б) ПАВ от магнитного поля B. (в) Зависимость проводимости  $\sigma_{xx}$  двумерного электронного слоя от магнитного поля B; T = 4,2 К. Пунктирными линиями показаны теоретические зависимости  $I(B)/I_0$  и  $\Delta V(B)/V_0$ .

Зависимости нормированной интенсивности  $I(B)/I_0$  и относительного изменения скорости  $\Delta V(B)/V_0$  ПАВ от магнитного поля показаны на рис. 6(a)-(б) соответственно для частоты 70 МГц и температуры 4,2 К ( $I_0$  и V<sub>0</sub> – интенсивность и скорость ПАВ в GaAs при нулевом магнитном поле). Для сравнения на рис. 6(в) также приведена зависимость проводимости  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$  в том же образце, рассчитанная из величин  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xy}(B)$ , измеренных на постоянном токе. В зависимости от магнитного поля  $I(B)/I_0$  и  $\Delta V(B)/V_0$  начинают осциллировать, причем положения их осцилляций совпадают с положениями осцилляций  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$ .

Кроме того, из полученных зависимостей также видно, что минимумы осцилляций  $I(B)/I_0$  начинают расщепляться при высоких магнитных полях, чего не наблюдается на соответствующих зависимостях  $\Delta V(B)/V_0$  и  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$ . Авторы работы [2] связали эту особенность с релаксационным механизмом взаимодействия электрического поля, сопровождающего ПАВ, с электронами в двумерном слое.

Для анализа результатов они преобразовали формулы, выведенные в работе [11-12] для трехмерного случая, к двумерному случаю. Эти формулы позволяют вычислять теоретические зависимости  $I(B)/I_0$  и  $\Delta V(B)/V_0$ , используя величины  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$ . На рис. 6 пунктирными линиями показаны вычисленные теоретические зависимости  $I(B)/I_0$  и  $\Delta V(B)/V_0$ . Видно, что эксперимент и теория хорошо согласуются в минимумах осцилляций  $I(B)/I_0$  или в максимумах осцилляций проводимости  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$ , соответствующих области делокализации электронов. И наоборот, эксперимент и теория плохо согласуются в максимумах осцилляций  $I(B)/I_0$  или в минимумах осцилляций проводимости  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$ , соответствующих области делокализации электронов. По-видимому, это связано с тем, что высокочастотная проводимость представляет собой комплексную величину [13], т.е.  $\sigma_{xx}^{AC} = \sigma_1 - i\sigma_2$ , причем в области делокализации  $\sigma_1 = \sigma_{xx}^{DC} >> \sigma_2$ , а в области локализации  $\sigma_2 >> \sigma_1$ .

Способ измерения, использованный в работе [2], позволяет осуществлять измерения только в пьезоэлектрических образцах. Следует также отметить, что в этом случае вводимая в образец ПАВ может приводить к его деформации.

В работе [14] Виксфорд с коллегами предложили гибридный/модифицированный способ измерения, который схематически показан на рис. 7. Более подробно гибридный способ измерения описан в параграфе 2.1.

Способ измерений, показанный на рис. 5, также использовался в работах [15]-[17], в которых излучались осцилляции в поглощении и изменении скорости ПАВ, соответствующие



Рис. 7. Схема эксперимента, при котором образец n-GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As прижимается к подложке ниобата лития (Y-срез, Z-направление) между ВШП.

осцилляциям типа Шубникова-де Гааза и ЦКЭХ-осцилляциям. Для описания характера изменения поглощения и скорости ПАВ в магнитном поле авторы данных работ использовали формулы, аналогичные тем, что были получены в работе [2]. Следует также отметить, что в работах [2, 14-17] изучались только двумерные системы на основе n-GaAs/AlGaAs.

Гибридный способ измерения, показанный на рис. 7, использовался в следующих работах:

- в работе [18] для исследования низкотемпературных механизмов высокочастотной проводимости двумерного электронного газа в структуре n-GaAs/AlGaAs,

- в работах [19-21] для исследования низкотемпературных механизмов высокочастотной проводимости двумерного дырочного газа в структурах p-Si/SiGe,

- в работах [22-23] для исследования низкотемпературных механизмов высокочастотной проводимости дырок в плотных массивах квантовых точек на основе Ge/Si.

В работе [24-26] были выведены теоретические формулы, связывающие поглощение и скорость ПАВ в магнитном поле с высокочастотной проводимостью образца:

$$\Gamma = 8.68 \frac{K^2}{2} qA \frac{[4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v_0]}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2}, 
\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{K^2}{2} A \frac{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v_0]^2}, 
A = 8b(q)(\varepsilon_1 + \varepsilon_0)\varepsilon_0^2 \varepsilon_s \exp[-2q(a+d)], 
b(q) = [b_1(q)[b_2(q) - b_3(q)]]^{-1}, 
t(q) = [b_2(q) - b_3(q)]/[2b_1(q)], 
b_1(q) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)\exp(-2qa), 
b_2(q) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)\exp(-2qd), 
b_3(q) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s - \varepsilon_0)\exp(-2qa) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)(\varepsilon_s + \varepsilon_0)\exp(-2q(a+d)),$$
(19)

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  - реальная и мнимая компоненты высокочастотной проводимости,  $K^2$  - коэффициент электромеханической связи ниобата лития; q и  $v_0$  - волновой вектор и скорость ПАВ в ниобате лития соответственно; a - зазор между пьезоэлектрической подложкой ниобата лития и образцом; d - глубина залегания проводящего канала (определяется технологами);  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_s$  - диэлектрические постоянные ниобата лития, вакуума и образца соответственно; b и t - сложные функции, зависящие от a, d,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_s$ .

Таким образом, взаимодействие ПАВ с носителями заряда в квантово-размерных системах активно изучалось разными исследовательскими группами. Было обнаружено, что квантование энергетического спектра носителей заряда в сильном магнитном поле приводит к появлению осцилляций в поглощении и скорости распространения ПАВ.

В большинстве вышеуказанных работ изучалась проводимость в образцах A<sub>3</sub>B<sub>5</sub>. В связи с этим представляло интерес использовать ПАВ для исследования проводимости в квантово-

размерных системах на основе непьезоэлектрических материалов. В частности, в качестве объектов исследования нами были выбраны следующие образцы: 1) структура p-SiGe/Ge/SiGe с напряженной квантовой ямой Ge; 2) образцы с плотным массивом квантовых точек Ge в Si. Строение этих образцов будет подробно описано в параграфе 2.4, а результаты их измерений - в главах 3-6.

#### 1.5. Взаимодействие двумерной электронной системы с квази-ТЕМ-волной

В работе [3] Энгель и его коллеги впервые предложили способ изучения высокочастотной проводимости носителей заряда в квантово-размерных системах с использованием копланарного волновода. В частности, в работе [3] измерялась проводимость электронов в образце n-GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, на поверхности которого был изготовлен копланарный волновод в форме меандра (см рис. 8(а) и 8(б)). Экспериментальная установка, использованная для таких измерений, схематически показана на рис. 8(в).

В показанном способе измерения двумерная электронная система взаимодействует с электрическим полем квази-ТЕМ-волны, возбуждаемой в копланарном волноводе. Такое взаимодействие приводит к потерям сигнала, которые изменяются в магнитном поле в соответствии с проводимостью электронов. Квази-ТЕМ-волны, как правило, свойственны полосковым линиям передачи, к которым относится копланарный волновод.

На рис. 9(а) показана полученная авторами работы [24] зависимость относительной мощности, прошедшей через копланарный волновод, от магнитного поля для частоты 14 ГГц и температуры 50 мК. Относительная мощность выражается как  $P \sim K |V_1/V_0|^2$ , где K - коэффициент чувствительности детектора,  $V_0$  - амплитуда сигнала на входе копланарного волновода,  $V_1$  - амплитуда сигнала на выходе копланарного волновода. Рис. 9(б) демонстрирует зависимости продольного ( $R_{xx}$ ) и поперечного ( $R_{xy}$ ) сопротивления от магнитного поля, полученные из измерений на постоянном токе при тех же условиях эксперимента. Видно, что области плато в ЦКЭХ соответствуют максимумам в зависимости P(B).



Рис. 8. (а) Вид сверху копланарного волновода (области металлизации выделены черным цветом). (б) Поперечное сечение образца с копланарным волноводом. (в) Схематическое представление экспериментальной установки.



Рис. 9. (а) Зависимость мощности P сигнала, прошедшего через копланарный волновод, от магнитного поля B,  $f = 14 \Gamma \Gamma \mu$ ; (б) зависимости  $R_{xx}$  и  $R_{xy}$  от магнитного поля B; T = 50 мК.

Рис. 10(а)-(б) демонстрируют зависимости реальной компоненты проводимости  $\sigma_1$  от магнитного поля *B* при разных температурах и частотах, вычисленные с использованием формулы:

$$\sigma_1 = -\frac{w}{2Z_0 d} \ln P, \tag{20}$$

где Z<sub>0</sub> – характеристический импеданс копланарного волновода, *d* – длина сигнального провода («змейки») копланарного волновода, *w* – ширина щели между сигнальным проводом и земляным проводом.

Формула (20) выведена на основании упрощенной модели, в которой предполагается, что в сильном магнитном поле сигнал проходит через копланарный волновод, практически не испытывая потерь. Исходя из этого, можно считать, что  $V_0 \approx V_1(H \rightarrow \infty)$ , т.е. в области магнитных полей, соответствующих ЦКЭХ, амплитуда сигнала на входе копланарного волновода приблизительно равна амплитуде сигнала на выходе копланарного волновода. Поэтому,  $\ln P = 0$  и, соответственно,  $\sigma_1 = 0$ , как хорошо видно из рис. 10. Таким образом, предложенная в работе [3] процедура вычисления хороша лишь для анализа размаха осцилляций проводимости, но не позволяет анализировать проводимость в области локализации. Необходимо также отметить, что авторы данной работы занимались изучением изменения ширины пиков  $\sigma_1$  между минимумами осцилляций, соответствующими ЦКЭХ (т.е. они изучали переходную область между плато). В других работах, используя копланарный волновод, Энгель с коллегами, например, исследовали:

- резонанс в зависимости проводимости дырок  $\sigma_1$  от частоты f в двумерной системе p-GaAs/AlGaAs [27],

- вигнеровскую кристаллизацию в двумерной системе n-GaAs/AlGaAs [28],

- частотную зависимость проводимости дырок ( $\sigma_1(f)$ ) в графене [29].

Впоследствии такой же способ измерения применялся в работах других авторов, например, в работах [30-32], посвященных изучению высокочастотной проводимости двумерного электронного газа в образцах n-GaAs/AlGaAs.

В работе [30] была предложена более точная формула вычисления реальной компоненты высокочастотной проводимости:

$$\operatorname{Re}(\sigma_{xx}) = -\frac{w}{2Z_0 d} \ln P \sqrt{1 + \left(\frac{v_{ph}}{2d\omega} \ln P\right)^2}, \qquad (21)$$



Рис. 10. Зависимости  $\text{Re}(\sigma_{xx})$  от магнитного поля *В* при разных частотах; T = 50 мK (а) и 470 мK (б).

где  $v_{ph}$  – фазовая скорость волны, проходящей через копланарный волновод,  $\omega$  – частота волны. Формула (26) лучше работает при низких частотах,  $\omega/(2\pi) \le 300 \,\mathrm{MFu}$ . При больших  $\omega$  и/или достаточно малом значении ln *P* формула (21) преобразуется в формулу (20).

Описанный в работе [3] способ измерения является контактным в том смысле, что копланарный волновод формируется непосредственно на исследуемом образце. Бесконтактная модификация этого способа была предложена в работах [33-34], в которых исследуемые образцы p-GaAs/AlGaAs помещались сверху на копланарный волновод, сформированный на поверхности диэлектрической подложки GaAs. Следует отметить, что авторы работ [33-34] исследовали зависимость мощности сигнала, прошедшего через систему «образец на копланарном волноводе», от частоты и магнитного поля.

Таким образом, описанная микроволновая методика широко применялась для исследования высокочастотной проводимости носителей заряда в квантово-размерных системах. Однако формулы, используемые для вычисления реальной компоненты  $\sigma_1$ , являются неточными, поскольку выведены на основании упрощенной модели. Как видно из рис. 10, исследование с их помощью высокочастотной проводимости в области локализации носителей заряда является затруднительным.

Кроме того, большинство известных работ, в которых применялся способ измерения, показанный на рис. 8(а)-(в), ограничено изучением высокочастотной проводимости в образцах GaAs/AlGaAs. Мы впервые применили этот способ измерения для изучения образцов на основе германия и кремния.

#### 1.6. Прыжковая проводимость на переменном токе

Как было отмечено выше, в максимумах осцилляций проводимость  $\sigma_{xx}$  осуществляется делокализованными электронами и не зависит от частоты при выполнении условия  $\omega \tau_0 <<1$ , где  $\omega = 2\pi f$  - частота внешнего электрического поля, воздействующего на 2D-систему (более подробно данное условие будет обсуждаться в параграфе 3.2).

В минимумах осцилляций проводимость  $\sigma_{xx}$  определяется прыжками электронов по локализованным состояниям. При этом физическая природа прыжковой проводимости на постоянном и переменном токе различна. Чтобы прыжковая проводимость на постоянном токе

 $(\sigma_{xx}^{DC})$  была возможна, необходимо существование цепи последовательных прыжков от одного электрического контакта к другому (т.е. наличие пути протекания через образец). Что касается прыжковой проводимости на переменном токе  $(\sigma_{xx}^{AC})$ , то она традиционно описывается в рамках так называемой двухузельной модели [13, 35, 36], согласно которой электроны совершают прыжки внутри пар локализованных состояний с близкими энергиями.

На рис. 11 схематически изображена энергетическая картина в одной паре локализованных состояний. Для осуществления переходов необходимо, чтобы один из близкорасположенных уровней энергии был свободен. Энергетический зазор  $\Lambda$  между уровнями определяется как

$$\Lambda = \sqrt{\Phi^2 + P^2} , \qquad (22)$$

где  $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$  - разность одноузельных энергий двух локализованных состояний пары (другими словами,  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  - это энергии, которые локализованные состояния имеют, если их рассматривать по отдельности),  $P = P_0 \exp(-r/a_B)$  – интеграл перекрытия, описывающий туннелирование электрона между двумя локализованными состояниями,  $P_0$  - величина, имеющая порядок энергии связи электрона, r - пространственное расстояние между локализованными состояния между локализованными состояниями,  $a_B$  - боровский радиус.

Переменное электрическое поле (например, звуковой или электромагнитной волны), прикладываемое к такой двухуровневой системе, будет приводить к модуляции во времени энергетического зазора  $\Lambda$ , в связи с чем формула (22) запишется в виде:

$$\Lambda = \sqrt{(\Phi + eE(t)r)^2 + P^2} , \qquad (23)$$

где E(t) - амплитуда переменного электрического поля. Следует отметить, что модулирующая добавка eE(t)r является очень малой в сравнении с зазором  $\Lambda$ .

Имеются два механизма поглощения звуковой или электромагнитной волны двухуровневой системой: 1) резонансный (бесфононный) – реализуется вследствие прямых переходов электронов между уровнями пары, когда  $\Lambda = \hbar \omega$ , и 2) релаксационный - переходы электронов между уровнями пары происходят с участием фононов, когда  $\Lambda >> \hbar \omega$ . Забегая вперед, скажем, что в наших измерениях, которые будут обсуждаться далее, осуществлялся только релаксационный механизм поглощения, поскольку использованные рабочие частоты не были настолько велики, чтобы выполнялось условие  $\Lambda = \hbar \omega$ .



Рис. 11. Расположение уровней энергии в паре локализованных состояний.

Релаксационный механизм поглощения в двухуровневой системе можно пояснить следующим образом. Предположим, что в начальный момент времени (когда E = 0) нижний уровень пары занят электроном, а верхний уровень пары является свободным. Расстояние между уровнями определяется формулой (22). Затем мы включаем переменное электрическое поле ( $E \neq 0$ ), которое приводит к тому, что система начинает «дышать», т.е. зазор между уровнями модулируется приложенным электрическим полем, как показано в формуле (23). В какой-то момент электрон сможет перейти на верхний уровень, поглотив фонон с одной энергией, а затем через некоторое время вернуться на нижний уровень, испустив фонон уже с другой энергией. Разность энергий поглощенного и испущенного фонона будет определять поглощение звуковой или электромагнитной волны.

Полный коэффициент поглощения, связанный с релаксационным механизмом, определяется как [34]:

$$\Gamma \sim \int_{0}^{\infty} \frac{d\Lambda}{\cosh^{2} \left[\Lambda / (2k_{B}T)\right]} \int_{\tau_{\min}(\Lambda)}^{\infty} \frac{\omega^{2}}{1 + \omega^{2}\tau^{2}} \frac{d\tau}{\left[1 - \tau_{\min}(\Lambda) / \tau\right]^{1/2}},$$
(24)

где  $\tau$  - время релаксации заселенностей уровней пары, определяемое из уравнения:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau},\tag{25}$$

в котором *n* - заселенность верхнего уровня пары,  $n_0 = 1/[1 + \exp(\Lambda/k_B T)]$  - равновесное значение заселенности *n*;  $\tau_{\min}(\Lambda)$  - минимальное время релаксации для пар с заданным зазором  $\Lambda$ .

Из формулы (24) следует, что значение коэффициента поглощения зависит от соотношения между временем релаксации заселенностей  $\tau$  и частотой звуковой или электромагнитной волны  $\omega$ . В частности, в работе [36] было показано, что при  $\omega \tau_{\min} \ll 1$  основной вклад в поглощение будут давать только те пары, у которых  $\Lambda \approx k_B T$  и  $\tau \approx 1/\omega$ , при этом коэффициент поглощения  $\Gamma \sim \omega$  и практически не зависит от температуры. Если  $\omega \tau_{\min} \gg 1$ , то поглощение главным образом определяется только парами, у которых  $\tau$  близко к  $\tau_{\min}$ , при этом коэффициент поглощения начинает зависеть от температуры и не зависит от частоты.

Теперь рассмотрим, как влияет внешнее магнитное поле *B* на коэффициент поглощения  $\Gamma$ . В магнитном поле уменьшается степень перекрытия волновых функций локализованных состояний пары, вследствие чего коэффициент поглощения  $\Gamma$  начинает уменьшаться, и при  $B \rightarrow \infty$   $\Gamma \rightarrow 0$ . Степень влияния магнитного поля на поглощение определяется соотношением между магнитной длиной  $l_{B}$  и радиусом локализации электрона *a*. В частности

$$\frac{l_B}{a} = \sqrt{B_0/B}$$
, где  $B_0 = c\hbar/(ea^2)$ . (26)

Как было показано в работе [37], если  $B \ll B_0$  (область слабых магнитных полей), то  $\Gamma_{\perp}(B) - \Gamma(0) \sim B^2$ , где  $\Gamma(0)$  - коэффициент поглощения в отсутствие магнитного поля. При  $B >> B_0$  (область сильных магнитных полей),  $\Gamma_{\perp}(B) - \Gamma(0) \sim B^{-2} \ln B$ .

Следует отметить, что двухузельная модель была изначально разработана для трехмерного примесного полупроводника. Ее применение для двухмерного случая поясняется рис. 12. Наличие примесей и дефектов приводит к тому, что между соседними уровнями Ландау  $E_i$  и  $E_{i+1}$  имеется рельефный крупномасштабный потенциал  $\Sigma$ . Если уровень Ферми  $E_F$  лежит в области этого потенциала, то будут иметься пары близких по энергии минимумов, между которыми возможны переходы электронов. В частности, на рис. 12 показана только одна такая пара, состоящая из минимума 1, в котором присутствует электрон, и «свободного» минимума 2. Переменное электрическое поле будет модулировать энергетический зазор между минимумами 1 и 2. Таким образом, электрон будет совершать прыжки между указанными минимумами, поглощая и испуская фононы с разными энергиями.



Рис. 12. Пояснение к применению двухузельной модели для двумерного случая.

#### ГЛАВА 2

#### МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЯ

#### 2.1. Акустическая методика

Использованная в настоящей работе акустическая методика основана на способе измерения, предложенном в работе [14]. Это во многом обусловлено тем, что при такой схеме эксперимента появляется возможность изучать транспортные свойства материалов, которые не являются пьезоэлектриками. Суть данной методики поясняется рис. 13. Образец прижимается (с помощью пружин) к поверхности пьезоэлектрического кристалла ниобата лития (LiNbO<sub>3</sub>), на которой сформированы ВШП. Далее на один из ВШП подается высокочастотный сигнал в виде радиоимпульсов. В результате пьезоэлектрического эффекта генерируется ПАВ, которая распространяется по поверхности LiNbO<sub>3</sub>. При этом переменное электрическое поле, сопровождающее ПАВ и имеющее ее частоту, проникает в образец и взаимодействует с носителями заряда. В результате такого взаимодействия происходит ослабление амплитуды ПАВ (поглощение) и изменение ее скорости. Измерения проводятся в магнитном поле, перпендикулярном плоскости образца, в области гелиевых температур. Одновременное измерение коэффициента поглощения (Г) ПАВ и изменения ее скорости (ΔV/V<sub>0</sub>) позволяет определить реальную ( $\sigma_1$ ) и мнимую ( $\sigma_2$ ) компоненты высокочастотной проводимости  $(\sigma_{xx}^{AC} = \sigma_1 - i\sigma_2)$  с использованием уравнений (19), В которых коэффициент электромеханической связи  $K^2 = 0.045$  для LiNbO<sub>3</sub>.



Рис. 13. Схема акустической методики.

На рис. 14 показана конфигурация ВШП, использованных в настоящей работе. ВШП были изготовлены из золота методом фотолитографии в ФТИ им. А.Ф. Иоффе (группа Н.Д. Ильинской). На рис. 14 области металлизации выделены черным цветом. Параметры ВШП подобраны таким образом, чтобы позволить проводить измерения в диапазоне частот 30-400 МГц.

Описанная акустическая методика обладает следующими преимуществами. Во-первых, она позволяет измерять высокочастотную проводимость квантово-размерных систем без использования электрических контактов. Во-вторых, для данной методики не требуется какаято определенная геометрия образца (как, скажем, в случае с «холловским мостиком») – достаточно вырезать образец в виде пластины. В-третьих, одна подложка LiNbO<sub>3</sub> может использоваться для изучения множества образцов, как пьезоэлектрических, так и нет. Вчетвертых, такая методика является неразрушающей, т.е. характеристики образца после измерений с помощью акустической методики не изменяются, и он впоследствии может быть использован для других целей (например, для других измерений или создания устройства на его основе).





Рис. 14. Конфигурация ВШП, использованных в акустической методике.

#### 2.2. Микроволновая методика

Использованная в настоящей работе микроволновая методика основана на подходе, предложенном в работах [33-34], и схематически поясняется рис. 15. В данном случае образец помещается на копланарный волновод, сформированный в форме меандра на поверхности подложки изолирующего GaAs. Высокочастотный сигнал в виде радиоимпульсов, подаваемый на вход копланарного волновода, генерирует квазипоперечную электромагнитную волну (квази-ТЕМ-волну). Аналогично акустической методике, взаимодействие носителей заряда с электрическим полем квази-ТЕМ-волны приводит к изменению ее амплитуды и фазы. Измерение изменений амплитуды и фазы квази-ТЕМ-волны в магнитном поле позволяет определить реальную и мнимую компоненты  $\sigma_{xx}^{AC}$  в исследуемом образце. В микроволновой методике электрическое поле квази-ТЕМ-волны также вводится в исследуемый образец бесконтактным способом. На рис. 16 показаны размеры использованного копланарного волновода: *s* – ширина сигнального провода, *w* – ширина щели между сигнальным и земляным проводами, t – толщина слоя напыленного металла (золота), h – толщина подложки i-GaAs. Все размеры выбраны таким образом, чтобы характеристический импеданс (Z<sub>0</sub>) копланарного волновода был равен 50 Ом. Волновод был изготовлен методом фотолитографии в ФТИ им. А.Ф. Иоффе (группа Н.Д. Ильинской).

Преимущества такой микроволновой методики аналогичны тем, что были описаны ранее в отношении акустической методики. Стоит также отметить, что диапазон рабочих частот в микроволновой методике шире и составляет от сотен мегагерц до десятков гигагерц (в нашем случае – 100-1500 МГц).


Рис. 15. Схема микроволновой методики.



Рис. 16. Размеры копланарного волновода, использованного для проведения измерений с помощью микроволной методики.

# 2.3. Экспериментальная установка

Экспериментальная установка, используемая для проведения акустических и микроволновых измерений, состоит из криогенной части и измерительной части.

#### Криогенная часть

Криогенная часть содержит криостат, соединенный с откачной системой, как показано на рис. 17. Криостат включает в себя гелиевую камеру 1, азотную камеру 2, экран 3, находящийся в тепловом контакте с азотной камерой 2, вакуумную камеру 4, вставку 5 с камерой 6, сверхпроводящий соленоид 7, линейку 8 угольных сопротивлений, предназначенную для измерения уровня жидкого гелия в гелиевой камере 1, и емкость 9 с активированным углем, находящуюся в тепловом контакте с гелиевой камерой 1. Активированный уголь при понижении температуры работает как вакуумный насос, поглощая газы внутри вакуумной камеры 4, тем самым существенно снижая теплообмен с окружающей средой. Заливка гелия в гелиевую камеру 1 осуществляется через горловину 10, при этом пары гелия уходят из гелиевой камеры 1 через тракт 11, соединенный с газгольдером. Заливка азота в азотную камеру 2 осуществляется через горловину 12, а уход паров азота происходит через трубку 13 в окружающую среду. Внутри вставки 5 проведены СВЧ кабели, по которым осуществляется подвод/отвод СВЧ сигнала к/от ВШП или копланарного волновода (в зависимости от типа измерений), установленного в камере 6, и набор проводов, предназначенных для различных целей (в частности, для питания сопротивления, использующегося в качестве датчика температуры). Внутри гелиевой камеры 1 установлена система для крепления сверхпроводящего соленоида 7, реализованная при помощи трех штанг (не показаны). Штанги обладают низкой теплопроводностью и изготовлены из немагнитного материала. Монтаж вставки 5 в гелиевую камеру 1 осуществляется с помощью фланца 14 с вакуумным уплотнением. Также на фланце 14 смонтированы токовводы к сверхпроводящему магниту 7.



Рис. 17. Схема криогенной части экспериментальной установки (сверху – поперечное сечение криостата, подключенного к откачной системе, снизу – вид криостата сверху).

Откачная система состоит из форвакуумного и диффузионного насосов 16 для откачки вакуумной камеры 4, форвакуумного насоса 17 для откачки гелиевой камеры 1, моностата 18 и насоса 19 для откачки гелия из гелиевой камеры 1 для получения температуры ниже 4.2 К. Контроль давления в вакуумной камере 4 осуществляется с помощью вакуумметра 20, а контроль давления в гелиевой камере 1 – с помощью ртутного манометра 21.

Вставка 5 в криостат представляет собой полый продольный стержень из нержавеющей стали. Верхняя часть вставки показана на рис. 18. Она включает в себя разъемы 22 для СВЧ кабелей и разъем 23 для сигнальных проводов. Все разъемы являются вакуумными. Давление внутри вставки измеряется с помощью вакуумной лампы (не показана), которая устанавливается на фланце 24 через вакуумное уплотнение. Откачка вставки происходит через отверстие 25. Сама вставка прикручивается к криостату посредством гайки 26 с вакуумным уплотнением.

В нижней части вставки 5, показанной на рис. 19, располагается держатель 27 для исследуемого образца и подложки с ВШП или копланарным волноводом. На держателе 27 смонтированы выводы СВЧ кабелей, по которым передается СВЧ сигнал для создания переменного электрического поля, проникающего в образец. Над держателем 27 располагается сверхпроводящий ключ 28. Он состоит из шестнадцати сверхпроводящих проводов, которые переходят в сверхпроводящее состояние при температуре 9 К. Верхние концы сверхпроводящего ключа 28 соединены с проводами от разъемов 22 и 23, находящихся при комнатной температуре, нижние – с СВЧ проводами от ВШП или копланарного волновода, сигнальными проводами от датчика температуры. Сверхпроводящий ключ необходим для того, чтобы уменьшить теплоподвод от внешних проводов, находящихся при комнатной температуре, поскольку при переходе в сверхпроводящее состояние теплопроводность материала, из которого выполнены сверхпроводящие провода, резко уменьшается. Через отверстия 29 СВЧ кабели и сигнальные провода подводятся к держателю 27. Нижняя часть вставки закрывается кожухом 30 и герметично запаивается, тем самым образуя камеру 6 для образца, в которую не проникает жидкий гелий (см рис. 20). Кожух 30 выполнен из латуни (немагнитного сплава). Его диаметр немного меньше внутреннего диаметра сверхпроводящего соленоида (28 мм) и равен 27 мм.



Рис. 18. Верхняя часть вставки в криостат.



Рис. 19. Нижняя часть вставки в криостат.



Рис. 20. Нижняя часть вставки в криостат, закрытая кожухом.

Держатель 27 схематически изображен на рис. 21. Он изготовлен из немагнитного сплава (латунь или нержавеющая сталь). Как показано на данном рисунке, держатель 27 включает в себя полое цилиндрическое основание 31 с одним закрытым торцом 32. С внешней стороны на торце 32 расположены два продольных резьбовых стержня 33, на которые надеты спиральные пружины 34, пластина 35 и гайки 36. Пластина 35 содержит штырьки 37 и используется для прижатия образца 38 к подложке 39 с ВШП или копланарным волноводом через стеклышко 40 (кварц). Таким образом, обеспечивается равномерное давление на образец 38, что позволяет избежать его разламывания при прижатии к подложке 39. При этом «придавливание» образца 38 осуществляется путем плавного закручивания гаек 36.

В случае акустических измерений подложка 39 представляет собой толстую (~1 мм) пластину пьезоэлектрического кристалла ниобата лития, на поверхности которой сформированы ВШП. В случае микроволновых измерений подложка 39 представляет собой текстолитовую пластину, на поверхности которой вытравлены контакты для монтажа копланарного волновода.

#### Измерительная часть

На рис. 22 показана упрощенная схема измерительной части экспериментальной установки с установленным амплитудно-фазовым детектором AD8302. Принцип ее работы состоит в следующем. Непрерывный высокочастотный сигнал поступает с генератора 41 (Agilent N9310A) на разветвитель 42 (Splitter ZFSC-2-5). На выходе разветвителя 42 формируются два сигнала, один из которых подается через аттенюаторы (не показаны) на коммутатор 43 (Switch ZASWA-2-50DR+), а другой – на коммутатор 44 (Switch ZASWA-2-50DR+). На оба коммутатора 43, 44 также подаются сигналы питания от блока питания (не показан) и импульсы от генераторов 45, 46 (оба - Г5-54), чтобы «вырезать» из поступающих от разветвителя 42 непрерывных высокочастотных сигналов импульсы с заполнением. Далее высокочастотный импульс с выхода коммутатора 43 поступает на вход копланарного волновода 47 в случае микроволновых измерений или на один из ВШП (не показаны) в случае акустических измерений, расположенный внутри криостата, а затем, пройдя через копланарный волновод или по подложке с ВШП, на амплитудно-фазовый детектор 48 (AD8302). Высокочастотный импульс с выхода коммутатора 44 сразу поступает на детектор 48, где его амплитуда и фаза сравниваются с амплитудой и фазой импульса, прошедшего через копланарный волновод или по подложке с ВШП. Результаты сравнения отображаются на осциллографе 49 (Tektronix TDS 2024B), данные с которого считываются в режиме реального



Рис. 21. Конструкция держателя для подложки с копланарным волноводом или ВШП и образца.



Рис. 22. Блок-схема измерительной части экспериментальной установки с установленным амплитудно-фазовым детектором; 41 - генератор высокочастотных сигналов, 42 - разветвитель, 43 и 44 – коммутаторы, 45 и 46 – генераторы импульсов, 47 – копланарный волновод, 48 – амплитудно-фазовый детектор, 49 – осциллограф.

времени посредством программного обеспечения LabView, установленного на персональном компьютере.

Использование амплитудно-фазового детектора AD8302 значительно упрощает измерительную часть экспериментальной установки и исключает необходимость калибровки каждой получаемой экспериментальной кривой (поскольку амплитудно-фазовый детектор автоматически калибрует подаваемые на него сигналы таким образом, что изменение амплитуды сигнала 30 мВ соответствует 1 дБ, а изменение фазы сигнала 10 мВ – 1 градусу).

Питание сверхпроводящего соленоида 7 обеспечивается программируемым источником тока PSH-10100. Контроль развертки магнитного поля осуществляется на персональном компьютере с помощью программного обеспечения, разработанного в среде LabVIEW. Показания напряжения на угольных резисторах снимаются с помощью вольтметра 15 (Agilent 34401A). Кроме того, для измерения температуры внутри камеры 6 вставки 5 в криостат используется проградуированное угольное сопротивление, показания с которого снимаются с помощью моста переменного тока с контроллером температуры (модель 370 AC Resistance Bridge).

#### 2.4. Объекты исследования

В настоящей работе была изучена высокочастотная проводимость следующих объектов:

#### <u>Образец p-SiGe/Ge/SiGe</u>

Данный образец был выращен Н. Von Känel, сотрудником Laboratorium für Festkörperphysik ETH Zürich (Цюрих, Швейцария). Структура образца схематически показана на рис. 23. Образец был получен методом химического осаждения из паровой фазы с помощью пучка плазмы с низкой энергией (LEPECVD) [38]. Активная часть образца представляет собой двумерный канал в напряженном слое Ge (толщиной 20 нм), который заключен между слоями SiGe с содержанием Ge около 60%. Модулированное легирование достигалось за счет введения разбавленного диборана ( $H_6B_2$ ) в слой над каналом после нелегированного спейсер-слоя.

Концентрация и подвижность дырок в двумерном канале при T = 4.2 К равны  $p = 6 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> и  $\mu_p = 6 \times 10^4$  см<sup>2</sup>/(B·c) соответственно.

Из-за рассогласования параметров решетки для граничащих слоев Ge и Si<sub>0.4</sub>Ge<sub>0.6</sub> сформированный двумерный канал является напряженным (в данном случае речь идет о деформации растяжения). Согласно работе [39], это рассогласование составляет  $(a_{Ge} - a_{SiGe})/a_{Ge} = \Delta a/a_{Ge} \approx 0,017 = 1,7\%$  (здесь  $a_{Ge} = 5,64613$  – параметр решетки для Ge,  $a_{SiGe} = 5,549347$  – параметр решетки для Si<sub>0.4</sub>Ge<sub>0.6</sub>, рассчитанный по следующей формуле:  $a(x) = a(0) + 0,20036x(1-x) + [a(1) - a(0)]x^2$  для Si<sub>1-x</sub>Ge<sub>x</sub>, при этом  $a(0) = a_{Si} = 5,43095$  – параметр решетки для Si, и  $a(1) = a_{Ge}$ ).

Рис. 24 демонстрирует структуру валентной зоны в напряженном слое Ge. Понижение размерности (от 3D к 2D) вызывает расщепление подзон легких ( $\varepsilon_{lh}$ ) и тяжелых ( $\varepsilon_{hh}$ ) дырок [40-41]. Деформация растяжения увеличивает энергетический зазор между этими подзонами, который можно оценить следующим образом:  $\Delta \varepsilon \sim d \cdot \Delta a/a_{Ge} \approx 100$  мэВ, здесь d = 5,3 эВ [39] – деформационный потенциал для Ge. Причем при деформации растяжения верхней оказывается подзона тяжелых дырок. При таком зазоре между подзонами  $\varepsilon_{lh}$  и  $\varepsilon_{hh}$  в проводимости будут принимать участие только тяжелые дырки. Ниже подзон  $\varepsilon_{lh}$  и  $\varepsilon_{hh}$  расположена подзона  $\varepsilon_{so}$ , отщепленная от дна валентной зоны Ge на 290 мэВ [42] за счет спин-орбитального взаимодействия.



Рис. 23. Структура образца p-SiGe/Ge/SiGe.



Рис. 24. Структура валентной зоны Ge в присутствие деформации растяжения.

#### Образцы с плотным массивом квантовых точек Ge в Si

Данные образцы были изготовлены в Новосибирском Институте Физики полупроводников. Структура образцов схематически показана на рис. 25. Они были выращены методом молекулярно-лучевой эпитаксии в режиме роста Странски-Крастанова на подложке кремния с ориентацией (001), легированной бором [43]. Слой квантовых точек (КТ) с плотностью  $n \sim 4 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> находится на глубине 40 нм от поверхности образца. КТ имеют форму пирамид с квадратным основанием 100 × 100 ÷ 150 × 150 Å и высотой около 10-15 Å. Образцы δ-легированы бором с  $n_B \sim 10^{14}$  см<sup>-3</sup> и отожжены при температурах 575°C и 625°C.

В процессе изготовления КТ формировались из сплошной пленки Ge толщиной 6-10 монослоев под действием упругих деформаций, вызванных несовпадением параметров решетки Ge и Si. Содержание Ge в полученных КТ является очень высоким (близким к единице). Такое высокое содержание Ge необходимо для обеспечения большого разрыва валентных зон Ge и Si (порядка 0.7 эВ для чистого Ge на Si (001)), позволяющего сформировать в валентной зоне Ge глубокую потенциальную яму для дырок.

Средний латеральный размер (равный средней длине основания пирамиды) КТ Ge равен 15 нм, а среднеквадратичное отклонение от этого размера составляет около 20%. Однако, согласно работе [44], такой разброс КТ по размерам не приводит к существенному размытию атомоподобного (дискретного) спектра состояний в рассматриваемой системе.

Среднее расстояние между КТ изначально (перед отжигом) равнялось ~ 15 нм. Отжиг приводил к тому, что КТ «расползались» и перекрывались по краям, что позволило наблюдать проводимость дырок между КТ (см главу 5). На рис. 26 показан снимок КТ Ge после отжига.

Зонная диаграмма одной КТ Ge была определена в работах [44-45] и схематически показана на рис. 27. Основное состояние дырки хорошо описывается s-образной волновой функцией и является двукратно вырожденным по спину. Первое возбужденное состояние дырки характеризуется p-образной волновой функцией и имеет степень вырождения, равную 4 (одна двойка связана со спиновой степенью свободы, а другая – с эквивалентностью кристаллографических направлений, вдоль которых ориентированы диагонали основания пирамиды Ge).

При низких температурах дырки уходят с примесного уровня бора и заполняют уровни в КТ. Степень заполнения КТ дырками вычисляется следующим образом: концентрацию примесей бора надо поделить на плотность КТ. В результате, степень заполнения равна 2,5÷2,85. Это означает, что при низких температурах в среднем первые два уровня во всех КТ заполнены полностью, и лишь в некоторых КТ происходит заполнение третьего уровня.



Рис. 25. Структура образца с КТ Ge в Si.



Рис. 26. Снимок КТ Ge в Si после отжига, полученный с помощью электронной микроскопии.



Рис. 27. Зонная диаграмма одной КТ Ge в Si.

# ГЛАВА 3

# ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТЯЖЕЛЫХ ДЫРОК В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

# 3.1. Экспериментальные результаты

Как было показано параграфе 2.4, носителями заряда в образце p-SiGe/Ge/SiGe являются тяжелые дырки. Для изучения их высокочастотной проводимости были выполнены акустические измерения с использованием бесконтактной конфигурации эксперимента, описанной в параграфе 2.1, т.е. образец прижимался к подложке LiNbO<sub>3</sub> между ВШП. Измерения проводились при частотах 30-300 МГц в поперечном магнитном поле до 18 Тл в области температур 0.3-5.8 К. Следует отметить, что часть измерений выполнялась в Национальной лаборатории высоких магнитных полей (NHMFL), расположенной в городе Таллахасси (шт. Флорида, США).

Эти измерения были направлены на решение следующих задач:

- определить бесконтактным способом основные параметры двумерного дырочного газа, а именно: концентрацию, подвижность, проводимость при нулевом магнитном поле, транспортное и квантовое времена релаксации, температуру Дингла, эффективную массу;

- определить механизмы локализации тяжелых дырок в напряженном канале Ge из анализа зависимостей высокочастотной проводимости от магнитного поля и температуры.

На рис. 28(а) показаны зависимости коэффициента поглощения ПАВ от магнитного поля:  $\Delta\Gamma(B) = \Gamma(B) - \Gamma(0) \approx \Gamma(B)$  (поскольку  $\Gamma(0) <<\Gamma(B)$ ), и зависимости изменения скорости ПАВ от магнитного поля:  $\Delta V(B)/V(0) = [V(B) - V(0)]/V(0)$ , которые были получены при частоте 30 МГц и температуре 0.3 К. Можно видеть, что в магнитном поле появляются осцилляции коэффициента поглощения и скорости ПАВ, которые до 3 Тл соответствуют осцилляциям типа Шубникова-де Гааза, а выше 3 Тл – осцилляциям в режиме ЦКЭХ. Аналогичные кривые были получены для других частот и температур. На рис. 28(б) приведены те же самые зависимости



Рис. 28. Зависимости  $\Gamma(B)$  и  $\Delta V(B)/V(0)$  при f = 30 МГц и T = 0.3 К: (а) для магнитных полей до 18 Тл; (б) в диапазоне магнитных от 0 до 5.5 Тл. Стрелками обозначены числа заполнения.

только в области магнитных полей от 0 до 5.5 Тл. Богатая осцилляционная картина наблюдается вплоть до числа заполнения v = 22.

Зависимости  $\Gamma(B)$  и  $\Delta V(B)/V(0)$  выражаются через реальную ( $\sigma_1$ ) и мнимую ( $\sigma_2$ ) компоненты высокочастотной проводимости ( $\sigma_{xx}^{AC} = \sigma_1 - i\sigma_2$ ) с помощью формул (19), в которых  $K^2 = 0,045$  - коэффициент электромеханической связи ниобата лития, d = 145 нм – глубина залегания двумерного канала (определена технологами),  $\varepsilon_1 = 50$  - диэлектрическая постоянная ниобата лития,  $\varepsilon_0 = 1$  - диэлектрическая постоянная вакуума,  $\varepsilon_s = 16,2$  - диэлектрическая постоянная бе.

Из уравнений (19) становится очевидной причина возникновений осцилляций в зависимостях  $\Gamma(B)$  и  $\Delta V(B)/V(0)$ . Поскольку  $\Gamma(B)$  и  $\Delta V(B)/V(0)$  зависят от проводимости двумерного канала, то квантование энергетического спектра тяжелых дырок в сильном поперечном магнитном поле, приводящее к появлению осцилляций проводимости, также будет вызывать соответствующие осцилляции в поглощении и изменении скорости ПАВ. Кроме того, как видно на рис. 28(a)-(б), начиная с 3 Тл и выше максимумы в зависимости  $\Gamma(B)$  начинают расщепляться. Такое расщепление можно легко объяснить при условии  $\sigma_2 = 0$ . Если проводимость велика, т.е.  $\Sigma_1 = 4\pi\sigma_1 t(q)/\varepsilon_s v_0 >> 1$ , то  $\Gamma \sim 1/\sigma_1$ ; когда проводимость очень мала,

т.е.  $\Sigma_1 \ll 1$ , то  $\Gamma \sim \sigma_1$ ; если же  $\Sigma_1 = 1$ , то  $\Gamma$  имеет максимум, равный  $\Gamma_{\max} = 8.68 \frac{K^2}{4} qA$ .

# 3.2. Определение параметров двумерного дырочного газа

Следует отметить, что все акустические измерения являются относительными, т.е. в эксперименте измеряются только изменения коэффициента поглощения ПАВ и ее скорости в магнитном поле (см рис. 28(a)-(б)), и, таким образом, нет возможности непосредственно получить из них абсолютные значения либо проводимости, либо подвижности при B = 0. Однако, в образцах с высокой подвижностью, к которым относится образец p-SiGe/Ge/SiGe, можно наблюдать множество осцилляций типа Шубникова-де Гааза в области относительно низких магнитных полей (где нет локализации носителей заряда), из которых, в свою очередь, можно определить, например, указанные выше величины. Ниже приведены способы

вычисления некоторых параметров двумерного дырочного газа в образце p-SiGe/Ge/SiGe с помощью анализа осцилляций типа Шубникова-де Гааза в области магнитных полей до 3 Тл.

## Концентрация тяжелых дырок

Максимумы в зависимости  $\Gamma(B)$  на рис. 28(а)-(б) эквидистантны по 1/B, что позволяет определить концентрацию тяжелых дырок в двумерном канале по периоду осцилляций, используя следующее выражение [46]:

$$p = (e/ch)vB, \qquad (27)$$

где *е* – заряд электрона, *h* – постоянная Планка, *v* – число заполнения, характеризующее число уровней Ландау, полностью заполненных тяжелыми дырками при *T* = 0 К. Из выражения (27) следует, что концентрацию *p* можно определить из наклона зависимости *v*(1/*B*) (см рис. 29; значения приведены в СГС), который равен  $\frac{pch}{e}$ . В результате, концентрация тяжелых дырок в напряженном канале Ge получилась равной  $p = (6,01\pm0,03) \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.

### Подвижность и проводимость тяжелых дырок при нулевом магнитном поле

Как следует из уравнений (19), для вычисления компонент  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  необходимо знать величину зазора *a*. Определить ее можно следующим образом. Согласно теории Друде [47], частотная зависимость проводимости делокализованных носителей заряда в переменном электрическом поле в отсутствии магнитного поля описывается следующей формулой:

$$\sigma_1(\omega) = \sigma_0 \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}, \ \sigma_0 = en\mu, \tag{28}$$

где  $\tau_0$  - транспортное время релаксации, *e* - заряд электрона, *n* и  $\mu$  - концентрация и подвижность носителей заряда,  $\omega = 2\pi f$  - частота электрического поля.

Как будет показано далее в этом параграфе, для образца p-SiGe/Ge/SiGe  $\tau_0 = 3,17 \times 10^{-12}$  с при T = 1,1 К, и при самой высокой из используемых нами частот (т.е. f = 400 МГц) будет выполняться условие  $\omega \tau_0 <<1$ . Следовательно, частотной зависимостью проводимости тяжелых дырок в области делокализации можно пренебречь. Это позволяет определить величину зазора *a* путем подгонки кривой  $\sigma_1(B)$ , полученной при разных частотах и температурах, к кривой  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$  в максимумах осцилляций, где проводимость определяется делокализованными тяжелыми дырками, и, как показано выше, не зависит от частоты.



Рис. 29. Зависимость числа заполнения v от 1/B.

Результат такой подгонки для  $f = 30 \text{ M}\Gamma$ ц и T = 1,7 К показан на рис. 30, причем величина  $a \approx 0,6 \times 10^{-6}$  м. На рис. 31 показаны зависимости  $\sigma_1$  от магнитного поля для разных температур, полученные из уравнений (19) с использованием найденной величины зазора.

Согласно теории Андо [48], диагональную компоненту проводимости  $\sigma_{xx}$  в магнитном поле можно выразить следующим образом:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^* + \sigma_{xx}^{osc}, \tag{29}$$

где  $\sigma_{xx}^* = \sigma_0/(1 + (\omega_c \tau_0)^2)$  – классическая Друде-проводимость, причем  $\sigma_0 = ep\mu_p$  – проводимость в нулевом магнитном поле,  $\omega_c = eB/m^*c$  – циклотронная частота,  $\tau_0$  – транспортное время релаксации,  $\mu_p$  – подвижность тяжелых дырок;  $\sigma_{xx}^{osc}$  – осциллирующая часть проводимости. Если  $\omega_c \tau_0 >> 1$  (условие сильного магнитного поля), то  $\sigma_{xx}^* = \sigma_0/(\omega_c \tau_0)^2 = epc^2/(\mu_p B^2)$ . Поэтому, зная концентрацию p, из наклона зависимости  $\sigma_{xx}^* (1/B^2)$  можно определить подвижность  $\mu_p$ .

Введем следующие обозначения:  $\sigma_{xx} = \sigma_1$ ,  $\sigma_{xx}^* = \sigma_1^*$  и  $\sigma_{xx}^{osc} = \sigma_1^{osc}$ . Зависимость  $\sigma_1^*(B)$  при f = 30 МГц и T = 1,1 К показана пунктиром на рис. 32. Она построена как среднее между двумя огибающими кривыми. На рис. 33 показана зависимость  $\sigma_1^*(1/B^2)$  (значения приведены в СГС), из наклона которой было найдено, что  $\mu_p = (4,97 \pm 0,03) \times 10^4 \text{ см}^2/(\text{B}\cdot\text{c})$ .



Рис. 30. Зависимость  $\sigma_1(B)$ , полученная при частоте 30 МГц, и зависимость  $\sigma_{xx}^{DC}(B)$  при T = 1.7 К.



Рис. 31. Зависимости  $\sigma_1$  от магнитного поля *В* при частоте 30 МГц в диапазоне температур 0,3-5,8 К.



Рис. 32. Зависимость проводимости  $\sigma_1$  и классической Друде-проводимости  $\sigma_1^*$  (показана пунктиром) от магнитного поля (T = 1,1 К, f = 30 МГц).



Рис. 33. Зависимость проводимости  $\sigma_1^*$  от  $1/B^2$  при f = 30 МГц и T = 1,1 К.

Аналогичные зависимости  $\sigma_1^*(1/B^2)$  были также получены для других температур в диапазоне 0,3–5,8 К. Определенные из них значения подвижности  $\mu_p$  построены от температуры на рис. 34. Видно, что в указанном диапазоне температур подвижность тяжелых дырок немонотонно изменяется с температурой. Согласно теории [49], температурную зависимость подвижности можно представить в виде:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_{ph}} = \xi_1 T^{3/2} + \xi_2 T^{-3/2}, \tag{30}$$

где  $\mu_i$  – подвижность, обусловленная рассеянием на ионах примеси;  $\mu_{ph}$  – подвижность, обусловленная рассеянием на фононах;  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – коэффициенты пропорциональности. Из выражения (30) следует, что с ростом температуры подвижность  $\mu$  увеличивается пропорционально  $T^{3/2}$ , если преобладает рассеяние на ионах примеси, затем она проходит через максимум и далее уменьшается пропорционально  $T^{-3/2}$ , если начинает доминировать рассеяние на фононах. Описанный характер изменения подвижности качественно согласуется с зависимостью  $\mu_p(T)$ , показанной на рис. 34.

Найденные значения подвижности  $\mu_p$  позволяют определить проводимость тяжелых дырок в нулевом магнитном поле, используя выражение [49-50]:

$$\sigma_1(B=0) = ep\mu_p. \tag{31}$$

В частности, при T = 1,1 К  $\sigma_1(B=0) = (4,78\pm0,06) \times 10^{-3}$  Ом<sup>-1</sup>.

# Эффективная масса тяжелых дырок

Как следует из [51], размах осцилляций 2Δ $\sigma_1$ , показанный на рис. 32, выражается следующим образом:

$$2\Delta\sigma_1 = 4\pi\sigma_1^* \exp\left[-\frac{2\pi^2 kT}{\hbar\omega_c}\right] \frac{kT}{\hbar\omega_c}.$$
(32)

Из наклона зависимости  $\ln\left(\frac{2\Delta\sigma_1}{\sigma_1^*T}\right)$  от T (см рис. 35), который равен  $-\frac{2\pi^2k}{\hbar\omega_c}$ , можно

найти эффективную массу тяжелых дырок  $m^*$ , входящую в выражение для циклотронной частоты  $\omega_c$ . Вычисления проводились для магнитных полей 1,2 Тл, 1,3 Тл, 1,4 Тл и 1,6 Тл. В итоге, эффективная масса оказалось равной  $m^* \approx (0.11 \pm 0.01)m_0$ , где  $m_0$  - масса свободного электрона.



Рис. 34. Зависимость подвижности  $\mu_p$  при нулевом магнитном поле от температуры.



#### Транспортное и квантовое времена релаксации и температура Дингла

Из экспериментально определенных значений  $\mu_p$  (см рис. 34) можно вычислить транспортное время релаксации  $\tau_0$ , используя следующее выражение [49-50]:

$$\mu_p = \frac{e}{m^*} \tau_0 \,. \tag{33}$$

В частности,  $\tau_0 = (3,11\pm0,04) \times 10^{-12}$ с при T = 1,1 К.

Согласно теории [52], обратную величину транспортного времени релаксации, т.е.  $\tau_0^{-1}$ , можно записать в виде:

$$\frac{1}{\tau_0} = \int_{k'} W(k,k') [1 - \cos \gamma] dk',$$
(34)

где W(k,k') - вероятность рассеяния электрона или дырки из состояния с волновым вектором k в состояние с волновым вектором k',  $\gamma$  - угол рассеяния. Из выражения (34) следует, что при малых углах  $\gamma$  член  $[1 - \cos \gamma] \approx 0$ . Это означает, что транспортное время релаксации в основном характеризует столкновительные процессы с большими углами рассеяния.

В отличие от этого, квантовое время релаксации  $\tau_q$  учитывает все столкновительные процессы, вне зависимости от углов рассеяния. Согласно работе [48], обратную величину квантового времени релаксации, т.е.  $\tau_q^{-1}$ , можно записать в виде:

$$\frac{1}{\tau_q} = \int_{k'} W(k,k') dk'.$$
(35)

Величина  $\tau_q$  является мерой уширения уровней Ландау и входит в выражение для осциллирующей части проводимости  $\sigma_1^{osc}$  [53, 54]:

$$\sigma_1^{osc} \sim \sigma_1^* D(X_T) \exp(-\pi/\omega_c \tau_q) \cos(2\pi E_F / \hbar \omega_c - \pi), \qquad (36)$$

где  $D(X_T) = X_T / \sinh X_T$ ,  $X_T = 2\pi^2 T / \hbar \omega_c$ ,  $E_F$  – энергия Ферми. Согласно [55, 56], амплитуда осцилляций  $\Delta \sigma_1$  выражается следующим образом:

$$\Delta \sigma_1 = 2\sigma_1^* D(X_T) \exp\left(-\pi/\omega_c \tau_q\right). \tag{37}$$

Отсюда следует, что величину  $\tau_a$  можно определить из наклона зависимости

$$\ln\left(\frac{\Delta\sigma_1}{2\sigma_1^*D(X_T)}\right)$$
 от  $\frac{1}{\omega_c\tau_0}$  (см рис. 36), который равен  $-\pi\frac{\tau_0}{\tau_q}$ . При температуре  $T = 1,1$  К и частоте  $f = 30$  МГц квантовое время релаксации для образца p-SiGe/Ge/SiGe получилось равным  $\tau_q = (0,80\pm0,04) \times 10^{-12}$  с.



Рис. 36. Зависимость  $\ln\left(\frac{\Delta\sigma_1}{2\sigma_1^* D(X_T)}\right)$  от  $\frac{1}{\omega_c \tau_0}$  при T = 1,1 К, f = 30 МГц.

Отношение  $\tau_0/\tau_q$  является характеристикой механизма рассеяния в рассматриваемой системе. В частности, в образце p-SiGe/Ge/SiGe при температуре T = 1,1 К и частоте f = 30 МГц  $\tau_0/\tau_q \approx 3.87$ . Как следует из [57, 58], такое отношение (т.е.  $\tau_0/\tau_q >> 1$ ) соответствует рассеянию на ионах примеси, которые отделены от напряженного канала Ge спейсер-слоем.

Другим важным параметром двумерной системы является температура Дингла, которая характеризует нетепловое (столкновительное) уширение уровней Ландау и выражается следующим образом [59, 60]:

$$T_D = \hbar / (2\pi \tau_a k_B). \tag{38}$$

При  $\tau_q = (0.80 \pm 0.04) \times 10^{-12}$  с температура Дингла оказывается равной  $T_D \approx 1.51$  К.

## 3.3. Механизм проводимости тяжелых дырок при малых числах заполнения

Чтобы понять, как реализуется проводимость тяжелых дырок в области магнитных полей, соответствующих малым числам заполнения (т.е. в режиме ЦКЭХ), необходимо изучить зависимости минимумов осцилляций высокочастотной проводимости от магнитного поля и температуры.

Начнем с рассмотрения реальной компоненты  $\sigma_1$  высокочастотной проводимости. Рис. 37 демонстрирует зависимость  $\sigma_1(B)$  в минимумах осцилляций с четными числами заполнения при разных температурах. Было обнаружено, что для магнитных полей в диапазоне 1 Тл < B < 6 Тл  $\sigma_1 \propto 1/B^2$ , в то время как при B > 6 Тл  $\sigma_1$  начинает выполаживаться.

Далее рассмотрим, как соотносятся между собой реальная и мнимая компоненты высокочастотной проводимости. На рис. 38 показаны зависимости  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  от магнитного поля при температуре T = 0,3 К. Можно видеть, что в сильных магнитных полях, соответствующих малым числам заполнения,  $\sigma_1 < \sigma_2$  в минимумах осцилляций. В то же время,  $\sigma_1$  в максимумах осцилляций больше, чем  $\sigma_2$ . При числе заполнения v = 10 минимум осцилляции  $\sigma_2$  сравнивается с минимумом осцилляции  $\sigma_1$ , а при числах заполнения  $v \ge 12$  в минимумах осцилляций  $\sigma_2$  становятся намного меньше, чем  $\sigma_1$ .



Рис. 37. Зависимость  $\sigma_1$  от магнитного поля *B* в минимумах осцилляций с числами заполнения v = 2, 4, 6, 8, 10, 12 и 14 при температурах 0,3, 0,7, 1,1 и 1,6 К.



Рис. 38. Зависимости реальной  $\sigma_1$  и мнимой  $\sigma_2$  компонент высокочастотной проводимости от магнитного поля при T = 0,3 К и f = 30 МГц.

На рис. 39 показано, как  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в минимумах осцилляций с разными числами заполнения меняются с температурой. Видно, что  $\sigma_2 > \sigma_1$  для малых чисел заполнения при низких температурах. С увеличением температуры отношение между компонентами проводимости изменяется, и  $\sigma_1$  становится больше, чем  $\sigma_2$ . Для числа заполнения v = 7,  $\sigma_2 < \sigma_1$  во всем температурном диапазоне.

Таким образом, малые значения проводимости (~10<sup>-8</sup> Ом<sup>-1</sup>), полученные зависимости проводимости от магнитного поля и температуры, и тот факт, что  $\sigma_2 > \sigma_1$  при высоких магнитных полях и низких температурах, свидетельствуют о том, что в минимумах осцилляций высокочастотной проводимости в режиме ЦКЭХ механизм проводимости носит прыжковый характер, описываемый двухузельной моделью [13, 35, 36].



Рис. 39. Температурная зависимость реальной  $\sigma_1$  и мнимой  $\sigma_2$  компонент высокочастотной проводимости для разных чисел заполнения: (a)  $\nu = 4$ , (б)  $\nu = 5$ , (в)  $\nu = 6$ , (г)  $\nu = 7$ .

# 3.4. Выводы

1. С помощью акустической методики были получены зависимости высокочастотной проводимости тяжелых дырок в образце p-SiGe/Ge/SiGe от магнитного поля и температуры.

2. Из анализа осцилляций проводимости типа Шубникова-де Газа в области магнитных полей до 3 Тл при f = 30 МГц и T = 1,1 К были определены основные параметры двумерного дырочного газа, а именно: концентрация ( $p = (6,01\pm0,03)\times10^{11}$  см<sup>-2</sup>), подвижность и проводимость при нулевом магнитном поле ( $\mu_p = (4,97\pm0,03)\times10^4$  см<sup>2</sup>/(В·с) и  $\sigma_1(B=0) = (4,78\pm0,06)\times10^{-3}$  Ом<sup>-1</sup>), транспортное и квантовое времена релаксации ( $\tau_0 = (3,11\pm0,04)\times10^{-12}$  с и  $\tau_q = (0,80\pm0,04)\times10^{-12}$  с), температура Дингла ( $T_D \approx 1,51$  К), эффективная масса ( $m^* \approx (0,11\pm0,01)m_0$ );

3. Было показано, что в минимумах осцилляций высокочастотной проводимости в режиме ЦКЭХ механизм проводимости носит прыжковый характер, описываемый двухузельной моделью.

# ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТЯЖЕЛЫХ ДЫРОК В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

4.1. Определение д-фактора

Прежде чем приступить к обсуждению результатов измерений в наклонном магнитном поле необходимо определить g-фактор тяжелых дырок в поперечном магнитном поле ( $g_{\perp}$ ). На рис. 40 представлены температурные зависимости реальной части проводимости  $\sigma_1$  в минимумах осцилляций для нечетных (а) и четных (б) чисел заполнения.

Из зависимостей  $\sigma_1(T)$ , представленных на рис. 40(а)-(б), следует, что имеется диапазон температур (1,1-5,8) К, в котором проводимость носит активационный характер и описывается выражением:

$$\sigma_1 \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{2k_B T}\right),\tag{39}$$

где  $\Delta$  - энергия активации. Величину  $\Delta$  можно найти из наклона зависимостей  $\ln \sigma_1$  от 1/T.

С учетом уширения уровней Ландау (Г<sub>в</sub>) для нечетных чисел заполнения энергия активации записывается в виде:

$$\Delta_{odd} = \Delta_Z - \Gamma_B, \tag{40}$$

где  $\Delta_Z = |g_{\perp}| \mu_0 B_{\perp}$  - энергия зеемановского расщепления,  $\mu_0$  - магнетон Бора,  $B_{\perp}$  - поперечная компонента магнитного поля. Согласно [61-62],  $\Gamma_B = C \sqrt{B_{\perp}}$ , где C - не зависящий от поля коэффициент.

Для четных чисел заполнения энергия активации равна:

$$\Delta_{even} = \hbar \omega_c - \Delta_Z - \Gamma_B, \tag{41}$$



Рис. 40. Зависимость  $\sigma_1$  от 1/T для (а) нечетных и (б) четных чисел заполнения. На вставке показана зависимость энергии зеемановского расщепления  $\Delta_Z$  от поперечной компоненты магнитного поля для нечетных чисел заполнения.

где  $\hbar \omega_c = \hbar e B_{\perp} / (m^* c)$  - энергетический зазор между орбитально расщепленными уровнями Ландау,  $m^* \approx 0.1 m_0$  - эффективная масса тяжелых дырок, определенная в параграфе 3.2. Величины энергий активации  $\Delta_{odd}$  и  $\Delta_{even}$ , определенные из графиков на рис. 40(а)-(б), приведены в таблице 1.

Число заполнения,	Энергия активации,
ν	$\Delta_{\it odd}$ и $\Delta_{\it even}$ (мэВ)
3	1,41
5	0,61
7	0,13
10	0,82
12	0,62
14	0,38

таолииа т	Таблииа	1
-----------	---------	---

Для нахождения поперечной компоненты g-фактора необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta_{odd} = \Delta_Z - \Gamma_B \\ \Delta_{even} = \hbar \omega_c - \Delta_Z - \Gamma_B \end{cases}$$
(42)

с двумя неизвестными переменными ( $g_{\perp}$ и *C* C) для разных пар четных и нечетных чисел заполнения. Найденные значения  $g_{\perp}$  и *C* приведены в таблице 2, причем значения  $g_{\perp}$  указаны по модулю, поскольку транспортные измерения не позволяют определить знак  $g_{\perp}$ .

Усредняя приведенные в таблице 2 значения, получим, что  $C \approx 0.69 \pm 0.03 \text{ мэB/Tл}^{1/2}$  и  $|g_{\perp}| \approx 6.9 \pm 0.6$ . Следует отметить, что теоретическая оценка [63]  $\tilde{N} = \sqrt{2e\hbar^2/(\pi m^* c \tau_q)} \approx 0.7 \text{ мэB/Tл}^{1/2}$  (где e – заряд электрона,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $m^*$ -эффективная масса тяжелых дырок, c – скорость света,  $\tau_q$  - квантовое время релаксации) дает близкое значение для квантового времени релаксации  $\tau_q \approx 10^{-12}$  с, вычисленного для данной структуры из анализа осцилляций Шубникова-де Гааза при температуре 1,1 К (см параграф 3.2).

Пара чисел заполнения, <i>v</i>	<i>С</i> (мэВ/Тл <sup>1/2</sup> )	$ g_{\perp} $
<i>v</i> = 3 и 10	0.69	7.00
<i>v</i> = 3 и 12	0.68	6.92
<i>v</i> = 3 и 14	0.72	7.18
<i>v</i> = 5 и 10	0.67	7.24
<i>v</i> = 5 и 12	0.66	7.16
<i>v</i> = 5 и 14	0.70	7.48
<i>v</i> = 7 и 10	0.70	6.35
<i>v</i> = 7 и 12	0.69	6.24
<i>v</i> = 7 и 14	0.72	6.58

Таблица 2

На вставке к рис. 40(а) показана зависимость энергии зеемановского расщепления от магнитного поля, причем  $\Delta_Z = \Delta_{odd} + 0.69 \sqrt{B_{\perp}}$ . Значение поперечной компоненты g-фактора, найденное из наклона этой зависимости, также получилось равным  $|g_{\perp}| \approx 6.9$ .

Также следует отметить, что в приведенном выше анализе не было учтено обменное взаимодействие, приводящее к осцилляциям g-фактора в магнитном поле [51]. Известно, что вклад обменного взаимодействия в g-фактор может быть существенным для двумерных электронных систем, однако экспериментальные результаты и теоретический анализ показывают, что он подавляется в дырочных системах на основе GaAs [63-66].

Как известно, энергетический спектр дырок в валентной зоне Ge описывается гамильтонианом Латтинжера с параметрами для Ge  $\gamma_1 = 13,5$ ,  $\gamma = 5,1$  [67] и  $\kappa = 3,4$  [68]. При этом на дне подзоны тяжелых дырок эффективная масса равна  $m^*=m_0/(\gamma_1+\gamma)\approx0,054m_0$ , а  $g_{\perp}=6\kappa=20,4$  в поперечном магнитном поле и  $g_{\parallel}=0$  в продольном магнитном поле [69]. Согласно работе [70], закон дисперсии дырок в двумерных объектах, таких как слой Ge, является непараболичным, и, поэтому, g-фактор и эффективная масса могут зависеть от энергии Ферми. Из работы [71] следует, что в напряженных структурах Ge параметр Латтинжера  $\kappa$  уменьшается, вследствие чего  $g_{\perp}\approx16,5$ . На рис. 41 показана зависимость величины поперечной компоненты g-фактора от энергии Ферми, которая была построена с использованием тех немногочисленных данных, которые нам удалось найти в литературе. Значение  $|g_{\perp}|\approx14,2$  получено в работе [69] из измерений (на постоянном токе) сопротивления структуры,



Рис. 41. Зависимость  $|g_{\perp}|$  от  $E_F$ .

состоящей из множества квантовых ям p-Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> с концентрацией  $p = 1,2 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Значение  $|g_{\perp}| \approx 5,8$  (вероятно, без учета уширения уровней Ландау), указанное в работе [72], было получено из выполненных в работе [73] измерений (на постоянном токе) сопротивления структуры, состоящей также из множества квантовых ям Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> с концентрацией  $p = 5,1 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Таким образом, зависимость  $|g_{\perp}|$  от энергии Ферми E<sub>F</sub>, построенная по известным точкам и найденной нами точке ( $|g_{\perp}| \approx 6,9$ ), свидетельствует о том, что энергетический спектр тяжелых дырок в двумерных объектах, по-видимому, является непараболичным. Это подтверждается исследованиями зависимости эффективной массы от энергии Ферми в работах [74-76].

# 4.2. Влияние продольной компоненты магнитного поля на g-фактор и циклотронную массу

Как указано ранее,  $g_{II} = 0$  на дне подзоны тяжелых дырок. Действительно, эксперимент подтверждает эту величину  $g_{II}$ , т.к. никаких изменений коэффициента поглощения и скорости ПАВ (см рис. 42) в продольном магнитном поле не наблюдается.

Таким образом, g-фактор тяжелых дырок является анизотропным. Зависимость g-фактора от угла наклона Θ вектора магнитного поля относительно нормали к плоскости двумерного канала выражается в общем случае следующим образом [77]:

$$g = \sqrt{g_{\perp}^2 \cos^2(\Theta) + g_{\rm II}^2 \sin^2(\Theta)},\tag{43}$$

где  $g_{\perp}$  - поперечная компонента g-фактора,  $g_{\parallel}$  - продольная компонента g-фактора. Поскольку  $g_{\parallel} = 0$  выражение (43) преобразуется к виду:

$$g = g_{\perp} \cos(\Theta) \,. \tag{44}$$

Подставляя выражение (44) в формулу для энергии зеемановского расщепления в наклонном магнитном поле *B*<sub>тот</sub>, получим, что для анизотропного g-фактора

$$\Delta_{Z} = g\mu_{0}B_{TOT} = g_{\perp}\cos\Theta \cdot \mu_{0}\frac{B_{\perp}}{\cos\Theta} = g_{\perp}\mu_{0}B_{\perp}.$$
(45)


Рис. 42. Зависимость коэффициента поглощения ПАВ ( $\Gamma$ ) и изменения скорости ПАВ ( $\Delta V/V$ ) от магнитного поля при углах наклона  $\Theta = 0^{\circ}$  (поперечное поле, см сплошную линию) и 90° (продольное поле, см пунктирную линию); f = 30 МГц, T = 0,3 К. Угол наклона отсчитывается от нормали к плоскости двумерного канала Ge.

Таким образом, для случая анизотропного g-фактора в наклонном магнитном поле амплитуды осцилляций не должны зависеть от угла наклона, т.е. они определяются только поперечной компонентой магнитного поля  $B_{\perp}$ .

Для проведения измерений в наклонных магнитных полях исследуемый образец был смонтирован на одноосный вращатель, который позволял изменять угол наклона  $\Theta$ . На рис. 43 показана зависимость реальной компоненты  $\sigma_1$  от поперечной компоненты магнитного поля  $B_{\perp} = B_{TOT} \cos \Theta$  для разных углов наклона  $\Theta$ .

На рис. 44(а) показана зависимость осцилляций проводимости, соответствующих малым числам заполнения v = 2, 3 и 4, от магнитного поля. Видно, что с увеличением угла наклона  $\Theta$  положения минимумов осцилляций сдвигаются в сторону более высоких магнитных полей, при этом амплитуды осцилляций практически не изменяются. Для каждого числа заполнения измерения, проводимые в магнитных полях до 18 Тл, ограничивались определенным углом наклона. В частности, для v = 4 угол наклона был ограничен значением 60°. В работах [73, 78, 79] на постоянном токе исследовалась угловая зависимость осцилляций сопротивления в напряженных многослойных гетероструктурах Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> в наклонном магнитном поле, ограниченном углом наклона 60°. Авторы этих работ также не наблюдали изменение амплитуд осцилляций.

Казалось бы, полученные экспериментальные результаты подтверждают полученный выше вывод о том, что для случая анизотропного g-фактора в наклонном магнитном поле амплитуды осцилляций проводимости не должны зависеть от угла наклона. Однако, если рассмотреть амплитуды осцилляций проводимости при больших числах заполнения  $v \ge 5$  (см рис. 44(б)), то можно увидеть, что они начинают уменьшаться при углах наклона больше 60°. По этой причине, мы считаем, что независимость амплитуды осцилляций проводимости от угла наклона больше 60°. По этой причине, мы считаем, что независимость амплитуды осцилляций проводимости от угла наклона больше 60°. По этой причине, мы считаем, что независимость амплитуды осцилляций проводимости от угла наклона при малых числах заполнения связана с другим эффектом. Как было показано в параграфе 3.3, при указанных малых числах заполнения проводимость в минимумах осцилляций носит прыжковый характер, и при магнитных полях больше 6 Тл зависимость  $\sigma_1(B)$  начинает выполаживаться (см рис. 37). Таким образом, в области магнитных полей, соответствующих числам заполнения v = 2, 3 и 4, проводимость слабо зависит от магнитного поля, и, поэтому, амплитуды осцилляций могут оставаться неизменными.



Рис. 43. Зависимость  $\sigma_1$  от поперечной компоненты  $B_{\perp}$  магнитного поля для разных углов наклона  $\Theta = (0 \div 82)^\circ$ ; f = 30 МГц, T = 0,3 К.



Рис. 44. (а) Зависимость  $\sigma_1$  от магнитного поля  $B_{TOT}$  для разных углов наклона; (б) Зависимость  $\sigma_1$  от магнитного поля  $B_{\perp}$  для углов наклона  $\Theta = (0 \div 80)^\circ$ ; f = 30 МГц, T = 0,3 К. Стрелками обозначены числа заполнения.

Как было указано ранее, для больших чисел заполнения ( $\nu \ge 5$ ) наблюдается увеличение проводимости в минимумах осцилляций с увеличением угла наклона  $\Theta$  и уменьшение амплитуды осцилляций. Интересно, что такое поведение наблюдается как для четных, так и для нечетных чисел заполнения. Следовательно, его нельзя объяснить изменениями относительных положений уровней Ландау, так как иначе бы амплитуды осцилляций проводимости, соответствующие четным и нечетным числам заполнения, изменялись в противофазе. Мы связываем наблюдаемые особенности с воздействием продольной компоненты магнитного поля на циклотронную массу  $m_c$ ,  $g_{\perp}$ -фактор и коэффициент уширения уровней Ландау *C* в сложной валентной зоне Ge.

В области активационной проводимости уменьшение амплитуд осцилляций при нечетных числах заполнения должно быть связано с уменьшением энергии активации  $\Delta_{odd}$ . Мы предполагаем, что этот эффект обусловлен уменьшением абсолютного значения  $|g_{\perp}|$  и изменением коэффициента *C* под воздействием продольной компоненты магнитного поля. Зависимость  $g_{\perp}$  и *C* от  $B_{\rm II}$  можно записать в следующем виде:

$$g_{\perp}(B_{\Pi}) = g_{\perp}(0) + \alpha_{S}B_{\Pi}^{2},$$

$$C(B_{\Pi}) = C(0) + \beta B_{\Pi}^{2},$$
(46)

где  $g_{\perp}(0) \approx 6,9$  и  $C(0) \approx 0,69$  мэВ/Тл<sup>1/2</sup> - g-фактор и коэффициент уширения уровней Ландау при нулевом продольном магнитном поле,  $\alpha_s$  и  $\beta$  - коэффициенты. Подставляя выражения (46) в выражение (39), получим, что

$$\ln \sigma_1^{odd} (B_{\mathrm{II}}) = \ln \sigma_1^{odd} (0) + \frac{\alpha_s \mu_0 B_{\perp} + \beta \sqrt{B_{\perp}}}{2k_B T} B_{\mathrm{II}}^2, \qquad (47)$$

где учтено, что  $g_{\perp} < 0$  для тяжелых дырок в Ge, и  $\ln \sigma_1^{odd}(0)$  - проводимость в поперечном магнитном поле для заданного нечетного числа заполнения. Для определения коэффициентов  $\alpha_s$  и  $\beta$  были построены зависимости  $\ln \sigma_1(B_{II})$  от  $B_{II}^2$  для  $\nu = 5$  и 7 (см рис. 45), наклоны которых соответственно равны:

$$b_1 = \frac{\alpha_s \mu_0 B_{1\perp} + \beta \sqrt{B_{1\perp}}}{2k_B T}$$
и (48)

$$b_2 = \frac{\alpha_s \mu_0 B_{2\perp} + \beta \sqrt{B_{2\perp}}}{2k_B T},\tag{49}$$

где  $B_{1\perp}$  и  $B_{2\perp}$  - магнитные поля для чисел заполнения v = 5 и 7 соответственно.

Решая систему из уравнений (48) и (49), получим, что  $\alpha_s^{(exp)} \approx (1,4 \pm 0,2) \times 10^{-3} \,\mathrm{Tr}^{-2}$  и  $\beta^{(exp)} \approx (8 \pm 0,2) \times 10^{-5} \,\mathrm{M}$ ЭВТ $\mathrm{Tr}^{-5/2}$ .



Рис. 45. Зависимость  $\ln \sigma_1(B_{II})$  от  $B_{II}^2$  для чисел заполнения  $\nu = 5$  и 7.

Амплитуды осцилляций  $\sigma_1$ , соответствующих четным числам заполнения, также уменьшаются с увеличением угла наклона  $\Theta$  (см рис. 44(б)). Это свидетельствует об уменьшении энергии активации  $\Delta_{even}$ , которое может быть связано с увеличением циклотронной массы  $m_c$  и коэффициента C при росте продольной компоненты магнитного поля. Аналогичное поведение наблюдалось в двумерных системах n-типа в работах [80-82] и объяснялось увеличением  $m_c$ . Зависимость  $m_c$  от продольной компоненты магнитного поля  $B_{II}$  феноменологически можно описать следующим выражением:

$$\frac{m_0}{m_c(B_{\rm II})} = \frac{m_0}{m_c(0)} - \alpha_c B_{\rm II}^2, \tag{50}$$

где  $\alpha_c$  - коэффициент. Подставляя выражения (46) и (50) в выражение (39), получим, что

$$\ln \sigma_1^{even} (B_{\mathrm{II}}) = \ln \sigma_1^{even} (0) + \frac{(2\alpha_c - \alpha_s)\mu_0 B_{\perp} + \beta \sqrt{B_{\perp}}}{2k_B T} B_{\mathrm{II}}^2,$$
(51)

где  $\ln \sigma_1^{even}(0)$  - проводимость в поперечном магнитном поле для заданного четного числа заполнения.

На рис. 46 показана зависимость  $\ln \sigma_1(B_{II})$  от  $B_{II}^2$ , измеренная при разных  $B_{\perp}$ , соответствующих числам заполнения  $\nu = 10$ , 12 и 14. Согласно выражению (51), зависимости являются линейными. Используя полученные ранее коэффициенты  $\alpha_s$  и  $\beta$ , из наклона построенных зависимостей было найдено, что  $\alpha_c^{(\exp)} \approx (6,0 \pm 0,6) \times 10^{-3} \text{ Tл}^{-2}$ . Сравнивая  $2\alpha_c$  с  $\alpha_s$ , можно сделать вывод, что основной вклад в изменение  $\Delta_{even}$  обусловлен изменением циклотронной массы.

Таким образом, экспериментальные результаты показывают, что продольная компонента магнитного поля приводит к уменьшению значения  $g_{\perp}$  и увеличению циклотронной массы дырок  $m_c$ . Эти эффекты описываются выражениями (46) и (50) соответственно.

Используя модель Латтинжера, Л.Е. Голуб и С.А. Тарасенко разработали микроскопическую теорию, описывающую воздействие продольной компоненты магнитного поля на циклотронную массу  $m_c$  и  $g_{\perp}$ -фактор тяжелых дырок. Проделанные ими вычисления представлены подробно в работе [A4]. На рис. 47 показаны теоретические зависимости поправочных коэффициентов  $\alpha_c$  и  $\alpha_s$  от ширины квантовой ямы, которые они получили для прямоугольной квантовой ямы Ge с бесконечно высокими барьерами, причем сплошные кривые вычислены с учетом деформации, приводящей к расщеплению подзон легких и тяжелых дырок, а пунктирные кривые – без учета деформации. Как видно, оба коэффициента  $\alpha_c$  и  $\alpha_s$  увеличиваются с увеличением ширины квантовой ямы. Коэффициент  $\alpha_c$  почти не



Рис. 46. Зависимость  $\ln \sigma_1$  от  $B_{II}^2$  в минимумах проводимости, соответствующих четным числам заполнения v = 10, 12 и 14.

зависит от деформации, поскольку он в основном определяется структурой подзон тяжелых дырок. В отличие от этого, изменение энергии зеемановского расщепления происходит вследствие смешивания подзон легких и тяжелых дырок, и коэффициент  $\alpha_s$ , поэтому, чувствителен к расщеплению подзон легких и тяжелых дырок, вызванному деформацией. Зависимость  $\alpha_s$  от деформации проявляется в большей степени для широких квантовых ям, в которых расщепление подзон легких и тяжелых дырок вследствие размерного квантования сравнимо или меньше, чем расщепление, вызванное деформацией. Абсолютные значения  $\alpha_c$  и  $\alpha_s$ , полученные из экспериментальных данных, соответствуют вычисленным значениям для ширины квантовой ямы около 100 Å (согласно рис. 47). Несмотря на то, что в данном образце ширина квантовой ямы составляет 200 Å, эффективная длина ограничения тяжелых дырок может быть значительно меньше из-за внутреннего электрического поля, созданного ионизированными примесями, введенными в барьер над квантовой ямой. Это электрическое поле толкает дырки к верхней границе раздела, тем самым уменьшая эффективную ширину квантовой ямы. Таким образом, можно считать, что эксперимент хорошо согласуется с теорией.



Рис. 47. Зависимость (а)  $\alpha_c$  и (б)  $\alpha_s$  от ширины квантовой ямы (КЯ) для случая деформированной ( $\Delta = 100$  мэВ; сплошные кривые) и недеформированной ( $\Delta = 0$ ; пунктирные кривые) квантовой ямы Ge. Квадратами отмечены экспериментально полученные значения  $\alpha_s^{(exp)}$  и  $\alpha_c^{(exp)}$ .

# 4.3. Выводы

1. В области температур, где высокочастотная проводимость носит активационный характер, определена поперечная компонента g-фактора -  $|g_{\perp}| \approx 6.9 \pm 0.6$ , а также найден коэффициент уширения уровней Ландау -  $C \approx 0.69 \pm 0.03$  мэВ/Тл<sup>1/2</sup>.

2. Проведены измерения высокочастотной проводимости в наклонных магнитных полях. Показано, что в чистом продольном магнитном поле  $g_{II} = 0$ .

3. Обнаружено, что для малых чисел заполнения v = 2, 3 и 4 с увеличением угла наклона  $\Theta$  до 60<sup>0</sup> положения минимумов осцилляций сдвигаются в сторону более высоких магнитных полей, при этом амплитуды осцилляций  $\sigma_1$  практически не изменяются.

4. Показано, что при больших числах заполнения ( $\nu \ge 5$ ) проводимость в минимумах осцилляций увеличивается с ростом угла наклона  $\Theta$  как для четных, так и для нечетных чисел заполнения. Такое поведение можно объяснить уменьшением  $g_{\perp}$ -фактора и увеличением циклотронной массы дырок  $m_c$  при росте продольной компоненты  $B_{\Pi}$  магнитного поля.

### ГЛАВА 5

# ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ДЫРОК В ДВУМЕРНОМ МАССИВЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК Ge B Si

Данная глава посвящена изучению высокочастотной проводимости в образцах, содержащих плотные массивы самоорганизующихся квантовых точек (КТ) Ge в Si, с использованием акустической методики. Структура образцов, энергетическая диаграмма КТ и заполнение КТ дырками подробно обсуждались в параграфе 2.4.

Следует отметить, что в ходе эксперимента не наблюдалось изменение скорости ПАВ  $\Delta V/V_0$  в магнитном поле. Это свидетельствует о том, что  $\sigma_2 << \sigma_1$ . Поэтому дальнейшее обсуждение будет касаться только коэффициента поглощения ПАВ Г и реальной компоненты проводимости  $\sigma_1$ .

#### 5.1. Линейный режим

Для начала рассмотрим результаты измерений в линейном режиме, при котором  $\Delta\Gamma(B) = \Gamma(B) - \Gamma(0)$  не зависит от интенсивности ПАВ. Измерения проводились в магнитных полях до 8 Тл при частотах 30-414 МГц и температурах 1,8-13 К.

На рис. 48 показаны экспериментальные зависимости  $\Delta\Gamma(B)$  для одного из образцов при частоте 143 МГц при разных температурах. Как видно,  $\Delta\Gamma$  уменьшается с ростом магнитного поля *B*. В частности, в магнитных полях до 5 Тл  $\Delta\Gamma \sim B^2$ , а при больших магнитных полях  $\Delta\Gamma \sim 1/B^2$ . Такое изменение  $\Delta\Gamma(B)$  можно объяснить следующим образом. В отсутствии магнитного поля волновые функции дырок, локализованных на уровнях соседних (близкорасположенных) КТ, перекрываются между собой, тем самым обеспечивая переходы дырок между КТ. Включение магнитного поля приводит к уменьшению степени перекрытия волновых функций, что, в свою очередь, уменьшает количество переходов дырок между КТ и, соответственно, поглощение ПАВ. Когда  $B \rightarrow \infty$ ,  $\Gamma(B) \rightarrow 0$  и, следовательно,  $\Delta\Gamma(B) \approx -\Gamma(0)$ . Таким образом, в сильном магнитном поле  $\Delta\Gamma(B) = -\Gamma(0) + A/B^2$  [83], где A – коэффициент. На рис. 49 показаны линейные зависимости  $\Delta\Gamma(1/B^2)$ , экстраполяция которых до оси ординат позволила определить  $\Gamma(0)$  для разных температур.



Рис. 48. Температурная зависимость  $\Delta\Gamma$  от B, f = 143 МГц.



Рис. 49. Температурная зависимость  $\Delta\Gamma$  от  $1/B^2$ , f = 143 МГц.

При выполнении условия  $\sigma_2 << \sigma_1 << \varepsilon_s V_0 / (4\pi q))$  (именно такая ситуация реализуется в рассматриваемых образцах с КТ) формула (19), связывающая  $\Gamma(0) = \Gamma$  и  $\sigma_1(0) = \sigma_1$ , преобразуется к виду:

$$\Gamma(dB/cm) = 4.34K^{2}qA(q)4\pi t(q)\sigma_{1}/(\varepsilon_{s}V_{0}),$$

$$A(q) = 8b(q)(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0})\varepsilon_{0}^{2}\varepsilon_{s} \exp\left[-2q(a+d)\right],$$

$$b(q) = \left[b_{1}(q)\left[b_{2}(q) - b_{3}(q)\right]\right]^{-1},$$

$$t(q) = \left[b_{2}(q) - b_{3}(q)\right]/\left[2b_{1}(q)\right],$$

$$b_{1}(q) = (\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} + \varepsilon_{0}) - (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{0})\exp(-2qa),$$

$$b_{2}(q) = (\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} + \varepsilon_{0}) + (\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{0})\exp(-2qd),$$

$$b_{3}(q) = (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{0})\exp(-2qa) + (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{0})(\varepsilon_{s} + \varepsilon_{0})\exp(-2q(a+d)),$$
(52)

где  $K^2 = 0,045$  – коэффициент электромеханической связи ниобата лития; d = 40 нм – глубина залегания слоя КТ (определена технологами);  $\varepsilon_1 = 50$  – диэлектрическая постоянная ниобата лития;  $\varepsilon_0 = 1$  – диэлектрическая постоянная вакуума;  $\varepsilon_s = 16,2$  – диэлектрическая постоянная Ge.

Как следует из формулы (52), для нахождения  $\sigma_1$  необходимо знать зазор *a*. Упомянутый ранее способ определения его величины (см параграф 2.2), основанный на том факте, что проводимость в области делокализации носителей заряда не зависит от частоты, неприменим в отношении диэлектрических образцов с КТ. Поэтому, в данном случае величина зазора определялась по количеству колец Ньютона в месте соприкосновения плоскостей образца и ниобата лития. С этой целью, в держателе образца было сделано отверстие. В результате, величина зазора оказалась равной  $a \approx 0.5 \times 10^{-6}$  м.

На рис. 50 показана температурная зависимость  $\sigma_1$  в рассматриваемом диапазоне частот при B = 0, вычисленная с помощью формулы (52). Как оказалось,  $\sigma_1$  слабо зависит от частоты и пропорциональна квадрату температуры.

Таким образом, полученные малые значения проводимости ( $\sigma_1 \sim 10^{-8} \text{ Om}^{-1}$ ), температурная и частотная зависимости проводимости в отсутствие магнитного поля позволили сделать вывод о том, что в рассматриваемых образцах с КТ реализуется высокочастотная прыжковая проводимость. Однако, двухузельная модель, использованная ранее для описания прыжковой проводимости в образце p-SiGe/Ge/SiGe, в данном случае неприменима, поскольку не выполняется условие  $\sigma_2 \gg \sigma_1$  [13, 35, 36].



Рис. 50. Зависимость  $\sigma_1$  от *T* при частотах 30-414 МГц. «Усы» на графике показывают разброс значений в указанном диапазоне частот: нижняя отметка соответствует частоте 30 МГц, верхняя - 414 МГц.

#### 5.2. Нелинейный режим

Теперь рассмотрим результаты измерений коэффициента поглощения ПАВ в нелинейном режиме, при котором интенсивность ПАВ влияет на величину  $\Delta\Gamma$  и, соответственно, проводимость дырок.

На рис. 51 показаны зависимости  $\Delta\Gamma(B)$ , полученные при частоте 253 МГц и температуре 1,8 К для разных интенсивностей ПАВ. Значения Г и  $\sigma_1$  при B = 0 были вычислены аналогично тому, как это делалось в случае линейного режима. Что касается интенсивности (или входной мощности) W, то она определялись следующим образом. Сначала сигнал, прошедший через измерительную систему, сравнивался с входным сигналом от генератора. Это сравнение позволило определить сумму потерь, связанных с преобразованием электрического сигнала в звуковой сигнал на обоих ВШП, и потерь во входной и выходной линиях передачи (которые, как предполагалось, были одинаковыми). Интенсивность ПАВ изменялась путем использования аттенюаторов на выходе генератора, при этом общее ослабление (в дБ) в системе всегда поддерживалось постоянным за счет установки дополнительных аттенюаторов на входе приемного устройства. Определив потери, связанные с преобразованием электрического сигнала в звуковой сигнал на одном ВШП, и потери во входной линии передачи, мы смогли вычислить интенсивность ПАВ на входе в образец и, соответственно, амплитуду электрического поля, индуцированного ПАВ. Подобные расчеты были выполнены для частот 30, 143 и 253 МГц.

Найденные значения мощности *W* были затем использованы для вычисления амплитуды *E* электрического поля, индуцированного ПАВ. В частности, величина *E* была найдена, используя следующую формулу [84-85]:

$$\left|E\right|^{2} = K^{2} \frac{32\pi}{V_{0}} \left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0}\right) \frac{bq \exp\left(-2q(a+d)\right)}{1 + \left(\frac{4\pi\sigma_{1}}{V_{0}\varepsilon_{s}}t(q)\right)^{2}} W$$
  
$$b = \left[\left(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{0}\right)\left(\varepsilon_{s} + \varepsilon_{0}\right) - \left(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{0}\right)\left(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{0}\right)\exp\left(-2qa\right)\right]^{-2}$$
(53)

здесь W - входная мощность ПАВ, отнесенная к ширине звуковой дорожки. Формулу (53) можно записать в виде:

$$\sigma_1 |E|^2 = 4\Gamma W. \tag{54}$$

Полученная зависимость  $\sigma_1(E)$  при T = 1,7 К и разных частотах показана на рис. 52. Снова можно видеть слабую частотную зависимость  $\sigma_1$ .



Рис. 51. Зависимости  $\Delta\Gamma(B)$  при f = 253 МГц и T = 1,8 К для разных интенсивностей ПАВ. Указанные децибелы характеризуют увеличение выходной мощности генератора относительно 1 мВт.



Рис. 52. Зависимость  $\sigma_1$  от E, f = 30, 143 и 253 МГц и T = 1,8 К. Линия проведена на глаз.

Как следует из работы [86], отклонения от линейного отклика (т.е. нелинейные эффекты) при прыжковой проводимости начинают проявляться, когда прикладываемое электрическое поле *E* удовлетворяет следующему условию:

$$E \gtrsim \frac{k_B T}{e\xi},\tag{55}$$

где  $\xi$  - характерная длина, на которой носитель заряда получает энергию от электрического поля *E* перед тем, как произойдет его рассеяние (как правило, за счет испускания фонона), *T* - температура решетки.

На рис. 53 показана зависимость  $\Delta \sigma(E)/\sigma_1(0) = [\sigma_1(E)/\sigma_1(0) - 1]$  от безразмерного параметра ( $eE\xi/k_BT$ )<sup>2</sup> (здесь  $\sigma_1(0)$  - реальная компонента проводимости, полученная в линейном режиме). Длина  $\xi$  выбрана равной 7,5×10<sup>-6</sup> см, из условия  $\Delta \sigma/\sigma_1(0) = 1$  при ( $eE\xi/k_BT$ )<sup>2</sup> = 1. Из рис. 53 видно, что отношение  $\Delta \sigma(E)/\sigma_1(0)$  растет с увеличением электрического поля ПАВ. Полученный результат также противоречит предсказаниям двухузельной модели, согласно которым должна наблюдаться обратная картина, т.е. уменьшение  $\Delta \sigma(E)/\sigma_1(0)$  с ростом *E*. Действительно, согласно двухузельной модели (см параграф 1.6), в присутствии ПАВ исходная разность энергий Ф между двумя узлами приобретает добавку, зависящую от времени *t* [36, 87]:

$$\Phi \to \Phi + eEr \cos \omega t \,, \tag{56}$$

где *r* - пространственное расстояние между двумя узлами,  $\omega$  - частота ПАВ и индуцированного ею электрического поля, *E* - амплитуда электрического поля. В силу этого энергетический зазор Ф между двумя уровнями (с учетом интеграла перекрытия P) определяется следующей формулой:

$$\Lambda(t) = \sqrt{(\Phi + eEr\cos\omega t)^2 + P^2} .$$
(57)

Из формулы (57) следует, что участие в поглощении могут принимать только те пары узлов, в которых  $\Phi < kT$  и P < kT; в противном случае, дырка, находящаяся на нижнем уровне, не сможет поглотить фонон для перехода на верхний уровень. На рис. 54 показана зависимость  $\Lambda(t)$  для разных E. Пунктирной линией схематически обозначена величина энергии, равная kT. Видно, что чем больше амплитуда электрического поля, тем меньший период времени энергетический зазор между уровнями меньше kT. Поскольку только в такие моменты времени пары узлов могут участвовать в поглощении, то коэффициент поглощения  $\Gamma$  и, соответственно, проводимость  $\sigma_1$  должны уменьшаться с увеличением E.



Рис. 53. зависимость  $\Delta \sigma(E)/\sigma_1(0)$  от безразмерного параметра  $(eE\xi/k_BT)^2$ . Здесь  $\Delta \sigma(E) = \sigma_1(E) - \sigma_1(0), \xi = 7,5 \times 10^{-6}$  см - характерная длина; f = 142 МГц, T = 3, 3, 3, 4, 2 и 7 К.



Рис. 54. Временна́я зависимость энергетического зазора  $\Lambda(t)$  между уровнями, полученная в рамках двухузельной модели.

Таким образом, рост проводимости с увеличением амплитуды электрического поля, который наблюдался в рассматриваемых образцах с КТ, нельзя объяснять в рамках двухузельной модели.

Ни одна из существующих теорий прыжковой проводимости не могла объяснить полученные экспериментальные результаты. Поэтому, чтобы объяснить их, Ю.М. Гальперин и Й. Бергли выполнили численное моделирование, которое подробно обсуждается в работе [A1]. В частности, суть этого моделирования состояла в следующем. Рассматривалась система, которая представляла собой квадратную решетку, составленную из множества случайно заполненных узлов. Каждый узел выступал в качестве локализованного состояния. Степень заполнения узлов носителями заряда выбиралась равной ½... Это означало, что одна половина узлов была занята носителями заряда, а другая половина узлов - свободна. Далее в систему вносился беспорядок за счет присвоения каждому узлу случайной энергии из заранее заданного интервала энергий. Помимо этого каждый узел также «снабжался» компенсирующие зарядом с тем, чтобы система в целом была электрически нейтральной. Компенсирующие заряды на разных узлах взаимодействовали между собой посредством кулоновского взаимодействия. После того, как в системе устанавливалось равновесное состояние, ее подвергали воздействию постоянного электрического поля и переменного электрического поля и регистрировали ее отклик.

На рис. 55 показаны зависимости высокочастотной проводимости от частоты и электрического поля, которые были получены в результате описанного выше численного моделирования. Следует отметить, что предложенная модель является упрощенной, поэтому результаты численного моделирования и эксперимента можно сравнивать лишь качественно. Видно, что по характеру изменения кривые, показанные на рис. 55, соответствуют тем, что приведены на рис. 52, т.е. также наблюдается слабая зависимость от частоты.

Результаты выполненного численного моделирования позволили предположить, что нелинейная зависимость  $\sigma_1(E)$  связана с разогревом дырок в переменном электрическом поле ПАВ. При этом, в отличие от двухузельной модели, проводимость определяется переходами дырок между двумя и более соседними КТ, которые можно условно объединить в кластер (см рис. 56). Другими словами, перейдя с уровня первой КТ на уровень второй КТ, дырка может в дальнейшем уже не вернуться назад (т.е. на уровень первой КТ, как требовалось бы в соответствии с двухузельной моделью), а совершить прыжок на уровень третьей КТ, расположенной по соседству с первой и второй КТ.

91



Рис. 55. Зависимость высокочастотной проводимости от электрического поля, полученная в результате численного моделирования;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  - разные частоты электрического поля.



# 2D-слой с плотным массивом узлов или квантовых точек

Рис. 56. Схематическое представление «кластерной» модели, в соответствии с которой высокочастотная проводимость носителей заряда в системе с плотным массивом узлов или квантовых точек (КТ) определяется переходами носителей заряда между близкорасположенными узлами или квантовыми точками (КТ), составляющими кластеры произвольной формы (обозначены пунктирными линиями). Занятые узлы в пределах каждого кластера показаны в виде черных кружков, а свободные – в виде белых кружков. Для определения механизма разогрева необходимо знать температуру дырок  $T_h$ . Эта величина была определена сопоставлением зависимостей  $\sigma_1(T)$  и  $\sigma_1(E)$ , показанных на рис. 50 и 52 соответственно (т.е. из условия  $\sigma_1(T_h, E, \omega) = \sigma_1(T, 0, \omega)$ ). Рис. 57 демонстрирует полученную зависимость температуры дырок  $T_h$  от амплитуды электрического поля E.

Сам механизм разогрева можно определить из анализа зависимости мощности  $P = \sigma_1 E^2$ , поглощаемой носителями заряда, от величины  $(T_h^{\gamma} - T^{\gamma})$ . Для рассматриваемых образцов такая зависимость показана на рис. 58. Оказалось, что в данном случае  $\gamma = 7$ . Как следует из работы [88], такой разогрев обусловлен рассеянием дырок на деформационном потенциале акустических фононов в условиях сильного экранирования.



Рис. 57. Зависимость температуры дырок  $T_h$  от электрического поля E.



Рис. 58. Зависимость между  $\sigma_1 E^2$  от  $(T_h^7 - T^7)$  для температуры решетки  $T_h = 1,8$  К.

#### 5.3. Выводы

1. С помощью акустической методики были проведены измерения поглощения ПАВ  $\Delta\Gamma$  в образцах с плотным массивом самоорганизующихся КТ Ge в Si в магнитных полях до 8 Тл при частотах 30-414 МГц и температурах 1.8-13 К. Изменение скорости ПАВ в магнитном поле не превышала погрешность измерений. Это указывало на то, что для данных образцов  $\sigma_2 \ll \sigma_1$ .

2. В линейном режиме было показано, что механизм высокочастотной проводимости носит прыжковый характер, который нельзя описать в рамках двухузельной модели, поскольку не выполняется условие  $\sigma_1 \ll \sigma_2$ .

3. На основании численного моделирования, выполненного Ю.М. Гальпериным и Й. Бергли, было сделано предположение, что прыжковая проводимость определяется переходами дырок между двумя и более соседними КТ, которые можно условно объединить в кластер. При этом разные кластеры не «сообщаются» между собой, т.е. дырки не могут переходить из одного кластера в другой.

4. В нелинейном режиме происходит разогрев дырок переменным электрическим полем ПАВ, механизм которого обусловлен рассеянием дырок на деформационном потенциале акустических фононов в условиях сильного экранирования.

# ГЛАВА 6

# ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТЯЖЕЛЫХ ДЫРОК В СТРУКТУРЕ p-SiGe/Ge/SiGe. МИКРОВОЛНОВАЯ МЕТОДИКА

Как было упомянуто ранее, акустическая методика является хорошо отработанной и позволяет достоверно определять комплексную высокочастотную проводимость в квантоворазмерных системах. Однако недостатком этой методики является ограниченный диапазон рабочих частот, который в основном определяется конфигурацией ВШП, используемых для генерации и приема ПАВ (в нашем случае - 30-400 МГц).

Поскольку исследование зависимости проводимости от частоты позволяет определять механизм локализации носителей заряда в квантово-размерных системах, очень важно иметь возможность проводить измерения в широком диапазоне частот. Такую возможность предоставляет микроволновая методика. Диапазон рабочих частот, используемых в микроволновой методике, шире, чем при акустических измерениях, и составляет от сотен мегагерц до десятков гигагерц (в нашем случае – 100-1500 МГц). В то же время, недостаток этого метода состоит в том, что высокочастотная проводимость, как правило, определяется в относительных единицах.

В данной главе речь пойдет о микроволновых измерениях высокочастотной проводимости тяжелых дырок в исследованной ранее структуре p-SiGe/Ge/SiGe. В частности, будет предложена процедура определения абсолютной величины высокочастотной проводимости тяжелых дырок с помощью микроволновой методики путем сопоставления результатов микроволновой и акустической методик. Следует также отметить, что дальнейшее обсуждение будет касаться только реальной компоненты высокочастотной проводимости.

### 6.1. Экспериментальные результаты

Микроволновые измерения были проведены в магнитных полях до 8 Тл в диапазоне частот 100-1500 МГц в области температур 1,6-4,2 К. На рис. 59 приведена зависимость амплитуды сигнала на выходе копланарного волновода ( $U_{out}$ ) от магнитного поля, полученная на частоте 1102 МГц при температуре 1.7 К. Показанную зависимость  $U_{out}(B)$  можно качественно объяснить следующим образом. Поскольку в нулевом магнитном поле проводимость в образце p-SiGe/Ge/SiGe достаточно велика, то электрическое поле квази-TEMволны, проходящей по копланарному волноводу, практически полностью экранируется дырками (что приводит к потерям сигнала). При включении магнитного поля проводимость дырок начинает уменьшаться, при этом на зависимости  $\sigma_1(B)$  сначала появляются осцилляции типа Шубникова-де Гааза (до 3 Тл), а затем осцилляции в режиме ЦКЭХ (после 3 Тл). По этой причине в эксперименте наблюдается рост амплитуды сигнала в магнитном поле. При  $B \rightarrow \infty$ экранировка полностью снимается, и сигнал будет проходить по копланарному волноводу с минимальными потерями.

Как указано в параграфе 1.5, формула для вычисления реальной компоненты  $\sigma_1$  высокочастотной проводимости выглядит следующим образом [3, 30]:

$$\sigma_{1} = -\frac{w}{Z_{0}l} \ln\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{v_{ph}}{l\omega} \ln\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)\right)^{2}},$$
(58)

где  $Z_0 = 50$  Ом – характеристический импеданс копланарного волновода (без образца), l = 5,3 см – длина сигнального провода копланарного волновода, w = 26 мкм – ширина щели между сигнальным проводом и земляным проводами,  $v_{ph} = c\sqrt{2/(1 + \varepsilon_{GaAs})} = 1,14 \times 10^8$  м/с – фазовая скорость волны, проходящей по копланарному волноводу,  $\varepsilon_{GaAs} = 12,9$  – диэлектрическая постоянная подложки i-GaAs, на которой сформирован копланарный волновод.

Как видно, для вычисления реальной компоненты проводимости необходимо знать амплитуду сигнала, который подается на вход копланарного волновода, т.е.  $U_{in}$ . Измерить эту величину крайне трудно. Поэтому, для определения  $U_{in}$  мы использовали следующие предположения:

1) Сигнал на выходе копланарного волновода равен:  $U_{out} = U_s(B) + U_L$ , где  $U_s$  - сигнал, определяемый проводимостью образца, а  $U_L$  - фоновый сигнал, характеризующий утечки через



Рис. 59. Зависимость  $U_{out}(B)$ , f = 1102 МГц, T = 1,7 К. Вставка: Зависимость  $U_s(1/B^2)$  для последних трех максимумов осцилляций с четными числами заполнения v = 4, 6 и 8.

копланарный волновод. Проведенные нами измерения показали, что изменение фазы сигнала  $U_{out}$  в магнитном поле составляет 20°-50°. При таком изменении фазы геометрическая (векторная) сумма сигналов  $U_s$  и  $U_L$  очень близка по величине к их алгебраической сумме. Именно это обстоятельство позволило нам записать сигнал  $U_{out}$  в виде указанной выше алгебраической суммы.

2) В отсутствие магнитного поля полезный сигнал  $U_s$  равен нулю, поскольку, как было отмечено ранее, электрическое поле квази-ТЕМ-волны практически полностью экранируется дырками при B = 0. Заметный сигнал  $U_s$  появляется только после включения магнитного поля, когда начинает уменьшаться проводимость образца.

3) Фоновый сигнал  $U_L$  (при заданной частоте и температуре) не изменяется в магнитном поле и лишь обусловливает постоянный фон выходного сигнала  $U_{out}$  (см красную линию на рис. 1). Это подтверждается экспериментами с копланарным волноводом без образца.

Таким образом, с учетом предположений (1)-(3) процедура вычисления U<sub>in</sub> сводилась к следующему:

а) Вычитание амплитуды фонового сигнала  $U_{\scriptscriptstyle L}$  из выходного сигнала  $U_{\scriptscriptstyle out}.$ 

б) Определение  $U_{in}$  из зависимости  $\ln(U_s, v)$  от  $B^{-2}$  (здесь v – число заполнения уровней Ландау). Эта зависимость была использована из следующих соображений. В параграфе 3.3 было показано, что тяжелые дырки в минимумах ЦКЭХ-осцилляций локализованы, и высокочастотная проводимость носит прыжковый характер [89]. Согласно работе [36], высокочастотная прыжковая проводимость подавляется внешним поперечным магнитным полем, и, в частности, в сильном магнитном поле  $\sigma_1 \sim B^{-2}$  (с логарифмической точностью). Если для простоты в формуле (58) не учитывать выражение под корнем (оно становится существенным только при низких частотах,  $\omega/(2\pi) \leq 300$ ), то:

$$\sigma_1 = -\frac{w}{Z_0 l} \ln\left(\frac{U_s}{U_{in}}\right) = -\frac{w}{Z_0 l} \left[\ln(U_s) - \ln(U_{in})\right]$$

откуда

$$\ln(U_s) = -\frac{Z_0 l}{w} \sigma_1 + \ln(U_{in}).$$

Таким образом, при  $B \to \infty$  проводимость  $\sigma_1 \to 0$  и  $\ln(U_s) \to \ln(U_{in})$ . На вставке к рис. 59 показана зависимость  $\ln(U_s, v)$  от  $B^{-2}$  для максимумов выходного сигнала или минимумов проводимости, соответствующих числам заполнения v = 4,6,8. Пересечение линии,

построенной в рамках линейного приближения, с осью ординат дает значение  $\ln(U_s, \nu) = -1,077$ , соответствующее  $U_{in} = 0,34$  В.

в) Нахождение реальной компоненты высокочастотной проводимости путем подстановки найденного значения *U*<sub>in</sub> в формулу (58).

На рис. 60 сопоставлены зависимости  $\sigma_1(B)$ , полученные с помощью акустической методики (см кривую 1) на частоте 30 МГц и микроволновой методики (см кривую 2) на частоте 1102 МГц при T = 1,7 К. Как было отмечено ранее, например, в параграфе 3.1, максимумы осцилляций  $\sigma_1(B)$  соответствуют делокализованным состояниям вблизи центров уровней Ландау. При этом частотной зависимостью проводимости делокализованных тяжелых дырок в данном случае можно пренебречь, поскольку при самой высокой из использованных нами частот (т.е. f = 1400 МГц) выполняется условие  $\omega \tau_0 <<1$  (если учесть, что  $\tau_0 \approx 10^{-12}$  с, как было показано в параграфе 3.1). Отсюда следует, что максимумы осцилляций проводимости на показанных кривых 1 и 2 должны были бы совпадать между собой при одном и том же магнитном поле, но, в действительности, наблюдается их расхождение.

Мы считаем, что это расхождение обусловлено неточностью определения проводимости  $\sigma_1$  с помощью микроволновой методики. Действительно, согласно работе [3], формула (58) справедлива при выполнении следующих условий:

\*) на концах копланарного волновода отсутствуют какие-либо отражения (т.е. характеристический импеданс копланарного волновода соответствует характеристическому импедансу других частей измерительной системы – вся система полностью согласована);

\*\*) выполняется неравенство (случай длинноволнового предела):

$$\sigma_1 v_{ph} Z_0 / w \pi f \ll 1, \tag{59}$$

где f – частота квази-ТЕМ-волны, проходящей через копланарный волновод;

\*\*\*) высокочастотный ток в двумерном канале ограничен областями над щелями, что происходит, когда:

$$\left(\sigma_{1}/\pi C_{C}\right)^{1/2} << w, \tag{60}$$

где  $C_c$  – емкость на единицу площади между двумерным каналом и металлическим слоем, нанесенным на подложку i-GaAs.

Соблюдение всех трех условий (\*)-(\*\*\*) труднодостижимо. Прежде всего, практически невозможно достичь полного согласования системы, т.е. отсутствия отражений на концах копланарного волновода.



Рис. 60. Зависимости  $\sigma_1$  от магнитного поля, полученные с помощью акустической методики (кривая 1, f = 30 МГц) и микроволновой методики (кривая 2, f = 1102 МГц) при T = 1,7 К.

Кроме того, используя следующие величины: w = 26 мкм,  $Z_0 = 50$  Oм, f = 30 и 1400 МГц (самая низкая и самая высокая из использованных нами частот) и  $v_{ph} = 1,14 \times 10^8$  м/с, получим, что неравенство (59) выполняется, только когда

$$\sigma_1 << \frac{w\pi f}{v_{p0}Z_0} = \frac{26 \times 10^{-6} \cdot 3.14 \cdot 30 \times 10^6}{1.02 \times 10^8 \cdot 50} \approx 4.79 \times 10^{-7}$$
Ом<sup>-1</sup> (для  $f = 30$  МГц),

$$\sigma_1 << \frac{w\pi f}{v_{p0}Z_0} = \frac{26 \times 10^{-6} \cdot 3.14 \cdot 1400 \times 10^6}{1.02 \times 10^8 \cdot 50} \approx 2.23 \times 10^{-5}$$
Ом<sup>-1</sup> (для  $f = 1400$  МГц).

Чтобы оценить выполнение условия (\*\*\*), выражаемого неравенством (60), необходимо определить величину C<sub>c</sub>. Для этого можно воспользоваться следующей формулой:

$$C_c = \varepsilon_0 \varepsilon_s / d_{\Sigma} \,, \tag{61}$$

где  $d_{\Sigma}$  – сумма глубины залегания двумерного канала и зазора между образцом и копланарным волноводом, Как следует из параграфа 2.4, глубина залегания двумерного канала равна 145 нм. Зазор между образцом и копланарным волноводом можно взять равным приблизительно 1 мкм (см результаты акустических измерений в параграфе 3.2). С учетом выбранных значений  $C_c = 1,25 \times 10^{-4} \text{ Ф/м}^2$ . Используя найденное значение  $C_c$ , f = 30 и 1400 МГц и w = 26 мкм, получим, что неравенство (60) выполняется, только когда

$$\sigma_1 << w^2 \pi f C_C = (26 \times 10^{-6})^2 \cdot 3.14 \cdot 30 \times 10^6 \cdot 1.25 \times 10^{-4} \approx 7.96 \times 10^{-6} \text{ Ом}^{-1} (для \ f = 30 \text{ МГц}) \text{ и}$$

$$\sigma_1 \ll w^2 \pi f C_C = (26 \times 10^{-6})^2 \cdot 3.14 \cdot 1400 \times 10^6 \cdot 1.25 \times 10^{-4} \approx 3.71 \times 10^{-4} \text{ Ом}^{-1} (\text{для } f = 1400 \text{ МГц}).$$

В частности, при частоте f = 1102 МГц должны выполняться следующие соотношения:  $\sigma_1 \ll 1,76 \times 10^{-5}$  Ом<sup>-1</sup> (согласно условию (\*\*)) и  $\sigma_1 \ll 2,92 \times 10^{-4}$  Ом<sup>-1</sup> (согласно условию (\*\*\*)). Как следует из рис. 60,  $\sigma_1$  изменяется в магнитном поле от  $1 \times 10^{-5}$  до  $6 \times 10^{-7}$  Ом<sup>-1</sup>. Таким образом, условие (\*\*\*) выполняется во всем доступном диапазоне магнитных полей. Что касается условия (\*\*), то оно начинает выполняться только в больших магнитных полях (от 4-5 Тл и выше) в минимумах осцилляций. Другими словами, условие (\*\*) накладывает гораздо более сильное ограничение, чем условие (\*\*\*). В то же время, даже если допустить, что условия (\*\*) и (\*\*\*) удовлетворены, сложно обеспечить выполнение условия (\*).

Когда одно или более из условий (\*)-(\*\*\*) не выполняются, в формулу (58) необходимо ввести еще поправочный коэффициент *K*, зависящий от частоты и температуры, т.е.

$$\sigma_{1} = -K(\omega, T) \frac{w}{Z_{0}l} \ln\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{v_{ph}}{l\omega} \ln\left(\frac{U_{out}}{U_{in}}\right)\right)^{2}} .$$
(62)

Используя тот факт, что в максимумах осцилляций  $\sigma_1(B)$  дырки делокализованы, и при  $\omega \tau_0 <<1$  их проводимость практически не зависит от частоты, можно сопоставить результаты микроволновой методики с результатами акустической методики. Для этого зависимость  $\sigma_1(B)$ , полученная с помощью микроволновой методики, была умножена на поправочный коэффициент так, чтобы ее максимумы осцилляций совпадали с максимумами осцилляций проводимости, полученными с помощью акустической методики. Результат показан на рис. 61. Для совпадения максимумов пришлось умножить  $\sigma_1(B)$  на поправочный коэффициент K = 3,7.

Таким образом, дополнительный этап (после этапов (а)-(в)) в предложенной выше процедуре вычисления проводимости состоит в умножении зависимости  $\sigma_1(B)$  на поправочный коэффициент K, который выбирается таким образом, чтобы максимумы осцилляций проводимости, получаемые с помощью микроволновой методики и акустической методики, совпадали между собой. Чтобы проверить правомерность такого умножения, мы сопоставили результаты обеих методик при близких частотах. Результат показан на рис. 62 Видно, что по размаху осцилляций проводимости кривые совпадают в пределах погрешности эксперимента.



Рис. 61. Зависимости  $\sigma_1$  от магнитного поля при частотах 30 МГц (кривая 1, полученная с помощью акустической методики) и 1102 МГц (кривая 2, полученная с помощью микроволновой методики и умноженная на поправочный коэффициент K = 3,7), T = 1,7 К.



Рис. 62. Зависимости  $\sigma_1(B)$ , полученные с помощью акустической методики (пунктирная кривая) на частоте 142 МГц и микроволновой методики (сплошная кривая) на частоте 148 МГц, T = 1,7 К.

#### 6.2. Обсуждение экспериментальных результатов

Аналогичные операции умножения на поправочный коэффициент K были также выполнены в отношении зависимостей  $\sigma_1(B)$ , полученных на других частотах при T = 1,7 K, как показано на рис. 63. На вставке к рис. 63 приведена соответствующая частотная зависимость K.

На рис. 64 показана частотная зависимость  $\sigma_1$  в минимуме осцилляции с числом заполнения v = 4 при T = 1,7 К. «Кружок» показывает значение статической проводимости  $(\sigma_{xx}^{DC})$ , «треугольники» - значения, полученные с помощью акустической методики, а «квадраты» - значения, полученные с помощью микроволновой методики. Было обнаружено, что при частотах  $f \ge 100$  МГц значения  $\sigma_1(f)$  приблизительно пропорциональны f.

Рис. 65 демонстрирует температурные зависимости  $\sigma_1(B)$  при двух частотах 148 и 1102 МГц. Видно, что с уменьшением температуры проводимость меняется незначительно. Следует отметить, что наши измерения показали, что *K* также слабо зависит от температуры.

Таким образом, в области частот  $f \ge 100$  МГц реализуется высокочастотная прыжковая проводимость, которую можно описать в рамках двухузельной модели при условии  $\omega \tau <<1$  (где  $\tau$  - время релаксации для пар; см параграф 1.6).

В то же время, как следует из рис. 64, при низких частотах, т.е.  $f \leq 100$  МГц, начинается выполаживание зависимости  $\sigma_1(f)$ , при этом  $\sigma_1(f) \rightarrow \sigma_{xx}^{DC}$ . Это говорит о том, что двухузельная модель в этой области частот больше неприменима, и, возможно, прыжковая проводимость уже определяется переходами дырок внутри кластеров, состоящих из близкорасположенных минимумов крупномасштабного потенциала (см параграф1.6). Тем более что одно из условий применимости двухузельной модели:  $\sigma_{xx}^{AC} >> \sigma_{xx}^{DC}$ .



Рис. 63. Зависимости  $\sigma_1(B)$  для разных частот при T = 1,7 К. На вставке показана частотная зависимость поправочного коэффициента K.



Рис. 64. Зависимость  $\sigma_1(f)$  в минимуме осцилляции с числом заполнения v = 4 при T = 1,7 К. Значение статической проводимости показано «кружком». Значения, полученные с помощью акустической методики, обозначены «треугольниками». Значения, полученные с помощью микроволновой методики, показаны в виде «квадратов».

106



Рис. 65. Зависимости  $\sigma_1(B)$  при разных температурах на двух частотах 148 и 1102 МГц.

Таким образом, описанная выше процедура вычисления высокочастотной проводимости позволила проследить, как меняется с частотой механизм проводимости в области локализации тяжелых дырок в режиме ЦКЭХ. В частности, было обнаружено, что при частотах  $f \ge 100$  МГц проводимость  $\sigma_1 \sim f$  и слабо зависит от температуры, что соответствует предсказаниям двухузельной модели при условии  $\omega \tau \ll 1$ . При частотах  $f \le 100$  МГц зависимость  $\sigma_1(f)$  начинает выполаживаться, свидетельствуя о том, что механизм проводимости начинает меняться, и двухузельная модель перестает работать. Мы считаем, что в области выполаживания в проводимости определяющую роль начинают играть кластеры, состоящие из близкорасположенных минимумов крупномасштабного потенциала, сформированного между уровнями Ландау.
### 6.3 Выводы

1. Проведены микроволновые измерения на структуре p-SiGe/Ge/SiGe в магнитных полях до 8 Тл при частотах 100-1500 МГц и температуре 1,7-4,2 К.

2. Предложена процедура определения абсолютного значения высокочастотной проводимости тяжелых дырок в указанной структуре с помощью микроволновой методики путем сопоставления результатов микроволновых и акустических измерений.

3. Обнаружено, что при частотах  $f \ge 100$  МГц проводимость  $\sigma_1 \sim fT^0$  и, поэтому, может быть описана в рамках двухузельной модели в режиме  $\omega \tau << 1$ .

4. При частотах f ≤ 100 МГц двухузельная модель больше неприменима, и, возможно, проводимость начинает определяться прыжками тяжелых дырок внутри кластеров, составленных из близкорасположенных минимумов крупномасштабного потенциала между уровнями Ландау.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Показано, что для структуры p-SiGe/Ge/SiGe высокочастотная проводимость делокализованных тяжелых дырок не зависит от частоты в соответствии с формулой Друде (при выполнении условия  $\omega \tau_0 <<1$ , где  $\tau_0$  - транспортное время релаксации,  $\omega$  - частота поверхностной акустической волны в случае акустической методики или квази-TEM-волны в случае микроволновой методики). Этот факт был использован для определения величины зазора между пьезоэлектрической подложкой и образцом, который необходим для вычисления  $\sigma_{xx}^{AC}$  с помощью акустической методики, а также для определения поправочного коэффициента, применяемого для вычисления  $\sigma_{xx}^{AC}$  с помощью микроволновой методики.

2. В области магнитных полей, соответствующих минимумам осцилляций ВЧ проводимости в режиме ЦКЭХ, механизм проводимости тяжелых дырок носит прыжковый характер, и при этом выполняется неравенство  $\sigma_{xx}^{DC} << \sigma_{xx}^{AC}$ . Физическая природа прыжковой проводимости на постоянном и переменном токе различна. Для прыжковой проводимости на постоянном токе ( $\sigma_{xx}^{DC}$ ) необходимо существование цепи последовательных прыжков от одного электрического контакта к другому. Что касается прыжковой проводимости на переменном токе ( $\sigma_{xx}^{AC}$ ), то она традиционно описывается в рамках так называемой двухузельной модели, согласно которой носители заряда совершают прыжки внутри пар локализованных состояний с близкими энергиями.

3. g-фактор и циклотронная масса тяжелых дырок в напряженном двумерном слое Ge зависят от угла наклона магнитного поля для чисел заполнения v > 5. Этот эффект определяется ростом продольной компоненты магнитного поля в широкой квантовой яме (порядка 200 Å).

4. Установлено, что микроволновая методика не позволяет определять абсолютную величину реальной компоненты  $\sigma_1$ . Разработан способ определения  $\sigma_1$  с помощью микроволновой методики путем сопоставления результатов микроволновых и акустических измерений.

110

5. Разработанный способ был применен для исследования низкотемпературного механизма проводимости тяжелых дырок в широком диапазоне частот 30-1500 МГц. Обнаружено, что при частотах  $f \ge 100$  МГц проводимость  $\sigma_1 \sim fT^0$  и, поэтому, может быть описана в рамках двухузельной модели. При частотах  $f \le 100$  МГц двухузельная модель больше неприменима, и, возможно, проводимость начинает определяться прыжками тяжелых дырок внутри кластеров, составленных из близкорасположенных минимумов крупномасштабного потенциала между уровнями Ландау.

6. В образцах, содержащих плотные массивы квантовых точек (КТ) Ge в Si,\_механизм низкотемпературной проводимости дырок носит прыжковый характер и определяется переходами дырок между двумя и более соседними КТ, которые можно условно объединить в кластер (при этом двухузельная модель не работает). При этом нелинейные эффекты, наблюдаемые при взаимодействии ПАВ и системы с КТ, связаны с разогревом дырок переменным электрическим полем ПАВ.

7. Таким образом, в данной работе наблюдались разные низкотемпературные механизмы прыжковой проводимости в области локализации носителей заряда. В частности, в образце p-SiGe/Ge/SiGe при частоте 30 МГц и температурах 0,7-1,6 К реализуется двухузельная модель. На том же образце при частотах 30-1500 МГц и температурах 1,7-4,2 К механизм проводимости меняется: при частотах  $f \ge 100$  МГц реализуется двухузельная модель, а при  $f \le 100$  МГц – «кластерная» модель. «Кластерная» модель также может быть применена для описания прыжковой проводимости дырок в образцах с плотным массивов КТ Ge в Si в диапазоне частот 30-414 МГц при температурах 1,8-13 К.

### Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

[A1] Drichko I.L. Nonlinear high-frequency hopping conduction in two-dimensional arrays of *Ge-in-Si quantum dots: Acoustic methods* / I.L. Drichko, A.M. Diakonov, V.A. Malysh, I.Yu. Smirnov, E.S. Koptev, A.I. Nikiforov, N.P. Stepina, Y.M. Galperin, J. Bergli // Solid State Communications – 2012 – Vol. 152 – pp. 860-863.

[A2] Drichko I.L. Acoustoelectric effects in very high-mobility p-SiGe/Ge/SiGe heterostructure at low temperatures in high magnetic fields / I.L. Drichko, V.A. Malysh, I.Yu. Smirnov, A.V. Suslov, O.A. Mironov, M. Kummer and H. von Känel // J. Appl. Phys. – 2013 – Vol. 114 – pp. 074302-1 – 074302-6.

111

[A3] Drichko I.L. *AC Transport in p-Ge/GeSi Quantum Well in High Magnetic Fields* / I.L. Drichko, V.A. Malysh, I.Yu. Smirnov, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, A.V. Suslov, O.A. Mironov, M. Kummer, H. von Känel // AIP Conf. Proc. – 2014 – Vol. 1610 – pp. 53-58.

[A4] Drichko I.L. In-plane magnetic field effect on hole cyclotron mass and g<sub>z</sub> factor in highmobility SiGe/Ge/SiGe structures / I.L. Drichko, V.A. Malysh, I.Yu. Smirnov, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, A.V. Suslov, O.A. Mironov, M. Kummer and H. von Känel // Phys. Rev. B – 2014 – Vol. 90 – pp. 125436-1 – 125436-8.

[A5] Drichko I.L. Contactless measurement of alternating current conductance in quantum Hall structures / I.L. Drichko, A.M. Diakonov, V.A. Malysh, I.Yu. Smirnov, Y.M. Galperin, N.D. Ilyinskaya, A.A. Usikova, M. Kummer and H. von Känel // J. Appl. Phys. – 2014 – Vol. 116 – pp. 154309-1 – 154390-7.

#### Благодарности

Я хочу особо поблагодарить своего научного руководителя И.Л. Дричко за постановку задачи, помощь в овладении описанных в диссертации экспериментальных методик и интерпретации экспериментальных результатов, помощь в подготовке и написании самой диссертации, за ее терпение, мудрые советы и чуткое руководство.

Также выражаю свою благодарность сотрудникам нашей лаборатории И.Ю. Смирнову и А.М. Дьяконову за разработку и реализацию схемы и компонентов экспериментальной установки, помощь в обработке и анализе экспериментальных результатов.

Отдельно хочу выразить свою благодарность Ю.М. Гальперину, С.А. Тарасенко и Л.Е. Голубу за полезные обсуждения, ценные советы и помощь в написании статей.

Помимо этого я признателен всем тем, кто так или иначе способствовал появлению данного труда.

В заключение я хочу поблагодарить своих родителей за их всестороннюю поддержку и напутствия во время написания данного труда. Дорогие родители, эта диссертация посвящается вам!

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартинес-Дуарт Дж.М. *Нанотехнологии для микро- и оптоэлектроники* / Дж.М. Мартинес-Дуарт, Р.Дж. Мартин-Палма, Ф. Агулло-Руеда // М.: Техносфера – 2007 - 368 с.

2. Wixforth A. *Quantum Oscillations in the Surface-Acoustic-Wave Attenuation Caused by a Two-Dimensional Electron System* / A. Wixforth, J.P. Kotthaus, and G. Weimann // Phys. Rev. Lett. – 1986 – Vol. 56 – pp. 2104-2106.

3. Engel L.W. *Microwave frequency dependence of integer quantum Hall effect: Evidence for finite-frequency scaling* / L.W. Engel, D. Shahar, Ç. Kurdak, and D.C. Tsui // Phys. Rev. Lett. – 1993 – Vol. 71 – pp. 2638-2641.

4. Левич В.Г. *Курс теоретической физики* / В.Г. Левич, Ю.А. Вдовин, В.А. Мямлин // М.: Наука – 1971 – Т. 2 – 936 с.

5. Шик А.Я. *Физика низкоразмерных систем* / А.Я. Шик, Л.Г. Бакуева, С.Ф. Мусихин, С.А. Рыков // СПб.: Наука – 2001 – 160 с.

6. Ландау Л.Д. *Краткий курс теоретической физики* / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // М.: Наука – 1972 – Т. 2 – 368 с.

7. Филиппов Д.А. Основы квантовой механики / Д.А. Филиппов // Великий Новгород – 2006 – 140 с.

 Девятов Э.В. Краевые состояния в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла / Э.В. Девятов // УФН – 2007 – Т. 177, № 2 – сс. 207-229.

9. фон Клитцинг К. *Квантованный эффект Холла /* К. фон Клитцинг // УФН – 1986 – Т. 150, Вып. 1 – сс. 107-126.

10. v. Klitzing K. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance / K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper // Phys. Rev. Lett. – 1980 – Vol. 45 – pp. 494-497.

Гуревич В.Л. Теория акустических свойств пьезоэлектрических полупроводников /
 В.Л. Гуревич // ФТП – 1968 – Т. 2, В. 11 – сс. 1557-1592,

12. Hutson R. *Elastic wave propagation in piezoelectric semiconductors* / R. Hutson and D.L. White // J. Appl. Phys. – 1969 – Vol. 33 – pp. 40-47.

13. Efros A.L. High-frequency hopping electrical conductivity of disordered two-dimensional systems / A.L. Efros // JETP – 1985 – Vol. 62, No. 5 – pp. 1057-1059.

14. Wixforth A. Surface acoustic waves on GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures / A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J. P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp // Phys. Rev. B 1989 – Vol. 40 – pp. 7874-7887.

15. Willet R.L. Anomalous Sound Propagation at v = 1/2 in a 2D Electron Gas: Observation of a Spontaneously Broken Translational Symmetry? / R.L. Willet, M.A. Paalanen, R.R. Ruel, K.W. West, L.N. Pfeiffer, D.J. Bishop // Phys. Rev. Lett. – 1990 – Vol. 65 – pp. 112-115.

16. Guillon F. Characterization of a two-dimensional electrom gas in Gas-AlGaAs by surface acoustic waves / F. Guillon, A. Sachrajda, M.D'Iorio, R. Boulet, P.Coleridge // Can.J.Phys. – 1991 – Vol.69 – pp. 461-464.

17. Rampton V.W. Surface acoustic waves attenuation by localized electrons in a 2DEG at a GaAs/AlGaAs heterojunction / V.W. Rampton, K.McEnaney, A.G. Kozorezov, P.J.A. Carter, C.D.W. Wilkinson, M. Henini, O.H. Hughes // Semicond.Sci.Technol. – 1992 – Vol.7 – pp. 641-647.

18. Drichko I.L. *High-frequency hopping conductivity in the quantum Hall effect regime: Acoustical studies* / I. L. Drichko, A. M. Diakonov, I. Yu. Smirnov, Yu. M. Galperin, and A. I. Toropov // Phys. Rev. B – 2000 – Vol. 62 – pp. 7470-7476.

19. Drichko I.L. *High-frequency transport in p-type Si/Si*<sub>0.87</sub>*Ge*<sub>0.13</sub> *heterostructures studied with surface acoustic waves in the quantum Hall regime* / I.L. Drichko, A.M. Diakonov, I.Yu. Smirnov, G.O. Andrianov, O.A. Mironov, M. Myronov, D.R. Leadley, and T.E. Whall // Phys. Rev. B – 2005 – Vol. 71 – pp. 045333-1 – 045333-6.

20. Drichko I.L. Magnetotransport in low-density p-Si/SiGe heterostructures: From metal through hopping insulator to Wigner glass / I.L. Drichko, A.M. Dyakonov, I.Yu. Smirnov, A.V. Suslov, Y.M. Galperin, V. Vinokur, M. Myronov, O.A. Mironov, and D.R. Leadley // Phys. Rev. B – 2008 – Vol. 77 – pp. 085327-1 – 085327-10.

21. Drichko I.L. *Acoustoelectric effects in very high-mobility p-SiGe/Ge/SiGe heterostructure /* I.L. Drichko, A.M. Diakonov, E.V. Lebedeva, I.Yu. Smirnov, O.A. Mironov, M. Kummer, H. von Känel // J. Appl. Phys. – 2009 – Vol. 106 – pp. 094305-1 – 094305-4.

22. Drichko I.L. *AC-hopping conductance of self-organized Ge/Si quantum dot arrays* / I.L. Drichko, A.M. Diakonov, V.I. Kozub, I.Yu. Smirnov, Yu.M. Galperin, A.I. Yakimov, A.I. Nikiforov // Physica E – 2005 – Vol. 26 – pp. 450-454.

23. Drichko I.L. Mechanisms of low-temperature high-frequency conductivity in systems with a dense array of Ge<sub>0.7</sub>Si<sub>0.3</sub> quantum dots in silicon / I.L. Drichko, A.M. D'yakonov, I.Yu. Smirnov, A.V. Suslov, Yu.M. Galperin, A.L. Yakimov, and A.I. Nikiforov // JETP – 2005 – Vol. 101 – pp. 1122-1129.

24. Каган В.Д. Распространение поверхностной акустической волны в слоистой системе, содержащей двумерный проводящий слой / В.Д. Каган // ФТП – 1997 – Т. 31, Вып. 4 – сс. 478-482.

25. Efros A.L. Quantization of the acoustoelectric current in a two-dimensional electron system in a strong magnetic field / A.L. Efros, Yu.M. Galperin // Phys. Rev. Lett. – 1990 – Vol. 64 – pp. 1959-1962.

26. Simon S.H. *Coupling of surface acoustic waves to a two-dimensional electron gas* / S. H. Simon // Phys. Rev. B – 1996 – Vol. 54 – pp. 13878-13884.

27. Li C.-C. *Microwave Conductivity Resonance of Two-Dimensional Hole System* / C.-C. Li, L.W. Engel, D. Shahar, D.C. Tsui, and M. Shayegan // Phys. Rev. Lett. – 1997 – Vol. 79 – pp. 1353-1356.

28. Zhu H. Observation of a Pinning Mode in a Wigner Solid with v = 1/3 Fractional Quantum Hall Excitations / H. Zhu, Yong P. Chen, P. Jiang, L.W. Engel, D.C. Tsui, L.N. Pfeiffer, and K.W. West // Phys. Rev. Lett. – 2010 – Vol. 105 – pp. 126803-1 – 126803-4.

29. Jiang P. *Quantum oscillations observed in grapheme at microwave frequencies* / P. Jiang, A.F. Young, W. Chang, P. Kim, L.W. Engel, and D.C. Tsui // Appl. Phys. Lett. – 2010 – Vol. 97 – pp. 062113-1 – 062113-3.

30. Endo A. Commensurability oscillations in the rf conductivity of unidirectional lateral superlattices: measurement of anisotropic conductivity by coplanar waveguide / A. Endo, T. Kajioka, and Y. Iye // J. Phys. Soc. Jpn. – 2013 – Vol. 82 – pp. 054710-1 – 054710-7.

31. Suen Y.W. Instrumentation of a high-sensitivity microwave vector detection system for lowtemperature applications / Y.W. Suen, W.H. Hsieh, C.L. Chen, and L.C. Li // Review of Scientific instruments – 2005 – Vol. 76 – pp. 084704-1 – 084704-7.

32. Chen Yong P. *Quantum Solids of two dimensional electrons in magnetic fields* / Yong P. Chen // PhD dissertation – 2005 – 229 p.

33. Stone K.J. *Millimeter wave transmission spectroscopy of 2D electron and hole systems /* K.J. Stone // PhD dissertation – 2010 – 123 p.

34. Stone K. Millimeter wave transmission spectroscopy of gated two-dimensional hole systems /
K. Stone, R.R. Du, M.J. Manfra, L.N. Pfeiffer, and K.W. West // Appl. Phys. Lett. – 2012 – Vol. 100 –
pp. 192104-1 – 192104-3.

35. Efros A.L. In "Electron-Electron Interactions in Disordered Systems". Ed.: A.L. Efros and M. Pollak / A.L. Efros, B.I. Shklovskii // Elsevier – 1985 – 409 p.

36. Galperin Y.M. In "Hopping Transport in Solids". Ed.: B. Shklovskii and M. Pollak / Y.M. Galperin, V.L. Gurevich, D.A. Parshin // Elsevier - 1991.

37. Гальперин Ю.М. Акустические свойства полупроводников в режиме прыжковой проводимости / Ю.М. Гальперин, Э.Я. Приев // ФТТ – 1986 – Т. 28 – сс. 692-700.

38. Von Känel H. Very high hole mobilities in modulation-doped Ge quantum wells grown by low-energy plasma enhanced chemical vapor deposition / H. von Känel, M. Kummer, G. Isella, E. Müller, and T. Hackbarth // Appl. Phys. Lett. – 2002 – Vol. 80 – pp. 2922-2924.

39. Rössner B. *Electric transport phenomena in high mobility strained-Ge channels* / B. Rössner // PhD dissertation – 2006 – 108 p.

40. Sun Y. Physics of strain effects in semiconductors and metal-oxide-semiconductor field-effect transistors / Y. Sun, S.E. Thompson, and T. Nishida // J. Appl. Phys. – 2007 – Vol. 101 – pp. 104503-1 – 104503-22.

41. Неверов В.Н. *Квантовые кинетические явления в дырочном газе размерноквантованной валентной зоны германия* / В.Н. Неверов // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук – Екатеринбург, 2013 – 200 с.

42. Levinshtein M.E. *Properties of advanced semiconductor materials: GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe* / M.E. Levinshtein, S.L. Rumyantsev, M.S. Shur // John Wiley & Sons, Inc. – 2001 – 197 p.

43. Stepina N.P. Strong to weak localization transition and two-parameter scaling in a twodimensional quantum dot array / N.P. Stepina, E.S. Koptev, A.V. Dvurechenskii, A.I. Nikiforov // Phys. Rev. B – 2010 – Vol. 80 – pp. 125308-1 – 125308-8.

44. Якимов А.И. Электронные свойства массивов квантовых точек германия в кремнии / А.И. Якимов // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук – Новосибирск, 2001 – 300 с.

45. Dvurechenskii A.V. *Electronic structure of Ge/Si quantum dots* / A.V. Dvurechenskii, A.V. Nenashev, and A.I. Yakimov // Nanotechnology – 2002 – Vol. 13 – pp. 75-80.

46. Шенберг Д. Магнитные осцилляции в металлах / Д. Шенберг // М.: Мир – 1986 – 680 с.

47. Ашкрофт Н. *Физика твердого тела: В двух томах /* Н. Ашкрофт, Н. Мермин // М.: Мир – 1979 – 824 с.

48. Ando T. Theory of Quantum Transport in a Two-Dimensional Electron System under Magnetic Fields. I. Characteristics of Level Broadening and Transport under Strong Fields / T. Ando and Y. Uemura // J. Phys. Soc. Jpn. – 1974 – Vol. 36 – pp. 959-967.

49. Шалимова К.В. *Физика полупроводников* / К.В. Шалимова // М.: Энергоатомиздат – 1985 – 392 с.

50. Бонч-Бруевич В.Л. *Физика полупроводников* / В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников // М: Наука – 1977 – 672 с.

51. Андо Т. Электронные свойства двумерных систем / Т.Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. // М.: Мир – 1985 – 416 с.

52. Стильбанс Л.С. Физика полупроводников / Л.С. Стильбанс // М.: «Советское радио» - 1967 – 452 с.

53. Isihara A. Density and magnetic field dependences of the conductivity of two-dimensional electron systems / A. Isihara, L. Smrčka // J. Phys. C – 1986 – Vol. 19 – pp. 6777-6789.

54. Дричко И.Л. Определение параметров двумерного электронного газа в гетероструктурах GaAs/AlGaAs бесконтактным способом / И.Л. Дричко, И.Ю. Смирнов // ФТП – 1997 – Т. 31, Вып. 9 – сс. 1092-1094.

55. Coleridge P.T. Low-field trabsport coefficients in GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterostructures / P.T. Coleridge, R. Stoner, R. Fletcher // Phys. Rev. B – 1989 – Vol. 39 – pp. 1120-1124.

56. Harrang J.P. Quantum and classical mobility determination of the dominant scattering mechanism in the two-dimensional electron gas of an AlGaAs/GaAs heterojunction / J. P. Harrang, R.J. Higgins, R.K. Goodall, P.R. Jay, M. Laviron, P. Delescluse // Phys. Rev. B – 1985 – Vol. 32 – pp. 8126-8135.

57. Gold A. Scattering time and single-particle relaxation time in a disordered two-dimensional electron gas / A. Gold // Phys. Rev. B – 1988 – Vol. 38 – pp. 10798-10811.

58. Das Sarma S. Single-particle relaxation time versus scattering time in an impure electron gas
/ S. Das Sarma, F. Stern // Phys. Rev. B – 1985 – Vol. 32 – pp. 8442-8444.

59. Брандт Н.Б. Электронная структура металлов / Н.Б. Брандт, С.М. Чудинов // М. – 1973 - 332 стр.

60. Springford M. *Electrons at the Fermi surface* / M. Springford // Cambridge University Press – 1980 – 558 pages.

61. Ando T. *Electronic properties of two-dimensional systems* / T. Ando, A.B. Fowler, and F. Stern // Rev. Mod. Phys. – 1982 – Vol. 54 – pp. 437-672.

62. Coleridge P.T. *Magnetic field induced metal-insulator transistors in p-SiGe* / P.T. Coleridge // Sol. St. Comm. – 2003 – Vol. 127 – pp. 777-782.

63. Rosenblad C. *Silicon epitaxy by low-energy plasma enhanced chemical vapor deposition* / C. Rosenblad, H.R. Deller, A. Dommann, T.Meyer, P. Schroeter, and H. von Känel // J. Vac. Sci. Technol. A – 1998 – Vol. 16 – pp. 2785-2790.

64. Van de Walle C.G. *Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory* / C.G. Van de Walle // Phys. Rev. B – 1989 – Vol. 39 – pp. 1871-1883.

65. Wixforth A. *Surface acoustic waves on GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures* / A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J.P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp // Phys. Rev. B – 1989 – Vol. 40 – pp. 7874-7887.

66. Wixforth A. *Quantum Oscillations in the Surface-Acoustic-Wave Attenuation Caused by a Two-Dimensional Electron System* / A. Wixforth, J.P. Kotthaus, and G. Weimann // Phys. Rev. Lett. – 1986 – Vol. 56 – pp. 2104-2106.

67. Luttinger, J.M, *Quantum theory of cyclotron resonance in semiconductors general theory /* J.M. Luttinger // Phys. Rev. – 1956 – Vol. 102 – pp. 1030-1041.

68. Hensel J.C. Anisotropy of the g-factor of the Free Hole in Ge and Conduction-Band Spin-Orbit Splitting / J.C. Hensel and K. Suzuki // Phys. Rev. Lett. – 1969 – Vol. 22 – pp. 838-840.

69. Arapov Yu. G. Nonmonotonic temperature dependence of the resistivity of p-Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> in the region of the metal-insulator transition / Yu. G. Arapov, V.N. Neverov, G.I. Harus, N.G. Shelushinina, M.V. Yakunin, O.A. Kuznetsov, L. Ponomarenko, and A. de Visser // Low Temp. Phys. -2004 - Vol. 30, Issue 11 – pp. 867-870.

70. D'yakonov M.I. Size quantization of the holes in a semiconductor with a complicated valence band and of the carriers in a gapless semiconductor / M.I. D'yakonov and A.V. Khaetskii // JETP – 1982 – Vol. 55, No. 5 – pp. 917-920.

71. Nenashev A.V. Wave functions and g-factor of holes in Ge/Si quantum dots / A.V. Nenashev,
A.V. Dvurechenskii, and A.F. Zinovieva // Phys. Rev. B – 2003 – Vol. 67 – pp. 205301-1 – 205301-10.

72. Черненко А.В. *Магнитолюминесценция гетероструктур Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub>* / А.В. Черненко,
Н.Г. Калугин, О.А. Кузнецов // ЖЭТФ – 1998 – Т. 114, Вып. 2(8) – сс. 619-627.

73. Городилов Н.А. *Удержание спинового момента дырок в напряженных сверхрешетках Ge-Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub>* / Н.А. Городилов, О.А. Кузнецов, Л.К. Орлов, Р.А. Рубцова, А.Л. Чернов, Н.Г. Шелушинина, Г.Л. Штрапенин // Письма в ЖЭТФ – 1992 – Т. 56, Вып. 8 – сс. 409-413.

74. Rössner B. *Hole band nonparabolicity and effective mass measurement in p-SiGe/Ge heterostructures* / B. Rössner, B. Batlogg, Hans von Kanel, Daniel Chrastina, Giovanni Isella // Materials Science in Semiconductor Proceeding – 2006 – Vol. 9 – pp.777-780.

75. Комник Ю.Ф. Особенности осцилляций Шубникова-де Гааза проводимости высокоподвижного двумерного дырочного газа в квантовой яме SiGe/Ge/SiGe / Ю.Ф. Комник, И.Б. Беркутов, В.В. Андриевский, О.А. Миронов, М. Миронов, Д. Ледли // ФНТ – 2006 – Т. 32, Вып. 1 – сс. 109-114.

76. Irisawa T. Hole density dependence of effective mass, mobility and transport time in strained Ge channel modulation-doped heterostructures / T. Irisawa, M. Myronov, O.A. Mironov, E.H.C. Parker, K. Nakagawa, M. Murata, S. Koh, Y. Shiraki // Appl. Phys. Lett. – 2003 – Vol. 82 – pp. 1425-1427.

77. Drichko I.L. *Magnetoresistivity in a Tilted Magnetic Field in p-Si/SiGe/Si Heterostructures with an Anisotropic g-factor: Part II /* I.L. Drichko, I.Yu. Smirnov, A.V. Suslov, O.A. Mironov and D.R. Leadley // JETP – 2012 – Vol. 142, No. 3 – pp. 542-546.

78. Арапов Ю.Г. Осцилляции магнитосопротивления в напряженных сверхрешетках Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> в наклонном магнитном поле / Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, О.А. Кузнецов, В.Н. Неверов, Л.К. Орлов, Р.А. Рубцова, Г.И. Харус, А.Л. Чернов, Н.Г. Шелушинина, Г.Л. Штрапенин // ФТП – 1993 – Т. 27, Вып. 7 – сс. 1165-1174.

79. Арапов Ю.Г. Спиновое расщепление осцилляций магнитосопротивления и квантовый эффект Холла в сверхрешетках Ge/Ge<sub>1-x</sub>Si<sub>x</sub> в наклонном магнитном поле / Ю.Г. Арапов, Н.А. Городилов, О.А. Кузнецов, В.Н. Неверов, Л.К. Орлов, Р.А. Рубцова, Г.И. Харус, А.Л. Чернов, Н.Г. Шелушинина // Письма в ЖЭТФ – 1994 – Т. 59, Вып. 4 – сс. 227-230.

80. Khrapai V.S. *Response of the two-dimensional electron gas of AlGaAs/GaAs heterostructures to parallel magnetic field* / V.S. Khrapai, E.V. Deviatov, A.A. Shashkin, and V.T. Dolgopolov // Proc. NGS 10 IPAP Conf. Series – 2001 – Vol. 2 – p. 105.

81. Козлов В.Е. Магнитоплазменный резонанс в квантовой яме GaAs/AlGaAs в сильном параллельном магнитном поле // В.Е. Козлов, С.И. Губарев, И.В. Кукушкин // Письма в ЖЭТФ – 2011 – Т. 94, Вып. 5 – сс. 429-432.

82. Hatke A.T. Shubnikov-de Haas oscillations in GaAs quantum wells in tilted magnetic fields /
A.T. Hatke, M.A. Zudov, L.N. Pfeiffer, and K.W. West // Phys. Rev. B – 2012 – Vol. 85 – pp. 241305-1 – 241305-4.

83. Дричко И.Л. Механизмы низкотемпературной высокочастотной проводимости в системах с плотным массивом квантовых точек Ge<sub>0.7</sub>Si<sub>0.3</sub> в кремнии / Дричко И.Л., Дьяконов А.М., Смирнов И.Ю., Суслов А.В., Гальперин Ю.М., Якимов А.И., Никифоров А.И. // ЖЭТФ – 2005 – Т. 128, Вып. 6(12) – сс. 1279-1287.

84. Дричко И.Л. Разогрев двумерного электронного газа электрическим полем поверхностной акустической волны / И.Л. Дричко, А.М. Дьяконов, В.Д. Каган, А.М. Крещук, Т.А. Полянская, И.Г. Савельев, И.Ю. Смирнов, А.В. Суслов // ФТП – 1997 – Т. 31, Вып. 11 – сс. 1357-1367.

85. Drichko I.L. Acoustic studies of ac conductivity mechanisms in n-GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As in the integer and fractional quantum Hall effect regime / I.L. Drichko, I.Yu. Smirnov, A.V. Suslov, and D.R. Leadley // Phys. Rev. B – 2011 – Vol. 83 – pp. 235318-1 – 235318-10.

86. Ovadyahu Z. Microwave-enhanced hopping conductivity: A non-ohmic effect / Z. Ovadyahu
// Phys. Rev. B – 2011 – Vol. 84 – pp. 165209-1 – 165209-6.

87. Pollak M. *Low-Frequency Conductivity Due to Hopping Processes in Silicon /* M. Pollak and T. Geballe // Phys. Rev. – 1961 – Vol. 122 – pp. 1742-1753.

88. Leturcq R. *Hot-hole effects in a dilute two-dimensional gas in SiGe* / R. Leturcq, D. L'Hote,
R. Tourbot, V. Senz, U. Gennser, T. Ihn, K. Ensslin, G. Dehlinger, and D. Grutzmacher // Europhys.
Lett. – 2003 – Vol. 61 – pp. 499-505.

89. Polyakov D.G. *Conductivity-peak broadening in the quantum Hall regime* / D.G. Polyakov and B.I. Shklovskii // Phys. Rev. B – 1993 – Vol. 48 – pp. 11167-11175.