

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. А.Ф. ИОФФЕ РОССИЙСКОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ПЕТРОВ АЛЕКСЕЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ

**ДИНАМИЧЕСКИЕ МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ В  
СИЛЬНОНЕРАВНОВЕСНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ  
ПЛАЗМЕ ПУЛЬСАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ**

Специальность 01.03.02 —  
«астрофизика и звездная астрономия»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
д. ф.-м. н.  
Быков Андрей Михайлович

Санкт-Петербург — 2018

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
	Актуальность темы диссертации	4
	Цели работы	7
	Научная новизна	8
	Достоверность полученных результатов	8
	Научная и практическая значимость	9
	Основные положения, выносимые на защиту	9
	Апробация работы	10
	Личный вклад	10
	Список работ, опубликованных по теме диссертации	11
	Структура и объём диссертации	11
	Наблюдения пульсарных туманностей и их магнитогидродинамические модели	12
	Пульсарные туманности с головными ударными волнами	17
<b>2</b>	<b>Локальная динамика магнитных структур в релятивистской плазме пульсарных туманностей</b>	<b>27</b>
2.1	Постановка задачи и метод теории возмущений	29
2.2	Дисперсионное соотношение для поперечных волн в релятивистской электрон-позитронной плазме	33
2.3	Вычисление токового отклика плазмы	43
2.4	Динамика магнитных возмущений	48
2.5	Выводы	62
<b>3</b>	<b>Перенос частиц пульсарного ветра в туманности с головной ударной волной</b>	<b>64</b>
3.1	Модель Монте-Карло распространения частиц	66

3.1.1	Пространственная структура модели . . . . .	66
3.1.2	Модель распространения частиц . . . . .	68
3.1.3	Метод детектирования частиц в модели Монте-Карло . . . . .	72
3.2	Моделирование синхротронного излучения источника . . . . .	75
3.3	Выводы . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Моделирование синхротронного изображения и спектров туманности PSR J0437-4715 . . . . .</b>	<b>80</b>
4.1	Допустимые параметры и согласованность модели . . . . .	82
4.2	Результаты моделирования спектров и синхротронных изображений . . . . .	86
4.3	Выводы . . . . .	95
<b>5</b>	<b>Жесткое излучение пульсарной туманности в созвездии Парусов . . . . .</b>	<b>101</b>
5.1	Моделирование ускорения частиц и их синхротронного излучения	104
5.2	Выводы . . . . .	111
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>112</b>
	<b>Литература . . . . .</b>	<b>114</b>

# Глава 1

## Введение

### Актуальность темы диссертации

Космические источники излучения с экстремальным энерговыделением представляют особый интерес для астрофизики высоких энергий, поскольку позволяют изучать закономерности сильнонеравновесных состояний вещества. Наблюдения таких источников дают возможность понять природу физических процессов, в результате которых происходит эффективная конверсия в наблюдаемое излучение огромной энергии, выделяемой при коллапсе массивных звезд [1], слиянии компактных релятивистских звезд [2], аккреции вещества на такие звезды [3] и в релятивистских течениях в окрестности замагниченных компактных звезд. В частности, исследование широких спектров нетеплового излучения и сложных излучающих структур, наблюдаемых в остатках сверхновых звезд (ОСН) [4] и пульсарных туманностях (ПТ) [5], позволяет приблизиться к пониманию фундаментальных механизмов ускорения частиц и преобразования различных форм энергии в этих объектах. Для построения адекватных моделей таких источников необходимо исследовать динамику электромагнитных полей и связанные с ними механизмы ускорения релятивистских заряженных частиц [6, 7].

Нетепловое излучение ряда космических источников — в частности, ОСН и ПТ, обусловлено синхротронным механизмом — излучением заряженных релятивистских частиц в магнитном поле, о чем свидетельствуют спектральные и поляризационные наблюдения [8, 9]. В связи с этим, большую роль в изучении наблюдаемых в ОСН и ПТ ярких статических и динамических структур играет моделирование структуры и динамики межзвездных магнитных полей. Динамика поверхностной яркости некоторых источников [10]

может быть связана с распространением возмущений магнитного поля, а некоторые статические структуры могут быть обусловлены синхротронным излучением в турбулентном магнитном поле, генерированном в результате ускорения частиц и возбуждения ими плазменных неустойчивостей.

Пульсарные туманности формируются релятивистскими пульсарными ветрами (ПВ), порождаемыми в магнитосферах быстро вращающихся нейтронных звезд с сильным магнитным полем, наблюдаемых как пульсары. Унося большую часть энергии вращения, теряемой звездой, ПВ представляет собой сильно замагниченный поток плазмы, состоящей в основном из позитронов и электронов [11, 12]. Вопрос о присутствии в ПВ ионной компоненты остается нерешенным и важен для понимания физики ПТ. Доля электромагнитной составляющей потока энергии, переносимого ветром, с удалением от пульсара снижается, но конкретные механизмы, определяющие этот процесс, до сих пор недостаточно изучены. Взаимодействие ветра с окружающей средой приводит к формированию ударной волны (УВ) торможения ветра, на которой энергия потока с высокой эффективностью преобразуется в энергию ускоренных заряженных частиц, производящих наблюдаемое синхротронное излучение туманности, при этом электроны и позитроны ускоряются до энергий вплоть до нескольких ПэВ ( $1 \text{ ПэВ} = 10^{15} \text{ эВ}$ ) [12].

Изучение ПТ позволяет исследовать физические процессы в сильнонеравновесной релятивистской плазме, в частности, связанные с эффективным ускорением частиц ветра вблизи УВ торможения. В результате этого ускорения до  $\sim 20\text{--}30\%$  энергии, теряемой пульсаром, переходит в энергию ускоренных заряженных частиц, испускающих наблюдаемое синхротронное излучение ПТ [8, 13]. Наблюдаемые в Крабовидной туманности (КТ) и ряде других ПТ спектры излучения могут быть объяснены как результат синхротронного излучения частиц, имеющих кусочно-степенное распределение по энергиям с показателем  $s \sim 1.2 - 1.7$  на низких энергиях (менее  $4 \times 10^{11} \text{ эВ}$  для КТ) и  $s \sim 2.2 - 2.3$  на более высоких энергиях [14]. В то же время, конкретные механизмы ускорения частиц ПВ до сих пор не установлены — механизм Ферми I рода может объяснить лишь высокоэнергичную компоненту спектра частиц в предположении, что значение параметра магнетизации  $\sigma$  — отношения плотности потока электромагнитной энергии к плотности по-

тока кинетической энергии — перед фронтом УВ торможения не превышает  $10^{-3}$  [15]. В качестве механизмов формирования наблюдаемых спектров ПТ предлагались резонансное поглощение ионно-циклотронных (ИЦ) волн [16] — в случае, если большая часть потока энергии ПВ переносится ионами, — а также ускорение при пересоединениях на УВ торможения магнитного поля ветра [17], обладающего сложной структурой, включающей перемежающиеся области поля переменной полярности [18, 19].

Динамические жгутообразные структуры (wisps), наблюдаемые в Крабовидной туманности, распространяются с релятивистскими скоростями от области вблизи УВ торможения ПВ к периферии туманности [8]. Рождение «жгутов» вблизи УВ торможения делает их моделирование важным для понимания процессов ускорения частиц ветра в ПТ. Происхождение этих структур связывали, например, с особенностями внутренней структуры УВ торможения при наличии в плазме ионной компоненты [20] и с доплеровским усилением интенсивности синхротронного излучения сложными периодическими вихревыми течениями, возникавшими в релятивистских магнитогидродинамических моделях туманности [21]. Природа «жгутов» также может быть связана с распространением возмущений магнитного поля в релятивистской плазме ПТ, дисперсионные свойства которой могут существенно меняться в зависимости от ее состава ввиду генерации ИЦ волн, влияющих на рассеяние частиц на флуктуациях турбулентного магнитного поля. Таким образом, моделирование локальной динамики возмущений магнитного поля в плазме ПТ важно для адекватной интерпретации жгутообразных структур в Крабовидной туманности и дает возможность получить связь между компонентным составом ветра и наблюдаемой структурой возмущений.

Многие пульсары, формирующие ПТ, движутся сквозь межзвездную среду или вещество родительского ОСН со сверхзвуковой скоростью, что приводит к формированию головной УВ [22]. Ускорение ионов космических лучей (КЛ) на головной УВ способно приводить к усилению флуктуаций турбулентного магнитного поля [23]. Это, в свою очередь, создает условия для ускорения по механизму Ферми I рода на сходящихся потоках между двумя УВ позитронов и электронов релятивистского ветра, уже прошедших ускорение вблизи УВ торможения. Кинетическое моделирование ускорения ча-

стиц КЛ между сходящимися УВ — например, после взрыва одной из двойных звезд классов О-В, характеризующихся сильными ветрами, — показало, что в такой системе формируется жесткий спектр частиц с распределением  $f(E) \propto E^{-s}$ ,  $s \sim 1$  [24]. Спектры синхротронного рентгеновского излучения ряда ПТ, формируемых быстро движущимися пульсарами, характеризуются жесткими фотонными индексами  $\Gamma \lesssim 1.5$ , что предполагает наличие жестких спектров частиц с  $s < 2$  [25, 26, 27, 28]. Наконец, влияние сверхзвукового натекающего потока способно приводить к нетривиальным многоволновым морфологиям ПТ с головными УВ — в частности, в результате излучения ускоренных на сходящихся потоках частиц ПВ в усиленном ускорением КЛ турбулентном поле. В силу перечисленных соображений, актуальной задачей является кинетическое моделирование переноса частиц релятивистского ПВ через пульсарную туманность с головной УВ после прохождения ими УВ торможения.

## Цели работы

Цель настоящей работы состояла в исследовании физических процессов, ответственных за наблюдаемое многоволновое излучение космических источников, связанных с пульсарными туманностями, и разработке моделей для корректной интерпретации наблюдаемых динамических структур, морфологических и спектральных особенностей этих источников.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Исследование локальной динамики магнитных структур в сильнонеравновесной релятивистской плазме пульсарных туманностей.
2. Моделирование переноса и ускорения релятивистских частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной, сформированной за ударной волной торможения релятивистского пульсарного ветра.
3. Моделирование изображений пульсарной туманности с головной ударной волной в различных спектральных диапазонах.

4. Моделирование наблюдаемых жестких спектров синхротронного рентгеновского излучения (с фотонными индексами  $\Gamma < 1.5$ ) пульсарных туманностей с головными ударными волнами.

## Научная новизна

Следующие основные результаты получены впервые:

1. Построена аналитическая кинетическая модель локальной динамики возмущений магнитного поля конечной амплитуды в сильнонеравновесной релятивистской плазме пульсарной туманности с учетом эффектов, связанных с возможным присутствием в пульсарном ветре ионной компоненты.
2. Методом Монте-Карло построена модель переноса и ускорения релятивистских частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной, учитывающая пространственную структуру туманности.
3. Построены модельные синхротронные изображения в различных диапазонах электромагнитных волн и рассчитаны спектры излучения туманности пульсара PSR J0437-4715.
4. Построена модель формирования жестких спектров синхротронного рентгеновского излучения в пульсарной туманности в созвездии Парусов в результате ускорения частиц пульсарного ветра на сходящихся потоках между УВ торможения и головной УВ.

## Достоверность полученных результатов

Достоверность представленных результатов обоснована тем, что эти результаты получены с использованием широко известных методов аналитического и численного решения дифференциальных уравнений в частных производных и метода Монте-Карло для численного моделирования переноса частиц. Решение системы кинетических уравнений в главе 2 реализовано с помощью методов теории возмущений, общая схема примененного метода с

успехом использована для сходных задач в [29, 30]. Достоверность полученных в диссертации численных решений проверена путем применения сеток с различным шагом, с соблюдением условий устойчивости. Численное моделирование методом Монте-Карло широко применяется для моделирования ускорения частиц на ударных волнах и их диффузионно-конвективного переноса в космических источниках и является хорошо изученным и общепринятым методом кинетического моделирования [31, 32, 33, 34]. Достоверность результатов моделирования также подтверждается их совпадением с результатами наблюдений в тех случаях, когда такое сравнение возможно. Результаты, представленные в диссертации, неоднократно доложены на всероссийских и международных конференциях и опубликованы в реферируемых международных журналах.

## **Научная и практическая значимость**

1. Модель локальной динамики магнитных структур может быть использована для оценок параметров плазмы и состава релятивистского пульсарного ветра на основе наблюдений нетеплового излучения пульсарных туманностей.
2. Модель переноса релятивистских частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной позволяет выполнять интерпретацию наблюдаемых структур и спектров пульсарных туманностей с головными ударными волнами в широком диапазоне энергий от эВ до МэВ.
3. Результаты моделирования ускорения частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной используются для определения вклада близких пульсаров в наблюдаемые у орбиты Земли спектры позитронов космических лучей.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Исследование динамики магнитных структур в сильнонеравновесной релятивистской электрон-позитронной плазме пульсарной туманности с

учетом возможного присутствия в ней ионов; интерпретация наблюдаемой динамики мелкомасштабных излучающих структур в Крабовидной туманности.

2. Моделирование диффузионно-конвективного переноса частиц релятивистского пульсарного ветра через пульсарную туманность с головной ударной волной.
3. Моделирование жестких спектров синхротронного излучения пульсарной туманности, формирующихся при ускорении частиц пульсарного ветра на сходящихся потоках между ударной волной торможения и головной ударной волной.
4. Исследование морфологии туманности пульсара PSR J0437-4715 в дальнем ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах. Моделирование жестких спектров рентгеновского излучения пульсарной туманности в созвездии Парусов (Vela).

## Апробация работы

Результаты, приведенные в диссертации, получены в период с 2013 по 2017 годы и опубликованы в **5** статьях в реферируемых международных журналах. Эти результаты были представлены на всероссийских и международных конференциях: «Физика А.СПб» (Санкт-Петербург, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017), «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (Москва, 2016), XIV конференции молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (Москва, 2017), симпозиуме «The X-ray Universe 2017» (Рим, Италия, 2017), конференции «Physics of neutron stars» (Санкт-Петербург, 2017).

## Личный вклад

Автор диссертации внес определяющий вклад во все основные результаты диссертации. За исключением обзорной части введения, все аналитические и

численные расчеты, представленные в диссертации, проведены лично автором. Численное моделирование, представленное в диссертации, осуществлено с помощью программных кодов, разработанных и отлаженных автором. Автор активно участвовал в постановке задач и внес основной вклад в подготовку к печати всех опубликованных по теме диссертации работ.

## Список работ, опубликованных по теме диссертации

- A1. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Relativistic solitons in pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2014. Vol. 572, Issue 1, article id. 012005;
- A2. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Model of dynamical structures in synchrotron images of pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2015. Vol. 661, Issue 1, article id. 012010;
- A3. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Magnetic structures propagating in non-equilibrium relativistic plasma of pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2016. Vol. 769, Issue 1, article id. 012008;
- A4. Bykov A. M., Amato E., Petrov A. E., Krassilchtchikov A. M., Levenfish, K. P.. Pulsar Wind Nebulae with Bow Shocks: Non-thermal Radiation and Cosmic Ray Leptons // Space Sci. Rev. 2017. Vol. 207, Issue 1-4, pp. 235-290;
- A5. A. E. Petrov, A. M. Bykov, S. M. Osipov. Modeling of relativistic pulsar wind interaction with the interstellar medium // Journal of Physics: Conference Series 2017. Vol. 929, Issue 1, article id. 012015.

## Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объём диссертации составляет **124** страницы текста с **21** рисунком и **5** таблицами. Список литературы содержит **130** наименований.

# Наблюдения пульсарных туманностей и их магнитогидродинамические модели

Рассмотрим ряд наблюдательных фактов о пульсарных туманностях, а также результаты магнитогидродинамического (МГД) моделирования этих источников.

Первые модели пульсарного ветра описывали его как поток замагниченной релятивистской плазмы, сферически-симметрично распространяющийся во все стороны от пульсара.

В модели Крабовидной туманности, предложенной Рисом и Ганном [35], было рассмотрено заполнение релятивистскими частицами пульсарного ветра полости внутри расширяющейся оболочки сверхновой. Авторы пришли к выводу о формировании в туманности УВ торможения на расстоянии  $r_{ts} \approx 3 \times 10^{17}$  см от пульсара — эта оценка неплохо согласуется с результатами наблюдений [10].

Кеннел и Коронити в работе [36] рассмотрели условия Ранкина–Гюгонио для УВ торможения пульсарного ветра КТ. Авторы ввели параметр магнетизации  $\sigma$ , записав для области перед предполагаемым неподвижным фронтом УВ торможения

$$\dot{E} = 4\pi n\gamma r_s^2 mc^3 (1 + \sigma). \quad (1.1)$$

Здесь  $\dot{E}$  — темп потерь вращательной энергии пульсара (spin-down power);  $n$  — концентрация частиц ветра перед фронтом УВ торможения в системе отсчета наблюдателя,  $\gamma$  — лоренц-фактор ветра,  $m$  — масса электрона,  $c$  — скорость света,  $r_{ts}$  — радиус предполагавшегося сферическим фронта ударной волны. Отношение потока электромагнитной энергии к потоку энергии частиц  $\sigma$  имеет вид:

$$\sigma = \frac{B_1^2}{4\pi n\gamma mc^2} \quad (1.2)$$

где  $B_1$  — магнитное поле перед фронтом УВ (в системе отсчета наблюдателя). Используя соотношения Ранкина–Гюгонио, авторы [36] получили для магнитного поля за фронтом ударной волны  $B_2$

$$B_2 = B_1 \frac{\gamma^2}{u_2} \quad (1.3)$$

$$\gamma_2^2 = 1 + u_2^2 \quad (1.4)$$

$$u_2^2 = \frac{8\sigma^2 + 10\sigma + 1}{16(\sigma + 1)} + \frac{1}{16(\sigma + 1)} \left[ 64\sigma^2(\sigma + 1)^2 + 20\sigma(\sigma + 1) + 1 \right]^{1/2} \quad (1.5)$$

Используя (1.1) и (1.2), можно получить оценку на поле  $B_1$ :

$$B_1 = \sqrt{\frac{\sigma}{1 + \sigma} \frac{\dot{E}}{r_s^2 c}} \quad (1.6)$$

что позволяет вычислить значение магнитного поля за фронтом, подставив (1.6) в (1.3).

Построенная Кеннелом и Коронити самосогласованная сферически-симметричная релятивистская магнитогидродинамическая (РМГД) модель Крабовидной туманности привела к результату, согласно которому удовлетворение граничных условий на границе ПТ (надуваемого пульсарным ветром «пузыря» релятивистской плазмы) и оболочки сверхновой, а также совпадение положения УВ торможения с ожидаемым возможно при довольно малом значении  $\sigma = 0.003$ . В работе [37] те же авторы показали, что это же значение  $\sigma$  позволяет воспроизвести наблюдаемую полную светимость туманности, а также, что интегральный спектр синхротронного излучения КТ согласуется со степенным распределением частиц с показателем  $\sim 2.2$ .

Полученное Кеннелом и Коронити низкое значение для  $\sigma$  непосредственно перед УВ торможения ознаменовало собой постановку так называемой  $\sigma$ -проблемы. Согласно моделям пульсарного ветра (см., например, [11, 12]), поток энергии в пульсарном ветре при покидании им магнитосферы пульсара доминируется электромагнитной составляющей:  $\sigma \gtrsim 10^4$ . Возникает вопрос: каким образом электромагнитная энергия ветра при его распространении от магнитосферы пульсара к области вблизи УВ торможения конвертируется в энергию частиц, так что в результате вблизи УВ  $\sigma \lesssim 10^{-2}$ ? В качестве возможного решения этой проблемы предлагалось, например, пересоединение линий магнитного поля в экваториальной области<sup>1</sup> ветра [38, 39], имеющей структуру из перемежающихся областей магнитного поля противоположной направленности [18, 19].

---

<sup>1</sup>В области вблизи плоскости, содержащей экватор вращающейся нейтронной звезды, питающей туманность.

Наблюдения Крабовидной туманности с высоким разрешением — в оптическом диапазоне с помощью телескопа им. Хаббла, в рентгеновском — с помощью обсерватории *Chandra* — выявили наличие в ней нетривиальных структур, часть которых говорит в пользу цилиндрической, а не сферической симметрии источника [40]. Наблюдения выявляют большое разнообразие мелкомасштабных структур: например, «жгуты» (wisps) и «узлы» (knots) [41, 42]. Рентгеновские наблюдения пульсарных туманностей — Крабовидной туманности [42, 40], ПТ в созвездии Парусов [43, 44] — с высоким угловым разрешением позволили получить детальные изображения внутренних областей туманностей с яркой торообразной структурой и направленными перпендикулярно к ней джетами. Наблюдаемое в КТ внутреннее кольцо, вероятно, соответствует положению УВ торможения. Происхождение наблюдаемого рентгеновского тора может быть связано с анизотропией пульсарного ветра, модели которого предсказывают максимальное значение потока энергии в экваториальной плоскости туманности [45, 18].

Двумерное РМГД моделирование Крабовидной туманности, дополненное моделью, позволяющей рассчитать распределения синхротронного излучения, проведенное в работах Комиссарова, Дель Занна, Амато, Буккиантини, Камю и ряда других авторов (см., например, [46, 47, 48, 21]), учитывало анизотропию ПВ и позволило с хорошей точностью воспроизвести наблюдаемую в рентгеновском диапазоне морфологию из тора и джетов. Джеты в этих моделях обязаны своим происхождением окружному напряжению (hoop stress), создаваемому приближенно тороидальным магнитным полем за УВ торможения и отклоняющему поток плазмы к оси симметрии туманности (совпадающей с осью вращения пульсара) [19]. В этих моделях магнитное поле ветра и, как следствие, параметр  $\sigma$ , задавались как функции широты, обращаясь в 0 на оси симметрии и на экваторе. Наблюдаемая морфология Крабовидной туманности при этом успешно воспроизводилась при усредненном по широте значении  $\langle \sigma \rangle \gtrsim 10^{-2}$  [49].

В результатах РМГД моделирования, например, [47, 21], ударная волна торможения принимала сильно отличную от сферической форму. Вблизи экватора практически перпендикулярный фронту УВ ультрарелятивистский поток пульсарного ветра на довольно малом масштабе замедлялся до

дозвуковой скорости (т.н. пояс Маха). На высоких широтах, где УВ торможения оказывалась сильно наклонной, ультрарелятивистский поток тормозился сначала до скорости, превышавшей скорость быстрой магнитозвуковой волны, образуя протяженную область сверх-быстромагнитозвукового течения. Плазма этого течения далее проходила сквозь краевую ударную волну (rim shock), и еще через некоторое расстояние течение становилось до-быстромагнитозвуковым, тем не менее, образуя сверхзвуковой поток, распространяющийся далеко в туманность.

Выше уже было упомянуто, что значение  $\sigma$  важно для понимания процессов ускорения, позволяющих сформировать наблюдаемый спектр пульсарных туманностей. Ускорение высокоэнергичной компоненты частиц может быть обусловлено механизмом Ферми I рода [50, 51, 52, 53]. Механизм Ферми I рода является наиболее вероятным механизмом ускорения частиц КЛ, по крайней мере – до энергий, соответствующих «колену» в спектре КЛ ( $\sim 3 \times 10^{15}$  эВ) [54, 55, 7]. Суть этого механизма сводится к следующему. Развитие в плазме космических источников излучения неустойчивостей приводит к формированию в ней турбулентной составляющей магнитного поля. Заряженные частицы, распространяющиеся в плазме, переносимой неоднородности магнитного поля, при наличии в ее потоке фронта ударной волны могут многократно пересекать его, рассеиваясь на магнитных неоднородностях, испытывая при этом приращение импульса.

Механизм Ферми I рода для случая параллельных релятивистских ударных волн приводит к формированию степенных спектров заряженных частиц  $f(E) \propto E^{-s}$  с показателем  $s \sim 2.2$  [56]. Однако анализ [15] показал, что поперечные релятивистские УВ могут достаточно эффективно ускорять частицы только при малых значениях  $\sigma \lesssim 10^{-3}$ , существующих, согласно современным моделям ПВ, только вблизи экваториальной плоскости; при этом в области, где  $\sigma < 10^{-3}$ , протекает, по-видимому, лишь несколько процентов полного потока энергии ветра [49]. В связи с перечисленным, актуальны вопросы о других механизмах, способных обеспечить ускорение частиц вблизи УВ торможения, о происхождении жесткого спектра на относительно низких энергиях («радиоизлучающие частицы»), о конкретных областях, где происходит ускорение частиц различных компонент спектра (см, например

[13]). При наличии существенной ионной компоненты в составе пульсарного ветра, одним из таких механизмов может быть резонансное поглощение ионно-циклотронных волн [16]. Присутствие ионной компоненты может влиять не только на процессы ускорения частиц вблизи УВ торможения, но и определять свойства переноса электронов и позитронов в имеющем сложную структуру магнитном поле формируемой ПТ. Циркулярно поляризованные ИЦ волны более эффективно взаимодействуют с позитронами, направление ларморовского вращения которых совпадает с направлением вращения вектора электрического поля волны в плоскости поляризации, что может влиять на эффективность взаимодействия позитронов с флуктуациями электромагнитных полей [57, 16].

Упомянутые выше РМГД модели также дают интерпретацию наблюдаемым в Крабовидной туманности динамическим структурам — «жгутам» — возмущениям интенсивности излучения, распространяющимся с релятивистскими скоростями  $\sim 0.3 - 0.5c$  от области вблизи внутреннего кольца к периферии туманности и наблюдаемым в широком диапазоне энергий от радио- до рентгеновского диапазона [41, 42, 58, 10]. В рамках РМГД моделей, эти структуры интерпретируются, как результат доплеровского усиления излучения от вихревых течений, периодически (с периодом около 1-3 лет) формирующихся вблизи УВ торможения [21, 13]. Однако эти структуры также могут быть связаны с распространением возмущений магнитного поля. В главе 2 представлена модель локальной динамики магнитных структур в сильнонеравновесной релятивистской плазме пульсарной туманности, в которой учтены нетривиальные эффекты, вызываемые слабой дисперсией и слабой нелинейностью отклика функции распределения плазмы на возмущение магнитного поля. Особенностью модели является учет влияния ионной компоненты ПВ на процессы рассеяния электронов и позитронов магнитными неоднородностями через введение различных характерных частот рассеяния для электронов и позитронов. Предложены интерпретация наблюдаемых в Крабовидной туманности мелкомасштабных динамических структур, как результата распространения возмущений магнитного поля, и способ наложения ограничений на состав плазмы пульсарного ветра с использованием представленного моделирования.

# Пульсарные туманности с головными ударными волнами

Каталог наблюдаемых пульсаров, составленный Хоббсом и др. [22], содержит наблюдаемые поперечные к лучу зрения составляющие скорости пульсаров. Средние значения поперечных составляющих скорости —  $87 \pm 13 \text{ км с}^{-1}$  для «подкрученных» аккрецией пульсаров и  $246 \pm 22 \text{ км с}^{-1}$  для «нормальных» (не испытавших аккреции) пульсаров. Наиболее высокие скорости, обнаруженные у пульсаров В2224+64 и В2011+38, составляют  $\sim 1600 \text{ км с}^{-1}$ . Вычисленная авторами [22] средняя скорость пульсара, приобретаемая им при рождении, с учетом трех пространственных компонент, составляет  $400 \pm 40 \text{ км с}^{-1}$ .

Высокое среднее значение собственной скорости движения пульсаров по сравнению с характерной для межзвездной среды (МЗС) скоростью звука  $\sim 10 \text{ км с}^{-1}$  означает, что у многих из них может наблюдаться головная ударная волна. Действительно, оптические и радионаблюдения выявляют соответствующие структуры у ряда пульсаров [59, 60, 61, 62, 63], в частности, в [63] авторы приводят данные по девяти пульсарам с разрешаемой в наблюдениях в линии  $H\alpha$  областью алекса головной УВ.

Рентгеновские наблюдения пульсарных туманностей с высоким угловым разрешением выявляют большое разнообразие их морфологий [25], причем ряд туманностей имеют кометообразную форму и наблюдаемые в различных диапазонах энергий головные УВ.

Богатое разнообразие наблюдаемых морфологий и спектрального поведения пульсарных туманностей является следствием различий параметров пульсаров — темпа потери вращательной энергии, наклона магнитной оси к оси вращения, собственных скоростей, ориентации направления движения относительно локального межзвездного магнитного поля и эволюционной стадии в ходе взаимодействия пульсарного ветра с окружающей средой [64].

Сверхзвуковое относительное движение пульсара и среды, с которой взаимодействует пульсарный ветер, может существенно влиять на структуру туманности. Сверхзвуковое относительное движение может быть обусловлено

как быстрым движением пульсара сквозь межзвездную среду, так и взаимодействием ПВ со сверхзвуковым потоком (с числом Маха  $\gtrsim 1$ ) — например, на переходной стадии эволюции остатка сверхновой, когда обратная ударная волна достигает центра остатка [65].

Моделирование динамики пульсарных туманностей с головными УВ проводилось рядом авторов (см., например [66, 67, 68, 69]). Структура таких объектов включает в себя область «пузыря» пульсарного ветра, отделяемую от межзвездного вещества контактными разрывом (КР). Натекающий сверхзвуковой поток межзвездного вещества, взаимодействуя с пульсарной туманностью, тормозится с образованием головной УВ, в то время как замедление ПВ приводит к формированию УВ торможения. В результате образуется область сходящихся потоков между двумя УВ, в которой возникает довольно сложная картина течений.

Рассмотрим пульсар, движущийся со сверхзвуковой скоростью  $V_{psr}$  относительно локальной системы покоя окружающей среды. Характерный размер системы пульсарная туманность + головная УВ определяется балансом давлений натекающего потока и пульсарного ветра. Определяемый балансом давлений параметр  $R_{cd}$ , который дает оценку расстояния от пульсара до контактного разрыва, выражается следующим образом:

$$R_{cd} \approx \sqrt{\frac{\zeta_K \dot{E}}{6\pi \rho_{ism} V_{psr}^2 c}} \approx 2 \times 10^{16} \dot{E}_{35}^{1/2} n_{ism}^{-1/2} V_{200}^{-1} \text{ см.} \quad (1.7)$$

Здесь  $\rho_{ism}$  — плотность МЗС<sup>2</sup>. Параметр  $\zeta_K$  характеризует влияние угла наклона магнитной оси пульсара относительно его оси вращения и анизотропии пульсарного ветра на геометрию системы, для сферически-симметричного ветра  $\zeta_K = 1$ .

Рассмотрим вопрос о максимальной энергии частицы, достижимой в результате ее ускорения по механизму Ферми I рода. Набор частиц энергии приводит к росту характерной длины ее свободного пробега. Если харак-

---

<sup>2</sup>Здесь и далее для сокращенной записи численных значений некоторых величин и в формулах, дающих численные оценки, используется обычная сокращенная запись вида  $\dot{E}_{35}$ , означающая, что данная величина нормирована на  $10^{35}$  единиц СГС (в данном случае, эрг  $\text{с}^{-1}$ ). Если величина нормирована не на единицы СГС, или в индексе указан не десятичный логарифм значения, на которое нормирована величина, это отдельно оговаривается. В данном случае скорость пульсара  $V_{psr}$  нормирована на  $200 \text{ км с}^{-1}$ , для краткости индекс  $psr$  опущен.

терный размер фронта ударной волны (и области ускорения)  $\sim R_{sh}$ , а его скорость  $\sim v_{sh}$ , то частица покинет источник ускорения при

$$D(E_{max}) \sim v_{sh} R_{sh} \quad (1.8)$$

здесь  $D$  — коэффициент диффузии частицы в натекающем на фронт потоке. В работах [70, 71, 72] был проведен анализ ускорения заряженных частиц с зарядом<sup>3</sup>  $Z$  в источнике, поддерживающем релятивистское истечение замагниченной плазмы, плотность потока энергии в котором доминируется электромагнитной составляющей. Пусть на поддержание истечения источником затрачивается мощность  $L_M$ . Для того, чтобы ускоряемые частицы в отсутствие потерь на излучение достигали энергии  $E$ , согласно [70, 71, 72] требуется энерговыделение

$$L_M \approx 3 \times 10^{33} \cdot \frac{\Gamma_{\text{flow}}^2}{\beta_{\text{flow}}} \left( \frac{E/Z}{10^{14} \text{ эВ}} \right)^2 \text{ эрг с}^{-1}. \quad (1.9)$$

Здесь  $\Gamma_{\text{flow}}$  — лоренц-фактор истечения,  $\beta_{\text{flow}}$  — его скорость, нормированная на скорость света  $c$ . Таким образом, максимальная энергия, которая может быть достигнута частицей в результате ускорения в магнитном истечении без учета энергетических потерь частицей, составляет

$$E_{\text{max}} \approx Z \times 10^{14} \cdot \frac{\beta_{\text{flow}}^{1/2}}{\Gamma_{\text{flow}}} \left( \frac{L_M}{3 \times 10^{33} \text{ эрг с}^{-1}} \right)^{1/2} \text{ эВ}. \quad (1.10)$$

Эти приближенные соотношения показывают, что течения с умеренно релятивистской скоростью  $\Gamma_{\text{flow}}\beta_{\text{flow}} \sim 1$  наиболее эффективны как ускорители частиц с точки зрения набора максимальной энергии. Область сходящихся потоков между UV торможения релятивистского ветра и головной UV пульсара представляет собой реализацию таких течений: в замедленном на ударной волне торможения потоке пульсарного ветра скорости течений имеют слаборелятивистские значения порядка долей  $c$  (см., например, [10]), тогда как скорости пульсаров не превышают  $2000 \text{ км с}^{-1}$  [22].

Ряд пульсаров с наблюдаемыми головными ударными волнами, такие как PSR B2224+65, формирующий туманность Гитара, старый миллисекундный пульсар J0437-4715, пульсар Геминга (PSR J0633+1746), имеют  $\dot{E}_{35} \lesssim 0.3$ .

<sup>3</sup>В данном случае — в единицах элементарного заряда  $e$ .

Некоторые пульсарные туманности (например, Гитара [73, 27, 74] и Маяк [75]) с головными УВ связаны с протяженными областями рентгеновского излучения, характерное значение магнитных полей в которых оценивается в десятки мкГс. Рентгеновское излучение этих областей требует наличия электронов (и позитронов) с лоренц-фактором  $\gamma \gtrsim 10^8$ . Однако, исходя из уравнения (1.10) с  $L_M \sim \dot{E}$ , такие энергии согласуются с указанными значениями  $\dot{E}$  (например, для Гитары) только при  $\Gamma_{\text{flow}}^2 \lesssim 3$  и  $\beta_{\text{flow}} \gtrsim 0.1$ , т.е. течение в области ускорения частиц должно быть умеренно релятивистским.

В свете сказанного, большой интерес представляет изучение ускорения электронов и позитронов релятивистского ветра на сходящихся потоках между УВ торможения ветра и головной УВ пульсара [76, 24]. Ускорение на сходящихся потоках является вариацией механизма ускорения Ферми I рода, при которой частицы набирают энергию за счет многократно диффундирования через область между двумя направленными друг в сторону друга течениями, переносящими вмороженные в них магнитные неоднородности. Условия для такого ускорения могут создаваться, например, в скоплениях *OB*-звезд, когда расширяющаяся оболочка сверхновой сближается с сильным звездным ветром молодой массивной звезды [24]. Сходящиеся потоки, переносящие магнитные неоднородности, формируются и в окрестности контактного разрыва в астропаузе, внутри области, ограниченной головной ударной волной, порожденной сверхзвуковым движением формируемой звездным ветром астроферы звезды (в случае пульсара – релятивистским ветром последнего).

Исходя из моделей распространения космических лучей в Галактике, длина свободного пробега релятивистского протона в спокойной межзвездной среде (вдали от остатков сверхновых и других активных галактических объектов) может быть оценена как  $\lambda(E) \sim (3-5) \times 10^{18} (E/1 \text{ ГэВ})^a$  см, где  $a = 0.3-0.6$  (см., например, [77]). Пользуясь формулой (1.7), можно заключить, что фоновая магнитная турбулентность спокойной МЗС не способна удержать ультрарелятивистские частицы в области размером порядка  $R_{cd}$  при  $V_{psr} \gtrsim 100 \text{ км с}^{-1}$ . Однако тесно связанное с ускорением Ферми усиление неоднородностей магнитного поля существенно меняет эту картину.

Усиление флуктуаций магнитных полей при ускорении частиц на ударных волнах возникает из-за порождаемых частицами КЛ плазменных неустойчи-

востей [78, 79, 80, 81, 34]. Ускорение протонов КЛ на головных ударных волнах туманностей может приводить к порождению флуктуаций магнитного поля с длинами волн, существенно превышающими гирорадиусы ускоренных частиц. Возможно усиление флуктуаций вплоть до длин волн порядка  $L_{cor} \gg R_{max}$ , где  $R_{max}$  — гирорадиус протонов максимальной достигаемой энергии (см., например, [23] и приведенные там ссылки). Эти флуктуации будут определять диффузию электронов и позитронов пульсарного ветра при их распространении через область между головной ударной волной и контактным разрывом на энергиях  $> 10$  ГэВ [82]. Сильные длинноволновые флуктуации магнитного поля приведут к диффузии в бомовском режиме с длиной свободного пробега пропорциональной гирорадиусу  $\lambda \sim \eta r_g(E)$  с  $\eta \gtrsim 1$  для частиц с лоренц-факторами вплоть до  $\gamma_1$ , определяемым соотношением  $r_g(mc^2\gamma_1) \approx L_{cor}$ , где гирорадиус  $r_g(E) = E/eB_0$ ,  $e$  — заряд позитрона,  $B_0$  — среднее значение магнитного поля в рассматриваемой области. Малая длина свободного пробега частиц в области усиленных флуктуаций магнитного поля способна обеспечить удержание частиц в источнике, необходимое для достижения высоких энергий в ходе ускорения на сходящихся потоках.

Аналитическая кинетическая модель ускорения Ферми I рода на сходящихся потоках была представлена в работе [76], где была рассмотрена система из двух переносящих магнитные неоднородности плоскопараллельных течений, занимающих полупространства  $z < 0$  и  $z > 0$ , со скоростями, соответственно,  $u_1$  и  $u_2$ , направленными параллельно оси  $z$  в противоположных направлениях. В каждом из полупространств распространение частиц описывалось коэффициентом диффузии  $D_i(\gamma)$ ,  $i = 1, 2$ , где  $\gamma$  — лоренц-фактор частицы. Эта упрощенная модель позволяет проиллюстрировать ускорение электронов и позитронов пульсарного ветра на сходящихся потоках между двумя ударными волнами. Необходимо иметь в виду, что в такой системе течения плазмы в некоторой области вблизи КР могут иметь довольно сложную структуру. Однако интересуясь распространением лишь частиц столь высоких энергий, что их длины свободного пробега превышают размеры этой области, этим обстоятельством можно пренебречь. Пусть минимальный лоренц-фактор, для которого выполняется указанное условие, равен  $\gamma_0$ . Решение конвекционно-диффузионного уравнения, полученное в [76] для описанной

модели, имеет вид:

$$N_i^\pm(z, \gamma, t) = \frac{N_0(\gamma_0, \gamma_m)}{\gamma} \cdot H(\gamma - \gamma_0) \cdot H(t - \tau_a(\gamma)) \cdot \exp(-u_i \cdot |z|/D_i(\gamma)), \quad (1.11)$$

где  $H(x)$  — функция Хевисайда,  $\gamma_m$  — максимальный лоренц-фактор ускоряемых частиц,  $N_0(\gamma_0, \gamma_m)$  — нормировочный коэффициент. Время ускорения частиц до лоренц-фактора  $\gamma$  определяется выражением:

$$\tau_a = \frac{3}{(u_1 + u_2)} \int_{\gamma_0}^{\gamma} \left( \frac{D_1(\gamma)}{u_1} + \frac{D_2(\gamma)}{u_2} \right) \frac{d\gamma}{\gamma}. \quad (1.12)$$

Выражение (1.12) позволяет получить полезные оценки на максимальные энергии, достижимые позитронами и электронами релятивистского пульсарного ветра при их ускорении на сходящихся потоках. Пусть  $u_1 \approx c/3$ ,  $u_2 \ll c$ , что соответствует характерным значениям скоростей релятивистского ветра за ударной волной торможения и натекающего на пульсар потока (в системе покоя пульсара). Предположим, что диффузия частиц в обоих полупространствах описывается сравнимыми по величине бомовскими коэффициентами диффузии. В этом случае выражение (1.12) можно упростить:

$$\tau_a \approx \frac{9}{c} \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{D_2(\gamma) d\gamma}{u_2 \gamma}. \quad (1.13)$$

Максимальный лоренц-фактор, достижимый при ускорении позитронов и электронов на сходящихся потоках ограничен, во-первых, уходом частиц из области ускорения, и, во-вторых, потерями энергии частицы на излучение.

В первом случае условие удержания частиц в области ускорения требует, чтобы время ускорения (1.13) не превышало времени диффузии через область вблизи головной ударной волны. Таким образом, максимальный лоренц-фактор не может быть больше значения  $\gamma_{m1}$ , определяемого выражением

$$\frac{9D_2(\gamma_{m1})}{cu_{sh}} = \frac{R_{cd}^2}{4D_2(\gamma_{m1})}. \quad (1.14)$$

где  $u_{sh}$  — скорость потока, натекающего на пульсар. Т.е., предполагая бомовский режим диффузии в ускорителе, верхний предел на достижимый лоренц-фактор можно получить из уравнения

$$r_g (mc^2 \gamma_{m1}) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u_{sh}}{c}} R_{cd}. \quad (1.15)$$

Во втором случае характерное время потерь энергии на синхротронное и обратное комптоновское излучение  $\tau_s$  должно превышать время ускорения, что дает второе ограничение на максимально достижимый лоренц-фактор,  $\gamma_m \leq \gamma_{m2}$ , где,  $\tau_s(\gamma_{m2}) = \tau_a(\gamma_{m2})$ . Характерное время потерь на синхротронное излучение в поле  $B$  и обратное комптоновское излучение, обусловленное рассеянием фотонов реликтового излучения,

$$\tau_s(\gamma) \approx 7 \times 10^{19} \gamma^{-1} \left[ 1 + \left( \frac{B}{3 \text{ мкГс}} \right)^2 \right]^{-1} \text{ сек}, \quad (1.16)$$

откуда можно получить

$$\gamma_{m2}^2 \approx 4 \times 10^{17} \eta^{-1} \left( \frac{u_2}{100 \text{ км с}^{-1}} \right) \left( \frac{B}{3 \text{ мкГс}} \right) \left[ 1 + \left( \frac{B}{3 \text{ мкГс}} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (1.17)$$

Таким образом, максимальный достижимый лоренц-фактор электронов и позитронов, ускоряемых на сходящихся потоках,  $\gamma_m$  можно оценить как  $\gamma_m = \min(\gamma_{m1}, \gamma_{m2})$ .

Выражение (1.11) для функции распределения дает при пренебрежении модуляцией потоком вещества, обуславливающей экспоненциальный множитель, жесткий спектр частиц  $\propto \gamma^{-1}$ . Столь же жесткие спектры были получены в [24] при моделировании ускорения частиц КЛ на сходящихся потоках между остатком сверхновой и ветром молодой массивной звезды. Этот результат очень важен для изучения пульсарных туманностей, поскольку в ряде ПТ с головными УВ наблюдаются спектры синхротронного рентгеновского излучения с жесткими фотонными индексами  $\Gamma < 1.5$  [25].

В частности, рентгеновские наблюдения туманности пульсара Геминга с помощью космической обсерватории *XMM-Newton* выявили протяженную структуру из двух почти параллельных хвостов длиной  $\sim 2'$ , тянущихся в направлении, противоположном направлению движения пульсара [83]. Наблюдения обсерватории *Chandra* [26] помимо двух боковых хвостов выявили осевой хвост меньшей протяженности ( $\sim 45''$ ) и показали, что фотонные индексы боковых хвостов  $\Gamma \approx 1.0$ , что заметно жестче фотонного индекса излучения пульсара  $\Gamma \approx 1.5$  и осевого хвоста  $\Gamma \approx 1.6 - 2.3$ . Оцениваемая собственная скорость PSR J0633+1746 составляет около  $210 \text{ км с}^{-1}$  — значение, являющееся сверхзвуковым для большинства распространенных фаз МЗС

— т.е., скорее всего, у туманности имеется головная ударная волна. Жесткие фотонные индексы излучения боковых хвостов могут быть связаны с синхротронным излучением электронов и позитронов ПВ, ускоренных на сходящихся потоках между двумя ударными волнами, что привело к формированию жесткого спектра  $f(E) \sim E^{-s}$  с  $s \sim 1$ . Более мягкий фотонный индекс осевого хвоста, в свою очередь, может быть связан с популяцией электронов и позитронов, ускоренных лишь на УВ торможения ветра и имеющих спектр с  $s \sim 2.2$ .

Протяженная структура пульсарной туманности Гитара характеризуется спектром с фотонным индексом  $\Gamma = 1.00_{-0.47}^{+0.53}$  [27]. В [82] был рассмотрен возможный сценарий, объясняющий происхождение наблюдаемой структуры и ее жесткий рентгеновский спектр как результат распространения частиц, ускоренных в ПТ с головной УВ, вдоль силовых линий магнитного поля.

Модель [76] не учитывает конечные размеры и особенности пространственной структуры пульсарных туманностей с головными УВ. Учет пространственной структуры источников при моделировании ускорения частиц важен, поскольку позволяет корректно учитывать уход частиц из области ускорения, что определяет максимально достижимую в процессе ускорения энергию и, как следствие, форму спектра. Развита автором диссертации численная модель переноса частиц релятивистского пульсарного ветра через пульсарную туманность с головной УВ, описанная в Главе 3, учитывает основные свойства пространственной структуры рассматриваемых источников. Как будет показано в главе 5, эта модель позволяет объяснить наблюдаемые жесткие рентгеновские спектры ПТ с головными УВ.

Некоторые молодые пульсары, движущиеся с высокими скоростями и формирующие пульсарные туманности (см. [25]), находятся внутри молодых родительских остатков сверхновых. Среди этих туманностей также встречаются объекты, рентгеновские спектры которых характеризуются довольно жесткими фотонными индексами. К примеру, туманность пульсара PSR B1951+32 расположена в остатке СТВ 80 (G69.0+2.7). PSR B1951+32 имеет высокий темп потери вращательной энергии  $\dot{E} = 3.7 \times 10^{36}$  эрг  $\text{с}^{-1}$ , его возраст оценивается в  $\sim 10^5$  лет, а собственная скорость составляет  $240 \pm 40$  км  $\text{с}^{-1}$  [84, 85]. Наблюдения в линии  $H\alpha$ , а также радионаблюдения

выявляют наличие головной ударной волны. Мун и др. [84] получили оценку на расстояние от пульсара до контактного разрыва порядка 0.05 пк. В работе Ли и др. [85] были изучены рентгеновские спектры различных областей источника, полученные с помощью наблюдений обсерватории *Chandra*. Оказалось, что фотонный индекс излучения области вблизи головной ударной волны  $1.6_{-0.2}^{+0.1}$  — более жесткий, чем фотонный индекс спектра туманности в целом  $1.73 \pm 0.03$ . Маттана и др. [86] также заявили о регистрации прибором *IBIS/ISGRI* обсерватории *INTEGRAL* значимого потока жесткого рентгеновского излучения от СТВ 80 (G69.0+2.7) и PSR B1951+32 в диапазоне до 70 кэВ.

Ли и др. [85] пришли к выводу, что наблюдаемая более жесткая компонента излучения может объясняться вкладом от дополнительной популяции частиц, либо в результате повторного ускорения частиц ПВ на какой-либо УВ. Авторы предположили, что эта компонента спектра частиц может порождаться вблизи головной ударной волны.

Зарегистрированная в рентгеновских наблюдениях космической обсерватории *Chandra* к югу от пульсара PSR J0633+0632 тусклая протяженная (угловой размер порядка  $1'$ ) туманность [28] также характеризовалась жестким фотонным индексом: 0.74–1.29 при фиксированном значении колонковой плоскости по водороду  $N_H = 0.15 \times 10^{22}$  см  $s^{-1}$  и  $0.9_{-0.4}^{+0.5}$  в случае переменной плотности. Настолько жесткий фотонный индекс достаточно трудно объяснить в предположении, что излучение обусловлено синхротронным излучением частиц, ускоренных лишь на УВ торможения ветра. Темп потерь вращательной энергии этого радиотихого пульсара оценивается в  $\dot{E} \sim 10^{35}$  эрг  $s^{-1}$ , и, считая, что исходя из его положения, местом рождения пульсара является туманность Розетта (см. обсуждение в статье [87]), расстояние до него составляет  $\sim 1.5$  кпк, а собственная скорость  $\sim 1000$  км  $s^{-1}$ . Таким образом, для этого источника тоже вероятен сценарий, в котором жесткий спектр излучения связан с дополнительным ускорением частиц на сходящихся потоках между двумя УВ.

Рентгеновские наблюдения пульсарной туманности в созвездии Парусов [25], расположенной внутри родительского ОСН, выявили наличие в ней областей с жесткими фотонными индексами, вплоть до  $\Gamma = 0.9 - 1.2$  для внут-

ренного джета и ярких дугообразных структур и  $\Gamma \sim 1.5$  для окружающего диффузного излучения. В главе 5 дана интерпретация этих данных в рамках гипотезы о формировании у PSR B0833-45 головной ударной волны на переходной стадии эволюции ОСН. Применение развитой автором модели позволяет объяснить наблюдаемые жесткие фотонные индексы рентгеновского излучения.

Учет пространственной структуры пульсарной туманности позволяет воспроизводить не только спектральные, но и морфологические детали наблюдаемых ПТ. Как упоминалось выше, наблюдения выявляют большое разнообразие морфологий этих источников, причем их внешний вид может существенно отличаться от диапазона к диапазону. Ярким примером зависимости морфологии от энергии служит туманность пульсара PSR J0437-4715. В главе 4 продемонстрировано, что наблюдаемое излучение этого источника в дальнем ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах может являться синхротронным излучением электронов и позитронов релятивистского пульсарного ветра. Показано, что модель переноса частиц ветра через ПТ с головной УВ и дополняющая ее модель синхротронного излучения частиц, описанные в главе 3, позволяют воспроизвести наблюдаемую структуру туманности в указанных диапазонах. При этом модель с разумной точностью воспроизводит и наблюдаемые спектральные характеристики источника — относительные контрасты его наблюдаемых компонент в дальнем ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах и фотонные индексы в мягком рентгеновском диапазоне.

## Глава 2

# Локальная динамика магнитных структур в релятивистской плазме пульсарных туманностей

Наблюдаемые в пульсарных туманностях мелкомасштабные динамические структуры, такие, как «жгуты» в Крабовидной туманности [10], могут быть интерпретированы как проявления распространения возмущений магнитного поля в сильнонеравновесной релятивистской плазме ПТ. Соответствующие вариациям магнитного поля возмущения наблюдаемой интенсивности синхротронного излучения электронов и позитронов плазмы могут приводить к появлению динамических возмущений наблюдаемой поверхностной яркости источника.

Анализ динамики магнитных структур существенной амплитуды в диспергирующей среде требует учета дисперсионных эффектов, а также нелинейности отклика функции распределения плазмы на распространяющееся возмущение поля [88]. Наличие даже слабой дисперсии, приводящей к пространственному разделению гармоник с различной частотой, может за достаточно большое время сильно изменить профиль распространяющегося в среде возмущения. Нелинейные эффекты, приводящие к укрупнению профилей волн, также существенно влияют на эволюцию структур.

Аналитическое кинетическое рассмотрение задачи об эволюции начального возмущения с учетом дисперсионных и нелинейных эффектов возможно с помощью построения теории возмущений, малыми параметрами которой являются амплитуды волн (по сравнению с фоновым магнитным полем) и их характерные частоты (по сравнению с характерными частотами рассеяний частиц или с гирочастотой в крупномасштабном магнитном поле).

Рассмотрение продольного (относительно крупномасштабного магнитного поля) распространения магнитных возмущений в релятивистской электрон-позитронной плазме было проведено в работах [89, 30]. Авторами было получено эволюционное уравнение, описывающее динамику магнитных структур: полученное уравнение имело форму уравнения Кортевега—де Фриса (КдФ), а структуры, описываемые им, представляли собой солитоны.

В [29] было рассмотрено поперечное распространение слабонелинейных<sup>1</sup> магнитозвуковых волн в нерелятивистской ионно-электронной плазме: было получено дисперсионное соотношение вида

$$\omega = c_{\perp} k (1 - a_D^2 k^2), \quad (2.1)$$

где  $c_{\perp}$  — фазовая скорость волны,  $a_D$  — дисперсионная длина

$$c_{\perp} = v_A (1 + \beta)^{1/2} \quad (2.2)$$

$$a_D = \frac{r_i}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{3\beta_i}{4} (1 + \beta) \right)^{1/2}, \quad (2.3)$$

где  $\beta_{i,e} = 8\pi P_{i,e}/B^2$ ,  $\beta = \beta_i + \beta_e$ ,  $P_{i,e}$  — давления ионной ( $i$ ) и электронной ( $e$ ) компонент плазмы,  $r_i$  — ларморовский радиус иона, движущегося со средней тепловой скоростью  $v_{T,i}$  в магнитном поле  $B$ ,  $v_A$  — альвеновская скорость. В [29] был вычислен нелинейный отклик тока на возмущение поля и построено эволюционное уравнение, также имеющее форму уравнения КдФ.

Выражения (2.2), (2.3) дают зависимость величин, определяющих динамику магнитных структур, от параметров плазмы (давления) и величины магнитного поля. Аналогичные выражения для коэффициентов эволюционного уравнения из [30], построенного для произвольной изотропной невозмущенной функции распределения  $f_0$ , также определяются рядом моментов функции  $f_0$ .

Аналитическое кинетическое моделирование, таким образом, позволяет получить связь между параметрами плазмы и величинами, непосредственно определяющими динамику структур.

В данной главе рассмотрено распространение возмущений магнитного поля в сильнонеравновесной релятивистской электрон-позитронной плазме

---

<sup>1</sup>Т.е., имеющих амплитуды, малые по сравнению с амплитудой крупномасштабного поля, но не настолько малые, чтобы можно было полностью пренебрегать нелинейными эффектами.

пульсарной туманности поперек крупномасштабного магнитного поля. Кинетическое рассмотрение осуществлено с учетом слабых дисперсионных и нелинейных эффектов в длинноволновом пределе, при этом учтено рассеяние электронов и позитронов плазмы на флуктуациях турбулентного поля. Рассеяние учтено через введение в кинетические уравнения интегралов столкновений в приближении времени релаксации. Особенностью рассмотрения является учет возможного присутствия в плазме релятивистского ПВ ионной компоненты, реализованный через различие параметров рассеяния позитронов и электронов. В результате решения кинетических уравнений получено решение дисперсионного уравнения для рассматриваемых волн и эволюционное уравнение, описывающее динамику структур. Исследованы зависимости вычисленных параметров динамики от параметров плазмы и рассеяния частиц. Изучена зависимость динамики магнитных структур, являющихся решением полученного эволюционного уравнения, от параметров рассеяния. Рассмотрены применения полученной модели для интерпретации наблюдаемых в Крабовидной туманности мелкомасштабных динамических структур и наложения ограничений на состав пульсарного ветра.

## 2.1 Постановка задачи и метод теории возмущений

Запишем систему уравнений Максвелла в Фурье-пространстве  $(\omega, \mathbf{k})$  при отсутствии внешних токов и зарядов

$$\left\{ \begin{array}{l} [\mathbf{k} \times \mathbf{B}_{\omega\mathbf{k}}] = -\frac{\omega}{c} \mathbf{D}_{\omega\mathbf{k}} \\ (\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_{\omega\mathbf{k}}) = 0 \\ [\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}] = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}_{\omega\mathbf{k}} \\ (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_{\omega\mathbf{k}}) = 0 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Здесь  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля, а  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  – вектора индукции электрического и магнитного полей, соответственно.

Подставив величину магнитного поля, выраженную из третьего уравнения, в первое, можно получить систему однородных уравнений

$$\left( k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} \right) E_j = 0, \quad (2.5)$$

где индексы  $i, j$  пробегают значения  $x, y, z$ ,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\epsilon_{ij}$  – тензор диэлектрической проницаемости. Приравняв определитель этой системы к нулю, можно получить дисперсионное уравнение для различных мод электромагнитных волн, распространяющихся в рассматриваемой среде.

$$\begin{vmatrix} -\frac{c^2}{\omega^2} (k_y^2 + k_z^2) + \epsilon_{xx} & \frac{c^2}{\omega^2} k_x k_y + \epsilon_{xy} & \frac{c^2}{\omega^2} k_x k_z + \epsilon_{xz} \\ \frac{c^2}{\omega^2} k_y k_x + \epsilon_{yx} & -\frac{c^2}{\omega^2} (k_x^2 + k_z^2) + \epsilon_{yy} & \frac{c^2}{\omega^2} k_y k_z + \epsilon_{yz} \\ \frac{c^2}{\omega^2} k_z k_x + \epsilon_{zx} & \frac{c^2}{\omega^2} k_z k_y + \epsilon_{zy} & -\frac{c^2}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2) + \epsilon_{zz} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

По аналогии с [57], рассмотрим волну, распространяющуюся в плазме вдоль оси  $Ox$  поперек магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , направленного по оси  $Oz$ , поляризованную в плоскости  $Oxy$ . Магнитное поле волны при этом направлено по  $Oz$ . Из первых двух уравнений (2.4) следует, что для рассматриваемого возмущения  $D_x = D_z = 0$ .

Система уравнений для компонент поля (2.5) для рассматриваемой волны сводится к

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & -c^2 k^2 / \omega^2 + \epsilon_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

а дисперсионное соотношение имеет вид

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \epsilon_{yy} - \frac{\epsilon_{xy} \epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}} \quad (2.8)$$

Чтобы получить решение (2.8) в виде  $\omega = \omega(k)$ , необходимо вычислить компоненты  $\epsilon_{ij}$ .

Вычисление отклика функции распределения сильнонеравновесной электрон–позитронной плазмы на возмущение электрического и магнитного полей, создаваемых распространяющейся волной, позволяет получить токовый отклик на возмущение поля и, вместе с тем, компоненты тензоров проводимости  $\sigma_{ij}$  и диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}$  плазмы, связанных соотношением

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{ij} \quad (2.9)$$

Систему кинетических уравнений для компонент электрон-позитронной плазмы запишем в виде

$$\begin{cases} \partial_t f_p + v_x \partial_x f_p + e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) \partial_{\mathbf{p}} f_p = -\nu_1 (f_p - f_p^{iso}) + \nu_2 (f_e - f_e^{iso}) \\ \partial_t f_e + v_x \partial_x f_e - e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) \partial_{\mathbf{p}} f_e = \nu_1 (f_p - f_p^{iso}) - \nu_2 (f_e - f_e^{iso}) \end{cases} \quad (2.10)$$

Здесь  $t$  – время,  $\mathbf{p}$  – импульс частицы,  $v_x$  –  $x$ -компонента ее скорости,  $e$  – заряд позитрона,  $f_p, f_e$  – функции распределения позитронов и электронов, соответственно. Условимся, что везде далее в этой главе индекс  $p$  отмечает величины, относящиеся к позитронам, индекс  $e$  – к электронам, индекс  $\alpha$  принимает значения  $p, e$ , отмечая величины, относящиеся к соответствующей компоненте плазмы, индексы  $i, j$  пробегают значения  $x, y$  – для соответствующих декартовых компонент векторов и тензоров или для одноименных компонент функции распределения, порождающих при вычислении отклика тока соответствующие компоненты последнего.

Несмотря на бесстолкновительный характер плазмы ПТ относительно кулоновских взаимодействий частиц, электроны и позитроны плазмы испытывают рассеяния на флуктуациях турбулентного магнитного поля, переносимого пульсарным ветром, что учтено в системе уравнений посредством введения операторов столкновений в приближении времени релаксации. Выбор различных характерных частот рассеяний позитронов и электронов  $\nu_1, \nu_2$  связан с возможным присутствием ионов в плазме релятивистского пульсарного ветра. Таким образом, ионная компонента в рассматриваемой модели не включена явно и учтена только как фактор, влияющий на процессы рассеяния электронов и позитронов. Функция  $f_\alpha^{iso}$  соответствует изотропной части функции распределения частиц компоненты  $\alpha$ .

Описанное ниже решение системы уравнений (2.10) реализовано с помощью методов теории возмущений. Амплитуда рассматриваемой волны  $b$  предполагается малой по сравнению с индукцией крупномасштабного магнитного поля  $B_0$ . Помимо этого, рассмотрение ограничено длинноволновым пределом: характерные частоты рассматриваемого возмущения  $\omega$  предполагаются малыми по сравнению с частотами рассеяния частиц плазмы  $\nu_1, \nu_2$ . Последние, в свою очередь, не превышают гирочастоты  $\Omega = eB_0/mc\gamma$  (здесь и далее  $\gamma$

– лоренц-фактор частицы) и выбраны в форме  $\nu_{1,2} = a_{1,2}\Omega$ ,  $a_{1,2} \leq 1$ . Таким образом, для рассматриваемых частот выполнены неравенства:

$$\omega \ll \nu_{1,2} = a_{1,2}\Omega \leq \Omega. \quad (2.11)$$

Также считается, что эффект, обусловленный ионной компонентой, мал, и относительная разность частот невелика:

$$\delta\nu = \frac{(\nu_1 - \nu_2)}{\Omega} \ll 1. \quad (2.12)$$

Для сокращения записей введены обозначения  $\nu = (\nu_1 + \nu_2)/2$ ,  $\nu = a\Omega$ .

Функция распределения компоненты  $\alpha$  ищется в виде

$$f_\alpha = f_0 + f_\alpha^{(1)} + f_\alpha^{(2)}, \quad (2.13)$$

где  $f_0$  - произвольная невозмущенная функция распределения, одинаковая для обеих компонент и предполагаемая изотропной,  $f_\alpha^{(1)}$  и  $f_\alpha^{(2)}$  – возмущения первого и второго порядка по  $b/B_0$ , соответственно.

В отсутствие диссипации в рассматриваемом приближении низких частот вносимая в дисперсионное соотношение дисперсионная поправка наиболее низкого порядка должна быть  $\propto (ck/\Omega)^3$  (см. [88], а также результаты для сходных задач [89, 30, 29]). Рассеяние частиц на флуктуациях, сглаживающее анизотропию функции распределения, приводит к появлению в уравнениях диссипативных слагаемых  $\propto (ck/\Omega)^2$  по отношению частот. Ввиду интереса как к диссипативным, так и к дисперсионным эффектам, в приведенных ниже разложениях сохранены все члены, дающие в результате слагаемые  $\propto k^2$  и  $\propto k^3$ .

С другой стороны, по аналогии с [29], в рассмотренной теории возмущений учтен лишь первый исчезающий нелинейный по полю возмущения член. Амплитуда рассматриваемых возмущений при этом предполагается достаточно малой, чтобы можно было пренебречь всеми следующими порядками по  $b$ .

Все вычисления проведены в ультрарелятивистском приближении.

## 2.2 Дисперсионное соотношение для поперечных волн в релятивистской электрон-позитронной плазме

Система (2.10) решена в два этапа. В первом порядке теории возмущений линейная по  $b/B_0$  система имеет вид

$$\begin{cases} \partial_t f_p^{(1)} + c \sin \theta \cos \phi \partial_x f_p^{(1)} - \Omega \partial_\phi f_p^{(1)} + f_B \partial_p f_0 = I_{coll}^{(1)} \\ \partial_t f_e^{(1)} + c \sin \theta \cos \phi \partial_x f_e^{(1)} + \Omega \partial_\phi f_e^{(1)} - f_B \partial_p f_0 = -I_{coll}^{(1)} \\ f_B = e E_x \sin \theta \cos \phi + e E_y \sin \theta \sin \phi \\ I_{coll}^{(1)} = -\nu_1 \left( f_p^{(1)} - f_{p0}^{(1)} \right) + \nu_2 \left( f_e^{(1)} - f_{e0}^{(1)} \right) \end{cases} \quad (2.14)$$

Здесь введены полярный и азимутальный углы  $\theta$  и  $\phi$  в импульсном пространстве:  $p_x = p \sin \theta \cos \phi$ ,  $p_y = p \sin \theta \sin \phi$ ,  $p_z = p \cos \theta$ . Функции  $f_{p0}^{(1)}$ ,  $f_{e0}^{(1)}$  – изотропные части возмущений первого порядка  $f_p^{(1)}$ ,  $f_e^{(1)}$ . В первом приближении магнитное поле возмущения, входящее в полные уравнения (2.10) через член вида  $\frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{b}] \partial_{\mathbf{p}} f$ , выпадает, т.к. возмущения функции распределения дают от указанного слагаемого вклад следующих порядков малости, а градиент в импульсном пространстве  $\partial_{\mathbf{p}} f_0$  пропорционален  $\mathbf{p}$  ввиду изотропности  $f_0$ . В свою очередь, слагаемое с крупномасштабным полем  $B_0$  с помощью циклической перестановки в смешанном произведении переписывается в виде  $-\Omega \cdot [\mathbf{p} \times \partial_{\mathbf{p}}] f$ , что, с учетом направления  $B_0$ , дает третье слагаемое в уравнениях (2.14).

Для расчета линейных поправок к функции распределения удобно осуществить Фурье-преобразование системы (2.14), записав ее в виде

$$\begin{cases} -i\omega F_p^{(1)} + ikc \sin \theta \cos \phi F_p^{(1)} - \Omega \partial_\phi F_p^{(1)} + f_{B,\omega k} \partial_p f_0 = I_{coll,\omega k}^{(1)} \\ -i\omega F_e^{(1)} + ikc \sin \theta \cos \phi F_e^{(1)} + \Omega \partial_\phi F_e^{(1)} - f_{B,\omega k} \partial_p f_0 = -I_{coll,\omega k}^{(1)} \\ f_{B,\omega k} = e E_{x,\omega k} \sin \theta \cos \phi + e E_{y,\omega k} \sin \theta \sin \phi \\ I_{coll,\omega k}^{(1)} = -\nu_1 \left( F_p^{(1)} - F_{p0}^{(1)} \right) + \nu_2 \left( F_e^{(1)} - F_{e0}^{(1)} \right) \end{cases} \quad (2.15)$$

Здесь заглавными буквами  $F_\alpha^{(1)}$ ,  $F_{\alpha 0}^{(1)}$  обозначены Фурье-образы соответствующих поправок к функции распределения. Поправка к функции распре-

деления  $F_\alpha^{(1)}$  ищется в виде

$$F_\alpha^{(1)} = F_{\alpha 0}^{(1)} + F_{\alpha x}^{(1)} \sin \theta \cos \phi + F_{\alpha y}^{(1)} \sin \theta \sin \phi + F_{\alpha z}^{(1)} \cos \theta. \quad (2.16)$$

Подставляя поправки к функции распределения в форме (2.16) для обеих компонент плазмы в систему уравнений (2.15), домножая ее поочередно на 1,  $\sin \theta \cos \phi$ ,  $\sin \theta \sin \phi$  и усредняя результат по углам, вычисляя интегралы вида  $(4\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin \theta (...)$ , можно получить следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -i\omega F_{p0}^{(1)} + \frac{1}{3}ikcF_{px}^{(1)} = 0 \\ -i\omega F_{px}^{(1)} + ikcF_{p0}^{(1)} - \Omega F_{py}^{(1)} + eE_x \partial_p f_0 = -\nu_1 F_{px}^{(1)} + \nu_2 F_{ex}^{(1)} \\ -i\omega F_{py}^{(1)} + \Omega F_{px}^{(1)} + eE_y \partial_p f_0 = -\nu_1 F_{py}^{(1)} + \nu_2 F_{ey}^{(1)} \\ -i\omega F_{e0}^{(1)} + \frac{1}{3}ikcF_{ex}^{(1)} = 0 \\ -i\omega F_{ex}^{(1)} + ikcF_{e0}^{(1)} + \Omega F_{ey}^{(1)} - eE_x \partial_p f_0 = \nu_1 F_{px}^{(1)} - \nu_2 F_{ex}^{(1)} \\ -i\omega F_{ey}^{(1)} - \Omega F_{ex}^{(1)} - eE_y \partial_p f_0 = \nu_1 F_{py}^{(1)} - \nu_2 F_{ey}^{(1)} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

Полученную систему можно переписать в виде матричной системы:

$$AX = B \quad (2.18)$$

$$A = \begin{bmatrix} -i\omega & \frac{1}{3}ikc & 0 & 0 & 0 & 0 \\ ikc & -i\omega + \nu_1 & -\Omega & 0 & -\nu_2 & 0 \\ 0 & \Omega & -i\omega + \nu_1 & 0 & 0 & -\nu_2 \\ 0 & 0 & 0 & -i\omega & \frac{1}{3}ikc & 0 \\ 0 & -\nu_1 & 0 & ikc & -i\omega + \nu_2 & \Omega \\ 0 & 0 & -\nu_1 & 0 & -\Omega & -i\omega + \nu_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$X = \left[ F_{p0}^{(1)} \quad F_{px}^{(1)} \quad F_{py}^{(1)} \quad F_{e0}^{(1)} \quad F_{ex}^{(1)} \quad F_{ey}^{(1)} \right]^T \quad (2.20)$$

$$B = \left[ 0 \quad -eE_{x,\omega k} \partial_p f_0 \quad -eE_{y,\omega k} \partial_p f_0 \quad 0 \quad eE_{x,\omega k} \partial_p f_0 \quad eE_{y,\omega k} \partial_p f_0 \right]^T \quad (2.21)$$

Здесь знаком  $T$  обозначено транспонирование. Определитель матрицы, стоящей в левой части, можно записать следующим образом

$$\Delta = -\frac{1}{9}\omega \left[ 9\omega\Omega^4 \delta\nu^2 + (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2k^2 - 3\omega^2) (3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu) (c^2k^2 - 3\omega^2)) \right] \quad (2.22)$$

Для дальнейших вычислений отклика тока потребуются разности  $F_{p0}^{(1)} - F_{e0}^{(1)}$ ,  $F_{px}^{(1)} - F_{ex}^{(1)}$ ,  $F_{py}^{(1)} - F_{ey}^{(1)}$ . Пользуясь обычным методом Крамера, их легко записать в виде выражений  $F_{p0}^{(1)} - F_{e0}^{(1)} = (\Delta_{p0} - \Delta_{e0})/\Delta$  и  $F_{pi}^{(1)} - F_{ei}^{(1)} = (\Delta_{pi} - \Delta_{ei})/\Delta$ , где, напомним,  $i = x, y$ , а выражения в скобках имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{p0} - \Delta_{e0} = & -\frac{2}{9}ie\partial_p f_0 c k \omega [3\omega\Omega^2 + (c^2 k^2 - 3\omega^2)(\omega + 2i\nu)] E_{x,\omega k} \\ & + \frac{2}{3}ie\partial_p f_0 c k \omega^2 \Omega^2 \delta\nu E_{y,\omega k} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{px} - \Delta_{ex} = & -\frac{2}{3}ie\partial_p f_0 \omega^2 [3\omega\Omega^2 + (c^2 k^2 - 3\omega^2)(\omega + 2i\nu)] E_{x,\omega k} \\ & + 2ie\partial_p f_0 \omega^3 \Omega^2 \delta\nu E_{y,\omega k} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{py} - \Delta_{ey} = & \frac{2}{3}ie\partial_p f_0 \omega (c^2 k^2 - 3\omega^2) \Omega^2 \delta\nu E_{x,\omega k} \\ & + \frac{2}{9}ie\partial_p f_0 \omega (c^2 k^2 - 3\omega^2) [3\Omega^2 - 6i\omega\nu + (c^2 k^2 - 3\omega^2)] E_{y,\omega k} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Проекции на оси координат отклика тока на возмущение поля вычисляются по откликам функций распределений компонент плазмы  $f_p$ ,  $f_e$  в соответствии с формулой

$$j_i = e \int v_i (f_p - f_e) d^3p \quad (2.26)$$

В линейном по величине поля приближении отклик тока определяется результатами вычисления линейных поправок  $f_{\alpha i}^{(1)}$ . С учетом угловой зависимости рассматриваемого приближения (2.16), необходимые для вычисления дисперсионного соотношения компоненты тока после преобразования Фурье можно записать в следующем виде:

$$j_{x,\omega k}^{(1)} = \frac{4\pi}{3}ec \int_0^{+\infty} (F_{px}^{(1)} - F_{ex}^{(1)}) p^2 dp \quad (2.27)$$

$$j_{y,\omega k}^{(1)} = \frac{4\pi}{3}ec \int_0^{+\infty} (F_{py}^{(1)} - F_{ey}^{(1)}) p^2 dp \quad (2.28)$$

Разделив (2.24), (2.25) на  $\Delta$ , получив таким образом разности  $F_{px}^{(1)} - F_{ex}^{(1)}$ ,  $F_{py}^{(1)} - F_{ey}^{(1)}$ , и подставив результаты в (2.27), (2.28), необходимо выделить коэффициенты, стоящие в полученных выражениях перед компонентами полей

$E_{x,\omega k}, E_{y,\omega k}$ . Эти коэффициенты дают выражения для компонент тензора проводимости  $\sigma_{ij}$ : в самом деле,  $j_{i,\omega k} = \sigma_{ij} E_{j,\omega k}$ , где  $i, j = x, y$  (см. раздел 2.1). Используя соотношение между компонентами  $\epsilon_{ij}$  и  $\sigma_{ij}$  (2.9), можно выписать компоненты тензора диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon_{xx} = 1 - \frac{32\pi^2}{\omega} e^2 c \int_0^{+\infty} \frac{\omega (3\omega\Omega^2 + (c^2 k^2 - 3\omega^2) (\omega + 2i\nu))}{\Delta_0} \partial_p f_0 p^2 dp \quad (2.29)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{96\pi^2}{\omega} e^2 c \delta\nu \int_0^{+\infty} \frac{\omega^2 \Omega^2}{\Delta_0} \cdot \partial_p f_0 p^2 dp \quad (2.30)$$

$$\epsilon_{yx} = \frac{32\pi^2}{\omega} e^2 c \delta\nu \int_0^{+\infty} \frac{(c^2 k^2 - 3\omega^2) \Omega^2}{\Delta_0} \partial_p f_0 p^2 dp \quad (2.31)$$

$$\epsilon_{yy} = 1 + \frac{32\pi^2}{3\omega} e^2 c \int_0^{+\infty} \frac{(c^2 k^2 - 3\omega^2) (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2 k^2 - 3\omega^2)}{\Delta_0} \partial_p f_0 p^2 dp \quad (2.32)$$

$$\Delta_0 = (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2 k^2 - 3\omega^2) (3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu) (c^2 k^2 - 3\omega^2)) + 9\omega\Omega^4 \delta\nu^2 \quad (2.33)$$

Из выражений (2.29)-(2.32) можно заметить, что при  $\delta\nu = 0$  компоненты  $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0$ , и дисперсионное выражение (2.8) упрощается, принимая вид  $c^2 k^2 / \omega^2 = \epsilon_{yy}^{(0)}$ , где введено обозначение  $\epsilon_{yy}^{(0)}$  для компоненты  $\epsilon_{yy}$  при  $\nu_1 = \nu_2$ .

Вычислим интегралы (2.29)-(2.32). Разлагая (2.32) по малому параметру  $\delta\nu$ , получим:

$$\begin{aligned} \epsilon_{yy} = & 1 + \frac{32\pi^2}{3\omega} e^2 c \int_0^{+\infty} \frac{c^2 k^2 - 3\omega^2}{3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu) (c^2 k^2 - 3\omega^2)} \partial_p f_0 p^2 dp - \\ & - \int_0^{+\infty} \frac{96\pi^2 e^2 c \delta\nu^2 (c^2 k^2 - 3\omega^2) \Omega^4 \partial_p f_0 p^2 dp}{(3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu) (c^2 k^2 - 3\omega^2))^2 (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2 k^2 - 3\omega^2)} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Рассмотрим подробнее дальнейшее разложение выражения для  $\epsilon_{yy}^{(0)}$

$$\begin{aligned}
\epsilon_{yy}^{(0)} &= 1 + \frac{32\pi^2}{3\omega} e^2 c \int_0^{+\infty} \frac{c^2 k^2 - 3\omega^2}{3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu)(c^2 k^2 - 3\omega^2)} \partial_p f_0 p^2 dp \approx \\
&\approx 1 + \frac{32\pi^2}{3\omega} e^2 c \int_0^{+\infty} dp p^2 \partial_p f_0 \frac{c^2 k^2 - 3\omega^2}{3\omega\Omega^2} \times \\
&\times \left[ 1 - \frac{(\omega + 2i\nu)(c^2 k^2 - 3\omega^2)}{3\omega\Omega^2} + \frac{(\omega + 2i\nu)^2 (c^2 k^2 - 3\omega^2)^2}{9\omega^2\Omega^4} \right] \approx \quad (2.35) \\
&\approx 1 + \frac{32\pi^2}{3\omega^2} e^2 c \int_0^{+\infty} dp p^2 \partial_p f_0 \left[ \frac{c^2 k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - \frac{2i\nu (c^2 k^2 - 3\omega^2)^2}{9\omega\Omega^4} - \right. \\
&\left. - \frac{(c^2 k^2 - 3\omega^2)^2}{9\Omega^4} - \frac{4\nu^2 (c^2 k^2 - 3\omega^2)^3}{27\omega^2\Omega^6} \right]
\end{aligned}$$

Перейдем с помощью формулы взятия интеграла «по частям» от интегралов с производными  $\partial_p f_0$  к интегралам вида  $\int (\dots) f_0 p^2 dp$ . Пользуясь обозначением, использованным в [30],  $\langle (\dots) \rangle = \int (\dots) f_0 d^3 p / n_0$ , где  $n_0 = \int f_0 d^3 p$  — невозмущенная концентрация каждой из компонент, запишем:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{yy}^{(0)} &= 1 - \frac{32\pi}{3\omega^2} \frac{e^2 n_0}{m\omega_B^2} \langle \gamma \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right) + \frac{80\pi i a}{3\omega^3} \frac{e^2 n_0}{m\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + \\
&+ \frac{16\pi}{\omega^2} \frac{e^2 n_0}{m\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + \frac{64\pi a^2}{\omega^4} \frac{e^2 n_0}{m\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^3 \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Наконец, учтем, что в ультрарелятивистском случае давление определяется формулой

$$P = \frac{1}{3} \int c p f_0 d^3 p = m c^2 n_0 \langle \gamma \rangle / 3 = \mathcal{E} / 3 \quad (2.37)$$

где  $\mathcal{E}$  — плотность энергии. Вводя обозначение  $\beta_\alpha = 8\pi P_\alpha / B_0^2$  для парциальных давлений компонент невозмущенной плазмы,  $\beta = 2\beta_\alpha$ , и используя релятивистское выражение для альвеновской скорости  $c_A = c / (1 + 4\pi W / B_0^2)^{1/2}$ ,

где удельная энтальпия  $W = \mathcal{E} + P$ , запишем:

$$\begin{aligned} \epsilon_{yy}^{(0)} = & 1 - \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right) + \frac{20ai}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + \\ & + 4 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + 16a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^3 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Дальнейшие вычисления осуществляются аналогичным образом: вычислены разложения последнего слагаемого (2.34) и выражения  $\epsilon_{xy}\epsilon_{yx}/\epsilon_{xx}$ , в котором компоненты  $\epsilon_{ij}$  заданы формулами (2.29) - (2.31), по степеням  $ck/\Omega$ ,  $\omega/\Omega$  вплоть до членов второго порядка. Учитывая предполагаемую малость  $\delta\nu \sim \omega/\Omega \ll 1$  и тот факт, что  $\epsilon_{xy}$  и  $\epsilon_{yx}$  пропорциональны  $\delta\nu$ , при разложении указанных выражений можно пренебречь слагаемым  $\delta\nu^2$  в знаменателях (2.29) - (2.31).

С учетом сказанного, промежуточные вычисления, связанные с выводом результатов для разложений знаменателей в выражениях (2.30) - (2.31), (2.29) и в последнем слагаемом (2.34), привели к следующим результатам:

$$\begin{aligned} \Delta_f = & (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2k^2 - 3\omega^2) (3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu)(c^2k^2 - 3\omega^2)) = \\ = & 9\omega\Omega^4 \left[ 1 - \frac{2i\omega\nu}{\Omega^2} + \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} \right] \left[ 1 + \frac{2i\nu}{\omega} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} \right] = \\ = & 9\omega\Omega^4 \left[ 1 - \frac{2i\omega\nu}{\Omega^2} + \frac{2i\nu}{\omega} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + \right. \\ & \left. + \frac{4\nu^2}{\Omega^2} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + 2 \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + O\left(\frac{\omega^3}{\Omega^3}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta_f} = & \frac{1}{9\omega\Omega^4} \left[ 1 + \frac{2i\omega\nu}{\Omega^2} - \frac{2i\nu}{\omega} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - \right. \\ & - \frac{4\nu^2}{\Omega^2} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - 2 \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - \frac{4\nu^2\omega^2}{\Omega^4} - \\ & \left. - \frac{4\nu^2}{\omega^2} \frac{(c^2k^2 - 3\omega^2)^2}{9\Omega^4} + \frac{8\nu^2}{\Omega^2} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + O\left(\frac{\omega^3}{\Omega^3}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \omega [3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2k^2 - 3\omega^2]^{-1} = & \frac{\omega}{3\Omega^2} \left[ 1 - \frac{2i\nu\omega}{\Omega^2} + \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} \right]^{-1} = \\ = & \frac{\omega}{3\Omega^2} \left[ 1 + \frac{2i\nu\omega}{\Omega^2} - \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - \frac{4\nu^2\omega^2}{\Omega^4} + O\left(\frac{\omega^3}{\Omega^3}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{yy} &= (3\omega\Omega^2 + (\omega + 2i\nu)(c^2k^2 - 3\omega^2))^2 (3\Omega^2 - 6i\nu\omega + c^2k^2 - 3\omega^2) \approx \\
&\approx 27\omega^2\Omega^6 \left[ 1 - \frac{2i\nu\omega}{\Omega^2} + \frac{4i\nu}{\omega} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{\Omega^2} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{4\nu^2}{\omega^2} \frac{(c^2k^2 - 3\omega^2)^2}{9\Omega^4} + \frac{8\nu^2}{\Omega^2} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + O\left(\frac{\omega^3}{\Omega^3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\Delta_{yy}} &= \frac{1}{27\omega^2\Omega^6} \left[ 1 + \frac{2i\nu\omega}{\Omega^2} - \frac{4i\nu}{\omega} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} - \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{\Omega^2} - \frac{4\nu^2\omega^2}{\Omega^4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{8\nu^2}{\Omega^2} \frac{c^2k^2 - 3\omega^2}{3\Omega^2} + \frac{4\nu^2}{\omega^2} \frac{(c^2k^2 - 3\omega^2)^2}{9\Omega^4} - \frac{16\nu^2}{9\omega^2} \frac{(c^2k^2 - 3\omega^2)^2}{\Omega^4} + O\left(\frac{\omega^3}{\Omega^3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Используя результат (2.43), и преобразуя по аналогии с выводом (2.38) интегралы по импульсу, а также вводя использованные выше обозначения, для  $\epsilon_{yy}$  в рассматриваемом приближении можно получить:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{yy} &= \epsilon_{yy}^{(0)} + \delta\nu^2 \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \frac{1}{3\omega^2} (c^2k^2 - 3\omega^2) + \\
&\quad + \frac{20ai}{9} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{\omega^2} \left[ \omega (c^2k^2 - 3\omega^2) - \frac{2}{3\omega} (c^2k^2 - 3\omega^2)^2 \right] + \\
&\quad + \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{8a^2}{9} \right) \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^2} (c^2k^2 - 3\omega^2)^2 + \\
&\quad + \frac{16a^2}{27} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^4} (c^2k^2 - 3\omega^2)^3 - \frac{16a^2}{3} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle (c^2k^2 - 3\omega^2)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Аналогично,

$$\begin{aligned}
\epsilon_{xy} &= - \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \delta\nu - \frac{20ai}{9} \delta\nu \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{\omega} (6\omega^2 - c^2k^2) + \\
&\quad + \frac{8}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \delta\nu (c^2k^2 - 3\omega^2) \left[ 1 - 2a^2 + \frac{2a^2}{3\omega^2} (c^2k^2 - 3\omega^2) \right] + \\
&\quad + 16a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \delta\nu \omega^2
\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_{yx} = & - \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \delta\nu \frac{1}{3\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2) - \\
& - \frac{20ai}{9} \delta\nu \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{3\omega^3} (c^2 k^2 - 3\omega^2) (6\omega^2 - c^2 k^2) + \\
& + \frac{8}{9} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \delta\nu \frac{1}{\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2)^2 \left[ 1 - 2a^2 + \frac{2a^2}{3\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2) \right] + \\
& + \frac{16a^2}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \delta\nu (c^2 k^2 - 3\omega^2)
\end{aligned} \tag{2.46}$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{c^2}{c_A^2} + \frac{20ai}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \omega - \frac{4\omega_p^2}{3\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle (c^2 k^2 - 3\omega^2) - 16a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \omega^2 \tag{2.47}$$

Далее, необходимо вычислить величину  $\epsilon_{xy}\epsilon_{yx}/\epsilon_{xx}$ . В рассматриваемом приближении это приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned}
\frac{\epsilon_{xy}\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}} = & \delta\nu^2 \frac{c_A^2}{c^2} \frac{(c^2 k^2 - 3\omega^2)}{3\omega^2} \left[ \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right)^2 - \right. \\
& - \frac{20ai}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \omega \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} - \frac{2}{3\omega^2} (6\omega^2 - c^2 k^2) \right) - \\
& - \frac{400}{9} a^2 \frac{\omega_p^4}{\omega_B^6} \langle \gamma^2 \rangle^2 \left( \frac{6\omega^2 - c^2 k^2}{3\omega} - \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} \right) \omega \right)^2 + \\
& + \frac{4}{3} \frac{c_A^2}{c^2} \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right)^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle (c^2 k^2 - 3\omega^2 + 12a^2 \omega^2) - \\
& - \frac{16}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) (c^2 k^2 - 3\omega^2) \left( 1 - 2a^2 + \frac{2a^2}{3\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2) \right) - \\
& \left. - 32a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \omega^2 \right]
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Подставляя выражения для  $\epsilon_{yy}$ , (2.38) и (2.44), совместно с результатом (2.48), в дисперсионное уравнение для рассматриваемых волн (2.8), получим окон-

чательно связь между  $\omega$  и  $k$ :

$$\begin{aligned}
\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = & 1 - \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right) + \frac{20ai}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + \\
& + 4 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^2 + 16a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{1}{3} c^2 k^2 - \omega^2 \right)^3 + \\
& + \delta\nu^2 \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \frac{1}{3\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2) + \\
& + \frac{20ai}{9} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \frac{1}{\omega^2} \left[ \omega (c^2 k^2 - 3\omega^2) - \frac{2}{3\omega} (c^2 k^2 - 3\omega^2)^2 \right] + \\
& + \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{8a^2}{9} \right) \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2)^2 + \\
& + \frac{16a^2}{27} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \frac{1}{\omega^4} (c^2 k^2 - 3\omega^2)^3 - \frac{16a^2}{3} \frac{\omega_p^2 \delta\nu^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle (c^2 k^2 - 3\omega^2) - \\
& - \delta\nu^2 \frac{c_A^2}{c^2} \frac{(c^2 k^2 - 3\omega^2)}{3\omega^2} \left[ \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right)^2 - \right. \\
& - \frac{20ai}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \omega \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} - \frac{2}{3\omega^2} (6\omega^2 - c^2 k^2) \right) - \\
& - \frac{400}{9} a^2 \frac{\omega_p^4}{\omega_B^6} \langle \gamma^2 \rangle^2 \left( \frac{6\omega^2 - c^2 k^2}{3\omega} - \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} \right) \omega \right)^2 + \\
& + \frac{4}{3} \frac{c_A^2}{c^2} \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right)^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle (c^2 k^2 - 3\omega^2 + 12a^2 \omega^2) - \\
& - \frac{16}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) (c^2 k^2 - 3\omega^2) \left( 1 - 2a^2 + \frac{2a^2}{3\omega^2} (c^2 k^2 - 3\omega^2) \right) - \\
& \left. - 32a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{c^2}{c_A^2} - 1 \right) \omega^2 \right].
\end{aligned} \tag{2.49}$$

В соответствии с рассматриваемым приближением, решение уравнения (2.49) ищется в виде

$$\omega = Vk - i\tilde{\chi}k^2 - \mu k^3 \tag{2.50}$$

Коэффициенты этого уравнения представляют собой фазовую скорость волны  $V$ , декремент ее затухания  $\tilde{\chi}$  и дисперсионный коэффициент  $\mu$ , определяющий один из характерных масштабов рассматриваемых возмущений — дисперсионную длину  $a_D$ , введенную, по аналогии с [29], в соответствии с формулой  $a_D^2 = |\mu|/V$ .

Решение уравнения (2.49) — т.е., по существу, вычисление коэффициентов уравнения (2.50) — осуществляется путем подстановки выражения для  $\omega$  (2.50) в (2.49). Сохраняя лишь члены рассматриваемых порядков по  $k$  и приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях  $k$  нулю, можно последовательно вычислить коэффициенты уравнения (2.50). В частности, приравнявая к 0 коэффициент при  $k^2$ , можно получить выражение для квадрата фазовой скорости (2.51), затем, приравняв 0 коэффициент при  $k^3$  — результат для декремента затухания  $\tilde{\chi}$  и, наконец, из коэффициента перед  $k^4$  — выражение для дисперсионного коэффициента  $\mu$ . Полученные для этих коэффициентов выражения имеют вид:

$$\frac{V^2}{c^2} = u^2 = \frac{1}{3} + U_0^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{1 + 2\beta}{(1 + 2\beta)^2 - 2\beta\delta\nu^2} \quad (2.51)$$

$$\tilde{\chi} = X_0 \frac{c^2}{2u^2} U_0^2 \left( U_0^2 - \delta\nu^2 u^2 \frac{c_A^2}{c^2} \left( 2 + \frac{c_A^2}{c^2} \right) \right) \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \mu = & V d_\chi^2 + A_0 \frac{c^3}{2u} U_0^4 \left[ 1 - 4a^2 \left( 1 - \frac{1}{3u^2} \right) + \delta\nu^2 \left( 6 - 2\frac{c_A^2}{c^2} - \frac{c_A^4}{c^4} \right) + \right. \\ & \left. + 8a^2 \delta\nu^2 \left( \frac{c_A^2}{c^2} - \frac{2}{3} \right) \right] + 2a^2 \delta\nu^2 A_0 c^3 u U_0^2 \left[ \frac{c_A^4}{c^4} - \frac{U_0^4}{u^4} \left( 3 - 2\frac{c_A^2}{c^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.53)$$

где введенные обозначения  $d_\chi^2$ ,  $X_0$  и  $A_0$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} d_\chi^2 = & \delta\nu^2 X_0^2 \frac{c_A^2}{3u^2} \left[ \left( 2u^2 - \frac{1}{3} \right) \left( \frac{1}{3u^2} - 2\frac{c_A^2}{c^2} \right) - u^2 \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} \right)^2 \right] - \\ & - \frac{\tilde{\chi} X_0}{18u^4} \left[ 1 + 6u^2 - 27u^4 - \delta\nu^2 (2 + 15u^2 - 81u^4) + \right. \\ & \left. + \delta\nu^2 \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} \right)^2 (27u^4 - 3u^2) \right] - \frac{\tilde{\chi}^2}{2c^2 u^2} - \\ & - \delta\nu^2 \frac{\tilde{\chi} X_0}{9u^4} \left( 1 - \frac{c_A^2}{c^2} \right) (1 + 9u^2 - 54u^4) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$X_0 = 10a \frac{\omega_p^2}{\omega_B^3} \langle \gamma^2 \rangle U_0^2 \quad (2.55)$$

$$A_0 = 6 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle U_0^2 \quad (2.56)$$

Полученные коэффициенты  $V$ ,  $\beta$  и  $\mu$ , в соответствии с ожиданиями, определяются параметрами плазмы — параметром  $\beta$ , описывающим отношение

давления частиц плазмы к магнитному давлению, моментами функции распределения  $\langle \gamma^2 \rangle$ ,  $\langle \gamma^3 \rangle$  и параметрами, обусловленными магнитным полем различных масштабов — индукцией крупномасштабного поля  $B_0$ , заданного в модели как внешнее однородное поле, и параметрами рассеяния частиц на флуктуациях поля  $a$ ,  $\delta\nu$ .

## 2.3 Вычисление токового отклика плазмы

Для дальнейшего рассмотрения локальной динамики магнитных структур необходимо вычислить токовый отклик плазмы на возмущение поля, создаваемое распространяющейся волной. Подстановка полученного результата для плотности тока в уравнение Максвелла на  $\mathbf{rot} \mathbf{B}$  позволит получить эволюционное уравнение для возмущения магнитного поля. По аналогии с [30, 29], достаточно вычислить лишь  $y$ -компоненту плотности тока. Действительно, с учетом выбранной системы координат и поляризации рассмотренной волны, из уравнений Максвелла с роторами электрического и магнитного полей можно записать:

$$\partial_x E_y = -\frac{1}{c} \partial_t b \quad (2.57)$$

$$-\partial_x b = \frac{4\pi}{c} j_y + \frac{1}{c} \partial_t E_y \quad (2.58)$$

С помощью уравнения (2.57) легко связать Фурье-образы компонент полей  $E_y$  и  $b$  простым соотношением  $E_{y,\omega k} = (\omega/c k) b_{\omega k}$ . Из равенства  $D_x = 0$  вытекает соотношение компонент электрического поля

$$E_{x,\omega k} = -\frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx}} E_{y,\omega k} \quad (2.59)$$

Таким образом, все компоненты полей можно выразить через магнитное поле возмущения  $b$ , что позволяет получить из (2.58) замкнутое уравнение для возмущения магнитного поля.

Линейная часть отклика тока может быть легко выписана по результатам вычислений компонент тензора диэлектрической проницаемости плазмы. Выражение для Фурье-образа необходимой  $y$ -компоненты тока  $j_{y,\omega k} = \sigma_{yx} E_{x,\omega k} + \sigma_{yy} E_{y,\omega k}$  с помощью соотношения (2.59) можно записать в виде

$$j_{y,\omega k}^{(1)} = \left( \sigma_{yy} - \frac{\epsilon_{xy} \sigma_{yx}}{\epsilon_{xx}} \right) E_y \quad (2.60)$$

где компоненты  $\epsilon_{xy}$ ,  $\epsilon_{xx}$  задаются выражениями (2.45), (2.47), а значения  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{yx}$  можно легко получить из (2.44), (2.46) с помощью соотношения (2.9).

В соответствии со сказанным выше, вычислим теперь нелинейный отклик функции распределения и соответствующий отклик тока. Для этого необходимо получить решение системы кинетических уравнений (2.10) во втором порядке теории возмущений по  $b/B_0$ . Будем искать только первый не исчезающий нелинейный член в выражении для отклика тока, и, соответственно, в уравнении, определяющем динамику магнитных структур. Во всех вычислениях поэтому будут сохраняться только члены наиболее низкого порядка по отношениям  $\omega/\Omega$ ,  $ck/\Omega$ .

Уравнения (2.10) во втором порядке примут следующий вид

$$\begin{cases} \partial_t f_p^{(2)} + v \sin \theta \cos \phi \partial_x f_p^{(2)} - \Omega \partial_\phi f_p^{(2)} + e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{b}] \right) \partial_{\mathbf{p}} f_p^{(1)} = I_{coll}^{(2)} \\ \partial_t f_e^{(2)} + v \sin \theta \cos \phi \partial_x f_e^{(2)} + \Omega \partial_\phi f_e^{(2)} - e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{b}] \right) \partial_{\mathbf{p}} f_e^{(1)} = -I_{coll}^{(2)} \\ I_{coll}^{(2)} = -\nu_1 \left( f_p^{(2)} - f_{p0}^{(2)} \right) + \nu_2 \left( f_e^{(2)} - f_{e0}^{(2)} \right) \end{cases} \quad (2.61)$$

Как и прежде, перепишем эти уравнения с учетом конкретной геометрии задачи, описанной в разделе 2.1.

$$\begin{aligned} e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{b}] \right) \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} &= e \left( E_x \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial p_x} + E_y \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial p_y} + \frac{v_y b}{c} \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial p_x} - \frac{v_x b}{c} \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial p_y} \right) = \\ &= e E_x \left( \sin \theta \cos \phi \partial_p f_\alpha^{(1)} + \frac{1}{p} \cos \theta \cos \phi \partial_\theta f_\alpha^{(1)} - \frac{1 \sin \phi}{p \sin \theta} \partial_\phi f_\alpha^{(1)} \right) + \\ &+ e E_y \left( \sin \theta \sin \phi \partial_p f_\alpha^{(1)} + \frac{1}{p} \cos \theta \sin \phi \partial_\theta f_\alpha^{(1)} + \frac{1 \cos \phi}{p \sin \theta} \partial_\phi f_\alpha^{(1)} \right) - \frac{eb}{p} \partial_\phi f_\alpha^{(1)} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Анизотропия  $f_p^{(1)}$ ,  $f_e^{(1)}$  приводит к тому, что при переходе к импульсным переменным в сферических координатах,  $(p, \theta, \phi)$ , в выражении (2.62) появляются производные этих функций по  $\theta$  и  $\phi$ .

Как и в первом приближении, будем искать функцию распределения в предположении слабой (токовой) анизотропии

$$f_\alpha^{(2)} = f_{\alpha 0}^{(2)} + f_{\alpha x}^{(2)} \sin \theta \cos \phi + f_{\alpha y}^{(2)} \sin \theta \sin \phi + f_{\alpha z}^{(2)} \cos \theta \quad (2.63)$$

По аналогии с описанным в разделе 2.2, подставляя (2.63) в систему (2.61), домножая каждое уравнение на 1,  $\sin \theta \cos \phi$ ,  $\sin \theta \sin \phi$  и интегрируя по углам,

можно получить следующую систему из шести уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t f_{p0}^{(2)} + \frac{1}{3}c \partial_x f_{px}^{(2)} = Q^{p0} \\ \partial_t f_{px}^{(2)} + c \partial_x f_{p0}^{(2)} - \Omega f_{py}^{(2)} + \nu_1 f_{px}^{(2)} - \nu_2 f_{ex}^{(2)} = Q^{px} \\ \partial_t f_{py}^{(2)} + \Omega f_{px}^{(2)} + \nu_1 f_{py}^{(2)} - \nu_2 f_{ey}^{(2)} = Q^{py} \\ \partial_t f_{e0}^{(2)} + \frac{1}{3}c \partial_x f_{ex}^{(2)} = Q^{e0} \\ \partial_t f_{ex}^{(2)} + c \partial_x f_{e0}^{(2)} + \Omega f_{ey}^{(2)} - \nu_1 f_{px}^{(2)} + \nu_2 f_{ex}^{(2)} = Q^{ex} \\ \partial_t f_{ey}^{(2)} - \Omega f_{ex}^{(2)} - \nu_1 f_{py}^{(2)} + \nu_2 f_{ey}^{(2)} = Q^{ey} \end{array} \right. \quad (2.64)$$

Стоящие в правой части (2.64) функции определяются следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^{\alpha 0} = -\frac{1}{3}q_\alpha E_x \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 f_{\alpha x}^{(1)} \right) - \frac{1}{3}q_\alpha E_y \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 f_{\alpha y}^{(1)} \right) \\ Q^{\alpha x} = -q_\alpha E_x \frac{\partial f_{\alpha 0}^{(1)}}{\partial p} + \frac{q_\alpha b}{p} f_{\alpha y}^{(1)} \\ Q^{\alpha y} = -q_\alpha E_y \frac{\partial f_{\alpha 0}^{(1)}}{\partial p} - \frac{q_\alpha b}{p} f_{\alpha x}^{(1)} \end{array} \right. \quad (2.65)$$

Здесь, как обычно,  $\alpha = p, e$ ; заряд  $q_p = e$ ,  $q_e = -e$ .

Рассмотрим систему (2.64): это линейная неоднородная система дифференциальных уравнений в частных производных относительно функций  $f_{\alpha 0}^{(2)}$ ,  $f_{\alpha x}^{(2)}$ ,  $f_{\alpha y}^{(2)}$ . Преобразование Фурье приведет эту систему к виду

$$\left\{ \begin{array}{l} -i\omega F_{p0}^{(2)} + \frac{1}{3}ikcF_{px}^{(2)} = Q_{\omega k}^{p0} \\ -i\omega F_{px}^{(2)} + ikcF_{p0}^{(2)} - \Omega F_{py}^{(2)} + \nu_1 F_{px}^{(2)} - \nu_2 F_{ex}^{(2)} = Q_{\omega k}^{px} \\ -i\omega F_{py}^{(2)} + \Omega F_{px}^{(2)} + \nu_1 F_{py}^{(2)} - \nu_2 F_{ey}^{(2)} = Q_{\omega k}^{py} \\ -i\omega F_{e0}^{(2)} + \frac{1}{3}ikcF_{ex}^{(2)} = Q_{\omega k}^{e0} \\ -i\omega F_{ex}^{(2)} + ikcF_{e0}^{(2)} + \Omega F_{ey}^{(2)} - \nu_1 F_{px}^{(2)} + \nu_2 F_{ex}^{(2)} = Q_{\omega k}^{ex} \\ -i\omega F_{ey}^{(2)} - \Omega F_{ex}^{(2)} - \nu_1 F_{py}^{(2)} + \nu_2 F_{ey}^{(2)} = Q_{\omega k}^{ey} \end{array} \right. \quad (2.66)$$

Здесь, как и прежде, заглавные буквы  $F$  обозначают Фурье-образы соответствующих компонент функции распределения.

Система уравнений для компонент  $F_{\alpha i}^{(2)}$  (2.66) отличается от рассмотренной ранее системы уравнений для компонент  $F_{\alpha i}^{(1)}$  только правой частью:

$$A X_{(2)} = Q \quad (2.67)$$

$$X_{(2)} = \left[ F_{p0}^{(2)} \quad F_{px}^{(2)} \quad F_{py}^{(2)} \quad F_{e0}^{(2)} \quad F_{ex}^{(2)} \quad F_{ey}^{(2)} \right]^T \quad (2.68)$$

$$Q = \left[ Q_{\omega k}^{p0} \quad Q_{\omega k}^{px} \quad Q_{\omega k}^{py} \quad Q_{\omega k}^{e0} \quad Q_{\omega k}^{ex} \quad Q_{\omega k}^{ey} \right]^T \quad (2.69)$$

где матрица  $A$  совпадает с (2.19).

Вычислим квадратичную по полю поправку к проекции отклика тока на возмущения поля  $j_y^{(2)}$  в первом неисчезающем порядке по  $\omega/\Omega$ ,  $ck/\Omega$ . Выражение для Фурье-образа  $j_{y,\omega k}^{(2)}$ , имеющее вид

$$j_{y,\omega k}^{(2)} = e \int v_y \left( F_{py}^{(2)} - F_{ey}^{(2)} \right) \sin \theta \sin \phi d^3 p \quad (2.70)$$

определяется разностью квадратичных поправок к функции распределения, для получения которых необходимо решить систему (2.66). Снова воспользовавшись методом Крамера, нетрудно показать, что в первом неисчезающем порядке разложения по частотам разность  $F_{py}^{(2)} - F_{ey}^{(2)}$  имеет вид:

$$F_{py}^{(2)} - F_{ey}^{(2)} = -\frac{1}{\Omega} \left( Q_{\omega k}^{px} + Q_{\omega k}^{ex} + \frac{ck}{\omega} \left( Q_{\omega k}^{p0} + Q_{\omega k}^{e0} \right) \right) \quad (2.71)$$

Используя полученное ранее дисперсионное соотношение, в рассматриваемом приближении  $ck/\omega \approx c/V$ , что позволяет записать полученный результат в координатном пространстве:

$$f_{py}^{(2)} - f_{ey}^{(2)} = -\frac{1}{\Omega} \left( Q^{px} + Q^{ex} + \frac{c}{V} \left( Q^{p0} + Q^{e0} \right) \right) \quad (2.72)$$

Используя определения (2.65), запишем:

$$Q^{p0} + Q^{e0} = -\frac{eE_x}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 \left( f_{px}^{(1)} - f_{ex}^{(1)} \right) \right) - \frac{eE_y}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 \left( f_{py}^{(1)} - f_{ey}^{(1)} \right) \right) \quad (2.73)$$

$$Q^{px} + Q^{ex} = -eE_x \frac{\partial}{\partial p} \left( f_{p0}^{(1)} - f_{e0}^{(1)} \right) + \frac{eb}{p} \left( f_{py}^{(1)} - f_{ey}^{(1)} \right) \quad (2.74)$$

Пользуясь (2.22) – (2.25), а также соотношением (2.59), сводящимся в рассматриваемом приближении в координатном пространстве к виду  $E_x = (2\beta\delta\nu/1 + 2\beta) E_y$ , для разностей линейных по полям компонент функций распределения в рассматриваемом приближении можно записать:

$$f_{p0}^{(1)} - f_{e0}^{(1)} = -\frac{2}{3} e \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{c\delta\nu}{\Omega^2 (1 + \delta\nu^2) (1 + 2\beta)} \partial_x E_y \quad (2.75)$$

$$f_{px}^{(1)} - f_{ex}^{(1)} = -e \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{2V\delta\nu}{\Omega^2 (1 + \delta\nu^2) (1 + 2\beta)} \partial_x E_y \quad (2.76)$$

$$f_{py}^{(1)} - f_{ey}^{(1)} = -e \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{2V \left( \frac{1}{3} \frac{c^2}{V^2} - 1 \right)}{\Omega^2 (1 + \delta\nu^2)} \left( 1 + \frac{2\beta\delta\nu^2}{1 + 2\beta} \right) \partial_x E_y \quad (2.77)$$

Подставим (2.75)-(2.77) в (2.72) и, пользуясь верным в рассматриваемом приближении соотношением  $E_y = (V/c)b$ , а также упомянутым соотношением между  $E_x$  и  $E_y$ , после ряда алгебраических преобразований получим:

$$\begin{aligned} f_{py}^{(2)} - f_{ey}^{(2)} = & -\frac{e^2}{3\Omega} \frac{8\beta\delta\nu^2 c}{(1 + \delta\nu^2) (1 + 2\beta)^2} \left[ \frac{1}{p\Omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial p} \right] \right] E_y \partial_x E_y - \\ & - \frac{2e^2 c}{3\Omega} \frac{\frac{c^2}{3V^2} - 1}{1 + \delta\nu^2} \left( 1 + \frac{2\beta\delta\nu^2}{1 + 2\beta} \right) \left[ \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial p} \right] - \frac{1}{p\Omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial p} \right] E_y \partial_x E_y \end{aligned} \quad (2.78)$$

Подставив полученный результат в выражение для нелинейной поправки к отклику тока  $j_y^{(2)} = e \int v_y \left( f_{py}^{(2)} - f_{ey}^{(2)} \right) \sin \theta \sin \phi d^3 p$  и взяв по частям простые интегралы по модулю импульса  $\int_0^{+\infty} p \Omega^{-3} \partial_p f_0 dp$  и  $\int_0^{+\infty} p^2 \Omega^{-1} \partial_p \left( \Omega^{-2} \partial_p f_0 \right) dp$ , получим выражение

$$\begin{aligned} j_y^{(2)} = & -\frac{32 m c^3 n_0}{9 B_0^2} \langle \gamma \rangle \times \\ & \times \left[ \left( \frac{c^2}{3V^2} - 1 \right) (1 - \delta\nu^2) + \frac{2\beta\delta\nu^2}{1 + 2\beta} \left[ \frac{c^2}{3V^2} - 1 + \frac{1}{1 + 2\beta} \right] \right] \frac{E_y \partial_x E_y}{B_0} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Получив выражения для токового отклика (2.60) и (2.79), можно вывести эволюционное уравнение по обрисованной выше схеме. Подставив сначала Фурье-образ  $j_{y,\omega k} = j_{y,\omega k}^{(1)} + j_{y,\omega k}^{(2)}$  в результат преобразования Фурье уравнения (2.58), рассматривая при этом  $j_{y,\omega k}^{(2)}$  как параметр, выделив среди линейных по  $b$  слагаемых члены, пропорциональные первой, второй и третьей степеням  $k$  и сгруппировав их, нетрудно прийти к результату:

$$-i\omega b_{\omega k} + iVkb_{\omega k} + \tilde{\chi}k^2 b_{\omega k} - i\mu k^3 b_{\omega k} + 6\pi \frac{c}{V} \left( \frac{V^2}{c^2} - \frac{1}{3} \right) j_{y,\omega k}^{(2)} = 0 \quad (2.80)$$

Вид линейных по полю слагаемых при этом довольно очевиден уже исходя из вида дисперсионного соотношения (2.50), см., например, [88].

Осуществив обратное преобразование Фурье, и подставляя в результат выражение для нелинейной составляющей отклика тока (2.79), можно при-

вести уравнение к виду:

$$\partial_t b + V \partial_x b + \mu \partial_x^3 b + \tilde{\lambda} \frac{b}{B_0} \partial_x b = \tilde{\chi} \partial_x^2 b \quad (2.81)$$

где коэффициент при нелинейном члене  $\tilde{\lambda}$  определяется следующим простым выражением:

$$\tilde{\lambda} = 4V\beta \left( \frac{V^2}{c^2} - \frac{1}{3} \right) \left[ \left( 1 - \frac{c^2}{3V^2} \right) (1 - \delta\nu^2) + \frac{2\beta\delta\nu^2}{1+2\beta} \left[ 1 - \frac{c^2}{3V^2} - \frac{1}{1+2\beta} \right] \right] \quad (2.82)$$

Уравнение (2.81) удобно обезразмерить, введя безразмерное поле  $h = b/B_0$ , координату и время  $\xi = x/a_D$ ,  $\tau = Vt/a_D$  и обезразмеренные коэффициенты  $\lambda = \tilde{\lambda}/V$  и  $\chi = \tilde{\chi}/Va_D$ :

$$\partial_\tau h + \partial_\xi h + \frac{\mu}{|\mu|} \partial_\xi^3 h + \lambda h \partial_\xi h = \chi \partial_\xi^2 h \quad (2.83)$$

Это уравнение имеет форму уравнения Кортевега—де Фриса—Бюргерса (КдФБ).

## 2.4 Динамика магнитных возмущений

Проанализируем некоторые зависимости величин, описывающих динамику магнитных структур – коэффициентов уравнения (2.81) – от параметров плазмы и параметров рассеяния частиц.

Фазовая скорость рассматриваемых возмущений определяется всего двумя параметрами – отношением давления частиц плазмы к (фоновому) магнитному давлению  $\beta = 8\pi P/B_0^2$  и относительной разностью частот рассеяния позитронов и электронов плазмы  $\delta\nu = (\nu_1 - \nu_2)/\Omega$ . На Рис. 2.1 слева приведена зависимость  $V/c$  от  $\beta$  при  $\delta\nu = 0$  и  $\delta\nu = 0.3$ . Кривые для  $\delta\nu = 0$  и  $\delta\nu = 0.3$  практически неотличимы – этот результат легко предсказать уже по виду выражения (2.51), имея в виду, что построенная модель применима только при  $\delta\nu \ll 1$ . В слабо замагниченной плазме с  $\beta \gg 1$  скорость рассмотренной магнитозвуковой волны стремится к скорости звука в релятивистской электрон-позитронной плазме  $c_s = c/\sqrt{3}$ . В противоположном пределе сильно замагниченной плазмы  $V \rightarrow c$ .

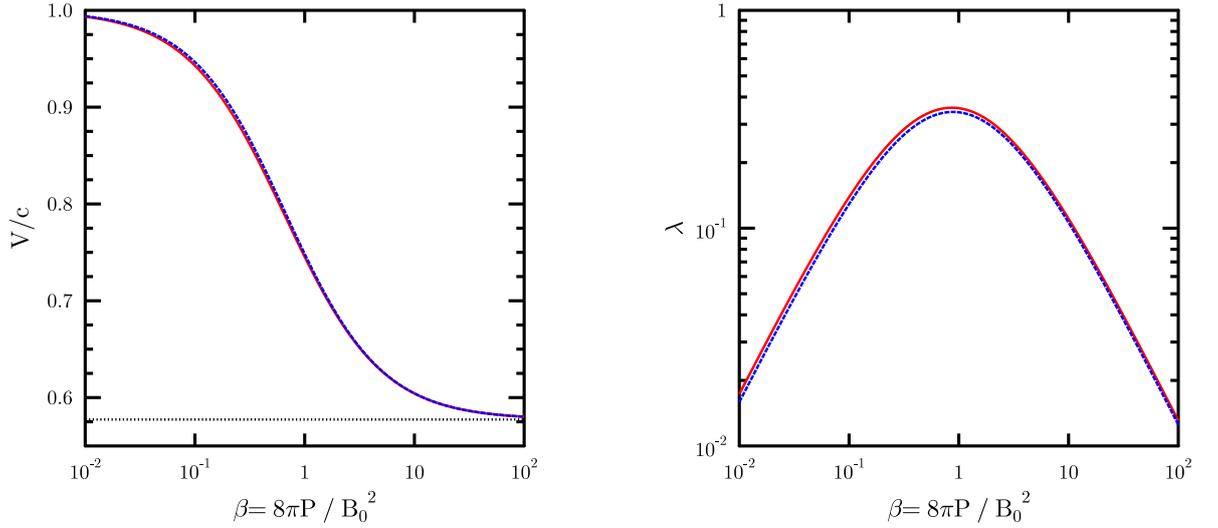


Рисунок 2.1: Фазовая скорость  $V$  (слева) и коэффициент при нелинейном слагаемом  $\lambda$  (справа) в зависимости от  $\beta = 8\pi P/B_0^2$  при  $\delta\nu = 0$  (красные сплошные кривые) и  $\delta\nu = 0.3$  (синие штриховые кривые). Черной штриховой линией на левом графике показано значение скорости звука в релятивистской электрон-позитронной плазме.

На Рис. 2.1 справа аналогичным образом проиллюстрирована зависимость коэффициента  $\lambda$  от  $\beta$  и  $\delta\nu$ . Нелинейный коэффициент также слабо зависит от расстройки частот рассеяния  $\delta\nu$ . В предельных случаях холодной и слабозамagnetической плазмы  $\lambda \rightarrow 0$  — в этих случаях построенная теория в принципе неприменима и для анализа нелинейных эффектов необходимо вычисление нелинейных членов более высокого порядка малости.

Рассмотрим режим слабого рассеяния частиц на флуктуациях магнитного поля в чисто электрон-позитронной плазме,  $\nu_1 = \nu_2 = \nu \ll \Omega$ . В этом случае, очевидно,  $\chi \rightarrow 0$ , и уравнение (2.83) принимает форму уравнения Кортевега—де Фриса (КдФ). Это уравнение поддается аналитическому решению с помощью метода обратной задачи теории рассеяния [88], и одним из его решений является солитон — уединенная нелинейная волна, распространяющаяся, не меняя своей формы.

$$h(\xi, \tau) = \frac{h_0}{\cosh^2 [W^{-1} (\xi - (1 + 4W^{-2}) \tau)]}. \quad (2.84)$$

Важным параметром этого решения является ширина солитона, однозначно связанная с его амплитудой

$$W = \sqrt{12/\lambda h_0} \quad (2.85)$$

Выражение (2.85) дает ширину солитона в описанных выше безразмерных единицах – т.е., в единицах дисперсионной длины  $a_D$ , определяемой в этом предельном случае простой формулой:

$$a_{D,nc}^2 = 3 \frac{\omega_p^2}{\omega_B^4} \langle \gamma^3 \rangle \left( \frac{V^2}{c^2} - \frac{1}{3} \right)^3 \frac{c^4}{V^2} \quad (2.86)$$

Солитоны распространяются вдоль оси  $x$  со скоростью, равной

$$u_w = V + \tilde{\lambda} h_0 / 3. \quad (2.87)$$

Вычисление дисперсионного и диссипативного коэффициентов полученного эволюционного уравнения требует задания величины крупномасштабного магнитного поля  $B_0$  и невозмущенной функции распределения частиц  $f_0$ . Оценки среднего квазистационарного магнитного поля в Крабовидной туманности дают  $B_0 \sim 150 - 300$  мкГс [8, 13, 49]. В частности, для магнитного поля за ударной волной торможения ветра в системе покоя плазмы из формул (1.6), (1.3) для  $\sigma \sim 0.025$ , при котором в результатах двумерного РМГД моделирования наблюдаемая в рентгеновском диапазоне морфология КТ воспроизводится наилучшим образом [13], можно получить оценку  $B_0 \sim 170$  мкГс.

Моделирование спектра излучения Крабовидной туманности, обусловленного в широком диапазоне энергий синхротронным механизмом, свидетельствует, что спектр электронов и позитронов туманности может быть описан степенным спектром с изломом: популяция «радиоизлучающих частиц» имеет достаточно жесткий спектр  $f(E) \propto E^{-s}$  с показателем  $s = s_1 \sim 1.2 - 1.7$ , тогда как высокоэнергичные частицы, вероятно, ускоренные по механизму Ферми на УВ торможения ветра, имеют  $s = s_2 \gtrsim 2$  [14]. Лоренц-фактор сшивки этих двух компонент  $\gamma_b$  составляет около  $10^6$ . Минимальное значение лоренц-фактора спектра частиц  $\gamma_{min}$  оценено в [14] по спектру радиоизлучения и составляет  $\sim 500$ , максимальное значение должно соответствовать энергиям  $\sim 10^{15}$  эВ, судя по всему, достигаемым при ускорении частиц ветра

[49] – что дает лоренц-фактор  $\gamma_{max} = 10^9$ . В приведенных ниже расчетах была использована невозмущенная функция распределения следующей формы:

$$f(E) \propto \begin{cases} \left(\frac{E}{E_b}\right)^{-1.2}, & \text{при } \gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_b \\ \left(\frac{E}{E_b}\right)^{-2.23}, & \text{при } \gamma_b < \gamma \leq \gamma_{max} \end{cases} \quad (2.88)$$

Нормировка функции распределения во всех расчетах осуществляется путем задания  $\beta$  и  $B_0$  и определения средней концентрации частиц  $n_0$ , необходимой для получения соответствующего давления  $P = \beta B_0^2 / 8\pi$ , вычисляемого по функции распределения через интеграл (2.37).

Напомним, что развитая теория предполагает изотропность невозмущенной функции распределения плазмы. Функцию распределения частиц плазмы пульсарного ветра за УВ торможения будем считать изотропной в локальной системе покоя плазмы. Скорости релятивистских течений пульсарного ветра за ударной волной составляют порядка долей скорости света — см. [8] и результаты, например [47, 48, 90]. Сложная структура УВ торможения и оттекающих от нее потоков, обрисованная во введении, включает в себя течения с различными значениями скоростей – от дозвуковых до значений, превышающих скорость быстрых магнитозвуковых волн вблизи краевой ударной волны. Предположим, что рассматриваемые структуры распространяются в дозвуковом поясе Маха, и будем использовать для дальнейших оценок в этой главе характерное значение  $u_0 \sim c/3$ .

Исходя из выписанных оценок, вычислим характерные масштабы возмущений, описываемых уравнением (2.83) в пределе слабого рассеяния  $\nu \ll \Omega$ . На Рис. 2.2 представлены ширины солитонов, описываемых (2.83) в указанном пределе при  $B_0 = 150$  мкГс,  $\beta = 2$  и функции распределения (2.88), считая амплитуду  $h_0 = 0.2$ . Видно, что для не слишком больших  $\beta$  магнитные возмущения имеют пространственный масштаб  $\sim$  неск. единиц  $\times 10^{15}$  см — т.е. совпадают по порядку величины с масштабом, разрешаемым телескопом им. Хаббла в Крабовидной туманности ( $\sim 3 \times 10^{15}$  см). Релятивистские эффекты, связанные с переходом из системы отсчета покоя плазмы в систему отсчета наблюдателя для слаборелятивистских скоростей  $u \lesssim 0.5c$  не существенны для предлагаемой оценки.

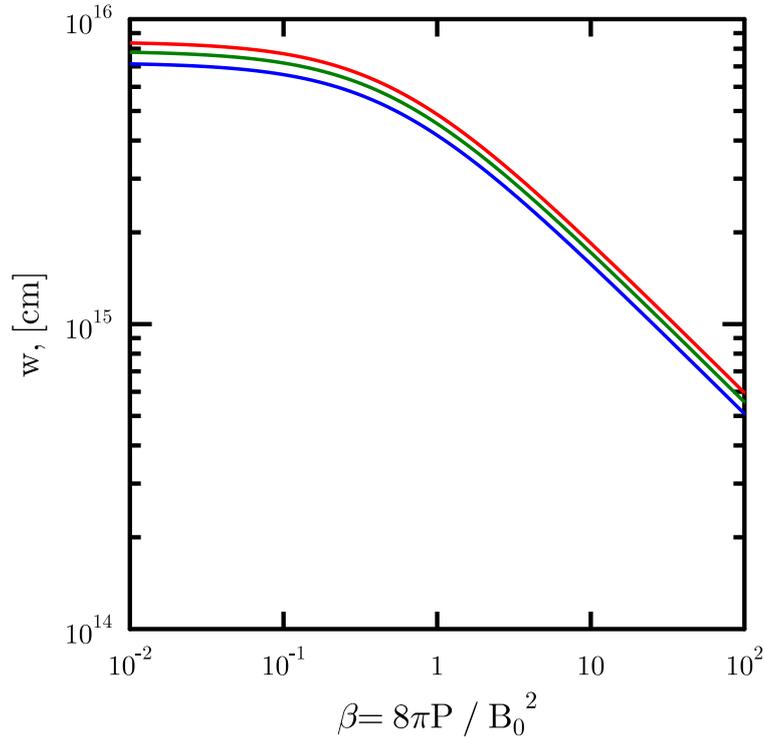


Рисунок 2.2: Характерный масштаб возмущения, описываемого (2.83), в пределе  $\nu \rightarrow 0$  — ширины солитонов  $w$  в зависимости от  $\beta$ . Красная кривая дает результаты для распределения с показателем  $s_1 = 1.2$ , зеленая —  $s_1 = 1.5$ , синяя  $s_1 = 1.7$ . Во всех случаях  $s_2 = 2.23$ ,  $B_0 = 150$  мкГс.

Фазовая скорость волны является характерной скоростью распространения рассматриваемых возмущений. Как уже обсуждалось в начале главы, и как будет видно из моделирования описываемой (2.83) эволюции начального возмущения (см. ниже), рассмотренные слабые дисперсионные и нелинейные эффекты способны привести к радикальной деформации профиля рассматриваемого возмущения. Однако для оценки скорости распространения возмущения как целого имеет смысл использовать оценку  $\sim V$ : дисперсионные и нелинейные поправки к скорости по построению малы — см., например, скорость распространения солитона (2.87).

Для того, чтобы оценить наблюдаемую скорость возмущения интенсивности синхротронного излучения, создаваемого распространяющимся магнитным возмущением, описываемым (2.83), необходимо, во-первых, в соответствии с преобразованиями Лоренца для скорости сложить скорости  $u$  и  $V$ ,

во-вторых, учесть геометрию Крабовидной туманности и связанные с ней эффекты запаздывания. Ось симметрии (ось вращения пульсара) этого источника отклонена от картинной плоскости на угол  $\theta \sim 30^\circ$  [40]. Преобразование скорости даст для лабораторной системы отсчета значение  $v$ , определяемое (2.89):

$$v = \frac{V + u}{1 + uV/c^2} \quad (2.89)$$

Рассмотрим объект, движущийся со скоростью  $v$  по прямой  $AC$ , составляющей острый угол  $\theta$  с прямой  $AB$ , соединяющей его начальное положение  $A$  в момент  $t_0$  (в лабораторной системе отсчета) с наблюдателем (см. Рис. 2.3). Пусть объект сближается с наблюдателем, и пусть за время  $\tau = t_1 - t_0$  он

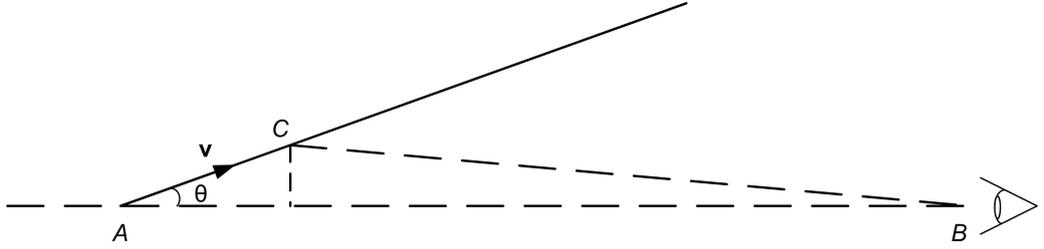


Рисунок 2.3: Пояснение к определению видимой скорости структуры

сместился в точку  $C$  – на расстояние  $L \ll d$ , где  $d$  – расстояние от объекта до наблюдателя в момент  $t = t_0$ . Нетрудно показать, что световые сигналы, испущенный объектом в моменты времени  $t_0$  и  $t_1$  достигнут наблюдателя с интервалом  $t_1^{obs} - t_0^{obs} \approx t_1 - t_0 - (L/c) \cos \theta$ . Тогда наблюдателю будет казаться, что проекция объекта на плоскость, перпендикулярную  $AB$  (т.е. – на картинную плоскость) движется со скоростью

$$v_{\perp}^{app} = \frac{v \sin \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (2.90)$$

Для характерных значений  $u \sim 0.3$ ,  $V \geq 0.57$  получаемые значения кажущихся скоростей будут  $\gtrsim c$ , что заметно больше оцениваемых из наблюдений скоростей «жгутов» в северо-западной области Крабовидной туманности  $v \sim 0.3 - 0.5c$ . Однако, следует учесть, что параметры  $u$  и  $\beta$ , задающие скорость структур в лабораторной системе отчета, могут существенно меняться вдоль траектории структуры. Для иллюстрации этого факта вновь обратимся к «классической» модели Кеннела и Коронити [36]. Считая течение ветра

в туманности дозвуковым и практически изобарическим, можно показать, что скорость течения будет спадать с увеличением расстояния от пульсара  $\sim r^{-2}$ . Считая, что магнитное поле при этом спадает  $\propto r^{-1}$ , как было получено в [36] для различных значений  $\sigma$ , подставляя (2.51) в (2.89) и результат подстановки в (2.90) для  $u = u_0 (r_{ts}/r)^2$ ,  $B = B_{ts} (r_{ts}/r)$ , получим<sup>2</sup>, что на расстоянии в несколько  $r_{ts}$  от УВ торможения скорость структур снизится до  $0.6 - 0.7c$  (см. Рис. 2.4). Эти значения довольно близки к оцениваемым из наблюдений скоростям «жгутов»  $\sim 0.3 - 0.5c$ . Следует напомнить, что, как

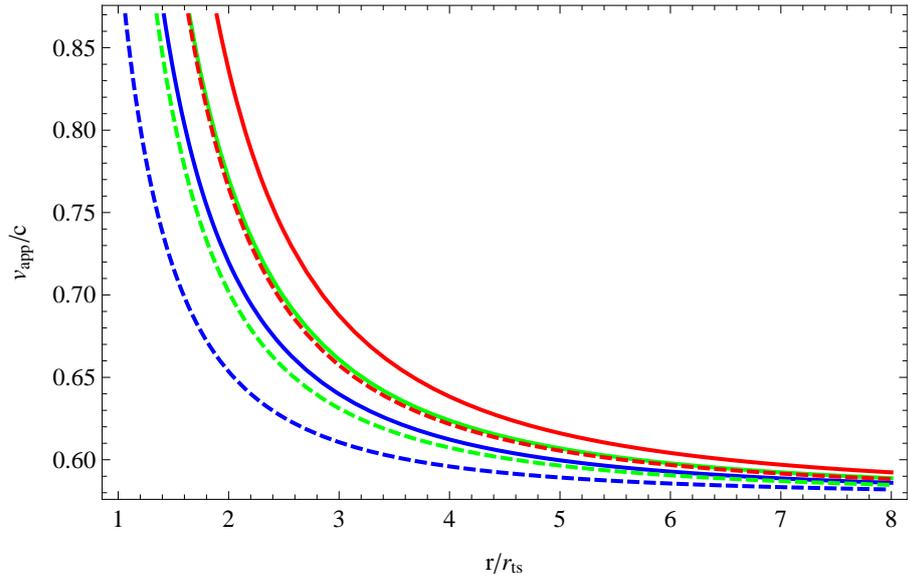


Рисунок 2.4: Оценка видимых скоростей возмущений интенсивности излучения, создаваемых моделируемыми динамическими структурами, для скорости оттекающего от УВ торможения потока  $u = u_0 (r_{ts}/r)^2$  и магнитного поля  $B \propto r^{-1}$ . Красные кривые соответствуют  $u_0 = 0.5c$ , зеленые —  $0.33c$ , синие —  $0.2c$ . Сплошные кривые построены для  $\beta = 2$ , штриховые — для  $\beta = 20$ .

будет продемонстрировано ниже, ввиду наличия диссипативных и дисперсионных эффектов профиль возмущения может существенно деформироваться и растягиваться с течением времени. Это может приводить к тому, что наблюдаемая скорость движения возмущения интенсивности синхротронного излучения, обусловленного возмущением магнитного поля, будет еще более низкой.

<sup>2</sup>Конкретное значение  $B_{ts}$  в этой оценке роли не играет, важна лишь его радиальная зависимость, т.к. фазовая скорость  $V$  задается значением  $\beta$ .

Рассмотрим случай  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ . В этом случае формулы для коэффициентов эволюционного уравнения  $\mu$  и  $\tilde{\chi}$  принимают более простой вид:

$$\tilde{\chi} = 5a \frac{\omega_p^2 c^2 U_0^4}{\omega_B^3 u^2} \langle \gamma^2 \rangle \quad (2.91)$$

$$\mu = 3 \frac{\omega_p^2 c^3 U_0^6}{\omega_B^4 u} \langle \gamma^3 \rangle \left( 1 - 4a^2 \frac{U_0^2}{u^2} \right) - \frac{25}{6} a^2 \frac{\omega_p^4 c^2 U_0^8}{\omega_B^6 u^6} \langle \gamma^2 \rangle^2 (1 + 2u^2 - 15u^4) \quad (2.92)$$

На Рис. 2.5 слева представлена зависимость дисперсионной длины от  $\nu$  при нескольких значениях  $\beta$ . При малых  $a < 0.1$  значение  $a_D$  практически не зависит от  $\nu$  ввиду квадратичной зависимости от малого параметра  $a = \nu/\Omega$ . При больших значениях  $\beta$  скорость  $V \approx c_s = c/\sqrt{3}$ , вследствие чего  $U_0^2 = V^2/c^2 - 1/3 \approx 0$ , и зависимость от  $\nu$  также слаба. Наблюдаемые на графике для сравнительно небольших  $\beta$  острые минимумы связаны с тем, что в этих случаях  $\mu$  меняет знак на частоте, соответствующей видимому острому минимуму: при меньших  $\nu$  значение  $\mu > 0$ , при больших —  $\mu < 0$ . Как известно, для уравнения КдФ (без затухания) случай  $\mu < 0$  приводит к решениям в виде «солитонов разрежения» — распространяющихся структур со стабильным профилем, представляющих собой участки ослабления магнитного поля по сравнению с фоновым (см., например, [29] для нерелятивистского случая).

На Рис. 2.5 справа представлена зависимость дисперсионной длины от  $\beta$  при различных значениях  $\nu$ . Острые минимумы имеют точно такую же природу, как и в разобранный выше случае, но теперь  $a_D < 0$  при меньших  $\beta$  и положительно при больших.

Наконец, рассмотрим случай, когда генерируемые ионной компонентой плазмы ионно-циклотронные волны, как предполагается, влияют на рассеяния позитронов магнитными неоднородностями, приводя к неравенству частот рассеяния  $\nu_1 \neq \nu_2$ . Зависимости безразмерного коэффициента затухания и дисперсионной длины от расстройки частот при различных  $\nu_2$  представлены на Рис. 2.6. Напомним, что построенная теория применима при  $\delta\nu = (\nu_1 - \nu_2)/\Omega \ll 1$  — т.е. интерес представляют участки представленных кривых вблизи соответствующих значений  $\nu_2$ . Вариации  $\chi$  и  $a_D$  с ростом  $\delta\nu$  представляют практический интерес для наложения ограничений на состав пульсарного ветра.

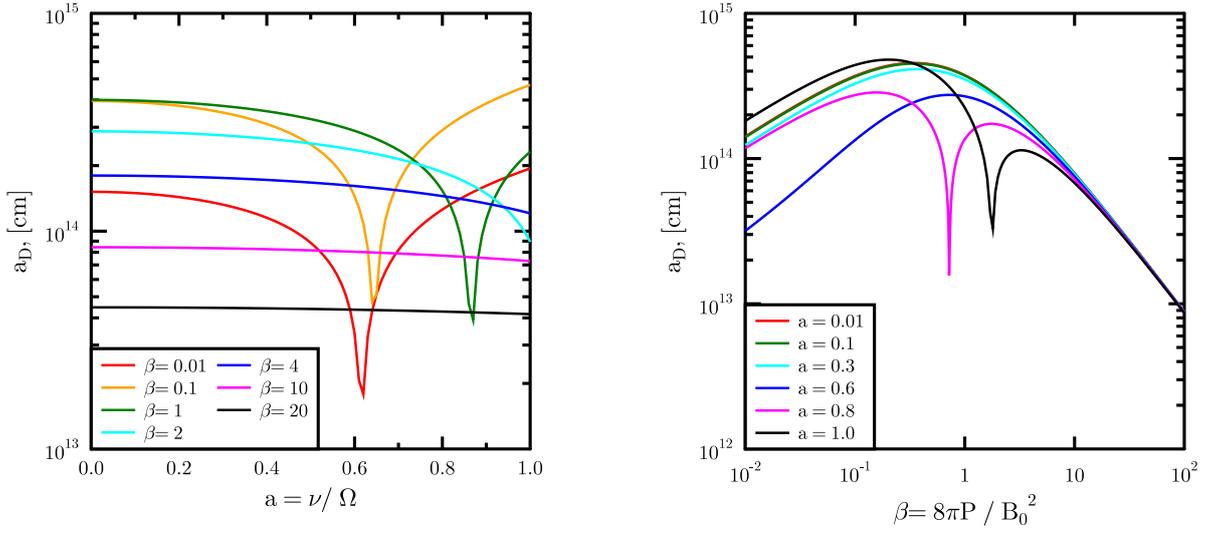


Рисунок 2.5: Дисперсионная длина  $a_D$  в зависимости от  $a = \nu/\Omega$  и  $\beta$ . Результат получен для  $B_0 = 150$  мкГс и распределения  $f_0$ , задаваемого (2.88). Острые минимумы связаны с переменной знака коэффициента  $\mu$ .

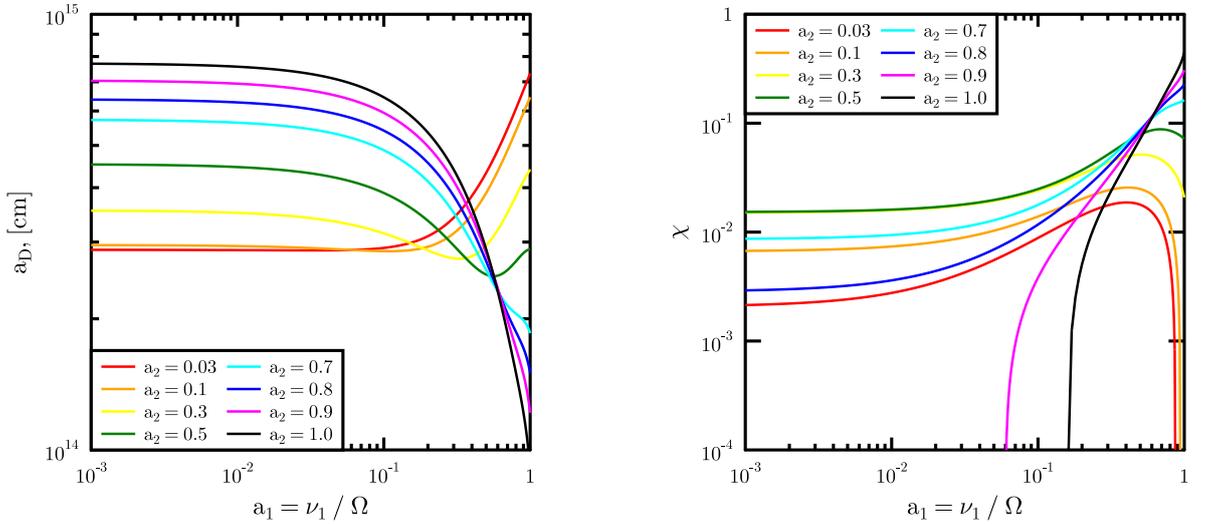


Рисунок 2.6: Дисперсионная длина  $a_D$  и безразмерный коэффициент затухания  $\chi$  в зависимости от  $\nu_1$  при различных значениях  $\nu_2$ . Результат получен для  $B_0 = 150$  мкГс,  $\beta = 2$  и распределения  $f_0$ , задаваемого (2.88).

Рассмотрим результаты численного моделирования распространения начального возмущения, описываемого уравнением (2.83), продемонстрированные на Рис. 2.7 – 2.9. На всех этих изображениях представлен набор профи-

лей, полученных в ходе эволюции начального возмущения согласно уравнению (2.83) в различные моменты времени, указанные на графиках в единицах мегасекунд. По оси ординат отложено магнитное поле возмущения в единицах  $B_0$ , по оси абсцисс – координата  $x$  системы координат системы отсчета покоя плазмы. Координата  $x$  нормирована на  $10^{17}$  см. Чтобы преобразовать полученный результат в лабораторную систему отсчета, нужно, очевидно, применить преобразования Лоренца: на амплитудах полей оно скажется слабо ввиду малого значения лоренц-фактора слаборелятивистских течений за УВ торможения, тогда как координатное преобразование приведет к смещению импульсов на расстояние  $\sim u_0 t$ , где  $t$  – момент времени, которому соответствует данный импульс (близким к 1 лоренц-фактором пренебрегаем). Однако это немного ухудшит воспринимаемость результатов, так как приведет к несколько бóльшим расстояниям между возмущениями и, в целом, не принципиально для дальнейшего анализа. В качестве начального возмущения принят гауссов пик поля амплитудой 0.25 со среднеквадратичным отклонением до  $1.4 \times 10^{16}$  см – порядка гирорадиуса частицы энергии 1 ПэВ в поле 150 мкГс и порядка характерного размера возмущений магнитного поля, возникавших в моделировании ионно-циклотронной неустойчивости в [91].

Сравнение результатов для  $\nu \sim \Omega$  (2.7), (2.8) и  $\nu \ll \Omega$  (2.9) ясно демонстрирует различные режимы с сильным и слабым затуханием. В случае слабого затухания при  $\nu \ll \Omega$  эволюция профиля определяется конкуренцией дисперсионного и нелинейного слагаемых, в результате чего профиль начального возмущения, «растаскиваемый» дисперсией на отдельные гармоники, преобразуется – формируется «гребенка» из отдельных пиков, что согласуется с известными результатами по эволюции начального возмущения в бездиссипативном случае (см., например, [92]). В случае сильного затухания деформация профиля значительно слабее – хотя фронт импульса укручается, возмущение не принимает вид «гребенки» из отдельных узких пиков, но также пространственно растягивается, образуя некоторый «хвост»: со временем возрастает расстояние от хвоста возмущения до пика.

Образуемые в результате эволюции начального возмущения структуры представляют интерес в свете имеющихся наблюдений «жгутов» в Крабовидной туманности. Во-первых, характерные ширины возмущений и заметное

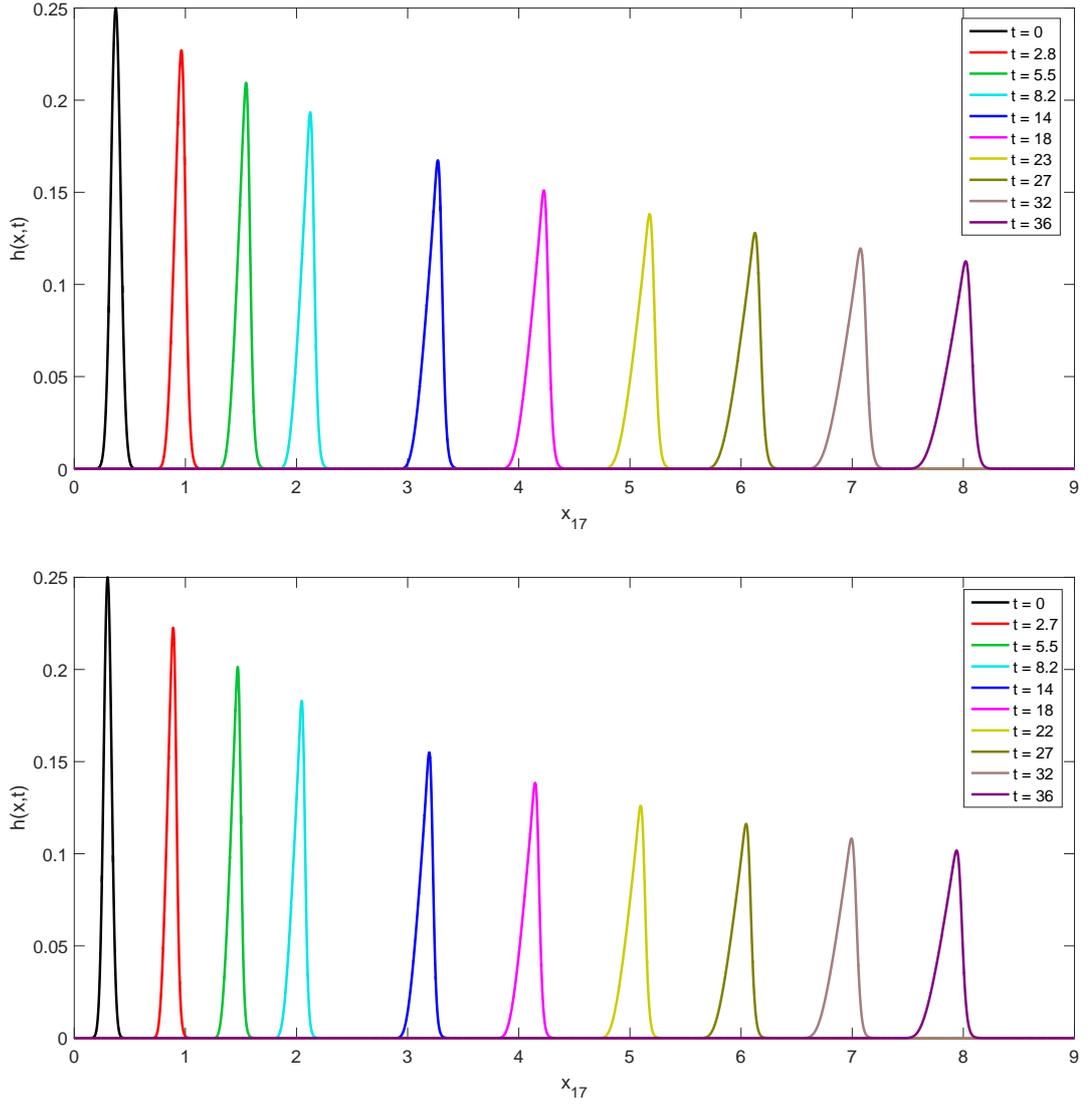


Рисунок 2.7: Результаты моделирования эволюции начального возмущения магнитного поля (гауссов пик амплитудой  $h_0 = 0.25$  и шириной  $a_0 = 5 \times 10^{15}$  см – черная кривая), описываемой уравнением (2.83). Кривые разных цветов изображают рассматриваемое возмущение в различные моменты времени, указанные в легенде в единицах мегасекунд. Результаты представлены в системе покоя плазмы. Моделирование осуществлено для  $B_0 = 150$  мкГс и невозмущенного распределения частиц по энергиям (2.88). Частоты рассеяния составляют  $\nu_1 = \nu_2 = 0.8\Omega$  (верхняя панель) и  $\nu_1 = \Omega, \nu_2 = 0.8\Omega$  (нижняя панель).

затухание структур на временах порядка нескольких месяцев при  $\nu \sim \Omega$  и малой начальной ширине возмущения согласуются с наблюдаемыми масштабами тонких структурных деталей ( $\lesssim 10^{16}$  см) и временем затухания «жгутов»

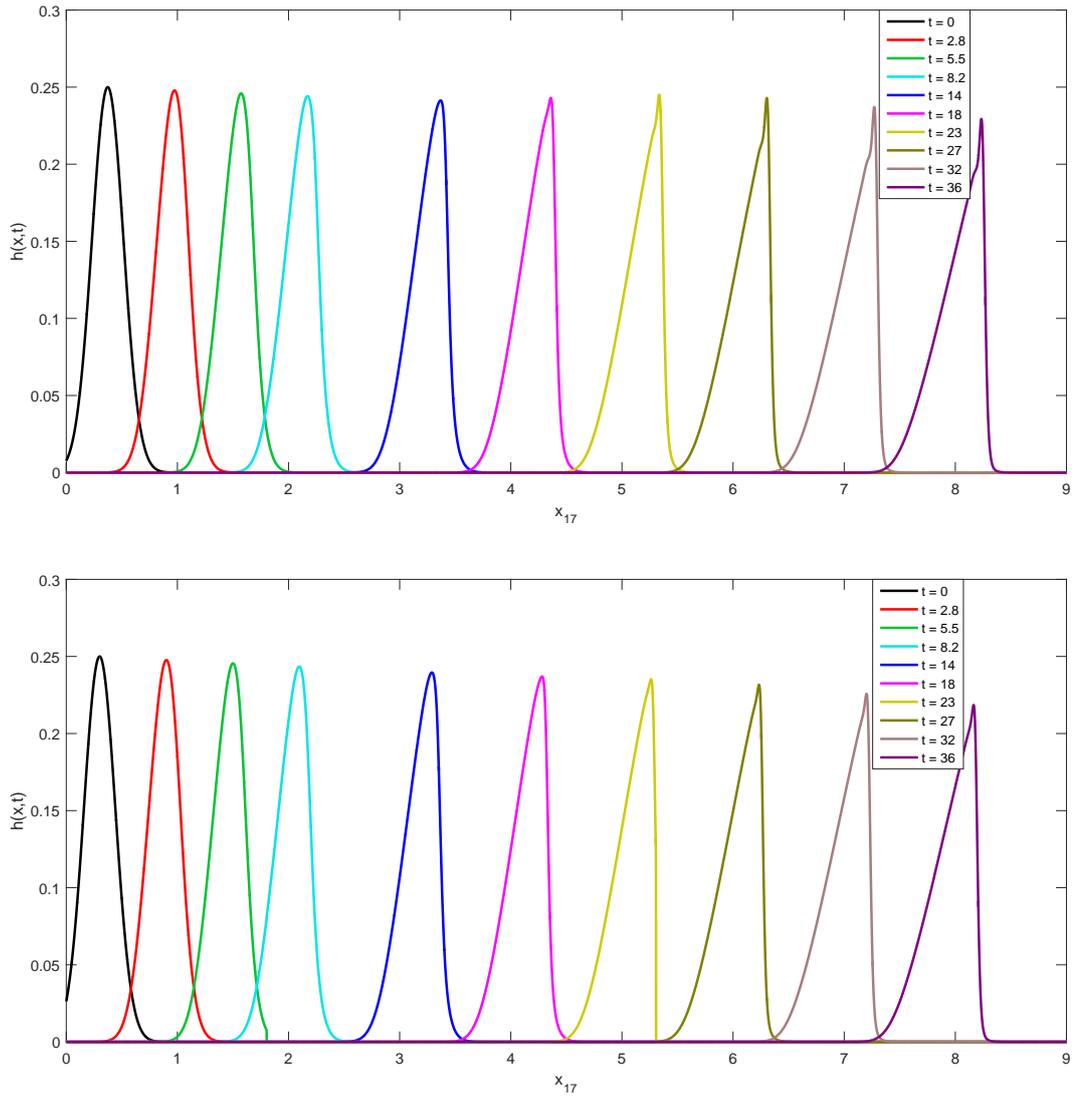


Рисунок 2.8: То же, что на Рис. 2.7, но для  $a_0 = 2 \times 10^{16}$  см

в КТ [8]. Во-вторых, анализ наблюдательных данных, проведенный в работе [93], показал, что положения «жгутов», видимых в оптическом и рентгеновском диапазонах, близки, но не совпадают — рентгеновские «жгуты» находятся в основном ближе к пульсару. Излучение частиц в магнитном поле, являющимся суперпозицией крупномасштабного «фонового» поля туманности и поля возмущения с протяженным профилем и крутым фронтом, может приводить к различным наблюдаемым протяженностям структуры вдоль направления распространения в зависимости от уровня интегрального вдоль луча зрения фонового излучения. Это может наблюдаться, как несколько различные положения структуры. В частности, если отношение интенсивности излучения в направлении на максимум магнитной структуры к фоновой

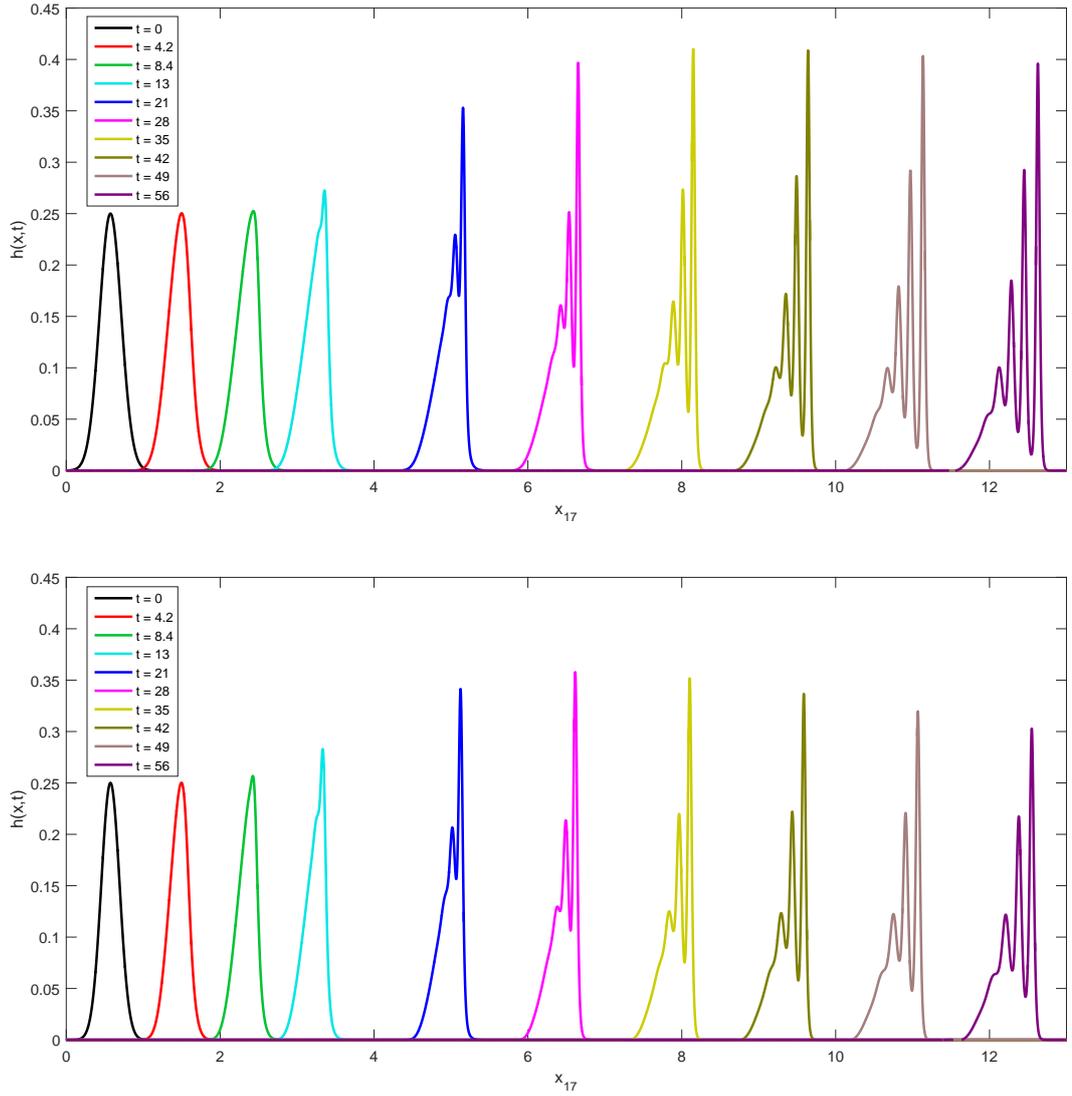


Рисунок 2.9: То же, что Рис. 2.8, но для  $\nu_1 = \nu_2 = 0.03\Omega$  (верхняя панель) и  $\nu_1 = 0.3\Omega$ ,  $\nu_2 = 0.03\Omega$  (нижняя панель).

интенсивности в рентгеновском диапазоне выше, чем аналогичное отношение в оптическом, то видимая синхротронная структура будет более протяженной в рентгеновском диапазоне и наблюдаться расположенной ближе к пульсару.

На каждом из Рис. 2.7 – 2.9 представлены результаты моделирования для  $\nu_1 = \nu_2$  (верхние панели) и  $\nu_1 > \nu_2$  (нижние панели). В случае сильного затухания  $a \sim 0.8$  для  $\delta\nu = 0.2$  затухание происходит несколько быстрее, чем при  $\delta\nu = 0$ . Для режима слабого рассеяния частиц сдвиг частоты рассеяния на  $\delta\nu = 0.27$  приводит также к замедлению развития «гребенки»: возмущения при  $\nu_1 \neq \nu_2$  имеют меньшие амплитуду и протяженность вдоль направления распространения. Соответствующие изменения в протяженности и яркости

структур, порождаемых этими возмущениями в синхротронном излучении источника, предоставляют способ наложения ограничений на состав пульсарного ветра. Пусть наблюдаемые в Крабовидной туманности «жгуты» в самом деле определяются изученным распространением возмущений магнитного поля. С помощью микроскопического моделирования процессов рассеяния электронов и позитронов релятивистской плазмы в присутствии ионов (например, с помощью численных кодов, основанных на методе «частиц-ячейках») можно оценить величину расстройки частоты  $\delta\nu$  в зависимости от концентрации и энергетического распределения ионной примеси. Далее необходимо провести детальное моделирование карт синхротронного излучения туманности, в экваториальной области которой распространяются магнитные структуры, варьируя параметры рассеяния. Сравнивая результаты моделирования с наблюдениями, можно установить ограничения на возможные режимы рассеяния, что может позволить наложить ограничения на  $\delta\nu$  и, как следствие, и на присутствие ионной компоненты.

Изложенная модель хорошо описывает локальную динамику магнитных структур в области небольших размеров, где среднее фоновое магнитное поле можно считать однородным. Крупномасштабное магнитное поле ПТ за УВ торможения, по-видимому, является тороидальным (см. результаты РМГД моделирования [94] в трехмерном случае), поэтому примененный одномерный анализ справедлив в той мере, в которой динамика возмущения с конечным пространственным масштабом в перпендикулярных к оси распространения направлениях будет слабо отличаться от динамики, описываемой построенной моделью. Как упоминалось при обсуждении скоростей структур, магнитное поле туманности и скорость течения плазмы, скорее всего, существенно меняются с удалением от УВ торможения, что также несколько ограничивает применимость модели эволюции начального возмущения с однородными параметрами магнитного поля и скоростей течений. В дальнейшем представляется логичным обобщить построенную модель на случай непосредственного учета локализованности возмущений в поперечных направлениях. Для построения детальных модельных карт синхротронного излучения Крабовидной туманности в целом с учетом рассматриваемых мелкомасштабных структур в различные моменты времени необходимо учесть изменения магнитного

поля и параметров рассеяния вдоль траектории рассматриваемых возмущений.

## 2.5 Выводы

В данной главе получены следующие результаты:

1. Получено решение дисперсионного уравнения для возмущений, распространяющихся в сильнонеравновесной релятивистской плазме пульсарной туманности поперек крупномасштабного поля. Рассмотрение осуществлено в длинноволновом пределе с учетом рассеяния частиц на флуктуациях магнитного поля. При рассмотрении учтена возможность присутствия в релятивистском пульсарном ветре ионной компоненты, что выражается в различных частотах рассеяния позитронов и электронов.
2. Показано, что локальная динамика слабых возмущений магнитного поля конечной амплитуды в том же приближении с учетом слабых дисперсионных и нелинейных эффектов может быть описана эволюционным уравнением Кортевега–де Фриса–Бюргера.
3. Показано, что вычисленные величины, определяющие динамику магнитных структур — фазовая скорость распространения волн, декремент затухания, дисперсионная длина, коэффициент при нелинейном слагаемом — чувствительны к параметрам плазмы — давлению, параметрам распределения частиц — и к параметрам рассеяния частиц на флуктуациях магнитного поля.
4. Проведено исследование локальной динамики магнитных структур, описываемой полученным эволюционным уравнением. Показано, что динамика структур чувствительна к параметрам рассеяния частиц.
5. На основе построенной модели предложена интерпретация наблюдаемых в Крабовидной туманности динамических структур — «жгутов» — как проявлений распространения возмущений магнитного поля. Рас-

смотрена возможность использования результатов кинетического моделирования динамики магнитных структур с целью получения наблюдательных ограничений на компонентный состав пульсарного ветра.

Результаты, представленные в главе, отражены в следующих публикациях:

1. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Relativistic solitons in pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2014. Vol. 572, Issue 1, article id. 012005;
2. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Model of dynamical structures in synchrotron images of pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2015. Vol. 661, Issue 1, article id. 012010;
3. A. E. Petrov, A. M. Bykov. Magnetic structures propagating in non-equilibrium relativistic plasma of pulsar wind nebulae // Journal of Physics: Conference Series 2016. Vol. 769, Issue 1, article id. 012008.

## Глава 3

# Перенос частиц пульсарного ветра в туманности с головной ударной волной

Кинетическое моделирование физических процессов в космических источниках, связанных с высокоэффективным преобразованием энергии и ускорением заряженных частиц, является одной из основных задач астрофизики высоких энергий. Аналитическое решение кинетических уравнений (например, в диффузионном приближении) является важным инструментом, позволяющим решать некоторые задачи в идеализированной постановке и делать необходимые для понимания физики явлений оценки. Однако круг задач, поддающийся аналитическому рассмотрению, очевидно, довольно ограничен, что вынуждает прибегать к численным методам моделирования.

Численное кинетическое рассмотрение физических процессов в сильно-неравновесной плазме астрофизических источников может быть реализовано с помощью нескольких подходов. Численные коды, реализующие метод «частиц-в-ячейках» («particle-in-cell») дают возможность моделировать физические процессы в плазме исходя из первых принципов — уравнений движения отдельных частиц и уравнений Максвелла, реализуя самосогласованное микроскопическое описание плазмы (см., например, [95, 96]). Однако, моделирование этим методом процессов переноса и ускорения частиц в остатках сверхновых и пульсарных туманностях, а тем более — моделирование наблюдаемой структуры рассматриваемых источников в принципе невозможно с имеющимися сегодня вычислительными мощностями, даже при использовании крупнейших в мире вычислительных комплексов (см., например, оценки [33] для моделирования нелинейного режима ускорения по механизму Ферми I рода).

Моделирование динамики и излучения частиц на масштабах, сравнимых с размерами источника, может быть реализовано с помощью метода Монте-Карло [31, 97, 98, 32, 99, 33, 34]. Подход Монте-Карло позволяет смоделировать пространственное и импульсное распределения частиц на сетке, пронизывающей фазовое пространство рассматриваемой системы с заданными параметрами переноса частиц. Основанные на этом подходе модели ускорения частиц КЛ на фронтах УВ позволяют учитывать нелинейные эффекты, связанные с усилением магнитного поля ускоряемыми частицами и влиянием ускоренных частиц на динамику фоновой плазмы [33, 100, 34, 101]. С другой стороны, ниже будет показано, что метод Монте-Карло позволяет проводить кинетическое моделирование переноса и ускорения высокоэнергичных пробных частиц (начальные лоренц-факторы от  $\sim 10^6$  и выше) в области размером порядка масштаба пульсарной туманности с головной ударной волной ( $10^{16} - 10^{18}$  см), и воспроизводить наблюдаемое распределения яркости.

Моделирование структуры ПТ, взаимодействующих со сверхзвуковыми течениями как внутри остатков сверхновых, так и вне них, представляет собой сложную задачу (см., например, [102, 66, 103, 104]). Изучение переноса частиц релятивистского пульсарного ветра в таких источниках связано с необходимостью иметь дело с их распространением сквозь область столкновения турбулизованных течений релятивистского пульсарного ветра и натекающего потока, переносящих магнитные неоднородности.

Большие длины свободного пробега высокоэнергичных частиц, испускающих синхротронное излучение в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах, относительно их рассеяний переносимыми флуктуациями магнитного поля, приводят к тому, что детальная структура течений вблизи контактного разрыва слабо влияет на распространение таких частиц. С учетом замедления скоростей потоков и затухания переносимых магнитных неоднородностей к КР, это обстоятельство обосновывает изложенную ниже кинетическую численную модель переноса частиц в пульсарных туманностях с головными УВ.

## 3.1 Модель Монте-Карло распространения частиц

Численное моделирование стационарного переноса частиц релятивистского ПВ в пульсарной туманности с головной УВ реализовано с помощью подхода Монте-Карло. Пробные частицы — электроны и позитроны пульсарного ветра — инжектируются в моделируемую систему на УВ торможения ветра с заданным энергетическим спектром (в модели не рассматриваются процессы ускорения частиц на УВ торможения ветра). Частицы последовательно инжектируются в систему областей с фиксированными пространственной структурой, параметрами рассеяния и распределением потоков вещества и распространяются сквозь нее, претерпевая рассеяния с частотой, определяемой их длиной свободного пробега в данной области системы.

Ключевой особенностью построенной модели является учет реалистичной пространственной структуры пульсарной туманности с головной ударной волной. Формы областей, составляющих модельный источник, воспроизводят основные свойства пространственной структуры пульсарных туманностей с головными УВ, что важно при моделировании ускорения частиц, так как позволяет корректно учесть уход ускоряемых частиц из источника. Кроме того, это позволяет моделировать наблюдаемую структуру туманности.

### 3.1.1 Пространственная структура модели

Моделируемая система рассмотрена в виде набора осесимметричных областей с заданным в каждой области пространственно однородным, но зависящим от энергии частицы коэффициентом диффузии. Схема пространственной структуры модели представлена на Рис. 3.1.

Введем сферические координаты  $(r, \theta, \phi)$  с началом координат в точке  $O$ , соответствующей положению пульсара, и зенитным направлением вдоль оси симметрии системы — направления скорости пульсара относительно межзвездной среды. Также будем использовать цилиндрические координаты  $(\rho, \alpha, x)$ , ориентированные вдоль оси симметрии, которую обозначим  $Ox$ , и соответствующие декартовы координаты  $(x, y, z)$ . Углы  $\phi$  и  $\alpha$  отсчитываются

ся относительно оси  $Oy$ , так что  $y = r \sin \theta \cos \phi = \rho \cos \alpha$ ,  $z = r \sin \theta \sin \phi = \rho \sin \alpha$ .

Сферическая область радиусом  $r_{ts}$  в центре системы соответствует холодному пульсарному ветру. Сквозь ее поверхность — УВ торможения ветра — частицы инжектируются в систему.

Область 1 соответствует пульсарному ветру, прошедшему УВ торможения (для простоты в дальнейшем, говоря об областях модели, будем называть эту область пульсарной туманностью). Внешняя граница этой области выбрана в виде:

$$r(\theta) = \begin{cases} a_{in}, & \text{при } \theta \leq \pi/2 \\ a_{in}/\sin \theta, & \text{при } \theta > \pi/2. \end{cases} \quad (3.1)$$

Здесь  $a_{in}$  — геометрический параметр модели. Поток ветра в области 1 направлен радиально, его скорость задана уравнением  $u = u_0 r_{ts}^2 / r^2$ , где  $u_0$  также является параметром модели.

Область 3 соответствует течению межзвездного вещества вблизи фронта головной УВ. Ускорение протонов и других ядер КЛ на фронте УВ приводит к особым условиям рассеяния частиц вблизи фронта головной УВ (см. ниже). Форма границ этой области описывается уравнением для формы головной УВ, полученной в [105] в пределе тонкой оболочки:

$$r(\theta, \sigma) = \sigma R_{cd} \csc \theta \sqrt{3(1 - \theta \cot \theta)}. \quad (3.2)$$

Здесь  $R_{cd}$  — характерный масштаб системы, определяемый уравнением (1.7). Модельный параметр  $\sigma$  позволяет задать положение внутренней и внешней границ области 3. Ниже также будут использованы величины апексов  $a_{out}$ ,  $a_{sys}$  граничных поверхностей (т.е., расстояний по оси симметрии системы от пульсара до ближайшей точки поверхности). Скорость потока вещества в областях 3 и 4 в системе отсчета покоя пульсара задана в форме однородного поля скорости, ориентированного в отрицательном направлении оси  $Ox$ , по величине скорость составляет  $u_{psr} / \cos(\Theta - 90^\circ)$ , где  $u_{psr}$  — наблюдаемая собственная скорость пульсара,  $\Theta$  — угол между лучом, соединяющим наблюдателя и пульсар, и направлением скорости пульсара (см. ниже).

В области 2 вблизи контактного разрыва в соответствии с соображениями, изложенными выше, можно пренебречь конвективным переносом частиц. Область 4 соответствует невозмущенной межзвездной среде.

Система ограничена поверхностью свободного ухода частиц в форме цилиндра высотой  $h_{sys} = x_{\text{ФЕВ}} + a_{sys}$ , где  $x = -x_{\text{ФЕВ}}$  — координата основания цилиндра, расположенного со стороны хвоста туманности. Радиус цилиндра  $\rho_{sys}$  выбран так, что он совпадает с радиусом сечения внешней границы области 3 поверхностью  $x = -x_{\text{ФЕВ}}$ .

### 3.1.2 Модель распространения частиц

Ввиду усиления флуктуаций магнитного поля порождаемыми КЛ неустойчивостями при ускорении протонов КЛ на головной УВ, диффузия частиц в области между головной УВ пульсара и контактным разрывом может быть рассмотрена в боровском пределе (длина свободного пробега пропорциональна гирорадиусу частицы) вплоть до лоренц-фактора  $\gamma = \gamma_1$ , определяемого из соотношения  $r_g (mc^2\gamma_1) \approx L_{cor}$ . Здесь  $L_{cor} \gg R_{max}$  — максимальный масштаб длин волн, которого достигает формируемый спектр сильных флуктуаций магнитного поля,  $R_{max}$  — гирорадиус ускоряемых протонов максимальной энергии,  $r_g (E) = E/eB_0$  — гирорадиус частицы энергии  $E$  в среднем магнитном поле  $B_0$  в указанной области.

Ввиду ограниченности доступного динамического диапазона при численном моделировании порождаемой КЛ турбулентности, получить точную оценку на  $L_{cor}$  на сегодня не представляется возможным. В данной модели  $L_{cor}$  использован как свободный параметр, определяющий значение лоренц-фактора  $\gamma_1$ , при котором происходит переход от боровского режима рассеяния к режиму мелкомасштабных рассеивателей.

В каждой из областей 1-4 было задано пространственно однородное значение индукции магнитного поля  $B$ . Магнитное поле в каждой из областей предполагалось хаотически направленным. Параметры диффузии частиц были заданы следующим образом. В пульсарной туманности средняя длина свободного пробега  $\lambda_1$  была задана пропорциональной гирорадиусу:

$$\lambda_1 (B, \eta, \gamma) = \eta R_g (B, \gamma) = \eta \frac{mc^2\gamma}{eB} . \quad (3.3)$$

В невозмущенной межзвездной среде эта длина была задана как

$$\lambda_{\text{am}}(\gamma) = 3 \times 10^{18} \left( \frac{E}{1 \text{ ГэВ}} \right)^{1/3} \text{ см} . \quad (3.4)$$

В областях 2 и 3 длина свободного пробега определялась как

$$\lambda_{\text{bow}}(B, \eta, \gamma) = \begin{cases} \eta R_g(B, \gamma), & \text{при } \gamma \leq \gamma_1 \\ \eta R_g(B, \gamma) \gamma / \gamma_1, & \text{при } \gamma_1 < \gamma \leq \gamma_2 \\ \lambda_{\text{am}}, & \text{при } \gamma > \gamma_2 \end{cases} . \quad (3.5)$$

Величины  $\eta \geq 1$  и  $\gamma_1$  являлись свободными параметрами модели рассеяния, в то время как  $\gamma_2$  определялся исходя из непрерывности величины длины свободного пробега.

В начале моделирования генерируется требуемое для достижения удовлетворительной статистики число частиц, обладающих заданным распределением по энергии. Для высокоэнергичной компоненты ( $\gamma \gtrsim 10^5 - 10^6$ ) нагретого на УВ торможения пульсарного ветра характерно степенное распределение частиц по энергии  $f(E)$  с показателем  $s \approx 2.2 - 2.3$ . Для задач, решаемых с помощью разработанного кода, требуется генерация спектра протяженностью около 3 декад по энергии. В этом случае необходимое число высокоэнергичных частиц потребует в соответствии с формой функции распределения генерации очень большого числа низкоэнергичных частиц, медленное распространение которых через систему приведет к неадекватно большой длительности численного моделирования. Эта проблема была решена с помощью введения статистического веса частицы  $w$ . Разбивая диапазон энергий  $\gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$ , в котором необходимо сгенерировать спектр, логарифмически равномерно на  $N_g$  областей,  $\gamma_{\min} = \gamma_{(0)} < \gamma_{(1)} < \dots < \gamma_{(N_g-1)} < \gamma_{(N_g)} = \gamma_{\max}$ , можно сгенерировать в каждой из областей участок спектра требуемой формы, а затем присвоить частицам  $i$ -й области статистический вес  $w_i = n_i/n_1$ , где  $n_i = \int_{E_{i-1}}^{E_i} f(E) dE$ , энергия  $E = mc^2\gamma$ ,  $E_i = mc^2\gamma_i$ ,  $i = 1, \dots, N_g$ .

В ходе моделирования распространения частиц, сгенерированные частицы последовательно инжектировались в рассматриваемую систему через поверхность УВ торможения. Инжекция была реализована следующим образом: два случайных числа определяли точку инжекции на указанной поверхности, два

— начальное направление скорости. Частица пролетала случайную долю длины свободного пробега в заданном направлении, после чего впервые рассеивалась.

Рассеяния частиц предполагались упругими и изотропными в локальной системе покоя плазмы. В момент рассеяния частицы сначала вычислялся ее 4-импульс в локальной системе покоя плазмы, затем генерировались два случайных числа, определявшие углы поворота импульса частицы, и импульс частицы преобразовывался по формулам, аналогичным полученным [106]. Именно, два случайных числа  $\xi_1$  и  $\xi_2$  определяли величины

$$\cos \delta\theta = 1 - (1 - \cos \delta\theta_{max}) \xi_1 \quad (3.6)$$

$$\delta\phi = 2\pi\xi_2 \quad (3.7)$$

Пусть перед рассеянием направление импульса частицы задается полярным и азимутальным углами  $\theta_0$  и  $\phi_0$ . Тогда, чтобы вычислить углы  $\theta$  и  $\phi = \phi_0 + \Delta\phi$ , задающие направление импульса после рассеяния, необходимо воспользоваться формулами сферической тригонометрии:

$$\cos \theta = \cos \theta_0 \cos \delta\theta + \sin \theta_0 \sin \delta\theta \cos \delta\phi \quad (3.8)$$

$$\cos \delta\theta = \cos \theta_0 \cos \theta + \sin \theta_0 \sin \theta \cos \Delta\phi \quad (3.9)$$

$$\frac{\sin \Delta\phi}{\sin \delta\theta} = \frac{\sin \delta\phi}{\sin \theta} \quad (3.10)$$

Подчеркнем очевидный факт необходимости использования *обеих* формул (3.9), (3.10) для определения значения угла поворота  $\Delta\phi$ . Значение  $\delta\theta_{max}$  в моделировании было выбрано равным  $\pi$ , что подразумевало использование  $\eta \geq 2$ .

Инжектированная частица далее распространялась сквозь систему. После рассеяния частица двигалась по прямой линии в течение интервала времени  $\tau_{mfp} = \Lambda/v$ , где  $\Lambda$  — длина свободного пробега в области, где произошло рассеяние,  $v \approx c$  — скорость частицы. Время  $\tau_{mfp}$  задавалось в локальной системе покоя плазмы в точке последнего рассеяния (см., например, [33]), соответствующее пространственное смещение частицы в системе покоя пульсара вычислялось с помощью преобразований Лоренца. В общем трехмерном

случае, аналогично одномерному рассмотрению [33], соответствующие формулы принимают вид:

$$\mathbf{r}_{\text{new}} = \mathbf{r} + \mathbf{v}_{\text{eff}}\tau_{\text{mfp}} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{v}_{\text{eff}} = \mathbf{v}_{\text{pf}} + \Gamma \mathbf{u} + \frac{(\Gamma - 1)}{u^2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_{\text{pf}}) \mathbf{u}. \quad (3.12)$$

Здесь  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_{\text{new}}$  — радиус-векторы частицы относительно пульсара до и после рассматриваемого смещения,  $\mathbf{v}_{\text{pf}}$  — скорость частицы в локальной системе покоя плазмы в точке рассеяния  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{u}$ ,  $\Gamma$  — локальные скорость и лоренц-фактор фоновой плазмы в точке  $\mathbf{r}$ .

В точке  $\mathbf{r}_{\text{new}}$  частица рассеивалась вновь — упруго и изотропно в локальной системе отсчета плазмы. Цикл, описанный в двух предыдущих абзацах повторялся до тех пор, пока частица не пересекала поверхность цилиндра, ограничивающего область моделирования — поверхность свободного ухода. С этого момента частица считалась покинувшей систему, и в систему инжектировалась следующая частица, распространявшаяся по аналогичному алгоритму — и так далее, пока не был рассмотрен перенос всех сгенерированных частиц. Большинство частиц в ходе распространения пересекали границы областей с различными параметрами диффузии — в этом случае вычислялась точка пересечения частицей поверхности раздела, и частица после пересечения поверхности продвигалась вглубь области на расстояние, соответствующее времени  $\tau^{\text{res}} = \tau_{\text{mfp}}^{\text{new}} (1 - t/\tau_{\text{mfp}})$ , где  $\tau_{\text{mfp}}$  время свободного пробега частицы в покинутой ею области,  $\tau_{\text{mfp}}^{\text{new}}$  — в области, в которую она влетела — в системе покоя плазмы в вычисленной точке,  $t$  — время пролета частицы от последнего рассеяния до точки пересечения поверхности раздела (времена  $t$  и  $\tau_{\text{mfp}}$  задавались в локальной системе покоя плазмы в точке, в которой произошло последнее рассеяние). В случае, когда частица подлетала к границе холодного пульсарного ветра, она отражалась от его границы, рассеиваясь в случайном направлении, если ее гирорадиус в магнитном поле области 1 был меньше  $r_{ts}$  и пролетала ее насквозь в противоположном случае.

### 3.1.3 Метод детектирования частиц в модели Монте-Карло

В соответствии с методом моделирования, фазовое пространство системы было пронизано сеткой детекторов, деливших пространство на ячейки. В координатном пространстве модели была введена цилиндрическая сетка детекторов (пространственные детекторы), делившая объем области моделирования на равные интервалы по координатам  $(\rho, \alpha, x)$ . Цилиндр, ограниченный поверхностью свободного ухода, делился сеткой детекторов на  $N_x$  одинаковых цилиндров вдоль оси  $Ox$ , пронумерованных в положительном направлении оси,  $i = 1, 2, \dots, N_x$ . Каждый из малых цилиндров делился концентрическими цилиндрическими поверхностями на  $N_\rho$  цилиндрических слоев, внешние радиусы которых  $\rho_j = j\rho_{sys}/N_\rho$ , где  $j = 1, 2, \dots, N_\rho$ . Каждый цилиндрический слой делился на  $N_\alpha$  равных сегментов полуплоскостями  $\alpha = 2\pi k/N_\alpha$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_\alpha$ . Пространственный детектор с номером  $(i, j, k)$ , таким образом, представлял собой сегмент кольца, лежавшего в плоскости  $x = -x_{FEB} + (i - 1)h_{sys}/N_x$ , ограниченного окружностями радиусами  $(j - 1)\rho_{sys}/N_\rho$  и  $j\rho_{sys}/N_\rho$  и отрезками лучей, направленных под углом  $\alpha = 2\pi(k - 1)/N_\alpha$  и  $2\pi k/N_\alpha$ .

В импульсном пространстве был введен диапазон детектируемых энергий:  $\gamma_{\min}^{\det} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}^{\det}$  (записан через лоренц-факторы). Этот диапазон логарифмически равномерно разбивался на  $N_E$  ячеек, пронумерованных в направлении роста энергии,  $n_E = 1, 2, \dots, N_E$ . Анизотропия функции распределения частиц, возникающая в процессах ускорения на ударных волнах, а также характерная для распределения частиц пульсарного ветра самых высоких энергий, практически не рассеиваемых на масштабах пульсарной туманности с головной УВ, может играть важную роль при моделировании наблюдаемого излучения источника. По этой причине в модели также было введено разбиение на равные ячейки диапазонов изменения  $\mu = \cos\theta$  и  $\phi$  — соответственно,  $-1 \leq \mu \leq 1$  и  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  — пронумерованные в направлении увеличения  $\mu$  и  $\phi$ ,  $n_\mu = 1, 2, \dots, N_\mu$ ,  $n_\phi = 1, 2, \dots, N_\phi$ .

В ходе распространения частиц сквозь систему, моделирующую источник, частицы пересекают пространственные детекторы. Частица, имеющая

импульс, значения компонент которого соответствуют ячейкам  $(n_E, n_\mu, n_\phi)$ , регистрируется пространственным детектором  $(i, j, k)$ , если она пролетает сквозь него. В численном коде, реализующем моделирование, каждому детектированию частицы соответствует прибавка определенной величины к одному из элементов, вообще говоря, шестимерного массива, в который записываются данные о функции распределения на сетке. Соответственно, при детектировании указанной частицы пространственным детектором  $(i, j, k)$ , обновляется элемент массива  $(i, j, k, n_E, n_\mu, n_\phi)$ .

Формулы, необходимые для вычисления распределения концентраций и функции распределения частиц по координатам и энергии для случая одномерной по координате системы, в которой введены плоскопараллельные детекторы, были приведены и обоснованы в [33]. В рассматриваемой модели использовались аналогичные формулы. В частности, значение функции распределения, усредненное по диапазонам модуля импульса  $p = mc\gamma$  и угловых переменных  $\mu$  и  $\phi$ , соответствующих ячейке импульсного пространства с номерами  $(m, q, r)$ , вычислялось как

$$f(x_i, \rho_j, \alpha_k, p_m, \mu_q, \phi_r) = \frac{1}{(2j-1)p_m^2 \Delta p_m \Delta \mu_q \Delta \phi_r} \sum_{s \in m, q, r} \left| \frac{u_0}{v_{x,s}} \right| w(s) \quad (3.13)$$

Здесь суммирование осуществляется по всем событиям  $s$  пересечения пространственного детектора с номером  $(i, j, k)$  частицами, компоненты импульса которых попадают в ячейку в импульсном пространстве с номером  $(m, q, r)$ ;  $\Delta p_m, \Delta \mu_q, \Delta \phi_r$  — диапазоны компонент импульса, соответствующих этой ячейке;  $w(s)$  — статистический вес частицы, пролет которой соответствует событию  $s$ ,  $v_{x,s}$  — проекция скорости этой частицы на ось  $x$ . Множитель  $(2j-1)$  в знаменателе выражения связан с необходимостью скомпенсировать влияние роста площади детекторов с удалением от оси симметрии системы на результат детектирования: для детектора с  $j = J$  результат необходимо поделить на отношение площади этого детектора к площади детектора с номером  $j = 1$ , что дает величину  $(2J-1)$ . В отличие от [33] в данной модели невозможно отнормировать функцию распределения на концентрацию частиц в какой-либо области, нормировка физических величин, связанных с функцией распределения (например, вычисляемой интенсивности синхротронного излучения)

осуществлялась путем соотнесения вычисленного потока синхротронного излучения выбранного источника с наблюдаемым.

В ходе моделирования детектирование осуществлялось после каждого прямолинейного участка траектории частицы (вычислялись точки пересечения траекторией плоскостей пространственных детекторов, после чего обновлялись данные детекторов). Частицы, распространяясь в магнитном поле, испытывают потери энергии, обусловленные их синхротронным излучением, скорость потерь в хаотически направленном магнитном поле средней индукции  $B$  определяется выражением

$$\frac{dp}{dt} = -Sp^2 = -\frac{4e^4B^2}{9m^4c^6}p^2 \quad (3.14)$$

После детектирования пролета частицей прямолинейного участка траектории между двумя рассеяниями, значение модуля импульса и энергии частицы перевычислялось с учетом потерь на излучение на длине свободного пробега по формуле

$$p_2 = \frac{p_1}{1 + p_1 S \Delta t} \quad (3.15)$$

где  $p_1, p_2$  — импульсы частицы до и после пробега, взятые в локальной системе отсчета покоя плазмы в начальной точке прямолинейного участка,  $\Delta t$  — время пролета в той же системе отсчета. Если частица в ходе пролета пересекала границы областей с различными значениями  $B$ , то формула (3.15) применялась последовательно для каждого участка траектории в области с однородным  $B$ . Относительное снижение модуля импульса  $\Delta p/p_1 = 1/(1 + (Sp_1\Delta t)^{-1})$ , где  $\Delta p = p_1 - p_2$  на длине свободного пробега для всех рассматриваемых моделей источников не превышало использованного шага ячеек по энергии<sup>1</sup>, что позволяло вычислять поправки после детектирования.

Численное моделирование наблюдаемой структуры ПТ с удовлетворительным разрешением (см. Главу 4) при учете анизотропии функции распределения является чрезвычайно ресурсоемким в отношении оперативной

---

<sup>1</sup>Для частиц самых высоких энергий в модели пульсарной туманности в созвездии Парусов это условие для длины свободного пробега вблизи КР нарушается. Но в этой области длина свободного пробега много больше размеров модельной системы и должна быть заменена на максимальный возможный пробег внутри нее. С этой поправкой сказанное остается в силе.

памяти. В следующем разделе 3.2 изложен подход, позволяющий существенно снизить эти требования к этому ресурсу.

## 3.2 Моделирование синхротронного излучения источника

Аналитические выражения, позволяющие вычислить излучательную способность для синхротронного излучения в хаотически ориентированном магнитном поле для произвольной функции распределения частиц  $N(E)$  были получены в [107]. Представленные в [107] таблицы этих результатов — нетривиальных выражений со специальными функциями — были с хорошей точностью порядка нескольких процентов аппроксимированы в [108] аналитическим выражением в элементарных функциях:

$$\epsilon(\nu) = \frac{\sqrt{3} e^3 B}{2\pi mc^2} \int dE N(E) R(\nu/\nu_c) \quad (3.16)$$

$$R(x) = \frac{1.81 \exp(-x)}{\sqrt{x^{-2/3} + (3.62/\pi)^2}} \quad (3.17)$$

Здесь  $B$  — среднее значение индукции магнитного поля,  $\nu$  — частота излучения, а критическая частота синхротронного излучения определяется выражением

$$\nu_c(E, B) = \frac{3}{4\pi} \frac{eB}{mc} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2. \quad (3.18)$$

При моделировании наблюдаемых распределений интенсивности излучения пульсарных туманностей ввиду наличия в них релятивистских течений важно учитывать эффект Доплера. Будем обозначать штрихом величины, относящиеся к локальной системе покоя излучающего элемента вещества. В этом случае в системе покоя наблюдателя излучательная способность определяется выражением

$$\epsilon(\nu) = D^2 \epsilon'(\nu') \quad (3.19)$$

где  $\nu' = D^{-1}\nu$ , а доплеровский множитель  $D$  определяется выражением

$$D = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta \cdot \mathbf{n})} \quad (3.20)$$

Здесь  $\beta$  — локальное значение скорости течения, деленное на скорость света,  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении наблюдателя.

Кинетическое моделирование переноса частиц методом Монте-Карло, описанное в разделе 3.1, позволяет получить функцию распределения частиц на сетке детекторов в фазовом пространстве. Модель дает возможность одновременно получить не только функцию распределения частиц в системе покоя пульсара  $f_{sf}$ , но и функцию распределения в локальной системе покоя плазмы  $f_{pf}$  в каждой из ячеек сетки. Вычисление излучательной способности в системе покоя наблюдателя, таким образом, может быть реализовано по формуле

$$\epsilon(\nu) = D^2 \frac{\sqrt{3} e^3 B'}{2\pi mc^2} \int dE' f_{pf}(E') R(\nu'/\nu_c(E', B')) \quad (3.21)$$

Вычисляемая в ходе моделирования функция распределения, по существу, представляет собой результат усреднения функции распределения по элементу фазового объема, определяемого произведением шагов сетки по трем пространственным и трем импульсным измерениям. Синхротронное излучение ультрарелятивистских частиц характеризуется узкой диаграммой направленности с угловой шириной  $\theta_{syn} \sim 1/\gamma$ . Величина  $\theta_{syn}$  на порядки меньше фактически используемых в моделировании шагов сетки по угловым компонентам в импульсном пространстве  $\Delta\mu, \Delta\phi$  (сделать последние очень малыми проблематично из-за необходимости набрать за разумное время моделирования существенную статистику). Исходя из этих соображений, было применено следующее решение проблемы требовательности к оперативной памяти. В начале моделирования для каждой пространственной ячейки было определено, в каком направлении  $\mathbf{k}_{loc}(i, j, k)$  должны лететь частицы в локальной системе покоя плазмы, чтобы их излучение было направлено на наблюдателя. Определив по  $\mathbf{k}_{loc}(i, j, k)$  соответствующие импульсные ячейки  $n_\mu$  и  $n_\phi$ , в ходе дальнейшего моделирования достаточно накапливать данные о  $f_{pf}$  только по частицам, направления импульсов которых попадают в диапазоны, задаваемые ячейками  $n_\mu$  и  $n_\phi$ . Таким образом, вместо шестимерного массива данных достаточно использовать четырехмерный.

Вычисление интенсивности синхротронного излучения осуществлялось путем интегрирования излучательной способности, вычисленной по формуле

(3.21), по лучу зрения. Ориентация моделируемого источника относительно наблюдателя задавалась с помощью введения дополнительной системы координат  $(X, Y, Z)$  и трех углов Эйлера  $\Phi$ ,  $\Theta$  и  $\Psi$  следующим образом. Введем ось  $Y$ , направленную от наблюдателя к пульсару (расположенного, напомним, в точке  $O$ ), и перпендикулярную к ней картинную плоскость  $POS$ , проходящую через точку  $O$ . Угол  $\Phi$  — угол между осью  $Oy$  и «линией узлов» — прямой, являющейся пересечением плоскостей  $POS$  и  $yOz$ , отсчитываемый в положительном направлении — против часовой стрелки, если смотреть против оси  $Ox$ .  $\Theta$  — угол между направлениями осей  $OY$  и  $Ox$ .  $\Psi$  — угол в плоскости  $POS$  между направлением «линии узлов» и направлением оси  $OZ$ . Направление оси  $OZ$  является направлением на север в картинной плоскости.

### 3.3 Выводы

В данной главе детально описаны построенные автором диссертации численные кинетические модели распространения релятивистских частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной

1. Численная модель Монте-Карло переноса частиц релятивистского пульсарного ветра от ударной волны торможения через пульсарную туманность с головной ударной волной. Модель позволяет количественно описать перенос высокоэнергичных частиц с лоренц-факторами  $\gtrsim 10^5 - 10^6$ , ускоренных на ударной волне торможения, через область сходящихся потоков в рассматриваемом источнике.
2. Численная модель, позволяющая строить спектральные карты синхротронного излучения пульсарной туманности с головной ударной волной в диапазоне от эВ до нескольких МэВ.

Результаты, представленные в данной главе, отражены в следующих публикациях:

1. Vykov A. M., Amato E., Petrov A. E., Krassilchtchikov A. M., Levenfish, K. P.. Pulsar Wind Nebulae with Bow Shocks: Non-thermal Radiation and

Cosmic Ray Leptons // Space Sci. Rev. 2017. Vol. 207, Issue 1-4, pp. 235-290;

2. A. E. Petrov, A. M. Bykov, S. M. Osipov. Modeling of relativistic pulsar wind interaction with the interstellar medium // Journal of Physics: Conference Series 2017. Vol. 929, Issue 1, article id. 012015.

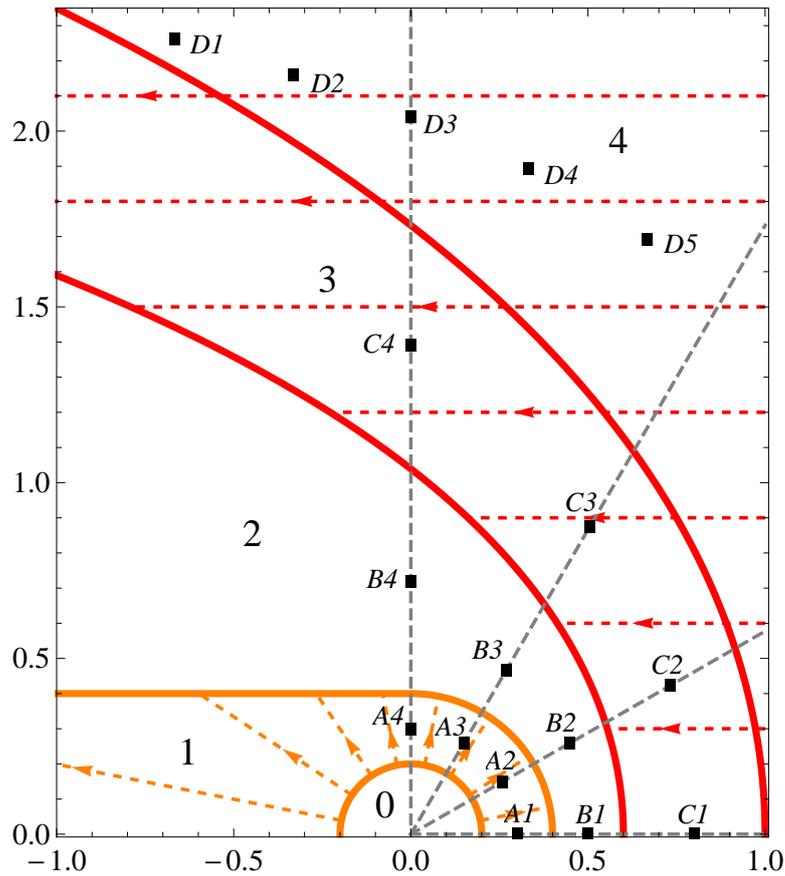


Рисунок 3.1: Схема пространственной структуры модели Монте-Карло. Изображена половина осевого сечения системы. Цифры 0-4 нумеруют области системы с различными моделями диффузии. Область 0 соответствует холодному пульсарному ветру до ударной волны торможения, 1 (между сплошными оранжевыми линиями) — нагретый пульсарный ветер, 2 — область вблизи контактного разрыва, 3 (между сплошными красными линиями) — область межзвездного вещества вблизи фронта головной ударной волны, 4 — область невозмущенной среды. Относительные размеры областей изображены условно и при моделировании зависят от конкретных параметров рассматриваемой туманности. Черные квадраты ( $A1$ – $D5$ ) отмечают положение локальных участков системы, соответствующих некоторым детекторам модели Монте-Карло (см. текст), для которых в дальнейшем демонстрируются результаты моделирования локальных энергетических спектров частиц. Серые пунктирные лучи, указывающие положение выбранных детекторов, направлены от центра системы — пульсара — под углами  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  к оси симметрии. Выбранные детекторы расположены вблизи середин отрезков, отсекаемых на этих лучах границами областей.

## Глава 4

# Моделирование синхротронного изображения и спектров туманности PSR J0437-4715

Один из наиболее хорошо изученных и интересных объектов среди пульсарных туманностей с головными ударными волнами — источник, связанный с миллисекундным пульсаром J0437-4715. Пульсар находится на расстоянии  $d = 156.8 \pm 0.3$  пк [109] в двойной системе с измеренным параллаксом, поперечная к лучу зрения составляющая его собственной скорости  $v_{\perp} = 104.1 \pm 0.2$  км с<sup>-1</sup> вычислена по результатам наблюдения движения компаньона (белого карлика) и видимому положению апекса головной ударной волны на интервале в 17 лет [63]. Оцениваемый темп потерь вращательной энергии пульсара составляет  $\dot{E} \sim 6 \times 10^{33}$  эрг с<sup>-1</sup>.

Протяженная структура вблизи PSR J0437-4715 была зарегистрирована Рангеловым и др. [109] на основе анализа рентгеновских данных, полученных на обсерватории *Chandra*. Слабое диффузное излучение обнаружено перед пульсаром в области размером  $\sim 5''$ . Анализ результатов наблюдений позволил авторам заключить, что это излучение соответствует порождаемой PSR J0437-4715 тусклой пульсарной туманности (светимостью  $L_X^{obs} \sim 3 \times 10^{28}$  эрг с<sup>-1</sup> в диапазоне 0.5 — 8 кэВ). Аппроксимация спектра степенным законом позволила получить значение фотонного индекса  $\Gamma = 1.8 \pm 0.4$ .

Наблюдения в дальнем ультрафиолетовом диапазоне (ДУФ) окрестности J0437-4715 Рангелова и др. [109] с помощью *космического телескопа им. Хаббла* выявили наличие в ДУФ структуры, ассоциируемой с головной ударной волной пульсара: структура отстоит от пульсара на расстояние порядка  $10''$

и ее головная часть совпадает с наблюдавшейся ранее Браунсбергером и Романи [63] аналогичной структурой в  $H\alpha$ . Наблюдаемая в ДУФ светимость структуры (в полосе  $1250 - 2000\text{\AA}$ , что соответствует  $6.2 - 9.9$  эВ) составляет  $L_{FUV}^{obs} \approx 5 \times 10^{28}$  эрг  $\text{с}^{-1}$ , что на порядок превышает светимость этой структуры в линии  $H\alpha$ . В рентгеновском диапазоне (РД) никаких структур, ассоциируемых с головной ударной волной, не выявлено.

Излучение головной ударной волны как в линии  $H\alpha$ , так и в ДУФ, может объясняться излучением в линиях и континууме нагретого на головной ударной волне вещества межзвездной среды. В частности, даже простая одномерная модель течения газа через достаточно быстро распространяющуюся УВ (см., например, [110]) может объяснить наблюдаемые потоки в ДУФ и  $H\alpha$ . В рамках такой модели излучение в полосе  $1250 - 2000\text{\AA}$  генерируется в горячей среде за фронтом головной ударной волны и определяется рядом спектральных линий С II  $1335\text{\AA}$ , Si IV  $1397\text{\AA}$ , O IV  $1402\text{\AA}$ , C IV  $1549\text{\AA}$  и Ne II  $1640\text{\AA}$ .

Однако возможен и другой сценарий. Наблюдаемое излучение пульсарной туманности и головной ударной волны J0437-4715 может порождаться синхротронным излучением электронов и позитронов релятивистского пульсарного ветра.

Моделирование синхротронного излучения пульсарных туманностей в широком диапазоне энергий в предположении чисто степенного спектра частиц не позволяет воспроизвести наблюдаемые спектры туманностей [111, 112, 113]. Исходя из данных наблюдений молодых остатков сверхновых в радио- и рентгеновском диапазонах, спектр частиц должен иметь излом (см., например [114, 14]). В частности, Буккиантини и др. [14] получили, что инжекция в пульсарную туманность спектра частиц в форме степенного распределения по энергиям с изломом — с жестким спектральным индексом  $\leq 1.7$  на низких энергиях (ниже лоренц-фактора излома  $3 \times 10^4 \lesssim \gamma \lesssim 10^6$ ) и с более мягким спектральным индексом  $\geq 2.1$  на бóльших энергиях — может дать удовлетворительное описание доступных наблюдательных данных по ряду пульсарных туманностей. При этом можно оценить верхний предел на лоренц-фактор частиц, ускоренных на ударной волне торможения релятивистского ветра, из выражения для магнитосферного потенциала

$\Phi = \sqrt{3\dot{E}/2c}$  — для темпа потерь вращательной энергии J0437-4715 это значение составляет  $\gamma_\Phi = e\Phi/mc^2 \approx 3 \times 10^8$ .

В пульсарных туманностях с головными ударными волнами электроны и позитроны пульсарного ветра, ускоренные на ударной волне торможения, могут быть вовлечены в ускорение Ферми на сходящихся потоках между двумя ударными волнами. Этот процесс способен привести к формированию жесткой компоненты спектра на энергиях ниже некоторого значения  $E_{max}$ , определяемого условием удержания частиц в системе. Далее с помощью описанной в главе 3 модели будет показано, что формируемые при этом спектры частиц позволяют воспроизвести основные наблюдаемые спектральные и морфологические особенности источника, связанного с PSR J0437-4715.

## 4.1 Допустимые параметры и согласованность модели

Рассмотрим сначала общую картину модели источника. Как подчеркнуто в Главе 3, развитая модель корректно описывает перенос высокоэнергичных частиц, длины свободного пробега которых порядка или больше размеров области вблизи контактного разрыва со сложной картиной течений, соответствующей в модели области 2, в которой можно пренебречь адвекцией частиц. С учетом параметров рассматриваемого источника это условие выполняется для частиц, излучающих синхротронное излучение в ДУФ и рентгеновском диапазоне (см. оценки ниже). Целью моделирования является воспроизведение спектров частиц и их синхротронного излучения и как следствие — наблюдаемой морфологии источника в диапазоне от энергий, соответствующих излучению в ДУФ и выше.

Напомним, что важную роль в рассматриваемой задаче играет наличие в МЗС протонов КЛ и их ускорение на головной ударной волне, что может приводить к генерации сильных флуктуаций магнитного поля в широком диапазоне длин волн. Это обстоятельство позволяет записать длину свободного пробега для электронов и позитронов пульсарного ветра в областях 2 и 3 (вблизи КР и головной УВ) в форме (3.5): длина свободного пробега пропор-

циональна гирорадиусу частицы вплоть до  $\gamma = \gamma_1$ , являющегося свободным параметром модели.

Важными параметрами задачи являются характерные величины магнитных полей в различных областях моделируемого источника. Условимся обозначать их  $\langle B_i \rangle$ , где  $i = 1, 2, 3, 4$  – номера областей модели. Для оценки характерного магнитного поля в области 1 (пульсарной туманности) можно воспользоваться формулами (1.3)-(1.6). Зависимость оцененного по этим формулам магнитного поля за фронтом УВ торможения в системе покоя плазмы от параметра магнетизации  $\sigma$  (см. главу 1) представлена на Рис. 4.1

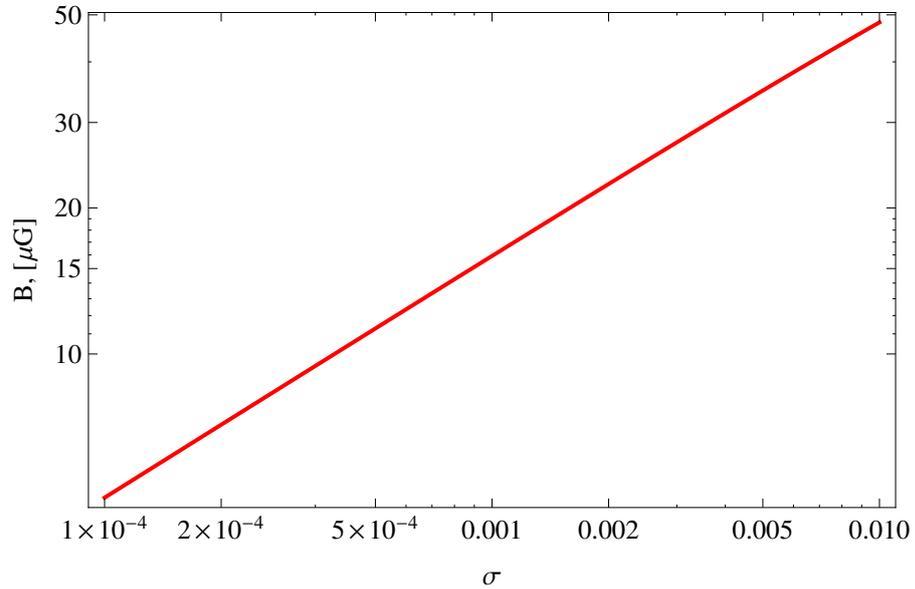


Рисунок 4.1: Оценка магнитного поля в туманности PSR J0437-4715 в зависимости от параметра  $\sigma$ . Величина магнитного поля указана в единицах мкГс.

Опираясь на совокупность значений параметров задачи и сопоставление результатов моделирования с наблюдениями, а также учитывая довольно низкий темп потерь вращательной энергии пульсара, среднее значение магнитного поля в пульсарной туманности  $\langle B_1 \rangle$  оценено как 20 – 30 мкГс, что соответствует малым значениям  $\sigma \lesssim 10^{-3}$ . Здесь нужно напомнить, что, во-первых, магнитное поле туманности предполагается хаотически ориентированным — существенный вклад в магнитное поле должна вносить турбулентная составляющая поля, возникающая, в частности, при ускорении электронов и позитронов ПВ вблизи ударной волны торможения. Предполагается, что регулярная и турбулентная составляющая магнитного поля сопоставимы

по амплитуде. Во-вторых, в модели в каждой из пространственных областей задаются средние значения величины поля – реальное распределение полей может быть достаточно сложным, и, в частности, магнитное поле вблизи УВ торможения может быть значительно бóльшим.

Простейшая оценка на максимально возможное магнитное поле за фронтом УВ может быть получена из соображения, что источником энергии для формирования магнитного поля флуктуаций служит натекающий на пульсар со скоростью  $u$  поток (в случае PSR J0437-4715 – в системе покоя пульсара). Поскольку плотность энергии создаваемого поля не может быть больше плотности энергии натекающего потока, то

$$B_{bow} \leq \sqrt{4\pi\rho u^2} \approx 46 \frac{v_{\perp,7}\sqrt{n}}{\sin \Theta} \text{ мкГс} \quad (4.1)$$

где  $v_{\perp,7}$  – наблюдаемая собственная скорость пульсара в единицах сотен км с<sup>-1</sup>,  $n$  – концентрация частиц в МЗС.

Ввиду затухания неоднородностей магнитного поля во время их переноса к контактному разрыву и сложного характера течений вблизи него, характерное значение магнитного поля в области вблизи КР может иметь меньшее значение, чем в пульсарной туманности и вблизи головной УВ. Поскольку в ДУФ головная УВ отделена от области вблизи пульсара (к сожалению, слишком сильно зашумленной в наблюдательных данных, чтобы с уверенностью говорить о наличии там каких-либо структур) участком с более низкой интенсивностью излучения, а в рентгеновском диапазоне пульсарная туманность также отделена от области, занимаемой в ДУФ головной УВ, некоторым зазором – то, с учетом предлагаемой синхротронной интерпретации излучения источника, в области 2 значение поля предполагается меньшим, чем в областях 1 и 3. Во всех расчетах, обсуждающихся ниже, эта величина составляла 8 мкГс. Низкое поле в области 2 обуславливает высокую длину свободного пробега частиц, излучающих в ДУФ на головной УВ – что позволяет удовлетворить условиям применимости используемой модели.

Геометрические параметры, определяющие размеры областей 1-3, подбираются из соображений воспроизведения наблюдаемой морфологии источника. Наблюдаемый апекс головной УВ PSR J0437-4715 составляет порядка 10'', а толщина этой структуры – около 2'', поэтому использовалось  $a_{out} \approx 0.8$  (в

единицах апекса  $a \sim 2.5 \times 10^{16}$  см). Параметры  $a_{in}$  и  $r_{ts}$  варьировались вместе со значениями магнитных полей и параметрами инжектируемого распределения с целью воспроизвести наблюдаемые спектральные и морфологические свойства, при этом значение  $a_{in}$  в различных проводившихся в ходе исследования расчетах принимало значения 0.15–0.4,  $r_{ts}$  лежало в диапазоне 0.1 – 0.2.

Наиболее высокоэнергичные частицы, излучающие рентгеновское излучение, имеют во всех областях модели источника достаточно большие длины свободного пробега, и в большинстве случаев покидают источник практически по баллистическим (прямым) траекториям, не претерпевая рассеяний. Исключение составляют частицы, летящие в направлении «хвоста» туманности, где имеет место протяженный слой относительно сильного поля с малой длиной свободного пробега. В этом можно убедиться, оценив лоренц-фактор частицы, излучающей на частоте  $\nu$ , обратив формулу для характерной частоты синхротронного излучения  $\nu_m = 0.29\nu_c$ , где критическая частота  $\nu_c$  определяется формулой (3.18), и подставив результат вместе с характерными значениями полей в формулы для длин свободного пробега (3.3)-(3.5)<sup>1</sup>. Частицы энергий, соответствующих излучению в ультрафиолетовом диапазоне и ниже имеют меньшие длины свободного пробега и могут удерживаться в системе, многократно рассеиваясь в области сходящихся потоков и вовлекаясь тем самым в ускорение по механизму Ферми. Оценив характерный лоренц-фактор электрона, излучающего в максимальном используемом в расчетах поле  $B_{bow} = 40$  мкГс на энергии 6.2 эВ (минимум полосы ДУФ) и подставляя полученное значение  $\gamma \approx 5.5 \times 10^6$  в формулу для длины свободного пробега в области 2 (3.5), получим при используемом  $\gamma_1 = 2 \times 10^6$  и длине апекса  $a = 2.6 \times 10^{16}$  см величину  $\lambda \approx 0.25$  — около половины характерной ширины области 2. Частицы более низких энергий участвуют в ускорении и формировании контраста между ультрафиолетовой и рентгеновской областями спектра. Для детального моделирования формы спектра ниже ДУФ диапазона (и соответствующих диапазонов в спектре частиц) необходимо по-

<sup>1</sup>Строго говоря, делая оценки на пробеги частиц, излучающих на данной частоте, надо помнить про наличие существенного эффекта Доплера в пульсарной туманности и делать соответствующие поправки для частоты и длины свободного пробега – см. формулы (3.11)-(3.12).

строение более рафинированной модели — в частности, необходимо детальное РМГД моделирование распределения течений и магнитных полей в системе. Наконец, наименее энергичные частицы, по-видимому, должны сноситься течениями плазмы к хвосту туманности, не вовлекаясь в ускорение на сходящихся потоках. Это согласуется с необходимостью задания минимального лоренц-фактора инжектируемых частиц  $\gamma_{min}$ , задаваемого на уровне порядка  $10^5$ , что находится в диапазоне предсказываемых значений лоренц-фактора частиц холодного пульсарного ветра [36, 12].

Спектр инжектируемых в туманность частиц выбирается в форме участка степенного спектра  $f_0(E) \propto E^{-s}$  в диапазоне  $\gamma_{min} \leq E/mc^2 \leq \gamma_{max} < \gamma_\Phi \approx 3 \times 10^8$  с показателем  $s = 2.3$ , соответствующим современным моделям ускорения частиц на релятивистских УВ (см., например, [115, 116, 117, 118, 119]) и наблюдаемым в ряде туманностей фотонным индексам (см. [82] и приведенные там ссылки).

Параметры разбиения фазового пространства системы на ячейки подбирались из соображений приемлемого разрешения синхротронных изображений источника и спектрального разрешения, и, с другой стороны — удовлетворительной статистики за разумное время вычислений. В представленных ниже расчетах  $N_x = 300$ ,  $N_\rho = 65$ ,  $N_\alpha = 45$ ,  $N_E = 400$ ,  $N_\mu = N_\phi = 15$ ;  $\gamma_{min}^{det} = 10^4$ ,  $\gamma_{max}^{det} = 10^9$  при  $\gamma_{max} \leq 10^8$  и  $\gamma_{max}^{det} = 2 \times 10^9$  в остальных случаях. Исходя из наблюдаемого направления собственного движения пульсара, было вычислено значение  $\Psi = 210.5^\circ$ , значение  $\Phi$ , не влияющее на наблюдаемую морфологию ввиду осевой симметрии модели источника, во всех расчетах выбиралось равным  $90^\circ$ .

## 4.2 Результаты моделирования спектров и синхротронных изображений

Перейдем к результатам моделирования и их обсуждению. На Рис. 4.2 представлены локальные спектры частиц, полученные в результате расчетов № 1-3 с геометрическими параметрами, сведенными в таблице 4.1, и параметрами рассеяния, скоростей потоков и начального распределения, пред-

ставленными в таблице 4.2. Продемонстрированы спектры, полученные в ходе моделирования для пространственных ячеек, обозначенных на схеме модели (Рис. 3.1) A2 (сплошные кривые) и C2 (пунктирные кривые) – т.е. для участков внутри пульсарной туманности и области вблизи головной УВ. Используемые в расчетах № 1-3 наборы параметров отличаются значениями скорости пульсарного ветра сразу за ударной волной торможения  $u_0$ : на Рис. 4.2 красные кривые изображают результаты для  $u_0 = 0.2c$ , зеленые – для  $u_0 = 0.4c$ , синие – для  $u_0 = 0.6c$ .

Таблица 4.1: Геометрические параметры модели

№ расчета	$a$ , см	$r_{ts}$	$a_{in}$	$a_{out}$	$a_{sys}$	$x_{feb}$
1-9	$2.6 \times 10^{16}$	0.1	0.16	0.76	1	1
10	$2.6 \times 10^{16}$	0.1	0.16	0.75	1	1

Таблица 4.2: Величины магнитных полей (в единицах мкГс) и скорости потоков плазмы, параметры начального распределения частиц, параметр рассеяния  $\gamma_1$  и угол ориентации системы

№ расчета	$\langle B_1 \rangle$	$\langle B_2 \rangle$	$\langle B_3 \rangle$	$\langle B_4 \rangle$	$\gamma_{min}$	$\gamma_{max}$	$\gamma_1$	$u_0/c$	$\Theta$
1-3	20	8	30	3	$4 \times 10^5$	$1.0 \times 10^8$	$2 \times 10^6$	0.2; 0.4; 0.6	$120^\circ$
4-6	20	8	30	3	$4 \times 10^5$	$1.5 \times 10^8$	$2 \times 10^6$	0.2; 0.4; 0.6	$120^\circ$
7-9	20	8	30	3	$4 \times 10^5$	$2.0 \times 10^8$	$2 \times 10^6$	0.2; 0.4; 0.6	$120^\circ$
10	20	8	40	3	$4 \times 10^5$	$8.0 \times 10^7$	$2 \times 10^6$	0.4	$120^\circ$

Из рисунка 4.2 видно, что как в пульсарной туманности, так и вблизи головной ударной волны при всех значениях  $u_0$  формируются жесткая компонента спектра  $f(E) \propto E^{-s}$ ,  $s < 2$  в области  $E < E_{max}(u_0)$ : в выбранных осях это соответствует возрастанию значения функции с ростом  $E$ . Этот результат связан с ускорением частиц на сходящихся потоках. При этом видно, что, в соответствии со сказанным во Введении, максимальная энергия, достигаемая жесткой компонентой с  $s < 2$ , возрастает с ростом  $u_0$ . Для PSR J0437-4715 с  $u_{sh} \sim 100$  км с $^{-1}$  и  $R_{cd} \approx 2 \times 10^6$  упрощенная оценка (1.15) дает значение  $\gamma_{m1} \approx 3 \times 10^6$ . Из Рис. 4.2 видно, что жесткая компонента спек-

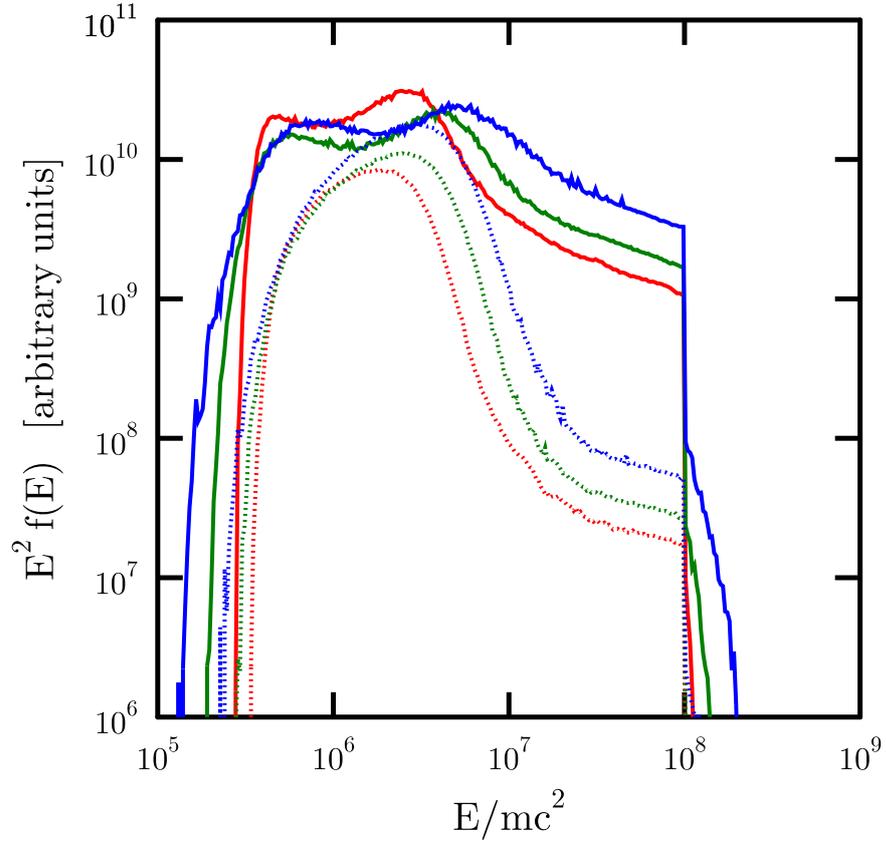


Рисунок 4.2: Локальные спектры частиц в различных областях системы: функция распределения частиц по энергии  $f(E)$ , домноженная на  $E^2$ . Приведены результаты расчетов № 1-3 для ячеек A1 (в головной части пульсарной туманности, изображены сплошными кривыми) и C1 (на аперксе головной ударной волны, изображены пунктирными кривыми) — см. схему на Рис. 3.1. Красные кривые соответствуют скорости пульсарного ветра сразу за ударной волной торможения  $u_0 = 0.2c$ , зеленые —  $u_0 = 0.4c$ , синие —  $u_0 = 0.6c$  (расчеты 1, 2 и 3, соответственно — см. остальные параметры в Таблицах 4.1, 4.2). Спектр инжектированных частиц имел вид участка степенного распределения по энергии  $f(E) \propto E^{-2.3}$  в интервале лоренц-факторов  $4 \times 10^5 \leq \gamma \leq 10^8$  (см. текст).

тра в результатах моделирования действительно протягивается до нескольких единиц  $10^6$ . Завал спектра на низких энергиях в области 3 обусловлен модуляцией спектра частиц потоком вещества через головную УВ.

Результаты моделирования функции распределения частиц во всем объеме источника позволяют смоделировать наблюдаемые распределения интенсивности синхротронного излучения. Синхротронные изображения источника для расчетов 1-3, 4-6, 7-9 представлены на Рис. 4.3, 4.4, 4.5. Изображения демонстрируют распределение интенсивности синхротронного излучения, проинтегрированной по спектральному диапазону – (6.2 – 9.9) эВ для изображений в ДУФ и (0.5 – 7) кэВ для изображений в рентгеновском диапазоне. Интенсивность дана в единицах (фотон  $\text{см}^{-1} \text{с}^{-1} \text{ср}^{-1}$ ). Для того, чтобы привести результат к единицам измерения системы СГС, результаты вычисления были отнормированы на наблюдаемый поток от области вблизи апекса головной УВ [109].

Сравнение модельных изображений с наблюдаемыми изображениями рассматриваемого источника, приведенными на Рис. 1 в работе [109], демонстрирует, что модель качественно воспроизводит его наблюдаемую многоволновую структуру. В ультрафиолетовых изображениях доминирует яркая дугообразная структура, ассоциируемая с головной ударной волной, удаленная от пульсара на расстояние порядка  $10''$  и имеющая форму, близкую к наблюдаемой. В рентгеновских изображениях головная ударная волна отсутствует, однако наблюдается небольшая структура, обусловленная излучением пульсарной туманности.

Пики яркости в рентгеновских изображениях связаны с эффектом Доплера: в случае, когда скорость потока плазмы направлена прямо на наблюдателя, значение фактора  $D$ , определяемое формулой (3.20), максимально – составляет  $D_{max} = \sqrt{(1 + \beta) / (1 - \beta)}$ , и дает ощутимый прирост интенсивности. При этом из-за описанной зависимости  $E_{max}(u_0)$  с ростом  $u_0$  контраст между потоками от головной УВ в ДУФ и от слабо возмущенной эффектом Доплера части ПТ в рентгеновском диапазоне возрастает.

Для количественного сопоставления результатов моделирования с наблюдениями были вычислены потоки синхротронного излучения от видимых в изображениях на Рис. 4.3, 4.4, 4.5 ярких структур, связанных с пульсарной туманностью и головной ударной волной. Результаты вычисления потоков

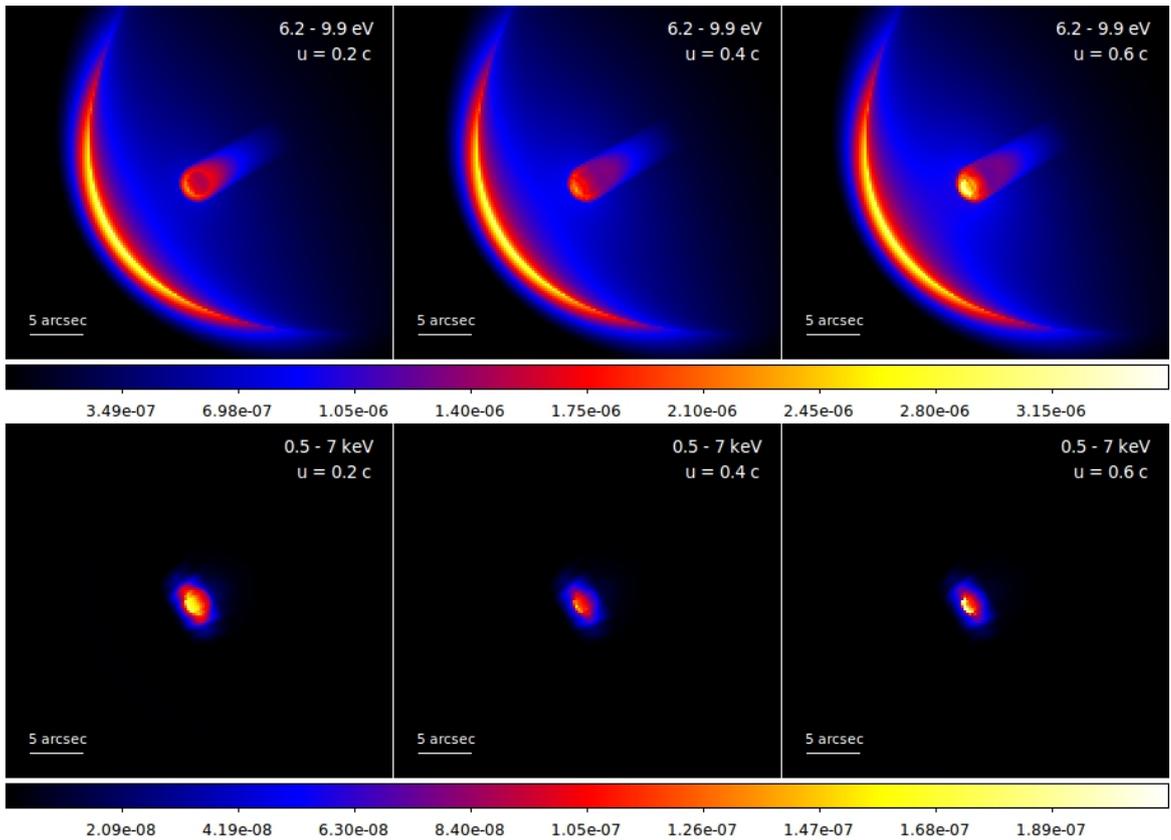


Рисунок 4.3: Синхротронные изображения модели источника, связанного с PSR J0437-4715. Представлены изображения, полученные на основе расчетов № 1-3 (см. Табл. 4.1, 4.2), т.е. при  $\gamma_{max} = 10^8$ . Верхний ряд — изображения в ДУФ (1250 — 2000 Å), нижний — то же для рентгеновского диапазона (0.5 - 7 кэВ). Левая колонка — расчеты для  $u_0 = 0.2c$ , средняя — для  $u_0 = 0.4c$ , правая — для  $u_0 = 0.6c$ . Проинтегрированная по выбранным частотным диапазонам интенсивность дана в единицах (фотон  $\text{см}^{-1} \text{с}^{-1} \text{ср}^{-1}$ ). Для каждого из рядов использована единая цветовая шкала.

представлены на Рис. 4.6 — изображены зависимости  $\nu F_\nu$  — величины<sup>2</sup>, имеющей размерность (эрг  $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$ ) — от энергии фотона. Из Рис. 4.6 легко видеть, что на энергиях дальнего ультрафиолетового диапазона поток от головной ударной волны (изображенный пунктирными кривыми разных цветов для различных значений  $u_0$ ) превышает поток от структуры, связанной с пульсарной туманностью, в то время, как к мягкому рентгеновскому диа-

<sup>2</sup>Величина  $F_\nu$  задается интегралом по телесному углу, под которым видна структура,  $F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega$ , где  $I_\nu$  — интенсивность излучения.

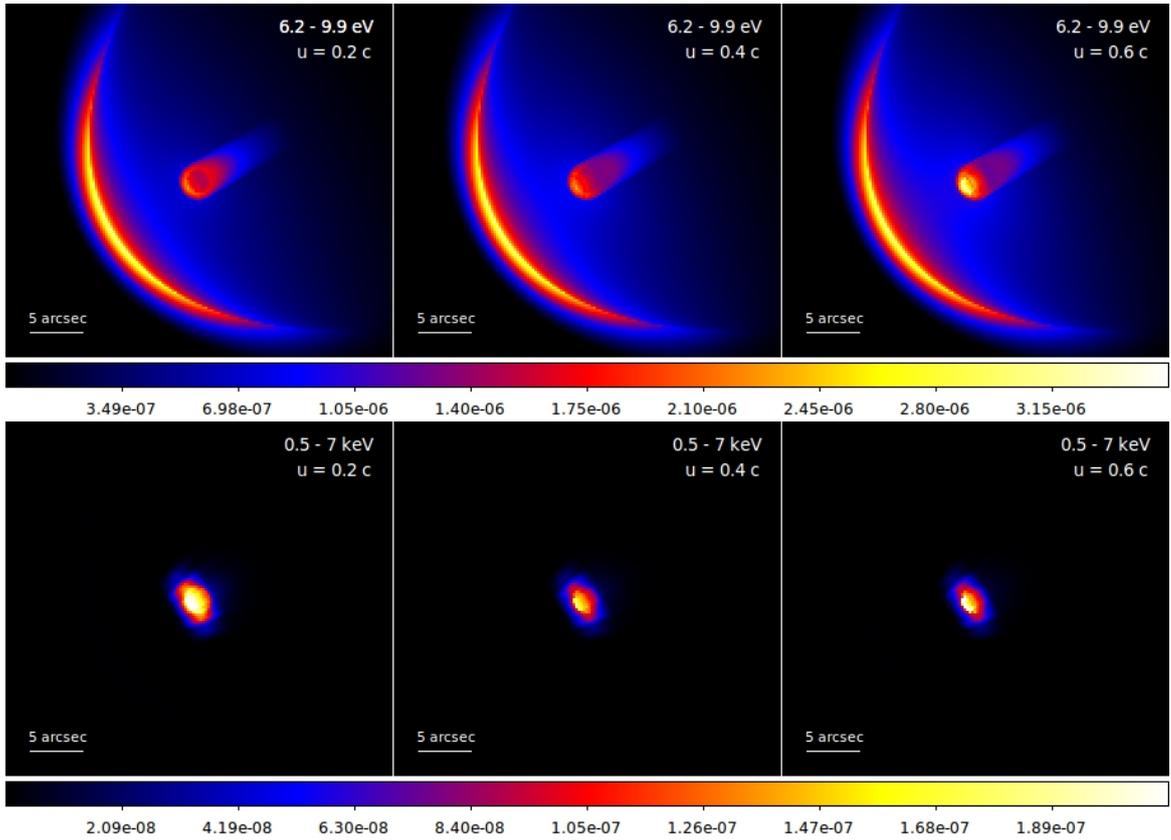


Рисунок 4.4: То же, что на Рис. 4.3, но для расчетов № 4-6, т.е.  $\gamma_{max} = 1.5 \times 10^8$  пазону картина меняется: поток от области вблизи головной ударной волны становится очень мал по сравнению с потоком от туманности.

Вычислив светимости составляющих источника в интересующих нас диапазонах — светимость пульсарной туманности в рентгеновском диапазоне, а также головной ударной волны в ДУФ и в полосе  $6550 - 6582 \text{ \AA}$  вблизи линии  $H\alpha$  — можно сравнить их отношения с полученными Рангеловым и др. [109] из наблюдений. Напомним, последние составляли  $L_{FUV}^{obs}/L_X^{obs} \sim 1.7$  и  $L_{FUV}^{obs}/L_{H\alpha}^{obs} \sim 10$ , где  $L_{H\alpha}^{obs}$ ,  $L_{FUV}^{obs}$  — наблюдаемые светимости головной ударной волны в линии  $H\alpha$  и ДУФ,  $L_X^{obs}$  — светимость пульсарной туманности в рентгеновском диапазоне. Обратимся к Таблице 4.3 Видно, что почти для всех расчетов 1-9 отношение  $L_{FUV}/L_X$  по порядку величины довольно близко к наблюдаемому, отличаясь от него не более чем в 2 — 3 раза. Отношение  $L_{FUV}/L_{H\alpha}$  завышено примерно на порядок.

Большое модельное значение  $L_{FUV}/L_{H\alpha}$  не является проблемой. Напомним, что модель ориентирована на воспроизведение спектров и морфологии туманности при энергиях, соответствующих ультрафиолетовому диапазону и

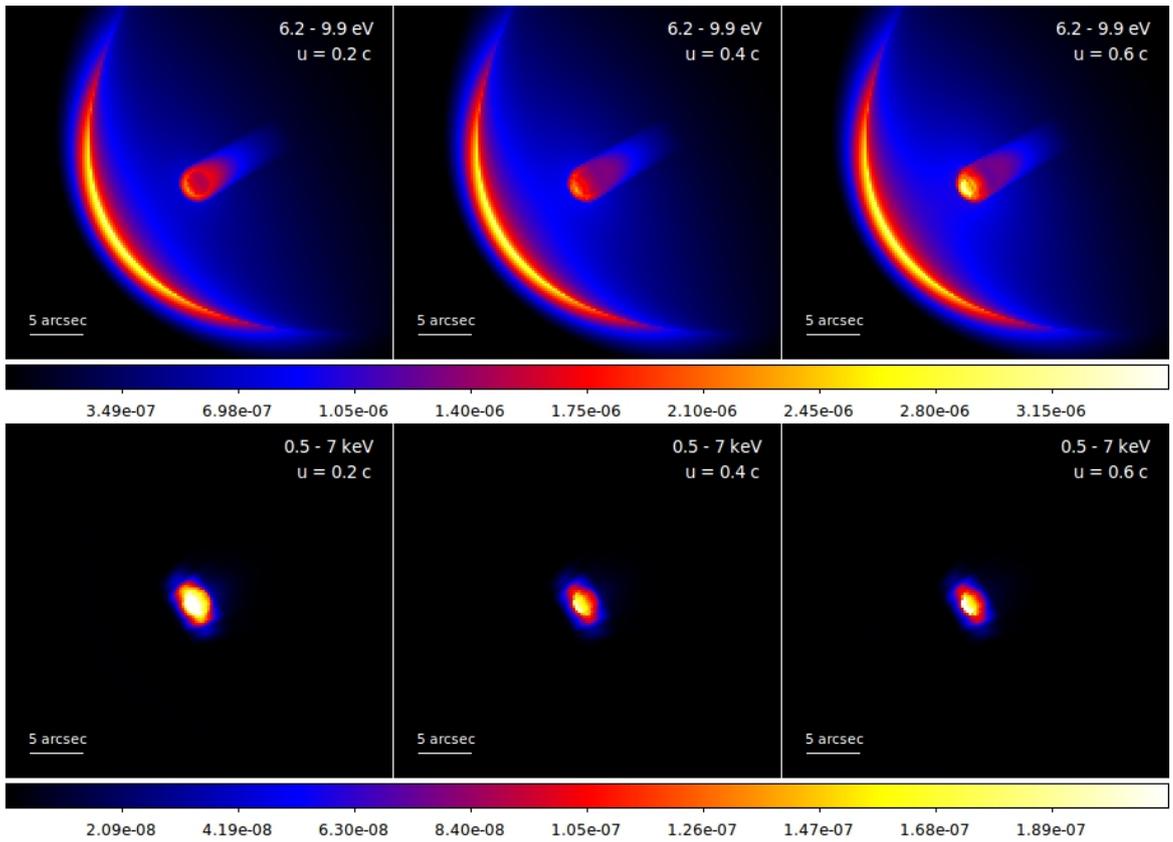


Рисунок 4.5: То же, что на Рис. 4.3, но для расчетов № 7-9, т.е.  $\gamma_{max} = 2 \times 10^8$  выше. Точность модельных предсказаний для формы спектров на энергиях ниже ультрафиолетового диапазона, не ясна: для ответа на этот вопрос требуется детальное РМГД моделирование источника и изучение конвективного переноса низкоэнергичных частиц течениями вблизи контактного разрыва. Тем не менее, полученный с помощью построенной модели результат не противоречит наблюдениям: вполне вероятно, что большая часть светимости головной УВ в линии  $H\alpha$  обусловлена излучением в этой линии нагретого при прохождении УВ межзвездного вещества.

Полученный в расчетах 2-3, 5-6 результат  $L_{FUV}/L_X \sim 0.9 - 1.3$  можно считать вполне приемлемым с точки зрения воспроизведения наблюдательных данных, учитывая их точность, а также ряд упрощений, лежащих в основе модели.

Помимо наблюдаемого отношения светимостей, в работе [109] приведено полученное с большой погрешностью значение фотонного индекса для излучения пульсарной туманности в рентгеновском диапазоне,  $\Gamma = 1.8 \pm 0.4$ . На Рис. 4.6 приведены фотонные индексы, соответствующих модельным рент-

Таблица 4.3: Отношения смоделированных светимостей головной ударной волны и пульсарной туманности.

№ расчета	$\gamma_{max}$	$u_0/c$	$L_{FUV}/L_{H\alpha}$	$L_{FUV}/L_X$
1	$1 \times 10^8$	0.2	92	0.91
2	$1 \times 10^8$	0.4	139	1.3
3	$1 \times 10^8$	0.6	172	1.3
4	$1.5 \times 10^8$	0.2	92	0.61
5	$1.5 \times 10^8$	0.4	139	0.89
6	$1.5 \times 10^8$	0.6	172	0.87
7	$2 \times 10^8$	0.2	92	0.51
8	$2 \times 10^8$	0.4	139	0.74
9	$2 \times 10^8$	0.6	172	0.74
10	$8 \times 10^7$	0.4	163	2.5

геновским спектрам пульсарной туманности. Фотонные индексы, соответствующие расчетам № 1-3 ( $\gamma_{max} = 1 \times 10^8$ ) лежат в диапазоне указанной погрешности вплоть до энергии фотона  $E_{ph} \approx 1.5$  кэВ, для расчетов № 4-6 ( $\gamma_{max} = 1.5 \times 10^8$ ) - вплоть до 3 кэВ, для расчетов № 7-9 ( $\gamma_{max} = 2 \times 10^8$ ) — вплоть до 6 кэВ. Эти результаты можно считать соответствующими качеству наблюдательных данных. Чувствительность детектора *ACIS* обсерватории *Chandra* заметно спадает с ростом энергии, при этом поток фотонов, как следует из полученных [109] фотонных индексов, также убывает к высокоэнергичной части диапазона. Результаты [109] получены исходя из довольно бедной статистики — после вычитания фонового сигнала пришлось довольствоваться  $44 \pm 7$  отсчетами.

Модельный результат для отношений светимостей может быть приближен к наблюдаемому за счет увеличения магнитного поля в области 3 — за фронтом головной ударной волны до  $\lesssim 40$  мкГс. Как следует из оценки (4.1), при довольно маленькой скорости пульсара  $\sim 100$  км с<sup>-1</sup> это требует перевода большей части плотности энергии натекающего потока плазмы в

магнитное поле при концентрации межзвездной среды не менее  $n \sim 1$  — по этой причине этот сценарий можно рассматривать лишь как один из альтернативных. За счет повышения амплитуды поля возрастают максимальный достижимый импульс частиц и интенсивность синхротронного излучения головной УВ. Параметры расчета № 10, включая указанное значение поля в области 3, приведены в таблицах 4.1 и 4.2. На Рис 4.7 и 4.8, по аналогии с обсуждавшимися выше расчетами, приведены синхротронные изображения моделируемого источника в ДУФ (6.2 — 9.9 эВ) и рентгеновском диапазоне (0.5 — 7 кэВ), вычисленные потоки синхротронного излучения от пульсарной туманности и головной УВ и фотонные индексы пульсарной туманности. Также воспроизводятся основные детали морфологии источника — наличие яркой дугообразной структуры, связанной с головной УВ, в ДУФ диапазоне, в котором она доминирует, и отсутствие сколь-либо заметного проявления головной УВ в рентгеновском изображении. Это обстоятельство вновь подкрепляется результатами для потоков, продемонстрированных на Рис. 4.7. Вычисленные отношения светимостей компонент источника приведены в таблице 4.3 — видно, что в этом случае отношение светимости головной УВ в дальнем УФ к рентгеновской светимости пульсарной туманности даже превышает наблюдаемое значение. Отношения светимостей головной УВ в ДУФ и в линии  $H\alpha$  вновь завышено, что, как уже обсуждалось, не противоречит наблюдениям.

Как уже подчеркивалось, затруднения с точным воспроизведением наблюдаемых отношений светимостей компонент источника связаны, с одной стороны с ограничениями модели. Задание единственного усредненного значения магнитного поля в каждой из областей, составляющих модельный источник, к примеру, существенно ограничивает гибкость моделирования. Очевидным шагом в сторону улучшения результатов в будущем должно стать РМГД моделирование пульсарной туманности с головной ударной волной, которое позволит воспроизводить нетривиальные картины течений и силовых линий магнитных полей и, в сочетании с подобным представленному кинетическим моделированием переноса частиц, даст возможность детально воспроизводить довольно тонкие структуры и спектральные детали в пульсарных туманностях и подобных энергичных объектах. Однако на текущем этапе детальность и точность построенной модели вполне соотносится с ка-

чеством имеющихся наблюдательных данных по рассматриваемому в этой главе источнику [109]. О рентгеновских наблюдениях уже было сказано выше при обсуждении фотонных индексов. Результаты наблюдений в ДУФ, к сожалению, страдают из-за сильной зашумленности из-за наличия сильного ультрафиолетового геокоронального фона.

Рангелов и др. [109] подчеркивают, что наблюдаемая ими форма туманности – протяженная структура диффузного излучения, наблюдаемая перед пульсаром — отличается от типичной пулеобразной формы с хвостом (см. [25]). Авторы предполагают, что зарегистрированное излучение отображает лишь наиболее яркий участок головной части рентгеновской пульсарной туманности, возможно, обусловленный повышенной индукцией магнитного поля из-за сжатия натекающим потоком; наблюдения источника с высоким угловым разрешением и длинной экспозицией могут привести к детектированию других деталей этого источника.

Упрощения изложенной модели, как уже подчеркивалось, не позволяют исследовать влияние областей с усиленным натекающим потоком полем на наблюдаемую морфологию туманности в рентгеновском диапазоне. С другой стороны, стоит отметить, что в анализе Рангелова фактически исключена область радиусом порядка  $2''$  вблизи пульсара. В рассматриваемой модели этой области соответствует большая интенсивность излучения, усиленного эффектом Доплера. С учетом заложенного в модели распределения потоков вещества эта особенность неизбежно будет присутствовать во всех расчетах. По этой причине, вероятно, попытка сопоставить вычисляемое отношение светимостей с наблюдаемым несколько завышает требования к модели, т.к. в анализе наблюдательных данных может быть упущен существенный поток от области вблизи пульсара.

### 4.3 Выводы

В данной главе построена модель туманности пульсара PSR J0437-4715 в дальнем ультрафиолетовом ( $1250 - 2000 \text{ \AA}$ ) и рентгеновском ( $0.5 - 7 \text{ кэВ}$ ) диапазонах.

1. Модель воспроизводит особенности морфологии исследуемого источника: в дальнем ультрафиолетовом диапазоне на полученных картах интенсивности синхротронного излучения доминирует яркая структура, ассоциируемая с головной ударной волной, тогда как в рентгеновском диапазоне она отсутствует и наблюдается лишь небольшая протяженная структура, связанная с пульсарной туманностью.
2. Модель позволяет с разумной точностью воспроизвести наблюдаемые контрасты описанных структур: полученные отношения светимости головной ударной волны в дальнем ультрафиолете к светимости пульсарной туманности в рентгеновском диапазоне по порядку величины близки к наблюдаемому значению  $\sim 1.7$  (в расчетах с различными параметрами были получены значения как  $\sim 0.9 - 1.3$ , так и  $\sim 2.5$ ). Более того, модель позволяет одновременно воспроизвести наблюдаемый в мягком рентгеновском диапазоне фотонный индекс  $\Gamma = 1.8 \pm 0.4$  для энергий вплоть до 1.5 кэВ и выше. Уровень детальности согласования результатов моделирования и наблюдений адекватен качеству имеющихся наблюдательных данных и приближениям, лежащим в основе модели.
3. Несмотря на то, что моделирование ориентировано на воспроизведение наблюдаемых спектров от ультрафиолетового диапазона и выше, полученные спектры не противоречат наблюдаемому потоку в линии  $H\alpha$ : отношение светимости головной ударной волны в дальнем ультрафиолетовом диапазоне к светимости в полосе 6550 – 6582 Å примерно на порядок больше наблюдаемого. Это согласуется с предположением, что наблюдаемый поток в линии  $H\alpha$ , в основном обусловлен излучением нагретого на ударной волне межзвездного газа.

Таким образом, можно заключить, что наблюдаемая в дальнем ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах морфология туманности пульсара PSR J0437-4715 действительно может определяться синхротронным излучением частиц релятивистского пульсарного ветра, распространяющихся сквозь туманность.

Результаты, описанные в главе, отражены в следующих публикациях:

1. Bykov A. M., Amato E., Petrov A. E., Krassilchtchikov A. M., Levenfish, K. P.. Pulsar Wind Nebulae with Bow Shocks: Non-thermal Radiation and Cosmic Ray Leptons // Space Sci. Rev. 2017. Vol. 207, Issue 1-4, pp. 235-290;
2. A. E. Petrov, A. M. Bykov, S. M. Osipov. Modeling of relativistic pulsar wind interaction with the interstellar medium // Journal of Physics: Conference Series 2017. Vol. 929, Issue 1, article id. 012015.

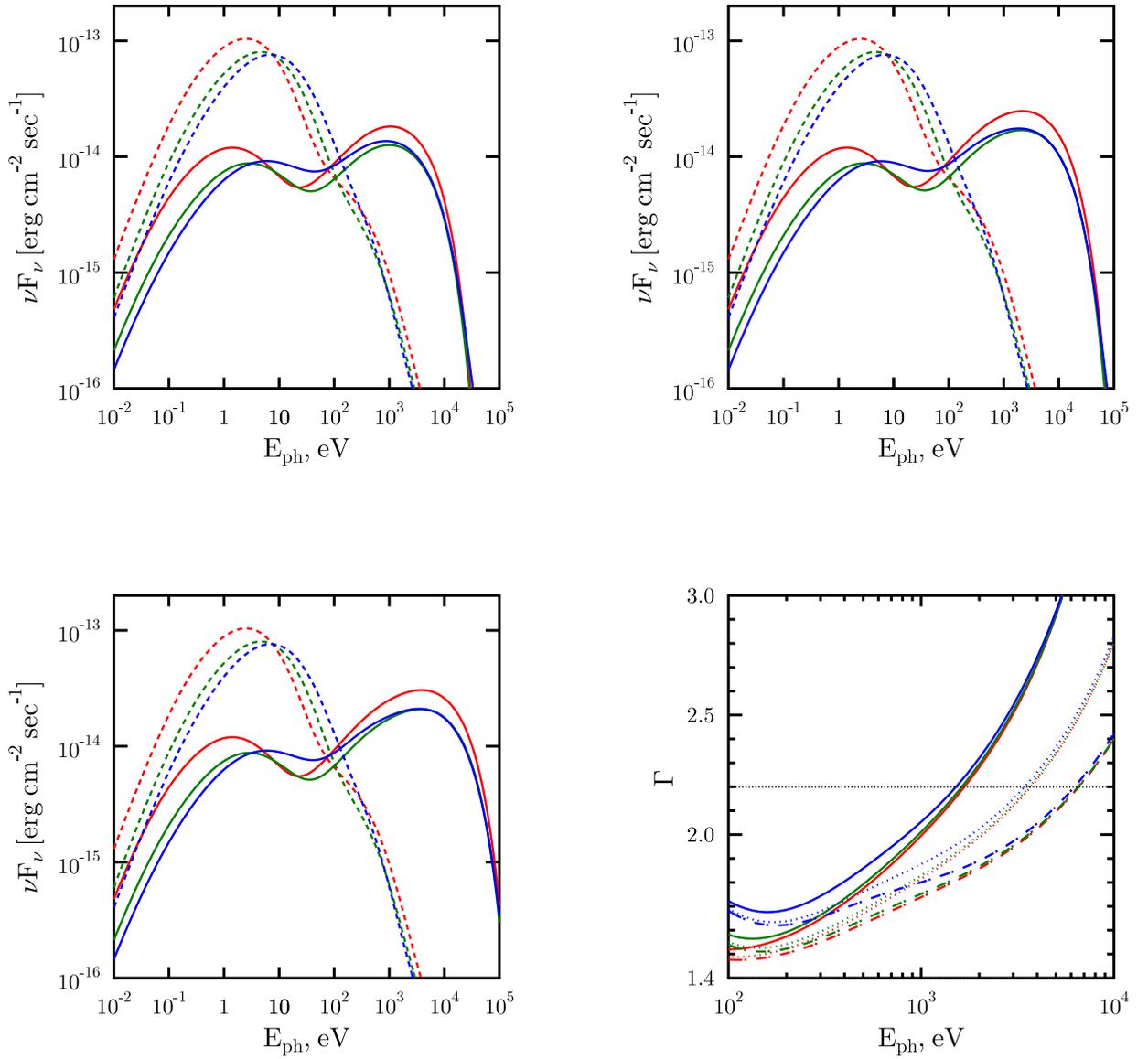


Рисунок 4.6: Верхний ряд и слева внизу: результаты моделирования потоков синхротронного излучения от головной ударной волны (штриховые линии) и пульсарной туманности (сплошные линии) PSR J0437-4715 в единицах (эрг см<sup>-2</sup> сек<sup>-1</sup>). Потоки вычислены от всей видимой в синхротронных изображениях площади ярких структур. Красный цвет соответствует  $u_0 = 0.2c$ , зеленый —  $0.4c$ , синий —  $0.6c$ . Верхний ряд: слева — результаты расчетов № 1-3 ( $\gamma_{max} = 1 \times 10^8$ ), справа — № 4-6 ( $\gamma_{max} = 1.5 \times 10^8$ ). Нижний ряд, слева: расчеты № 7-9 ( $\gamma_{max} = 2 \times 10^8$ ). Нижний ряд, справа: результаты моделирования фотонных индексов излучения пульсарной туманности в рентгеновском диапазоне. Сплошными кривыми показаны результаты для расчетов № 1-3, пунктирными — для расчетов № 4-6, штрих-пунктирными — для расчетов № 7-9. Цвета соответствуют тем же значениям скоростей.

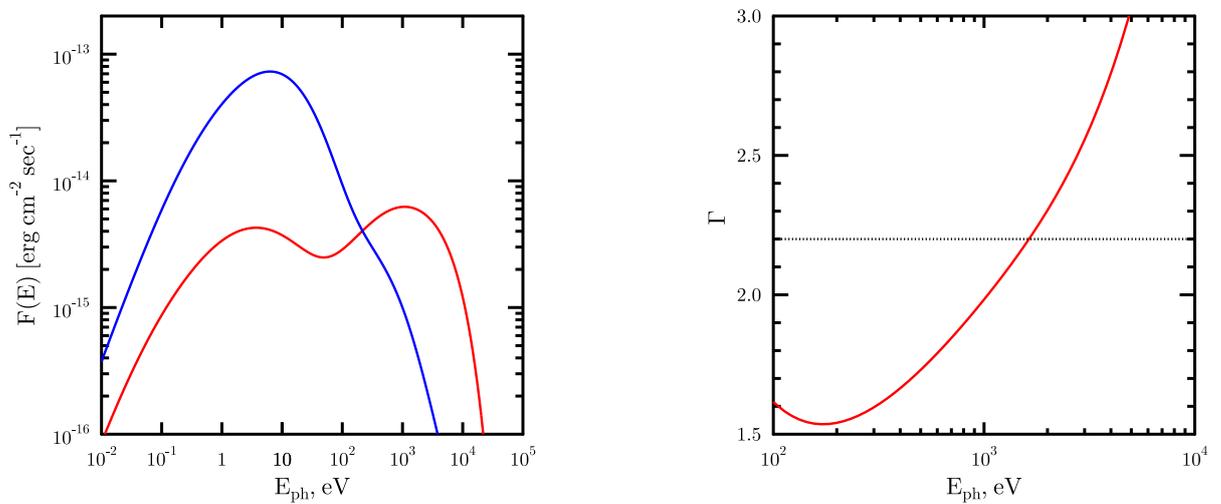


Рисунок 4.7: Слева: модельные потоки ( $\nu F_\nu$ ) синхротронного излучения от головной ударной волны (синяя кривая) и пульсарной туманности (красная кривая) для расчета № 10 (см. Табл. 4.1, 4.2) — при  $B_{\text{bow}} = 40$  мкГс. Справа: модельные фотонные индексы для полученного спектра рентгеновского излучения пульсарной туманности.

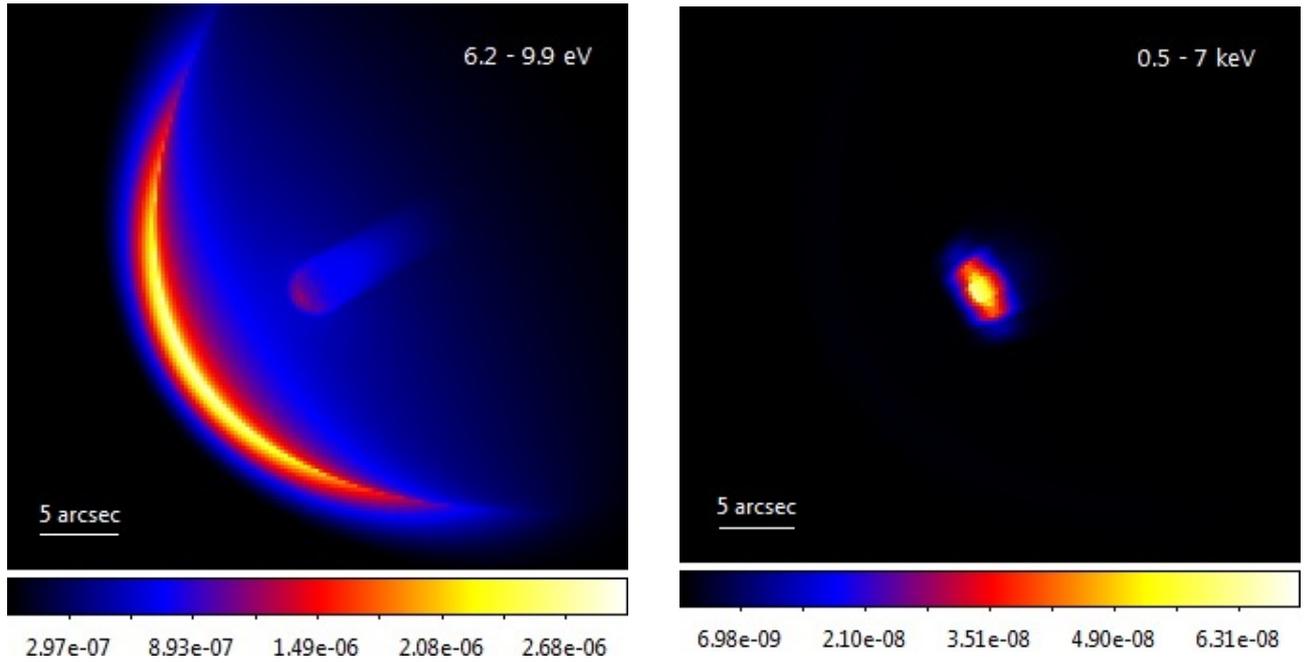


Рисунок 4.8: Синхротронные изображения модели источника, связанного с PSR J0437-4715. Представлены изображения, полученные на основе расчета № 10 (см. Табл. 4.1, 4.2) — при  $B_{bow} = 40$  мкГс. Слева — изображение в ДУФ ( $1250 - 2000 \text{ \AA}$ ), справа — в рентгеновском диапазоне ( $0.5 - 7$  кэВ). Проинтегрированная по выбранным частотным диапазонам интенсивность дана в единицах ( $\text{фотон см}^{-1} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}$ ).

## Глава 5

# Жесткое излучение пульсарной туманности в созвездии Парусов

Яркий пульсар PSR B0833-45, порождающий пульсарную туманность в созвездии Парусов (Vela), наблюдаемый в радио и гамма-диапазонах, имеет период вращения 89.3 мс, характеристический возраст около 11000 лет и темп потери энергии вращения  $\sim 7 \times 10^{36}$  эрг  $\text{с}^{-1}$ .

В 1998 году Марквардт и Огельман [120], проанализировав рентгеновские наблюдения *ROSAT HRI*, предположили, что вытянутая форма наблюдаемой рентгеновской туманности размером  $1 - 2'$  обусловлена формированием головной ударной волны.

Измерения параллакса PSR B0833-45 по результатам радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой [121] позволили вычислить расстояние до пульсара  $287_{-17}^{+19}$  пк. Результат, полученный в [121] для собственной скорости пульсара, составлял  $61 \pm 2$  км  $\text{с}^{-1}$ . Пульсар находится внутри остатка сверхновой, наблюдаемого в различных диапазонах спектра, как практически круговая оболочка радиусом около  $4^\circ$ . Остаток сверхновой, согласно результатам Боккино и др. [122], полученным из наблюдений *ROSAT*, заполнен плазмой с характерными концентрациями  $0.1 - 0.5 \text{ см}^{-3}$  и температурным диапазоном  $0.1 - 1$  кэВ, что соответствует скорости звука  $\sim (100 - 350)$  км  $\text{с}^{-1}$ , и скорость  $\sim 60$  км  $\text{с}^{-1}$ , вероятно, является в нем дозвуковой.

Однако, натекание на пульсар сверхзвукового потока также может быть причиной формирования головной ударной волны. Шевалье и Рейнольдс [65] отметили, что перед выходом эволюции остатка на стадию Седова существует переходная стадия, на которой возможно натекание слабо-сверхзвукового потока на пульсар. Авторы предположили, что обратная ударная волна остатка

уже прошла через область, где расположен пульсар, и в ней течение плазмы является слабо сверхзвуковым с числом Маха  $M_s \sim 1.3$  вблизи пульсара.

Наблюдаемая яркая радиоизлучающая область Vela X размером  $\sim 2^\circ \times 3^\circ$  расположена вблизи центра остатка к югу от пульсара, и, по-видимому, подпитывается энергией, теряемой пульсаром (см., например, [123, 124]). Авторами [124] была получена оценка на магнитное поле в этой области  $\sim 20$  мкГс. Вблизи пульсара также наблюдается сильно поляризованная радиоизлучающая структура протяженностью в несколько угловых минут с двумя подструктурами в форме полостей (lobes) к северу и югу от пульсара [125].

Рентгеновские наблюдения обсерватории *Chandra*, выполненные с высоким угловым разрешением, позволили получить изображения яркой рентгеновской туманности со сложной торообразной структурой и двумя джетами [44, 43, 127, 128]. Эта рентгеновская структура вместе с окружающей ее сильно поляризованной радиоструктурой радиусом в несколько угловых минут, вероятно, представляют собой результат относительно недавней активности пульсара на масштабах порядка нескольких десятков лет – с момента прохода через эту область обратной ударной волны [65]. Рентгеновское изображение туманности с наложенным на него контуром фронта головной ударной волны в области вблизи его предполагаемого положения, опубликованное в [82], представлено на Рис. 5.1. Полная светимость яркой рентгеновской туманности внутри области радиусом  $42''$  от пульсара в диапазоне 1–8 кэВ составляет  $\sim 6 \times 10^{32}$  эрг  $\text{с}^{-1}$  (предполагая расстояние до туманности равным 300 пк) [128], что составляет малую долю ( $\sim 10^{-4}$ ) темпа потерь энергии вращения пульсара. Наблюдаемые фотонные индексы существенно различаются для разных областей туманности, составляя  $1.3 \pm 0.1$  для внешнего джета, 1.1–1.2 для внутреннего джета и 1.2–1.5 внутри яркого тора [128].

Как уже обсуждалось выше, в пульсарной туманности с головной ударной волной возникает область сходящихся течений, позволяющая ускорять частицы пульсарного ветра, формируя жесткие спектры частиц  $f(E) \propto E^{-s}$ ,  $s < 2$ . Пульсарные ветры, по-видимому, являются сильно анизотропными [46, 47, 129, 94]. Численные РМГД модели позволяют детально моделировать структуру магнитных полей и течений туманности. Эти модели требуют задания функции распределения частиц в туманности; в модели при

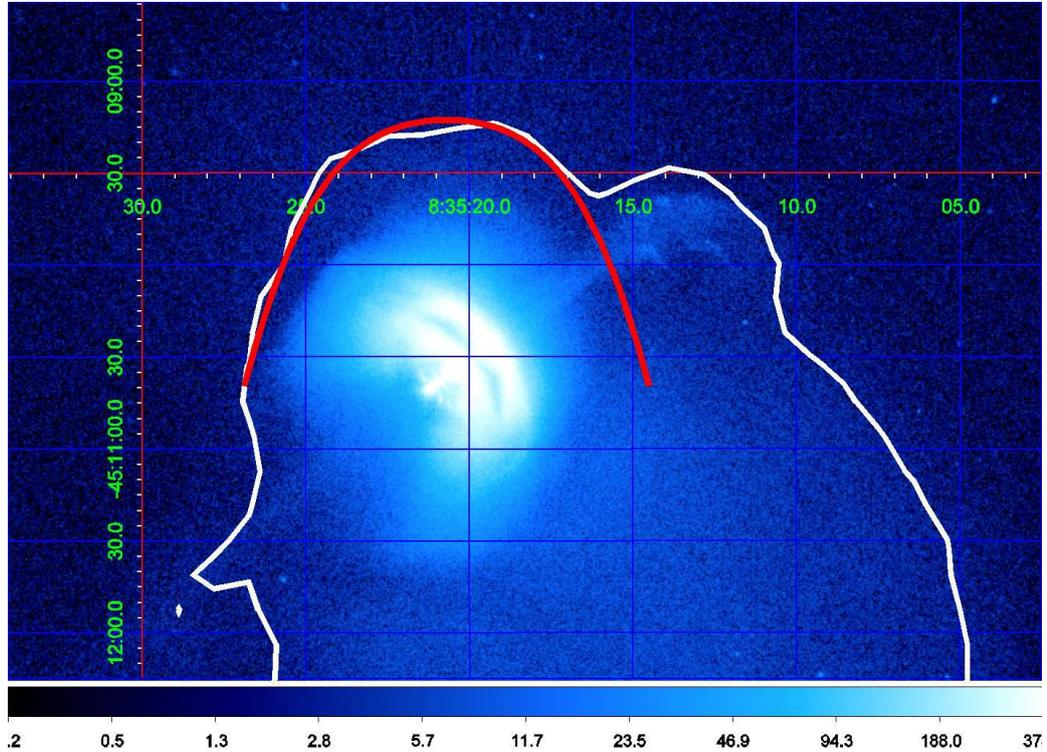


Рисунок 5.1: Рентгеновское изображение пульсарной туманности в созвездии Парусов диапазоне 0.5 – 7 кэВ. Изображение составлено из данных наблюдений в разные моменты времени суммарной длительностью  $\sim 250$  кс. Белый контур показывает границу области диффузного рентгеновского излучения в диапазоне 0.5 – 7 кэВ. Наложенная на рисунок красная кривая изображает форму головной ударной волны с числом Маха 1.3, как предполагалось в работе [65]. Изображение иллюстрирует структуру предполагаемой асимметричной туманности с головной ударной волной, окружающей структуру пульсарной туманности с двумя торами вокруг пульсара PSR B0833–45 [44, 43] и джетообразную структуру, детально обсуждавшуюся в [126].

этом может задаваться некоторый закон, по которому спектр частиц эволюционирует внутри источника. Например, в работе [48] задается спектр частиц на УВ торможения ветра, и функция распределения вычисляется вдоль линий тока исходя из сохранения числа частиц, адиабатических потерь энергии и энергетических потерь на синхротронное излучение. Результаты детального РМГД моделирования позволяют исследовать связь между параметрами пульсарного ветра и наблюдаемого излучения туманностей.

Модель, описанная в Главе 3, не дает детального воспроизведения морфологии туманности, так как она основана на сильно упрощенных предположениях о распределении потоков и магнитных полей. Однако описанное кинетическое моделирование позволяет естественным образом получить распределение частиц по импульсу в каждой ячейке пространственной сетки, пронизывающей моделируемую туманность, с учетом ускорения частиц по механизму Ферми I рода, связанного с переносом частиц через область сходящихся потоков, переносящих магнитные неоднородности. Таким образом, рассматриваемая модель не дает возможности провести детальное сравнение результата моделирования наблюдаемой структуры источника с наблюдениями, однако, в отличие от РМГД моделей, естественным образом учитывает ускорение частиц, и, как будет продемонстрировано ниже, позволяет объяснить наблюдаемые жесткие фотонные индексы в пульсарной туманности в созвездии Парусов и в других подобных объектах.

## 5.1 Моделирование ускорения частиц и их синхротронного излучения

Исходя из изложенных выше соображений, рассмотрим распространение частиц, инжектированных в пульсарную туманность на ударной волне торможения, через пульсарную туманность с головной ударной волной, расположенной приблизительно как показано на Рис. 5.1, что соответствует размеру алекса  $a = (0.1 - 0.15)$  пк.

Наблюдаемое распределение яркости рентгеновского излучения пульсарной туманности в созвездии Парусов явно указывает на усиление интен-

сивности излучения в результате эффекта Доплера, обусловленного релятивистскими течениями пульсарного ветра, прошедшего UV торможения. Вполне вероятно, что все излучение области радиусом  $\lesssim 1'$ , окружающей яркие торообразные структуры и заполненной ярким диффузным рентгеновским излучением, усилено эффектом Доплера. Сами торообразные структуры, возможно, являются проявлениями возникавшей в РМГД моделировании пульсарных туманностей (см. вводную главу 1) сложной структуры UV торможения, представляющей, по существу, целый комплекс разрывов и ударных волн, обуславливающих анизотропную систему течений с различными лоренц-факторами. Течения в описанных во Введении высокоширотных структурах образуют потоки с довольно существенным лоренц-фактором, большим, чем в экваториальном дозвуковом потоке за поясом Маха, и их наблюдательным проявлением могут быть двойные яркие тороидальные структуры, наподобие наблюдаемых в пульсарной туманности в созвездии Парусов (см. [44]). Двумерное РМГД моделирование ряда пульсарных туманностей, включая рассматриваемый источник, осуществленное Бюлером [90] с помощью кода PLUTO, привело к сходной картине течений и позволило получить синхротронные изображения с двойными тороидальными структурами.

С учетом сказанного выше, ввиду упрощений рассматриваемой модели, не имеет большого смысла ставить задачу воспроизвести наблюдаемую сложную картину распределения яркости. Целью данного моделирования является проверка гипотезы о формировании спектров рентгеновского синхротронного излучения с жесткими фотонными индексами  $\lesssim 1.5$  в результате ускорения частиц пульсарного ветра на сходящихся потоках между двумя ударными волнами. Жесткие фотонные индексы наблюдались [25] и в области вблизи предполагаемого положения головной ударной волны, где, судя по всему, нет существенного влияния эффекта Доплера ввиду нерелятивистских скоростей течений. По этим причинам при вычислении интенсивности синхротронного излучения в данном моделировании эффектом Доплера пренебрегается вовсе и детальному обсуждению подлежат только спектры, вычисленные в результате интегрирования излучательной способности вдоль лучей зрения, проходящих мимо пульсарной туманности.

По аналогии с задачей о моделировании туманности PSR J0437-4715, оценим характерные магнитные поля. В качестве оценки характерного радиуса УВ торможения воспользуемся результатом ([44]), который дает при расстоянии до пульсара  $d = 300$  пк величину  $r_{ts} = 1.3 \times 10^{17}$  см. Пользуясь вновь оценками (1.3)-(1.6), можно показать, что при значении  $\sigma \sim 0.12$ , для которого в моделировании [90] морфология туманности воспроизводилась наилучшим образом, оценки дают регулярное тороидальное поле  $\sim 80$  мкГс. Принимая во внимание наличие генерации и усиления турбулентного поля ускоряемыми на ударных волнах частицами (на УВ торможения ветра, на сходящихся потоках между двумя ударными волнами, на УВ, обусловленной разлетом оболочки остатка сверхновой), примем характерное значение индукции поля в пульсарной туманности  $\sim 120$  мкГс. Исходя из формул (1.4)-(1.5), можно оценить скорость течения за УВ торможения  $u_0 \sim 0.45c$ . Аналогично (4.1), запишем для магнитного поля вблизи головной ударной волны

$$B_{bow} < \sqrt{4\pi\rho u^2} \approx 86v_{\perp,500}\sqrt{n_{-1}} \text{ мкГс}, \quad (5.1)$$

где  $v_{\perp,500}$  дает значение скорости, нормированное на  $500 \text{ км с}^{-1}$  – оценочную величину для скорости натекающего на пульсар потока. Плотность энергии магнитного поля вблизи головной УВ может достигать большой доли плотности энергии натекающего потока за счет упомянутых генерации и усиления турбулентного поля несколькими популяциями частиц, ускоряемых как на самой головной УВ, так и на других УВ, присутствующих в ОСН. В расчете, результаты которого представлены ниже, было использовано значение  $\langle B_z \rangle = B_{bow} = 60$  мкГс.

Параметры моделирования переноса частиц пульсарного ветра через пульсарную туманность с головной УВ, похожую на туманность в созвездии Парусов, приведены в таблицах 5.1 и 5.2. Размер пульсарной туманности по порядку величины совпадает с размерами наблюдаемой яркой области диффузного излучения (см. Рис. 5.1). Конкретные значения параметров  $\Phi$  и  $\Psi$  в данном случае не представляют интереса, т.к. синхротронные изображения в этой главе не строятся. Распределение инжектируемых частиц по энергии имело вид участка степенного спектра  $f(E) \propto E^{-s}$  с  $s = 2.2$  в диапазоне  $\gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$ .

Таблица 5.1: Геометрические параметры модели пульсарной туманности в созвездии Парусов

$a$ , см	$r_{ts}$	$a_{in}$	$a_{out}$	$a_{sys}$	$x_{feb}$
$3.7 \times 10^{17}$	0.34	0.62	0.7	1	1

Таблица 5.2: Средние значения магнитных полей (в единицах мкГс) и скорости потоков плазмы, параметры начального распределения частиц, параметр рассеяния  $\gamma_1$  и угол ориентации системы для модели пульсарной туманности в созвездии Парусов

$\langle B_1 \rangle$	$\langle B_2 \rangle$	$\langle B_3 \rangle$	$\langle B_4 \rangle$	$\gamma_{min}$	$\gamma_{max}$	$\gamma_1$	$u_0/c$	$\Theta$
120	25	60	20	$1 \times 10^6$	$1 \times 10^9$	$4 \times 10^7$	0.45	$90^\circ$

В моделировании использовались следующие параметры бинирования (разбиения фазового пространства на ячейки):  $N_x = 200$ ,  $N_\rho = 100$ ,  $N_E = 250$ ,  $\gamma_{min}^{det} = 2 \times 10^5$ ,  $\gamma_{max}^{det} = 5 \times 10^9$ . В данном моделировании не учитывается эффект Доплера, а распределение частиц, порождающих рентгеновское синхротронное излучение, в сильных магнитных полях благодаря малой длине свободного пробега остается практически изотропным. С учетом осевой симметрии, данные упрощения позволяют не прибегать к бинированию системы по углам в импульсном пространстве и по углу  $\alpha$  в координатном пространстве, допуская существенное упрощение моделирования в свете набора статистики.

На Рис. 5.2 проиллюстрированы результаты моделирования спектров частиц. Представлены локальные спектры, полученные в результате расчета в ячейках в головной части пульсарной туманности ( $A2, A4$ ), в «полости» — области вблизи контактного разрыва ( $B2, B4$ ), и в области вблизи головной ударной волны ( $C2, C4$ ) — положение этих ячеек на схеме моделируемого источника см. на Рис. 3.1. Как и выше, для удобства восприятия функция распределения частиц по энергии  $f(E)$  домножена на  $E^2$ . Благодаря эффективному ускорению частиц на быстрых сходящихся потоках, переносящих флук-

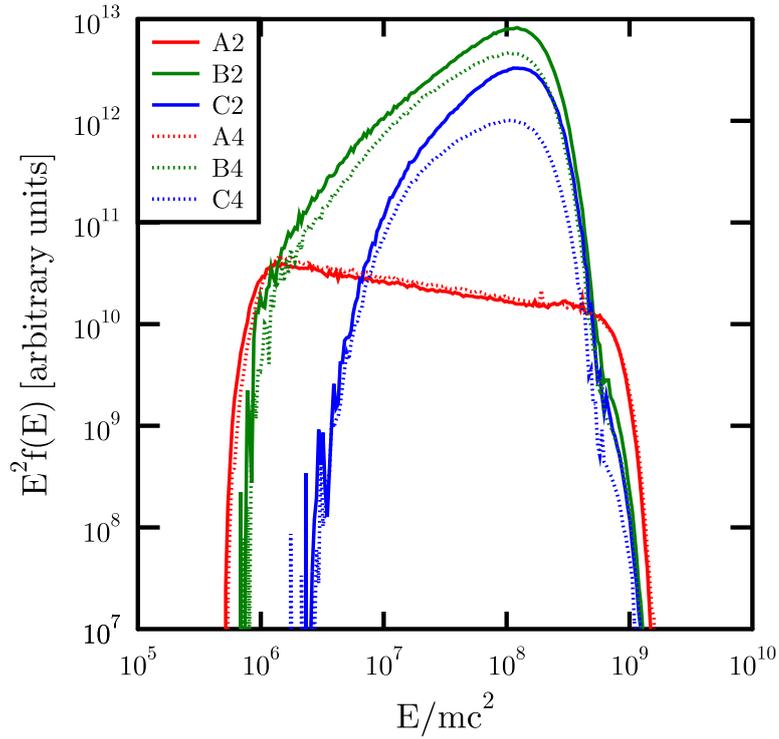


Рисунок 5.2: Локальные спектры частиц в различных областях системы: функция распределения частиц по энергии  $f(E)$ , домноженная на  $E^2$ . Приведены результаты расчетов для ячеек  $A2$ ,  $A4$  в головной части пульсарной туманности (сплошная и пунктирная красные кривые), ячеек  $B2$ ,  $B4$  в области вблизи контактного разрыва (сплошная и пунктирная зеленые кривые) и ячеек  $C2$ ,  $C4$  в области вблизи головной УВ (сплошная и пунктирная синие кривые). Расположение ячеек на схеме модели см. на Рис. 3.1.

туации сильного турбулентного магнитного поля, спектры в области вблизи КР (зеленые кривые) и вблизи головной УВ (синие кривые) оказываются гораздо более жесткими, чем близкий к инжектированному спектр в глубине пульсарной туманности (красные кривые). Формируемый в «полости» жесткий спектр с показателем  $s \sim 1$  протягивается до лоренц-фактора  $\gamma \sim 10^8$ , что соответствует значению, ожидаемому из оценочной формулы (1.15).

На Рис. 5.3 слева представлены результаты вычисления спектров синхротронного излучения – интегралов от излучательной способности, вычисленных вдоль лучей зрения, проходящих через ячейки, для которых на Рис. 5.2 были представлены локальные спектры частиц. Цвета и стили кривых со-

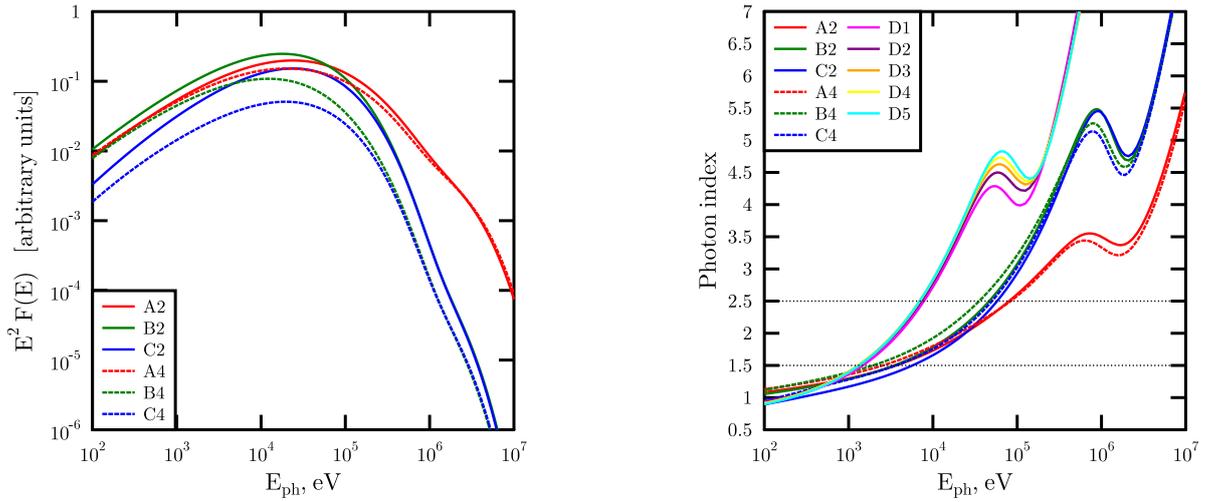


Рисунок 5.3: Слева: результаты моделирования спектров ( $\propto \nu F_\nu$ , см. текст) синхротронного излучения пульсарной туманности в созвездии Парусов. Интенсивность получена в результате интегрирования излучательной способности вдоль лучей зрения, проходящих сквозь указанные ячейки (см. Рис. 3.1) — те же, для которых на Рис. 5.2 приведены локальные спектры. Справа: результаты вычисления фотонных индексов для представленных слева спектров (те же цвета и стили кривых) и для спектров, полученных для лучей зрения, проходящих сквозь вещество остатка сверхновой, минуя пульсарную туманность с головной ударной волной (указаны ячейки, через которые проходят эти лучи — см. схему на Рис. 3.1).

ответствуют цветам и стилям, использованным для отображения локальных спектров соответствующих ячеек. Интенсивность излучения представлена в единицах, пропорциональных  $\nu F_\nu$ , т.е. чтобы получить из представленного графика график в единицах  $\text{эрг см}^{-2} \text{с}^{-1} \text{ср}^{-1}$ , необходимо домножить результат на не зависящий от частоты безразмерный фактор<sup>1</sup>. Видно, что спектр  $\nu F_\nu$  для лучей зрения, проходящих мимо области с сильным эффектом До-

<sup>1</sup>Напомним, нормировка результатов вычисления интенсивности синхротронного излучения требует вычисления потоков наблюдаемых структур и сопоставления их с наблюдаемыми значениями. Т.к. представленная модель не учитывает сложную картину релятивистских течений в источнике и доплеровское усиление интенсивности, эта задача затруднена. Однако, для рассматриваемых целей — исследования лишь формы спектров в области вдали от ярких структур, нормировка не требуется.

плера (зеленые и синие кривые), имеет характер растущей кривой вплоть до  $\sim 10 - 20$  кэВ.

Наконец, на Рис. 5.3 справа представлены зависимости полученных фотонных индексов от энергии. Шесть кривых *A2-C4* демонстрируют фотонные индексы, вычисленные для спектров, представленных на левой панели (изображены соответствующими цветами — красным, зеленым и синим — и типами линий). Полученные в результате моделирования значения  $\Gamma < 1.5$  для энергий  $\sim$  неск. кэВ — диапазона, доступного наблюдению с помощью детектора *Chandra ACIS*, согласуются с результатами наблюдений рентгеновской туманности размером  $\sim 1'$ . Эти индексы значительно жестче, чем ожидаемые фотонные индексы спектра электронов, ускоренных лишь на УВ торможения ветра. Таким образом, построенная модель позволяет объяснить наблюдаемые жесткие фотонные индексы рентгеновского синхротронного излучения пульсарной туманности в созвездии Парусов, как результат излучения частиц релятивистского ветра, ускоренных на сходящихся потоках между УВ торможения ветра и головной УВ туманности.

Цветные линии *D1 - D5* на правой панели Рис. 5.3 соответствуют вычислению фотонных индексов для спектров, проинтегрированных вдоль лучей зрения, проходящих мимо пульсарной туманности с головной ударной волной, но внутри остатка сверхновой. Результаты соответствуют спектрам, проинтегрированным вдоль лучей зрения, проходящим сквозь моделируемый цилиндрический объем пространства через ячейки *D1 - D5* (см. схему на Рис. 3.1), но для магнитного поля  $B = 5$  мкГс. Этот расчет предпринят с целью сравнить вычисленные фотонные индексы с результатом [130], полученным в наблюдениях детектора *Suzaku/XIS* в диапазоне  $2 - 10$  кэВ для области внутри остатка сверхновой на расстоянии  $\sim 1^\circ$  от пульсара — за пределами области Vela X. Это сравнение имеет смысл в предположении, что конвекционно-диффузионный перенос частиц внутри остатка сверхновой от пульсарной туманности с головной УВ к указанной области слабо влияет на форму спектра. Применимость этого предположения, естественно, зависит от коэффициента диффузии частиц в области Vela X. Оценив характерное время потери энергии частицы на синхротронное излучение из формулы (3.14) и характерное расстояние, на которое за это время успеет продиф-

фундировать частица, можно убедиться, что это предположение применимо для характерной для межзвездной среды длины свободного пробега (3.4), но неприменимо для режима с длиной свободного пробега, пропорциональной гирорадиусу. Авторы [130] получили для рентгеновских спектров из указанной области  $\Gamma \sim 2.4$ . Расчетные значения фотонного индекса на энергиях  $\lesssim 10$  кэВ оказываются близкими к этому значению. Однако для детального моделирования спектров, наблюдаемых в остатке сверхновой в созвездии Парусов, необходимо дополнить модель ускорения частиц в пульсарной туманности с головной ударной волной (размером  $\sim 1.5'$ ) моделью переноса частиц на расстояния, соответствующие угловому размеру порядка градуса внутри остатка. Вместе с детальным РМГД моделированием структуры течений и полей внутри пульсарной туманности с последующим моделированием наблюдаемых синхротронных структур, указанное дополнение модели относится к планам будущей работы.

## 5.2 Выводы

В данной главе построена модель формирования жестких фотонных индексов  $\Gamma < 1.5$  рентгеновского излучения пульсарной туманности в созвездии Парусов:

1. Построена модель переноса частиц релятивистского пульсарного ветра PSR B0833-45 через пульсарную туманность с головной ударной волной, наличие в источнике которой предполагается исходя из кратко изложенных в главе результатов наблюдений и теоретического рассмотрения [65]. Показано, что частицы могут ускоряться на сходящихся потоках между двумя ударными волнами, формируя жесткие спектры, имеющие вид  $f(E) \sim E^{-s}$ ,  $s \sim 1$  вплоть до лоренц-фактора  $\gamma \sim 10^8$ .
2. Вычислены спектры синхротронного излучения, проинтегрированные вдоль лучей зрения, минуя область существенного усиления излучения туманности эффектом Доплера, обусловленным релятивистскими течениями сложной структуры во внутренней области туманности. Показано, что вычисленные по этим спектрам фотонные индексы

в рентгеновском диапазоне оказываются  $\lesssim 1.5$  в диапазоне нескольких кэВ, что согласуется с результатами наблюдений [25]. Таким образом, наблюдаемые в пульсарной туманности в созвездии Парусов в рентгеновском диапазоне жесткие фотонные индексы могут быть интерпретированы, как результат синхротронного излучения электронов и позитронов пульсарного ветра, ускоренных на сходящихся потоках между двумя ударными волнами – ударной волной торможения ветра и головной ударной волной.

Результаты, описанные в главе, отражены в публикации:

1. Bykov A. M., Amato E., Petrov A. E., Krassilchtchikov A. M., Levenfish, K. P.. Pulsar Wind Nebulae with Bow Shocks: Non-thermal Radiation and Cosmic Ray Leptons // Space Sci. Rev. 2017. Vol. 207, Issue 1-4, pp. 235-290

# Заключение

Результаты проведенного диссертационного исследования можно сформулировать следующим образом:

1. Построена количественная нелинейная кинетическая модель локальной динамики магнитных структур, распространяющихся поперек крупномасштабного магнитного поля в сильнонеравновесной релятивистской электрон-позитронной плазме пульсарной туманности при наличии рассеяний частиц на флуктуациях магнитного поля, с учетом эффектов, связанных с присутствием в пульсарном ветре ионной компоненты.

На основе построенной модели предложена интерпретация динамики наблюдаемых в Крабовидной туманности мелкомасштабных ( $10^{15}$ – $10^{16}$  см) излучающих структур – «жгутов» – как проявления эффектов распространения магнитных возмущений за фронтом ударной волны торможения. Кинетическая модель мелкомасштабных излучающих структур позволяет, посредством анализа наблюдений с высоким угловым разрешением, оценивать наличие ионов в пульсарном ветре.

2. Построена количественная модель диффузионно-конвективного переноса частиц релятивистского пульсарного ветра от ударной волны торможения через пульсарную туманность с головной ударной волной. Построена модель синхротронного излучения пульсарной туманности с головной ударной волной в диапазоне от эВ до нескольких МэВ.
3. Выполнено моделирование переноса частиц пульсарного ветра в туманности пульсара PSR J0437-4715. Построены модельные карты синхротронного излучения этой туманности в дальнем ультрафиолетовом (1250-2000 Å) и рентгеновском (0.5 – 7 кэВ) диапазонах. Предложена интерпретация морфологии этой туманности, наблюдаемой на орбитальных телескопах Hubble Space Telescope и Chandra. Модельные спектры

туманности согласуются с наблюдениями в линии  $H_\alpha$  (6566 Å), выполненными с помощью телескопа SOAR.

4. Выполнено моделирование переноса частиц пульсарного ветра в туманности Vela. Построены модельные спектры синхротронного излучения этой туманности. Предложена интерпретация наблюдаемых рентгеновских спектров туманности Vela, обладающих жесткими фотонными индексами ( $\Gamma < 1.5$ ), как результата ускорения частиц пульсарного ветра на сходящихся потоках между ударной волной торможения и головной ударной волной.

# Литература

1. Branch D., Wheeler J. C. [Supernova Explosions, Springer-Verlag GmbH Germany](#). — 2017.
2. Abbott B. P., Abbott R., Abbott T. D. et al. Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger // *ApJL*. — 2017. — Vol. 848. — P. L12.
3. Shakura N. I., Postnov K. A., Kochetkova A. Y. et al. Wind accretion: Theory and observations // *Astronomy Reports*. — 2015. — Vol. 59. — P. 645–655.
4. Helder E. A., Vink J., Bykov A. M. et al. Observational Signatures of Particle Acceleration in Supernova Remnants // *Space Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 173. — P. 369–431.
5. Reynolds S. P., Pavlov G. G., Kargaltsev O. et al. Pulsar-Wind Nebulae and Magnetar Outflows: Observations at Radio, X-Ray, and Gamma-Ray Wavelengths // *Space Sci. Rev.* — 2017. — Vol. 207. — P. 175–234.
6. Berezhinskii V. S., Bulanov S. V., Ginzburg V. L. et al. The astrophysics of cosmic rays. — 1984.
7. Blasi P. The origin of galactic cosmic rays // *Astron Astrophys Rev.* — 2013. — Vol. 21. — P. 70.
8. Hester J. J. The Crab Nebula: An Astrophysical Chimera // *ARA&A*. — 2008. — Vol. 46. — P. 127–155.
9. Oort J. H., Walraven T. Polarization and composition of the Crab nebula // *Bull. Astron. Inst. Netherlands*. — 1956. — Vol. 12. — P. 285.
10. Hester J. J., Mori K., Burrows D. et al. Hubble Space Telescope and Chandra Monitoring of the Crab Synchrotron Nebula // *ApJL*. — 2002. — Vol. 577. — P. L49–L52.
11. Arons J. Theory of Pulsar Winds // *Neutron Stars in Supernova Remnants* / Ed. by P. O. Slane, B. M. Gaensler. — Vol. 271 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*. — 2002. — P. 71.
12. Arons J. Pulsar Wind Nebulae as Cosmic Pevatrons: A Current Sheet's Tale // *Space Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 173. — P. 341–367.

13. Olmi B., Del Zanna L., Amato E., Bucciantini N. Constraints on particle acceleration sites in the Crab nebula from relativistic magnetohydrodynamic simulations // MNRAS. — 2015. — Vol. 449. — P. 3149–3159.
14. Bucciantini N., Arons J., Amato E. Modelling spectral evolution of pulsar wind nebulae inside supernova remnants // MNRAS. — 2011. — Vol. 410. — P. 381–398.
15. Sironi L., Spitkovsky A., Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks // ApJ. — 2013. — Vol. 771. — P. 54.
16. Amato E., Arons J. Heating and Nonthermal Particle Acceleration in Relativistic, Transverse Magnetosonic Shock Waves in Proton-Electron-Positron Plasmas // ApJ. — 2006. — Vol. 653. — P. 325–338.
17. Sironi L., Spitkovsky A. Acceleration of Particles at the Termination Shock of a Relativistic Striped Wind // ApJ. — 2011. — Vol. 741. — P. 39.
18. Bogovalov S. V. On the physics of cold MHD winds from oblique rotators // A&A. — 1999. — Vol. 349. — P. 1017–1026.
19. Lyubarsky Y. E. On the structure of the inner Crab Nebula // MNRAS. — 2002. — Vol. 329. — P. L34–L36.
20. Gallant Y. A., Arons J. Structure of relativistic shocks in pulsar winds: A model of the wisps in the Crab Nebula // ApJ. — 1994. — Vol. 435. — P. 230–260.
21. Camus N. F., Komissarov S. S., Bucciantini N., Hughes P. A. Observations of ‘wisps’ in magnetohydrodynamic simulations of the Crab Nebula // Month. Not. Roy. Astron. Soc. — 2009. — Vol. 400. — P. 1241–1246.
22. Hobbs G., Lorimer D. R., Lyne A. G., Kramer M. A statistical study of 233 pulsar proper motions // MNRAS. — 2005. — Vol. 360. — P. 974–992.
23. Bykov A. M., Brandenburg A., Malkov M. A., Osipov S. M. Microphysics of Cosmic Ray Driven Plasma Instabilities // Space Sci. Rev.. — 2013. — Vol. 178. — P. 201–232.
24. Bykov A. M., Gladilin P. E., Osipov S. M. Non-linear model of particle acceleration at colliding shock flows // MNRAS. — 2013. — Vol. 429. — P. 2755–2762.
25. Kargaltsev O., Pavlov G. G. Pulsar Wind Nebulae in the Chandra Era // 40 Years of Pulsars: Millisecond Pulsars, Magnetars and More / Ed. by C. Bassa,

- Z. Wang, A. Cumming, V. M. Kaspi. — Vol. 983 of American Institute of Physics Conference Series. — 2008. — P. 171–185.
26. Posselt B., Pavlov G. G., Slane P. O. et al. Geminga’s Puzzling Pulsar Wind Nebula // *ApJ*. — 2017. — Vol. 835. — P. 66.
27. Johnson S. P., Wang Q. D. The pulsar B2224+65 and its jets: a two epoch X-ray analysis // *MNRAS*. — 2010. — Vol. 408. — P. 1216–1224.
28. Ray P. S., Kerr M., Parent D. et al. Precise  $\gamma$ -ray Timing and Radio Observations of 17 Fermi  $\gamma$ -ray Pulsars // *ApJS*. — 2011. — Vol. 194. — P. 17.
29. Vainshtein S. I., Bykov A. M., Toptygin I. N. Turbulence, current sheets and shocks in cosmical plasma. — Moscow: Nauka, 1989. — P. 311. — ISBN: [5-02-000705-6](#).
30. Mikhailovskii A B, Onishchenko O G, Tatarinov E G. Alfvén solitons in a relativistic electron-positron plasma. II. Kinetic theory // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 1985. — Vol. 27, no. 5. — P. 539.
31. Ellison D. C., Eichler D. Monte Carlo shock-like solutions to the Boltzmann equation with collective scattering // *ApJ*. — 1984. — Vol. 286. — P. 691–701.
32. Ellison D. C., Baring M. G., Jones F. C. Nonlinear Particle Acceleration in Oblique Shocks // *ApJ*. — 1996. — Vol. 473. — P. 1029–+.
33. Vladimirov A. Modeling magnetic field amplification in nonlinear diffusive shock acceleration // Ph.D. thesis / North Carolina State University. — 2009.
34. Bykov A. M., Ellison D. C., Osipov S. M., Vladimirov A. E. Magnetic Field Amplification in Nonlinear Diffusive Shock Acceleration Including Resonant and Non-resonant Cosmic-Ray Driven Instabilities // *ApJ*. — 2014. — Vol. 789. — P. 137.
35. Rees M. J., Gunn J. E. The origin of the magnetic field and relativistic particles in the Crab Nebula // *MNRAS*. — 1974. — Vol. 167. — P. 1–12.
36. Kennel C. F., Coroniti F. V. Confinement of the Crab pulsar’s wind by its supernova remnant // *Astrophys. J.* — 1984. — Vol. 283. — P. 694–709.
37. Kennel C. F., Coroniti F. V. Magnetohydrodynamic model of Crab nebula radiation // *Astrophys. J.* — 1984. — Vol. 283. — P. 710–730.
38. Coroniti F. V. Magnetically striped relativistic magnetohydrodynamic winds - The Crab Nebula revisited // *ApJ*. — 1990. — Vol. 349. — P. 538–545.
39. Michel F. C. Magnetic structure of pulsar winds // *ApJ*. — 1994. — Vol. 431. — P. 397–401.

40. Weisskopf M. C., Hester J. J., Tennant A. F. et al. Discovery of Spatial and Spectral Structure in the X-Ray Emission from the Crab Nebula // *ApJL*. — 2000. — Vol. 536. — P. L81–L84.
41. Scargle J. D. Activity in the Crab Nebula // *ApJ*. — 1969. — Vol. 156. — P. 401.
42. Hester J. J., Scowen P. A., Sankrit R. et al. WFPC2 Studies of the Crab Nebula. I. HST and ROSAT Imaging of the Synchrotron Nebula // *ApJ*. — 1995. — Vol. 448. — P. 240.
43. Pavlov G. G., Zavlin V. E., Sanwal D. et al. The X-Ray Spectrum of the Vela Pulsar Resolved with the Chandra X-Ray Observatory // *ApJL*. — 2001. — Vol. 552. — P. L129–L133.
44. Helfand D. J., Gotthelf E. V., Halpern J. P. Vela Pulsar and Its Synchrotron Nebula // *ApJ*. — 2001. — Vol. 556. — P. 380–391.
45. Michel F. C. Rotating Magnetospheres: an Exact 3-D Solution // *ApJL*. — 1973. — Vol. 180. — P. L133.
46. Komissarov S. S., Lyubarsky Y. E. The origin of peculiar jet-torus structure in the Crab nebula // *MNRAS*. — 2003. — Vol. 344. — P. L93–L96.
47. Del Zanna L., Amato E., Bucciantini N. Axially symmetric relativistic MHD simulations of Pulsar Wind Nebulae in Supernova Remnants. On the origin of torus and jet-like features // *Astron. Astrophys.p.* — 2004. — Vol. 421. — P. 1063–1073.
48. Del Zanna L., Volpi D., Amato E., Bucciantini N. Simulated synchrotron emission from pulsar wind nebulae // *A&A*. — 2006. — Vol. 453. — P. 621–633.
49. Amato E. Particle acceleration and radiation in Pulsar Wind Nebulae // *ArXiv e-prints*. — 2015.
50. Axford W. I., Leer E., Skadron G. The Acceleration of Cosmic Rays by Shock Waves” // *Proc. 15th ICRC(Plovdiv)*. — 1977. — Vol. 11. — P. 132.
51. Krymskii G. F. A regular mechanism for the acceleration of charged particles on the front of a shock wave // *Akademiia Nauk SSSR Doklady*. — 1977. — Vol. 234. — P. 1306–1308.
52. Bell A. R. The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I // *MNRAS*. — 1978. — Vol. 182. — P. 147–156.

53. Blandford R. D., Ostriker J. P. Particle acceleration by astrophysical shocks // *ApJ*. — 1978. — Vol. 221. — P. L29–L32.
54. Berezhko E. G. Maximum energy of cosmic rays accelerated by supernova shocks // *Astroparticle Physics*. — 1996. — Vol. 5. — P. 367–378.
55. Berezhko E. G., Völk H. J. Spectrum of Cosmic Rays Produced in Supernova Remnants // *ApJL*. — 2007. — Vol. 661. — P. L175–L178.
56. Kirk J. G., Guthmann A. W., Gallant Y. A., Achterberg A. Particle Acceleration at Ultrarelativistic Shocks: An Eigenfunction Method // *Astrophys. J.* — 2000. — Vol. 542. — P. 235–242.
57. Hoshino M., Arons J. Preferential positron heating and acceleration by synchrotron maser instabilities in relativistic positron-electron-proton plasmas // *Physics of Fluids B*. — 1991. — Vol. 3. — P. 818–833.
58. Bietenholz M. F., Frail D. A., Hester J. J. The Crab Nebula’s Moving Wisps in Radio // *ApJ*. — 2001. — Vol. 560. — P. 254–260.
59. Kulkarni S. R., Hester J. J. Discovery of a nebula around PSR1957+20 // *Nature*. — 1988. — Vol. 335. — P. 801–803.
60. Cordes J. M., Romani R. W., Lundgren S. C. The Guitar nebula - A bow shock from a slow-spin, high-velocity neutron star // *Nature*. — 1993. — Vol. 362. — P. 133–135.
61. Frail D. A., Giacani E. B., Goss W. M., Dubner G. The Pulsar Wind Nebula around PSR B1853+01 in the Supernova Remnant W44 // *ApJL*. — 1996. — Vol. 464. — P. L165.
62. Ng C.-Y., Bucciantini N., Gaensler B. M. et al. An Extreme Pulsar Tail Protruding from the Frying Pan Supernova Remnant // *ApJ*. — 2012. — Vol. 746. — P. 105.
63. Brownsberger S., Romani R. W. A Survey for  $H\alpha$  Pulsar Bow Shocks // *ApJ*. — 2014. — Vol. 784. — P. 154.
64. Gaensler B. M., Slane P. O. The Evolution and Structure of Pulsar Wind Nebulae // *ARA&A*. — 2006. — Vol. 44. — P. 17–47.
65. Chevalier R. A., Reynolds S. P. Pulsar Wind Nebulae with Thick Toroidal Structure // *ApJL*. — 2011. — Vol. 740. — P. L26.
66. Bucciantini N., Bandiera R. Pulsar bow-shock nebulae. I. Physical regimes and detectability conditions // *A&A*. — 2001. — Vol. 375. — P. 1032–1039.

67. Bucciantini N. Pulsar bow-shock nebulae. II. Hydrodynamical simulation // *A&A.* — 2002. — Vol. 387. — P. 1066–1073.
68. Bucciantini N. Pulsar bow-shock nebulae. III. Inclusion of a neutral component and  $H\alpha$  luminosity // *A&A.* — 2002. — Vol. 393. — P. 629–635.
69. Bucciantini N., Amato E., Del Zanna L. Relativistic MHD simulations of pulsar bow-shock nebulae // *A&A.* — 2005. — Vol. 434. — P. 189–199.
70. Norman C. A., Melrose D. B., Achterberg A. The Origin of Cosmic Rays above 10<sup>18.5</sup> eV // *ApJ.* — 1995. — Vol. 454. — P. 60.
71. Waxman E. Cosmological Gamma-Ray Bursts and the Highest Energy Cosmic Rays // *Physical Review Letters.* — 1995. — Vol. 75. — P. 386–389.
72. Lemoine M., Waxman E. Anisotropy vs chemical composition at ultra-high energies // *J. Cosmology Astropart. Phys.* — 2009. — Vol. 11. — P. 009.
73. Hui C. Y., Becker W. X-ray emission properties of the old pulsar PSR B2224+65 // *A&A.* — 2007. — Vol. 467. — P. 1209–1214.
74. Hui C. Y., Huang R. H. H., Trepl L. et al. XMM-Newton Observation of PSR B2224+65 and Its Jet // *ApJ.* — 2012. — Vol. 747. — P. 74.
75. Pavan L., Bozzo E., Pühlhofer G. et al. IGR J11014-6103: a newly discovered pulsar wind nebula? // *A&A.* — 2011. — Vol. 533. — P. A74.
76. Bykov A. M. Energetic processes and nonthermal emission of starforming complexes // *Massive Stars and High-Energy Emission in OB Associations* / Ed. by G. Rauw, Y. Nazé, R. Blomme, E. Gosset. — 2005. — P. 95–98.
77. Strong A. W., Moskalenko I. V., Ptuskin V. S. Cosmic-Ray Propagation and Interactions in the Galaxy // *Annual Review of Nuclear and Particle Science.* — 2007. — Vol. 57. — P. 285–327.
78. Bell A. R. Turbulent amplification of magnetic field and diffusive shock acceleration of cosmic rays // *MNRAS.* — 2004. — Vol. 353. — P. 550–558.
79. Amato E., Blasi P. A kinetic approach to cosmic-ray-induced streaming instability at supernova shocks // *MNRAS.* — 2009. — Vol. 392. — P. 1591–1600.
80. Bykov A. M., Ellison D. C., Renaud M. Magnetic Fields in Cosmic Particle Acceleration Sources // *Space Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 166. — P. 71–95.
81. Schure K. M., Bell A. R., O’C Drury L., Bykov A. M. Diffusive Shock Acceleration and Magnetic Field Amplification // *Space Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 173. — P. 491–519.

82. Bykov A. M., Amato E., Petrov A. E. et al. Pulsar Wind Nebulae with Bow Shocks: Non-thermal Radiation and Cosmic Ray Leptons // *Space Sci. Rev.* — 2017. — Vol. 207. — P. 235–290.
83. Caraveo P. A., Bignami G. F., De Luca A. et al. Geminga’s Tails: A Pulsar Bow Shock Probing the Interstellar Medium // *Science*. — 2003. — Vol. 301. — P. 1345–1348.
84. Moon D.-S., Lee J.-J., Eikenberry S. S. et al. PSR B1951+32: A Bow Shock-confined X-Ray Nebula, a Synchrotron Knot, and an Optical Counterpart Candidate // *ApJL*. — 2004. — Vol. 610. — P. L33–L36.
85. Li X. H., Lu F. J., Li T. P. X-Ray Spectroscopy of PSR B1951+32 and Its Pulsar Wind Nebula // *ApJ*. — 2005. — Vol. 628. — P. 931–937.
86. Mattana F., Götz D., Terrier R. et al. The Emerging Population of Pulsar Wind Nebulae in Hard X-rays // *American Institute of Physics Conference Series* / Ed. by J. Rodriguez, P. Ferrando. — Vol. 1126 of American Institute of Physics Conference Series. — 2009. — P. 259–262.
87. Danilenko A., Shternin P., Karpova A. et al. The  $\gamma$ -ray Pulsar J0633+0632 in X-rays // *PASA*. — 2015. — Vol. 32. — P. e038.
88. Novikov S., Manakov S. V., Pitaevskii L. P., Zakharov V. E. *Theory of solitons: The inverse scattering method*. — 1984.
89. Mikhailovskii A B, Onishchenko O G, Tatarinov E G. Alfvén solitons in a relativistic electron-positron plasma. I. Hydrodynamic theory // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 1985. — Vol. 27, no. 5. — P. 527.
90. Bühler R., Giomi M. The imprint of pulsar parameters on the morphology of Pulsar Wind Nebulae // *MNRAS*. — 2016. — Vol. 462. — P. 2762–2776.
91. Spitkovsky A., Arons J. Time Dependence in Relativistic Collisionless Shocks: Theory of the Variable “Wisps” in the Crab Nebula // *ApJ*. — 2004. — Vol. 603. — P. 669–681.
92. Zabusky N. J., Kruskal M. D. Interaction of “Solitons” in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States // *Physical Review Letters*. — 1965. — Vol. 15. — P. 240–243.
93. Schweizer T., Bucciantini N., Idec W. et al. Characterization of the optical and X-ray properties of the north-western wisps in the Crab nebula // *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* — 2013. — Vol. 433. — P. 3325–3335.

94. Porth O., Komissarov S. S., Keppens R. Three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of the Crab nebula // *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* — 2014. — Vol. 438. — P. 278–306.
95. Lapenta G., Brackbill J. U., Ricci P. Kinetic approach to microscopic-macroscopic coupling in space and laboratory plasma) // *Physics of Plasmas.* — 2006. — Vol. 13, no. 5. — P. 055904.
96. Noguchi K., Tronci C., Zuccaro G., Lapenta G. Formulation of the relativistic moment implicit particle-in-cell method // *Physics of Plasmas.* — 2007. — Vol. 14, no. 4. — P. 042308.
97. Ellison D. C., Moebius E. Diffusive shock acceleration - Comparison of a unified shock model to bow shock observations // *ApJ.* — 1987. — Vol. 318. — P. 474–484.
98. Ellison D. C., Jones F. C., Reynolds S. P. First-order Fermi particle acceleration by relativistic shocks // *ApJ.* — 1990. — Vol. 360. — P. 702–714.
99. Vladimirov A., Ellison D. C., Bykov A. Nonlinear Diffusive Shock Acceleration with Magnetic Field Amplification // *ApJ.* — 2006. — Vol. 652. — P. 1246–1258.
100. Ellison D. C., Warren D. C., Bykov A. M. Monte Carlo Simulations of Nonlinear Particle Acceleration in Parallel Trans-relativistic Shocks // *ApJ.* — 2013. — Vol. 776. — P. 46.
101. Ellison D. C., Warren D. C., Bykov A. M. Particle spectra and efficiency in nonlinear relativistic shock acceleration—survey of scattering models // *MNRAS.* — 2016. — Vol. 456. — P. 3090–3099.
102. Blondin J. M., Chevalier R. A., Frierson D. M. Pulsar Wind Nebulae in Evolved Supernova Remnants // *ApJ.* — 2001. — Vol. 563. — P. 806–815.
103. van der Swaluw E., Downes T. P., Keegan R. An evolutionary model for pulsar-driven supernova remnants. A hydrodynamical model // *A&A.* — 2004. — Vol. 420. — P. 937–944.
104. Bucciantini N. Review of the theory of pulsar-wind nebulae // *Astronomische Nachrichten.* — 2014. — Vol. 335. — P. 234–239.
105. Wilkin F. P. Exact Analytic Solutions for Stellar Wind Bow Shocks // *ApJL.* — 1996. — Vol. 459. — P. L31.
106. Ostrowski M. Monte Carlo simulations of energetic particle transport in weakly inhomogeneous magnetic fields. I - Particle acceleration in relativistic

- shock waves with oblique magnetic fields // MNRAS. — 1991. — Vol. 249. — P. 551–559.
107. Crusius A., Schlickeiser R. Synchrotron radiation in random magnetic fields // A&A. — 1986. — Vol. 164. — P. L16–L18.
108. Zirakashvili V. N., Aharonian F. Analytical solutions for energy spectra of electrons accelerated by nonrelativistic shock-waves in shell type supernova remnants // A&A. — 2007. — Vol. 465. — P. 695–702.
109. Rangelov B., Pavlov G. G., Kargaltsev O. et al. First Detection of a Pulsar Bow Shock Nebula in Far-UV: PSR J0437-4715 // ApJ. — 2016. — Vol. 831. — P. 129.
110. Bykov A. M., Malkov M. A., Raymond J. C. et al. Collisionless Shocks in Partly Ionized Plasma with Cosmic Rays: Microphysics of Non-thermal Components // Space Sci. Rev.. — 2013. — Vol. 178. — P. 599–632.
111. Reynolds S. P., Chevalier R. A. Evolution of pulsar-driven supernova remnants // ApJ. — 1984. — Vol. 278. — P. 630–648.
112. Atoyan A. M., Aharonian F. A. On the mechanisms of gamma radiation in the Crab Nebula // MNRAS. — 1996. — Vol. 278. — P. 525–541.
113. Amato E., Salvati M., Bandiera R. et al. Inhomogeneous models for pleions: the surface brightness profile of the Crab Nebula // A&A. — 2000. — Vol. 359. — P. 1107–1110.
114. Gelfand J. D., Slane P. O., Zhang W. A Dynamical Model for the Evolution of a Pulsar Wind Nebula Inside a Nonradiative Supernova Remnant // ApJ. — 2009. — Vol. 703. — P. 2051–2067.
115. Achterberg A., Gallant Y. A., Kirk J. G., Guthmann A. W. Particle acceleration by ultrarelativistic shocks: theory and simulations // MNRAS. — 2001. — Vol. 328. — P. 393–408.
116. Ellison D. C., Double G. P. Diffusive shock acceleration in unmodified relativistic, oblique shocks // Astroparticle Physics. — 2004. — Vol. 22. — P. 323–338.
117. Keshet U., Waxman E. Energy Spectrum of Particles Accelerated in Relativistic Collisionless Shocks // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 94, no. 11. — P. 111102.
118. Pelletier G., Lemoine M., Marcowith A. On Fermi acceleration and magnetohydrodynamic instabilities at ultra-relativistic magnetized shock waves // MNRAS. — 2009. — Vol. 393. — P. 587–597.

119. Bykov A., Gehrels N., Krawczynski H. et al. Particle Acceleration in Relativistic Outflows // *Space Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 173. — P. 309–339.
120. Markwardt C. B., Ögelman H. B. The X-ray bow shock nebula of the Vela pulsar // *Mem. Soc. Astron. Italiana.* — 1998. — Vol. 69. — P. 927.
121. Dodson R., Legge D., Reynolds J. E., McCulloch P. M. The Vela Pulsar's Proper Motion and Parallax Derived from VLBI Observations // *ApJ.* — 2003. — Vol. 596. — P. 1137–1141.
122. Bocchino F., Maggio A., Sciortino S. ROSAT PSPC observation of the NE region of the VELA supernova remnant. III. The two-component nature of the X-ray emission and its implications on the ISM // *A&A.* — 1999. — Vol. 342. — P. 839–853.
123. Weiler K. W., Panagia N. VELA X and the evolution of Plerions // *A&A.* — 1980. — Vol. 90. — P. 269–282.
124. Frail D. A., Bietenholz M. F., Markwardt C. B. A Radio/X-Ray Comparison of the Vela X Region // *ApJ.* — 1997. — Vol. 475. — P. 224–230.
125. Dodson R., Lewis D., McConnell D., Deshpande A. A. The radio nebula surrounding the Vela pulsar // *MNRAS.* — 2003. — Vol. 343. — P. 116–124.
126. Durant M., Kargaltsev O., Pavlov G. G. et al. The Helical Jet of the Vela Pulsar // *ApJ.* — 2013. — Vol. 763. — P. 72.
127. Pavlov G. G., Kargaltsev O. Y., Sanwal D., Garmire G. P. Variability of the Vela Pulsar Wind Nebula Observed with Chandra // *ApJL.* — 2001. — Vol. 554. — P. L189–L192.
128. Pavlov G. G., Teter M. A., Kargaltsev O., Sanwal D. The Variable Jet of the Vela Pulsar // *ApJ.* — 2003. — Vol. 591. — P. 1157–1171.
129. Kirk J. G., Lyubarsky Y., Petri J. The Theory of Pulsar Winds and Nebulae // *Astrophysics and Space Science Library* / Ed. by W. Becker. — Vol. 357 of *Astrophysics and Space Science Library.* — 2009. — P. 421.
130. Katsuda S., Mori K., Petre R. et al. Suzaku Detection of Diffuse Hard X-Ray Emission outside Vela X // *PASJ.* — 2011. — Vol. 63. — P. S827–S836.