

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. А.Ф. ИОФФЕ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

На правах рукописи

Рыбин Михаил Валерьевич

РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СПЕКТРАХ
ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ И МЕТАМАТЕРИАЛОВ

Специальность 01.04.07 —

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Лимонов Михаил Феликсович

Санкт-Петербург — 2018

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Фотонные зонные диаграммы периодических структур .	20
1.1 Зонная теория фотонных структур	20
1.1.1 Метод плоских волн для расчета зонных диаграмм	22
1.1.2 Расчет характеристик фотонных кристаллов методом плоских волн	24
1.1.3 Полная запрещенная зона	37
1.2 Метод обратной дисперсии для расчета комплексных зонных диаграмм	40
1.2.1 Описание метода обратной дисперсии	43
1.2.2 Комплексные зонные диаграммы	48
1.3 Выводы по главе	58
Глава 2. Фазовый переход и фазовая диаграмма “фотонный кристалл – диэлектрический метаматериал”	60
2.1 Фазовые переходы: классификация	61
2.2 Фотонные фазовые переходы: постановка задачи	64
2.3 Фотонные фазовые переходы в структурах с квадратной решеткой: теоретическое исследование	70
2.4 Экспериментальное наблюдение фотонного фазового перехода . .	75
2.5 Построение фазовой диаграммы для структур с квадратной решеткой	82
2.6 Фазовая диаграмма фотонной структуры с простой треугольной решеткой	85
2.7 Фазовые диаграммы для периодических структур на основе кремния	88
2.8 Исследование фотонных фазовых переходов в структурах с решеткой графена	97
2.9 Выводы по главе	99

Глава 3. Электромагнитные резонансы в фотонных диэлектрических структурах	100
3.1 Обзор литературы	100
3.1.1 Анализ резонансов Фано	110
3.2 Резонансное рассеяние Ми как каскады резонансов Фано	116
3.2.1 Обобщенная формула Фано	117
3.2.2 Рассеяние Ми на бесконечном цилиндре	120
3.3 Резонансы Фано и диаграмма направленности наноантенн	129
3.3.1 Общий подход, основанный на модели резонанса Фано	132
3.3.2 Фано-антенна на основе диэлектрической сферы	134
3.3.3 Экспериментальное изучение диаграммы направленности Фано-антенны	137
3.4 Выводы по главе	139
Глава 4. Резонанс Фано, индуцированный структурным беспорядком	142
4.1 Слоистая одномерная структура с беспорядком	143
4.1.1 Трансформация брэгговской стоп-зоны в брэгговскую зону пропускания	143
4.1.2 Локализация и делокализация световой волны в структурах с беспорядком	154
4.1.3 Аналитическая модель	156
4.1.4 Анализ резонанса Фано в одномерных фотонных кристаллах с беспорядком по диэлектрической проницаемости	161
4.2 Экспериментальное наблюдение индуцированного беспорядком резонанса Фано	164
4.2.1 Индуцированные беспорядком резонансы Фано в оптических спектрах синтетических опалов	168
4.2.2 Экспериментальное наблюдение резонанса Фано в синтетических опалах	173
4.3 Выводы по главе	180
Глава 5. Диэлектрические объекты с экстремальными физическими свойствами	184
5.1 Режимы невидимости бесконечного диэлектрического цилиндра	184

5.1.1	Постановка задачи	185
5.1.2	Экспериментальное исследование режима невидимости	189
5.2	Режим невидимости конечного цилиндра	193
5.2.1	Экспериментальное изучение режима невидимости конечного цилиндра	196
5.2.2	Карты невидимости	198
5.2.3	Исследование переключения между режимами видимость-невидимость	201
5.3	Связанные электромагнитные состояния в континууме	201
5.3.1	Суперрезонансные состояния в диэлектрических субволновых цилиндрах	211
5.4	Выводы по главе	218
Глава 6. Влияние на свойства излучения классических и квантовых объектов окружающей структуры		219
6.1	Модификация скорости излучения частиц в волноводах из-за дополнительных рассеивателей	220
6.1.1	Анализ поля в волноводе	222
6.1.2	Функция Грина для волновода с отражателями	223
6.1.3	Квантовая задача	223
6.1.4	Классический подход	227
6.1.5	Численные результаты	228
6.1.6	Сравнение и обсуждение классической и квантовой задачи	229
6.2	Модификация скорости излучения на границах фотонных запрещенных зон	233
6.2.1	Экспериментальные образцы: изготовление и характеристика	236
6.2.2	Влияние фотонной структуры на спектры фотолюминесценции: эксперимент	238
6.2.3	Теоретическое исследование изменения фотолюминесценции фотонной структурой	243
6.2.4	Анализ спектров фотолюминесценции	246
6.3	Выводы по главе	249
Заключение		251
Список литературы		259

Введение

Мы живем в мире резонансов. Окружающее нас пространство заполнено естественными и искусственными резонаторами, от музыкальных инструментов до сложных устройств, таких как аппараты для магнитно-резонансной томографии или кварцевые генераторы, задающие тактовую частоту в современных микропроцессорах. Фотоника, как самостоятельный раздел науки, сформировалась во многом благодаря появлению лазеров, основным элементом которых является резонатор для создания обратной связи.

Успехи физики твердого тела, связанные с описанием закономерностей транспорта электронов в полупроводниках, позволили вывести электронные устройства на новый уровень по сравнению с приборами предыдущего поколения, в которых электроны распространялись по проводам или в свободном пространстве вакуумных ламп. 1987 год вошел в историю развития фотоники как год, напоминающий начало полупроводниковой эры в электронике. Яблонович [1] и Джон [2] заложили основы нового направления в физике твердого тела – создание и исследование искусственных «полупроводников» для света – структур с периодом решетки, сопоставимым с длиной электромагнитной волны. Эти структуры получили название *фотонные кристаллы*. Ранее распространение световых пучков рассматривалось, в первую очередь, при прохождении по «проводам»–световодам, или в свободном пространстве. Появление фотонных кристаллов существенно расширило наши возможности в управлении световыми потоками [3]. Отметим, что подобные идеи высказывались Быковым еще в 1972 году [4], однако эти работы опередили свое время и не вызвали должного научного резонанса.

В начале этого столетия Пендри ввел в рассмотрение новый класс искусственных структур, активно изучаемых в фотонике, которые получили название *метаматериалы* [5]. В отличие от фотонных кристаллов, распространение света в метаматериалах может быть описано традиционным способом при помощи материальных параметров – диэлектрической проницаемости ϵ и магнитной восприимчивости μ , которые связаны с электрическим и магнитным откликом на отдельных структурных элементах. Правильно подобранные и организованные в пространстве структурные элементы позволяют создавать метаматериалы с желаемыми значениями ϵ и μ , включая отрицательные величины. При

помощи метаматериалов можно сконструировать левосторонние среды, предложенные Веселаго еще в середине XX-го века [6], а также реализовать мечту писателей-фантастов о «плаще-невидимке», подобрав определенным образом параметры ε и μ [7].

Хотя диэлектрические метаматериалы рассматривались еще в 2002 году [8], большинство научных групп продолжали использовать в качестве структурных элементов с магнитным откликом металлические разомкнутые кольцевые резонаторы. Это связано с тем, что такие резонаторы имеют малые размеры по сравнению с рабочей длиной волны, что позволяет провести процедуру гомогенизации структуры и определить материальные параметры. Однако при миниатюризации металлических метаматериалов [9] появляется проблема омических потерь, которые неизбежно сопровождают плазмонные резонансы на оптических частотах. В последнее время усилия исследователей были направлены на разработку и создание резонансных диэлектрических структур для фотоники [10]. Важной характеристикой элементов из материалов с высоким показателем диэлектрической проницаемости, например, из кремния, являются высокочастотные электрические и магнитные резонансы Ми, которые обеспечивают электрический и магнитный отклик структуры.

В зависимости от кристаллических параметров (симметрия, отношение постоянной решетки к зондирующей длине волны, диэлектрическая проницаемость) периодическая структура относится либо к классу фотонных кристаллов, либо и к классу метаматериалов. При изменении этих параметров структура может менять свои свойства от фотонно-кристаллических к метаматериальным [8]. Изучение физических процессов, лежащих в основе такого «фотонного» фазового перехода, кроме расширения фундаментальных знаний, призвано сыграть важную роль при разработке новых искусственных материалов, которые в перспективе по своему функционалу смогут заменить полупроводниковые приборы.

Актуальной задачей является исследование резонансного взаимодействия света с отдельными структурными элементами, формирующими фотонные структуры. Примером могут служить отдельные резонансные частицы, а также их кластеры, которые получили название «оптические антенны» [11]. Такие устройства позволяют усиливать свободно распространяющиеся электромагнитные волны в заданной области ближнего поля антенны. Кроме того, оптические антенны эффективно преобразуют излучение из ближнего поля в световые вол-

ны, распространяющиеся в заданных направлениях. Также отметим, что наночастицы с особыми покрытиями позволяют наблюдать экстремальные свойства, такие как невидимость [12] и появление связанных состояний в континууме [13]. Дальнейшее изучение этих явлений представляет большой интерес для всевозможных практических применений.

В спектроскопии твердого тела наблюдаются два фундаментальных контура резонансных линий – симметричный контур Лоренца и асимметричный контур Фано [14; 15]. Асимметричный контур Фано возникает в результате взаимодействия узкого резонанса Лоренца с широким контуром и наблюдается экспериментально при изучении самых разных объектов – от атомов гелия до полупроводников, сверхпроводников, фотонных кристаллов и метаматериалов. Профиль Фано характеризуется резким скачком интенсивности между максимумом и минимумом с нулевой интенсивностью спектра. Интересной особенностью контура Фано является полный переворот линии в спектрах, т.е. превращение линии отражения в линию пропускания при определенных параметрах структуры.

Следует отметить, что в фотонике наблюдается целый ряд ярких резонансных явлений и эффектов, среди которых, помимо резонанса Фано, можно выделить эффекты Керкера и Бормана, электромагнитно индуцированную прозрачность, режим сильной связи [16]. В связи с этим возникает задача классификации этих явлений и описания в единой модели, что позволит корректно интерпретировать экспериментальные результаты и безошибочно использовать различные резонансные эффекты при проектировании фотонных приборов с заданными свойствами. Такая классификация была предложена совместно с А.Н. Поддубным, результаты представлены на диаграмме (рис. 1) и в таблице 33, Глава 3.

Актуальность темы исследования определяется большим интересом научного сообщества к изучению резонансных явлений в фотонике, что подтверждается регулярными публикациями по этой тематике в самых престижных международных научных журналах.

Целью данной работы являлось экспериментальное и теоретическое исследование электромагнитных резонансных эффектов в фотонных кристаллах и метаматериалах, а также в отдельных элементах, образующих эти структуры.

Научная новизна состоит в следующем: (i) Теоретически и экспериментально исследованы переходы «фотонный кристалл – метаматериал», построе-

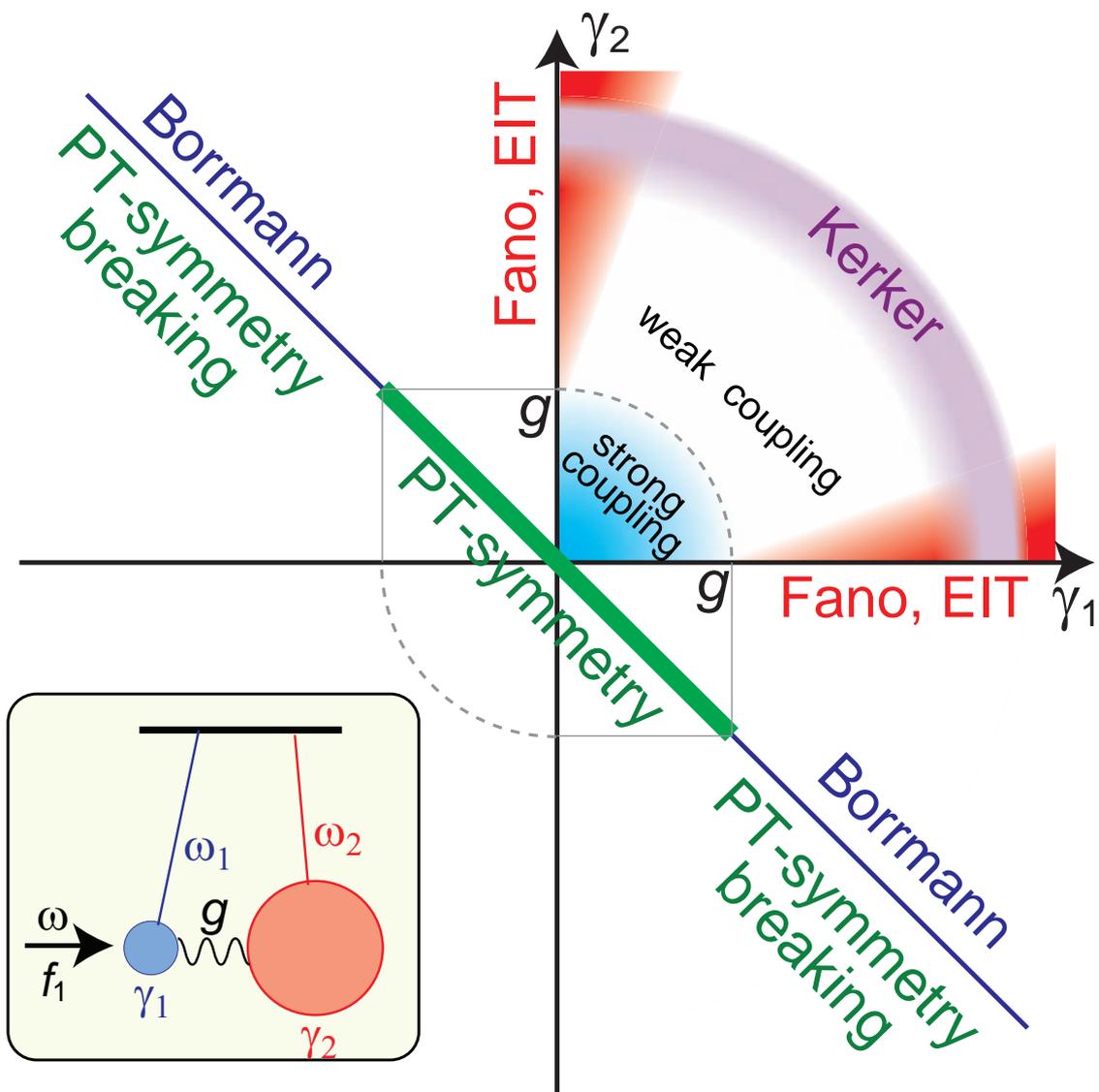


Рисунок 1 — Резонансные явления в фотонике (резонанс Фано, ЭИП, эффекты Керкера и Бормана, РТ-симметрия). Области, в которых могут наблюдаться соответствующие эффекты, представлены в координатах величины затухания двух мод (γ_1, γ_2) . Вставка: механическая аналогия — схема двух связанных осцилляторов с затуханием и вынуждающей силы f_1 , действующей на один из них. Рисунок воспроизводится по статье [16].

ны фазовые диаграммы для двумерных фотонных структур, образованных диэлектрическими цилиндрами с квадратной и треугольной решеткой; (ii) Метод обратной дисперсии адаптирован для вычисления комплексных фотонных зонных диаграмм; (iii) Обнаружены и исследованы резонансы Фано, индуцированные структурным беспорядком; (iv) Установлено, что у однородного диэлектрического цилиндра существует режим невидимости, а также высокодобротные состояния, аналогичные связанным состояниям в континууме; (v) Исследован эффект Парселла и лэмбовский сдвиг для фотонных мод микрорезонатора.

Научная и практическая значимость полученных результатов заключается в следующем: (i) построены фазовые диаграммы «фотонный кристалл – метаматериал», на основании которых определяется структура искусственных объектов с заданными эффективными материальными параметрами; (ii) установлены параметры, определяющие режим невидимости однородного диэлектрического цилиндра без использования маскирующих покрытий и устройств; (iii) обнаружены суперрезонансные моды с добротностью $Q \approx 200$ в субволновых кремниевых цилиндрических резонаторах, которые могут быть использованы для понижения пороговых значений нелинейных эффектов, а также других приложений; (iv) обнаружен эффект Парселла для фотонных мод, что позволяет управлять добротностью микрорезонаторов за счет внешних элементов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Предложена концепция фотонных фазовых переходов. В диэлектрических двумерных структурах происходят переходы между фазами фотонного кристалла и метаматериала. Переходы определяются взаимодействием резонансных мод Ми и Брэгга и приводят к возникновению отрицательных значений эффективных материальных параметров (например, магнитной восприимчивости) в чисто диэлектрической структуре. Переход «фотонный кристалл – метаматериал» в двумерной структуре, образованной диэлектрическими цилиндрами, характеризуется фазовой диаграммой в осях «фактор заполнения – контраст диэлектрической проницаемости».
2. Метод «обратной дисперсии» позволяет строить комплексные фотонные зонные диаграммы, содержащие информацию как о распространяющихся модах, так и о эванесцентных волнах в периодических структурах с произвольной частотной зависимостью комплексных материальных параметров. Диаграммы содержат критерий для интерпрета-

- ции запрещенных зон, обусловленных резонансами Ми и Брэгга, и для определения границы между фотонным кристаллом и метаматериалом на фазовой диаграмме.
3. Резонансное рассеяние Ми на высокоиндексных диэлектрических объектах, имеющих форму тела вращения, представляет собой каскады резонансов Фано. Интенсивность контура Фано обращается в ноль на определенной длине волны, что приводит к невидимости диэлектрического объекта.
 4. В электромагнитных спектрах фотонных структур, элементы которых имеют случайные значениями диэлектрической проницаемости, наблюдаются резонансы Фано. Резонансы Фано связаны с интерференцией между узкополосными брэгговскими линиями и широкополосным рассеянием, которое индуцировано флуктуациями диэлектрической проницаемости структурных элементов. Резонанс Фано сопровождается инверсией спектра: при определенных параметрах брэгговские зоны отражения превращаются в брэгговские пики пропускания.
 5. В диэлектрических субволновых резонаторах в результате сильного взаимодействия между парами фотонных мод наблюдаются многочисленные режимы антипересечения. В области антипересечения обе линии имеют контур Фано, причем одна из них соответствует высокодобротному состоянию с параметром Фано $q \rightarrow \infty$. Механизм формирования высокодобротной моды обусловлен деструктивной интерференцией фотонных состояний, утекающих в окружающее пространство, и аналогичен механизму возникновения связанных состояний в континууме, теоретически описанному Фридрихом и Винтгеном для электронной системы.
 6. Эффект Парселла и сдвиг Лэмба в случае фотонных мод микрорезонаторов имеют классический аналог. Значения фактора Парселла для фотонных мод микрорезонатора и для квантовых объектов совпадают. Классический аналог эффекта Парселла интерпретирован на языке интерференции электромагнитных волн.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием различных (аналитических и численных) теоретических методов и подходов, в рамках которых были получены результаты, хорошо совпадающие друг с дру-

гом. Большая часть результатов был проверена экспериментально, измеренные спектры демонстрируют все эффекты, предсказанные теоретически.

Апробация работы. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались автором на следующих конференциях: международная конференция по фотонно-кристаллическим структурам PECS-IX (Сидней, Австралия в 2009 году); международная ежегодная конференция Days on Diffraction (Санкт-Петербург, Россия в 2009, 2011, 2013-2017 годах); всероссийская конференция «Опалоподобные структуры» (Санкт-Петербург, Россия в 2010 и 2012 годах); международный конгресс по современным электромагнитным материалам для микроволнового и оптического диапазона Metamaterials (Санкт-Петербург, Россия в 2012 году); международный симпозиум SPIE Photonics Europe (Брюссель, Бельгия в 2016 году); международный симпозиум PIERS (Санкт-Петербург, Россия в 2017 году); международная конференция по метаматериалам META (Инчон, Республика Корея в 2017 году). Кроме того, результаты, представленные в диссертации, докладывались соавторами более чем на 20 международных конференциях. Результаты исследований обсуждались на научных семинарах в ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Университете ИТМО, МГУ им. М.В. Ломоносова.

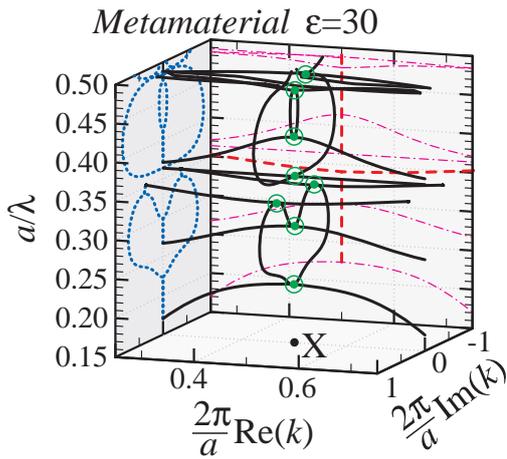
Личный вклад автора заключается в формулировке целей и постановке задач, а также выборе объектов исследований, планировании и проведении экспериментальных и теоретических исследований, анализе полученных результатов, формулировке основных идей, развитых в диссертационной работе. Все результаты диссертационной работы получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 30 печатных изданиях (27 статей в журналах, рекомендованных ВАК, в том числе 25 оригинальных статей и 2 обзора, а также 3 главы в монографии).

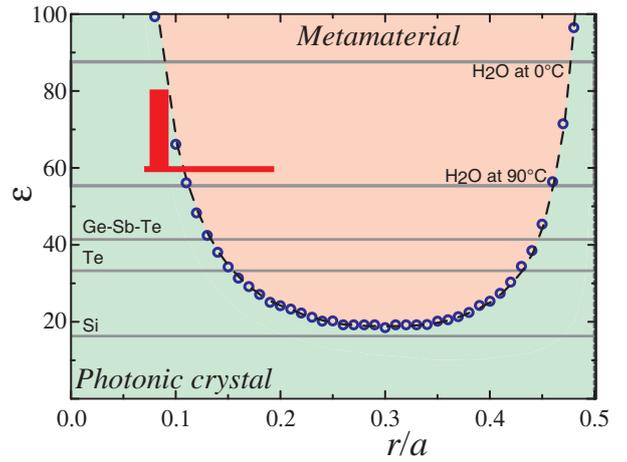
Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 288 страниц, включая 90 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 392 наименования.

В первой главе описаны методы расчета фотонных зонных диаграмм периодических структур, которые являются графическим представлением зависимости собственных частот ω от волнового вектора k . В главе приводится описание метода плоских волн – одного из самых распространенных методов

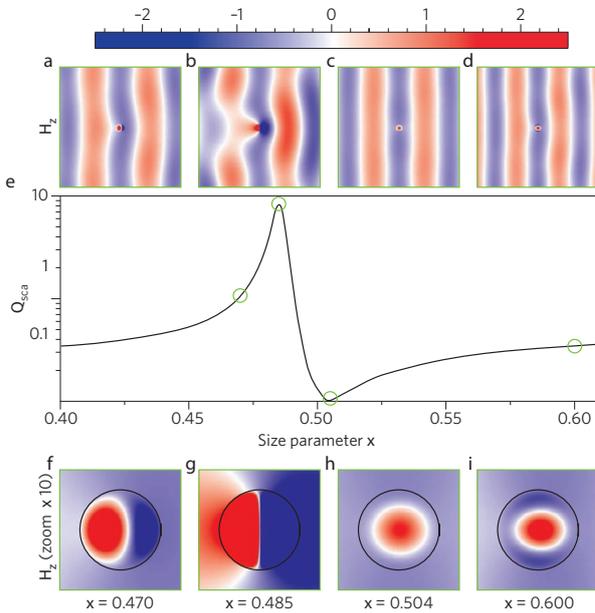
Глава 1: Расчет зонных диаграмм



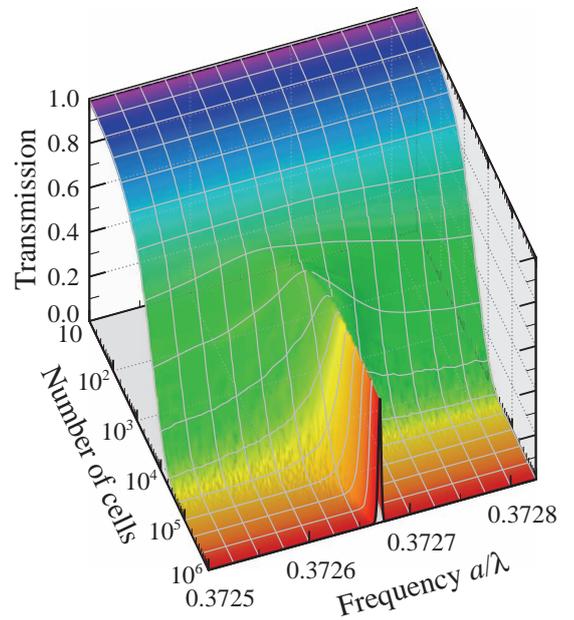
Глава 2: Фотонные фазовые переходы



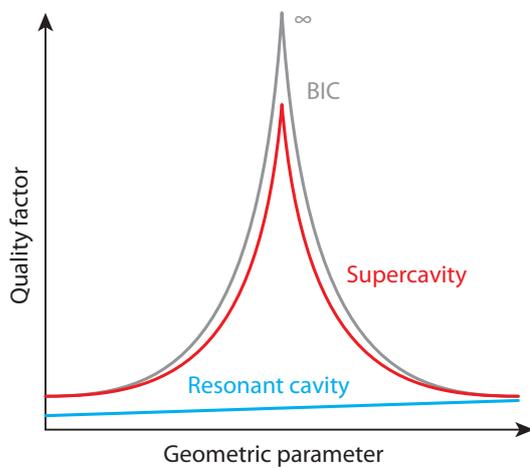
Глава 3: Резонанс Фано



Глава 4: Структуры с беспорядком



Глава 5: Невидимость и суперрезонансы



Глава 6: Эффект Парселла

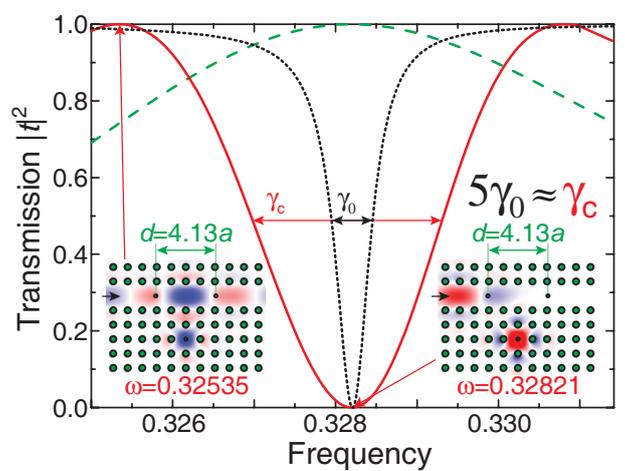


Рисунок 2 — Основные результаты, представленные в главах диссертационной работы. Используются рисунки из работ [16–21].

расчета зонных диаграмм, а также результаты расчетов зависимости ширины полной запрещенной зоны от геометрических и материальных параметров фотонных структур, обладающих ГЦК решеткой.

Кроме этого в главе представлен метод расчета комплексных зонных диаграмм, который получил название «метод обратной дисперсии». Для решения ряда оптических задач необходимо проводить анализ дисперсионных ветвей, которые соответствуют модам с вещественной частотой и комплексным волновым вектором. Традиционный подход к такой задаче – численное решение трансцендентного уравнения на комплексное число k . Однако при этом можно пропустить некоторые решения. Метод обратной дисперсии заключается в сведении уравнений Максвелла к задаче на собственное число k некоторого оператора, зависящего от частоты ω . В отличие от трансцендентных уравнений, существующие итерационные методы позволяют находить все собственные решения k задачи на собственные числа. Таким образом, зонные диаграммы, построенные методом обратной дисперсии, гарантированно содержат полную информацию обо всех фотонных состояниях структуры. Кроме этого, метод позволяет проводить вычисления для произвольной частотной зависимости диэлектрической проницаемости материалов. На основании метода обратной дисперсии сформулирован критерий, который позволяет отличить запрещенную зону, связанную с брэгговским рассеянием, от запрещенной зоны, связанной с локальными резонансами Ми в отдельных структурных элементах (режимы пересечения либо антипересечения дисперсионных ветвей, соответственно).

Основной результат, представленный во **второй главе** – формулировка концепции фотонных фазовых переходов и исследование такого перехода на примере фотонных кристаллов и метаматериалов. Рассматривались двумерные структуры, образованные диэлектрическими цилиндрами, находящимися в узлах квадратной или треугольной решетки. Для структуры с квадратной решеткой были проведены три независимых серии расчетов, а именно: (i) расчет спектров рассеяния Ми на одиночном цилиндре; (ii) расчет зонных диаграмм бесконечного кристалла; (iii) расчет спектров пропускания конечного образца. Вычисления проводились в зависимости от параметров ε (диэлектрическая проницаемость цилиндров) и r/a (отношение радиуса цилиндра r к постоянной решетки a). Результаты трех серий полностью согласуются друг с другом. На основании анализа расчетных данных, в том числе с учетом особенностей трансформации второй дисперсионной ветви, была построена фазовая диаграмма

«фотонный кристалл – метаматериал» в осях r/a и ε . В фазе фотонного кристалла фундаментальная (самая низкая по частоте) запрещенная зона определяется брэгговским рассеянием волн на периодической структуре, а в фазе метаматериала фундаментальная запрещенная зона связана с локальными резонансами Ми в диэлектрических цилиндрах. При этом, согласно литературным данным [8], в спектральной области резонанса Ми магнитная восприимчивость диэлектрической структуры становится отрицательной, что и является определяющим фактором для интерпретации наблюдаемых явлений как нового типа фазового перехода.

Фотонный фазовый переход был исследован экспериментально по спектрам пропускания «метакристалла». Это двумерная структура с квадратной решеткой, при конструировании которой использовались полученные из расчета параметры r/a и ε , соответствующие области фазового перехода. Конструкция метакристалла позволяла менять величину постоянной решетки без нарушения квадратной симметрии базиса. В узлах решетки находились метровой длины пластиковые трубки, заполненные дистиллированной водой, диэлектрическая постоянная которой в микроволновом диапазоне меняется от 80 при комнатной температуре до 50 при 90°C . Так как эксперимент был рассчитан на микроволны, постоянная решетки a варьировалась в дециметровом диапазоне. Были проведены две серии экспериментов, в первой переменным параметром была диэлектрическая проницаемость ε , во второй серии – постоянная решетки a . Наблюдается прекрасное совпадение между расчетными и измеренными спектрами.

Во второй главе представлены также результаты исследования фотонного фазового перехода в структурах, у которых диэлектрическая проницаемость цилиндров является комплексной величиной, зависящей от частоты. В этом случае критерий, основанный на особенностях второй дисперсионной ветви, не применим, поскольку в средах с поглощением на комплексных зонных диаграммах ветви переходят друг в друга, и само определение второй дисперсионной ветви не очевидно. В этом случае был использован критерий «пересечение/антипересечение» ветвей на комплексных зонных диаграммах, вычисленных методом обратной дисперсии. Было показано, что в случае непоглощающих фотонных структур (ε – вещественная величина) оба критерия дают одинаковые результаты. Учитывая этот результат, мы использовали метод обратной дисперсии для построения фазовых диаграмм фотонных структур на основе кремния.

Третья глава посвящена различным электромагнитным резонансным явлениям, которые наблюдаются в режимах слабой и сильной связи. Особое внимание уделяется резонансу Фано. В спектроскопии твердого тела наблюдаются два фундаментальных контура резонансных линий – симметричный контур Лоренца и асимметричный контур Фано. Асимметричный контур Фано возникает в результате взаимодействия узкого резонанса Лоренца (состояние с малым затуханием) с широким контуром и наблюдается экспериментально при изучении самых разных объектов – от атомов гелия до полупроводников, сверхпроводников, фотонных кристаллов и метаматериалов.

Было показано, что известное уже более ста лет резонансное рассеяние Ми в случае рассеяния на однородных высокоиндексных диэлектрических объектах представляет собой каскады резонансов Фано. Интерференция между высокодобротной модой Ми и нерезонансным рассеянием приводит к формированию асимметричных линий в спектрах, которые описываются формулой Фано. В результате обработки спектральных линий была установлена котангенциальная зависимость параметра асимметрии от частоты, что характерно для резонанса Фано. Анализ граничных условий для гармоник, описывающих падающую плоскую волну, поле внутри однородного объекта и рассеянную волну, позволил определить резонансный и нерезонансный вклад в рассеяние. Сумма этих двух слагаемых была записана в виде формулы Фано.

В последнем разделе третьей главы анализируются диаграммы направленности антенны, состоящей из излучателя и сферической частицы с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 16$ (соответствует кремнию на длине волны порядка 600 нм). В высокоиндексной сферической частице возбуждаются магнитный и электрический дипольные резонансы Ми, в зависимости от условий их интерференции антенна формирует диаграмму направленности либо по направлению вперед, либо назад вдоль своей оси. Магнитный резонанс Ми, имеющий самую низкую частоту в спектре рассеяния частицы, играет роль узкой линии в модели резонанса Фано, причем роль широкой линии выполняет спектр излучателя и низкочастотное крыло линии электрического резонанса. В результате, спектр рассеяния антенны характеризуется резонансом Фано, у которого параметр асимметрии q зависит от направления излучения. Подбирая параметры антенны определенным образом, можно сформировать в диаграмме направленности выраженный лепесток в направлении вперед или назад. Эксперименталь-

но измеренные в микроволновом диапазоне диаграммы направленности такой антенны полностью совпадают с результатами расчетов.

В **четвертой главе** приведены примеры резонансов Фано, которые возникают благодаря структурному беспорядку. Обычно предполагается, что беспорядок должен приводить к деградации интерференционных явлений, однако мы демонстрируем противоположные примеры. В качестве объекта исследования была выбрана классическая структура – одномерный фотонный кристалл, образованный чередующимися слоями A и B . Беспорядок в такой структуре вводился следующим образом: толщина и диэлектрическая проницаемость слоев A были постоянными величинами, а толщина и диэлектрическая проницаемость слоев B флуктуировали с дисперсиями σ_{wB} и $\sigma_{\varepsilon B}$, соответственно. Флуктуации толщины слоев приводили лишь к уширению стоп-зон в спектрах пропускания. Совсем другие эффекты наблюдались в спектрах пропускания в случае беспорядка по диэлектрической проницаемости. В спектрах появлялся медленно изменяющийся фон, который соответствовал индуцированному беспорядком остаточному рассеянию Фабри-Перо на слоях B . Узкие брэгговские линии становились асимметричными, при увеличении беспорядка их контура непрерывно менялись, неизменно соответствуя контуру Фано. Анализ спектров пропускания позволил определить зависимость параметра Фано q от толщины слоев w_B/a , нормированной на период ячейки a . Эта зависимость соответствует функции котангенса, что еще раз подтверждая возникновение резонанса Фано. В частности, при увеличении величины беспорядка по ε наблюдается переворот спектра пропускания, т.е. брэгговская стоп-зона превращается в брэгговский пик пропускания. Появление индуцированного беспорядком резонанса Фано наблюдалось экспериментально в спектрах пропускания синтетических опалов. Опалы состоят из плотноупакованных сферических частиц $\alpha\text{-SiO}_2$, которые имеют нерегулярную сверхструктуру, т.е. их эффективная диэлектрическая проницаемость флуктурует от частицы к частице. Таким образом, сферические частицы $\alpha\text{-SiO}_2$ соответствуют флуктуирующим слоям B в одномерных структурах, а однородное пространство между сферами соответствует слоям A . В эксперименте это пространство заполнялось иммерсионными жидкостями с разными значениями диэлектрической проницаемости. В спектрах пропускания у полосы, связанной с брэгговским рассеянием на слоях (111) ГЦК решетки опала, наблюдались все характерные формы профиля резонанса Фано: симметричный провал, асимметричные линии, а также переворот брэгговской полосы, соответ-

ствующий параметру Фано $q = 0$. Спектральный профиль брэгговской полосы аппроксимировался формулой Фано, в результате чего была найдена монотонная зависимость q от величины диэлектрической проницаемости заполнителя.

Пятая глава посвящена резонансным эффектам, наблюдаемым в цилиндрах с высоким значением диэлектрической проницаемости. Как было показано в Главе 3, рассеяние M_i представляет собой каскады резонансов Фано. Важной особенностью резонанса Фано является обращение в нуль его контура на некоторой частоте. В случае диэлектрического цилиндра зануление контура связано с деструктивной интерференцией между модами M_i и нерезонансной компонентой. В результате рассеяние пропадает и цилиндр становится невидимым стороннему наблюдателю без использования каких-либо специальных покрытий или устройств. Такой эффект наблюдался экспериментально в микроволновом диапазоне. В качестве цилиндра была использована горячая дистиллированная вода, залитая в длинную трубку. В спектрах рассеяния водяного цилиндра наблюдался провал интенсивности порядка 20 дБ на частоте, соответствующей теоретическому расчету.

Яркое интерференционное явление наблюдалось в спектрах рассеяния цилиндров, высота которых сравнима с диаметром. В таких цилиндрах помимо резонансов M_i наблюдаются дополнительные резонансы, связанные с формированием стоячей волны между плоскими торцами цилиндра, т.е. резонансы Фабри-Перо. Спектральное положение резонансов Фабри-Перо существенно зависит от высоты цилиндра, в отличие от положения резонансов M_i . Из-за различного наклона дисперсионных ветвей мод M_i и Фабри-Перо при изменении аспектного соотношения r/l (радиус, деленный на высоту) ветви должны либо пересекаться, либо демонстрировать эффект антипересечения. В случае антипересечения, который обусловлен сильным взаимодействием через окружающее пространство, формируются две гибридизированные моды: одна с низкой, другая с высокой добротностью Q . Высокая добротность связана с деструктивной интерференцией «хвостов» утекающих волн, имеющих в качестве источника моды M_i и Фабри-Перо. В квантовой механике аналогичный механизм, описанный Фридрихом и Винтгеном в 1985 году, приводит к возникновению так называемых связанных состояний в континууме, имеющих бесконечное время жизни. Однако в фотонике связанные состояния в континууме могут существовать либо в бесконечно протяженных (хотя бы в одном направлении) структурах, либо в ограниченных структурах, имеющих нулевые или бесконечные значения ди-

электрической проницаемости каких-либо компонент. В любой реальной структуре вместо идеальных связанных состояний в континууме могут наблюдаться суперрезонансные моды, добротность которых демонстрирует стремительный рост при подстройке параметров резонатора. В пятой главе показано, что в режиме сильной связи мод Ми и Фабри-Перо добротность суперрезонансной моды достигает значения $Q = 200$ в субволновом резонаторе с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 13$.

В **шестой главе** рассматриваются классические аналоги известных эффектов квантовой электродинамики – эффекта Парселла и лэмбовского сдвига, которые связаны с переходами между квантовыми уровнями из-за взаимодействия с нулевыми флуктуациями электромагнитного поля вакуума. Эффект Парселла состоит в изменении скорости излучательного перехода из-за модификации локальной плотности фотонных состояний нулевых колебаний, вызванной изменением конфигурации окружения излучающего центра. Изначально лэмбовский сдвиг рассматривался как расщепление энергии перехода, связанное с разным взаимодействием s и p атомных орбиталей с нулевыми колебаниями вакуума. В настоящее время в величину лэмбовского сдвига также включают изменение энергии перехода, связанное с модификацией нулевых колебаний за счет окружения. В данной работе при анализе лэмбовского сдвига учитывается именно эта поправка.

Была исследована система, которая состоит из волновода и расположенного рядом с ним высокодобротного микрорезонатора. Волновод содержит два дефекта (расположенные по разные стороны от микрорезонатора), которые формируют окружение, модифицирующее локальную плотность состояний вблизи микрорезонатора. Была найдена функция Грина в волноводе, которая позволила записать выражения для квантового эффекта Парселла и лэмбовского сдвига. С помощью метода матриц переноса было показано, что пропускание системы «волновод + резонатор» описывается формулой Фано. Кроме того, было обнаружено, что скорость излучения фотонной моды микрорезонатора и ее частота зависят от сформированного двумя дефектами окружения. При этом классические формулы, полученные на основе метода матриц переноса, совпадают с формулами квантовой электродинамики, которые учитывают локальную плотность состояний нулевых колебаний вакуума. Это позволило описать эффект Парселла и лэмбовский сдвиг для фотонных мод в терминах интерференции без использования понятия локальная плотность состояний. Волна, из-

лученная микрорезонатором, рассеивается на окружении и может возбуждать вторичную фотонную моду в микрорезонаторе либо в фазе, либо в противофазе. Это приводит к увеличению или уменьшению энергии фотонной моды, что объясняет появление классического аналога эффекта Парселла и лэмбовского сдвига.

Также в шестой главе функция Грина, вычисленная методом матриц переноса, используется для описания экспериментальных спектров люминесценции одномерного фотонного кристалла, сформированного чередующимися слоями $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ и $a\text{-SiO}_2$. В экспериментальных спектрах наблюдалось усиление интенсивности фотолюминесценции на границах брэгговской стоп-зоны, причем на длинноволновой границе стоп-зоны эффект усиления существенно выше, чем на коротковолновой границе. Этот эффект был объяснен в терминах интерференции. Разная интенсивность пиков возникает вследствие резкого изменения фактора Парселла, обусловленного скачком фазы брэгговской волны на π на разных краях брэгговской стоп-зоны.

В **Заключении** перечислены основные результаты работы.

Формулы диссертации нумеруются по главам, рисунки и нумерация литературы единая для всего текста.

Глава 1. Фотонные зонные диаграммы периодических структур

Зонные диаграммы дисперсии собственных фотонных состояний являются одним из важнейших способов характеристики свойств периодических структур. Поэтому первая глава диссертации посвящена описанию вычислительных методов, которые позволяют строить зонные диаграммы. Кратко перечислим ключевые этапы развития зонной теории в применении к фотонным структурам, после чего опишем широко применяемый метод плоских волн, приведем несколько примеров использования этого метода для определения характеристик фотонных структур. В конце главы будет описан метод «обратной дисперсии», позволяющий проводить вычисления зонных диаграмм для периодических структур, состоящих из материалов, которые обладают частотной зависимостью комплексной диэлектрической проницаемости.

1.1 Зонная теория фотонных структур

Появление зонной теории, которая к настоящему времени составляет важнейшую часть теории твердого тела [22; 23], связано с работами Зомерфельза, Блоха, Пайерлса и Бриллюэна [24—29]. В основе зонной теории лежит теорема Блоха, обобщающая одномерную теорему Флоке на трехмерный случай. Теорема Блоха утверждает, что в случае периодической структуры решение дифференциального уравнения, описывающего данную систему, может быть представлено в виде произведения плоской волны на функцию, обладающую трансляционной симметрией рассматриваемой структуры $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \cdot U(\mathbf{r})$. В результате, все решения можно группировать по разным волновым векторам \mathbf{k} . Кроме этого, трансляционная симметрия плоской волны $\exp(i\mathbf{g}\mathbf{r})$ с волновым вектором \mathbf{g} , который равен любому вектору обратной решетки, приводит к неразличимости решений для волновых векторов \mathbf{k} и $\mathbf{k} + \mathbf{g}$. Таким образом, все уникальные решения соответствуют волновым векторам в пределах примитивной ячейки обратного пространства. Бриллюэн [27] предложил выбирать область обратного пространства так, чтобы она соответствовала точечной симметрии обратной решетки. Эта область обратного пространства получила на-

звание «зоны Бриллюэна». В большинстве периодических структур состояния с волновыми векторами противоположного знака имеют одинаковую энергию или частоту. Это приводит к двукратному вырождению состояний на границе зоны Бриллюэна, которое снимается из-за брэгговского рассеяния. Поэтому энергетический спектр для некоторого направления состоит из полос разрешенных состояний, которые разделены зонами запрещенных состояний связанных с рассеянием Брэгга.

Мы до сих пор не конкретизировали рассматриваемую систему из-за универсального характера зонной теории. Зонную теорию применяют для описания фононов, движение которых подчиняется уравнениям Ньютона, а также для описания электронов, движение которых подчиняется квантово-механическому уравнению Шредингера [22; 23]. Кроме того, зонная теория может быть использована в случае самых разных волн, включая спиновые волны [30]. В 1987 году Яблонович [1] и Джон [2] использовали основные понятия зонной теории для анализа электромагнитных состояний в структурах с периодической модуляцией диэлектрической проницаемости, которые (следуя термину из статьи Яблоновича и Гмиттера [31]) получили название «фотонные кристаллы». Отметим, что ранее подобные идеи высказывались еще в 1972 году Быковым [4], но его работы не вызвали существенный отклик. Взрывная реакция на статьи Яблоновича [1] и Джона [2] связана с прогрессом в развитии нанотехнологий, который позволил к концу 1980-х создавать субмикронные периодические структуры высокого качества.

Для анализа свойств фотонных кристаллов адаптировались теоретические методы решения уравнения Шредингера к случаю векторных электромагнитных полей. Впервые фотонная зонная диаграмма, т.е. зависимость частоты электромагнитных колебаний от волнового вектора $\omega(\mathbf{k})$, была вычислена методом «плоских волн» в 1990 году в работе Хо, Чена и Сукулиса [32] для ряда фотонных структур со сферическими рассеивателями. Далее последовал ряд работ в которых предлагалось использовать разные подходы для улучшения этого метода. Так, в работе Меаде и др. [33] вычисление зонных диаграмм методом плоских волн было предложено ускорить благодаря применению быстрого преобразования Фурье, как это делалось ранее для электронных задач. Помимо этого, для фотонных кристаллов был адаптирован достаточно сложный метод Корринги-Кона-Росстокера (метод ККР) [34], который дает существенный выигрыш в скорости при расчете свойств периодических структур, состоящих

из неперекрывающихся сферических рассеивателей. Также выходили работы по адаптации более специфических методов, например, таких как метод присоединенных плоских волн [35], который, впрочем, не получил существенного распространения.

Фактически сразу после появления статей [1; 2] усилия теоретиков и экспериментаторов были направлены на поиск структуры фотонного кристалла, в котором существовала бы полная запрещенная зона в электромагнитном спектре. Полная запрещенная зона получается в результате перекрытия брэгговских стоп-зон по всем направлениям волнового вектора в зоне Бриллюэна [36]. Впервые полная запрещенная зона была обнаружена в фотонном кристалле, представляющем собой решетку алмаза, в узлах которой находятся сферические частицы [32]. Дальнейший поиск выявил структуры с гранецентрированной кубической (ГЦК) решеткой, получившие названия «яблоновит», «поленница», инвертированный опал, которые будут описаны в следующих разделах. Кроме этого, отметим, что полную запрещенную зону можно получить благодаря локальным резонансам, определяющим эффективные материальные параметры метаматериалов [37; 38]. В интервале отрицательных значений эффективной диэлектрической проницаемости или магнитной восприимчивости свет не может распространяться по структуре, что приводит к появлению запрещенных зон в энергетических спектрах. Если метаматериал обладает периодической решеткой, то его свойства можно характеризовать при помощи зонных диаграмм, также как и свойства фотонных кристаллов.

1.1.1 Метод плоских волн для расчета зонных диаграмм

Для расчета фотонных зонных диаграмм чаще всего используется метод плоских волн [22; 32; 39], который основан на относительно простой теории. Запишем динамические уравнения Максвелла с оператором ротор

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

в виде стационарных уравнений с фиксированной частотой при $\exp(-i\omega t)$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0\mathbf{H}, \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (1.4)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора электрического и магнитного поля соответственно. Мы предполагаем, что среда не магнитная, т.е. $\mu = 1$. Эти два уравнения можно скомбинировать друг с другом в виде векторного уравнения Гельмгольца для магнитного поля

$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}. \quad (1.5)$$

Уравнение представляет собой задачу на собственные числа с эрмитовым оператором $\nabla \times \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times$ (в случае постоянных по частоте вещественных значений диэлектрической проницаемости). Трансляционная симметрия рассматриваемых фотонных структур позволяет применить теорему Блоха для определения вида собственных решений $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$. Подставляя такое решение в векторное уравнение Гельмгольца (1.5), получим задачу на собственные числа

$$(\nabla + i\mathbf{k}) \times \frac{1}{\varepsilon} (\nabla + i\mathbf{k}) \times \mathbf{H}_{\mathbf{k}} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}_{\mathbf{k}}. \quad (1.6)$$

для положительно-определенного эрмитова оператора в случае положительных вещественных значений ε . Введем обозначение \hat{M} для оператора в задаче на собственные числа (1.6).

Для проведения численных вычислений дифференциальное уравнение обычно преобразуют к алгебраическому виду. Для этого следует выбрать некоторый базис, в котором будем раскладывать поле $\mathbf{H}_{\mathbf{k}}$. Отметим, что умножать на ε удобно в прямом пространстве, а вычислять производную удобно в обратном пространстве (базисе плоских волн).

Как было показано в работе [33], действие оператора \hat{M} на периодическую векторную функцию удобно вычислять с помощью двух быстрых преобразований Фурье [40]. Первое выполняется перед умножением на диэлектрическую проницаемость, а второе сразу после умножения на диэлектрическую проницаемость. При этом следует отметить, что магнитное поле должно удовлетворять условию поперечности электромагнитных волн. В базисе плоских волн это условие сводится к ортогональности фурье-компоненты $\mathbf{H}_{\mathbf{k}}$ и вектора $(\mathbf{g} + \mathbf{k})$.

Ряд наименьших собственных частот, являющихся решением задачи (1.6), вычисляется с помощью симметричной процедуры Ланцоша [41]. Для ускорения сходимости алгоритма, пробное подпространство расширялось с помощью

переобуславливающего оператора, близкого к \hat{M}^{-1} . Кроме того, для уменьшения числа плоских волн (т.е. числа векторов обратной решетки по которым вычисляется разложение магнитного поля $\mathbf{H}_{\mathbf{k}}$) в наших расчетах применялся метод эффективного тензора диэлектрической проницаемости [42]. Определение эффективного тензора диэлектрической проницаемости основано на вычислении градиента диэлектрической проницаемости методом конечных разностей на мелкой сетке вблизи точки, в которой требуется найти значение этого тензора. В своих вычислениях мы применяли алгоритм в оригинальной реализации [М.В. Рыбин «Программа расчета фотонной зонной структуры периодических полностью диэлектрических метаматериалов» Свидетельство о регистрации программы ЭВМ и базы данных N2012618128 от 07.09.2012.]

1.1.2 Расчет характеристик фотонных кристаллов методом плоских волн

В данном разделе будут приведены примеры использования описанного выше метода плоских волн для расчета зонных диаграмм фотонных кристаллов в зависимости от их параметров. Начиная с 1987 года Яблонович занимался поиском фотонного кристалла, обладающего полной запрещенной зоной. Уже в первой работе [1] он указывал, что для перекрытия стоп-зон по всем направлениям волновых векторов лучше всего использовать фотонный кристалл с ГЦК решеткой. Зона Бриллюэна ГЦК решетки по форме является наиболее близкой к гипотетической сферической зоне Бриллюэна, которая автоматически обеспечивает условие полной запрещенной зоны. Соответственно, в кристалле с ГЦК решеткой спектральное положение стоп-зон, зависящее от расстояния между центром и границей зоны Бриллюэна, будет мало меняться от направления. Мы рассчитали параметры трехмерных фотонных кристаллов с гранцентрированной кубической решеткой: опал, яблонивит, поленница (см. рис. 3).

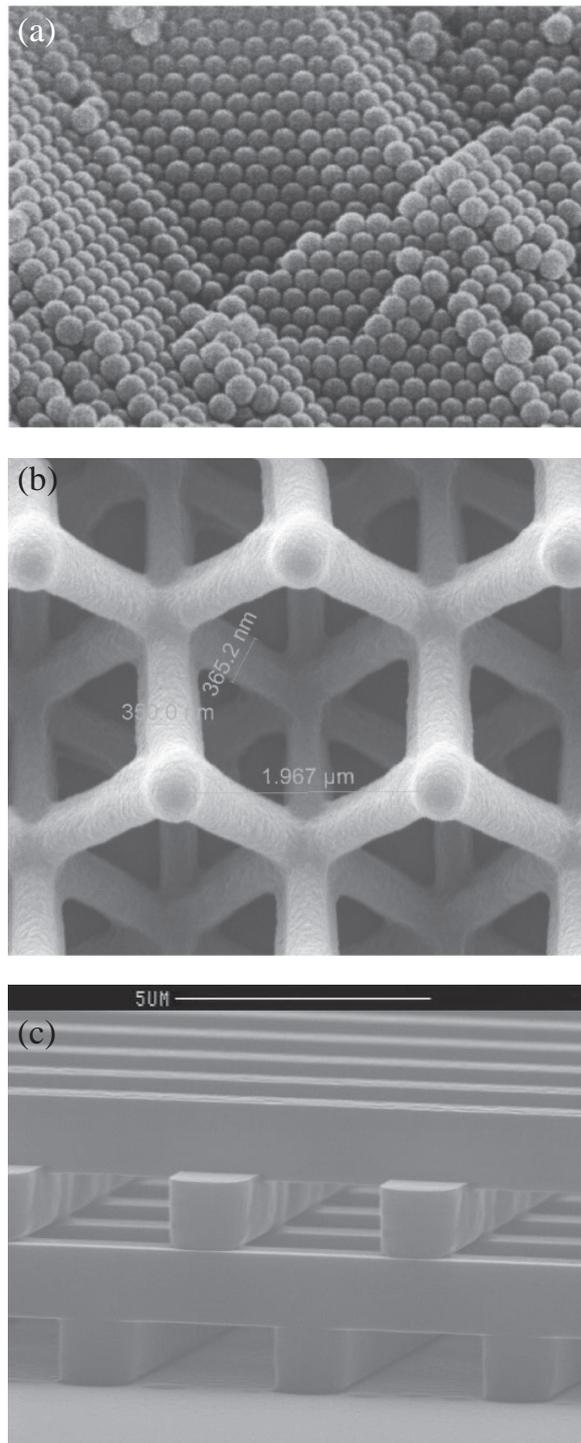


Рисунок 3 — Изображения трехмерных фотонных кристаллов, обладающих гранецентрированной кубической решеткой: (а) опалы, образованные плотной упаковкой сферических частиц; (б) яблоновит; (с) поленница. Изображения получены методом сканирующей электронной микроскопии. Изображения перепечатаны из статей [43] (а), [44] (б) и [45] (с).

Плотно упакованные сферические частицы

Наиболее простой структурой с ГЦК решеткой (с точки зрения изготовления образцов) представлялась структура плотноупакованных сферических частиц или, соответственно, сферических пустот в диэлектрическом материале. В 1989 году выходит статья [31], где приведены измеренные спектры пропускания таких образцов, а также приводился расчет зонных диаграмм методом плоских волн в приближении скалярных волн. Однако первая реализация метода электромагнитных плоских волн (учитывающая векторную природу света) для фотонных кристаллов [32] показала, что для случая ГЦК решетки со сферическими рассеивателями первая стоп-зона вырождается в точке W зоны Бриллюэна из-за векторной природы электромагнитного поля, т.е. полная запрещенная зона возникнуть не может.

Несмотря на отсутствие полной запрещенной зоны, ГЦК структуры с одним сферическим рассеивателем на ячейку вызвали большой интерес после выхода в 1995 году статьи [46], авторы которой показали, что синтетические опалы, состоящие из плотноупакованных субмикронных сферических частиц $\alpha\text{-SiO}_2$, представляют собой фотонные кристаллы для видимого спектрального диапазона. Последующий теоретический анализ [47; 48] продемонстрировал, что структуры инвертированных опалов могут обладать полной запрещенной зоной в высокочастотной области (между 8-й и 9-й дисперсионными ветвями).

Используя разложение по 20^3 плоским волнам и дополнительное разбиение каждого элемента структуры на 5^3 частей для определения эффективного тензора диэлектрической проницаемости, мы вычислили зонные диаграммы для прямого и инвертированного опала. На рисунках 4а и 4с показан пример вычисленных фотонных зонных диаграмм для случая плотной упаковки сфер при значении диэлектрической проницаемости материала $\varepsilon = 13$, соответствующему кремнию в ближнем инфракрасном диапазоне. На рисунке видно, что на зонной диаграмме прямого опала полная запрещенная зона отсутствует, по крайней мере, до безразмерной частоты $a/\lambda = 1$. На зонной диаграмме инвертированного опала полная запрещенная зона наблюдается на частоте $a/\lambda \approx 0.794$.

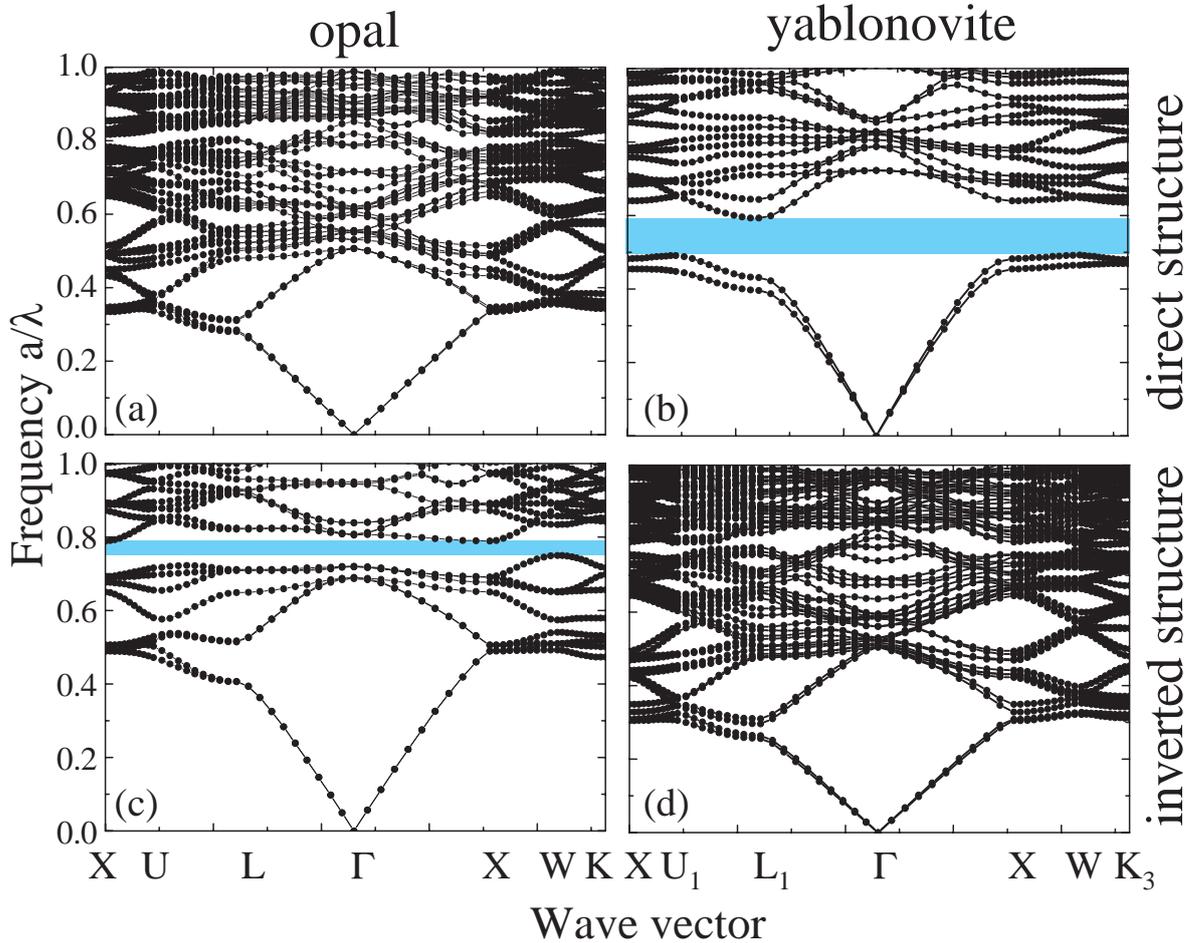


Рисунок 4 — Фотонные зонные диаграммы для структур: (a) прямой опал; (b) прямой яблоновит; (c) инвертированный опал и (d) инвертированный яблоновит. Расчеты проводились для материалов с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 13$ в окружении воздуха $\varepsilon = 1$. Волновые векторы приведены для области неприводимой зоны Бриллюэна, которая включает в себя границу полной фотонной запрещенной зоны обсуждаемых структур. Области полной фотонной запрещенной зоны отмечены голубой заливкой. Рисунок воспроизводится по статье [49].

Структура типа «яблоновит»

Как уже отмечалось, первая реализация метода плоских волн, учитывающая векторную природу электромагнитного поля [32], показала, что для ГЦК решетки с одиночным сферическим рассеивателем первая стоп-зона вырождается в точке W из-за векторной природы электромагнитного поля. В результате полная запрещенная фотонная зона не может возникнуть. Эта проблема может быть решена за счет использования решетки алмаза, у которой рассеиватель (в пределах ячейки Вигнера-Зейца) состоит из двух сферических частиц [32]. Однако существуют технологические сложности в изготовлении образцов фотонных структур с решеткой алмаза. В работе [50] Яблонович предложил новую структуру трехмерного фотонного кристалла, названную позднее в его честь «яблоновитом» [36].

Экспериментальный образец яблоновита, изготовленный для микроволнового диапазона длин волн, представлял собой диэлектрическую пластинку, просверленную в трех направлениях, совпадающих с тремя векторами примитивной ячейки ГЦК решетки (рис. 5а). Так же как и фотонные кристаллы с решеткой алмаза, яблоновит обладает ГЦК решеткой, хотя форма рассеивателя далека от сферической. Методика изготовления оригинального яблоновита, т.е. механическое сверление миллиметровых отверстий в диэлектрике, определяет область взаимодействия электромагнитных волн с решеткой фотонного кристалла, а именно микроволновый диапазон спектра. Согласно работе [50], для показателя преломления $n = 3.6$ ($\epsilon = 13$), соответствующему кремнию в видимой и ближней инфракрасной области спектра, полная запрещенная фотонная зона образуется между второй и третьей дисперсионными ветвями и имеет ширину 20% от ее центральной частоты.

Методом плоских волн были вычислены фотонные зонные диаграммы яблоновита для разных геометрических параметров и значений диэлектрической проницаемости. Как и в случае опалов мы использовали разложение по 20^3 плоским волнам с дополнительным разбиением каждого элемента на 5^3 вспомогательных элементов для вычисления эффективного тензора диэлектрической проницаемости. Пример зонной диаграммы яблоновита представлен на рисунке 4б для значения диэлектрической проницаемости $\epsilon = 13$ и радиуса цилиндрических отверстий $r/a = 0.2345$. Из рисунка видно, что полная запрещенная

зона ограничена состояниями в направлении $\Gamma \rightarrow L$ (нижняя граница) и состояниями в направлении $\Gamma \rightarrow W$ (верхняя граница). Полная запрещенная зона открывается в низкочастотной области спектра между второй и третьей дисперсионными ветвями при $a/\lambda \approx 0.543$.

Кроме этого, были исследованы фотонные кристаллы со структурой инвертированного яблоновита, которые были изготовлены методом двухфотонной лазерной полимеризации [51–53]. На рис. 5b,c представлены изображения структуры инвертированного яблоновита размером 31x25x12 мкм, каркас которой образован цилиндрами диаметром ≈ 740 нм. Изображения структуры (рис. 5b,c) были получены методом сканирующей электронной микроскопии. Цилиндры направлены вдоль векторов примитивной ячейки ГЦК решетки $(\mathbf{x}+\mathbf{y})a/2$, $(\mathbf{x}+\mathbf{z})a/2$ и $(\mathbf{y}+\mathbf{z})a/2$, где $a = 2.5$ мкм – постоянная кубической решетки. Такая структура в точности воспроизводит систему отверстий на рис. 5a, т.е. представляет собой инвертированный яблоновит. Расчетный фактор заполнения полученной структуры составляет примерно 23%. Однако зонная диаграмма инвертированного яблоновита не демонстрирует появления полной запрещенной зоны в пределах безразмерной частоты $a/\lambda \leq 1$.

Структура типа «поленница»

Рассмотрим структуру, получившую название «поленница» (в англ. литературе “woodpile structure”). Фотонные кристаллы этого типа впервые рассматривались в работе [54], где было показано, что при диэлектрической проницаемости $\varepsilon \geq 4.6$ поленница обладает полной запрещенной фотонной зоной.

Структуру поленницы, представленную на рис. 6a, удобно описывать в декартовой системе координат. Поленница характеризуется периодом a вдоль осей x , y и периодом c вдоль вертикальной оси z . Структурный элемент, образующий поленницу, будем называть «бревном» с высотой по оси z , равной $c/4$. Под высотой бревна будем понимать расстояние от нижней до верхней (по оси z) точки бревна. Пока мы не будем конкретизировать, что представляет собой профиль сечения бревна, в общем случае это может быть круг, квадрат, прямоугольник или другая фигура. В общем случае поленница имеет объемно-центрированную тетрагональную (ОЦТ) решетку, однако при двух значениях

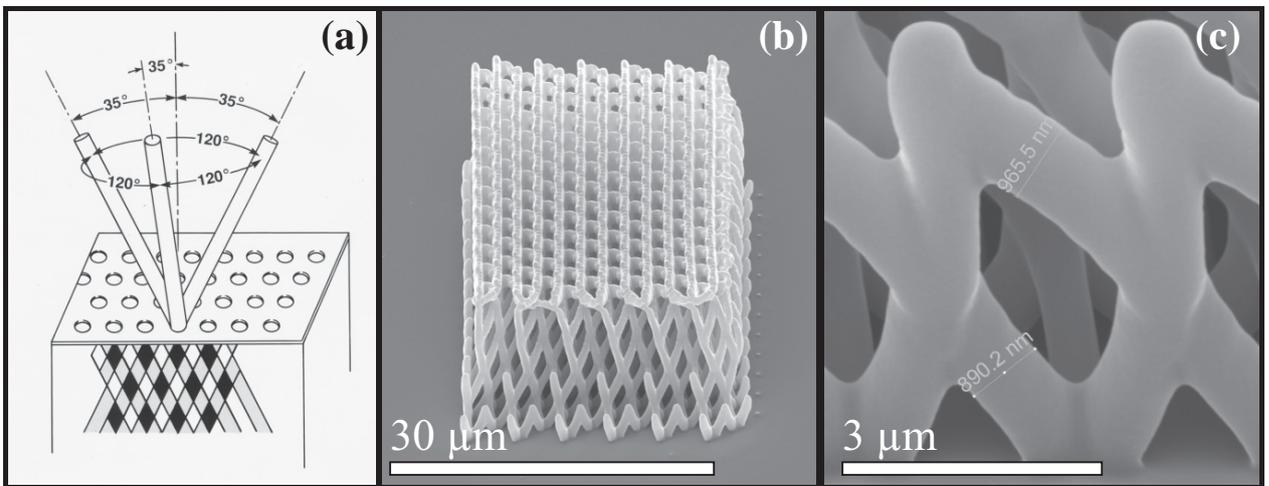


Рисунок 5 — Структура яблоновита. (a) Метод изготовления прямого Яблоновита, предложенный Яблоновичем. Рисунок перепечатан из [50]. (b) Структура инвертированного Яблоновита, полученного методом двухфотонной полимеризации. (c) Увеличенный фрагмент структуры инвертированного Яблоновита. Изображения (b,c) получены методом сканирующей электронной микроскопии. Рисунок адаптирован из статьи [53].

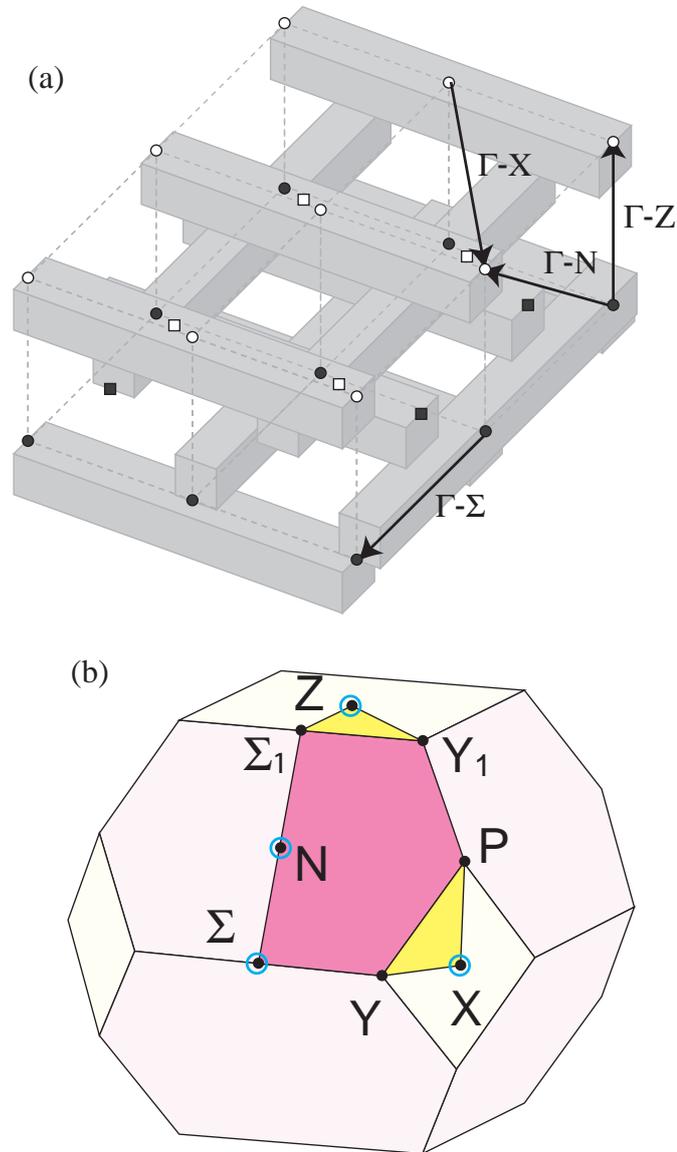


Рисунок 6 — (а) Схематическое изображение структуры поленицы с квадратными бревнами. Кружки обозначают узлы простой тетрагональной решетки, белые квадраты - центры элементарных ячеек, черные квадраты - центры граней. Стрелками отмечены симметричные направления структуры. (b) Зона Бриллюэна ОЦТ решетки. Неприводимая область зоны Бриллюэна для структуры поленицы выделена насыщенным цветом. Двойными кружками выделены особые точки на поверхности зоны Бриллюэна, определяющие направления в прямой решетке, приведенные на панели (а). Рисунок воспроизводится по статье [55].

постоянной c симметрия поленицы становится кубической. При $c = a$ решетка ОЦТ переходит в объемно-центрированную кубическую (ОЦК), а при $c = \sqrt{2}a$ решетка ОЦТ переходит в ГЦК решетку. Отметим, что в ряде работ авторы рассматривают поленицу, обладающую симметрией ГЦК [36], при этом они определяют постоянную решетки a , которая соответствует постоянной c в данном разделе.

Мы будем использовать два набора базисных векторов. Первый набор задает элементарную тетрагональную ячейку, которую удобно использовать при расчетах дифракционных картин, второй набор задает примитивную ячейку с минимальным объемом для проведения численных расчетов фотонной зонной структуры. Итак, для описания дифракционных картин вектора решетки имеют вид:

$$\mathbf{a}_{1,\text{conv}} = (a, 0, 0), \mathbf{a}_{2,\text{conv}} = (0, a, 0), \mathbf{a}_{3,\text{conv}} = (0, 0, c), \quad (1.7)$$

а вектора обратной решетки:

$$\mathbf{b}_{1,\text{conv}} = \frac{2\pi}{a}(1, 0, 0), \mathbf{b}_{2,\text{conv}} = \frac{2\pi}{a}(0, 1, 0), \mathbf{b}_{3,\text{conv}} = \frac{2\pi}{c}(0, 0, 1). \quad (1.8)$$

При вычислении фотонной структуры будем рассматривать вектора примитивной ОЦТ решетки, которые выражаются следующим образом:

$$\mathbf{a}_1 = \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{c}{2}\right), \mathbf{a}_2 = \left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, \frac{c}{2}\right), \mathbf{a}_3 = \left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, -\frac{c}{2}\right), \quad (1.9)$$

при этом вектора обратной решетки имеют вид:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{ac}(0, c, a), \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{ac}(c, 0, a), \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{ac}(c, c, 0). \quad (1.10)$$

В зависимости от соотношения параметров a и c зона Бриллюэна поленицы принимает две различные формы. При $c > a$ зона Бриллюэна соответствует сжатой по оси z зоне Бриллюэна ГЦК решетки, а при $c \leq a$ зона Бриллюэна соответствует сжатой зоне Бриллюэна ОЦК решетки.

Далее будем рассматривать только случай $c > a$. Отметим, что в литературе не сложилось общепринятой системы обозначений особых точек на поверхности зоны Бриллюэна ОЦТ решетки. Используемая система обозначения приведена на рис. 6б. Особые точки и их координаты приведены в Таблице 1. В таблице используется параметр $u = c/a$, при этом вектора обратной решетки можно переписать в виде:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{au}(0, u, 1), \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{au}(u, 0, 1), \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{a}(1, 1, 0). \quad (1.11)$$

Теперь решетку поленницы можно описать в декартовой системе координат. Структура поленницы строится послойно, четыре слоя составляют период трансляции вдоль оси z , которая обладает самой высокой симметрией, являясь инверсионной осью четвертого порядка. В первом слое брёвна расположены параллельно друг другу с периодом a вдоль оси x , центр первого бревна смещен в точку $(0,0, -c/8)$. Во втором слое такие же брёвна с тем же периодом a расположены параллельно друг другу вдоль оси y , при этом одно из бревен будет содержать точку $(0,0,c/8)$. Следующие два слоя повторяют два нижних, однако расположены со смещением на половину периода $a/2$. Структура поленницы обладает зеркальной симметрией относительно плоскостей xoz и yoz , а также осью второго порядка относительно диагональных осей кристалла. Симметрия ячейки в обозначении символов Шёнфлиса - D_{2d} , пространственная группа I_{4m2} (номенклатурный номер 119).

На рисунке 7 показаны изображения структур типа поленницы, изготовленных методом двухфотонной лазерной литографии. Изображения получены методом сканирующей электронной микроскопии. Кроме того, на рисунке приведены результаты расчетов зонных диаграмм поленницы для разных значений фактора заполнения. Как и в случаях яблоновита и опала, для расчетов зонных диаграмм поленницы использовалось разложение по 20^3 плоским волнам с дополнительным разбиением каждого элемента на 5^3 вспомогательных элементов для вычисления эффективного тензора диэлектрической проницаемости. Отметим, что зонные диаграммы демонстрируют существенную зависимость ширины полной запрещенной зоны (которая, как и у яблоновита, открывается между точками L и W) от фактора заполнения.

Отметим, что при изготовлении поленницы субмикронных размеров разными технологическими методами, в том числе при помощи двухфотонной лазерной литографии, получить в точности прямоугольное сечение бревна, как закладывается в модель расчетов на рис. 7e-7h, не представляется возможным. Реальные объекты, создаваемые этим методом, образованы отдельными структурными элементами, которые получили название «воксель». Если речь идет о создании образцов субмикронных размеров, то эллипсоидальная форма вокселя неминуемо отразится на профиле бревна, которое будет иметь выпуклые стенки и скругленные углы. Для оценки влияния профиля бревна на оптические свойства был произведен расчет фотонных зонных диаграмм поленниц, у которых сечение бревна определялось кривой Ламе $|x/a|^n + |y/b|^n = 1$. В

Точка зоны Бриллюэна ОЦТ-решетки	Система координат в базисе (1.10)			Декартова система координат (координаты приведены в единицах π/a)			Норма вектора	Комментарий	Соответствие точкам зоны Бриллюэна ГКЦ-решетки
	\mathbf{b}_1	\mathbf{b}_2	\mathbf{b}_3	x	y	z			
Γ	0	0	0	0	0	0	0	Центр зоны Бриллюэна	Γ
Z	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{2}{u}$	$\frac{2}{u}$	Направление вдоль роста структуры	X
X	0	0	$\frac{1}{2}$	1	1	0	$\sqrt{2}$	Направление под углом 45° к бревнам	X
N	0	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{u}$	$\frac{\sqrt{1+u^2}}{u}$		L
Σ	$-\rho$	ρ	ρ	$\frac{1+u^2}{u}$	0	0	$\frac{1+u^2}{u^2}$	$\rho = \frac{a^2+c^2}{4c^2} = \frac{1+u^2}{4u^2}$	K
Σ_1	ρ	$1-\rho$	$-\rho$	$\frac{u^2-1}{u^2}$	0	$\frac{2}{u}$	$\frac{1+u^2}{u^2}$		U
Y	$-\xi$	ξ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+u^2}{u^2}$	$\frac{u^2-1}{u^2}$	0	$\frac{\sqrt{2+2u^4}}{u^2}$	$\xi = \frac{a^2}{2c^2} = \frac{1}{2u^2}$	W
Y_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\xi$	$\frac{u^2-1}{u^2}$	$\frac{u^2-1}{u^2}$	$\frac{2}{u}$	$\frac{\sqrt{2u^4+2}}{u^2}$		W
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1	1	$\frac{1}{u}$	$\frac{\sqrt{2u^2+1}}{u}$		W

Примечание. Использовано обозначение $u = c/a$.

Таблица 1 — Точки симметрии зоны Бриллюэна объемно центрированной тетрагональной решетки для случая $c > a$ (координаты особых точек приведены в базисе (1.10) и в декартовых координатах). Таблица воспроизводится по статье [55].

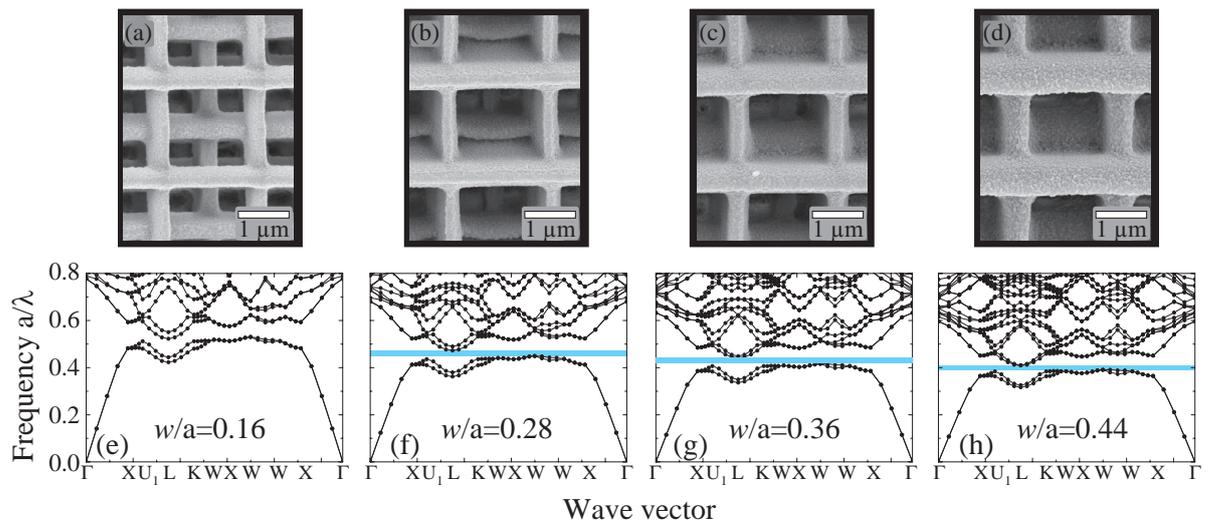


Рисунок 7 — (a–d) Структура типа «поленица» с разным фактором заполнения, изготовленная методом двухфотонной полимеризации (изображения получены методом сканирующей электронной микроскопии), и фотонные зонные диаграммы (e–h), рассчитанные для материала с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 6$ в окружении воздуха. Волновой вектор изменяется по границам неприводимой области зоны Бриллюэна, включающей края полной запрещенной зоны. Полная запрещенная зона отмечена голубой штриховкой. Рисунок воспроизводится по статье [49].

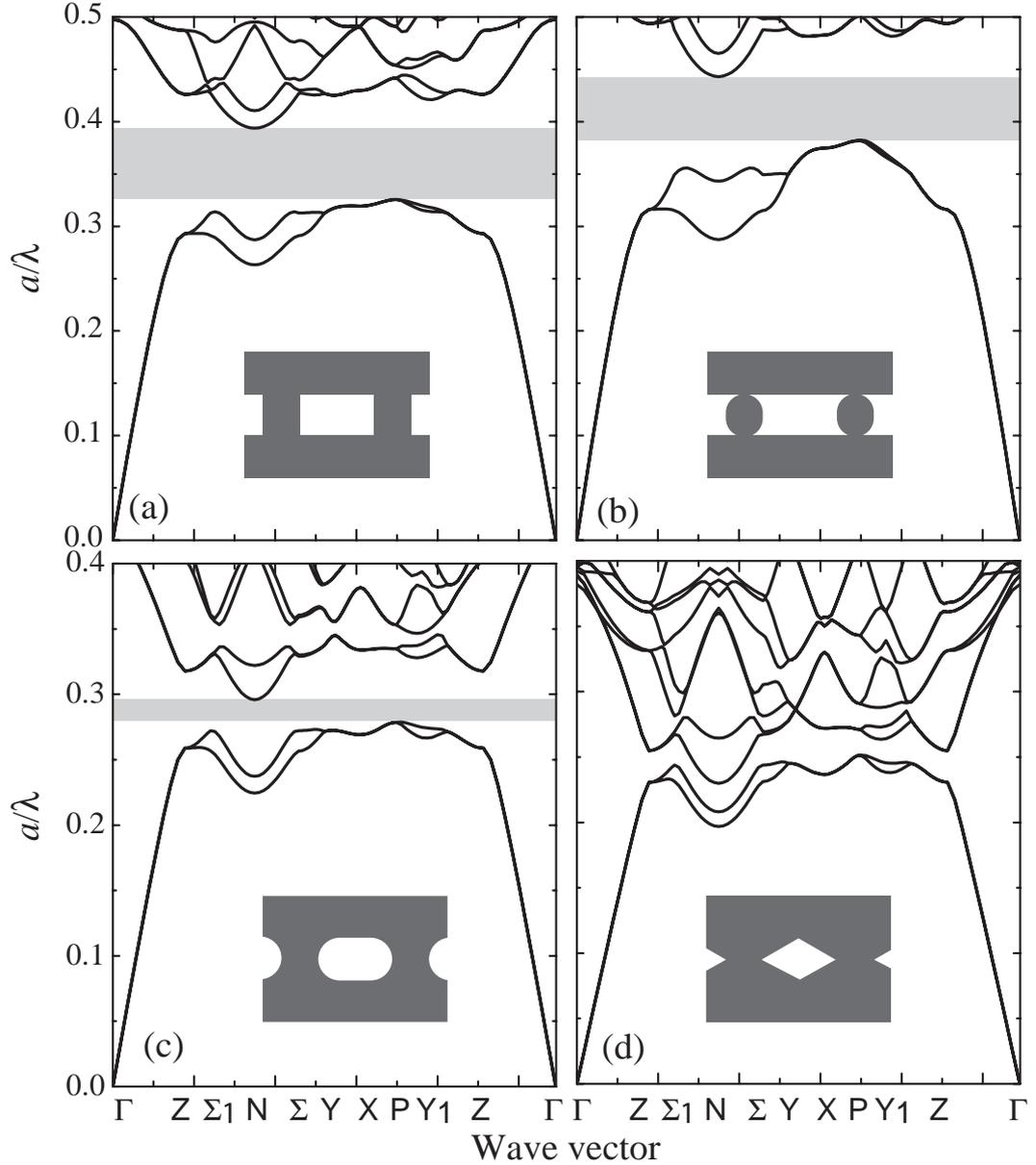


Рисунок 8 — Низкочастотная область фотонной зонной структуры поленицы (ГЦК решетка) для бревен с различным сечением. (a) Прямая структура с прямоугольными бревнами без скругления, $\eta \rightarrow \infty$. (b) прямая структура – бревна с эллиптическим профилем, $\eta = 2$. (c) инвертированная структура, воздушные бревна с эллиптическим профилем, $\eta = 2$. (d) инвертированная структура, воздушные бревна с ромбическим профилем, $\eta = 1$. На вставках к каждому из рисунков приведены схематические изображения соответствующих структур. Фотонная запрещенная зона выделена серым цветом. Толщина бревен $w = 0.28a$ (a – постоянная решетки), диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 13$, окружающая среда – воздух $\varepsilon_{\text{air}} = 1$. Волновые вектора приведены для неприводимой области зоны Бриллюэна ОЦТ решетки. Рисунок воспроизводится по статье [55].

случае очень больших значений параметра η кривая Ламе представляет собой прямоугольник, при $\eta = 2$ – эллипс, а при $\eta = 1$ – ромб. При возрастании η от 2 до бесконечности получаются профили, близкие к прямоугольным, со скругленными углами (фигура визуально близка к прямоугольнику уже при $\eta = 10$).

Были проведены расчеты фотонной зонной структуры для прямой и инвертированной поленницы с бревнами из кремния ($\varepsilon = 13$ в инфракрасном диапазоне) в зависимости от параметра Ламе η . Рассчитывались дисперсионные зависимости частот собственных состояний для 10 низкочастотных фотонных зон. Задача на собственные числа решалась с учетом 40^3 плоских волн, для вычисления эффективного тензора диэлектрической проницаемости примитивная ячейка разбивалась на 200^3 элементов (с помощью сетки 200 на 200 на 200). Примеры рассчитанных зонных структур при $\eta \rightarrow \infty$ (для прямой структуры), $\eta = 2$ (для прямой и инвертированной структуры) и $\eta = 1$ (для инвертированной структуры) представлены на рис. 8. Результаты вычислений ширины полной запрещенной зоны поленницы в зависимости от параметра Ламе η приведены на рис. 9. Согласно расчетам для поленницы, образованной прямоугольными бревнами, при $\varepsilon = 13$ максимальная ширина приведенной полной запрещенной зоны составляет $\Delta\omega/\omega_0 = 0.19$ и достигается при толщине бревен $w = 0.28a$. Ширина полной запрещенной зоны прямой поленницы лишь незначительно уменьшается в диапазоне $2 \leq \eta < \infty$, т.е. при переходе от прямоугольного бревна к эллиптическому (рис. 9). В то же время ширина полной запрещенной зоны инвертированной поленницы быстро уменьшается при уменьшении η .

1.1.3 Полная запрещенная зона

Расчеты зонных диаграмм периодических структур позволяют получать обширную информацию для анализа их фотонных свойств. В следующих главах мы будем неоднократно обращаться к анализу зонных диаграмм. Чтобы продемонстрировать общие закономерности возникновения и трансформации полной запрещенной зоны, проанализируем её ширину для обсуждавшихся выше фотонных кристаллов. Зависимости относительной ширины полной фотон-

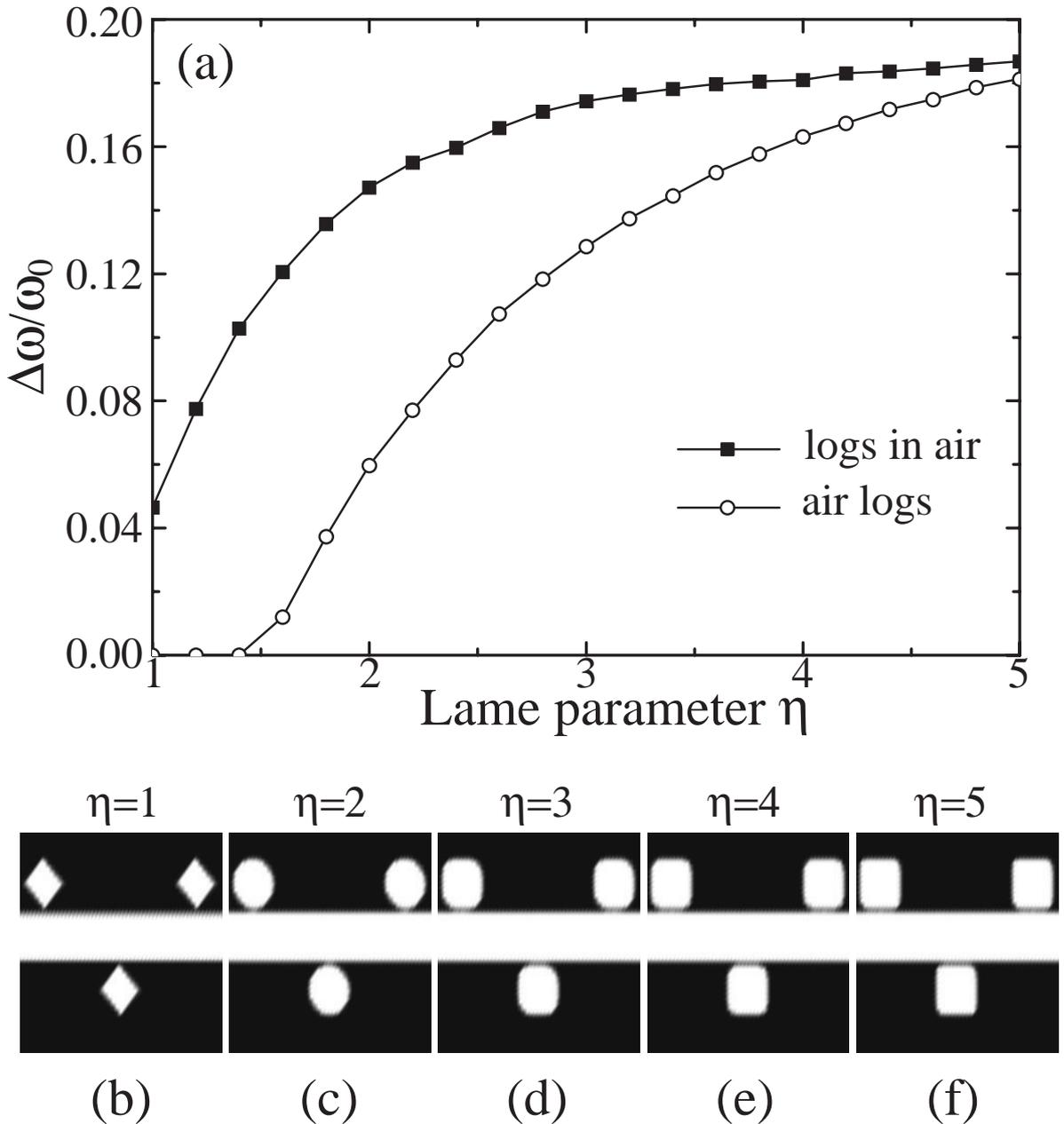


Рисунок 9 — (a) Приведенная ширина полной запрещенной зоны $\Delta\omega/\omega_0$ для прямой (черные квадраты) и инвертированной (белые кружки) поленицы в зависимости от параметра Ламе η . Ширина бревен $w = 0.28a$ (a – постоянная решетки), диэлектрическая проницаемость материала $\varepsilon = 13$, окружающая среда – воздух $\varepsilon_{\text{air}} = 1$. (b - f) Сечение кристалла плоскостью xoz для разных профилей бревен $1 \leq \eta \leq 5$. Белый цвет соответствует бревнам, черный – окружающему пространству. Рисунок воспроизводится по статье [55].

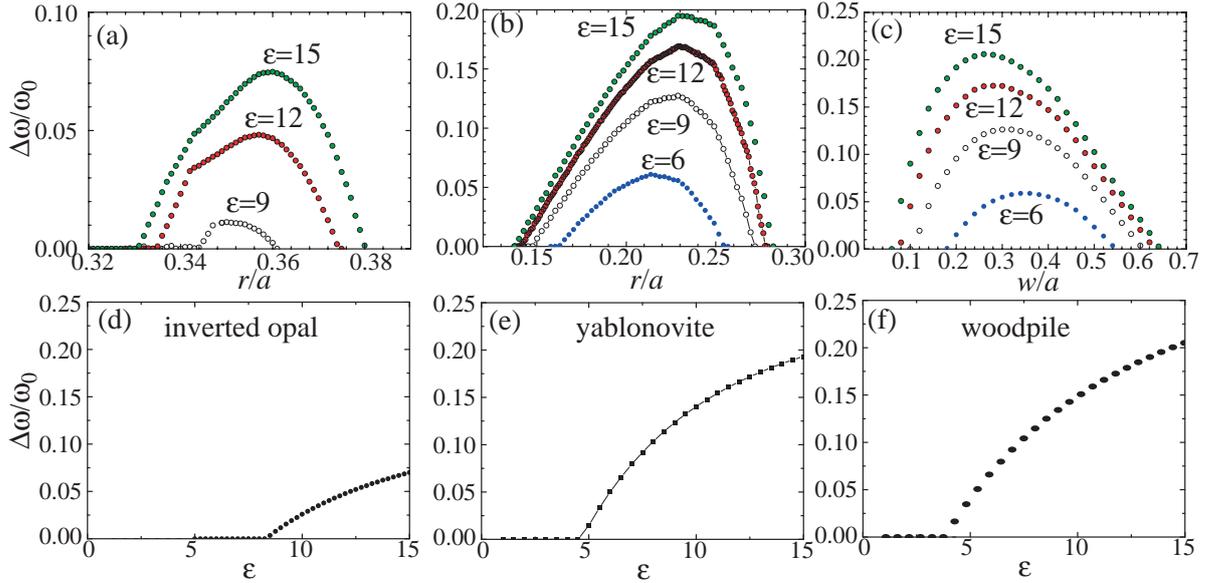


Рисунок 10 — Изменение относительной ширины полной фотонной запрещенной зоны $\Delta\omega/\omega_0$ в зависимости от: (a) радиуса воздушных сфер в инвертированных опалах; (b) радиуса пустот цилиндрической формы, заполненных воздухом, в яблонювите с $w/a = 0.23$; (c) ширины квадратных бревен в поленнице; (d-f) Рассчитанная относительная ширина полной фотонной запрещенной зоны $\Delta\omega/\omega_0$ в зависимости от диэлектрической проницаемости ϵ для инвертированных опалов, яблонювита и поленницы. Радиус сфер, радиус цилиндров и ширина прямоугольных бревен измеряются в единицах постоянной ГЦК решетки a . Рисунок воспроизводится по статье [49].

ной запрещенной зоны $\Delta\omega/\omega_0$ от структурных и диэлектрических параметров для инвертированных опала, яблоновита и поленницы представлены на рис. 10. Отметим, что для поленницы с прямоугольным профилем бревен не существует однозначного определения прямой и инвертированной структуры, поскольку инвертирование структуры поленницы приводит к изменению фактора заполнения.

Из рисунка 10 видно, что полная запрещенная зона в поленнице в шкале диэлектрической проницаемости появляется при $\varepsilon \geq 4.6$, в яблоновите при $\varepsilon \geq 4.8$, а в инвертированных опалах при $\varepsilon \geq 8.7$. Для всех структур увеличение диэлектрической проницаемости ε сопровождается монотонным расширением области существования полной запрещенной зоны (в исследуемом диапазоне ε). Из данных, представленных на рис. 10 следует, что при каждом диэлектрическом контрасте существует оптимальный коэффициент заполнения, который максимизирует полную ширину запрещенной зоны. Например, при $\varepsilon = 15$ (кремний в красной области видимого спектра) структурная конфигурация, обеспечивающая наибольшую запрещенную зону, возникает, когда воздушные сферы в инвертированных опалах имеют диаметр примерно $0.36a$, цилиндрические стержни в прямом яблоновите имеют диаметр около $0.23a$, а бревна в структуре ГЦК поленницы ($c = \sqrt{2}a$) имеют ширину $w \approx 0.28a$. Отметим, что оптимальное значение $r = 0.23a$ в структуре яблоновита соответствует коэффициенту заполнения $f = 25\%$ (т.е. 75% объема образца заполняется воздухом). Такой фактор заполнения близок к случаю инвертированного опала с точечным касанием сфер, в котором воздушные пустоты занимают $\approx 74\%$ объема образца.

1.2 Метод обратной дисперсии для расчета комплексных зонных диаграмм

До сих пор при вычислении фотонных зонных диаграмм мы пренебрегали зависимостью диэлектрической проницаемости от частоты. В тоже время большинство материалов с высоким показателем преломления обладают существенной частотной зависимостью диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, и вычислительные методы должны учитывать это обстоятельство. Проблема заключается

в том, что методы, адаптированные из теории твердого тела формулируются в виде задачи на собственные числа для частоты по аналогии со стационарным уравнением Шредингера, в котором энергия является собственным числом. При этом математическая задача на собственные числа и собственные значения формулируется таким образом, что оператор (который в рассматриваемом случае является функцией от ε) не зависит от собственного числа. В ряде работ использовалась классическая теория дисперсии диэлектрической проницаемости, т.е. предполагалось что функция $\varepsilon(\omega)$ является лоренцевой функцией с простым полюсом [56–64]. Эти методы позволяют находить зонную диаграмму, используя следующие основные подходы: (i) удастся получить обобщенную задачу на собственные числа [57] в результате домножения обеих частей уравнения Гельмгольца на частоту; (ii) решается задача во временной области с учетом вектора поляризации среды \mathbf{P} [60]; (iii) помимо искомым переменных \mathbf{E} и \mathbf{H} (электрическое и магнитное поле, соответственно) добавляются переменные, определяющие механическое состояние заряженных частиц [64].

Однако в наиболее интересных на практике видимом и инфракрасном диапазонах особенности диэлектрической проницаемости связаны с межзонными электронными переходами, а не с локальными резонансными состояниями, что не позволяет описать диэлектрическую проницаемость лоренцевской функцией. Кроме того, упомянутые выше методы позволяют находить только распространяющиеся волны, характеризующиеся вещественным волновым вектором \mathbf{k} . При этом эти методы не позволяют находить эванесцентные решения, т.е. решения с комплексным волновым вектором, мнимая часть которого определяется не столько поглощением материалов, сколько самой структурой. Как будет ясно из дальнейшего изложения, анализ всех дисперсионных ветвей, соответствующих распространяющимся и эванесцентным волнам, оказывается очень важным для определения природы возникновения той или иной фотонной стоп-зоны. Например, возникает возможность ответить на вопрос, является ли некая запрещенная зона брэгговской стоп-зоной или она связана с возбуждением локального резонанса Ми в отдельных структурах элементах. Подробно эта задача будет рассматриваться в Главе 2.

В качестве альтернативного подхода к вычислению собственных частот сформулируем обратную задачу. Вместо частоты как функции волнового вектора $\omega(k)$ будем искать волновые вектора $k(\omega)$, рассматривая частоту заданным параметром. При этом может оказаться, что волновой вектор будет принимать

комплексные значения. Отметим, что комплексные волновые вектора можно искать численно, например, решая трансцендентное уравнение ККР (уравнение Корринги-Кона-Родстокера, которое фигурирует в методе функции Грина [34; 65; 66]) оставаясь «на поверхности» (англ. on-shell approach; термин, позаимствованный из теории рассеяния, обозначает поиск решений на изоэнергетической поверхности [67]). Также в литературе известен еще один метод, основанный на разложении по функциям Ванье [68]. Такая постановка задачи (поиск комплексного волнового вектора) позволяет избежать ограничений семейства *прямых методов* $\omega(k)$. Первое ограничение состоит в невозможности учета произвольной частотной зависимости диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$. Хотя прямые методы $\omega(k)$ и позволяют исключить частоту из оператора, но это возможно только для ограниченного класса функций $\varepsilon(\omega)$. Второе ограничение связано с тем, что прямые методы $\omega(k)$ направлены на поиск распространяющихся мод.

Реализация обратного метода $k(\omega)$ направлена на исключение волнового вектора k из оператора. В большинстве случаев, имеющих практическое значение, это можно сделать, поскольку у большинства материалов, используемых в фотонике, пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости $\varepsilon(k)$ пренебрежимо мала, и мы не столкнемся с проблемой извлечения собственного числа (в данном случае k) из функции диэлектрической проницаемости, которая, в свою очередь, входит в оператор. При этом как метод функции Грина [34; 65; 66], так и метод функций Ванье, позволяющие проводить вычисления комплексных волновых векторов, подразумевают применение достаточно сложного математического аппарата, и их численная реализация является сложной задачей по сравнению с реализацией метода плоских волн. С другой стороны, существуют методы, основанные на разложении поля по плоским волнам (так называемое строгое разложение связанных волн, англ. rigorous coupled wave analysis), которые широко используются для вычисления транспортных свойств световой волны, проходящей через пластину, обладающую периодической структурой. В этих методах фиксируется тангенциальная компонента волнового вектора и частота, после чего решается неоднородная задача о возбуждении внешней волной [69–74], т.е. эти методы не приспособлены к нахождению собственных волновых векторов.

В данном разделе приводится изложение нашего метода обратной дисперсии для вычисления комплексных фотонных зонных диаграмм. Уравнения Максвелла сводятся к линейной задаче на собственные числа для собственного

значения k , в то время как частота ω входит в оператор в качестве вещественного параметра. Данный метод называется методом *обратной $k(\omega)$ дисперсии*, в противоположность *прямым $\omega(k)$ методам*. Метод обратной дисперсии можно относительно легко реализовать численно как в базисе плоских волн, так и в прямом пространстве. На первом этапе будем сравнивать зонные диаграммы, вычисленные (i) при помощи пакета программ, разработанного в Массачусетском технологическом институте [39], который реализует прямой метод; (ii) при помощи метода обратной дисперсии для фиксированных значений диэлектрической постоянной. После того, как мы убедимся, что оба подхода дают согласующиеся результаты, проведем вычисления зонных диаграмм для структур с диэлектрической проницаемостью, обладающей частотной зависимостью, приведенной в литературных источниках [42; 75–77]

1.2.1 Описание метода обратной дисперсии

Перепишем уравнения Максвелла в виде, удобном для решения задачи обратной дисперсии. При отсутствии зарядов уравнения Максвелла можно записать для частотных гармоник при $\exp(-i\omega t)$ как

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})\mathbf{H}, \quad (1.12a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}. \quad (1.12b)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} вектора электрического и магнитного полей, $\varepsilon(\mathbf{r})$ и $\mu(\mathbf{r})$ – диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость. Для периодической структуры решения можно представить в виде блоховских волн $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$. Подставляя эти решения в уравнения (1.12), получаем обобщенную задачу на собственные числа для собственных частот

$$(\nabla + i\mathbf{k}) \times \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = i\omega \begin{pmatrix} 0 & \mu_0\mu \\ -\varepsilon_0\varepsilon & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Прямой метод $\omega(k)$ состоит в домножении уравнения на обратную матрицу из правой части и действия оператором из левой части еще раз на это уравнение. Для записи основного уравнения метода обратной дисперсии $k(\omega)$ изолируем

волновой вектор таким образом, чтобы получить обобщенную задачу на собственные числа для волнового вектора

$$\begin{pmatrix} i\nabla \times & \omega\mu_0\mu \\ -\omega\varepsilon_0\varepsilon & i\nabla \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \mathbf{n} \times & 0 \\ 0 & \mathbf{n} \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

где \mathbf{n} – направление волнового вектора ($\mathbf{k} = k\mathbf{n}$).

Как известно, прямая задача во многом аналогична стационарному уравнению Шредингера [36]. Если потери отсутствуют, то соответствующий оператор является эрмитовым, и все собственные частоты оказываются вещественными. При этом вещественным спектром могут обладать не только эрмитовые операторы. За последние 20 лет сформировалось новое направление, связанное с изучением неэрмитовых операторов, обладающих PT -симметрией, т.е. симметрией относительно одновременного преобразования инверсии P и обращения времени T [78]. Важным свойством PT -симметричных операторов является переход между вещественным и комплексным спектром, который получил название «спонтанное нарушение PT -симметрии». Такое нарушение PT -симметрии связано со слиянием двух дисперсионных ветвей в точках ветвления, также известных в математической теории линейных операторов как исключительные точки [79]. Если рассмотреть в конечномерном пространстве обобщенную задачу на собственные числа вида $(\hat{L} + \omega\hat{V})\psi = k\hat{M}\psi$, то собственные числа можно найти из характеристического уравнения, являющегося полиномом относительно переменной ω или k . Однако вернемся к уравнению (1.14) и методу обратной дисперсии. Если при решении прямой $\omega(k)$ задачи мы предполагаем, что волновой вектор является заданным параметром, то теперь будем считать параметром частоту ω . При распространении света на частотах, соответствующих разрешенным зонам, волновой вектор принимает вещественные значения, в то время как на частотах, соответствующих запрещенным зонам, волновой вектор будет комплексным. Таким образом, можно рассматривать границы запрещенных зон, как точки ветвления, и можно проводить определенную аналогию между зонной теорией и задачей о спонтанном нарушении PT -симметрии.

Рассмотрим комплексную зонную диаграмму, которая учитывает как распространяющиеся, так и затухающие электромагнитные состояния. Во-первых, опишем результаты, полученные в приближении пустой решетки, т.е. рассмотрим однородное пространство, которое формально обладает периодичностью структуры. Это позволит ввести обозначение для дисперсионных ветвей.

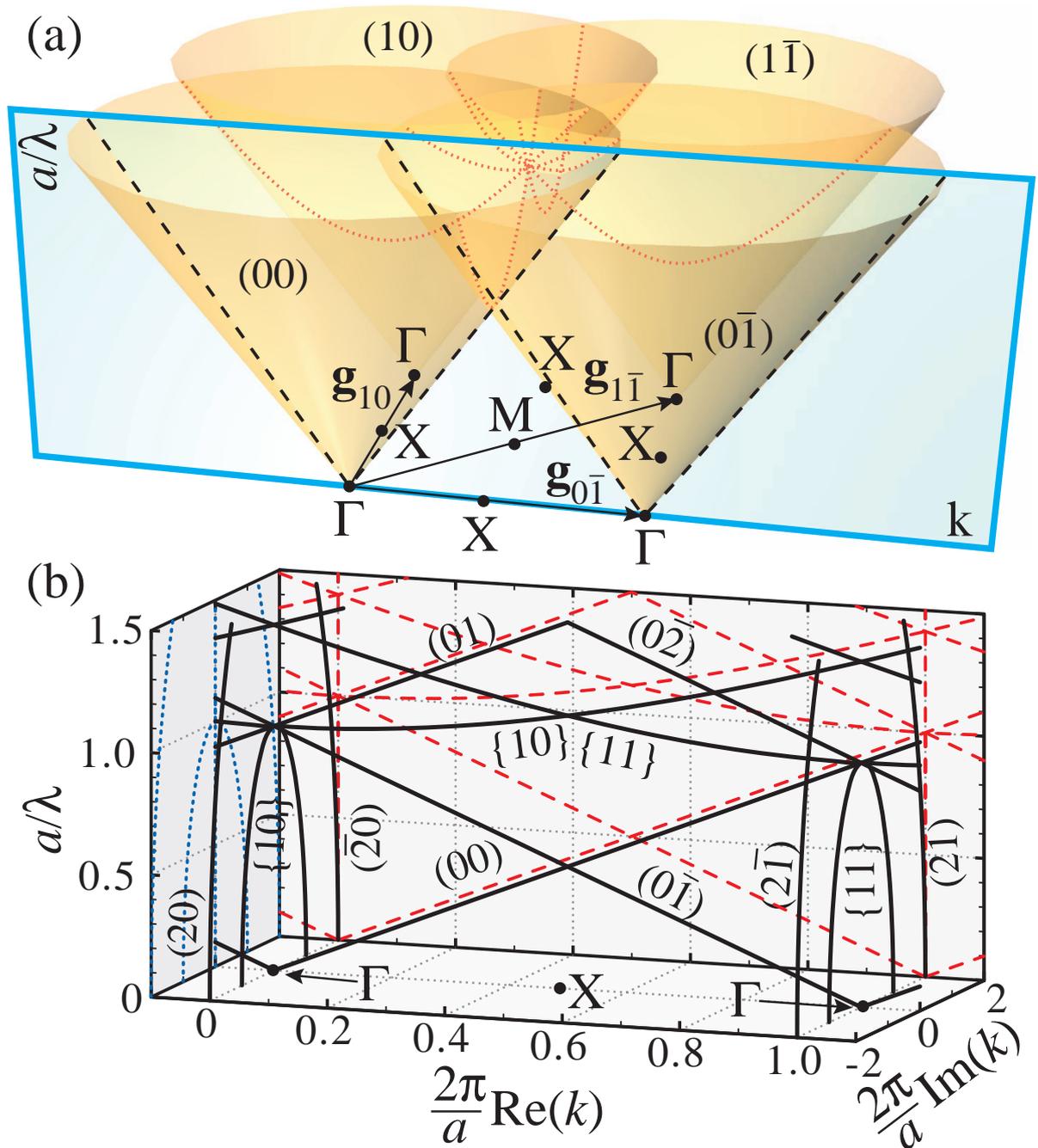


Рисунок 11 — Комплексная фотонная зонная диаграмма, вычисленная в приближении пустой решетки. (а) Повторяющиеся световые конуса. Пересечения конусов отмечены красными пунктирными линиями. Сечения конусов плоскостью сканирования $\Gamma \rightarrow X$ в структуре с квадратной решеткой показаны черными пунктирными линиями. (б) Комплексная зонная диаграмма для направления $\Gamma \rightarrow X$ в квадратной решетке (черные сплошные линии); Проекция мод на вещественную плоскость (красные штриховые линии) и на мнимую плоскость (синие пунктирные линии). Рисунок воспроизводится по статье [17].

Для наглядности рассмотрим двумерное обратное пространство, соответствующее квадратной решетке. В приближении пустой решетки существуют блоховские моды с постоянными значениями \mathbf{E} и \mathbf{H} , образующие световой конус $\omega^2 = \varepsilon\mu|\mathbf{k}|^2/c^2$. Трансляционная симметрия структуры приводит к повторению светового конуса в каждом узле обратной решетки g_{hl} (см. рис. 11a). Для электромагнитных состояний удобно ввести номенклатуру (hl) по положению вершины конуса. Отметим, что в местах пересечения конусов при учете диэлектрического контраста вырождение снимается из-за перемешивания состояний, что проявляется как брэгговская дифракция. Для определенности рассмотрим плоскость, заданную осью частот (вертикальная ось) и вектором $\Gamma \rightarrow X$, т.е. высокосимметричными точками зоны Бриллюэна квадратной решетки. На низких частотах будут наблюдаться лишь сечения конусов $(0l)$, вершины которых лежат в данной плоскости (рис. 11b). Соответствующую картину можно получить аналитически прямыми методами $\omega(k)$. Однако, используя метод обратной дисперсии $k(\omega)$, мы находим эванесцентные моды (hl) , т.к. даже конусы, лежащие вне плоскости, имеют комплексные решения в данном сечении. Отметим, что обычно эванесцентные моды не рассматриваются, хотя, например, в случае запрещенных зон их учет важен для описания транспортных свойств [80]. Далее рассмотрим случай двумерной структуры, однако отметим, что трехмерный случай, являясь более громоздким, не привносит принципиальных сложностей.

ТЕ-поляризация

При рассмотрении ТЕ поляризации будем учитывать z -компоненту магнитного блоховского вектора $h = \sqrt{\mu_0}\mathbf{H}_z$, а также тангенциальную $e = \sqrt{\varepsilon_0}\mathbf{E}_\tau$ и нормальную $f = \sqrt{\varepsilon_0}\mathbf{E}_n$ компоненты электрического блоховского вектора. Уравнение (1.14) можно переписать как систему

$$-i \left(n_x \frac{\partial}{\partial x} + n_y \frac{\partial}{\partial y} \right) e(\mathbf{r}) - i \left(n_x \frac{\partial}{\partial y} - n_y \frac{\partial}{\partial x} \right) f(\mathbf{r}) + \frac{\omega}{c} \mu(\mathbf{r}) h(\mathbf{r}) = -k e(\mathbf{r}), \quad (1.15a)$$

$$i \left(n_x \frac{\partial}{\partial x} + n_y \frac{\partial}{\partial y} \right) h(\mathbf{r}) - \frac{\omega}{c} \varepsilon(\mathbf{r}) e(\mathbf{r}) = k h(\mathbf{r}), \quad (1.15b)$$

$$i \left(n_x \frac{\partial}{\partial y} - n_y \frac{\partial}{\partial x} \right) h(\mathbf{r}) - \frac{\omega}{c} \varepsilon(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) = 0. \quad (1.15c)$$

Отметим, что h , e и f являются периодическими функциями. Для численного решения этих уравнений мы должны свести их к системе алгебраических линейных уравнений, что можно сделать различными способами. Например, можно представить оператор в базисе плоских волн или использовать вариант дифференцирования по схеме с конечными разностями, оставаясь в прямом пространстве. Обсудим достоинства и недостатки обоих вариантов. Хотя второй вариант проще в реализации, он дает результат, только если расстояние между соседними узлами сетки разбиения намного меньше длины волны. Т.е. этот вариант является исключительно численным методом. Напротив, базис плоских волн позволяет вычислять моды уже в двухволновом приближении, если модуляция диэлектрической проницаемости не очень велика. С другой стороны, если в структуре присутствуют металлические компоненты, то базис плоских волн сходится достаточно плохо [70; 71], поскольку нулевое приближение (приближение свободных фотонов) является очень плохим, так как свободный фотон «чувствует» усредненную диэлектрическую проницаемость, которая в низкочастотной области спектра окажется отрицательной. Т.е. в низкочастотной области спектра распространение свободных фотонов запрещено, что не соответствует правильному решению. Таким образом, для расчета структур с металлическими компонентами необходимо учитывать очень большое число плоских волн и лучшую сходимость продемонстрирует метод, основанный на конечных разностях. При расчетах диэлектрических структур с большим контрастом показателя преломления также следует обратить особое внимание на проблемы сходимости [81] и учитывать достаточное число плоских волн в разложении. Для определения необходимого числа плоских волн мы провели исследования сходимости обычного метода $\omega(k)$ плоских волн, который решает фактически такую же задачу, и определили, что 625 (25 на 25) плоских волн оказывается достаточным для получения достоверных результатов.

Поскольку функции h , e и f пропорциональны блоховским амплитудам, их можно представить в виде рядов Фурье. Разложим h , e и f в правой части уравнений (1.15), после чего вычислим коэффициенты Фурье от правой и левой частей (1.15). В итоге можно записать эти уравнения в матричном виде

$$\mathbf{D}\mathbf{e} + \mathbf{L}\mathbf{f} + \frac{\omega}{c}\mathbf{M}\mathbf{h} = -k\mathbf{e}, \quad (1.16)$$

$$- \mathbf{D}\mathbf{h} - \frac{\omega}{c}\mathbf{E}\mathbf{e} = k\mathbf{h}, \quad (1.17)$$

$$- \mathbf{L}\mathbf{h} - \frac{\omega}{c}\mathbf{E}\mathbf{f} = 0. \quad (1.18)$$

Здесь \mathbf{D} и \mathbf{L} – диагональные матрицы с элементами $D_{\mathbf{g},\mathbf{g}} = n_x g_x + n_y g_y$, $L_{\mathbf{g},\mathbf{g}} = n_x g_y - n_y g_x$, а \mathbf{E} и \mathbf{M} – теплицевы матрицы с элементами $E_{\mathbf{g},\mathbf{g}'} = \varepsilon_{\mathbf{g}-\mathbf{g}'}$, и $M_{\mathbf{g},\mathbf{g}'} = \mu_{\mathbf{g}-\mathbf{g}'}$, равными коэффициентам Фурье для $\varepsilon(\mathbf{r})$ и $\mu(\mathbf{r})$, соответственно. Избавляясь от компоненты \mathbf{f} , находим окончательную задачу на собственные числа

$$- \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \left(\frac{\omega}{c}\mathbf{M} - \left(\frac{\omega}{c} \right)^{-1} \mathbf{L}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{L} \right) \\ \frac{\omega}{c}\mathbf{E} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{h} \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{h} \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

ТМ-поляризация

Аналогичным образом можно написать задачу на собственные числа для матриц, описывающих электромагнитное поле в ТМ-поляризации

$$- \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \left(-\frac{\omega}{c}\mathbf{E} + \left(\frac{\omega}{c} \right)^{-1} \mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \right) \\ -\frac{\omega}{c}\mathbf{M} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{e} \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{e} \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

Здесь \mathbf{h} и \mathbf{e} задают тангенциальную компоненту магнитного поля и z -компоненту электрического поля. Матрицы \mathbf{E} , \mathbf{M} , \mathbf{D} и \mathbf{L} определены выше для случая ТЕ-поляризации. В большинстве задач материалы не обладают магнитным откликом, поэтому матрица \mathbf{M} равна единичной матрице. Тогда уравнение (1.20) в определенном смысле проще уравнения (1.19), поскольку в ТМ-поляризации отсутствует обратная матрица \mathbf{E} .

1.2.2 Комплексные зонные диаграммы

В качестве примера использования метода обратной дисперсии рассмотрим три структуры с разными значениями диэлектрической проницаемости. Рассмотрим систему цилиндров, расположенных в узлах квадратной решетки.

Пространство между цилиндрами заполнено воздухом. Ось цилиндров параллельна направлению z , радиус $r = 0.3a$, где a - постоянная решетки. Проведем вычисления для трех разных частотных зависимостей диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, соответствующих литературным данным по материалам а-С:Н, Si, и $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$. Чтобы проиллюстрировать метод обратной дисперсии рассмотрим структуру, образованную тремя различными материалами (а-С:Н, Si, и $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$).

Постоянная диэлектрическая проницаемость

Известно, что периодические диэлектрические фотонные структуры могут быть отнесены как к классу фотонных кристаллов с фундаментальной брэгговской стоп-зоной, так и к классу метаматериалов с фундаментальной запрещенной зоной Ми (подробнее этот вопрос обсуждается далее в Главе 2). Напомним, что фундаментальной принято называть запрещенную зону, образованную разрывом в энергетическом спектре между первой и второй фотонными ветвями [36]. В данном разделе мы рассматриваем двумерную квадратную решетку, образованную параллельными диэлектрическими цилиндрами, ось которых направлена вдоль z . Диэлектрическая проницаемость цилиндров ε , цилиндры находятся в воздушном пространстве, постоянная квадратной решетки a , радиус цилиндров $r = 0.3a$.

Для проверки результатов расчетов, выполненных методом обратной дисперсии, были проведены вычисления фотонных зонных диаграмм обычным $\omega(k)$ методом в реализации [39], используя постоянные значения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\text{a-C:H}}^0 = 4$, $\varepsilon_{\text{Si}}^0 = 16$ и $\varepsilon_{\text{GeSbTe}}^0 = 30$. После этого были построены фотонные зонные диаграммы методом обратной дисперсии (рис. 12). Отметим, что дисперсионные ветви, соответствующие распространяющимся состояниям (с вещественным волновым вектором), полученные двумя методами [прямым $\omega(k)$ и обратным $k(\omega)$] полностью совпали. При этом методом обратной дисперсии были вычислены также эванесцентные состояния. Обсудим сначала результаты для ТЕ-поляризации.

Модуляция диэлектрической проницаемости в периодической структуре $\varepsilon(\mathbf{r})$ приводит к возмущению собственных состояний, вычисленных в прибли-

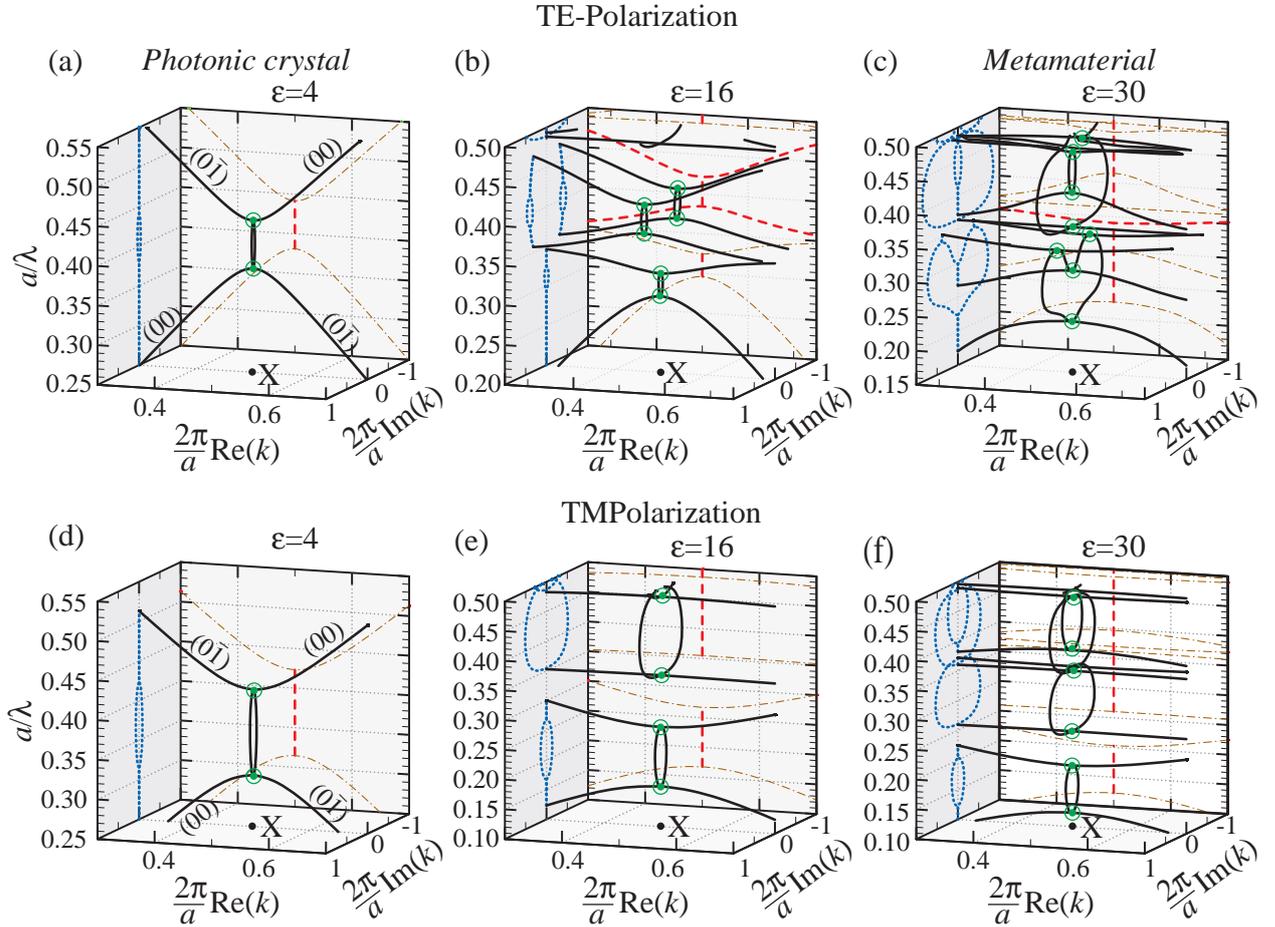


Рисунок 12 — Комплексные фотонные зонные диаграммы для материалов с вещественными диэлектрическими постоянными (a), (d) $\varepsilon = 4$, (b), (e) $\varepsilon = 16$ и (c), (f) $\varepsilon = 30$ для (a) - (c) ТЕ и (d) - (f) ТМ-поляризации. Ветви для комплексных значений волновых векторов показаны черными сплошными кривыми, проекция на вещественную плоскость показана пунктирными кривыми (вещественные волновые векторы – тонкие коричневые штрих-пунктирные кривые, комплексные волновые векторы – толстые красные пунктирные кривые). Проекция волновых векторов на мнимую плоскость представлена синими пунктирными кривыми. Точки ветвления отмечены зелеными кружками. Рисунок воспроизводится по статье [17].

жении пустой решетки. При небольшой модуляции можно сопоставить «возмущенные» ветви с «невозмущенными» ветвями (00) и $(0\bar{1})$. Взаимодействие этих двух ветвей приводит к появлению пары точек ветвления на границах запрещенной зоны (точки ветвления отмечены зелеными кружками на рис. 12а). Рассмотрим поведение дисперсионных ветвей (00) и $(0\bar{1})$ при увеличении частоты. На низких частотах волновой вектор является вещественной величиной. Далее в интервале частот $0.38 < a/\lambda < 0.44$, определяемом парой точек ветвления, волновой вектор становится комплексным: вещественная часть остается постоянной на всем интервале, а мнимая часть увеличивается по мере приближения к центру интервала так, что максимальное значение $\Delta\text{Im}(2\pi k/a)$ близко к 0.1. В результате ветви образуют узкую брэгговскую особенность, вытянутую вдоль оси частот. Эта особенность соответствует брэгговской стоп-зоне. При увеличении модуляции диэлектрической проницаемости, из-за сильного межзонного взаимодействия, состояния в высокочастотной области спектра больше не могут быть привязаны к определенным (hl) состояниям приближения пустой решетки. В случае $\varepsilon = 16$, на комплексной диаграмме (рис. 12b) можно выделить три брэгговских особенности: одну с центром $[a/\lambda \approx 0.3, \text{Im}(2\pi k/a) = 0]$ и пару брэгговских особенностей $[a/\lambda \approx 0.4, \text{Im}(2\pi k/a) = \pm 0.5]$, которые не пересекают вещественную плоскость $\text{Im}(2\pi k/a) = 0$. При сильной модуляции диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 30$ (см. рис. 12c), помимо брэгговской особенности с центром $[a/\lambda \approx 0.45, \text{Im}(2\pi k/a) = 0]$, наблюдаются две широкие особенности сложной формы, которые, как будет показано в дальнейшем, связаны с запрещенными зонами Ми. Первая особенность Ми в спектральной области $0.22 < a/\lambda < 0.34$ имеет ширину $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 1.6$, а вторая особенность Ми располагается в области $0.37 < a/\lambda < 0.49$ при ширине $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 1.8$. Отметим, что все наблюдаемые на рис. 12а–12с брэгговские особенности и особенности Ми возникают на границе зоны Бриллюэна (в точке X). Важно отметить следующее: компоненты волнового вектора, соответствующие дисперсионным ветвям, изменяются по отдельности: меняется либо только вещественная часть, либо только мнимая часть, а точка ветвления переключает эти два режима. Кроме того, брэгговские особенности оставляют ветви связанными, а особенности Ми разрывают связанность ветвей.

Рассмотрим теперь комплексные зонные диаграммы для случая ТМ-поляризации. Пока модуляция диэлектрической проницаемости мала (рис. 12d), зонная диаграмма похожа на случай ТЕ-поляризации (рис. 12а). В диаграм-

ме присутствует брэгговская особенность с параметрами $0.31 < a/\lambda < 0.42$ и $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 0.15$, что немного больше значений для случая ТЕ-поляризации. При больших значениях диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 16$, зонная диаграмма в ТМ-поляризации существенно отличается от случая ТЕ-поляризации. Как видно из рис. 12е, брэгговская особенность смещается в низкочастотную область $0.17 < a/\lambda < 0.28$, и ее ширина увеличивается до $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 0.14$, при этом появляется особенность Ми с параметрами $0.35 < a/\lambda < 0.5$ и $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 1.0$. При дальнейшем увеличении диэлектрической проницаемости ε до 30 брэгговская особенность смещается еще ниже до $0.12 < a/\lambda < 0.20$ при $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 0.3$ и не исчезает, как в случае ТЕ-поляризации, оставаясь фундаментальной модой. Кроме этого, на рис. 12f появляется еще одна брэгговская особенность ($0.40 < a/\lambda < 0.49$, $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 0.5$) и пара незначительно перекрывающихся особенностей Ми ($0.26 < a/\lambda < 0.37$, $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 1.07$), ($0.36 < a/\lambda < 0.53$, $\Delta\text{Im}(2\pi k/a) \approx 1.08$). Также как и в случае ТЕ-поляризации, брэгговские особенности оставляют ветви связанными, а особенности Ми разрывают связность ветвей.

Частотно зависимые значения диэлектрической проницаемости

Используя метод обратной дисперсии, можно построить фотонные зонные диаграммы для трех исследуемых систем, используя экспериментально-измеренные значения диэлектрической проницаемости реальных материалов, которые приведены в литературе [42; 75–77]. Соответствующие зависимости представлены на рис. 13. Поскольку уравнения Максвелла нельзя масштабировать при частотной зависимости диэлектрической проницаемости, нам необходимо конкретизировать и геометрические размеры, и материалы фотонной структуры. Выберем геометрические размеры таким образом, чтобы особенности в зонных диаграммах попадали в интересующий нас спектральный диапазон:

(i) для а-С:Н постоянная решетки $a = 400$ нм, диэлектрическая проницаемость для аморфной фазы используется по данным [76];

(ii) для кремния постоянная решетки $a = 200$ нм, диэлектрическая проницаемость для кристаллической фазы используется по данным [42; 75];

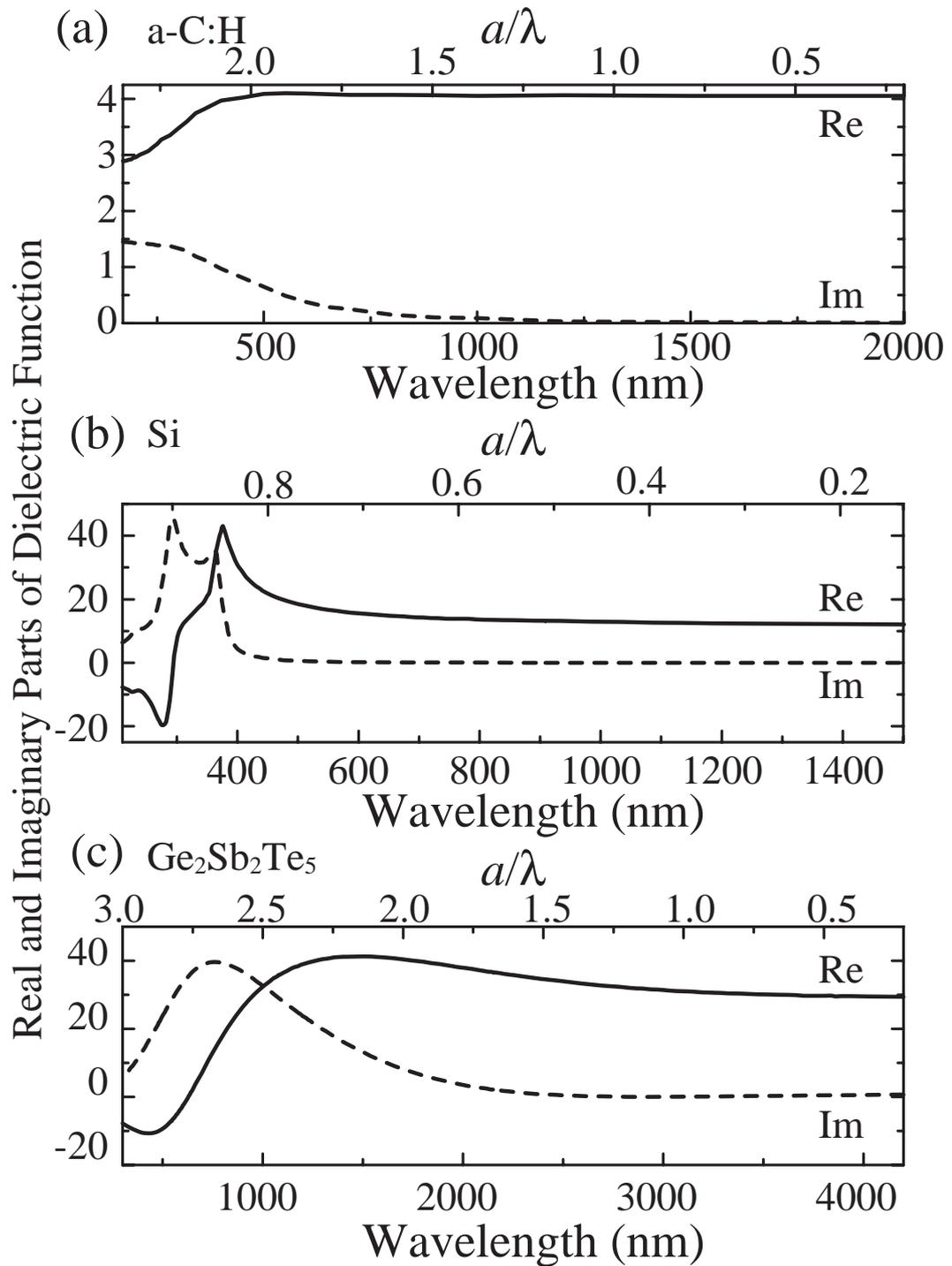


Рисунок 13 — Диэлектрические проницаемости (a) a-C:H [76], (b) Si [42; 75] и (c) Ge₂Sb₂Te₅ [77] в двух масштабах: длина волны λ и a/λ для постоянных решетки (a) $a = 400$ нм, (b) $a = 200$ нм и (c) $a = 900$ нм. Вещественные части диэлектрической проницаемости показаны сплошными кривыми, а мнимые части — пунктирными. Рисунок воспроизводится по статье [17].

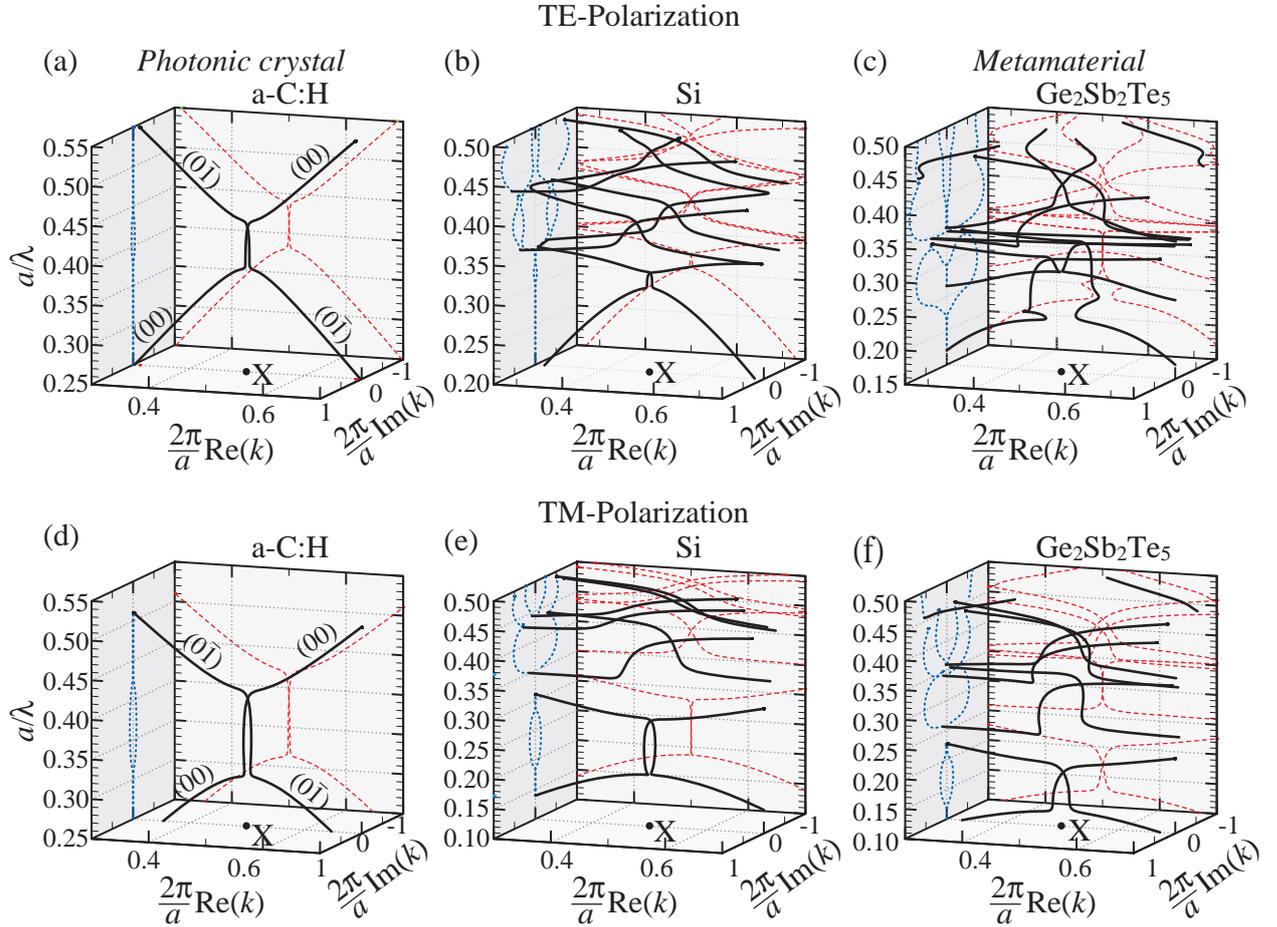


Рисунок 14 — Комплексные фотонные зонные диаграммы для материалов с частотно зависимой диэлектрической проницаемостью, приведенной в литературе (a,d) a-C:H [76], (b,e) Si [42; 75], (c,f) $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ [77] для (a) - (c) TE и (d) - (f) TM-поляризации. Ветви для комплексных значений волновых векторов показаны черными сплошными кривыми, проекция на вещественную плоскость показана красными пунктирными кривыми. Проекция волновых векторов на мнимую плоскость представлена синими пунктирными кривыми. Рисунок воспроизводится по статье [17].

(iii) для структуры из композита Ge-Sb-Te постоянная решетки $a = 900$ нм, диэлектрическая проницаемость для кристаллической фазы используется по данным [77].

Комплексные зонные диаграммы таких фотонных структур представлены на рис. 14, который будем сравнивать с рис. 12. Видно, что появление мнимой части диэлектрической проницаемости снимает вырождение состояний в точках ветвления, которые были отмечены зелеными кружками на рис. 12. Для описания различий удобно ввести плотность фотонных состояний на интервал действительной части волнового вектора $\rho(k')$. В случае вещественной диэлектрической функции оба типа особенностей лежат на поверхности зоны Бриллюэна $[\text{Re}(\mathbf{k}) = X]$, при этом плотность состояний $\rho(k')$, является δ -функцией в точке X . По мере роста мнимой части диэлектрической функции δ -функция размывается в некоторую функцию с шириной отличной от нуля. При этом исключительные точки вырождения ветвей пропадают.

Кроме того, существует отличие в поведении мод в особенностях двух типов, когда соответствующая зона становится фундаментальной. Отметим, что на рис. 12 и 14 мы наблюдали фундаментальную зону с особенностью Ми только в ТЕ-поляризации. На рисунке 15 показаны запрещенные зоны, связанные с брэгговскими особенностями и особенностями Ми в большом масштабе. Групповая скорость $V = (d\text{Re}(k)/d\omega)^{-1}$ не меняет свой знак при прохождении ветви через брэгговскую особенность, а при прохождении по особенности Ми групповая скорость обращается в нуль и меняет направление на противоположное. В тоже время, в случае вещественной диэлектрической функции существует интервал нулевой групповой скорости, поэтому чтобы отличить тип фундаментальной запрещенной зоны по такому качественному признаку диэлектрическая функция должна обладать хотя бы небольшой мнимой частью.

Анализ комплексных зонных диаграмм

Итак, метод обратной дисперсии позволяет выполнить точный расчет фотонной зонной диаграммы для периодических структур, состоящих из материалов с произвольным диэлектрическим откликом, тогда как широко распространенные прямые методы не позволяют полностью описать фотонные состояния,

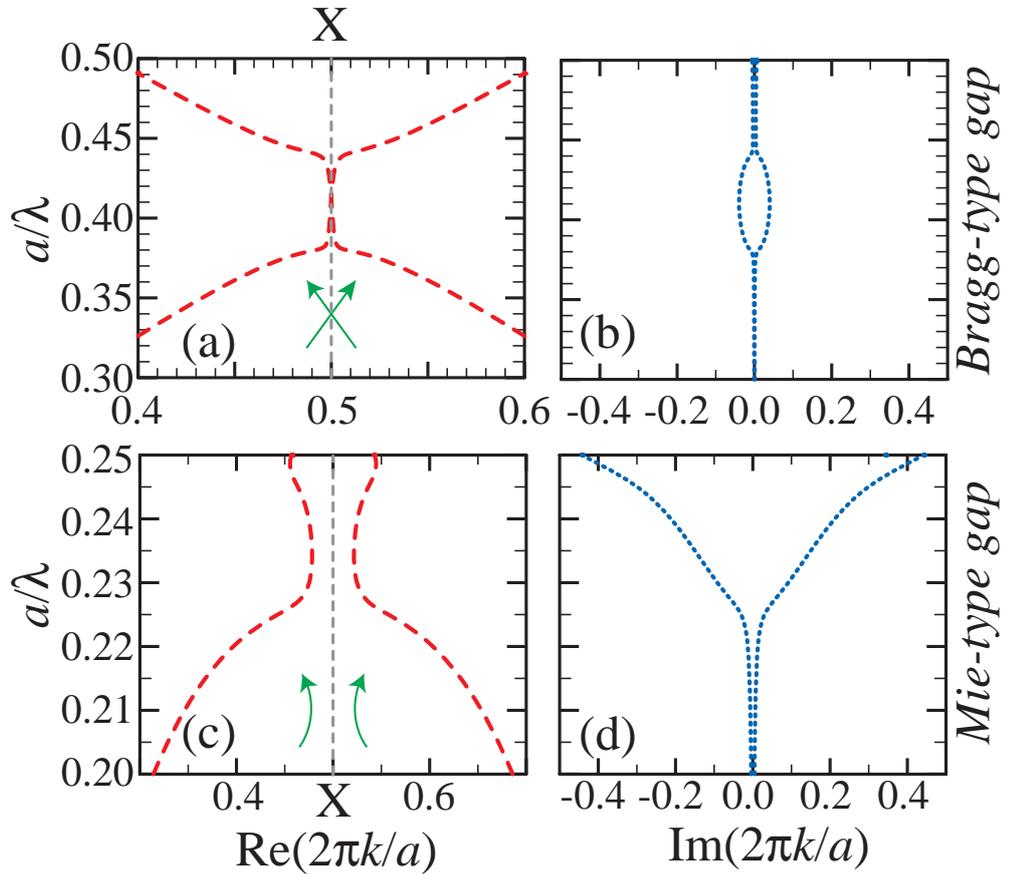


Рисунок 15 — Сравнение брэгговской стоп-зоны (структура с цилиндрами из $a\text{-C:H}$) и запрещенной зоны Ми (структура с цилиндрами из $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$) в ТЕ-поляризации. Зонные диаграммы представлены для (a) вещественной и (b) мнимой частей волнового вектора для фотонного кристалла, а также для (c) вещественной и (d) мнимой частей волнового вектора для диэлектрического метаматериала. Зеленые стрелки демонстрируют поведение ветвей на границе зоны Бриллюэна, отмеченной серыми пунктирными линиями. Рисунок воспроизводится по статье [17].

например, соответствующие эванесцентным волнам. Используя метод обратной дисперсии, мы совершаем важный шаг вперед в понимании и описании процессов распространения электромагнитных волн в периодических средах, включая фотонные кристаллы и метаматериалы. Фотонная зонная диаграмма, вычисленная прямым методом $\omega(k)$, «скрывает» точки ветвления на границах запрещенных зон, где наблюдаются особенности в плотности состояний. В то же время, математическая теория линейных операторов предсказывает появление сингулярных свойств собственных мод вблизи точки ветвления [79].

В проекции зонной диаграммы на мнимую плоскость (т.е., на плоскость, определяемую мнимой частью волнового вектора и частотой) особенность, которую мы в предыдущем разделе формально называли «брэгговской», можно связать с реальным брэгговским резонансом, поскольку эта особенность наблюдается даже при очень малом диэлектрическом контрасте, и появляется на пересечении двух световых конусов (рис. 15b). Ниже, в Главе 2 будет показано, что особенности, названные «особенностями Ми» связаны с резонансами Ми на цилиндрах. Комплексная зонная диаграмма на рис. 15c демонстрирует, что особенность Ми простирается от $a/\lambda = 0.22$ до 0.35 , что намного шире, чем запрещенная зона Ми в интервале $0.22 \leq a/\lambda \leq 0.26$ (тонкие штрих-пунктирные кривые на вещественной проекции). Анализ спектров рассеяния Ми на частицах с высоким показателем преломления [82; 83] показывает, что нижняя особенность Ми на рис. 12c связана с модой Ми TE_{01} , в то время как вторая особенность (с большими частотами) связана с модой TE_{11} .

Обратимся теперь к уравнениям (1.19) и (1.20). Заметим, что это уравнения с неэрмитовыми операторами, у которых длина волнового вектора является собственным значением. Поэтому можно рассматривать эти операторы как оператор волнового вектора для периодических сред. Имея ввиду результаты, полученные из теории неэрмитовых PT -симметричных гамильтонианов [78], можно предположить, что оператор волнового вектора обладает некоторой симметрией. Симметрия T связана с симметрией обращения времени, тогда как четность P следует применять к полям, представленным в k -пространстве. В самом деле, представление функций в прямом пространстве ничем не лучше, чем их представление в k -пространстве. Важным следствием описания операторов (1.19) и (1.20) как операторов с PT -симметрией является то, что не следует рассматривать работу с этими операторами всего лишь как математический трюк, считая их лишёнными физического смысла, поскольку они нару-

шают квантовомеханическую аксиому эрмитовости для операторов. Наоборот, эти операторы следует рассматривать как физические величины, связанные с импульсом возбуждения, распространяющегося в периодической среде. В точке ветвления симметрия спонтанно нарушается, что делает такое возбуждение запрещенным.

Кроме того, используя результаты метода обратной дисперсии, можно разделить запрещенные зоны Брэгга и Ми, добавляя небольшие потери в структуру. Ветви, образующие брэгговские стоп-зоны, не меняют свое направление, тогда как ветви, формирующие запрещенные зоны Ми, демонстрируют расталкивание. Используя этот критерий, можно однозначно определить тип резонанса, отвечающего за формирование запрещенной зоны. Мы будем использовать этот критерий далее в Главе 2.

1.3 Выводы по главе

В настоящей Главе были описаны методы построения фотонных зонных диаграмм периодических структур. Приведенные результаты были получены при помощи оригинального программного обеспечения, реализующего метод разложения по плоским волнам. Были построены фотонные зонные диаграммы для структур, обладающих ГЦК решеткой: опал, яблонит, поленница. В результате обработки зонных диаграмм в зависимости от геометрических параметров, а также от диэлектрического контраста были найдены условия появления полной запрещенной зоны и определена ее относительная ширина.

В последнем разделе описан метод «обратной дисперсии» $k(\omega)$, который позволяет строить комплексные зонные диаграммы, содержащие информацию как о распространяющихся модах, которые можно найти обычными прямыми методами $\omega(k)$, так и о эванесцентных волнах в периодических структурах. Комплексная зонная диаграмма непоглощающих структур демонстрирует наличие так называемых исключительных точек (точек ветвления), в которых происходит спонтанное нарушение PT -симметрии состояний. Такой подход позволяет рассматривать уравнения на длину волнового вектора k , как уравнения, определяющие оператор волнового вектора. Кроме этого, комплексные зонные

диаграммы позволяют установить природу запрещенных зон, наблюдаемых в энергетическом спектре фотонных структур.

Глава 2. Фазовый переход и фазовая диаграмма “фотонный кристалл – диэлектрический метаматериал”

В конце 1980-х годов Яблонович и Джон ввели в рассмотрение новый класс структур – фотонные кристаллы – периодические среды, в которых диэлектрическая проницаемость изменяется в пространстве с периодом порядка длины электромагнитной волны [1; 2]. Соответственно, при изучении фотонных кристаллов основное внимание уделяется эффектам взаимодействия периодической структуры с электромагнитными волнами. Было продемонстрировано, что для описания эффектов взаимодействия периодической структуры с электромагнитными волнами можно использовать теоретические концепции и математический аппарат, разработанные для описания распространения электронов и фононов в твердом теле [23].

Еще одним новым классом физических объектов являются метаматериалы, которые в литературе имеют целый ряд определений, иногда существенно отличающихся друг от друга. Мы будем исходить из широко распространенного определения, согласно которому метаматериалы – это искусственные структуры, созданные из рукотворных атомов, взаимодействующих с электромагнитной волной изначально заданным образом. Соответственно, основной чертой метаматериалов является возможность получения физических свойств, которыми не обладают природные объекты, образованные обычными атомами. Важной особенностью метаматериалов является возможность их описания при помощи материальных параметров: *эффективной диэлектрической проницаемости и магнитной восприимчивости*. При этом большой интерес представляет создание структур с магнитной восприимчивостью, существенно отличающейся от единицы, т.е. от величины магнитной восприимчивости обычных материалов на оптических частотах.

Исторически сложилось, что метаматериалы и фотонные кристаллы продолжительное время изучали по отдельности, что, в частности отразилось на тематике международных конференций – существовали конференции, тематика которых связана, в первую очередь, с фотонными кристаллами (например, конференции серии PECS - International Symposium on Photonic and Electromagnetic Crystal Structures) и конференции, тематика которых связа-

на, в первую очередь, с метаматериалами (например, конференции серии METANANO - International Conference on Metamaterials and Nanophotonics).

Однако целый ряд представителей этих двух классов рукотворных структур имеют много общего, это касается и структуры, и электромагнитных свойств, и областей практического использования. Еще в 2002 г. О'Брайен и Пендри теоретически показали, что метаматериалы с эффективной отрицательной магнитной восприимчивостью могут быть созданы на основе периодической структуры, образованной элементами с положительной диэлектрической проницаемостью [8]. Было установлено, что квадратная решетка цилиндров с высоким значением диэлектрической проницаемости ($\varepsilon = 200$) обладает отрицательной эффективной магнитной восприимчивостью $\mu < 0$ в спектральной области, соответствующей резонансу Ми. В тоже время аналогичная структура цилиндров с малыми значениями диэлектрической проницаемости ($\varepsilon < 4$) является классическим фотонным кристаллом [36]. Таким образом, при изменении величины диэлектрической проницаемости в такой фотонной структуре появляется отрицательная магнитная восприимчивость. Как известно, появление новых физических свойств у материалов, в том числе особенности в восприимчивостях, наблюдаемое при изменении каких-либо параметров, может быть связано с фазовыми переходами [84]. Если с этих позиций интерпретировать результат работы [8], то возникает фундаментальный вопрос о том, к какому типу фазовых переходов можно отнести переход «фотонный кристалл – метаматериал». Для ответа на этот вопрос необходимо рассмотреть историю изучения и классификацию фазовых переходов.

2.1 Фазовые переходы: классификация

Когда говорят про фазовые переходы, то в первую очередь вспоминают о термодинамических фазовых переходах и об их делении на переходы первого или второго рода, т.е. тематику, которая активно развивалась в середине прошлого столетия. Однако за последние годы понятие фазового перехода претерпело серьезные изменения.

Кратко напомним историю изучения фазовых переходов. Начало систематического подхода к изучению фазовых переходов можно отнести, по крайней

мере, к 1822 году, когда Каньяр де Ла-Тур исследовал состояния смеси спирта, эфира, бензина и воды в зависимости от температуры, давления и объема. Спустя полвека существенный вклад в теорию фазовых переходов вносят работы Гиббса. В серии работ, вышедших в свет в 1870-х годах, он предложил использовать графические диаграммы для представления термодинамических состояний веществ [85], а также ввел понятие фазы, чтобы различать однородные части одного и того же вещества, между которыми существует граница раздела, от однородных частей веществ с разным химическим составом [86].

В начале XX века проводились работы по исследованию переходов в ферромагнетиках, связанных с макроскопической намагниченностью. В частности, в двадцатых годах Ленцом и Изингом была предложена модель для описания намагниченности [87]. Решение одномерной задачи не выявило фазовых переходов, вследствие чего Изинг сделал ошибочное обобщение этого результата на двумерный и трехмерный случай. В 1932 году Кеезом обнаружил необычный переход в жидком гелии, который не приводил к появлению видимой границы между однородными фазами. При этом график зависимости теплоемкости от температуры напоминает греческую букву λ [88].

В результате этих работ актуальным стал вопрос о классификации фазовых переходов. В 1933 году Эренфест предложил классификацию фазовых переходов, основанную на анализе непрерывности производных термодинамических потенциалов [89]. В классификации Эренфеста фазовые переходы первого рода связаны со скачком первых производных, а фазовые переходы второго рода связаны со скачком в величинах, выражающихся через вторые производные. Новый фазовый переход в жидком гелии был отнесен к фазовому переходу второго рода. Классификация Эренфеста вызвала большой интерес в научном сообществе. Так, явления сверхпроводимости и сверхтекучести были связаны с фазовыми переходами второго рода.

Примерно в это же время Блох вводит новое понятие «параметр порядка» [90]. В 1937 году появляется альтернатива теории Эренфеста. Ландау разрабатывает феноменологическую теорию фазовых переходов, разлагая потенциал Гиббса в степенной ряд по параметру порядка [91; 92]. Отметим, что при таких фазовых переходах мы не можем определять фазу вещества, как два разных термодинамически устойчивых состояния, между которыми возникает граница раздела. Фазовый переход возникает при отклонении параметра порядка от нуля. Однако теория Ландау оставалась мало известной западным ученым до

перевода в 1970-х фундаментального курса теоретической физики Ландау и Лившица на английский язык.

В 1936 году (уже после смерти Эренфеста) детальные эксперименты Кеезома [93] показали, что наиболее известный пример фазовых переходов нового типа в жидком гелии не соответствует определению фазовых переходов второго рода по классификации Эренфеста. Однако фазовые переходы второго рода по определению Эренфеста продолжали рассматриваться как реальные фазовые переходы. Так продолжалось до 1944 года, когда Онзагер сумел решить задачу о двумерной модели Изинга [94], тем самым совершив прорыв в теоретическом понимании фазовых переходов. Оказалось, что двумерная модель позволяет описать фазовый переход, однако производная свободной энергии уходит в бесконечность, вместо разрыва, который предполагала модель Эренфеста. Это привело к расширению классификации Эренфеста учитывает расходимость. В достаточно завершённом виде классификация фазовых переходов, основанная на доработанной схеме Эренфеста, была сформирована к концу 1950-х годов [95].

Однако изучение фазовых переходов активно продолжалось. В 1960 году И.М. Лифшиц теоретически изучал фазовый переход нового типа, связанный с изменением топологии поверхности Ферми при изменении давления [96]. При таком переходе возникают аномалии плотности электронных состояний, что приводит к появлению особенностей термодинамических и кинетических величин в металлах, которые могут наблюдаться при низких температурах и высоких давлениях. Так, открытая поверхность Ферми может перейти в закрытую путем разрыва перемычек, связывающих поверхность Ферми в разных зонах Бриллюэна. При температуре $T = 0$ изменение структуры электронного спектра сопровождается изменением связанности поверхности Ферми и описывается как фазовый переход рода «два с половиной» по классификации Эренфеста [97].

Другим примером фазовых переходов, не попадающих под разделение на первый и второй род, являются размытые фазовые переходы в сегнетоэлектриках [98]. С конца 1950-х годов при исследовании свойств поликристаллических образцов твердых растворов $\text{Ba}(\text{Ti}, \text{Sn})\text{O}_3$ отмечалось сильное размытие максимумов диэлектрической проницаемости в области фазовых переходов. Позднее размытые фазовые переходы были обнаружены в других материалах, в том числе у ряда сложных перовскитов. Размытые фазовые переходы возникают из-за наличия разного сорта ионов в одинаковом кристаллическом окружении. В ре-

зультате возникают замороженные флуктуации состава, которые и приводят к размытию сегнетоэлектрического фазового перехода, а также к релаксационному характеру диэлектрической поляризации.

Важным этапом в развитии фазовых переходов стало появление квантовых фазовых переходов [99], которые могут существовать даже при нулевой температуре. В таких фазовых переходах квантовая флуктуация играет роль аналогичную той, которая отведена термической флуктуации в обычных термодинамических фазовых переходах. Кроме этого, отметим появление топологических фазовых переходов [100; 101], исследование которых было отмечено Нобелевской премией по физике в 2016 году. Этот переход (переход Березинского-Костерлица-Таулеса) связан с переходом из состояния связанных пар вихрь-антивихрь в состояние с несвязанными вихрями-антивихрями при некоторой температуре.

Таким образом, весьма разнообразные эффекты, происходящие в материалах при изменении некоторого параметра, связывают с фазовыми переходами. Более того, в литературе сообщается об обнаружении фазовых переходов новых типов.

2.2 Фотонные фазовые переходы: постановка задачи

Следуя теории Ландау, можно провести разделение на фазовые переходы первого рода, связанные со сменой агрегатного состояния. При таких фазовых переходах скачкообразные изменения происходят в расположении и взаимодействии атомов вещества. Остальные фазовые переходы относятся к непрерывным фазовым переходам. Они во многом связаны с изменениями в свойствах электронной подсистемы, что позволяет наблюдать особенности в температурных зависимостях теплоемкости, изменение восприимчивостей и так далее. Важно отметить, что изменение внешних параметров (температуры, давления и пр.) приводят к непрерывной трансформации взаимного расположения атомов, что в свою очередь приводит к перестройке электронной подсистемы, которая может быть описана при помощи электронных зонных диаграмм.

При создании фотонных кристаллов и метаматериалов используются искусственные атомы, которые размещаются в пространстве согласно выбранной

архитектуре образца. Соответственно, в таких рукотворных структурах имеется возможность «вручную» менять расстояния между «атомами», а также симметрию кристалла. Такая трансформация искусственных структур может приводить к тем же эффектам, которые возникают при температурных или барических изменениях межатомных расстояний, приводящим к фазовым переходам в обычных материалах. Отметим также, что вместо электронной подсистемы, которую во многих случаях изучают при фазовых переходах в обычных материалах, в фотонных структурах мы рассматриваем фотонную подсистему. Фотоны являются бозонами, и на них не распространяется запрет Паули занимать одно и то же состояние разными частицами. Таким образом, в фотонных структурах не существует такого понятия как энергия Ферми, хотя перестроение фотонной зонной структуры должно оказывать существенное влияние на восприимчивости.

Перед обсуждением фазовых переходов между фотонными кристаллами и метаматериалами приведем краткий анализ интересующих нас физических свойств этих материалов. Начнем с фотонных кристаллов. Напомним, что в периодической структуре собственные состояния электромагнитного поля могут быть найдены при помощи теоремы Блоха [23], которая задает их в виде $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \cdot X(\mathbf{r})$, где $X(\mathbf{r})$ – периодическая функция, обладающая трансляционной симметрией кристаллической решетки, а \mathbf{k} – квазиволновой вектор. Важно отметить, что домножение функции $X(\mathbf{r})$ на экспоненту $\exp(i\mathbf{g}\mathbf{r})$, где \mathbf{g} – некоторый вектор обратной решетки, не меняет трансляционную симметрию. Поэтому в периодической структуре квазиволновой вектор определен с точностью до произвольного вектора обратной решетки \mathbf{g} . В случае небольшого диэлектрического контраста в фотонном кристалле отклонение диэлектрической проницаемости от среднего значения можно рассматривать как малое возмущение.

Как известно, фотонная зонная диаграмма для невозмущенной задачи представляет собой световой конус $\omega^2 = c^2 \cdot |\mathbf{k}|^2 \cdot \varepsilon^{-1}$, однако неоднозначность выбора волнового вектора в периодической структуре приводит тому, что появляется множество световых конусов с вершинами в узлах обратной решетки (рис. 11а). До тех пор, пока диэлектрический контраст отсутствует, световые конуса не искажают друг друга, и можно учитывать только основной световой конус с вершиной в нулевом векторе обратной решетки $\mathbf{k} = 0$. Однако учет диэлектрического контраста как возмущения приводит к перемешиванию состояний,

формирующих разные световые конуса в областях их пересечения. В результате, на границе зоны Бриллюэна (области пространства уникальных волновых векторов, заданных условием $|\mathbf{k}| \leq |\mathbf{k} - \mathbf{g}|$, т.е. вектора \mathbf{k} , для которых нулевой узел обратной решетки расположен ближе остальных узлов обратной решетки \mathbf{g}) появляются спектральные области – стоп-зоны, в которых отсутствуют собственные состояния с волновым вектором, имеющим соответствующее направление. Стоп-зоны возникают из-за брэгговского рассеяния света, вызванного конструктивной интерференцией волн, рассеянных на соседних структурных элементах фотонного кристалла.

Схематически формирование стоп-зон в результате смешивания состояний, соответствующих двум разным световым конусам, показано на рис. 16(а). Невозмущенные световые конусы с вершинами в точках Γ и Γ' пересекаются на границе зоны Бриллюэна, например, в точке X , которая определяет самую низкочастотную область пересечения. Модуляция диэлектрической проницаемости перемешивает фотонные состояния, в результате чего фотонные моды демонстрируют антипересечение, приводящее к формированию брэгговских стоп-зон. Ограничиваясь уникальной областью волновых векторов на отрезке $\Gamma - X$ можно описать зонную диаграмму следующим образом. Ветвь, соответствующая световому конусу, выходит из точки Γ под некоторым углом, определяющим эффективный показатель преломления и доходит до точки X . При этом, вблизи точки X дисперсионная зависимость $\omega(k)$ низкочастотной ветви демонстрирует отклонение от линейного закона в сторону низких частот. При больших частотах появляется «симметричная» (относительно точки X) высокочастотная ветвь, идущая от точки X к точке Γ . Между высокочастотной и низкочастотной ветвями наблюдается брэгговская стоп-зона.

Рассмотрим теперь, как формируется зонная диаграмма метаматериала. Структурные элементы метаматериала обладают резонансами на некоторых частотах и связаны с локализованными состояниями. Из-за соотношения неопределенности волновой вектор резонансных состояний является делокализованным в обратном пространстве. При этом, будучи локализованными в прямом пространстве, эти состояния имеют дискретную собственную частоту. На рисунке 16(б) такие состояния представлены красной горизонтальной пунктирной прямой (частота определена, а волновой вектор оказывается неопределенным). Помимо этих состояний, отметим также собственные состояния свободных электромагнитных волн, которым соответствует световой конус (серые пунктирные

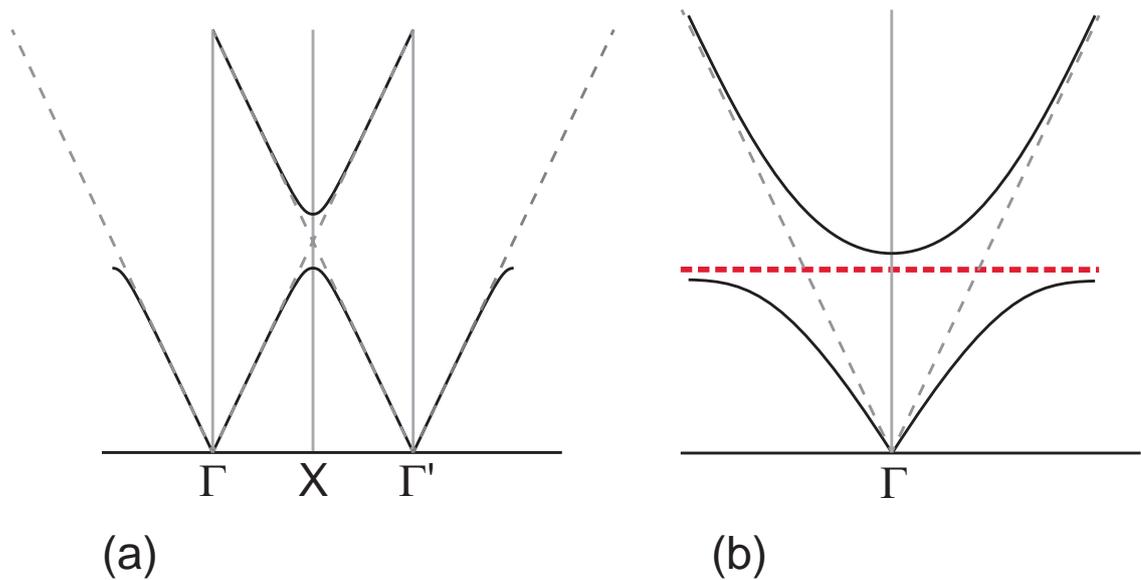


Рисунок 16 — (a) Схема формирования брэгговской стоп-зоны, определяющей свойства фотонных кристаллов. Пунктир — невозмущенные световые конусы. Сплошные линии — собственные состояния фотонного кристалла. (b) Схема формирования запрещенной зоны, связанной с локальным резонансом в метаматериале. Серый пунктир — невозмущенный световой конус. Красный горизонтальный пунктир — невозмущенное локальное состояние. Сплошные линии — собственные фотонные состояния метаматериала.

линии). В результате взаимодействия свободных состояний с локализованным состоянием происходит смешивание мод, приводящее к антипересечению ветвей. Ветвь, выходящая из точки Γ на нулевой частоте, демонстрирует линейную зависимость при малых частотах и отклонение от линейной зависимости по мере приближения к собственной частоте локализованной моды вплоть до превращения в горизонтальную линию, сливаясь с невозмущенным локальным состоянием. При дальнейшем увеличении частоты из точки Γ выходит плоская ветвь, которая по мере приближения к световому конусу переходит в него. Между высокочастотной и низкочастотной ветвями возникает запрещенная зона, связанная с локальным резонансом на структурном элементе. Отметим, что спектральное положение брэгговской стоп-зоны связано с формой зоны Бриллюэна и поэтому меняется в зависимости от направления в k -пространстве. В то же время положение запрещенной зоны, связанной с локальным резонансом, можно считать неизменным по всей зоне Бриллюэна. Более того, локальность резонанса позволяет описывать структуру при помощи эффективных материальных параметров ε_{eff} и μ_{eff} .

Сравнение характерных зонных диаграмм фотонного кристалла (рис. 16a) и метаматериала (рис. 16b) позволяет ввести критерий появления метаматериальной фазы. Низкочастотная часть второй ветви в фазе фотонных кристаллов появляется на границе зоны Бриллюэна, а в фазе метаматериала – из центра зоны Бриллюэна в точке Γ . В нашей дальнейшей работе будем использовать этот критерий для определения фазы фотонной структуры. Отметим, что такой критерий имеет некоторое сходство с фазовым переходом в металлах, который был описан Лившицем, возникающим при изменении связанности поверхности Ферми [96].

Рассмотрим теперь вопрос о появлении метаматериальной фазы, которая позволяет ввести локальные эффективные материальные параметры ε_{eff} и μ_{eff} . Такое описание возможно в области частот ниже всех брэгговских стоп-зон. В самом деле, брэгговский резонанс связан с делокализованной блоховской волной, и поэтому область стоп-зоны не может быть описана локальными материальными параметрами. Электромагнитное поле «чувствует», что происходит с электромагнитной волной в другой части кристалла. Это проявляется, например, при резонансном пропускании света фотонным кристаллом с дефектом-микрорезонатором [102].

Сделаем еще одно замечание. Два световых конуса имеют полубесконечную область пересечения по частоте. Кривая пересечения двух световых конусов соответствует параболе, у которой существует минимальное значение, определяющее брэгговскую частоту ω_{Br} . При этом существует минимальная частота брэгговских стоп-зон ω_{Br}^0 в фотонной структуре. Эта частота соответствует точке пересечения двух световых конусов, вершины которых соединяет самый короткий вектор обратной решетки. Выше этой частоты локальные материальные параметры ввести затруднительно, поскольку на любой частоте $\omega > \omega_{Br}^0$ существуют брэгговские стоп-зоны для какого-то направления, однако при частотах $\omega < \omega_{Br}^0$ определению локальных ε_{eff} и μ_{eff} брэгговские стоп-зоны не препятствуют. Отметим, что из-за случайного вырождения фотонных ветвей в точке Γ формируется конус Дирака на частотах $\omega > \omega_{Br}^0$, благодаря чему все-таки удастся ввести локальное описание фотонной структуры при помощи эффективных параметров ε_{eff} и μ_{eff} [103], но мы не будем рассматривать такую возможность появления метаматериалов детально.

Таким образом, мы рассмотрели вопрос о возможности гомогенизации структуры с микроскопической точки зрения. Если мода формируется нелокальная, то мы не можем ввести понятие эффективных локальных материальных параметров. Напротив, можно говорить про метаматериалы с определенными ε_{eff} и μ_{eff} только, если формируются локальные резонансные состояния в фотонной структуре. Обычно предполагают, что для введения ε_{eff} и μ_{eff} достаточно малости периода структуры по сравнению с длиной волны. При этом, как показано в работах [104; 105] при некоторых параметрах образцов и длине волны с процедурой гомогенизации возникают проблемы даже в случае, казалось бы, хороших структур с субволновыми элементами. Также отметим, что на языке макроскопической теории, нелокальность мод связывают с проявлением пространственной дисперсии [106], которая при определенных условиях наблюдается даже в обычных кристаллах. В данной работе не рассматривались специальные ситуации, в которых могут проявляться эффекты нелокальности. Целью является изучение эффектов, однозначно связанных с переходом фотонный кристалл – метаматериал.

Далее будем использовать наглядный критерий для определения фазы фотонной структуры, опираясь на поведение второй дисперсионной ветви, определяющей ширину самой низкочастотной запрещенной зоны:

(i) в фазе фотонного кристалла вторая ветвь имеет минимальную частоту на границе зоны Бриллюэна (рис. 16a);

(ii) в фазе метаматериала вторая ветвь имеет минимальную частоту в центре зоны Бриллюэна в точке Γ (рис. 16b).

Для применения этого критерия необходимо рассчитать фотонные зонные диаграммы большого набора структур с изменяющимися геометрическими параметрами и варьируемой величиной диэлектрической проницаемости. Будет использоваться математический аппарат, описанный ранее в Главе 1.

2.3 Фотонные фазовые переходы в структурах с квадратной решеткой: теоретическое исследование

В данном разделе будут представлены результаты теоретического исследования фазового переход «фотонный кристалл – метаматериал» в конкретной структуре, образованной однородными диэлектрическими цилиндрами с круглым профилем, расположенными в узлах квадратной решетки (рис. 17). Будет проведен анализ для ТЕ поляризации электромагнитного поля (волновой вектор направлен в плоскости, перпендикулярной оси цилиндров; магнитное поле осциллирует в направлении оси цилиндров). Отметим, что в ТМ поляризации также наблюдаются аналогичные эффекты, но они не обсуждаются в данной работе.

Как известно, в фотонных кристаллах фундаментальным резонансом, т.е. резонансом с самой низкой частотой, является брэгговский резонанс [36]. Поэтому необходимо определить, каким образом следует менять параметры структуры, чтобы фундаментальным резонансом стал резонанс Ми. Рассмотрим два возможных способа. Первый состоит в уменьшении постоянной решетки a по сравнению с фиксированными радиусом цилиндров r при неизменной диэлектрической проницаемости ε (рис. 18a,b). Такое сжатие структуры приводит к увеличению коэффициента заполнения r/a и при некоторых параметрах гоменизация [107] периодической диэлектрической структуры становится возможной, а эффективная магнитная восприимчивость оказывается отрицательной $\mu_{\text{eff}} < 0$ [8; 108–111]. Таким образом, мы получаем фотонную структуру с эффективным материальным параметром μ_{eff} , существенно отличающемся от еди-

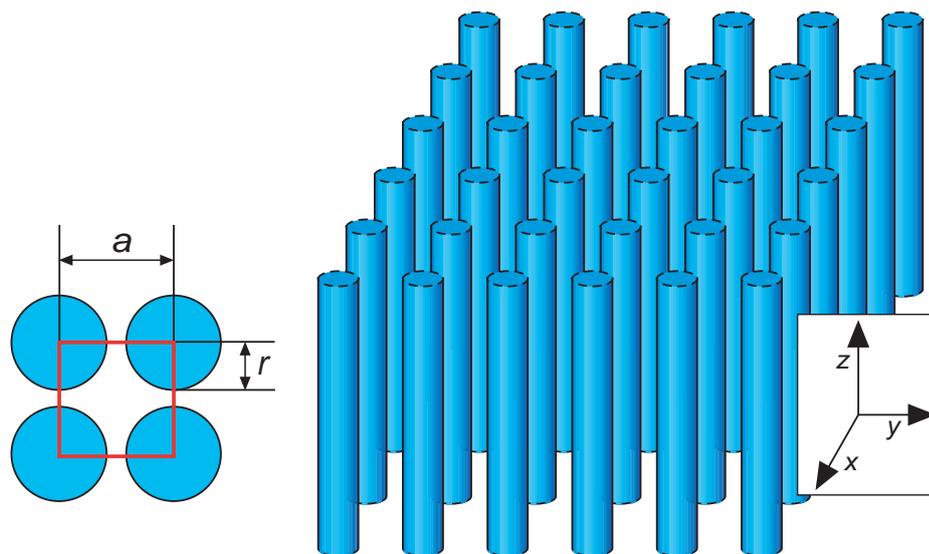


Рисунок 17 — Схематическое изображение двумерной фотонной структуры с квадратной решеткой в базисе. Рисунок воспроизведен из монографии [36].

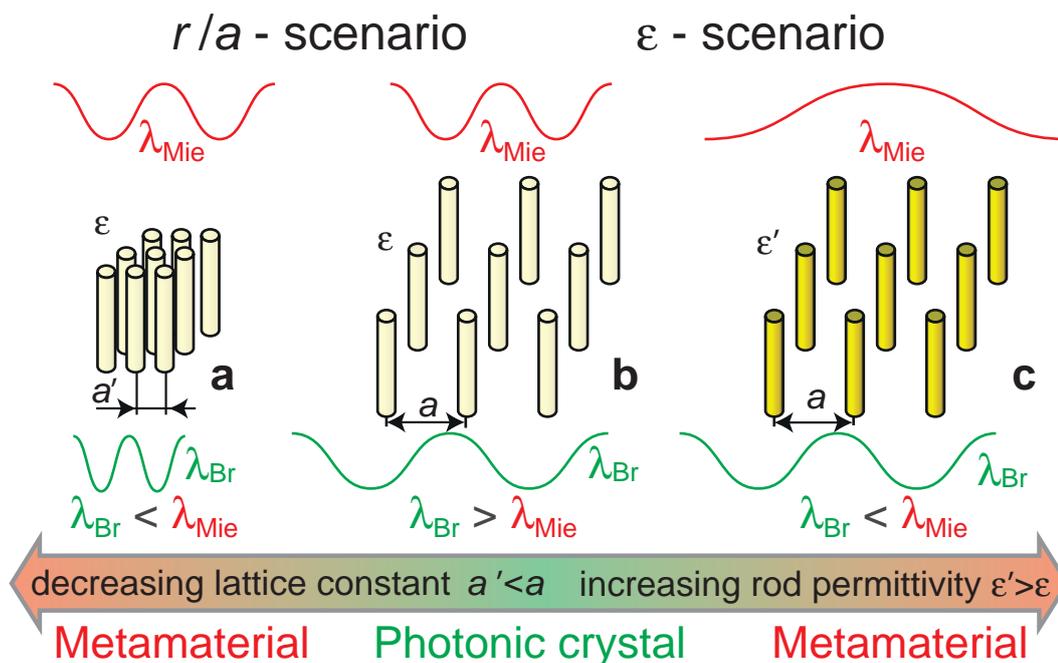


Рисунок 18 — Переход от фотонных кристаллов к метаматериалам. Схема иллюстрирует два способа перехода из фазы фотонного кристалла (b) к фазе метаматериала (a,c) путем изменения соотношения между длинами волн протяженного по структуре брэгговского резонанса и локальных резонансов Ми. Чтобы удовлетворить обычному условию гомогенизации в низкочастотном длинноволновом пределе ($\lambda_{\text{Bragg}} < \lambda_{\text{Mie}}$), можно уменьшить постоянную решетки и увеличить коэффициент заполнения r/a , либо увеличить диэлектрическую проницаемость цилиндра ε . Рисунок воспроизводится по статье [18].

ницы, что не наблюдается в обычных диэлектрических материалах [112], т.е. такая фотонная структура является метаматериалом.

Второй способ состоит в увеличении диэлектрической проницаемости цилиндров ε при фиксированной геометрии квадратной решетки (рис. 18b,c). Это преобразование приводит к увеличению длины волны рассеяния Ми [113], что также может обеспечить условия для применения гомогенизации и получения отрицательных значений μ_{eff} . Отметим, что фотонные структуры с переменным ε изучались ранее теоретически [114; 115], однако переход между фазой фотонного кристалла и метаматериала никогда не анализировался, и фазовые диаграммы таких переходов ранее не обсуждались.

Для анализа фазового перехода фотонный кристалл – метаматериал были исследованы электромагнитные свойства периодической фотонной структуры в зависимости от диэлектрического контраста и коэффициента заполнения в ТЕ поляризации падающей волны. Были вычислены три ключевых набора спектроскопических данных, а именно:

- (i) спектры рассеяния Ми на изолированном цилиндре;
- (ii) фотонная зонная диаграмма бесконечной двумерной квадратной решетки, состоящей из однородных цилиндров;
- (iii) спектры пропускания структуры, состоящей из десяти слоев цилиндров вдоль направления падающего света и бесконечной длиной всех слоев в ортогональном направлении.

Все наборы данных были рассчитаны для широкого диапазона диэлектрической проницаемости цилиндров $1 \leq \varepsilon \leq 100$ с шагом $\Delta\varepsilon = 1$ и в интервале коэффициента заполнения $0 \leq r/a \leq 0.5$ с шагом 0.01. Отметим, что при $r/a = 0.5$ соседние цилиндры касаются друг друга, а при $r/a > 0.5$ цилиндры проникают друг в друга, образуя инвертированную структуру, т.е. квадратную решетку воздушных пор в диэлектрической матрице.

Сначала рассмотрим рассеяние Ми на изолированном стержне. В дальнем поле рассеяние можно разложить на ортогональные электромагнитные дипольные и высшие мультипольные цилиндрические гармоники $H_n^{(1)}(kr) \cdot \exp(in\theta)$. Здесь $H_n^{(1)}$ – функция Ханкеля порядка n ; r и θ полярные координаты. Амплитуда гармоник определяется резонансными цилиндрическими коэффициентами Лоренца-Ми a_n (ТЕ-поляризация) и b_n (ТМ-поляризация), которые соответствуют электрическим и магнитным моментам [113]. На рисунке 19 представлены рассчитанные спектры эффективности рассеяния Ми для дипольной цилиндри-

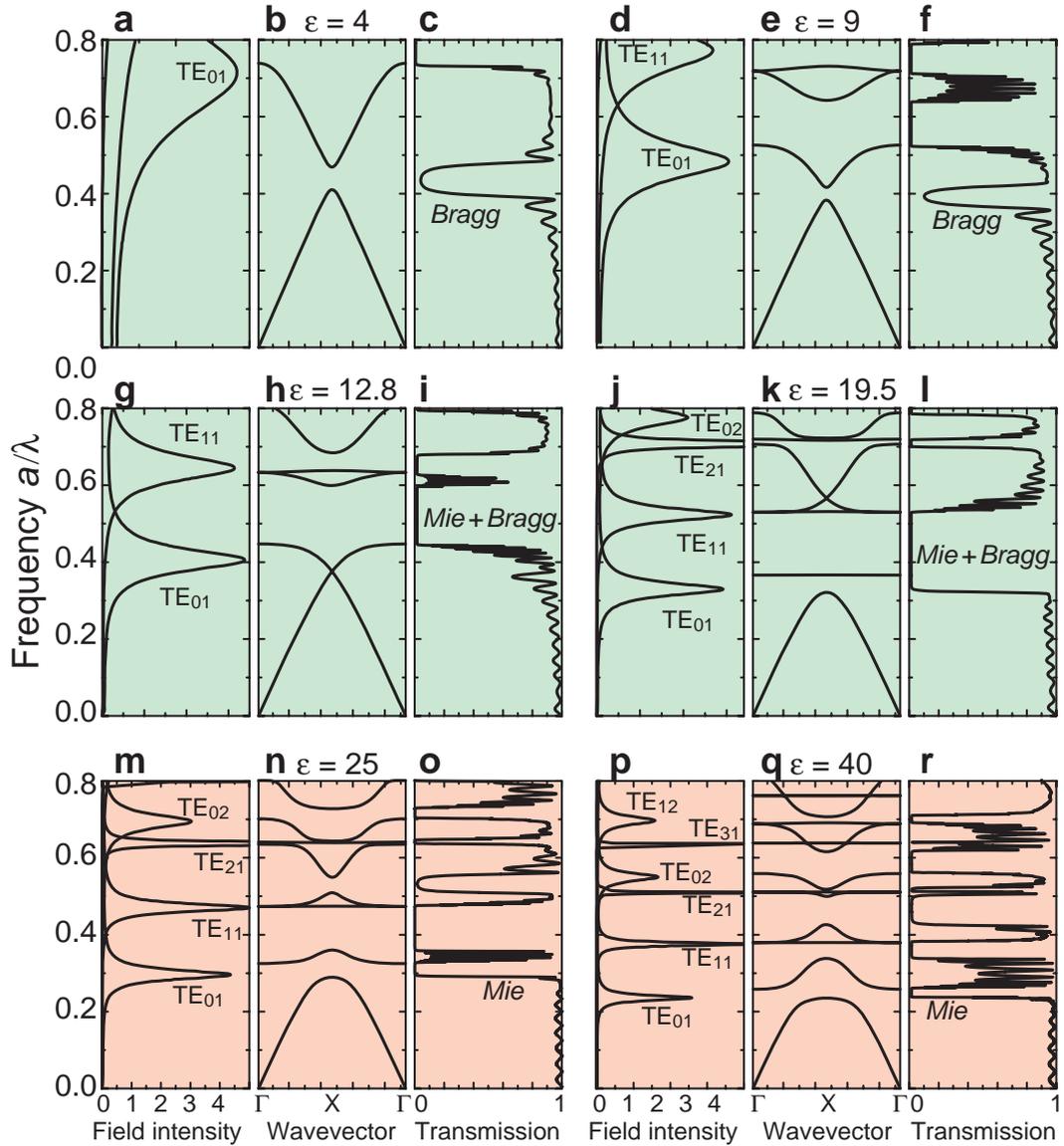


Рисунок 19 — Результаты численных вычислений. (a), (d), (g), (j), (m), (p) Рассчитанные спектры рассеяния Ми $Q_{sca,n}$ для изолированного диэлектрического цилиндра для мод TE_n ($n \geq 0$). (b), (e), (h), (k), (n), (q) зонная структура двумерной квадратной решетки цилиндров $r = 0.25a$ в воздухе ($\epsilon_{\text{air}} = 1$) для поляризации TE. Зонная диаграмма приведена в интервале между точкой Γ (волновой вектор $\mathbf{k} = 0$) и точкой X ($|\mathbf{k}| = \pi/a$ вдоль направления оси x). (c), (f), (i), (l), (o), (r) коэффициент пропускания, рассчитанный для 10 слоев структуры с квадратной решеткой цилиндров в воздухе для поляризации TE. Частота и модуль волнового вектора приведены в безразмерных единицах. Безразмерная частота a/λ , где λ — длина волны в вакууме, a — постоянная решетки. (a) — (c) $\epsilon = 4$, (d) — (f) $\epsilon = 9$, (g) — (i) $\epsilon = 12.8$, (j) — (l) $\epsilon = 19.5$, (m) — (o) $\epsilon = 25$, (p) — (r) $\epsilon = 40$. Фоновая штриховка соответствует фазе структуры. Рисунок воспроизводится по статье [18].

ческой гармонике TE_0 и высших мультиполей TE_n ($n \geq 1$) в диапазоне безразмерных частот a/λ от 0 до 0.8. Каждая цилиндрическая гармоника состоит из бесконечного множества квазиэквидистантных резонансов TE_{nk} [82] (подробно см. далее в Главе 3). Моды Ми цилиндра обозначаются как TE_{nk} , где n - целое число, связанное с симметрией моды, а $k \geq 1$ определяет номер резонанса для мод с фиксированной симметрией n . Расчет показывает сильное уменьшение собственных частот и ширины резонансных полос рассеяния Ми при увеличении ε , что хорошо видно на примере самого низкочастотного магнитного резонанса TE_{01} (рис. 19).

Фотонные зонные диаграммы двумерной квадратной решетки цилиндров вычислялись численно с использованием метода разложения по плоским волнам (см. Главу 1). Квадратная двумерная решетка имеет квадратную зону Бриллюэна с тремя точками высокой симметрии Γ , X и M , соответствующими $\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a}\hat{x}$, а также $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a}\hat{x} + \frac{\pi}{a}\hat{y}$. Мы ограничились вычислением зонных диаграмм для случая, когда волновой вектор \mathbf{k} собственных мод ориентирован в направлении $\Gamma \rightarrow X$ первой зоны Бриллюэна. Именно в этом направлении брэгговский резонанс имеет минимальную частоту по сравнению с другими направлениями, включая направление $\Gamma \rightarrow M$. При вычислении зонных диаграмм учитывалось разложение по 16 384 плоскими волнами (по 128 точек вдоль каждой из осей x и y). Результаты представлены на рис. 19.

Спектры пропускания были рассчитаны с использованием программного обеспечения CST Microwave Studio для волнового вектора падающего луча, параллельного направлению $\Gamma \rightarrow X$. Мы изучали двумерные структуры с квадратной решеткой при разных значениях числа слоев вдоль оси x . Оказалось, что уже при толщине 10 слоев брэгговская запрещенная зона проявляется достаточно ярко (рис. 19), поэтому во всем комплексе расчетов мы ограничились рассмотрением структур с 10 слоями.

Три набора данных, вычисленных независимыми методами, позволяет уверенно проанализировать эволюцию низкочастотной области фотонной зонной диаграммы, образованной сложным переплетением дисперсионных кривых, возникающих из-за локальных резонансов Ми и протяженных по структуре брэгговских резонансов. Поскольку наша цель состоит в обсуждении перехода фотонный кристалл – метаматериал с резонансным магнитным откликом, сконцентрируемся на поляризации TE. В этой поляризации самый низкий по частоте

те магнитный дипольный резонанс TE_{01} приводит к появлению отрицательной магнитной восприимчивости [8].

Выше мы сформулировали наглядный критерий для определения фазы фотонной структуры, опираясь на поведение второй дисперсионной ветви (рис. 16). Из рисунка 19 видно, что в нашем случае он выполняется. Действительно, вторая дисперсионная ветвь в фазе фотонного кристалла имеет минимальную частоту на границе зоны Бриллюэна, рис. 19b, 19e и 19h, при $\varepsilon = 19.5$ она становится плоской рис. 19k, а при дальнейшем увеличении ε вторая ветвь имеет минимальную частоту уже в центре зоны Бриллюэна в точке Γ , что соответствует фазе метаматериала, рис. 19n и 19q .

Физика, лежащая в основе фазового перехода «фотонный кристалл – метаматериал», становится понятной благодаря анализу карты запрещенных зон (рис. 20), которая демонстрирует взаимное расположение зон, связанных с протяженным брэгговским резонансом и локальными резонансами Ми. Резонансы Ми образуют бездисперсионные плоские ветви на зонной диаграмме, а также запрещенные зоны Ми в энергетическом спектре (рис. 19 и 20). Карта отражает зависимость положения и ширины запрещенных зон от диэлектрической проницаемости цилиндров ε при заданной геометрии структуры $r/a = 0.25$. Для низкоконтрастных фотонных структур (фотонных кристаллов) все резонансы Ми расположены в диапазоне частот выше самой низкочастотной брэгговской стоп-зоны. Хорошо видно, что при увеличении ε наблюдается сильное уменьшение резонансных частот Ми, в результате чего зоны Ми пересекают фундаментальную брэгговскую стоп-зону. При этом самой низкочастотной (фундаментальной) зоной становится зона Ми TE_{01} . Появление фундаментальной запрещенной зоны Ми, определяющей искусственный магнетизм $\mu_{\text{eff}} < 0$, хорошо видно как на зонных диаграммах, так и в спектрах пропускания (рис. 19 и 20).

2.4 Экспериментальное наблюдение фотонного фазового перехода

Целью наших экспериментальных исследований было проведение двух серий экспериментов: исследование спектров пропускания при изменении в широком диапазоне диэлектрической проницаемости цилиндров ε и параметра r/a .

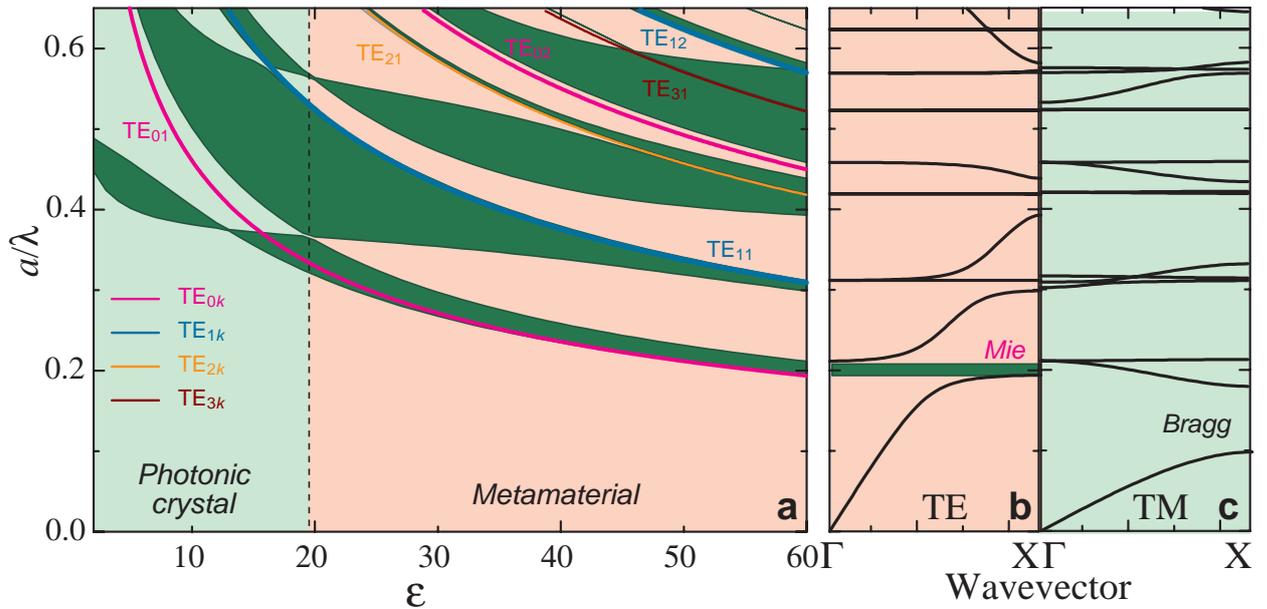


Рисунок 20 — Карта фотонных запрещенных зон для двумерной квадратной решетки цилиндров. (a) Карта фотонных запрещенных зон, полученная в результате обработки зонных диаграмм для значений диэлектрической проницаемости в интервале $1 \leq \epsilon \leq 60$ с шагом $\Delta\epsilon = 1$. Цилиндры окружены воздухом, $r/a = 0.25$, поляризация TE. Запрещенные зоны, связанные с резонансами Брэгга и Ми, полученные из зонных диаграмм, отмечены темно-зеленым цветом. Дополнительно на карту нанесена зависимость положения низкочастотных мод Ми. (b, c) Фотонная зонная диаграмма для двумерной квадратной решетки цилиндров с $\epsilon = 60$ для поляризации TE и TM, и волновых векторов в направлении $\Gamma \rightarrow X$. Рисунок воспроизводится по статье [18].

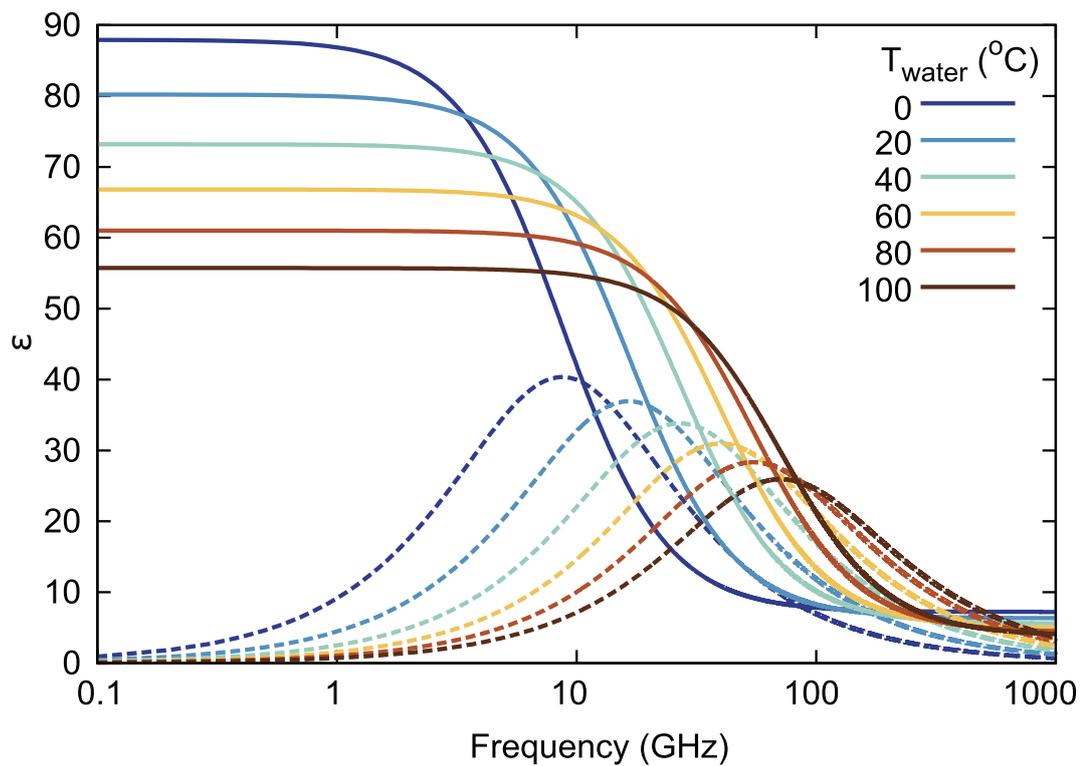


Рисунок 21 — Диэлектрическая проницаемость воды в зависимости от частоты для разных значений температуры в диапазоне от 0 до 100°C. Сплошные кривые – вещественная часть диэлектрической проницаемости, пунктир – мнимая часть. Рисунок воспроизводится по статье [116].

Как видно из рис. 19, нас интересовала область высоких значений диэлектрической проницаемости, по крайней мере $\varepsilon > 20$. Подобрать материал с такими перестраиваемыми параметрами в оптическом диапазоне и реализовать весь эксперимент чрезвычайно сложно. Поэтому был предложен оригинальный подход, основанный на высоких и притом перестраиваемых значениях диэлектрической проницаемости воды. В микроволновом диапазоне частот от 1 до 6 ГГц [116; 117] вода имеет сильную температурную зависимость диэлектрической проницаемости, которая характеризуется более высокими значениями при низкой температуре ($\varepsilon = 80$ при 20°C) и более низкими значениями при высокой температуре ($\varepsilon = 50$ при 90°C) (рис. 21).

Таким образом, наш образец должен иметь параметр решетки, соответствующий микроволновому диапазону, т.е. перестраиваться в диапазоне единиц-десятков сантиметров. Основываясь на результатах расчетов, мы создали образец фотонной структуры для микроволнового диапазона – «метакристалл» (рис. 22). Метакристалл состоит из пластиковых круглых трубок, заполненных водой, образующих двумерную квадратную решетку. Конструкция метакристалла позволяла вручную менять расстояния между слоями трубок одновременно по осям x и y , т.е. варьировать постоянную кристаллической решетки a , сохраняя квадратную симметрию базиса. На основе численного расчета мы выбрали геометрические параметры метакристалла, которые позволили выполнить эксперименты в интервалах, представляющих наибольший интерес для каждого способа перехода в фазу метаматериала, а именно $60 \leq \varepsilon \leq 80$ в интервале $0.7 \leq r/a \leq 0.8$ для изменения ε и $0.65 \leq r/a \leq 1.9$ при $\varepsilon = 60$ для варьирования параметра r/a .

Спектры пропускания метакристалла, установленного в безэховой камере, измерялись в диапазоне 1-3 ГГц. Для генерации падающей плоской волны использовалась прямоугольная рупорная антенна (TRIM 0.75-18 ГГц, DR), подключенная к передающему порту анализатора векторного электромагнитного поля Agilent E8362C. Аналогичная рупорная антенна использовалась в качестве приемника. Как известно, для электромагнитной волны, падающей перпендикулярно осям цилиндров z , две поперечные поляризации оказываются независимыми, и математическая векторная задача может быть описана двумя скалярными уравнениями. Таким образом, моды двумерной фотонной структуры могут быть классифицированы как TE-моды (E_x , E_y , H_z) с электрическим полем направленным в плоскости $x - y$, и магнитным полем, поляризованным

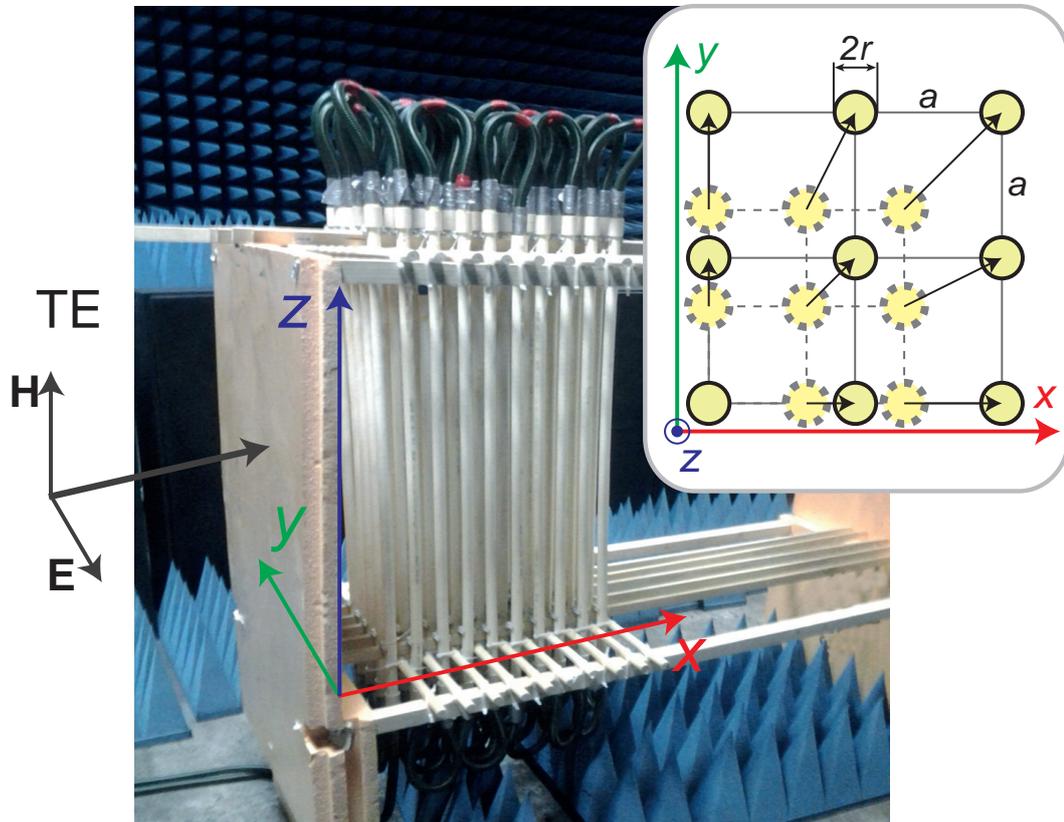


Рисунок 22 — Экспериментальная установка. Безэховая камера с образцом фотонной структуры, состоящим из 50 пластиковых трубок (10 в длину вдоль оси x и 5 в ширину вдоль оси y). Каждая трубка имеет длину 1 м (вдоль оси z), внешний радиус 2 см и внутренний радиус 1.7 см. Все трубки соединены вместе в последовательно замкнутую гидравлическую систему, включающую водонагреватель и температурный стабилизатор. Вставка: схематическое изображение трансформации двумерной квадратной решетки с сохранением квадратной симметрии. Варьируемый параметр — постоянная решетки a . Цилиндры диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусом r окружены воздухом. Структура однородна вдоль направления z и обладает трансляционной симметрией вдоль x и y . Рисунок воспроизводится по статье [18].

вдоль осей цилиндров (рис. 22) или как ТМ-моды (H_x, H_y, E_z), для которых магнитное поле ориентировано перпендикулярно оси z . Поскольку магнитный отклик в таких структурах наблюдался для ТЕ поляризации [118], в дальнейшем все результаты относятся именно к ТЕ поляризации.

На рисунке 23 приведены экспериментально измеренные и рассчитанные спектры пропускания метакристалла как для зависимостей от параметра r/a , так и от ε . В процессе эксперимента для измерения зависимости от r/a мы начали с фазы фотонного кристалла ($r/a = 0.08$) и, далее, уменьшая расстояния между цилиндрами синхронно по осям x и y сжимали метакристалл, уменьшая постоянную решетки a (рис. 23а). При этом наименьшая по частоте фундаментальная брэгговская стоп-зона демонстрирует существенный сдвиг в область высоких частот и, по мере приближения к запрещенной зоне Ми TE_{01} с низкочастотной стороны, почти исчезает при $r/a \approx 0.09$. При дальнейшем уменьшении параметра a брэгговская стоп-зона снова появляется в спектрах при $r/a \approx 0.095$, однако уже со стороны высоких частот относительно зоны Ми. В результате брэгговская стоп-зона и зона Ми TE_{01} меняют свое положение друг относительно друга в шкале частот, и зона Ми TE_{01} становится фундаментальной запрещенной зоной структуры, в этой спектральной области возможна гомогенизация метакристалла, произошел переход в фазу метаматериала.

Рассмотрим теперь случай варьирования диэлектрической проницаемости ε . Положение брэгговской стоп-зоны почти не изменяется, в отличие от сильного сдвига положения запрещенной зоны Ми TE_{01} , что в конечном итоге приводит к изменению взаимного расположения брэгговской стоп-зоны и запрещенной зоны Ми (рис. 23d, 23e), т.е. к переходу от фазы фотонного кристалла к фазе метаматериала.

Отдельно отметим полное согласие между рассчитанными спектрами пропускания и спектрами, измеренными на образце метакристалла метровых размеров в сложном эксперименте, как для зависимостей r/a , так и от ε . О сложности проведенного эксперимента говорит тот факт, что общая длина гидравлической системы (50 метровых трубок, соединенных последовательно, плюс подводящие шланги, которые соединяют метакристалл, находящийся в безэховой камере, с нагревателем воды, находящемся в соседнем помещении) составляет порядка 100 метров. При этом эксперименты проводились с водой, нагреваемой до 90°C . Точность стабилизации составляла не хуже 1°C и контролировалась двумя из-

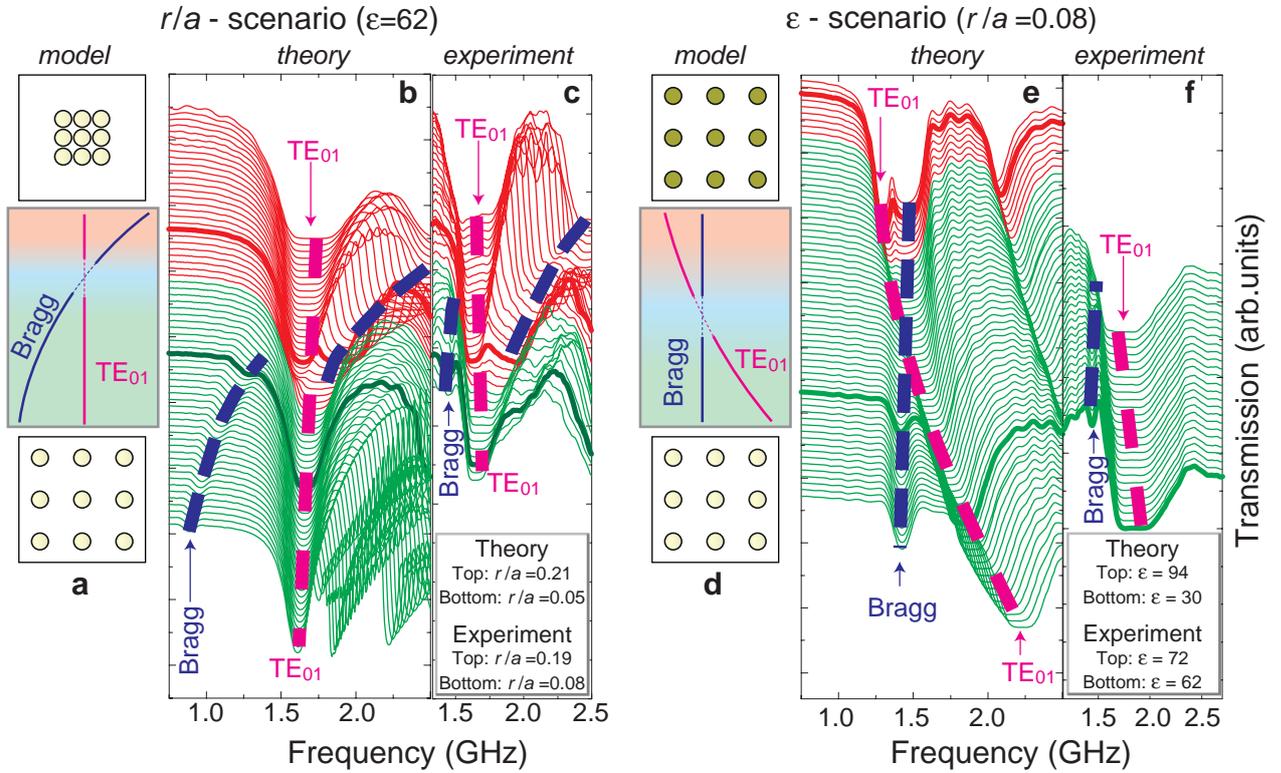


Рисунок 23 — Спектры пропускания двумерной фотонной структуры с квадратной решеткой, образованной диэлектрическими цилиндрами. (a-c) Изменение параметра r/a при фиксированном $\epsilon = 62$. (a) Схема трансформации низкочастотных зон Ми и Брэгга. Рассчитанные (b) и экспериментально измеренные (c) спектры пропускания в зависимости от параметра r/a . Вычисленные спектры показаны в диапазоне $0.05 \leq r/a \leq 0.21$, экспериментальные спектры приведены в диапазоне $0.08 \leq r/a \leq 0.19$. (d-f) Изменение диэлектрической проницаемости ϵ при фиксированном параметре $r/a = 0.08$. (d) Схема трансформации низкочастотных зон Ми и Брэгга. Вычисленные (e) и экспериментально измеренные (f) спектры пропускания в зависимости от диэлектрической проницаемости. Вычисленные спектры показаны в диапазоне $30 \leq \epsilon \leq 94$, экспериментальные спектры показаны в диапазоне $62 \leq \epsilon \leq 94$. Спектры сдвинуты по вертикали на постоянное значение. Представленные данные соответствуют TE-поляризации. Рисунок воспроизводится по статье [18].

мерителями температуры, расположенными на входном и выходном шлангах метакристалла.

Также отметим, что мы оценили погрешность, которую могут вносить в экспериментальные данные пластиковые трубки. Расчет выполнялся при помощи программного обеспечения численного моделирования CST Microwave Studio. Из рисунка 24 видно, что погрешность минимальна и никак не влияет на наши выводы.

2.5 Построение фазовой диаграммы для структур с квадратной решеткой

На рисунке 25 представлена фазовая диаграмма «фотонный кристалл – метаматериал» для двумерной квадратной решетки диэлектрических цилиндров. Диаграмма построена в осях диэлектрическая проницаемость ϵ и коэффициент заполнения r/a . Фазовая диаграмма была получена на основе анализа 50 карт запрещенных зон (пример карты для $r/a = 0.25$ показан на 20), вычисленных для интервала диэлектрической проницаемости цилиндров $1 \leq \epsilon \leq 100$, с шагом $\Delta\epsilon = 1$ и в интервале $0.01 \leq r/a \leq 0.5$ с шагом 0.01. Диаграмма содержит две области, которые представляют фазы фотонного кристалла и метаматериала. Граница между фазами задается критическими точками, которые определяются парами значений диэлектрической проницаемости ϵ и коэффициентом заполнения r/a . Это происходит, когда кривизна второй дисперсионной ветви вблизи точки Γ уменьшается и, наконец, становится совершенно плоской вдоль направления $\Gamma - X$ (при $\epsilon = 19.5$, $r/a = 0.25$, см. рис. 19k). При дальнейшем увеличении ϵ или изменении r/a , запрещенная зона Ми TE_{01} полностью отщепляется от брэгговской стоп-зоны. В результате, запрещенная зона Ми становится фундаментальной запрещенной зоной в спектре, и структура переходит в фазу метаматериала. В спектральной области, соответствующей фундаментальной зоне Ми TE_{01} эффективная магнитная восприимчивость фотонной структуры, состоящей из диэлектрических цилиндров, принимает отрицательные значения. Поскольку все брэгговские стоп-зоны расположены на более высоких частотах, любые потери, связанные с брэгговской дифракцией, в окрестности резонанса Ми отсутствуют. Таким образом, переход от фазы фотон-

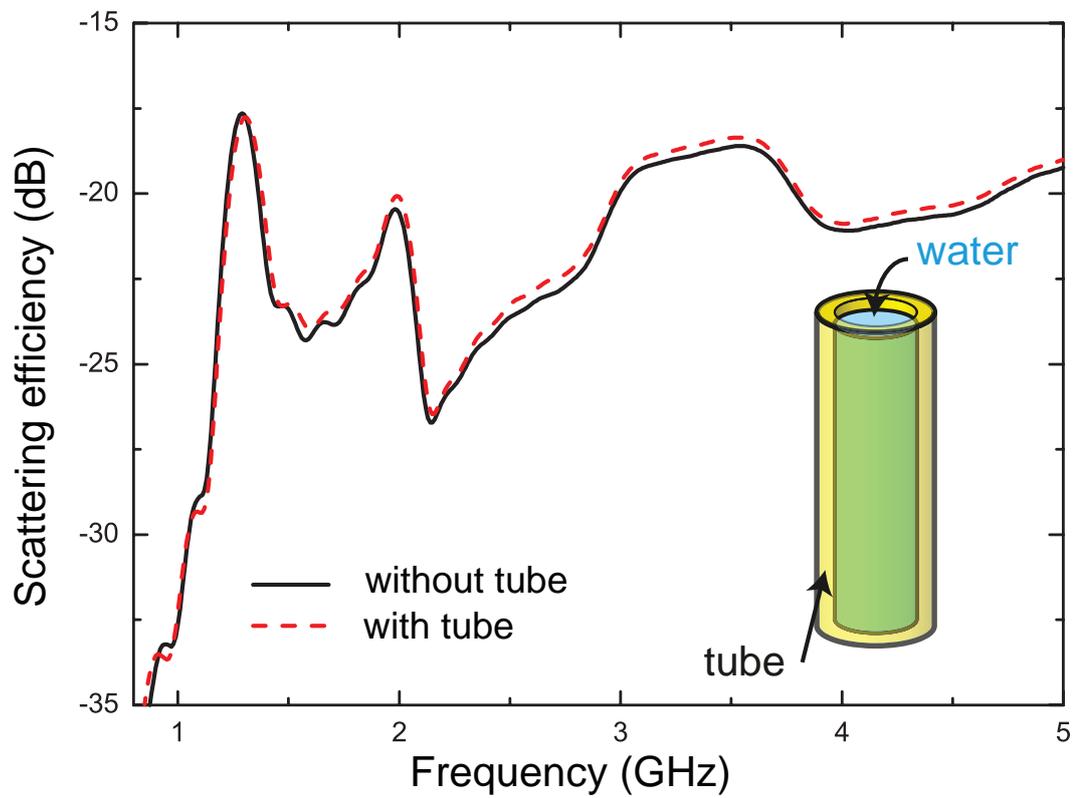


Рисунок 24 — Эффективность рассеяния электромагнитной волны на водяном цилиндре без пластиковой трубки и с пластиковой трубкой.

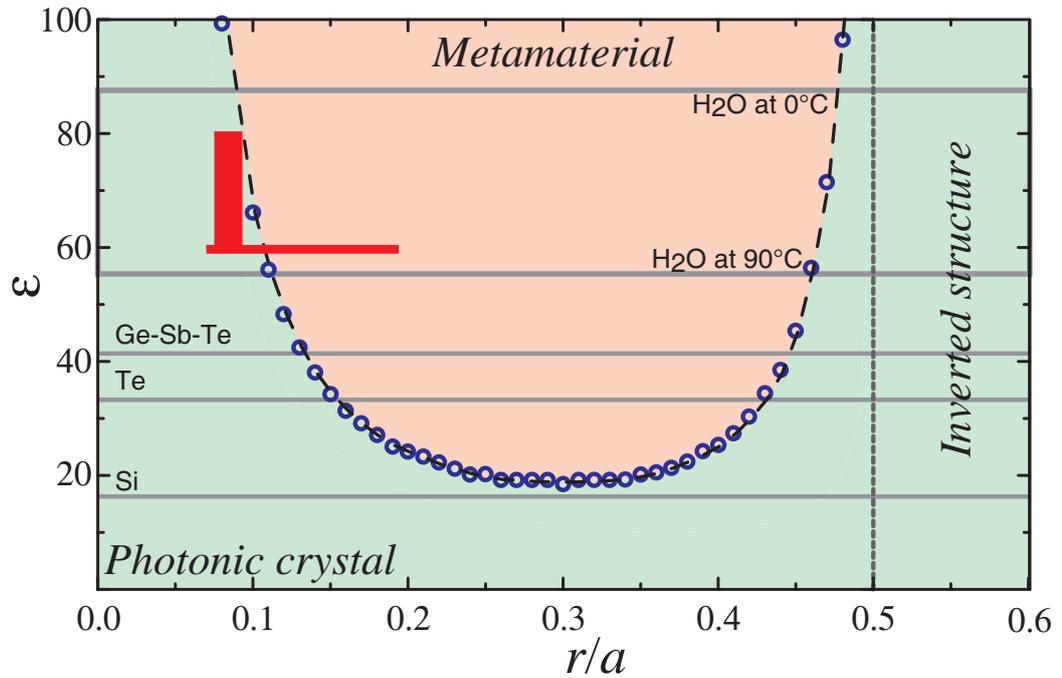


Рисунок 25 — Фазовая диаграмма «фотонный кристалл – метаматериал» для двумерных структур с квадратной решеткой, образованной диэлектрическими цилиндрами. Синие кружки указывают точки, где запрещенная зона $M_1 TE_{01}$ отщепляется от брэгговской стоп-зоны, становясь самой низкой запрещенной зоной в спектре (рис. 20). Экспериментально исследованные области отмечены красным. Значения диэлектрической проницаемости ϵ ряда материалов обозначены горизонтальными линиями. Области существования прямой и инвертированной решетки разделены вертикальной чертой при $r/a = 0.5$. Рисунок воспроизводится по статье [18].

ный кристалл к фазе метаматериал начиная с определенного значения диэлектрической проницаемости совершен, и такая среда является метаматериалом с резонансными особенностями μ , включая отрицательные значения $\mu < 0$ на частотах запрещенной зоны Ми.

Теперь рассмотрим некоторые особенности фазовой диаграммы «фотонный кристалл – метаматериал». При малых значениях параметра $r/a < 0.05$ концентрация диэлектрических цилиндров в решетке слишком мала для достижения отрицательной эффективной магнитной восприимчивости при разумных значениях ε . Напротив, когда расстояние между цилиндрами становится очень маленьким ($r/a > 0.45$), взаимодействие между цилиндрами становится сильным и появляется прыжковая проводимость фотонов от одного цилиндра к другому [80]. Это означает, что резонансы Ми уже не локализованы, и они превращаются в распространяющиеся блоховские волны. При этом, условия появления фазы метаматериала становятся более жесткими, и фаза фотонного кристалла расширяется до очень высоких значений ε .

Мы нанесли на фазовую диаграмму (рис. 25) характерные значения диэлектрической проницаемости ряда материалов с высоким значением ε . Помимо воды ($55 \leq \varepsilon \leq 87$ [117]), отметим еще несколько материалов, на основе которых можно создать фотонную структуру с квадратной решеткой, обладающую фазой метаматериала. Это халькогенидные композиты на основе германия, сурьмы и теллура, например, $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ [119; 120], а также собственно теллур в инфракрасном диапазоне [76]. К сожалению, на основе двумерных фотонных структур с квадратной решеткой из германия ($\varepsilon \approx 16$) или кремния ($\varepsilon \approx 13$) [76] создать метаматериал с отрицательными значениями $\mu < 0$ невозможно.

2.6 Фазовая диаграмма фотонной структуры с простой треугольной решеткой

В данном параграфе представлены результаты расчетов фазовой диаграммы «фотонный кристалл – метаматериал» для двумерной фотонной структуры, состоящей из диэлектрических цилиндров с круглым профилем, образующих в базисе $x-y$ простую треугольную решетку (вставка на рис. 26). Мотивация этой работы состоит в следующем. Как было показано в предыдущем параграфе, од-

ним из ключевых параметров, определяющих переход в фазу метаматериала, является коэффициент заполнения решетки r/a . Этот параметр можно рассматривать как аналогию давлению в обычных термодинамических фазовых переходах. Экспериментируя с квадратной решеткой, мы добивались перехода путем ее механического сжатия, меняя параметр a . Однако можно пойти другим путем: рассмотреть фазовый переход в решетке, которая исходно более плотно упакована диэлектрическими цилиндрами по сравнению с квадратной. Хорошо известно, что наиболее плотной упаковкой на плоскости является простая треугольная решетка.

Для структуры с простой треугольной решеткой был выполнен весь цикл вычислений, проведенных для случая квадратной решетки. Неприводимая часть зоны Бриллюэна треугольной решетки ограничена треугольником $\Gamma - M - K$, причем самый короткий вектор обратной решетки лежит в направлении $\Gamma - M$, где и наблюдается самая низкочастотная брэгговская стоп-зона. Были вычислены более 6000 фотонных зонных диаграмм при варьировании параметров ε в интервале от 1 до 100 с шагом 1 и r/a в интервале от 0.01 до 0.60 с шагом 0.01. Согласно процедуре, описанной для случая квадратной решетки, мы нашли зависимость $\varepsilon_c(r/a)$, которая определяет границу между фазами фотонного кристалла и метаматериала. Соответствующая фазовая диаграмма для фотонных структур с простой треугольной решеткой представлена на рис. 26. Качественно фазовые диаграммы для квадратной и простой треугольной решетки выглядят одинаково (ср. рис. 25 и рис. 26). Однако, как и ожидалось, в случае простой треугольной решетки минимальное значение диэлектрической проницаемости, при котором фотонная структура переходит в фазу метаматериала, оказывается существенно ниже: в структуре с квадратной решеткой переход происходит при $\varepsilon_{\min} \approx 20$, а в структуре с треугольной решеткой при $\varepsilon_{\min} \approx 14$, что очень важно для создания диэлектрических метматериалов для оптического диапазона длин волн.

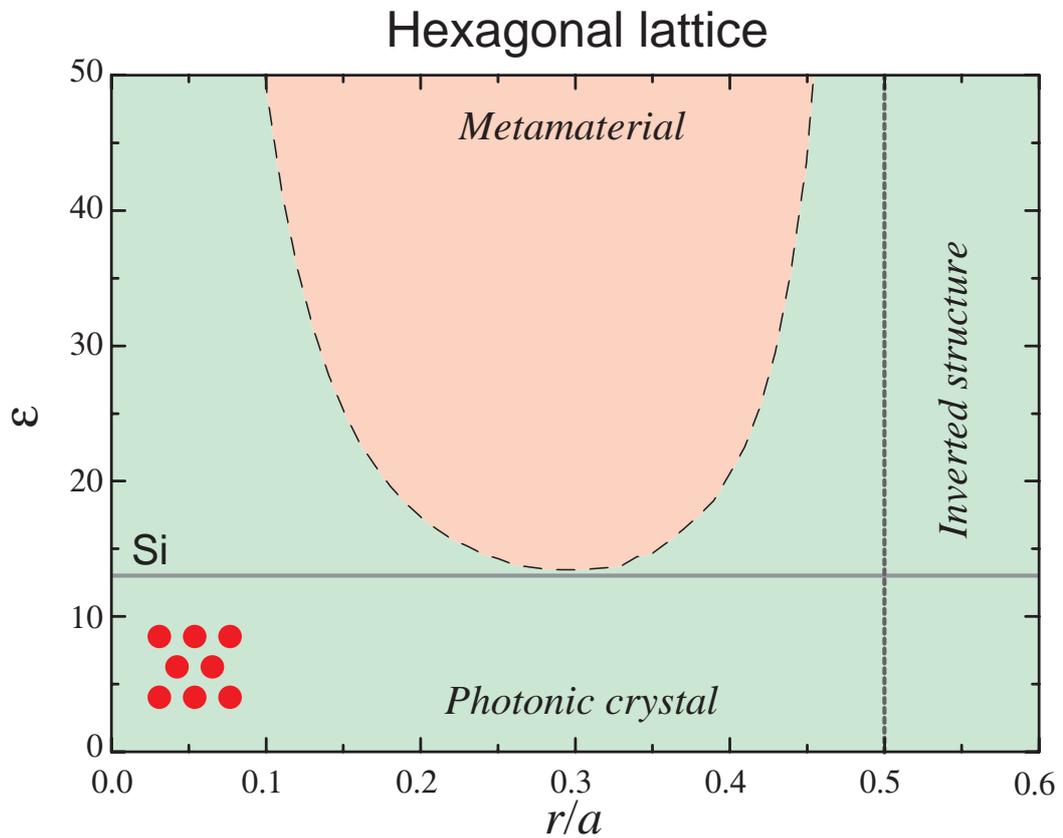


Рисунок 26 — Фазовая диаграмма «фотонный кристалл – метаматериал» для фотонной структуры, представляющей собой простую треугольную решетку диэлектрических цилиндров с круглым профилем (проекция структуры на плоскость $x - y$ изображена красными кружками). Фазовая диаграмма построена в осях диэлектрическая проницаемость ε коэффициент заполнения решетки r/a . Значение диэлектрической проницаемости кремния в ближнем инфракрасном диапазоне отмечена горизонтальной чертой. Области существования прямой и инвертированной решетки разделены вертикальной чертой при $r/a = 0.5$.

2.7 Фазовые диаграммы для периодических структур на основе кремния

На сегодняшний день кремний является одним из наиболее востребованных материалов для изготовления фотонных структур [121]. Хотя диэлектрическая проницаемость кремния относительно большая ($\epsilon \approx 13$ в инфракрасном диапазоне частот), этого оказывается недостаточно для создания объемных метаматериалов, где необходимо иметь $\epsilon \geq 14$ в случае наиболее плотных структур с простой треугольной решеткой. Отметим, что это жесткое ограничение не относится к случаю кремниевых метаповерхностей [122–124], поскольку условие для возникновения метаматериальных свойств на поверхности значительно слабее из-за того, что волновой вектор световой волны направлен под малыми углами к нормали [125]. В то же время, разработка объемных метаматериалов на основе кремния является важной задачей, которая помимо фундаментального интереса, имеет также и прикладное значение, например, для применения в устройствах, требующих почти нулевого показателя преломления [126].

В этом разделе покажем, что учет сильной частотной зависимости диэлектрической проницаемости кремния позволяет создавать объемные метаматериалы. Будем рассматривать структуры с простой треугольной решеткой, которая обладает самым плотным расположением цилиндров. Кремний является полупроводником с непрямыми переходами при $\lambda < 1130$ нм и прямыми переходами при $\lambda < 365$ нм [127]. В области непрямых переходов $600 < \lambda < 1000$ нм вещественная часть диэлектрической проницаемости растет, а потери остаются относительно слабыми [128]. Зависящая от частоты комплексная диэлектрическая проницаемость кремния не позволяет применять обычные зонные диаграммы для анализа фотонного фазового перехода, как мы это делали в предыдущих разделах (см. рис. 16). Вместо этого будем использовать метод обратной дисперсии (описанный в Главе 1) для расчета комплексных зонных диаграмм, который позволяет ввести альтернативный критерий определения фазы фотонной структуры.

Как обсуждалось в Главе 1, в основе наиболее распространенных методов расчета зонных диаграмм лежит рассмотрение векторного уравнения Гельмгольца, как задачи на собственные числа для квадрата частоты ω^2 , который обычно нормируется квадратом скорости света c^2 [36]. Такой подход достаточ-

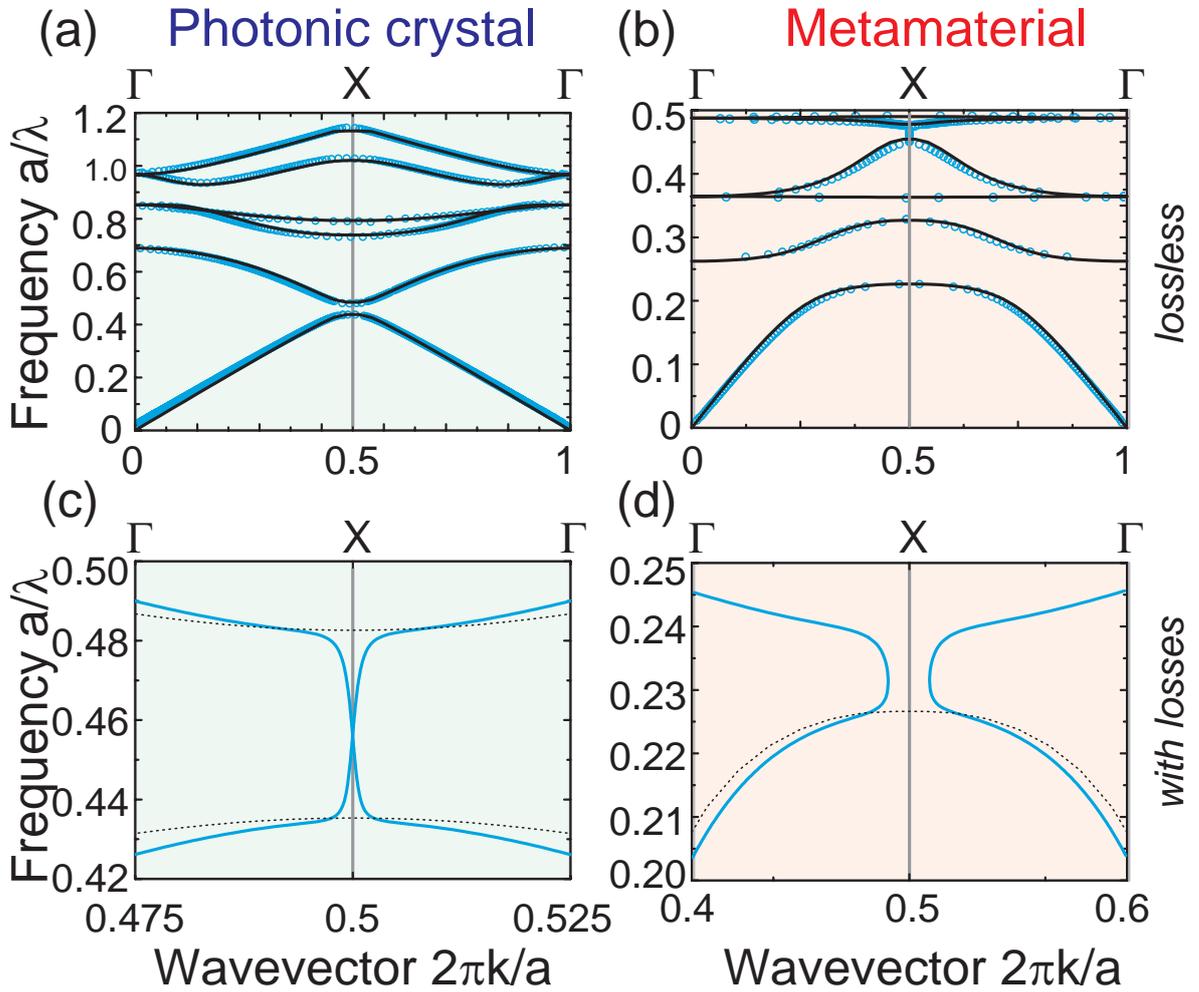


Рисунок 27 — Два критерия для определения фазы фотонной структуры. (a, b) Зонные диаграммы структур с квадратной решеткой, соотношением $r/a = 0.3$, вещественной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$ (фаза фотонного кристалла) и $\varepsilon = 30$ (фаза метаматериала). Данные, полученные прямым $\omega(k)$ методом, показаны черными сплошными кривыми. Результаты расчетов методом обратной дисперсии $k(\omega)$ показаны голубыми кружками. (c, d) Зонные диаграммы, рассчитанные методом обратной дисперсии для таких же структур, как на (a, b), но с диэлектрической проницаемостью цилиндров, имеющей мнимую часть $\varepsilon'' = 0.01\varepsilon'$ (голубые кривые). Для сравнения результаты, полученные для структур без потерь, приведены черными пунктирными кривыми.

но привлекателен из-за близкой аналогии с уравнением Шредингера в квантовой механике, для решения которого на сегодняшний день существует множество хорошо разработанных аналитических и численных подходов. Однако недостатком этих методов является следующее обстоятельство. Когда фотонные структуры образованы из материалов, имеющих частотную зависимость диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, задача существенно усложняется, так как оператор в (1.6) становится зависимым от собственного значения ω . Кроме того, методы, развитые для эрмитовых задач квантовой механики, теряют свою привлекательность в случае, когда диэлектрическая проницаемость имеет мнимую часть, поскольку оператор перестает быть эрмитовым. Мы указывали в Главе 1, что существует несколько альтернативных методов, позволяющих разрешить эти проблемы.

В этой главе мы используем реализацию прямого метода $\omega(k)$ [39; 129], описанного в Главе 1, которая позволяет быстро вычислять зонные диаграммы для большого числа плоских волн. Для анализа фазы фотонной структуры на основе комплексных зонных диаграмм нам требуется ввести новый критерий (по сравнению с критерием, показанным на рис. 16) не связанный со второй дисперсионной ветвью, поскольку в комплексных диаграммах структур с поглощением ветви переходят друг в друга и не очевидно какая из ветвей является второй. В Главе 1 был описан критерий пересечение-антипересечение ветвей в запрещенной зоне. Однако связь этих двух критериев ранее не обсуждалась.

Сравним результаты, полученные при помощи прямого $\omega(k)$ и обратного $k(\omega)$ методов. Мы рассматриваем фотонные структуры, которые представляют собой квадратную решетку диэлектрических цилиндров с радиусом, нормированным на постоянную решетки $r/a = 0.3$, диэлектрическая проницаемость цилиндров считается постоянной, а реальные части диэлектрической проницаемости равны 4 и 30 для фотонного кристалла и метаматериала, соответственно. Используя прямой метод и метод обратной дисперсии, мы вычисляли зонные диаграммы для волнового вектора в направлении $\Gamma - X$, соответствующего нижней брэгговской запрещенной зоне. В расчетах мы использовали разложение на 16384 (128×128) плоские волны для прямого метода и на 625 (25×25) плоские волны для метода обратной дисперсии. Зонная диаграмма для структур с низким значением диэлектрической проницаемости (рис. 27а) демонстрирует типичное поведение ветвей для фазы фотонного кристалла с брэгговской стоп-зоной $0.43 < a/\lambda < 0.48$ (сравнить с рис. 16а). На зонной диаграмме структуры

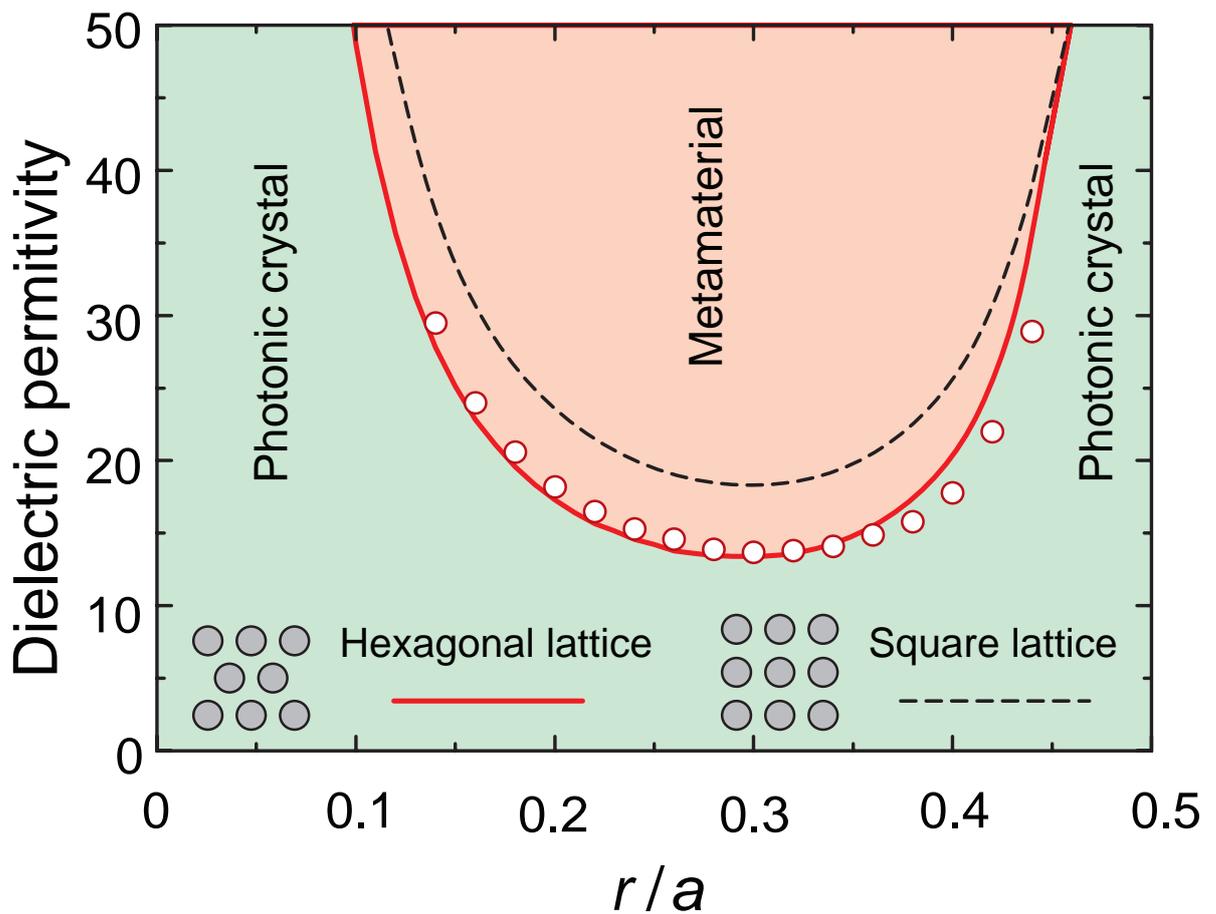


Рисунок 28 — Фазовая диаграмма «фотонный кристалл – метаматериал». Границы фаз для структур с простой треугольной решеткой отмечены красной линией (определено прямым методом) и кружками (определено методом обратной дисперсии). Граница фаз для структур с квадратной решеткой показана черной пунктирной кривой.

с высоким диэлектрическим индексом мы наблюдаем типичную поляритонную зависимость (см. рис. 27b и сравнить с рис. 16b). Световой конус пересекает плоскую ветвь Ми $a/\lambda \approx 0.225$, образуя область антипересечения. Из-за аналогичного антипересечения для отрицательных волновых векторов ветвь в точке Γ не начинается с $a/\lambda \approx 0.225$. В результате в спектре появляется запрещенная зона Ми между $a/\lambda \approx 0.225$ и $a/\lambda \approx 0.270$. Отметим превосходное согласие между данными, полученными прямым методом и методом обратной дисперсии (соответственно, черные и голубые линии на рис. 27a, 27b).

Большинство материалов с высоким значением диэлектрической проницаемости имеют сильную частотно-зависимую комплексную диэлектрическую проницаемость, приводящую к необходимости построения комплексных зонных диаграмм. В Главе 1 было показано, что анализ комплексных зонных диаграмм позволяет различать фазы метаматериала и фотонного кристалла. В выражении для диэлектрической проницаемости добавим небольшую мнимую часть ϵ'' , которая связана с вещественной частью ϵ' посредством $\epsilon'' = \alpha\epsilon'$, где параметр α – малое вещественное число. Зонные диаграммы в узких спектральных интервалах показаны голубыми линиями для $\alpha = 0.01$ на рис. 27c и 27d. На этих же рисунках для сравнения черными пунктирными кривыми приведены ветви для случая $\alpha = 0$. Отметим, что для наших целей достаточно проанализировать дисперсию вещественной части волнового вектора, хотя он имеет комплексные значения. Начнем обсуждение результатов со случая фотонного кристалла, рис. 27c. Две нижние ветви более не демонстрируют возникновения стоп-зоны, как на рис. 27a. Вместо этого ветви пересекаются на поверхности зоны Бриллюэна (то есть в X точке) вблизи частоты $a/\lambda = 0.46$. Для метаматериалов ситуация качественно отличается. С увеличением частоты ветви стремятся к точке X примерно до значения $a/\lambda \approx 0.225$, однако границы зоны Бриллюэна не достигают. Начиная с частоты $a/\lambda \approx 0.230$ ветви расходятся в противоположных направлениях к точкам Γ и Γ' . В отличие от фотонных кристаллов, в фазе метаматериала, после расталкивания ветви имеют большие мнимые части. Будем использовать этот критерий для анализа зонных диаграмм фотонных структур с комплексной диэлектрической проницаемостью, чтобы отличить фазу фотонного кристалла от фазы метаматериала.

Таким образом, у нас появился инструмент для построения фазовых диаграмм «фотонный кристалл – метаматериал» в случае структур с комплексной частотно зависимой диэлектрической проницаемостью. Это позволит нам пока-

зять, что оба критерия, представленные на рис. 27, согласуются между собой. Кроме этого, далее будем рассматривать простую треугольную решетку, которая имеет самую плотную упаковку в двух измерениях и соответственно режим метаматериала возникает при меньших значениях диэлектрической проницаемости. Граница фаз, вычисленная прямым методом для гексагональной решетки, обозначена красной линией на рис. 28. Граница фаз, полученная методом обратной дисперсии для той же структуры, показана кружками. Рисунок 28 демонстрирует, что оба критерия находятся в хорошем согласии. Этот результат представляется важным, поскольку теперь мы можем уверенно строить фазовые диаграммы фотонных структур, обладающих существенными материальными потерями. Рассмотрим роль параметра α , определяющего величину мнимой части диэлектрической проницаемости, которую вводим для построения фазовой диаграммы при помощи метода обратной дисперсии. С увеличением α разница в положении границы фаз увеличивается по сравнению со случаем $\alpha = 0$. В частности, при $\alpha = 3.5$ это отклонение составляет около 5%.

Теперь перейдем к основному результату раздела. Кремний, как и многие другие высокоиндексные материалы, имеет частотно-зависимую диэлектрическую проницаемость, которая равна 12 почти во всем инфракрасном диапазоне и начинает расти при $\lambda < 1000$ нм. В частности, вещественная часть диэлектрической проницаемости кремния составляет $\varepsilon' = 19$ на длине волны 490 нм, что позволяет наблюдать режим метаматериала даже в квадратной решетке. Однако при этом также растет мнимая часть, описывающая поглощение (коэффициент $\alpha \approx 0.1$ на длине волны 400 нм).

Рассмотрим двумерную фотонную структуру, состоящую из кремниевых цилиндров, образующих в плоскости $x - y$ простую треугольную решетку. Для расчета фазовых диаграмм мы использовали значение диэлектрической проницаемости, приведенное в работе [128]. В случае частотно-зависимой диэлектрической проницаемости мы больше не можем использовать масштабируемость уравнений Максвелла. Однако монотонная зависимость диэлектрической проницаемости позволяет установить однозначную связь между ε и λ , и мы можем использовать λ вместо ε . Фазовая диаграмма фотонных структур на основе кремния в осях $\lambda - r/a$ представлена на рис. 29а. Поскольку более длинные волны соответствуют более высоким значениям диэлектрической проницаемости кремния, диаграмма переворачивается (относительно диаграммы, приведенной на рис. 28) и имеет форму колокола. С уменьшением λ вещественная часть

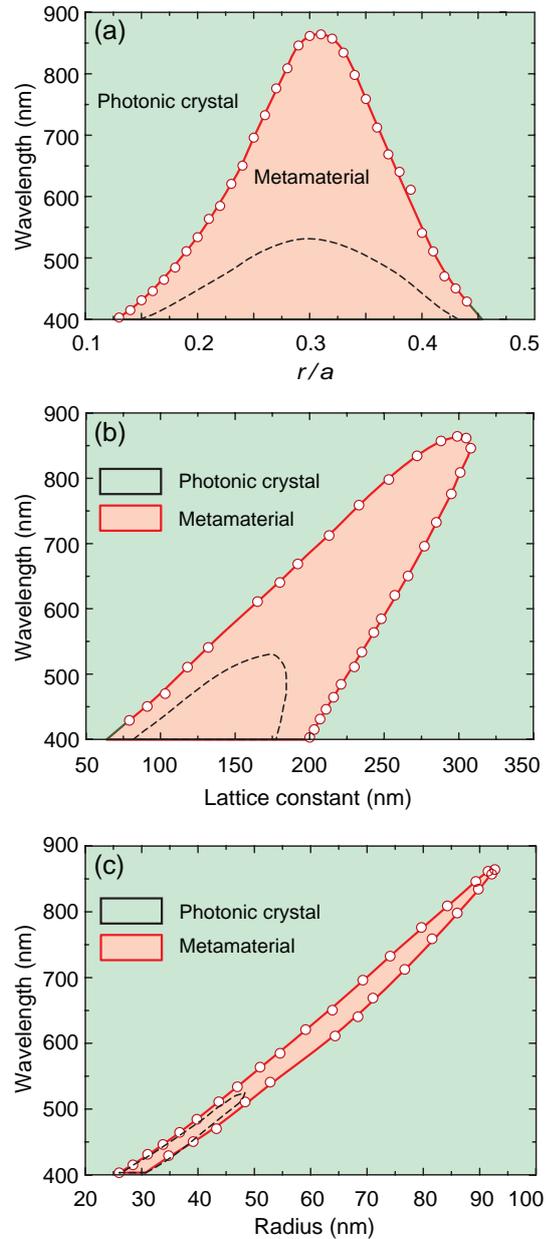


Рисунок 29 — Фазовый переход между метаматериалом и фотонным кристаллом для кремниевой фотонной структуры с двумерной треугольной решеткой. Красные кружки показывают фазовую границу, сплошная линия проведена для удобства зрительного восприятия. Граница фаз для случая квадратной решетки показана черной пунктирной линией. Фазовые диаграммы построены в осях: (a) отношение r/a — длина волны λ ; (b) постоянная решетки a — длина волны λ ; (c) радиус цилиндра r — длина волны λ .

диэлектрической проницаемости для кремния демонстрирует рост до 42 (см. рис. 13), поэтому можно получить фазу метаматериала даже в случае квадратной решетки в спектральном диапазоне до длины волны 530 нм (черная пунктирная кривая на рис. 29а). Однако значительные потери на коротких длинах волн затрудняют разработку кремниевого метаматериала с квадратной решеткой. Зато для кремниевой структуры с гексагональной решеткой фаза метаматериала достижима вплоть до 850 нм. Отметим, что низкие потери в кремнии при длине волны более 600 нм позволяют использовать кремний в качестве материала для фотоники [121]. Так, кремний имеет небольшое отношение вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости $\alpha = \text{Im}(\varepsilon)/\text{Re}(\varepsilon) = 0.012$ при 600 нм.

Для удобства мы построили фазовую диаграмму кремниевых фотонных структур в осях длина волны – радиус цилиндра (рис. 29b), а также длина волны – постоянная решетки (рис. 29c). Представление фазовой диаграммы в таких осях полезно для разработки фотонных структур. Например, фаза метаматериала достижима для решетки кремниевых цилиндров с периодом от 150 до 270 нм при длине волны около 600 нм. На рисунке 29b показано, что фаза метаматериала в кремниевых структурах с простой треугольной решеткой имеет граничное значение для постоянной решетки a порядка 300 нм.

Теперь обсудим фазовую диаграмму на рис. 29c с узкой полосой, которая соответствует фазе метаматериала в осях $r-\lambda$. Узость полосы обусловлена тем, что фаза метаматериала возникает благодаря резонансу M_i , который зависит от радиуса цилиндра. Рисунок 29c показывает, что можно изменять радиус цилиндра в пределе 10 нм. Также интересно проанализировать слабый изгиб, т.е. отклонение от линейной зависимости $\lambda(r)$ полосы при больших длинах волн. Этот изгиб является следствием частотной зависимости диэлектрической проницаемости кремния, которая подстраивает положение резонанса M_i , как ранее отмечалось для одиночных кремниевых наносфер в работе [130].

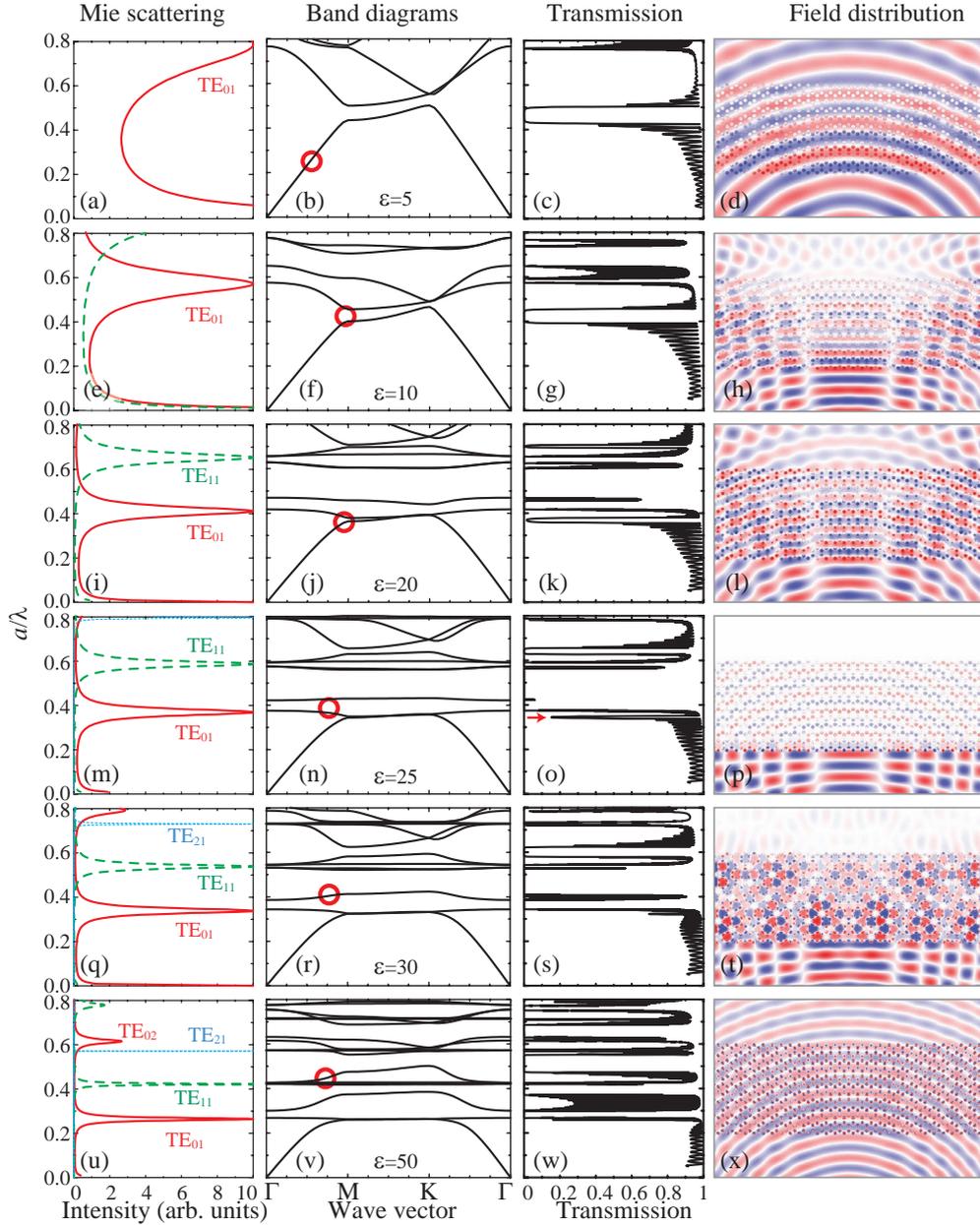


Рисунок 30 — (Левая колонка) Рассчитанные спектры рассеяния Ми $Q_{sca,n}$ на изолированном диэлектрическом цилиндре. Показаны моды TE_{nk} . (вторая колонка) Фотонные зонные диаграммы структуры с решеткой графена при $r/a = 0.2$ в поляризации TE. (третья колонка) Спектры пропускания десяти слоев фотонной структуры с решеткой графена для поляризации TE. На трех левых колонках по оси ординат приведена безразмерная величина a/λ . (Правая колонка) Результаты численного расчета магнитного поля H_z для волны с поляризацией TE. Расчет приведен для частот, отмеченных красным кружком на второй колонке. (a-d) $\varepsilon = 5$, (e-h) $\varepsilon = 10$, (i-l) $\varepsilon = 20$, (m-p) $\varepsilon = 25$, (q-t) $\varepsilon = 30$, (u-x) $\varepsilon = 50$. Рисунок воспроизводится по статье [131].

2.8 Исследование фотонных фазовых переходов в структурах с решеткой графена

Следующим шагом в исследовании фотонных фазовых переходов было изучение структур с другим типом кристаллической решетки [131]. В данном разделе будут описаны результаты исследования двумерной периодической структуры, которая в базисной плоскости имеет решетку «фотонного графена», т.е. структуру, обладающую треугольной решеткой с двумя однородными диэлектрическими цилиндрами в примитивной ячейке. Результаты детального анализа такой структуры представлены на рис. 30, на котором представлены:

(i) спектры рассеяния Ми Q_{sca} на одиночном диэлектрическом цилиндре. Как и ранее, спектры рассеяния Ми рассчитывались численно при помощи формулы $Q_{sca,n} = \frac{2}{x} |a_n|^2$ для дипольного момента TE_{0k} и высших мультипольных мод TE_{nk} ($n \geq 1, k \geq 1$) в интервале безразмерных частот a/λ от 0 до 0.8.

(ii) Фотонные зонные диаграммы для волновых векторов, лежащих на границе неприводимой части зоны Бриллюэна $\Gamma - M - K$. Фотонные зонные диаграммы рассчитывались при помощи метода плоских волн, описанного в Главе 1.

(iii) Спектры пропускания фотонной структурой с решеткой графена, которая ограничена 10 слоями в направлении $\Gamma - M$ и имеет бесконечное число периодов в перпендикулярном направлении ($\Gamma - K$). Спектры вычислялись при помощи программного обеспечения CST Microwave Studio.

(iv) Распределение магнитного поля (\mathbf{H}) внутри и вокруг пластины фотонной структуры, обладающей решеткой графена, на которую падает электромагнитная волна с поляризацией TE , распространяющаяся от точечного источника.

Весь набор данных вычислялся для фиксированного значения параметра $r/a = 0.2$ в широком интервале значений диэлектрической проницаемости $1 \leq \varepsilon \leq 50$ с шагом $\Delta\varepsilon = 1$. Отметим, что при $r/a = 1/(2\sqrt{3}) \approx 0.289$ соседние цилиндры касаются друг друга и при $r/a > 1/(2\sqrt{3})$ цилиндры проникают друг в друга, формируя инвертированную структуру с воздушными порами. Полученные данные позволили детально изучить перестроение фотонной зонной диаграммы в низкочастотной области, которая формируется в результате взаимодействия резонансов Ми и Брэгга. При малых значениях диэлектриче-

ской проницаемости все резонансы M_i находятся в частотной области выше низкочастотных брэгговских стоп-зон (см. рис. 30а-30h). С увеличением диэлектрической проницаемости цилиндров ε резонансы M_i , соответствующие запрещенным зонам M_i в зонных диаграммах и в спектрах пропускания, демонстрируют смещение частот от высоких к низким, пересекая брэгговскую стоп-зону в направлении $\Gamma - M$. При значении диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 25$ самый низкочастотный резонанс M_i TE_{01} полностью отщепляется от брэгговской стоп-зоны и образует фундаментальную запрещенную зону. Это хорошо демонстрирует рис. 30о, на котором видно, что от широкой брэгговской зона отщеплена узкая линия, помеченная звездочкой и совпадающая по частоте с резонансом M_i TE_{01} на рис. 30m. В результате зонная диаграмма преобразуется к виду, соответствующему фазе метаматериала (рис. 30m-30о). Следовательно, в двумерных диэлектрических структурах с решеткой графена наблюдается переход «фотонный кристалл – метаматериал», по своему механизму аналогичный описанному выше переходу в структурах с квадратной решеткой.

Правая колонка на рис. 30 демонстрирует распределение магнитного поля. Синий и красный цвет показывают амплитуду поля для отрицательных и положительных значений проекции H_z , соответственно. Источником волн является точечный диполь внизу структуры, который излучает цилиндрические волны на частоте, отмеченной красными кружками на левой колонке рис. 30. Выраженные волны, связанные с брэгговской дифракцией на объеме структуры, четко видны на частотах, соответствующих брэгговским стоп-зонам (рис. 30h, 30l). Совершенно противоположная картина поля соответствует запрещенным зонам M_i TE_{01} (см. рис. 30р). Хотя пропускание затухает экспоненциально, локализованные резонансные максимумы в цилиндрах демонстрируют однородную среду без появления следов брэгговского рассеяния. Таким образом, такая структура может быть описана как однородная среда, что является необходимым условием для формирования фазы метаматериала [107]. Кроме этого, структура также является однородной в зоне второго резонанса M_i TE_{11} , когда он опускается ниже брэгговской стоп-зоны (рис. 30х).

2.9 Выводы по главе

В данной главе был теоретически и экспериментально исследован фазовый переход нового типа «фотонный кристалл – метаматериал», который приводит к появлению отрицательной магнитной восприимчивости в диэлектрической фотонной структуре. Такой фазовый переход происходит, когда резонанс Ми становится фундаментальным резонансом в фотонной структуре, т.е. выполняется следующее условие: все брэгговские стоп-зоны имеют большую частоту, чем резонанс Ми. Запрещенная фотонная зона Ми обусловлена возникновением спектрального интервала, в котором структура обладает отрицательной магнитной восприимчивостью. При этом волновой вектор оказывается мнимой величиной, и распространение электромагнитных волн по структуре запрещено. Микроволновый прототип фотонной структуры позволил по спектрам пропускания экспериментально наблюдать теоретически предсказанный фазовый переход. При изменении параметров структуры (r/a или ε) происходит рокировка относительного положения самой низкочастотной брэгговской стоп-зоны $\{10\}$, которая является фундаментальным колебанием в фазе фотонного кристалла, и запрещенной зоны Ми TE_{01} , которая становится фундаментальным колебанием в фазе метаматериала.

Благодаря обработке большого массива данных удалось построить фазовые диаграммы для структур, состоящих из диэлектрических цилиндров, расположенных в узлах квадратной и простой треугольной решеток. Фазовые диаграммы представлены в осях коэффициента заполнения решетки r/a – диэлектрическая проницаемость материала ε . Оригинальный метод расчета комплексных зонных диаграмм для структур, сделанных из материалов с частотно зависимой комплексной диэлектрической проницаемостью, позволяет определить фазу фотонной структуры с цилиндрами из кремния. С помощью этого метода были построены фазовые диаграммы, определяющие геометрические параметры и рабочие длины волн объемных кремниевых метаматериалов.

Глава 3. Электромагнитные резонансы в фотонных диэлектрических структурах

3.1 Обзор литературы

Резонансные электромагнитные явления окружают нас повсюду в повседневной жизни. Практически все приборы, связанные с генерацией, передачей, регистрацией и обработкой электромагнитных волн основаны на резонансных эффектах. Одним из удивительных и в то же время широко распространенных резонансов является резонанс Фано. «Fano still resonating» - так называется редакционная публикация в Nature Photonics [132], которая анонсирует наш обзор «Fano resonance in photonics» [16]. Действительно, основополагающая работа Фано «Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts» [133], опубликованная в 1961, стала одной из самых цитируемых оригинальных статей в физике твердого тела. Стоит отметить, что основная идея о спектроскопическом результате интерференции узкого и широкого контура была опубликована Фано еще в 1935 году в итальянском журнале Nuovo Cimento [134]. Эта работа была мотивирована его научным руководителем Энрико Ферми, который предложил Фано интерпретировать серию асимметричных линий в спектрах неупругого рассеяния электронов на атомах гелия. Однако эта оригинальная статья не получила широкой известности скорее всего потому, что была опубликована на итальянском языке. Спустя 26 лет Фано публикует англоязычную версию, существенно доработанную по сравнению со статьей 1935 года, которая и получила широчайшее признание.

В настоящее время можно с уверенностью сказать, что в спектроскопии наблюдаются два фундаментальных контура линий - симметричный контур Лоренца и асимметричный контур Фано.

Симметричный контур (рис. 32а) описывается функцией Лоренца

$$\sigma(\Omega) = |A|^2 \frac{1}{1 + \Omega^2}, \quad (3.1)$$

где $\Omega = 2(E - E_0)/\Gamma$ - безразмерная энергия; параметры Γ и E_0 - величина затухания и энергия дискретного состояния, соответственно, а A - амплитуда состояния.

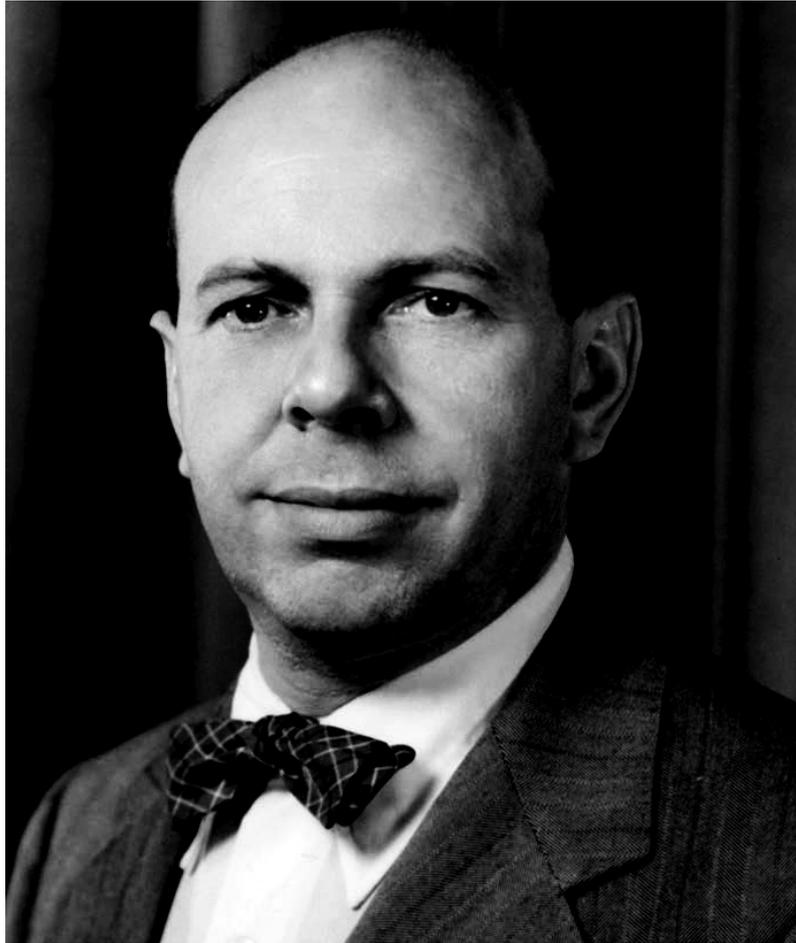


Рисунок 31 — Уго Фано (Ugo Fano, 1912–2001). Фотография перепечатана из статьи [132].

Асимметричный контур Фано возникает в результате взаимодействия узкого резонанса с широким контуром и описывается формулой

$$\sigma(\Omega) = D^2 \frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2}, \quad (3.2)$$

где $q = \cot \delta$ – параметр Фано, δ – разность фаз между дискретным состоянием и состоянием в континууме, а $D^2 = 4 \sin^2 \delta$ (см. работу [135]). Как оказалось, формула (3.2) позволяет описать не только спектры автоионизации, но также спектры рассеяния, отражения, пропускания, поглощения и др. в самых разных физических системах. В частности, характерный профиль наблюдался при изучении полупроводников [136; 137], сверхпроводников [138; 139], магнитных эффектов [140], поляризации электронов [141]. В последние годы резонансы Фано активно исследуются в нанофотонике, что связано с наличием большого числа собственных резонансов в изучаемых объектах. Интерес к изучению резонанса Фано заметно возрастает, о чем свидетельствует, в частности, появление ряда фундаментальных обзоров в ведущих физических журналах [14–16; 142]. При этом в роли дискретного состояния могут выступать высокодобротные резонансы с узким спектральным профилем, а в роли сплошного спектра состояний – низкодобротные резонансы.

В атомной спектроскопии минимум функции (3.2) часто называют «резонансным окном прозрачности», отличая этот эффект от минимумов в спектрах поглощения другой природы [135; 143]. Отметим, что в фотонике окна прозрачности в спектрах пропускания или поглощения также наблюдаются при исследовании других явлений, например, эффекта Бормана [144–146] или эффекта электромагнитно индуцированной прозрачности (ЭИП) [123; 147–150]. При этом в литературе для одного и того же явления иногда приводятся различные интерпретации, что связано с общей резонансной природой целого ряда фотонных эффектов. В данном разделе будет представлена общая картина различных резонансных эффектов (резонанс Фано, эффекты Керкера, Бормана, ЭИП), которая позволяет корректно интерпретировать экспериментальные результаты, сопоставляя их с определенным резонансным эффектом. А.Н. Поддубный (ФТИ им. А.Ф. Иоффе) предложил рассмотреть весь круг этих явлений в единой модели двух связанных осцилляторов [123; 151–154]. Для этого можно

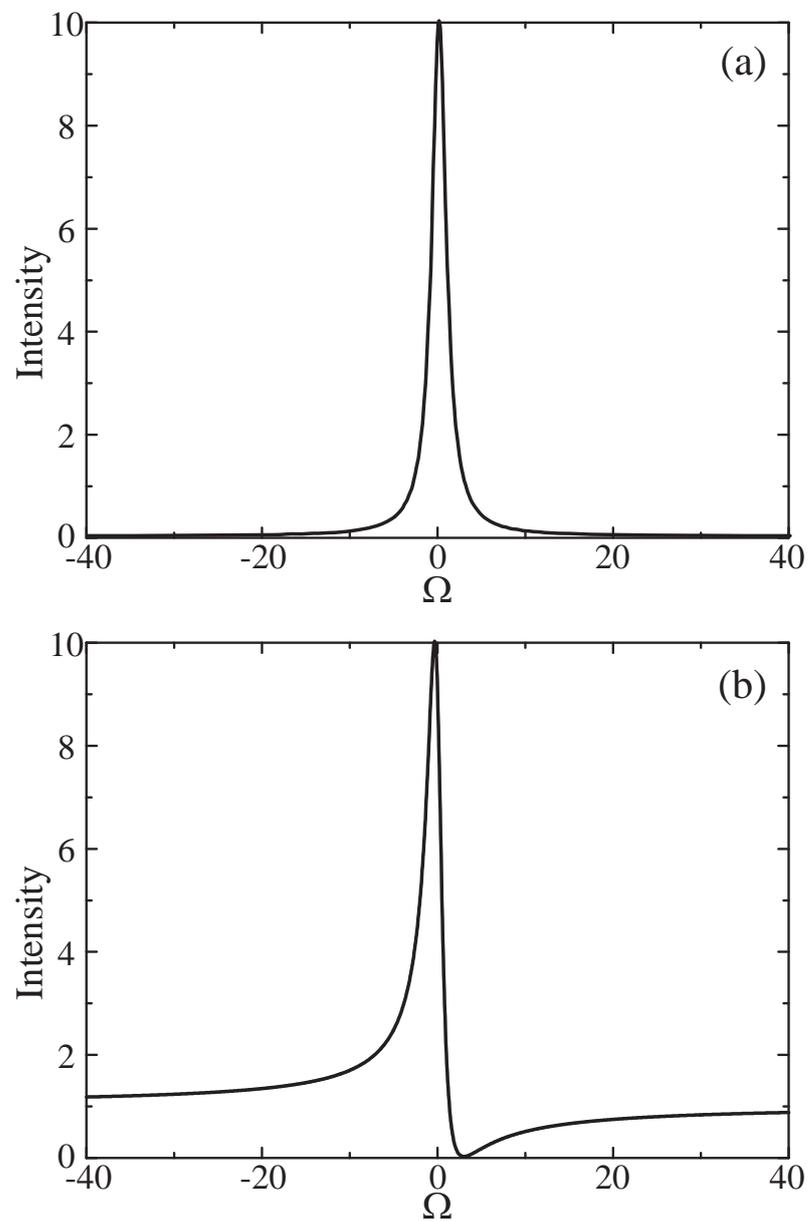


Рисунок 32 — (a) Профиль функции Лоренца, соответствующий обычной симметричной резонансной линии. (b) Профиль резонанса Фано.

записать матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \omega_1 - \omega - i\gamma_1 & g \\ g & \omega_2 - \omega - i\gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Здесь x_1 и x_2 - амплитуды осцилляторов, ω_1 и ω_2 резонансные частоты, γ_1 и γ_2 величины затухания осцилляторов и f_1, f_2 - внешние силы, приводящие систему к вынужденным колебаниям на частоте ω . Кроме этого, постоянная связи g описывает скорость обмена энергией между осцилляторами.

Используя эту модель, проанализируем системы с разными значениями затухания осцилляторов γ_1 и γ_2 при помощи диаграммы, представленной на рис. 1, а также таблицы, приведенной на рис. 33. На диаграмме приведены значения параметров затухания, нормированные на величину коэффициента связи g . Мы не конкретизируем физические причины затухания, которые могут иметь самую разную природу, например, омические потери в металлических наночастицах или радиационные потери, связанные с утеканием электромагнитного поля в волноводные моды или окружающее пространство. Выделим режим слабой связи, который определяется тем, что постоянная связи оказывается меньше значения затухания хотя бы одного из осцилляторов $|g| \ll |\gamma_1|$ или $|g| \ll |\gamma_2|$ [155]. В этом случае взаимодействие между осцилляторами может незначительно изменить их комплексные собственные частоты $\omega'_1 \approx \omega_1 - i\gamma_1 + \Delta\omega_1$ - собственная частота первого осциллятора, измененная на комплексную величину $\Delta\omega_1$ благодаря взаимодействию со вторым осциллятором. В случае, когда первый осциллятор играет роль излучающей системы, а второй - ее окружения, мнимая часть $\Delta\omega_1$ описывает эффект Парселла [156], т.е. изменение скорости излучения связанное с окружением. вещественная часть $\Delta\omega_1$ составляет поправку к частоте излучения, являясь аналогом лэмбовского сдвига [157].

Резонанс Фано

Резонансы Фано в модели связанных осцилляторов соответствуют режиму слабой связи, когда один из осцилляторов с большими потерями приводится в движение вынуждающей силой ($f_1 \neq 0, f_2 = 0$; см также вставку на рис. 1,

демонстрирующую механическую аналогию). Эти условия соответствуют двум секторам (отмечены красным цветом) в первом квадранте диаграммы на рис. 1. Амплитуда вынужденных колебаний моды 1 в спектральной окрестности частоты моды 2 может быть представлена в виде [16]

$$|x_1(\Omega)|^2 \approx |f_1^2| \frac{\gamma_1^2}{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \gamma_1^2} \frac{(\Omega + q)^2}{(\Omega^2 + 1)}, \quad (3.4)$$

где

$$\Omega = \left[\omega - \omega_2 + \left(\frac{g^2}{\gamma_1} \right) \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{1 + q^2} \right] \frac{\gamma_1(1 + q^2)}{g^2} \quad (3.5)$$

является безразмерной частотой. Параметр Фано q , зависящий от расстройки мод $\omega_2 - \omega_1$, задает форму резонансной линии. Как и в уравнении (1), $q = \text{ctg} \delta$, где δ - фаза функции отклика $(\omega_2 - \omega_1 + i\gamma_1)^{-1}$ затухающей моды 2, которая выступает в роли континуума для резонансной моды 1. Резонанс Фано проявляется в спектре пропускания в виде функции $\propto |\gamma_1 x_1(\Omega)|^2$ (см. рис. б на схеме 33). Более детально резонанс Фано будет обсуждаться в последующих разделах данной Главы, а также в Главах 4 и 5.

Электромагнитно индуцированная прозрачность

Изначально ЭИП рассматривался как квантовый когерентный эффект, состоящей в появлении узкого окна прозрачности в полосе поглощения. Окно прозрачности, связанное с интерференционным гашением рассеянных волн, может приводить к «медленному свету» [158; 159]. Отметим, что недавно обнаруженную ЭИП в фотонных системах [123; 147–150; 152; 160] можно рассматривать как частный случай резонанса Фано, когда частоты моды с сильным затуханием и моды со слабым затуханием совпадают, $\omega_1 = \omega_2$, при этом $q = 0$ (см. также схему 33).

Схема | Резонансные эффекты в фотонике, реализующиеся при разных режимах связи

Режим слабой связи: $|g| \ll |\gamma_1|$ или $|g| \ll |\gamma_2|$

Резонанс Фано. Резонанс Фано возникает при взаимодействии двух мод, затухание которых существенно отличается друг от друга. Моды соответствуют широкой и узкой спектральным линиям. При этом постоянная связи g меньше наибольшего из затуханий γ . Фаза моды с низкими потерями при прохождении резонанной частоты изменяется на π ('-' и '+' на рис. a), в то время как фаза второй моды изменяется слабо (пара '+' и '+'). Результирующий спектр (рис. b, перепечатан из работы [133]) демонстрирует характерную асимметрию с резким перепадом между минимумом и максимумом. Форма линии зависит от разности фаз δ между модами. В свою очередь фаза связана с параметром q .

Электромагнитно индуцированная прозрачность. ЭИП можно рассматривать, как частный случай резонанса Фано при $\omega_1 = \omega_2$ и $q = 0$. В спектрах пропускания мода с большим затуханием наблюдается как широкая стоп-зона. Однако пропускание может быть восстановлено за счет интерференции с узкой модой, имеющей с противоположную фазу (рис. c). Это приводит к появлению узкого окна прозрачности, показанного на рис. d (рисунок воспроизведен из работы [147]).

Эффект Бормана. Этот эффект является пространственным налогом ЭИП для структур с периодическим распределением поглощения. На краю стоп-зон, максимумы электрического поля блоховской волны соответствуют прозрачному материалу (красные области на рис. e), а минимумы приходятся на области с поглощением (синий цвет). В результате, потери оказываются подавленными, и в спектре появляется окно прозрачности. Экспериментальные (красные точки) и теоретические (черная сплошная) кривые представлены на рис. f, адаптированном из работы [161].

Эффект Керкера. Этот эффект отличается от резонанса Фано, т.к. не требует непосредственного взаимодействия между двумя модами. Вместо этого в эффекте задействовано отличие в пространственной симметрии мод. Электрические (ED) и магнитные (MD) дипольные моды нечетные (четные) по отношению к инверсии (рис. g). Это позволяет подавить рассеяние или вперед (первое условие Керкера), или назад (второе условие Керкера) при изменении относительной фазы на π при прохождении резонанса. Диаграммы направленности показаны на рис. h (воспроизведено из работы [166]).

Режим сильной связи: $|g| \gg |\gamma_1|$ и $|g| \gg |\gamma_2|$

Расщепление Раби или эффект Аутлера-Таунса. Этот эффект наблюдается в режиме сильной связи, когда моды обмениваются энергией намного быстрее, чем энергия утекает из этих мод. В результате образуются две гибридные моды, частоты которых отщепляются от частот невзаимодействующих мод (рис. i). Полоса пропускания между модами (рис. j, перепечатан из работы [147]) напоминает полосу окна прозрачности ЭИП (рис. d), однако она не связана с деструктивной интерференцией мод, как в случае ЭИП.

Симметрия четность-время. Симметрию четность-время можно рассматривать как аналог режима сильной связи для систем, обладающих симметрией как относительно инверсии, так и по обращению времени, т.е. накачка уравнивает потери ($\gamma_1 = -\gamma_2$; $\omega_1 = \omega_2$). Несмотря на неэрмитовость задачи, спектр частот оказывается вещественным, и частоты расщепляются когда связь превышает скорость накачки/потери ($g > |\gamma|$; рис. k). При слабой связи, симметрия четность-время, как говорится, нарушается, и спектр становится комплексным. В частности, системы с симметрией четность-время позволяют создавать одномодовые лазеры. Только для моды соответствующей распределению областей накачки и потерь (как в эффекте Бормана) достигается превышение порога накачки (рис. l адаптирован из работы [172]).

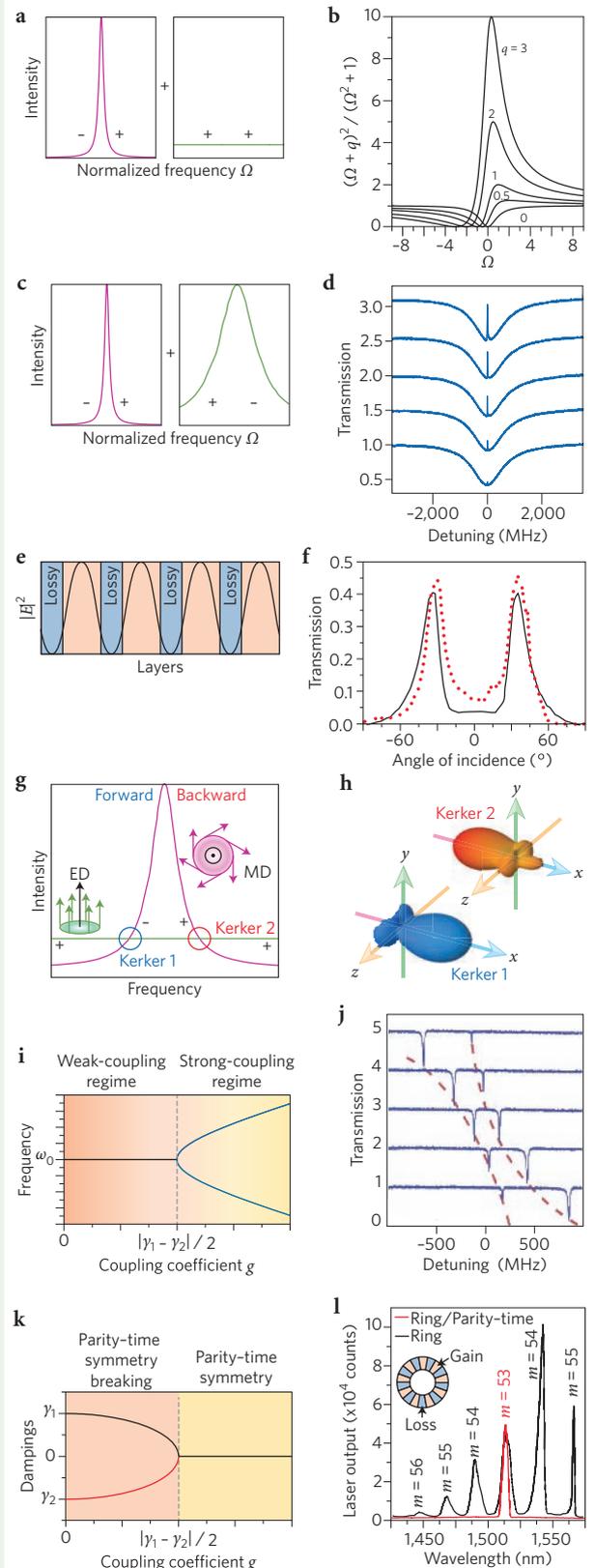


Рисунок 33 — Сводная таблица основных резонансных явлений в фотонике.

Таблица перепечатана из статьи [16]

Эффект Бормана

Эффект Бормана состоит в появлении аномально больших значениях пропускания электромагнитных волн через кристалл с поглощающими атомами или структурными элементами на частотах брэгговской дифракции [144—146; 161; 162]. Этот эффект напоминает ЭИП, однако для описания эффекта Бормана следует рассматривать пространственные координаты вместо времени, т.е. частоты должны быть заменены пространственной частотой, т.е. волновым числом $\omega \rightarrow k$. В этом случае x_1 и x_2 являются амплитудами волн, распространяющихся во встречных направлениях, а $\omega_1 = -\omega_2$ соответствуют квазиволновому вектору блоховской волны на границе зоны Бриллюэна. Коэффициент связи g соответствует фурье-компоненте диэлектрической проницаемости. Постоянные затухания $\gamma_1 = -\gamma_2$ описывают затухание, связанное с поглощением, и имеют противоположный знак, так как волны двигаются навстречу друг другу. Таким образом, эффект Бормана соответствует линии $\gamma_1 = -\gamma_2$ на диаграмме рис. 1.

Эффект Бормана можно объяснять следующим образом. На определенной длине волны минимумы электрического поля блоховской волны соответствуют областям с поглощением, что приводит к уменьшению поглощения (см. схему 33е). Математически это соответствует тому, что недиагональные элементы матрицы (3.3) гасят друг друга, делая систему прозрачной $|t| \approx 1$, напоминая случай ЭИП.

Эффект Керкера

Интересные эффекты могут наблюдаться даже при отсутствии прямого взаимодействия между двумя модами. Взаимодействие может возникать посредством интерференции расходящихся волн в дальней волновой зоне. Среди таких эффектов широкую известность приобрел эффект Керкера, т.е. подавление амплитуды рассеяния на частице из-за интерференции волны, рассеянных посредством возбуждения электрического и магнитного диполей [163—166]. В модельном уравнении (3.3) эффект Керкера соответствует пренебрежимо малому значению параметра связи $g \approx 0$ и сравнимым амплитудам вынуждающих

сил $f_1 \approx f_2$. Отличие эффекта Керкера от резонанса Фано и ЭИП состоит в том, что обе моды взаимодействуют с вынуждающей силой. Кроме этого, соотношение затуханий может быть произвольным. Таким образом, эффект Керкера может наблюдаться во всем диапазоне значений $\gamma_1, \gamma_2 \gg g$ (фиолетовый цвет на рис. 1). В литературе принято выделять так называемые условия Керкера, соответствующие подавлению рассеяния назад (первое условие Керкера) и подавлению рассеяния вперед (второе условие Керкера), возникающие при $x_1 = x_2$ и $x_1 = x_2^*$, соответственно (см. схему 33g и 33h).

Отметим, что области наблюдения эффекта Керкера в случае малости одного из параметров затухания совпадают с областями для резонанса Фано и электромагнитно индуцированной прозрачности (рис. 1). Подобная ситуация будет обсуждаться ниже при анализе диаграммы направленности антенн Яги-Уда.

Режим сильной связи

Режим сильной связи возникает, когда скорость затухания обеих мод гораздо меньше скорости обмена энергией между ними $\gamma_1, \gamma_2 \ll g$. Таким образом, в отличие от рассмотренных ранее резонансов Фано, ЭИП и эффекта Керкера, режим сильной связи соответствует центральной области первого квадранта диаграммы на рис. 1. В режиме сильной связи вещественные части собственных частот системы с двумя связанными модами расщепляются на величину удвоенного параметра связи $|\omega_+ - \omega_-| \approx 2g$ в точке вырождения частот ω_1 и ω_2 , которая возникает в системе без учета взаимодействия. Проводя аналогию с квантовой оптикой, такое расщепление называют расщеплением Раби [155; 167; 168], а также иногда эффектом Аутлера-Таунса [147]. Отметим, что хотя вещественные части частот ω_+ и ω_- расщепляются уже при $g = |\omega_+ - \omega_-|/2$ (см. схему 33i), это расщепление можно наблюдать в спектрах только при условии, что расщепление превосходит ширину спектральных линий, т.е. при условии $g \gg \gamma_1, \gamma_2$, которое и принято считать критерием режима сильной связи.

В системе двух связанных кольцевых резонаторов, взаимодействующих с волноводами, пропускание подавляется на частотах ω_+ и ω_- и восстанавливается до единицы между ними (см. схему 33j). В случае, когда ширина линий

сравнима с параметром связи спектры пропускания в режиме сильной связи можно ошибочно спутать со спектрами ЭИП (сравнить на схеме 33d и 33j). Однако для этих двух эффектов физическая природа максимума между двумя минимумами в спектрах пропускания различная. В режиме сильной связи моды не возбуждаются на частоте пропускания, в то время как в ЭИП центральная частота соответствует деструктивной интерференции двух осциллирующих мод. Специфический признак режима сильной связи состоит в наблюдении расталкивания резонансных линий в спектрах при изменении частот двух мод в изучаемой системе [147; 155].

Симметрия четность-время

В неэрмитовых системах со сбалансированным соотношением накачки и потерь ($\omega_1 = \omega_2$ при $\gamma_1 = -\gamma_2$) возможно наблюдать состояния, симметричные по отношению к преобразованию четность-время [169–172]. Такие режимы, соответствуют диагональной линии, пересекающей второй и четвертый квадранты диаграммы на рис. 1. При $|\gamma| < g$ (мы опускаем индекс у затухания, т.к. $|\gamma_1| = |\gamma_2|$) обе собственные частоты ω_+ и ω_- являются вещественными, несмотря на наличие накачки и потерь (см. схему 33k). Однако при слабой связи $|\gamma| > g$ симметрия четность-время собственных мод нарушается, и собственные частоты становятся комплексными с мнимыми частями с противоположным знаком. Отметим, что можно проследить определенную аналогию между режимами с симметрией четность-время и нарушением симметрии четность-время с одной стороны и режимами сильной и слабой связи с другой.

Системы со сбалансированными потерями и накачкой позволяют получить одномодовую лазерную генерацию кольцевого резонатора. Только одна пара мод с заданным азимутальным числом соответствует режиму нарушения симметрии четность-время. Соответственно мода с положительной мнимой частотой достигает порога лазерной генерации [172]. Принцип работы такого лазера напоминает эффект Бормана, обсуждавшийся выше. Такое соответствие четко прослеживается на диаграмме на рис. 1. Отметим, что такая аналогия была обнаружена относительно недавно при изучении топологических краевых состояний [173; 174]. Также, важно отметить, что в линейном режиме системы

с симметрией четность-время остаются взаимными, т.е. коэффициент пропускания структуры в одном направлении равен коэффициенту пропускания в обратном направлении [175]. Невзаимные эффекты можно наблюдать только в нелинейном режиме [171; 176].

Подводя итоги рассмотрения приведенной классификации резонансных фотонных эффектов отметим, что для описания всего разнообразия систем будет необходимо выйти за рамки модели взаимодействия двух мод и уравнения (3.3). Например, рассеяние на диэлектрических олигомерах [177] с выраженным резонансом Фано удобно анализировать как интерференцию коллективных собственных мод всех частиц, вместо рассмотрения связанных дипольных мод, возбуждающихся на каждом структурном элементе. Такая интерференция возникает в силу неэрмитовости открытой системы, что приводит к появлению асимметричных профилей резонанса Фано [177].

3.1.1 Анализ резонансов Фано

Прямой способ проверить наличие резонанса Фано в исследуемой фотонной структуре состоит в разработке и исследовании теоретической модели, которая описывает основные спектральные особенности [21; 83; 178–181]. В эксперименте такая проверка состоит в аппроксимации спектральных линий формулой Фано (3.2) при изменении различных параметров как самой структуры, так и экспериментальной установки (например, изменение длины волны возбуждающего лазера). Ниже мы проиллюстрируем оба этих подхода на нескольких примерах наблюдения резонансов Фано в диэлектрических фотонных структурах. Особое внимание уделим нахождению параметра Фано, определяющего характерный асимметричный профиль спектрального отклика (34) и отвечающего за степень взаимодействия между эффективным дискретным состоянием и континуумом.

Параметр Фано q , который равняется котангенсу разности фаз δ между двумя модами, зависит от материалов, геометрии структуры, условий эксперимента. При этом не существует общего правила, определяющего какие именно параметры следует менять, чтобы получить желаемую форму контура в спектре, т.е. желаемое значение параметра Фано. В тоже время для большинства

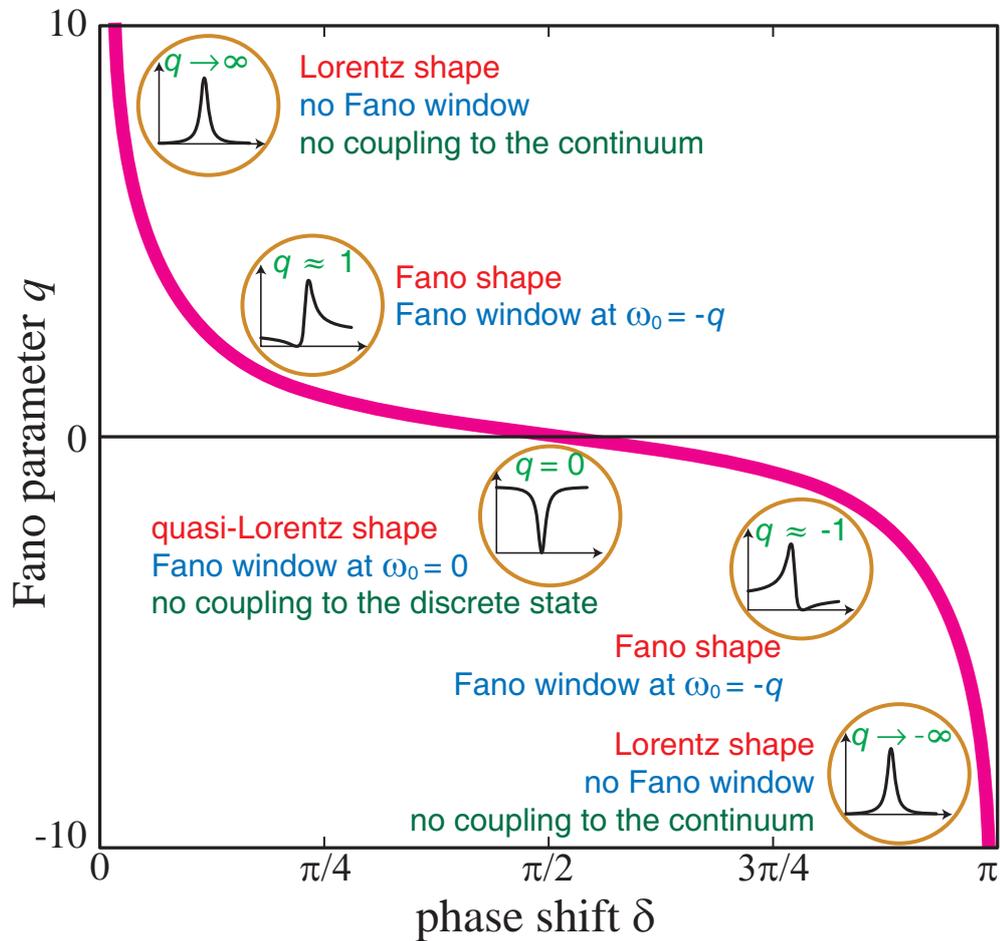


Рисунок 34 — Параметр Фано в зависимости от разности фаз δ . Параметр Фано $q(\delta)$ является функцией с периодом π . Вставки демонстрируют спектральный профиль резонанса Фано $\sigma(\omega)$, вычисленный по формуле (3.2) для характерных значений $q(\delta)$. Формула (3.2) сводится к формуле Лоренца (3.1) в случаях: $\delta \rightarrow n\pi$ (для целых n), который соответствует $q \rightarrow +\infty$, и $q \rightarrow -\infty$. Кроме этого, при $\delta = (n + 1/2)\pi$, $q = 0$ резонанс Фано имеет симметричный квазилоренцевский спектральный профиль (окно прозрачности). Рисунок воспроизводится по статье [16].

конкретных систем можно предложить специальную процедуру изменения параметров, приводящую к тому, что параметр Фано будет принимать желаемое значение.

Как было показано в работе [182], если внешняя сила не взаимодействует с континуумом ($q \rightarrow \pm\infty$), контур резонанса имеет вид обычного симметричного контура Лоренца (см. рис. 34). Если континуум состояний не взаимодействует с дискретным состоянием, резонанс Фано проявляется как симметричный квази-лоренцевский антирезонанс на фоне широкого спектра ($q = 0$), который обращается в минимум в нуль по амплитуде. Однако в экспериментах этот минимум часто отличается от нуля из-за наличия нескольких широких спектральных контуров, образующих наблюдаемый спектр. Фоновую компоненту, не участвующую в интерференции с узкой модой, можно учесть при помощи коэффициента взаимодействия $\eta \in [0..1]$ [166]

$$\sigma(\Omega) = D^2 \left[\frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2} \eta + (1 - \eta) \right]. \quad (3.6)$$

Ниже кратко проиллюстрируем анализ параметра Фано на примере структур разной размерности: от точечных систем нулевой размерности (0D) до трехмерных (3D) объектов.

0D системы: сферические частицы и цилиндры

В 1908 году Густав Ми опубликовал статью, в которой представил аналитическое решение уравнений Максвелла для случая рассеяния плоской волны на сферической частице [183]. Ровно через 100 лет в 2008 году авторы работы [184] обратили внимание на сходство формы спектров в оптической задаче о рассеянии Ми и квантовомеханической задаче о резонансах Фано. В 2013 году в результате численных экспериментов мы показали, что хорошо известное резонансное рассеяние Ми на частицах с высоким показателем диэлектрической проницаемости если ни что иное, как каскады резонансов Фано в спектрах рассеяния [82]. Этот вывод был сделан для случая диэлектрических цилиндров [82; 83], а в последствии, со ссылками на наши работы аналогичный результат был получен для диэлектрических сфер [180; 181] и сферических частиц типа ядро в оболочке [185]. Было продемонстрировано, что каждая парциаль-

ная волна может быть представлена двумя интерферирующими компонентами. Первая – нерезонансное фоновое рассеяние, а вторая компонента связана с резонансной модой Ми. Их интерференция приводит к типичному асимметричному профилю резонанса Фано [82]. Рассчитанные значения параметра Фано q для рассеяния на цилиндрах демонстрируют периодическую котангенциальную зависимость (см. рис. 35d). Для сферических частиц наличие резонанса Фано было установлено аналитически [180; 181; 185] (см. рис. 35b). Подробнее эти результаты будут описаны в следующем разделе настоящей Главы.

1D системы: структуры с беспорядком

При обсуждении резонансов Фано обычно говорят о когерентном рассеянии на упорядоченной структуре, поскольку это интерференционный эффект. Однако как экспериментальные, так и теоретические результаты демонстрируют, что резонансы Фано могут возникать в неупорядоченных структурах, например в 1D фотонной структуре, состоящей из чередующихся слоев A и B [179; 189], а также в апериодических фотонных структурах, например, в квазикристаллах [190]. Если в 1D структуре, состоящей из слоев A и B , все слои A одинаковы, а в слоях B диэлектрическая проницаемость флуктуирует [179; 189] (рис. 35e), то возникает резонанс Фано, связанный с интерференцией нескомпенсированной компоненты рассеяния Фабри-Перо на слоях B с брэгговской компонентой рассеяния на кристаллической ячейке AB . Этот пример будет детально описан в Главе 4.

2D системы: микрорезонаторы и волноводы

Одна из наиболее известных фотонных систем, в которой возникает резонанс Фано, может быть реализована следующим образом. В волноводе формируется низкодобротный резонатор Фабри-Перо благодаря внедрению двух отражающих элементов. Конструктивно формируется связь между низкодобротным резонатором Фабри-Перо и высокодобротным микрорезонатором [191;

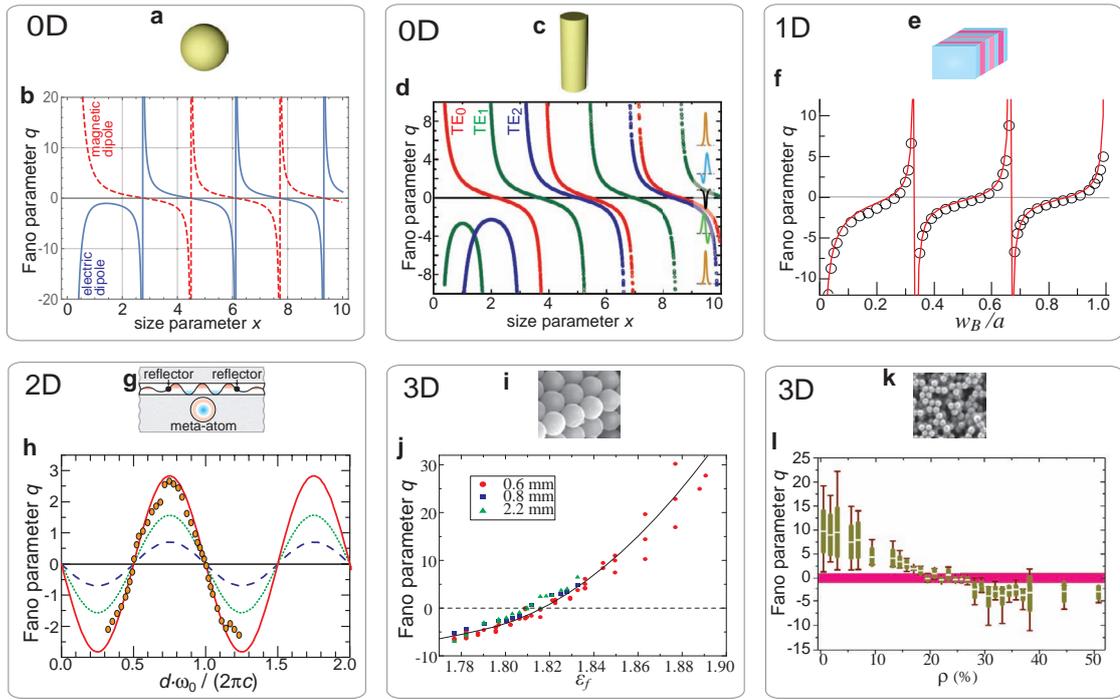


Рисунок 35 — Фотонные объекты и соответствующие им параметры Фано q . **a** Диэлектрическая однородная сфера. **b** q для диэлектрической сферы в зависимости от параметра $x = 2\pi r/\lambda$. **c** Диэлектрический однородный цилиндр. **d** q для мод с разным азимутальным числом TE_{0k} (красный), TE_{1k} (зеленый) и TE_{2k} (синий), возбуждающихся в цилиндре с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 50$ в воздухе. **e** 1D структура, состоящая из чередующихся слоев А и В со случайной величиной диэлектрической проницаемости в слоях В. **f** q для брэгговской зоны третьего порядка. Кривые и значки соответствуют параметру q рассчитанному аналитически (кривые линии) и полученному из спектров аппроксимацией (кружки). **g** Волновод с высокодобротным резонатором и парой отражателей, формирующих низкодобротный резонатор Фабри-Перо. **h** q , вычисленный для отражателей с $r^2 = 0.1$ (пунктир), $r^2 = 0.3$ (точки) и $r^2 = 0.5$ (сплошная линия). Кружки – значения, полученные в результате аппроксимации спектров, рассчитанных непосредственно для фотонно-кристаллической структуры. **i** Изображение опала, полученное методом сканирующей электронной микроскопии (СЭМ). **j** q в зависимости от диэлектрической проницаемости жидкого заполнителя опаловой матрицы ϵ_f , определенный из экспериментальных спектров для трех образцов разной толщины. Сплошная кривая – вспомогательная линия, показывающая общую тенденцию. **k** СЭМ изображение неупорядоченного опала с 50% концентрацией вакансий. **l** q в зависимости от концентрации вакансий для разного числа слоев от одного до более чем тридцати. Рисунки перепечатаны из статей: **b** [180], **d** [82], **f** [179], **g**, **h** [21], **i** [186], **j** [187], **k,l** [188].

192]. Для такой системы (рис. 35g), можно получить формулу Фано аналитически [21]. При этом система устроена таким образом, что при изменении плеча резонатора Фабри-Перо разность фаз между резонаторами изменяется не монотонно. В результате параметр Фано q при изменении расстояния между рассеивателями демонстрирует не котангенциальную, а скорее синусоидальную зависимость, представленную на рис. 35h. Подробнее эта система будет описана в Главе 6.

3D системы: опалы

Синтетические опалы можно рассматривать как классический пример 3D фотонных структур для видимого диапазона электромагнитных волн. Опалы образованы субмикронными сферическими частицами аморфного диоксида кремния $a\text{-SiO}_2$ (рис. 35i). Флуктуация диэлектрической проницаемости опаловых частиц приводит к возникновению индуцированной беспорядком фоновой компоненты рассеяния, соответствующей рассеянию Ми на сферических частицах $a\text{-SiO}_2$. Относительно узкая полоса брэгговского рассеяния взаимодействует с этим рассеянием Ми посредством конструктивной или деструктивной интерференции, приводя к появлению резонанса Фано [187]. Подробнее эти результаты описаны в Главе 4.

Сильно неупорядоченные фотонные кристаллы со случайным расположением рассеивателей [188] могут быть сформированы благодаря технологии быстрого формирования опаловой структуры (см. рис. 35k) [193]. Степень беспорядка можно охарактеризовать процентом недостающих сферических частиц относительно идеальной гранецентрированной кубической решетки опалов. Было показано, что число вакансий приводит к изменению не только интенсивности, но и собственно механизма рассеяния света на такой структуре. Фоновое излучение, индуцированное беспорядком, интерферирует с узкими брэгговскими полосами, приводя к возникновению резонанса Фано. При изменении числа вакансий спектры рассеяния света демонстрируют трансформацию, напоминающую трансформацию спектров синтетических опалов [187]. Обычный пик брэгговского отражения становится провалом, который можно описать параметром Фано $q = 0$. При достижении концентрации дефектов определенного порога параметр

Фано изменяет свой знак (рис. 351), указывая на смену режима рассеяния от рассеяния на монокристалле к рассеянию на мозаике отдельных микрокристаллитов. Область перехода соответствует максимальному рассеянию, после чего система возвращается к состоянию со слабым рассеянием и обычной брэгговской дифракцией [188].

3.2 Резонансное рассеяние Ми как каскады резонансов Фано

Рассеяние Ми [113; 194; 195] малыми частицами является фундаментальным оптическим явлением, которое сопровождает нас в повседневной жизни, а также определяет физические свойства различных структур и элементов современных приборов. В частности, голубым цветом нашего неба мы обязаны рассеянию Ми, которое также играет ключевую роль в формировании фотонных стоп-зон в целом ряде периодических структур [189], определяет транспортные и оптические свойства фотонных стекол [189; 193; 196], случайных лазеров (random lasers) [197; 198], метаматериалов [8; 111; 199; 200], наноантенн [201—203].

Аналитическое решение задачи о рассеянии электромагнитной волны на однородной сфере произвольного радиуса и с произвольной диэлектрической проницаемостью было получено независимо в ряде работ, основными из которых являются работы Лоренца [204], Лава [205], Ми [183] и Дебая [206]. В настоящее время теорию, которая описывает это рассеяние, принято называть теорией Лоренца-Ми. Эта теория позволяет найти точное аналитическое решение для задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на однородном изотропном шаре радиуса r с известным относительным комплексным показателем преломления n в виде бесконечных рядов для компонент внутреннего и рассеянного полей. Первоначально под рассеянием Ми подразумевалось рассеяние электромагнитных волн на однородной сфере в 3D пространстве, однако в настоящее время круг рассеивающих объектов расширен и в него обычно включают различные тела вращения, в том числе эллипсоиды и цилиндры [113]. В последнем случае речь идет о рассеянии в 2D плоскости, перпендикулярной оси цилиндра.

Характерной особенностью рассеяния Ми является его резонансный характер в определенной области спектра, когда целое число длин волн совпадает с

оптической «толщиной» nr рассеивающей частицы. Резонансы наблюдаются, когда частота падающей волны ω совпадает с одной из собственных частот частицы ω_0 (имеются ввиду частоты, соответствующие квази-стационарным состояниям [207]). Это приводит к излучению частицей электромагнитных волн на той же частоте ω_0 и к интерференции между резонансными колебаниями, излученными частицей и нерезонансным рассеянием на частице. Возникает вопрос, какие интерференционные эффекты могут при этом наблюдаться?

Обсуждая резонансное рассеяние Ми следует отметить, что для этого типа рассеяния резонанс Фано уже рассматривался в литературе. В частности, в рамках модели Фано рассматривалась интерференция между различными Ми модами [208; 209]. В то же время наиболее очевидный случай интерференции, а именно – интерференция между нерезонансным рассеянием на частице и волной, переизлученной на частоте резонанса Ми, в литературе, насколько нам известно, до публикации наших работ не рассматривался.

В данном разделе представим детальный анализ задачи об интерференции нерезонансной волны с каскадом переизлученных волн, обусловленных резонансами Ми различного порядка и различной симметрии. В качестве рассеивающей частицы мы выбрали бесконечный однородный цилиндр. Такой выбор обусловлен рядом причин. Во-первых, цилиндры являются структурными элементами 2D фотонных кристаллов, которые используются на практике. Во-вторых, задачу о рассеянии света на цилиндре можно свести к 2D случаю, если рассматривать падающий луч в плоскости, перпендикулярной его оси. При этом вид уравнений заметно упрощается, причем основные выводы имеют общий характер и применимы к любому телу вращения, включая сферу. Основной вывод раздела состоит в том, что резонансное рассеяние Ми в пространстве, окружающем рассеивающую частицу, представляет собой каскад резонансов Фано, причем каждая полоса, соответствующая определенному резонансу, описывается по классической формуле Фано.

3.2.1 Обобщенная формула Фано

Начнем изложение результатов с обобщения классической формулы Фано [133; 135] на случай многокомпонентного фонового рассеяния. Как было про-

демонстрировано в различных оптических экспериментах [138; 139; 187; 210], фоновое рассеяние, наблюдаемое в области узкой полосы, может состоять из нескольких компонент, как минимум из двух, что обусловлено наличием разных механизмов рассеяния - фононный, электронный, плазмонный, рассеяние на дефектах и прочее. Одна из компонент когерентна узкой полосе, интерферирует с ней и определяет форму ее контура. Остальные компоненты имеют другую природу, не интерферируют с узкой полосой, однако должны учитываться в формулах, описывающих рассеяние света в системе с резонансом Фано.

Рассмотрим задачу об интерференции двух волн, одна из которых соответствует спектрально широкой полосе, а вторая – резонансной спектрально узкой полосе с амплитудой, пропорциональной функции Лоренца

$$L(\omega) = \frac{\Gamma}{\omega - \omega_0 + i\Gamma}, \quad (3.7)$$

где ω_0 и Γ – положение и ширина резонанса соответственно. Введем безразмерную частоту $\Omega = (\omega - \omega_0)/\Gamma$ и запишем выражение (3.7) в виде

$$L(\omega) = \frac{1}{\Omega + i}. \quad (3.8)$$

Итак, мы рассматриваем две волны, одна из которых имеет вид $A(\omega)e^{i\varphi_A(\omega)}L(\omega)$, а другая - $B(\omega)e^{i\varphi_B(\omega)}$. Будем считать, что $A(\omega)$, $B(\omega)$, $\varphi_A(\omega)$ и $\varphi_B(\omega)$ являются вещественными функциями с частотной зависимостью, которой можно пренебречь по сравнению с частотной зависимостью функции Лоренца $L(\omega)$. Нас интересует результирующая волна, интенсивность которой имеет вид

$$I(\omega) = \left| \frac{Ae^{i\Delta} + B(\Omega + i)}{\Omega + i} \right|^2, \quad (3.9)$$

здесь $\Delta(\omega) = \varphi_A(\omega) - \varphi_B(\omega)$ - разность фаз двух волн на частоте ω . Запишем формулу, описывающую интерференцию Фано с учетом дополнительного фонового невзаимодействующего рассеяния в виде

$$I(\omega) = \left(\frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2} \eta + (1 - \eta) \right) I_{bg}, \quad (3.10)$$

где q - параметр Фано [133], I_{bg} - полная интенсивность фонового рассеяния, невзаимодействующая компонента которого описывается коэффициентом $\eta \in [0..1]$. Приравняв выражения (3.9) и (3.10) для интенсивности $I(\omega)$, можно

выразить q , η и I_{bg} через параметры $F = A/B$, B и Δ :

$$q = \frac{F + 2 \sin \Delta + \sqrt{F^2 + 4F \sin \Delta + 4}}{2 \cos \Delta}, \quad (3.11a)$$

$$\eta = \frac{2F \cos^2 \Delta}{F + 2 \sin \Delta + \sqrt{F^2 + 4F \sin \Delta + 4}}, \quad (3.11b)$$

$$I_{bg} = B^2. \quad (3.11c)$$

При $\eta = 1$ (невзаимодействующее фоновое рассеяние отсутствует) и $A = 1$ получаем классическую формулу Фано [133; 135] для интенсивности узкой линии в единицах сечения рассеяния фоновой компоненты:

$$I(\omega) = \frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2} \sin^2 \Delta, \quad (3.12)$$

при этом выполняются следующие соотношения:

$$q = \cot \Delta, \quad B = \sin \Delta. \quad (3.13)$$

Формулу Фано часто приводят в виде выражения (3.12), деленного на коэффициент $(q^2 + 1)$, который нормирует резонансную часть амплитуды рассеяния к сечению рассеяния фоновой компоненты:

$$I(\omega) = \frac{1}{q^2 + 1} \frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2} \quad (3.14)$$

Выражение (3.14), описывающее интерференцию Фано, позволяет легко проанализировать форму узкой резонансной линии. В зависимости от знака и величины параметра q контур узкой линии принимает четыре характеристические формы (см. рис. 34). Две из них соответствуют симметричной линии Лоренца: при $q \rightarrow \pm\infty$ имеем обращенную вверх в шкале интенсивности линию $I(\omega) = 1/(1 + \Omega^2)$ (пик на фоновой компоненте), а при $q = 0$ линия $I(\omega) = \Omega^2/(1 + \Omega^2)$ обращена вниз, т.е. в спектре фонового рассеяния наблюдается провал. Отметим, что при $q = 0$ на резонансной частоте $\omega = \omega_0$ получаем $\Omega = 0$ и, соответственно, $I(\omega) = 0$. Следовательно, в отсутствие невзаимодействующей компоненты ($\eta = 1$) интенсивность рассеяния на частоте ω_0 обращается в ноль. При промежуточных значениях параметра Фано $-\infty < q < 0$ и $0 < q < +\infty$ узкая линия имеет асимметричную форму, которая меняет свою асимметрию на зеркальную при прохождении параметра Фано через особые точки $q = 0$ и $q \rightarrow \pm\infty$.

Следует также отметить, что абсолютная величина параметра Фано q определяет относительную величину интенсивностей резонансной и нерезонансной компонент: отношение вероятности рассеяния по резонансному и нерезонансному каналу составляет $(\pi/2)q^2$ [133].

3.2.2 Рассеяние Ми на бесконечном цилиндре

Аналитическая теория Ми и обобщенная теория Лоренца-Ми, в которой рассматривается дифракция произвольного векторного пучка на рассеивающей частице, позволяют найти строгое решение для задачи рассеяния плоской монохроматической электромагнитной волны на бесконечном изотропном цилиндре радиуса r с вещественной диэлектрической проницаемостью ε_1 . Будем считать, что цилиндр находится в воздушной среде с $\varepsilon_2 = 1$. Решения получаются в виде бесконечных рядов для компонент рассеянного поля и поля внутри цилиндра и описываются цилиндрическими коэффициентами Лоренца-Ми a_n и b_n , соответствующими электрическому и магнитному моменту [113].

В данном разделе в качестве примера рассмотрим ТЕ-поляризацию, в которой вектор электрического поля \mathbf{E} перпендикулярен оси цилиндра z и от нуля отличны компоненты электромагнитного поля (E_x, H_y, H_z) . Из дальнейших рассуждений станет ясно, что выбор определенного рассеивателя (цилиндра) и определенной поляризации (ТЕ) не накладывает никаких ограничений на наши выводы, справедливые для рассеяния Ми на любом теле вращения и в любой поляризации. В поляризации ТЕ рассеяние определяется одним цилиндрическим коэффициентом Лоренца-Ми a_n ($b_n = 0$).

Коэффициенты Лоренца-Ми находятся из условий непрерывности тангенциальных составляющих поля (векторов \mathbf{E} и \mathbf{H}) на границе раздела между цилиндром и окружающей средой. После определения коэффициентов Лоренца-Ми электромагнитное поле может быть вычислено в любой точке пространства. Условия непрерывности для ТЕ поляризации и тангенциальных составляющих компонент поля \mathbf{E} и \mathbf{H} имеют следующий вид:

$$cE_n J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) + A_n H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) = D_n J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}), \quad (3.15a)$$

$$\varepsilon_1 E_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) + \varepsilon_1 A_n \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) = \varepsilon_2 D_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}). \quad (3.15b)$$

В этих выражениях справа стоит член, определяющий поле внутри цилиндра, а слева два члена, один из которых задает компоненту нерезонансного рассеяния на цилиндре, а второй - резонансного рассеяния Ми. Параметр $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$ определяет безразмерную частоту, параметры E_n , A_n и D_n - задают цилиндрические гармоники амплитуд падающего, рассеянного и внутрицилиндрического магнитного поля, соответственно. В выражения входят функции Бесселя $J_n(\zeta)$ и Ханкеля $H_n^{(1)}(\zeta)$. Коэффициент Лоренца-Ми для рассеянного магнитного поля определяется как $a_n = A_n/E_n$. Дополнительно к каноническому коэффициенту a_n мы используем коэффициент «типа Лоренца-Ми» $d_n = D_n/E_n$, характеризующий поле внутри цилиндра.

Используя систему уравнений (3.15) определяем коэффициенты Лоренца-Ми a_n и d_n :

$$a_n = \frac{\varepsilon_2 J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}) - \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) J_n(x\sqrt{\varepsilon_1})}{\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}) - \varepsilon_2 H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1})}, \quad (3.16a)$$

$$d_n = \frac{J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) - H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_2})}{J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1})}. \quad (3.16b)$$

Резонансные моды цилиндра, возбуждаемые в поляризации ТЕ, будем обозначать как TE_{nk} . Индекс $n = 0, 1, 2, \dots$ соответствует порядку мультиполя ($n = 0$ - диполь, $n = 1$ - квадруполь и т.д.), а индекс $k = 1, 2, 3, \dots$ определяет порядок резонанса для каждого n . В качестве интегральной характеристики рассеяния рассматривают величину $Q_{sca} = \frac{2}{x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |a_n|^2$ [113]. Таким образом, эффективность рассеяния на собственной моде цилиндра, соответствующей определенному значению n , определяется как $Q_{sca,0} = \frac{2}{x} |a_0|^2$ и $Q_{sca,n} = \frac{4}{x} |a_n|^2$ при $n \neq 0$. На рис. 36 представлены спектральные зависимости $\frac{2}{x} |a_0|^2$ и $\frac{2}{x} |d_0|^2$, которые определяют рассеянное и внутреннее поле для собственной моды цилиндра с симметрией диполя ($n = 0$), т.е. для резонансов Ми симметрии TE_{0k} . Расчет выполнен с использованием уравнений (3.16) для случая высокого контраста ($\varepsilon_1 = 50$), когда резонансы становятся достаточно узкими. Как видно из рисунка, спектральные зависимости коэффициентов a_n и d_n существенно разнятся. В частности, коэффициент $|d_0|^2$, описывающий поле внутри цилиндра, имеет классический резонансный характер с симметричными лоренцевскими полосами, соответствующими резонансам Ми TE_{0k} . Квазипериодический характер функций Бесселя и Ханкеля определяет квазипериодическую последовательность

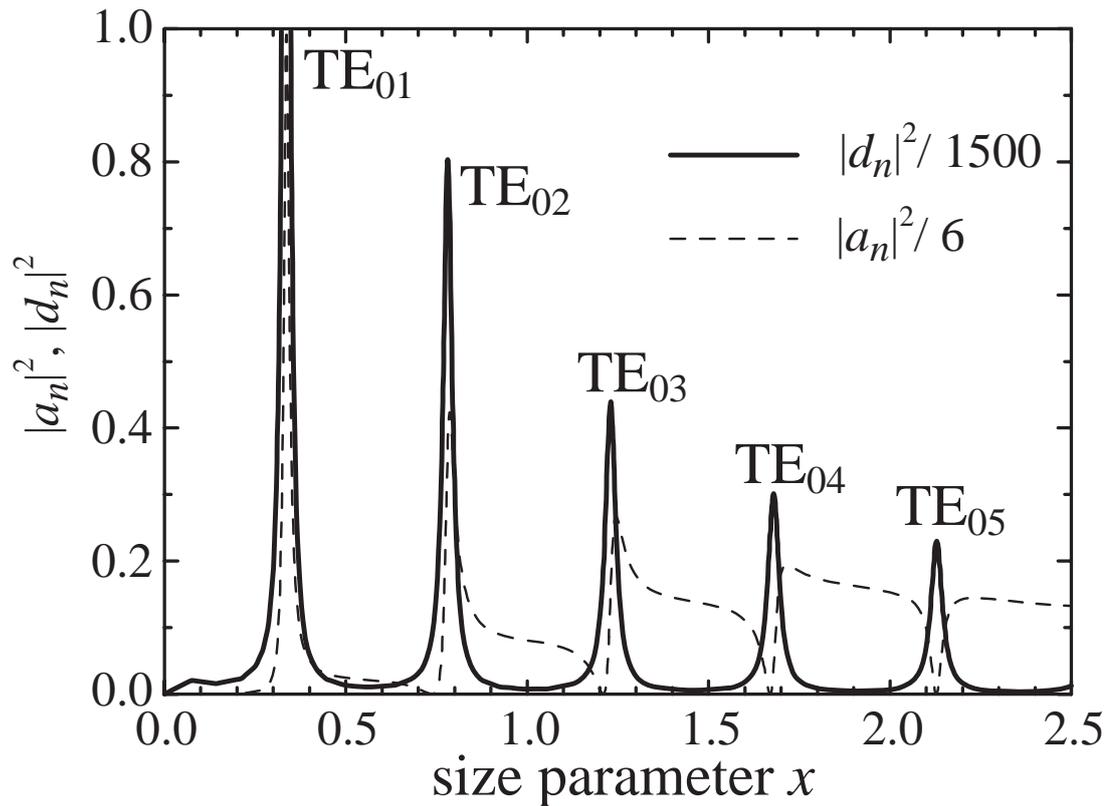


Рисунок 36 — Спектральная зависимость квадратов модулей коэффициентов Лоренца-Ми $|a_0|^2$ (пунктирная кривая) и $|d_0|^2$ (сплошная кривая), нормированных на множитель $2/x$. Расчет проведен с параметрами $\varepsilon_1 = 50$ и $\varepsilon_2 = 1$. $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$. Рисунок воспроизводится по статье [211].

резонансов Ми в частотной шкале. В отличие от спектральной зависимости $|d_0|^2$, спектр рассеянного цилиндром поля $|a_0|^2$ характеризуется последовательностью асимметричных контуров, расположенных на тех же частотах x , что и Ми моды цилиндра TE_{0k} .

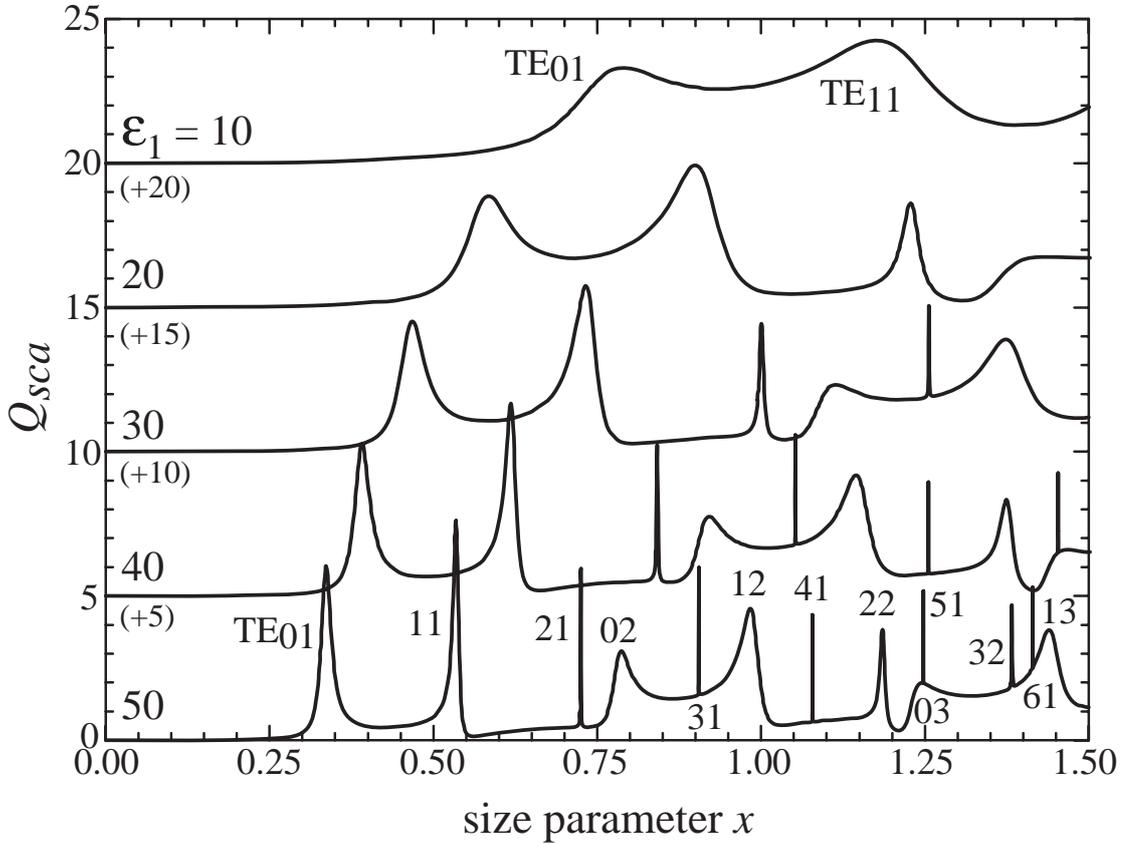


Рисунок 37 — Спектры интегрального сечения Q_{sca} в ТЕ поляризации при рассеянии Ми на бесконечном однородном цилиндре с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 10, 20, 30, 40, 50$, диэлектрическая проницаемость окружающей среды $\epsilon_2 = 1$. Спектры сдвинуты по вертикали на величину, приведенную в скобках под соответствующей кривой. Резонансы Ми TE_{nk} классифицированы для спектров при $\epsilon_1 = 10$ и $\epsilon_1 = 50$. Рисунок воспроизводится по статье [211].

На рис. 37 представлена спектральная зависимость коэффициентов Лоренца-Ми в низкочастотной области спектра, где наблюдаются компоненты TE_{nk} до мультиполей шестого порядка. Видно, что в исследованном диапазоне мультипольные моды порядка $n \geq 2$ имеют очень малую ширину. Расчетные спектры приведены для пяти значений диэлектрической проницаемости цилиндра $\epsilon_1 = 10, 20, 30, 40$ и 50 . Видно, что с увеличением ϵ_1 резонансы существенно сужаются и смещаются в низкочастотную область спектра. Приступим теперь к изложению основного результата данного раздела, а именно, продемонстрируем интерференционную природу классического рассеяния Ми, которая описывает-

ся в рамках резонанса Фано. С этой целью запишем совместно два соотношения: (3.17a) - выражение для рассеянного цилиндром электромагнитного поля, которое определяется коэффициентом Лоренца-Ми a_n ; (3.17b) - аналитическое выражение, описывающее возникновение резонанса Фано при интерференции узкой полосы (симметричный лоренциан) и медленно меняющегося фонового рассеяния (плоская волна):

$$\varepsilon_1 a_n \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2}) = \varepsilon_2 d_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1}) + \left[-\varepsilon_1 E_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_2}) \right], \quad (3.17a)$$

$$\frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2} \sin^2 \Delta = A(\omega) e^{i\varphi_A(\omega)} \frac{1}{\Omega + i} + B(\omega) e^{i\varphi_B(\omega)}. \quad (3.17b)$$

Из соотношений (3.17) следует прямая аналогия между рассеянием Ми и резонансом Фано. Действительно, анализируя правую часть соотношения (3.17a) мы можем идентифицировать два члена, один из которых описывает узкие полосы резонансов Ми $\varepsilon_2 d_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_1})$ с формой линий, соответствующих симметричному лоренциану (рис. 1), а второй член $[-\varepsilon_1 E_n \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\varepsilon_2})]$ изменяется существенно медленнее по сравнению с первым при выполнении соотношения $\sqrt{\varepsilon_1} \gg \sqrt{\varepsilon_2}$. Таким образом, рассеяние Ми, определяемое компонентой $\varepsilon_1 a_n \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\varepsilon_2})$, является результатом интерференции Фано между широкополосной волной и узкими линиями, которые излучает цилиндр на резонансных частотах.

Чтобы проверить этот вывод, мы, во-первых, произвели аппроксимацию контуров резонансных линий TE_{nk} формулой (3.12), чтобы удостовериться в том, что спектр функции $|a_0|^2$ действительно состоит из каскада резонансов Фано. Во-вторых, для каждого обработанного контура был определен параметр Фано q , благодаря чему была построена результирующая спектральная зависимость $q(x)$.

Задача аппроксимации спектральных зависимостей $|a_0|^2$ была решена следующим образом. Наш оригинальный подход основан на том, что при интерференции узкого резонанса $L(\omega)$ с плоской волной $Ve^{i\varphi(\omega)}$ не происходит изменения собственной резонансной частоты ω_0 и ширины линии Γ . При интерференции меняется лишь форма линии, которая характеризуется параметром Фано q и амплитудой линии в спектре. Используя этот факт, мы провели расчет электромагнитного поля внутри цилиндра $|d_0|^2$ и определили точные значения ω_0 и Γ для лоренцевских контуров и, затем, используя эти параметры, произвели аппроксимацию спектра $|a_0|^2$ для определения параметра q . На рис. 38 представ-

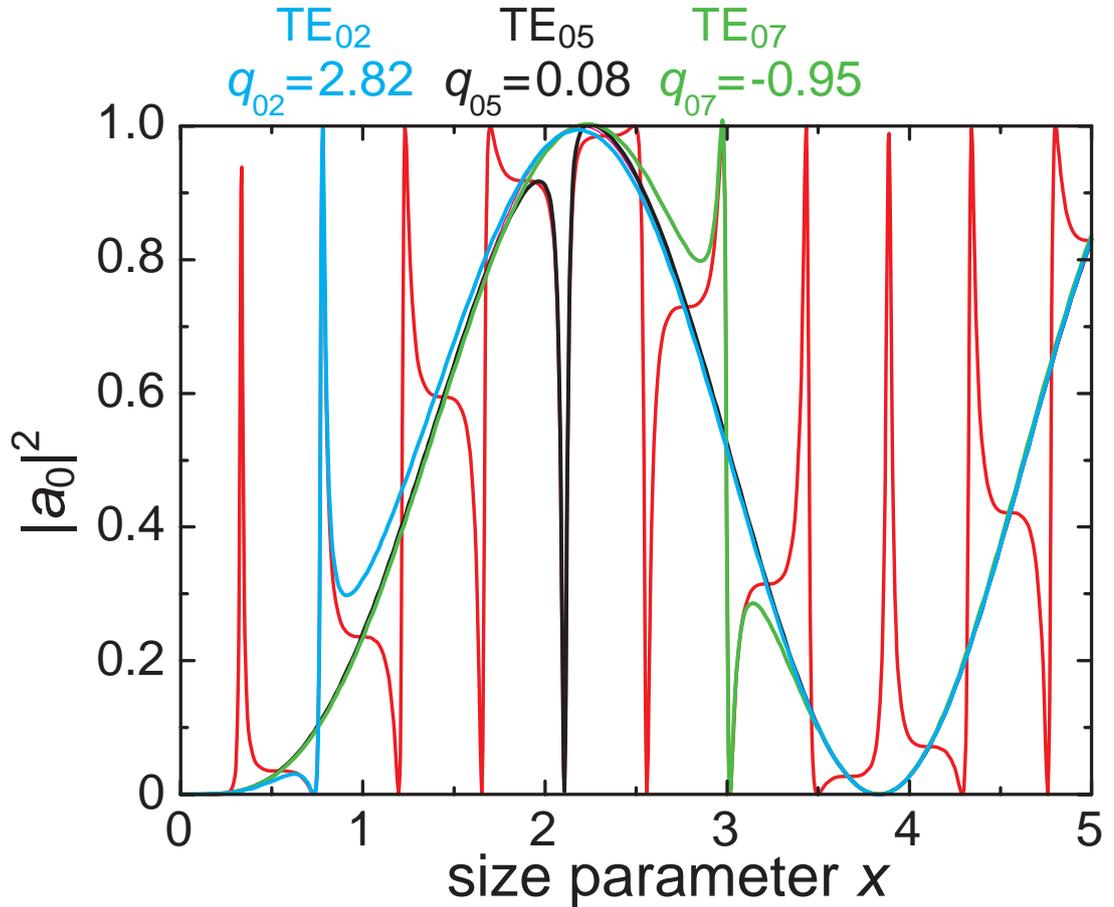


Рисунок 38 — Квадрат модуля коэффициента Лоренца-Ми $|a_0|^2$ для цилиндра с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = 10$ (а) и $\varepsilon_1 = 50$ (б). В обоих случаях диэлектрическая проницаемость окружающей среды $\varepsilon_2 = 1$. Пунктирные линии — результаты аппроксимации мод $TE_{0,2}$, $TE_{0,5}$, $TE_{0,7}$, $TE_{0,10}$. Соответствующие значения параметра Фано q указаны над рисунком. Рисунок воспроизводится по статье [211].

лены результаты аппроксимации спектра TE_{0k} при значении диэлектрической проницаемости цилиндра $\varepsilon_1 = 50$. Были обработаны все линии, а на рисунке представлены наиболее характерные примеры. Видно, что спектры $|a_0|^2$ демонстрируют все характерные черты резонанса Фано, включая трансформацию резонансной полосы Ми от симметричного пика к симметричному провалу, а также наличие зеркальной симметрии контуров Ми относительно особых точек $q = 0$ и $q \rightarrow \pm\infty$. В частности, для цилиндра с высокой диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon_1 = 50$) на малых частотах $x < 1$ первый резонанс Ми TE_{01} имеет профиль, близкий к симметричному Лоренцу ($q \rightarrow \infty$). С увеличением x резонансный профиль сначала становится асимметричным ($q_{0,2} = 2.82$ для $TE_{0,2}$), а затем переворачивается ($TE_{0,5}, q_{0,5} = 0.08$). При дальнейшем увеличении x резонансная линия демонстрирует зеркальную асимметрию ($q_{0,7} = -0.95$ для $TE_{0,7}$), а затем вновь приобретает форму симметричного пика ($TE_{0,9}, q_{0,9} = 18.63$). Отметим, что все контуры линий Фано касаются нуля, что свидетельствует о том, что невзаимодействующая компонента фонового рассеяния отсутствует $\eta = 0$.

Результаты расчета спектральной зависимости параметра Фано q для резонансных линий, соответствующих дипольной моде TE_{0k} и квадрупольной моде TE_{1k} однородного бесконечного диэлектрического цилиндра представлены на рис. 39. При расчетах использовались профили большого числа резонансов ($1 \leq k \leq 9$) в широком диапазоне диэлектрической проницаемости цилиндров $\varepsilon_1 = 1 \div 100$. Благодаря этому были получены наборы расчетных значений q , которые фактически образуют непрерывные кривые и дают полное представление о поведении резонансов Ми. Зависимость $q(x) \sim -\cot(x)$, установленная для дипольной моды TE_{0k} во всем диапазоне частот и, начиная с некоторых значений частоты – для мультипольной моды TE_{1k} напоминает классическую зависимость параметра Фано от разности фаз $q(\Delta) = -\cot \Delta$ [135]. Эта зависимость демонстрирует связь формы узкого резонанса с разностью фаз между резонансной модой и фоном для определенной частоты ω . Аналогичная котангенциальная зависимость параметра Фано q получена при изучении рассеяния Фабри-Перо на 1D фотонной структуре, состоящей из последовательности плоскопараллельных пластин с неупорядоченностью по диэлектрической проницаемости ε [179] и будет обсуждаться в Главе 4.

Обсудим теперь различие в поведении параметра Фано $q(x)$, которое наблюдается для дипольной моды TE_{0k} и квадрупольной моды TE_{1k} при малых значениях безразмерной частоты $x < 1$ (рис. 39). Отметим, что с возрастанием

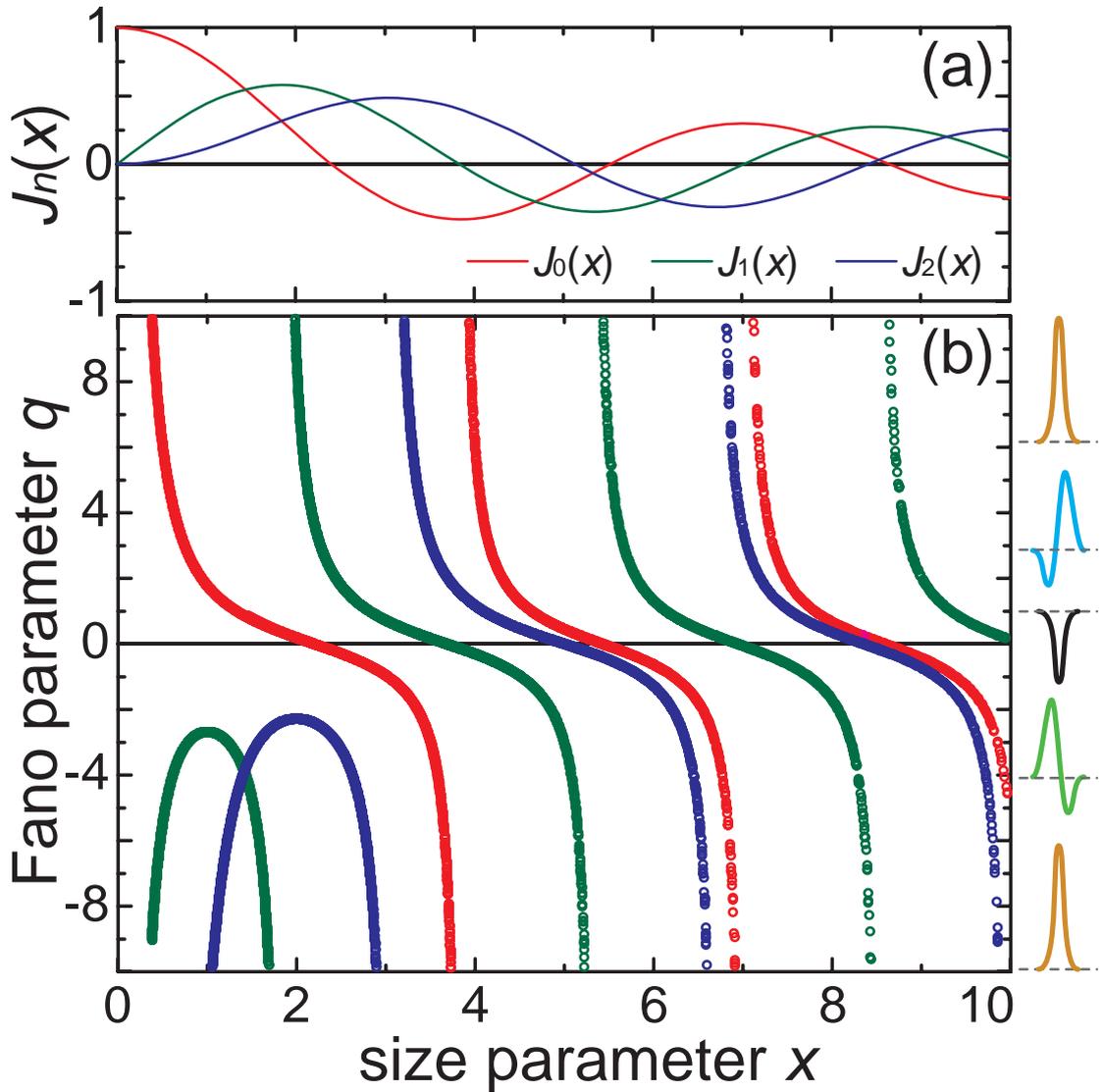


Рисунок 39 — (a) Функции Бесселя $J_n(x)$ порядка $n = 0, 1$. (b) Зависимость параметра Фано q от безразмерной частоты $x = r\omega/c$ для дипольной моды TE_{0k} (красные кружки), квадрупольной моды TE_{1k} (зеленые кружки) и октупольные моды TE_{2k} (синие кружки). Рисунок воспроизводится по статье [211].

x зависимости $q(x)$ для дипольной и квадрупольной моды совпадают. Причина различия кроется в поведении функций Бесселя $J_n(x)$ для $n = 0$ и $n \neq 0$ при малых значениях параметра x . Из рис. 39 видно, что различие в поведении $J_0(x)$ и $J_1(x)$ прямо коррелирует с различием в поведении $q(x)$ (функции Бесселя высших порядков также равны нулю в начале координат). При этом основная зависимость, характеризующая резонанс Фано, $q(\Delta) = -\cot \Delta$ выполняется при всех значениях x и для всех мод TE_{nk} .

В этом разделе мы рассмотрели резонансное рассеяние электромагнитных волн на однородном бесконечном диэлектрическом цилиндре. Интенсивность рассеянного света определяется разложением в бесконечный ряд по цилиндрическим гармоникам и описывается коэффициентами Лоренца-Ми. При анализе спектральной зависимости коэффициента Лоренца-Ми a_0 обращает на себя внимание необычная форма резонансных линий, которая, в общем случае, не имеет ничего общего с симметричными лоренцевскими линиями, соответствующими собственным модам Ми внутри цилиндра.

Проведенный анализ показал, что такая форма линий связана с интерференцией нерезонансно рассеянной волны с волнами, переизлученными цилиндром на частотах собственных мод Ми. Волны когерентны, а их природа такова, что полуширины существенно разнятся. В результате возникают условия, необходимые и достаточные для того, чтобы интерференция соответствовала модели резонанса Фано. Следует отметить, что эти выводы не ограничиваются рассеянием электромагнитных волн на цилиндре. Они основаны на прямой аналогии между механизмом рассеяния Ми и механизмом возникновения резонанса Фано. Таким образом, выводы справедливы для любой поляризации и любого тела вращения, поддерживающего резонансы Ми.

Отметим, что после публикации наших работ с численным доказательством наличия резонанса Фано в рассеянии Ми [82] появилась работа [180], в которой представлена строгая аналитическая теория рассеяния Ми на диэлектрических сферах и цилиндрах. Результатом работы является демонстрация резонанса Фано в спектрах рассеяния. Авторы статьи [180] ссылаются на наши работы и признают наш приоритет.

3.3 Резонансы Фано и диаграмма направленности наноантенн

Телекоммуникационные потоки формируют мир, окружающий нас, и одним из ключевых элементов современных сетей являются антенные устройства, эффективно преобразующие сигналы, локализованные вблизи источников или приемников, в распространяющиеся волны. С тех пор как Генри Герц продемонстрировал первую антенну в 1886 году, размеры, формы и материалы антенн изменялись в соответствии с техническими потребностями, а также с появлением новых технологий (рис. 40). Вместе с развитием технологий, на протяжении XX века развивалась теория антенн для радиодиапазона электромагнитного спектра [218; 219]. Благодаря развитию нанотехнологий за последние 30 лет появилась возможность уменьшить самые разные устройства до субмикронных размеров, открывая новые перспективы их применения. В данном разделе будем рассматривать оптические наноантенны – устройства, преобразующие электромагнитную энергию, локализованную в ближнем поле, в распространяющиеся волны и наоборот. Такие устройства открывают уникальные возможности для управления электромагнитными волнами на наномасштабах [220]. Наноантенны вероятно станут ключевым элементом различных наноустройств с широким диапазоном применений [11; 217; 221–227]. Кроме этого, некоторые живые организмы используют природные оптические антенны для эффективного поглощения солнечного света и запасания энергии [228; 229].

Современные эффективные радиоантенны работают благодаря резонансным явлениям, которые могут иметь самую разную природу, включая брэгговский резонанс, связанный с периодическим расположением конструктивных элементов [189]. Однако для работы с одиночными квантовыми источниками света более перспективным представляется использовать антенны с пониженной симметрией за счет добавления нескольких резонансных элементов. В радиодиапазоне концепция таких антенн была предложена японским ученым Яги, который добавил в схему антенны резонансный элемент (так называемая антенна Яги-Удо). Этот элемент в зависимости от резонансной частоты служит либо ‘рефлектором’, формирующим диаграмму направленности в противоположенном направлении (относительно этого элемента), либо ‘директором’, формирующим диаграмму направленности в направлении вперед [212; 219]. Отметим, что оптические наноантенны Яги-Уда на основе металлических стержней изу-

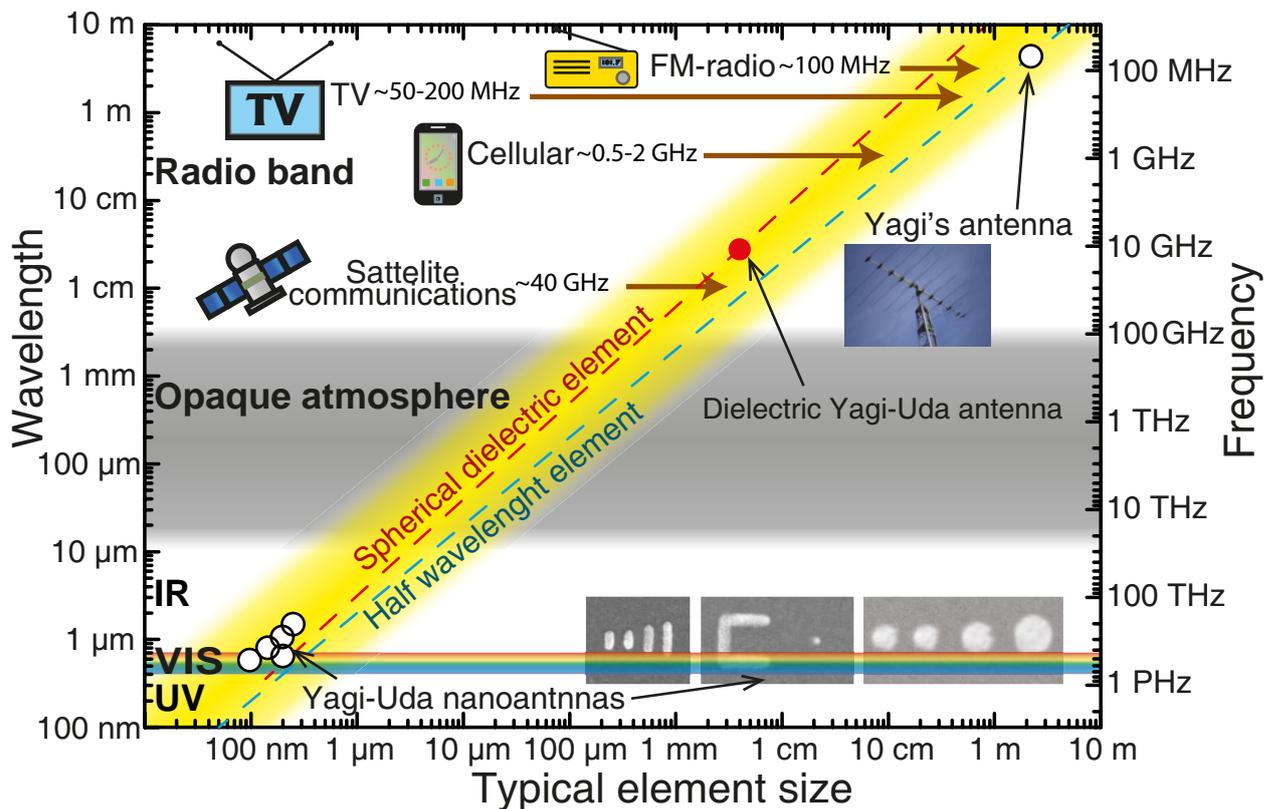


Рисунок 40 — Мир антенн. Примеры различных устройств, имеющих в своей конструкции антенны, а также отдельные антенны в координатах «размер антенны - рабочая частота». Область «типичный размер - рабочая частота» выделена желтым цветом. Кружки соответствуют экспериментальным результатам по изучению радио- и нано- антенн Яги-Уда [201; 212–217]. Красный кружок соответствует экспериментальным данным, полученным в работе [166]. Рисунок воспроизводится по статье [166].

чались в работах [11; 214—217; 230—232]. Кроме этого, сферические металлические наночастицы и разомкнутые кольцевые резонаторы также использовались в качестве элементов оптических антенн Яги-Удо.

В данном разделе резонансные процессы, лежащие в основе работы антенн Яги-Удо, будут описаны на языке резонансов Фано [133]. Рассмотрим два канала рассеяния, которые связаны со сферическими волнами, исходящими от источников, имеющих разные координаты. В такой системе разность фаз в дальней зоне будет зависеть от направления излучения. В случае резонансных каналов рассеяния можно ожидать наблюдения пространственного резонанса Фано.

Еще раз рассмотрим резонанс Фано как проявление интерференции двух волн. Первая пропорциональна $Ae^{i\delta_A}(\varepsilon + i)^{-1}$ (функции Лоренца) а вторая определяется медленно изменяющимся (по сравнению с шириной линии) фоновым излучением $Ve^{i\delta_B}$. Здесь A , B , и $\delta_{A,B}$ вещественные величины, изменением которых в интересующем нас интервале частот можно пренебречь. Интерференция этих двух волн описывается обобщенной формулой Фано (3.6). При этом можно выразить параметр η в виде

$$\eta = \frac{2F \cos^2 \delta}{F + 2 \sin \delta + \sqrt{F^2 + 4F \sin \delta + 4}}, \quad (3.18)$$

где $F = A/B$ и $\delta = \delta_A - \delta_B$ относительная интенсивность и фазовый сдвиг, соответственно. В свою очередь, параметр Фано имеет вид

$$q = \cos \delta F / \eta. \quad (3.19)$$

Покажем, что резонансный отклик дополнительного элемента Яги-Удо приводит к возможности управления диаграммой направленности антенны. В случае, если резонансный и нерезонансный источник волн имеют разное положение относительно центра антенны, то резонанс Фано приводит к подавлению излучения в одних направлениях и усилению в других направлениях. В результате, антенны с резонансным элементом позволяют переключать основной лепесток между направлениями вперед и назад. В данном разделе рассмотрим случай проявления резонанса Фано при изменении диаграммы направленности в трехмерном пространстве, в отличие от анализа резонанса Фано в спектрах, рассматриваемого ранее [14; 15; 142; 233]. Для антенн параметр Фано q , определяющий спектральную форму резонансной линии, как будет показано, имеет зависимость от направления излучения.

3.3.1 Общий подход, основанный на модели резонанса Фано

В общем случае отклик элемента антенны описывается суперпозицией мультипольных моментов. Однако во многих важных случаях отклик достаточно рассмотреть отклик только в дипольном приближении. Из-за принципа взаимности, задачи о принимающих и передающих антеннах имеют много общего. Для определенности мы будем рассматривать задачу о передающей антенне. В антеннах электромагнитная волна претерпевает акты многократного рассеяния на конструктивных элементах, что приводит к необходимости решать самосогласованную задачу на определение дипольных моментов, формирующих убегающую волну. При этом, в настоящем разделе мы не будем учитывать квантовые эффекты, такие как, например, эффект Парселла, приводящий к изменению вероятности испускания фотона. Вместо этого нас будет интересовать формирование диаграммы направленности. Таким образом, без потери общности, можно считать дипольный момент источника равным единице на всех частотах, поскольку при вычислении диаграммы направленности можно все поля перенормировать на произвольную величину.

Рассмотрим антенну, состоящую одного элемента, который будет управлять диаграммой направленности дипольного источника. Волна может достигать точки наблюдения в дальней волновой зоне посредством двух каналов. Первая волна будет исходить непосредственно от источника, причем в силу нормировки интенсивность этой волны будет постоянной. Вторая волна – это рассеянная волна на элементе антенны, который обычно имеет резонансный отклик, изменяющий фазу на π при прохождении через резонанс. Если резонансный отклик можно аппроксимировать функцией Лоренца, то интерференцию этих двух волн в каждой точке наблюдения можно описать обобщенной формулой Фано (3.6), но с разными параметрами q и η . Одно из достоинств аналитического подхода состоит в возможности определить близкую к оптимальной конфигурацию антенны для достижения желаемых параметров диаграммы направленности. В дальнейшем эти параметры можно использовать в качестве исходных значений численного оптимизатора антенны, например, в связке метода оптимизации Левинберга-Маркуардта с программой численного расчета полей.

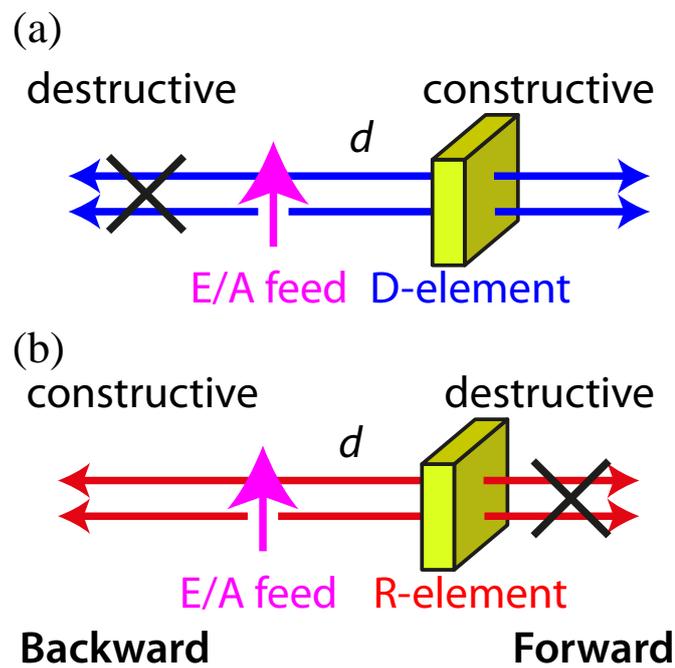


Рисунок 41 — Схема двух режимов работы антенны (эффект Керкера). Антенна состоит из одного элемента, который может быть как директором (верхняя схема), так и рефлектором (нижняя схема), формирующим диаграмму направленности источника. d — расстояние между элементом антенны и источником. Рисунок воспроизводится по статье [166].

В качестве примера рассмотрим задачу о двух режимах работы аналога антенны Яги-Уда (см. схему на рис. 41). Единственный элемент антенны является директором или рефлектором в зависимости от фазы отклика Δ . Отметим, что условия формирования диаграммы направленности за счет конструктивной интерференции вперед зависят только от фазы Δ . В тоже время, условия формирования диаграммы направленности назад более сложные. Они зависят как от фазы Δ , так и от расстояния между элементом антенны и источником d . Таким образом, элемент антенны является директором, если $\Delta = 0$, что соответствует сложению проходящей волны источника с переизлученной волной на директоре. В результате энергия перераспределится таким образом, что у диаграммы направленности появится выраженный передний лепесток. Элемент антенны является рефлектором при одновременном выполнении двух условий.

(i) По направлению вперед должна возникать деструктивная интерференция, т.е. $\Delta = \pi$ и конструктивная интерференция волн в обратном направлении за счет правильного выбора расстояния $d = \lambda/4$.

(ii) Для возникновения полного интерференционного гашения элемент антенны должен переизлучать столько же энергии, сколько на него падает, т.е. элемент должен иметь резонансный отклик.

Однако эти условия являются взаимоисключающими, поскольку изменение фазы на π соответствует границам области резонанса, где интенсивность отклика мала. Таким образом, в реальных системах мы должны найти оптимальное соотношение между условием на амплитуду и фазу.

3.3.2 Фано-антенна на основе диэлектрической сферы

В радиодиапазоне в качестве элемента антенны обычно используют пассивные полуволновые дипольные резонаторы (длинный тонкий металлический стержень). Описание работы такой антенны, основанное на резонансе Фано, представлено в нашей статье [166]. В данном разделе опишем работу оптической антенны, основанной на диэлектрических субволновых сферах, которые используют в качестве элементов оптических антенн [201; 202]. Преимуществом диэлектрических элементов являются низкие потери в материалах и возможность тестирования прототипов антенн в более простом для технологов и эксперимен-

таторов микроволновом диапазоне. Такая возможность основана на масштабировании уравнений Максвелла. В отличие от металлических стержней сферические частицы обладают сильным магнитным мультипольным откликом помимо электрических мультиполей. Более того, магнитный дипольный резонанс имеет самую низкую частоту (см. рис. 42а). Отметим интересную особенность: величина добротности Q магнитной дипольной моды в первом приближении имеет близкие значения к величине диэлектрической проницаемости. В частности, при $\varepsilon = 10$ добротность моды также равна $Q \approx 10$. Магнитный дипольный момент определяет узкую линию в модели Фано, при этом роль широкой полосы играет низкочастотное крыло электрического дипольного резонанса (рис. 42а) и спектральная компонента, обусловленная дипольным моментом источника, который мы положили равным единице во всем частотном интервале.

Теперь исследуем возможность описания диаграмм направленности диэлектрических антенн на основании модели резонанса Фано. Отметим, что магнитный дипольный момент является псевдовектором. В результате, диаграмма направленности имеет несимметричный вид даже в случае нулевого расстояния между источником, обладающим электрическим дипольным моментом, и центром сферы ($d = 0$). Эта ситуация аналогична эффекту Керкера [163], который упоминался в начале этой Главы. Пусть источник излучения имеет электрический дипольный момент, направленный вдоль оси y . При этом направление от источника к центру сферического элемента задается осью x . Тогда магнитный момент осциллирует в направлении, заданном осью z . Таким образом, помимо диаграммы направленности c_{xz} в плоскости xz , интерес представляет диаграмма направленности c_{xy} в плоскости xy

$$c_{xz}(\varphi) = \cos \varphi + (a_d a^e \cos \varphi - c_d a^m) e^{-ikd \cos \varphi}, \quad (3.20)$$

$$c_{xy}(\varphi) = 1 + (a_r a^e - c_r a^m \cos \varphi) e^{-ikd \cos \varphi}. \quad (3.21)$$

Здесь φ – угол между направлением вперед (ось x) и направлением наблюдения \mathbf{n} , a^e и a^m эффективные электрическая и магнитная поляризуемости; мы также ввели вспомогательные функции $a_d = f_d (k^2 - d^{-2} + ikd^{-1})$, $c_d = f_d (k^2 + ikd^{-1})$, $f_d = e^{ikd}/d$. При больших значениях диэлектрической проницаемости ($\varepsilon \gg 1$) резонансный магнитный дипольный отклик представляет собой узкую интенсивную линию на фоне медленно изменяющегося контура, соответствующего электрическому диполю (рис. 42а). Таким образом, для плоскости xy имеем $Ae^{i\delta_A}(\varepsilon - i)^{-1} = c_r a^m \cos \varphi e^{-ikd \cos \varphi}$ и $Be^{i\delta_B} = \cos \varphi + a_d a^e \cos \varphi e^{-ikd \cos \varphi}$;

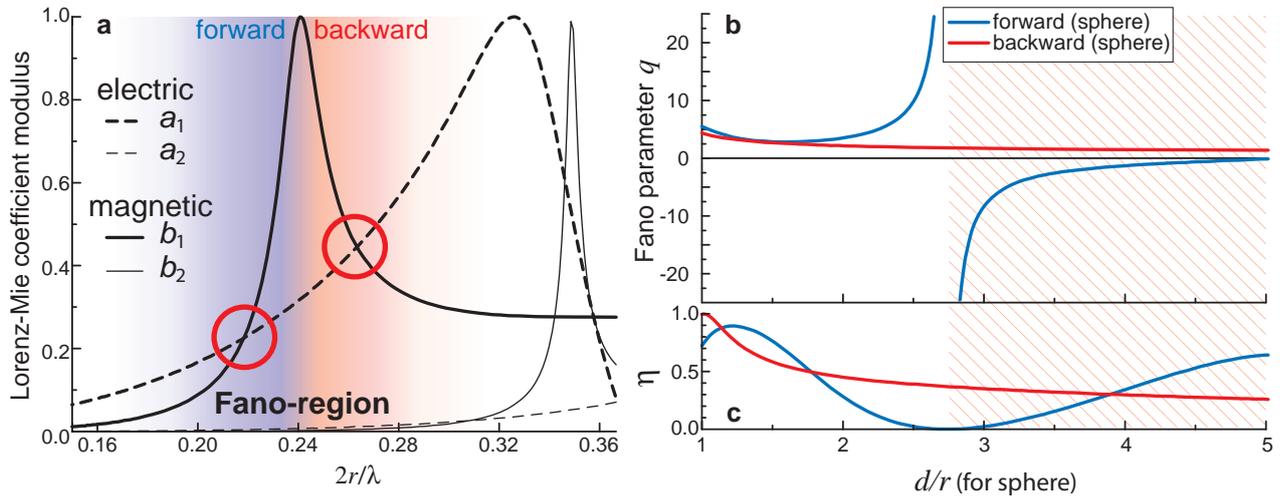


Рисунок 42 — Режимы резонанса Фано и эффект Керкера в антеннах. (а) Коэффициенты Лоренца-Ми, описывающие эффективность рассеяния через разные мультипольные электрические a_n и магнитные b_n моды. Представлены низшие дипольные $n = 1$ и квадрупольные $n = 2$ мультипольные моменты для диэлектрической сферы с $\varepsilon = 16$ в зависимости от нормированной частоты. В области доминирующего магнитного дипольного момента b_1 по сравнению с фоновым изменением электрического резонанса a_1 возникает Фано резонанс. Синий цвет отмечает условия для конструктивной интерференции вперед, а красный – конструктивной интерференции назад в соответствии со схемой на рис. 41. Кружками выделены точки, соответствующие эффекту Керкера. (b,c) Параметр Фано q и параметр η в зависимости от расстояния между источником и сферой d/r , нормированное на радиус сферы r . Штрихованная область $2.75 < d/r < 5$, выделяет интервал, где параметр Фано q меняет знак при излучении вперед или назад. Рисунок адаптирован из статьи [166].

более подробно эта задача описана в работе [166]. В плоскости xz соответствующие выражения принимают вид $Ae^{i\delta_A}(\varepsilon - i)^{-1} = c_r a^m \cos \varphi e^{-ikd \cos \varphi}$ и $Be^{i\delta_B} = 1 + a_r a^e e^{-ikd \cos \varphi}$. Теперь несложно получить выражения для параметра Фано q и параметра η , которые представлены на рис. 42b в зависимости от нормированного расстояния между источником и центром сферы d/r .

Основные теоретические результаты приведены на рис. 43. Спектральная зависимость интенсивности излучения, вычисленная в дипольном приближении для высокосимметричных направлений трехмерного пространства представлена на рис. 43a. Интенсивность излучения в дальней волновой зоне для плоскости xz , в том числе для направления вперед ($\varphi = 0$) и назад ($\varphi = 180^\circ$) вычислялось при помощи уравнения (3.21). При $d/r = 3.5$ параметр Фано для направлений вперед и назад имеет противоположное значение $q = \pm 1.5$ (рис. 42b). Рисунок 43 демонстрирует, что при $d/r = 3.5$ максимум излучения в направлении вперед совпадает с минимумом излучения назад и наоборот. Мы рассматриваем три частоты, отмеченные на рис. 43a стрелками. Как показано на рис. 43b, резонанс Фано, имеющий пространственную зависимость, позволяет переключать основной лепесток диаграммы направленности. Синим цветом показана диаграмма (при $q = -1.5$ на частоте $2r/\lambda = 0.236$) с выраженным излучением вперед, красным цветом показана диаграмма (при $q = +1.5$, $2r/\lambda = 0.246$) с доминирующим излучением назад.

3.3.3 Экспериментальное изучение диаграммы направленности Фано-антенны

Перед проведением экспериментальных исследований антенны, описанной в предыдущем разделе в рамках аналитической модели резонанса Фано, было проведено численное моделирование этой задачи с помощью пакета программ CST Microwave Studio. Вычисления проводились для сферической частицы радиусом 4 мм и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 16$, что соответствует кремнию на длине волны $\lambda \approx 590$ нм. Источник моделировался возбуждавшейся посередине короткой дипольной антенной длиной $L = 8$ мм ($l < \lambda/4$) и диаметром $a = 2$ мм. В численных расчетах мы варьировали расстояние между центрами сферы и возбуждающей антенны для достижения максимальной

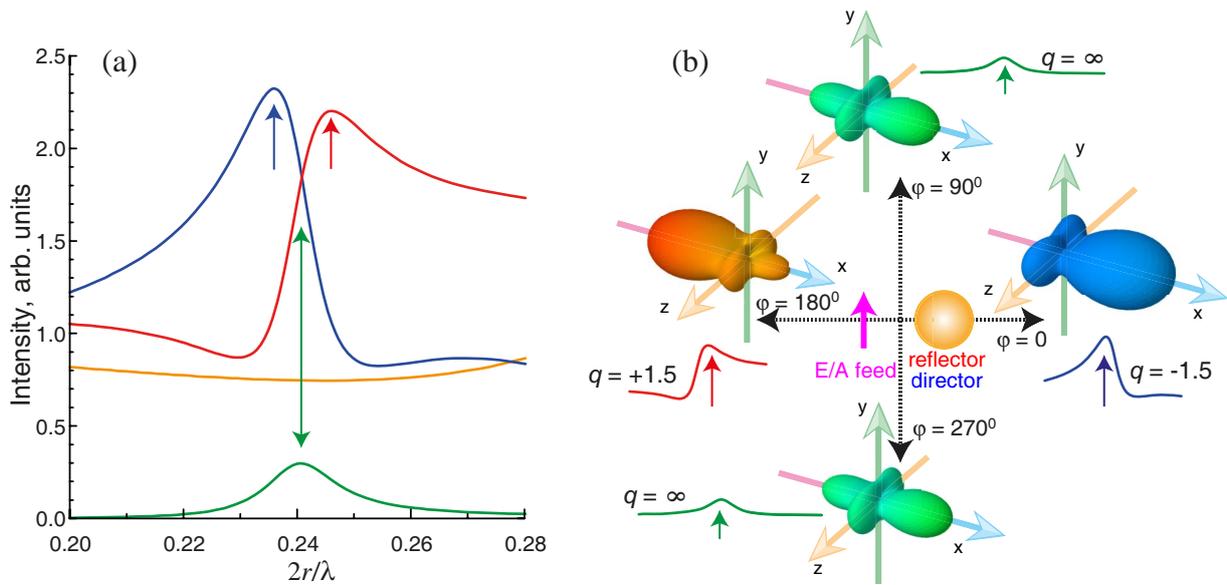


Рисунок 43 — Диаграммы направленности и параметр Фано в зависимости от направления в пространстве. (а) Спектральная зависимость интенсивности излучения в дальней волновой зоне в направлении оси x при $\varphi = 0$ (синяя кривая) и $\varphi = 180^\circ$ (красная кривая), вдоль оси y , при $\varphi = 90^\circ$ и 270° (зеленая кривая) и вдоль оси z (оранжевая кривая). Зависимости рассчитаны из уравнений (3.20) и (3.21) для антенны с одиночной диэлектрической сферой $\varepsilon = 16$ на расстоянии $d/r = 3.5$. (б) трехмерные диаграммы направленности для трех частот, отмеченных на панели (а) стрелками соответствующих цветов. Значение параметра Фано q для направления основного лепестка приведено рядом с диаграммами направленности. Рисунок воспроизводится по статье [166].

амплитуды переключения основного лепестка диаграммы между направлениями вперед и назад (см. рис. 44а- 44с). Как оказалось, максимальная амплитуда переключения соответствует расстоянию от центра сферы до источника равному $d = 14$ мм в полном согласии с теорией, предсказывающей оптимальное значение $d/r = 3.5$.

Были проведены экспериментальные исследования микроволнового прототипа диэлектрической Фано-антенны с параметрами, определенными из результатов численного моделирования. Диэлектрическая сфера была изготовлена из керамического материала MgO-TiO₂ с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 16$ при потерях $1.12 \cdot 10^{-4}$ в диапазоне 8-12 ГГц. Радиус сферы составлял 4 мм с точностью не хуже ± 0.05 мм. Дипольный источник длиной $L = 8$ мм был подсоединен коаксиальным кабелем к векторному анализатору электрических цепей Agilent E8362C. Диаграмма направленности диэлектрической Фано-антенны в дальнем поле (на расстоянии ≈ 3 м, $\approx 100\lambda$) измерялась прямоугольной рупорной антенной. Выраженное переключение основного лепестка в плоскостях xu и xz было обнаружено на частотах 9.06 ГГц и 9.55 ГГц (см. рис. 44d). Как видно из рис. 44, результаты измерений находятся в хорошем соответствии с теорией.

3.4 Выводы по главе

В данной главе представлена общая картина резонансных эффектов в фотонных структурах. Среди резонансных явлений, таких как эффекты Керкера и Бормана, электромагнитно индуцированная прозрачность, режим сильной связи, особое внимание было уделено резонансу Фано. Резонанс Фано является физическим явлением, которое встречается при исследовании различных фотонных структур. Это связано с существованием в этих структурах ряда собственных возбуждений разной природы, которые могут взаимодействовать друг с другом посредством интерференции.

Мы продемонстрировали, что резонансное рассеяние Ми на частицах с большим значением показателя преломления может быть представлено в виде каскадов резонансов Фано. Этот результат имеет достаточно общий характер, и применим к рассеянию Ми на различных объектах. В частности, для однородных диэлектрических цилиндров аналитические формулы для вычисления

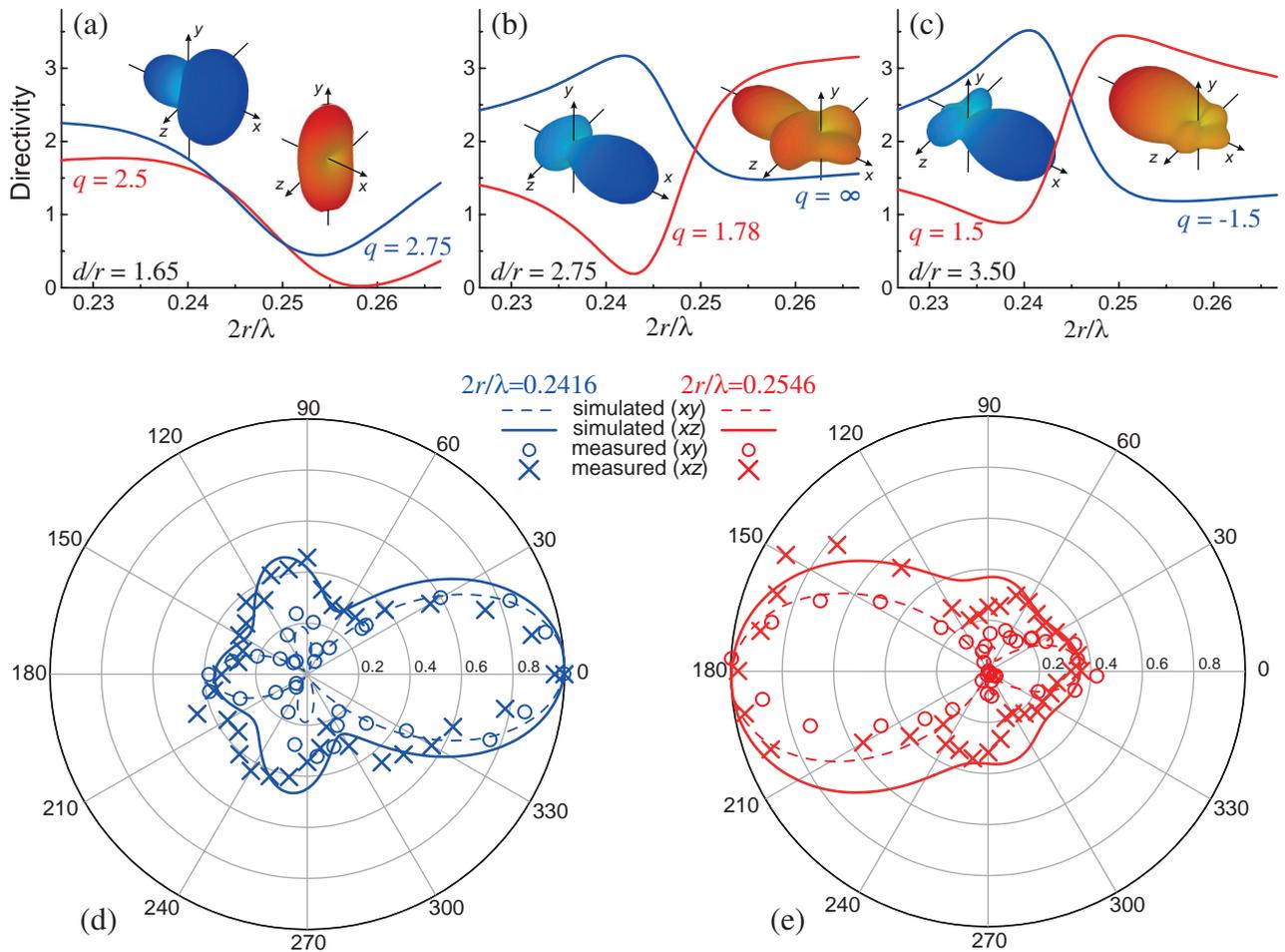


Рисунок 44 — Данные эксперимента и численного моделирования диаграммы направленности Фано-антенны. (а-с) Спектры излучения в направлении вперед (синие кривые) и назад (красные кривые) Фано-антенны для разных значений d/r и параметров Фано, соответствующих рис. 42b. Трехмерные диаграммы направленности для частот 9.06 ГГц ($2r/\lambda = 0.2416$, синие диаграммы) и 9.55 ГГц ($2r/\lambda = 0.2546$, красные диаграммы). Результаты численного моделирования получены при помощи программы CST Microwave Studio. (d,e) Диаграммы направленности диэлектрической Фано-антенны в плоскостях xy и xz на частотах 9.06 ГГц (d) и 9.55 ГГц (e) для расстояния $d/r = 3.5$. Значки – экспериментальные данные, сплошные кривые – аппроксимация численным расчетом на CST. Рисунок воспроизводится по статье [166].

коэффициентов Лоренца-Ми были преобразованы к виду, демонстрирующему наличие двух интерферирующих волн, которые приводят к резонансу Фано.

Также мы показали, что возможность управления диаграммой направленности антенны типа Яги-Уда обусловлена резонансом Фано. Если резонансные и нерезонансные источники расположены асимметрично относительно центра антенны, резонанс Фано приводит к подавлению излучения в одних направлениях при усилении излучения в других. При этом обсуждался необычный случай: проявление резонанса Фано в трехмерном пространстве, хотя обычно анализ резонанса Фано проводится в рамках одномерной спектральной шкалы. Параметр Фано q , определяющий форму узкой линии, в случае антенн становится пространственно-зависимым.

Обращение максимума основного лепестка диаграммы направленности строго вперед или строго назад по отношению к оси одноэлементной антенны Яги-Уда представляет собой эффект Керкера. Этот тот случай, когда физическое явление в определенных условиях может быть интерпретировано и на основе модели Фано, и на основе модели Керкера. Такая возможность отражена на диаграмме резонансов, приведенной на рис. 1.

Глава 4. Резонанс Фано, индуцированный структурным беспорядком

В этой главе рассмотрим резонанс Фано, в котором в роли узкой линии выступает контур брэгговского отражения, связанного с периодичностью структуры. Реальные образцы всегда имеют определенные отклонения от идеальной упорядоченной решетки. В результате появляется дополнительный канал индуцированного беспорядком многократного рассеяния, который при больших значениях беспорядка становится основным, разрушая транспортный канал упорядоченной структуры. Картина волнового транспорта в сильно неупорядоченной структуре меняется качественным образом. В литературе такое явление называется андерсоновской локализацией, которая может наблюдаться для волн самой разной природы. Фундаментальные свойства локализации волн в неупорядоченных системах были описаны в целом ряде работ, укажем некоторые из них [234—238]. Андерсоновская локализация может возрастать либо уменьшаться в зависимости от структуры и вариации ее параметров [239—244]. Ранее считалось, что сочетание брэгговского отражения и беспорядка должно приводить к усилению локализации [245].

В этой Главе представлены результаты исследования спектров неупорядоченных структур, у которых в результате интерференции между блоховскими волнами, связанными с периодической структурой, и волнами, индуцированными беспорядком, возникает резонанс Фано [19; 179]. При этом неожиданный эффект состоит в переключении режима локализации в режим делокализации не при уменьшении неупорядоченности структуры, как интуитивно хотелось бы, а при увеличении беспорядка. Эффект наблюдается по трансформации брэгговской стоп-зоны в зону пропускания при введении беспорядка в исходно упорядоченную структуру и сопровождается резонансом Фано, при котором параметр асимметрии меняется во всем диапазоне $-\infty < q < +\infty$ и в спектрах, соответственно, наблюдаются все возможные формы контура Фано, представленные на рис. 1.

Отметим, что полученные результаты верны для различных систем с разным типом беспорядка: распространение электромагнитных волн в фотонных кристаллах с беспорядком по диэлектрической проницаемости, распространение звуковых волн в фононном кристалле со случайным распределением плотности, распространением электронов при флуктуирующей эффективной массы.

Выводы, приведенные в Главе основаны на нашем численном моделировании [19; 179] и экспериментах [187; 210], а также на аналитической теории, разработанной А.Н. Поддубным [179].

4.1 Слоистая одномерная структура с беспорядком

Рассмотрим возникновение индуцированного беспорядком резонанса Фано на конкретном примере. Пусть свет распространяется по одномерному (1D) кристаллу, составленному из последовательности чередующихся слоев $ABAB\dots$. Особенности распространения света по таким структурам многократно изучались как в теоретических, так и экспериментальных работах [246], включая анализ деградации стоп-зон и усиление локализации за счет беспорядка [247–252]. Однако в нашей работе были обнаружены новые эффекты, которые изменили классическую картину рассеяния света в неупорядоченных фотонных структурах [19; 179].

4.1.1 Трансформация брэгговской стоп-зоны в брэгговскую зону пропускания

Рассмотрим рассеяние электромагнитной волны, распространяющейся по нормали к 1D структуре, состоящей из чередующихся слоев A и B (рис. 45а). Спектры будем вычислять при помощи метода матриц переноса [253]. Толщины слоев обозначим w_A и w_B . Диэлектрические проницаемости структуры в слоях ε_A – постоянная величина, в то время как в слоях B эта величина флуктуирует ε_B^j с нормальным распределением вокруг среднего значения $\bar{\varepsilon}_B$ и с дисперсией $\sigma_{\varepsilon B}$. Считаем, что между соседними слоями корреляция случайных значений диэлектрической проницаемости отсутствует. Будем рассматривать случай малого диэлектрического контраста $|\varepsilon_B^j - \varepsilon_A| \ll \varepsilon_A$, $\sigma_{\varepsilon B} \ll \varepsilon_A$. Хорошо известно, что почти все моды в бесконечной неупорядоченной одномерной структуре являются локализованными в случае некоррелированного беспорядка [240]. Это проявляется в стремлении коэффициента пропускания T к нулю при увеличении

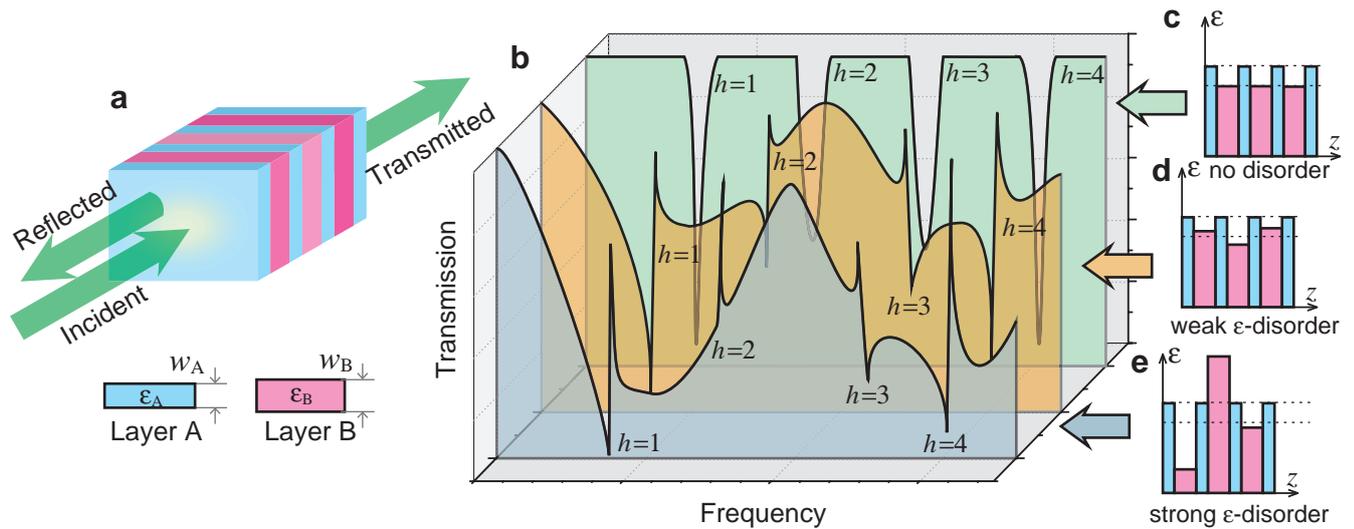


Рисунок 45 — Спектры пропускания идеальных одномерных структур и структур с беспорядком. (a) Схематическое изображение одномерного фотонного кристалла в изучаемой геометрии рассеяния. Основные параметры слоев A и B : ϵ_A , w_A и ϵ_B , w_B . (b) Схема, демонстрирующая характерный усредненный спектр пропускания идеальной структуры и двух структур с разной степенью беспорядка по диэлектрической проницаемости. На спектрах представлены четыре низкочастотных брэгговских полосы h . Схемы пространственного распределения диэлектрической проницаемости приведены справа от спектров: (c) идеальная структура, (d) слабый ϵ -беспорядок и (e) сильный ϵ -беспорядок. Рисунок воспроизводится по статье [179].

числа слоев N на всех частотах, разве что за исключением дискретного набора частот [254–256]. Отметим, что в неупорядоченных средах (в квазибесконечных структурах) определять коэффициент пропускания затруднительно. Вместо этого будем рассматривать величину затухания на единицу длины – коэффициент экстинкции χ , связанный с пропусканием формулой $T = \exp(-Na\chi)$, где $a = w_A + w_B$ – период. При проведении численных расчетов будем вычислять коэффициент пропускания, из которого сможем выразить коэффициент экстинкции, который в свою очередь будем усреднять по большому числу ансамблей M . Отметим, что коэффициент экстинкции соответствует обратной длине локализации, которая является эргодической самоусредняемой мерой локализации волн [254], независимой от длины структуры и конкретной реализации беспорядка. Благодаря самоусреднению флуктуации экстинкции подавляются в длинных структурах. Таким образом, коэффициент экстинкции может быть вычислен и без усреднения по ансамблям по формуле $-\lim_{N \rightarrow \infty} \ln T(N)/Na$. Этот предел всегда существует и не равен нулю во всем спектральном диапазоне за исключением, возможно, дискретного набора частот [254].

Спектр пропускания идеального 1D фотонного кристалла ($\sigma_{\varepsilon B} = 0$, рис. 45b,c) состоит из узких эквидистантных брэгговских стоп-зон порядка h , частоты которых ω_h определяются условием

$$\frac{\omega_h \bar{n} a}{c} = \pi h, \quad h = 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Здесь $\bar{n} = (w_A \sqrt{\varepsilon_A} + w_B \sqrt{\varepsilon_B})/a$ – коэффициент пропускания, усредненный по структуре. Вне стоп-зон, т.е. на частотах, соответствующим разрешенным зонам, структура оказывается прозрачной и коэффициент пропускания равен единице даже при $N \rightarrow \infty$, что соответствует нулевой экстинкции. В данном случае предполагаем, что границы фотонного кристалла идеально согласованы с окружающим пространством, и отражение на границах кристалла отсутствует. Новые и неожиданные эффекты возникают по мере увеличения степени беспорядка в значении диэлектрической проницаемости слоев B (рис. 45b,d,e). Во-первых, структура перестает быть полностью прозрачной вне брэгговских стоп-зон. Появляется фоновая экстинкция отличная от нуля, которую можно рассчитать, используя либо строгий фазовый формализм (см. статью [179]), либо приближенное рекуррентное соотношение для коэффициента пропускания

$T_{N+1} = (1 - |r_N|^2)T_N$, где коэффициент отражения

$$r_j \approx \frac{\varepsilon_B^j - \varepsilon_A}{2\varepsilon_A} \sin \left(\frac{\omega \sqrt{\varepsilon_B^j} w_B}{c} \right) \quad (4.2)$$

описывает амплитуду рассеяния назад на j -х слоях B , окруженных бесконечными слоями A , при условии $|r_j| \ll 1$. Для логарифмически-усредненного пропускания это приближение дает $\langle \ln T \rangle \propto -N \langle r_j^2 \rangle$ и

$$\chi \approx \frac{\sigma_{\varepsilon B}}{4a\varepsilon_A} \sin^2 \left(\frac{\omega \sqrt{\varepsilon_A} w_B}{c} \right). \quad (4.3)$$

Фоновое значение коэффициента экстинкции очевидным образом соответствует нескомпенсированному рассеянию на случайных слоях B . Спектральная зависимость, описываемая уравнением (4.3), соответствует интерференции Фабри-Перо на слоях толщиной w_B . Помимо анализа фонового рассеяния Фабри-Перо, мы обнаружили качественное изменение формы линий, соответствующих брэгговским стоп-зонам на частотах, определяемых формулой (4.1). Рисунок 46 демонстрирует, что при $\sigma_{\varepsilon B} \neq 0$ брэгговские особенности более не являются стоп-зонами. В зависимости от величины беспорядка σ_B и номера зоны h , форма линии претерпевает существенное изменение вплоть до полного «переворота» линии в шкале амплитуды, т.е. трансформации стоп-зоны в зону пропускания. Форма брэгговской линии зависит от положения на контуре фонового рассеяния Фабри-Перо.

Чтобы убедиться в том, что в данном случае наблюдается резонанс Фано между узкой брэгговской полосой (определяется элементарной ячейкой AB) и относительно широкой полосой, связанной с индуцированным беспорядком рассеянием Фабри-Перо (определяется слоями B), спектры пропускания 1D фотонного кристалла с беспорядком по ε аппроксимировались с помощью формулы Фано (3.6). Результаты обработки демонстрирует рис. 47, на котором представлена зависимость параметра Фано q от толщины w_B слоя для трех различных величин диэлектрического контраста. При изменении величины w_B форма брэгговской линии периодически меняется по следующему закону: симметричная стоп-зона при $|q| \rightarrow \infty$; далее, асимметричная линия (длинноволновое крыло линии более пологое по сравнению с коротковолновым крылом) при $q < 0$; далее, симметричная зона пропускания при $q = 0$; далее, асимметричная линия (коротковолновое крыло линии более пологое по сравнению с длинноволновым

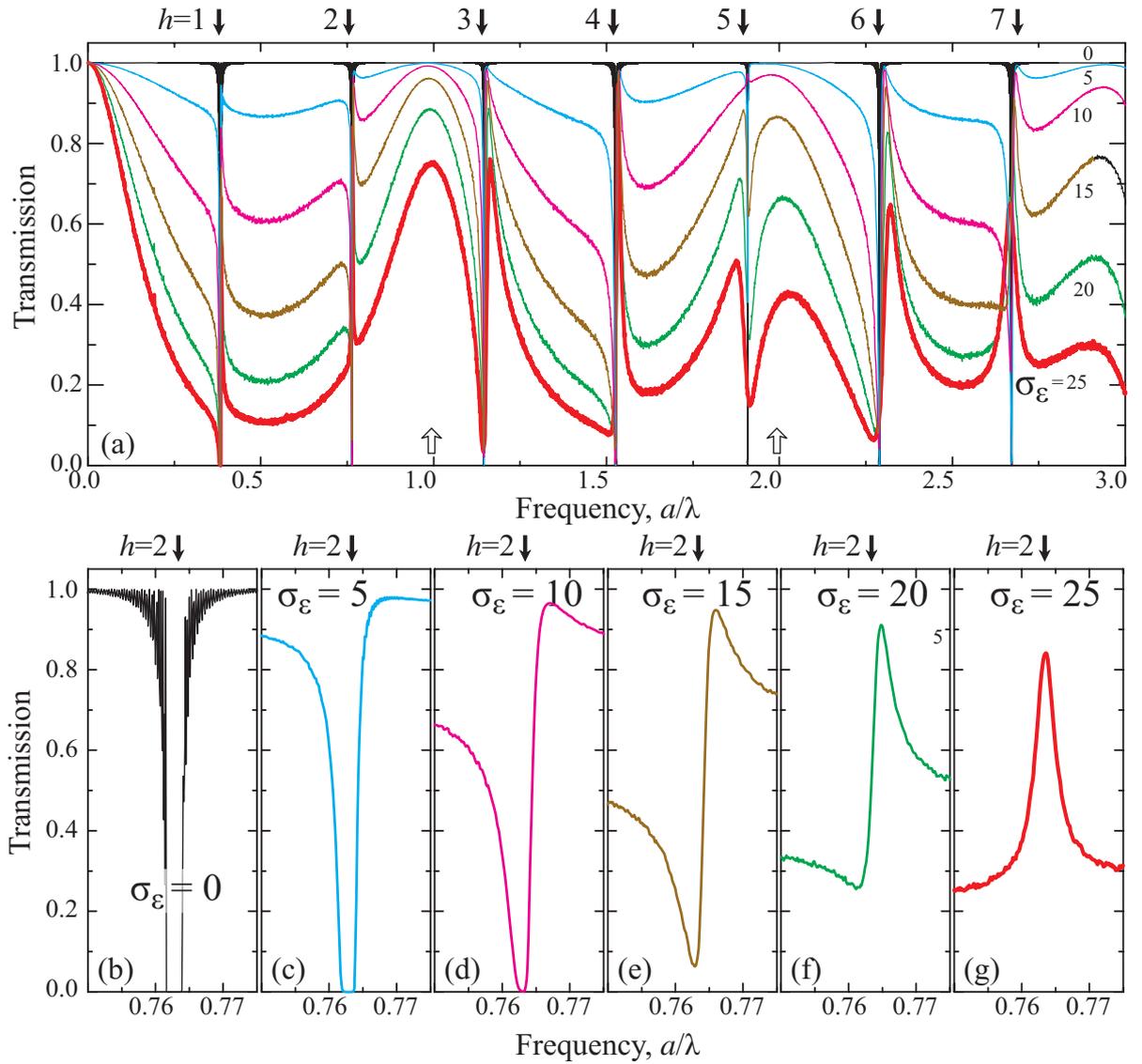


Рисунок 46 — (а) Спектры пропускания 1D фотонного кристалла с беспорядком по ε в зависимости от параметра $\sigma_{\varepsilon B}$. Узкие брэгговские резонансы порядка h отмечены черными стрелками сверху рисунка, два широкополосных резонанса Фабри-Перо отмечены белыми стрелками внизу рисунка. (b-g) Спектры пропускания в области брэгговского резонанса $h = 2$ для различных значений $\sigma_{\varepsilon B}$. Параметры вычислений: $\varepsilon_A = 1.70$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.75$, $w_B = 0.38a$, число ячеек $N = 1000$, число реализаций неупорядоченной структуры, по которым проводилось усреднение, $M = 5000$. Рисунок воспроизводится по монографии [19].

крылом) при $q > 0$; наконец мы возвращаемся на первый этап цикла: симметричная стоп-зона при $|q| \rightarrow \infty$. В соответствии с теорией Фано параметр асимметрии выражается как $q = \cot\delta$, где δ – это фазовый сдвиг фонового спектра. Как видно из рис. 47, в обсуждаемом случае параметр Фано может быть с высокой точностью описан кривой $q \propto \cot(w_B/a)$. При этом изменение параметра $q(w_B/a)$ может рассматриваться как результат «сканирования» брэгговской линии вдоль сунусоподобного контура Фабри-Перо (рис. 46а), т.е. сканирование брэгговской полосы вдоль широкополосной подставки с изменением фазового сдвига.

На рисунке 48 представлен результат формирования брэгговской зоны непропускания (стоп-зона) в упорядоченной 1D структуре и брэгговской зоны пропускания в неупорядоченной структуре. Чтобы детально проследить динамику этих процессов было выбрано очень малое значение контраста диэлектрической проницаемости для упорядоченного кристалла ($\bar{\epsilon}_B - \epsilon_A = 0.0005$) и исходный нулевой контраст для неупорядоченной структуры. Наиболее интересный результат состоит в том, что ширина брэгговской зоны в дефектном образце в десятки раз меньше ширины зона в упорядоченном образце.

Обсудим, как изменение формы брэгговской линии зависит от типа беспорядка (рис. 49) на примере брэгговской линии порядка $h = 4$. В слоях B вводится беспорядок либо по толщине слоев (беспорядок по w : w_B^j для j -го слоя, среднее значение толщины \bar{w}_B), либо по диэлектрической проницаемости (беспорядок по ϵ : ϵ_B^j для j -го слоя, среднее значение $\bar{\epsilon}_B$). Случайные величины распределены по нормальному закону с дисперсией σ_{wB} и $\sigma_{\epsilon B}$, соответственно. Кроме этого, исследуем специальный случай неупорядоченной структуры, в которой диэлектрическая проницаемость слоев B флуктуирует вокруг диэлектрической постоянной слоев A при отсутствии диэлектрического контраста в среднем $\bar{\epsilon}_B = \epsilon_A$ (рис. 49к-о). Беспорядок по w приводит к хорошо известной деградации брэгговских стоп-зон [248–250; 257–262] (см. рис. 49а-е). Основной результат настоящего раздела, представленный на рис. 49ф-ж, состоит в трансформации спектральной формы брэгговской линии фотонного кристалла с флуктуирующим значением диэлектрической проницаемости $\bar{\epsilon}_B \neq \epsilon_A$. Форма брэгговской линии демонстрирует необычную эволюцию по мере увеличения степени беспорядка по ϵ . Сначала, при малом беспорядке, симметричный контур брэгговской стоп-зоны в спектрах идеального одномерного фотонного кристалла ($\sigma_{\epsilon B} = 0$, рис. 49ф) приобретает асимметрию ($\sigma_{\epsilon B} = 0.1$, рис. 49г). Да-

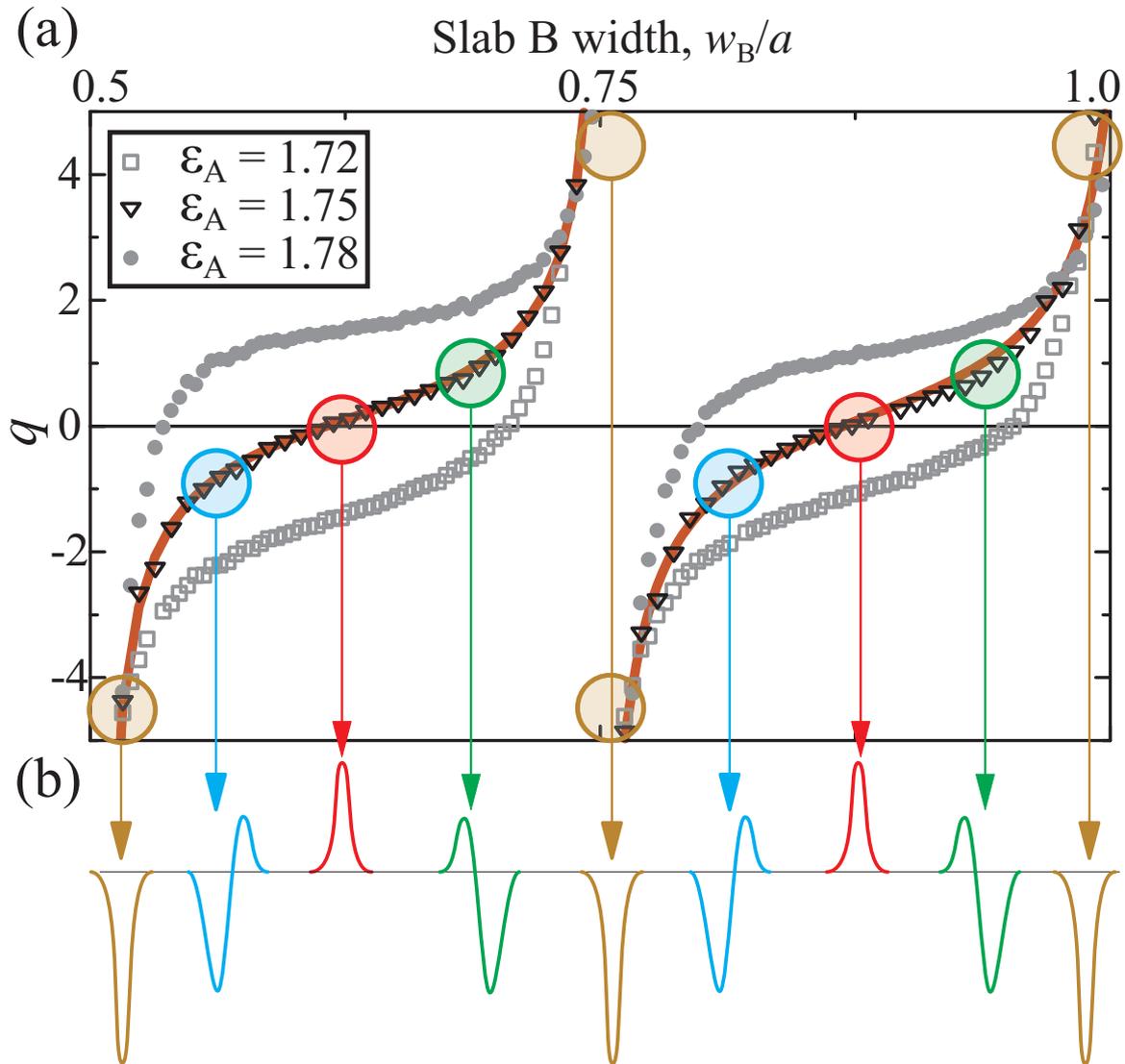


Рисунок 47 — (а) Параметр Фано q для четвертой брэгговской зоны ($h = 4$) как функция нормированной толщины слоя B (w_B/a). Параметры вычислений: $\epsilon_A = 1.72, 1.75$ и 1.78 , $\sigma_\epsilon = 10$, $\bar{\epsilon}_B = 1.75$, число ячеек $N = 1000$. Толстая коричневая линия $q \propto \cot(w_B/a)$. (б) Схематическое представление формы брэгговской линии ($h = 4$), соответствующей различным толщинам слоя B . Рисунок воспроизводится по монографии [19].

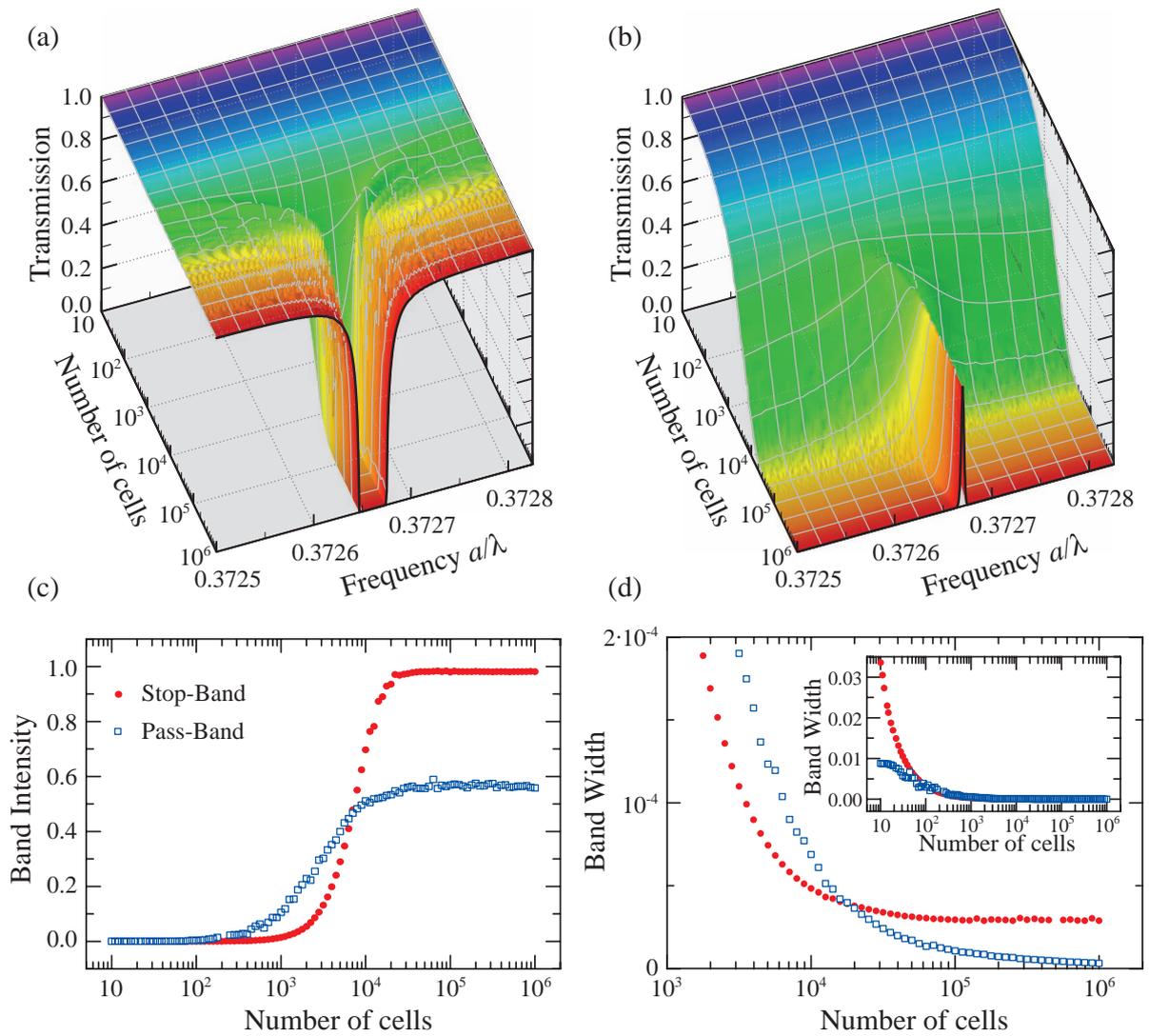


Рисунок 48 — Зависимости спектров пропускания от числа элементарных ячеек N , образующих 1D фотонный кристалл. (a) Брэгговская стоп-зона в спектрах упорядоченного кристалла. (b) Брэгговская зона пропускания в спектрах 1D структуры с беспорядком по ε в слоях B . Интенсивность (c) и полуширина (d) брэгговских стоп-зоны и зоны пропускания. Параметры расчетов: $\varepsilon_A = 1.8$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.80055$ для упорядоченной структуры и $\bar{\varepsilon}_B = 1.8000$ для неупорядоченной структуры, $w_B = 1/3a$, $\sigma_\varepsilon = 10$, число реализаций для неупорядоченной структуры $M = 1000 - 5000$. Рисунок воспроизводится по монографии [19].

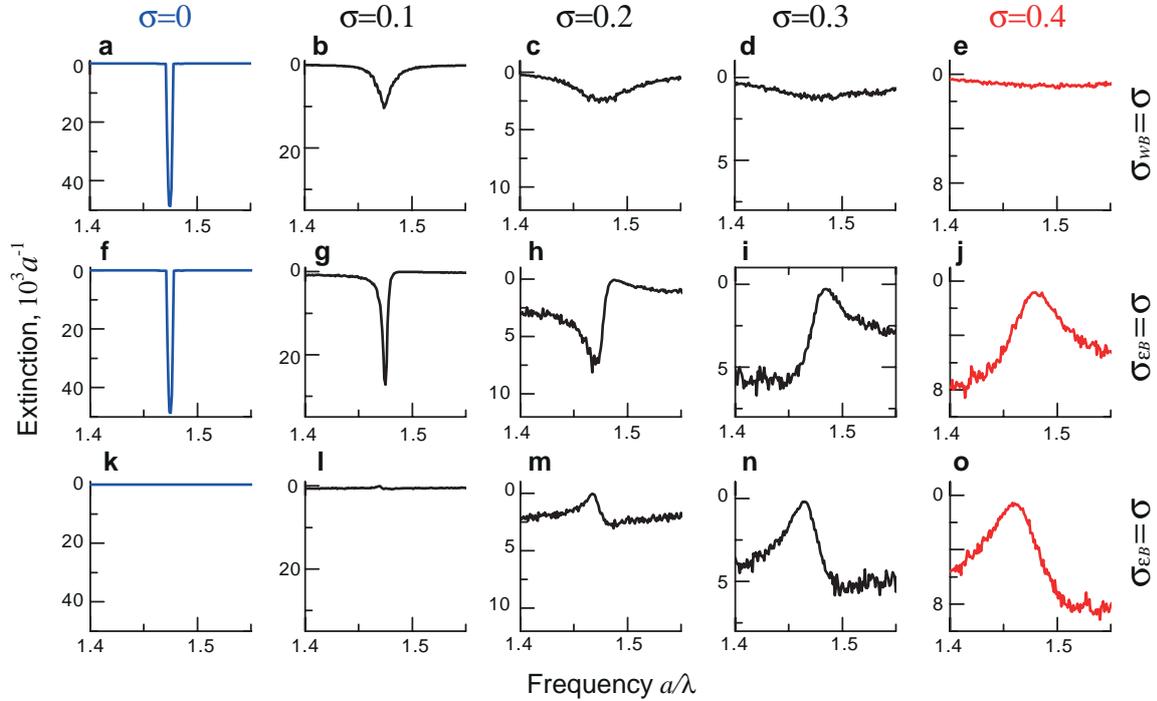


Рисунок 49 — Эволюция брэгговской линии в зависимости от типа беспорядка в слоях B . Усредненный спектр экстинкции приведен в окрестности брэгговской линии четвертого порядка $h = 4$. (a-e) беспорядок по w . Толщина слоя B – случайная величина со средним значением \bar{w}_B и дисперсией $\sigma_{wB} = \sigma$. (f-j) беспорядок по ε . Диэлектрическая проницаемость слоя B – случайная величина со средним значением $\bar{\varepsilon}_B$ и дисперсией $\sigma_{\varepsilon B} = \sigma$ при наличии диэлектрического контраста в среднем $\bar{\varepsilon}_B \neq \varepsilon_A$. (k-o) беспорядок по ε . Диэлектрическая проницаемость слоя B – случайная величина со средним значением $\bar{\varepsilon}_B$ и дисперсией $\sigma_{\varepsilon B} = \sigma$ при отсутствии диэлектрического контраста в среднем $\bar{\varepsilon}_B = \varepsilon_A$. Остальные параметры: $\varepsilon_A = 1.70$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.75$ на (a-j) и $\bar{\varepsilon}_B = 1.70$ на (k-o), $w_B = 0.38a$, число ячеек AB $N = 1000$, число реализаций неупорядоченной структуры, по которым проводилось усреднение, $M = 5000$. Рисунок воспроизводится по статье [179].

лее, увеличение беспорядка приводит к увеличению асимметрии спектрального контура ($\sigma_{\varepsilon B} = 0.2 - 0.3$, рис. 49h,i). Кульминация эффекта состоит в «перевороте» линии: обычная брэгговская стоп-зона становится брэгговской зоной пропускания ($\sigma_{\varepsilon B} = 0.4$, рис. 49j) на фоне общего понижения пропускания из-за беспорядка в структуре. Таким образом, спектр пропускания упорядоченной структуры в некотором роде становится инвертированным: идеальный фотонный кристалл прозрачен вне брэгговских резонансов (фотонных стоп-зон), в то время как фотонный кристалл с беспорядком по ε отражает свет вне брэгговских резонансов (фотонных зон пропускания).

Теперь рассмотрим 1D структуру, в которой диэлектрическая проницаемость слоев B флуктуирует, но контраст в среднем отсутствует $\bar{\varepsilon}_B = \varepsilon_A$. При $\sigma_{\varepsilon B} = 0$ структура пространственно однородна и полностью прозрачна на всех частотах $T(\omega) \equiv 1$. Появление беспорядка подавляет пропускание и вместе с этим выявляет другой эффект: на брэгговской частоте появляется полоса пропускания, которая становится все более выраженной по мере увеличения беспорядка (рис. 49k-o). Спектры одномерных фотонных кристаллов с $\bar{\varepsilon}_B \neq \varepsilon_A$ (рис. 49 f-j) и спектры с $\bar{\varepsilon}_B = \varepsilon_A$ (рис. 49k-o) заметно отличаются лишь при малых значениях беспорядка. При сильном беспорядке, когда флуктуации диэлектрической проницаемости ε_B^j существенно превосходят средний контраст $|\bar{\varepsilon}_B - \varepsilon_A|$, результат один и тот же: в спектрах появляются выраженные брэгговские полосы пропускания (рис. 49j и 49o).

Таким образом, мы имеем два вклада в результирующий спектр. Первый вклад – брэгговское рассеяние, которое приводит к появлению узких линий. Второй – индуцированное беспорядком широкополосное рассеяние Фабри-Перо. Как было показано в работе [19], асимметричная форма линии прекрасно описывается формулой Фано. При этом интерферируют брэгговский резонанс и индуцированное беспорядком остаточное рассеяние Фабри-Перо на слоях B .

Следующим шагом в изучении эффектов беспорядка является анализ спектров 1D фотонных структур, у которых неупорядоченными являются одновременно оба слоя A и B . Были рассчитаны усредненные спектры экстинкции в зависимости от степени беспорядка по ε в слоях A при фиксированном беспорядке в слоях B , $\sigma_{\varepsilon B} = 0.1$, (см. рис. 50). Приведем краткие выводы. Во-первых, интенсивность резонанса в спектрах уменьшается при добавлении небольшого беспорядка по ε в слоях A ($\sigma_{\varepsilon A} = 0.05$, рис. 50f). Дальнейшее увеличение степени беспорядка в слоях A приводит к полной деградации пика (

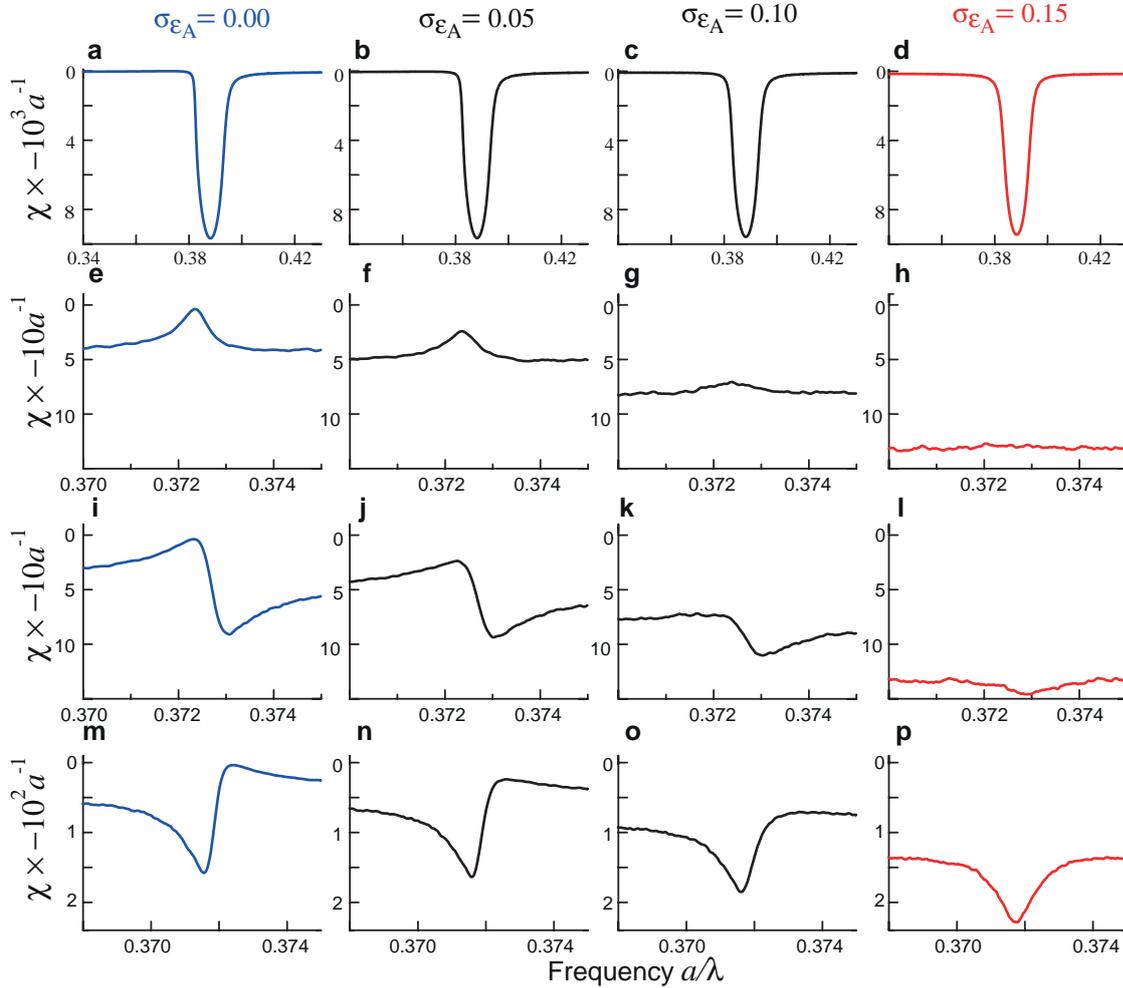


Рисунок 50 — Форма брэгговских линий при беспорядке по ε в слоях B в зависимости от степени беспорядка по ε в слоях A . Усредненные спектры экстинкции приведены в окрестности брэгговской линии $h = 4$. (**a-d**) спектры с исходным брэгговским провалом (стоп зоной), (**e-h**) спектры с исходным пиком (полосой пропускания). (**i-l**) и (**m-p**) спектры с исходным асимметричным профилем линии. Параметры одномерного фотонного кристалла: $\bar{w}_B = 0.7a$, $N = 2000$, $M = 5000$. $\sigma_{\varepsilon B} = 0.1$, $\varepsilon_A = 1.800$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.600$ (**a-d**), 1.805 (**e-h**, 1.800 (**i-l**), 1.815 (**m-p**). Степень беспорядка в слоях A приведена над колонками. Рисунок воспроизводится по статье [179].

$\sigma_{\varepsilon A} = 0.1, 0.15$, рис. 50g,h). Во-вторых, асимметричный контур резонанса Фано (рис. 50i,m) при введении беспорядка в слоях A сохраняет асимметрию вплоть до условия $\sigma_{\varepsilon A} = 0.0$ и трансформируется в симметричную брэгговскую стоп-зону только при условии $\sigma_{\varepsilon A} \geq \sigma_{\varepsilon B}$.

4.1.2 Локализация и делокализация световой волны в структурах с беспорядком

Обсудим, как связаны спектры экстинкции χ с пространственным распределением поля внутри фотонного кристалла с беспорядком по ε (рис. 51). На рис. 51a-d представлены спектры экстинкции в окрестности брэгговского резонанса второго порядка $h = 2$ для четырех случаев, соответствующих разным спектральным профилям линии: брэгговская стоп-зона (рис. 51a), брэгговская полоса пропускания (рис. 51b) и два спектра с асимметричным профилем Фано, у которых параметр q имеет противоположный знак (рис. 51c,d). Для каждого из рассматриваемых случаев был рассчитан усредненный спектр (число реализаций $M = 500$), а также по два спектра случайной реализации без усреднения. Важно отметить, что спектры без усреднения в общих чертах соответствуют усредненному спектру (рис. 51a-d), хотя и содержат резонансные особенности, связанные с пространственно локализованными состояниями. В этой общности и заключается проявление эргодичности, т.е. самоусреднения спектров экстинкции при большом числе слоев N (в данном случае $N = 2000$). Предыдущий анализ спектров, представленных на рис. 45 и 49, позволяет выделить три качественно разные спектральные области. Назовем их фоновой компонентой Фабри-Перо (область отмечена зеленой стрелкой на рис. 51a-d), брэгговским пиком (полоса пропускания, красная стрелка) и брэгговским провалом (стоп-зона, синяя стрелка). Из рис. 51b-d видно, что брэгговская полоса пропускания (красная стрелка) присутствует как для каждой реализации беспорядка, так и для усредненного спектра. Амплитуда флуктуаций в спектре экстинкции заметно подавляется на частотах брэгговской полосы пропускания. При этом усредненная экстинкция стремится к нулю. За пределами брэгговской полосы пропускания амплитуда флуктуаций коэффициента экстинкции

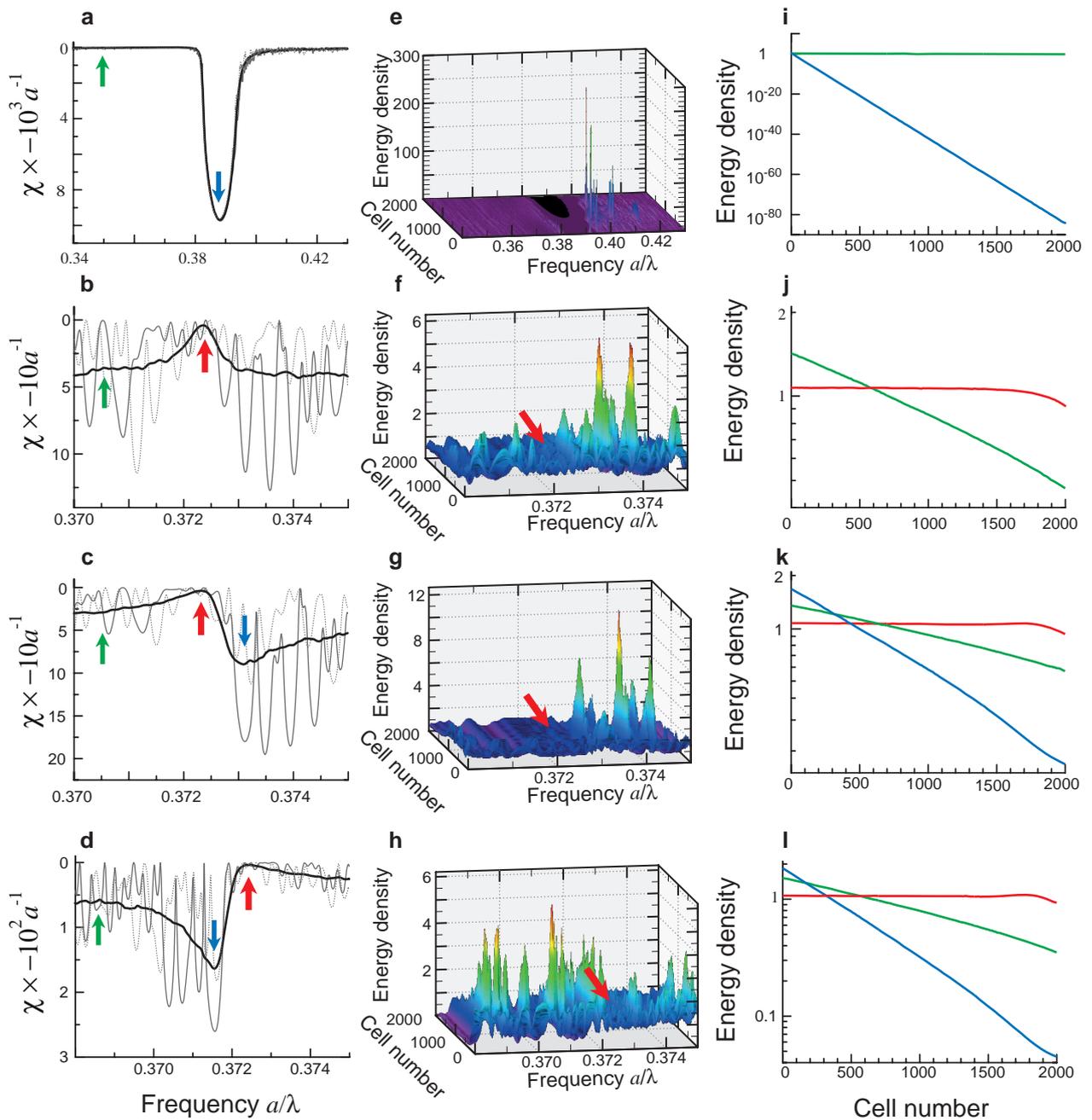


Рисунок 51 — Делокализация света на брэгговской длине волны в одномерных фотонных кристаллах с беспорядком по ε . (a-d) усредненные спектры экстинкции χ (жирные кривые) и спектры экстинкции для двух конкретных реализаций (тонкие и пунктирные кривые) в окрестности брэгговского резонанса второго порядка. Стрелками указаны три области: фоновое рассеяние Фабри-Перо (зеленая стрелка), брэгговский пик (синяя) и брэгговский провал (красная). (e-h) Распределение интенсивности электрического поля, нормированной на интенсивность падающей волны. (i-l) Распределение усредненного логарифма плотности электромагнитной энергии для трех спектральных областей. Параметры одномерного фотонного кристалла: $\bar{w}_B = 0.7a$, $N = 2000$, $M = 500$. $\sigma_{\varepsilon B} = 0.1$, $\varepsilon_A = 1.800$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.600$ (a,e,i), 1.805 (b,f,j), 1.800 (c,g,k), 1.815 (d,h,i). Рисунок воспроизводится по статье [179].

большая как на частотах фоновой компоненты Фабри-Перо, так и в области брэгговской стоп-зоны (рис. 51d).

На рис. 51e-h представлено распределение плотности энергии электромагнитного поля по одномерной неупорядоченной структуре в зависимости от частоты для некоторой реализации. Отдельные пики соответствуют локализованным модам. Рисунки 51f-h демонстрируют фактическое отсутствие локализованных мод в области брэгговской полосы пропускания. Однако вне этой полосы наблюдаются области сильной локализации света в полном соответствии со спектрами на рис. 51b-d. Отметим, что экстинкция обратно пропорциональна длине локализации, т.е. сильная локализация соответствует большим значениям коэффициента экстинкции. Этот результат следует из рис. 51i-l, демонстрирующих усредненную плотность энергии электромагнитного поля в логарифмической шкале. На частотах брэгговской полосы пропускания электромагнитная энергия распределена равномерно по структуре за исключением приграничных областей. При этом на частотах фоновой компоненты Фабри-Перо, а также в области брэгговской стоп-зоны плотность энергии экспоненциально затухает с расстоянием. Наклон кривых на рис. 51i-l соответствует обратной длине локализации. Таким образом, рис. 51 убедительно доказывает, что делокализация света возникает вблизи брэгговских частот в одномерном фотонном кристалле с беспорядком по ε .

Перед тем, как перейти к изложению аналитической модели, описывающей резонанс Фано, продемонстрируем выполнение эргодичности для исследуемой структуры. Рисунок 52 демонстрирует эргодическое самоусреднение спектров экстинкции с резонансами Фано в достаточно длинных структурах. Неусредненный спектр экстинкции некоторой реализации достаточно длинной структуры с беспорядком стремится к спектру экстинкции короткой структуры, усредненному по достаточно большому числу ансамблей различных реализаций (красный пунктир на рис. 52)

4.1.3 Аналитическая модель

Ниже будет кратко описана аналитическая модель, разработанная А.Н. Поддубным [179], которая прямо подтверждает выводы о наличии резонанса

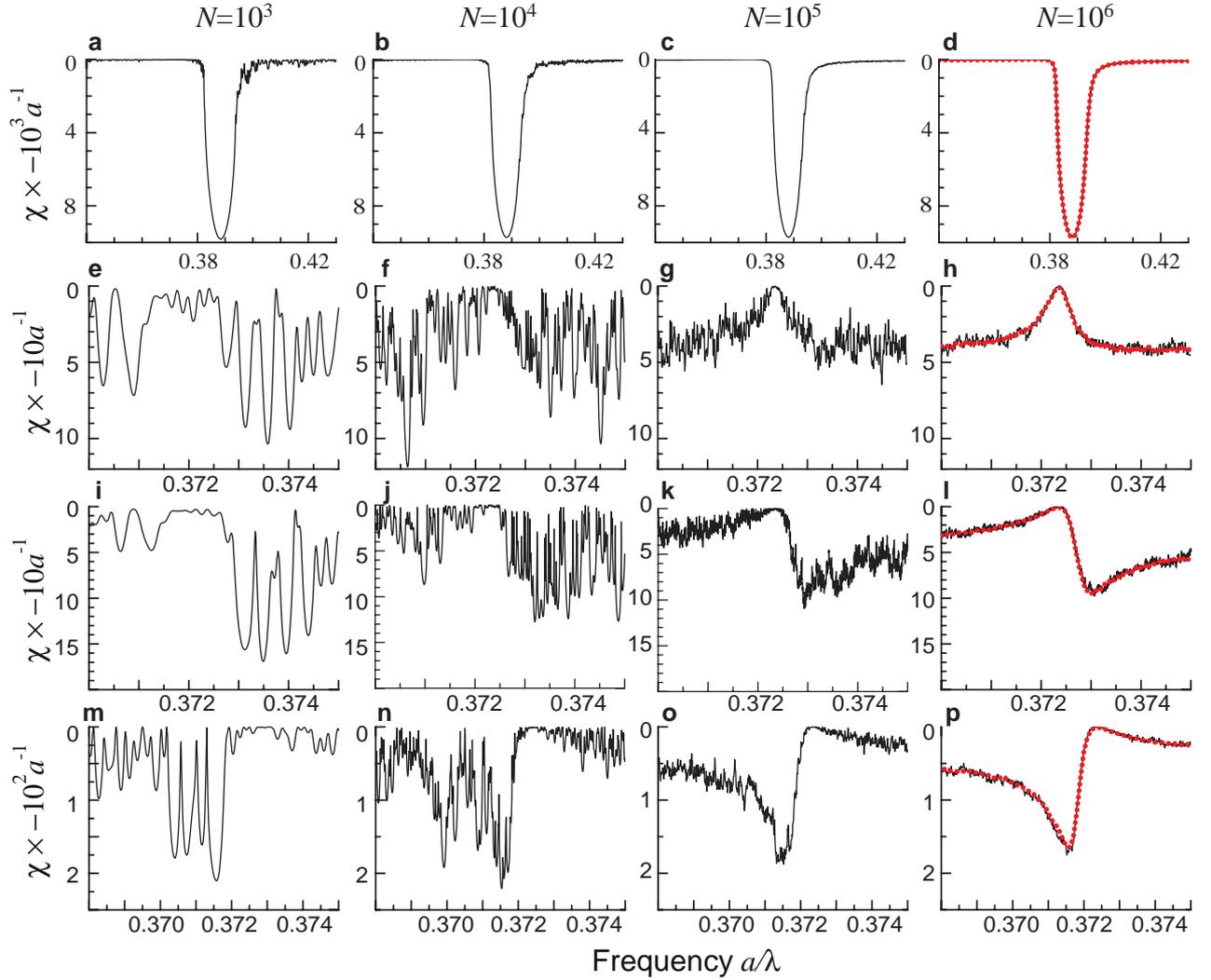


Рисунок 52 — Демонстрация эргодичности одномерных структур с беспорядком. Неусредненные спектры экстинкции случайной реализации в зависимости от числа слоев N . (a-d) спектры с провалом, (e-h) спектры с пиком. (i-l) и (m-p) спектры с асимметричным профилем Фано. Параметры структур $\bar{w}_B = 0.7a$, $\sigma_{\varepsilon B} = 0.1$, $\varepsilon_A = 1.800$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.600$ (a-d), 1.805 (e-h), 1.800 (i-l), 1.815 (m-p). Красная пунктирная линия – спектр экстинкции, усредненный по ансамблю из $M = 10^3$ реализаций структуры состоящей из $N = 10^4$ элементарных ячеек. Рисунок воспроизводится по статье [179].

Фано в неупорядоченной по ε 1D фотонной структуре, которые были сделаны на основании численных расчетов [19; 179]. Будем придерживаться фазового формализма [240], применимого к произвольной одномерной системе. На языке матриц переноса [246] можно определить коэффициент экстинкции χ решая уравнение Фоккера-Планка для распределения фазы электрического поля. Обсудим основные результаты теории (детали описаны в статье [179]). В приближении малого диэлектрического контраста исследуется область вблизи заданной брэгговской частоты ω_h (4.1). Выражение для экстинкции может быть получено, если предположить, что структура обладает сильным беспорядком по отношению к усредненному диэлектрическому контрасту $\sigma_{\varepsilon B} \gtrsim |\bar{\varepsilon}_B - \varepsilon_A|$, и кроме этого, будем считать, что толщина слоев B больше длины волны, т.е. $\Phi_h = \omega_h \sqrt{\varepsilon_A} w_B / c \gtrsim 1$. В этом выражении был введен новый параметр – средний набег фазы Φ_h в слоях B на частоте брэгговского резонанса, который является ключевым для решения задачи. Используя такие предположения, спектр экстинкции можно записать в виде формулы Фано

$$\chi(\Omega) = \frac{\sin^2 \Phi_h \sigma_{\varepsilon B}^2 (\Omega + q)^2}{4a\varepsilon_A^2 (\Omega^2 + 1)}, \quad (4.4)$$

где безразмерная частота имеет вид $\Omega = (\omega - \omega_h) / \Gamma_h$. При этом параметр Фано выражается следующим образом

$$q = -\cot \Phi_h \left(1 + \frac{|\bar{\varepsilon}_B - \varepsilon_A|^2}{\sigma_{\varepsilon B}^2} \right) - \frac{1}{\Phi_h} \frac{2\varepsilon_A |\bar{\varepsilon}_B - \varepsilon_A|}{\sigma_{\varepsilon B}^2}. \quad (4.5)$$

Относительная ширина резонанса Γ_h / ω_h равна $\pi h w_B^2 \sigma_{\varepsilon B} / (4a^2 \varepsilon_A^2)$. В данном случае параметр Фано в первую очередь зависит от набега фазы Φ_h .

Сравним теперь уравнение (4.4) с результатами численного моделирования. Вдали от брэгговских частот, т.е. при $\Omega \gg q$, спектр экстинкции имеет вид $\chi = \sin^2 \Phi_h \sigma_{\varepsilon B} / (4a\varepsilon_A^2)$. Это выражение описывает фоновую компоненту рассеяния Фабри-Перо (4.3) представленную на рис. 45–51. Уравнение (4.4) выведено для частот в ближайшей окрестности брэгговского резонанса в пренебрежении частотной зависимостью фоновой компоненты (4.3). Вблизи брэгговской частоты (4.1), соответствующей $\Omega = 0$, длина локализации может и увеличиться, и уменьшится согласно спектральному профилю резонанса Фано (4.4). Общее объяснение этому эффекту состоит в интерференции между актами однократного рассеяния, которые определяют фоновую компоненту рассеяния Фабри-Перо, и когерентным многократным рассеянием, которое проявляется на брэг-

Таблица 2 — Режимы распространения света в фотонных кристаллах с беспорядком по ε в зависимости от толщины слоев B . Таблица воспроизводится по статье [179].

Толщина слоев B	$w_B \ll \lambda$	$w_B \sim \lambda$
Режим рассеяния	Рэлеевский режим	режим Фабри-Перо
Брэгговская полоса ($\bar{\varepsilon}_B = \varepsilon_A$)	полоса пропускания	резонанс Фано
Брэгговская полоса ($\bar{\varepsilon}_B \neq \varepsilon_A$)	стоп-зона	резонанс Фано
Микроскопическое описание	эффект Бормана	эффект Бормана и наведенный беспорядком диэлектрический контраст

говских частотах. Критически важным условием для возникновения такой интерференции является отсутствие беспорядка по w в соответствии со спектрами на рис. 49. Этот вывод подтверждает результаты феноменологической интерпретации спектров, основанной на результатах численного моделирования [19].

Проанализируем усиление (в стоп-зонах) и подавление (на полосах пропускания) локализации света на брэгговских частотах в рамках микроскопической модели, когда средний контраст обращается в нуль $\bar{\varepsilon}_B = \varepsilon_A$, а параметр Фано имеет вид $q = -\cot \Phi_h$. Отдельно рассмотрим два случая. Первый случай соответствует условию $\cos \Phi_h = 0$, т.е. $w_B/a = (2k+1)/(2h)$ для $k = 0, 1, \dots$. Тогда на брэгговской частоте ω_h минимумы электрического поля находятся в центре слоев B . Такая волна становится малочувствительной к флуктуациям ε_B^j в слоях B , и поэтому локализация подавляется (появляется брэгговская полоса пропускания). При этом параметр Фано и коэффициент экстинкции обращаются в нуль в соответствии с формулой Фано, $q = 0$ и $\chi(\Omega = 0) = 0$ (4.4). Этот эффект может быть интерпретирован как эффект Бормана (см Главу 3), обобщенный на случай неупорядоченных структур. Отметим, что подавление локализации в одномерных неупорядоченных системах изучалось ранее в работах [239–242].

Рассмотрим теперь второй случай, когда выполняется условие $\sin \Phi_h = 0$, т.е. $w_B/a = k/h$, где $k = 1, 2, \dots$. Согласно уравнению (4.2) в этом случае линейный по диэлектрическому контрасту вклад в коэффициент отражения от каждого слоя r_j обращается в нуль и основной вклад будет давать квадратичная поправка разложения $r_j \propto w_B^2 (\varepsilon_B^j - \varepsilon_A)^2$. Среднее значение этой поправки не равно нулю, т.е. средняя амплитуда коэффициента отражения является

одинаковой для всех слоев. Конструктивная интерференция отраженных волн приводит к появлению пика в спектре экстинкции $\chi(\omega)$ в соответствии с формулой Фано (4.4). Это необычная стоп-зона индуцированная беспорядком, которая определяется флуктуацией диэлектрической проницаемости ε_B^j . Мы рассмотрели два предельных случая. В общем случае значение фазы Φ_h в соответствии с профилем Фано (4.4) определяется эффектом Бормана, отвечающего за появление полосы пропускания, и брэгговской стоп-зоны, индуцированной беспорядком.

Режим резонанса Фано выполняется, когда толщина слоя B и длина электромагнитной волны являются величинами одного порядка. При очень больших и очень маленьких значениях w_B/λ интерференция не играет существенной роли. Большие значения w_B/λ соответствуют режиму геометрической оптики, который реализуется для больших порядков брэгговских резонансов h . Относительная ширина брэгговских полос Γ_h/ω_h растет вместе с ростом h и становится сравнимой с расстоянием между брэгговскими частотами для соседних порядков. Это приводит к тому, что брэгговские резонансы перекрываются и размываются. Другой предельный случай узких слоев B ($w_B \ll \lambda$) является одномерным аналогом рассеяния Релея. В этом пределе квадратичная поправка по диэлектрическому контрасту к коэффициенту отражения r_j от слоев B пренебрежимо мала. Таким образом, индуцированный беспорядком контраст подавляется, и коэффициент экстинкции определяется только эффектом Бормана, который проявляется в виде провала в спектре $\chi(\omega)$ (полоса пропускания).

Когда средний диэлектрический контраст не равен нулю, $\varepsilon_B^j \neq \varepsilon_A$, результаты остаются качественно теми же самыми. В режиме Фано ($w_B \sim \lambda$) диэлектрический контраст изменяет значение параметра Фано. Как видно из уравнения (4.4), большой диэлектрический контраст приводит к большим значениям параметра q , что проявляется в появлении пика в спектре экстинкции (брэгговской стоп-зоны). Однако напомним, что уравнение (4.4) выведено в приближении малого среднего диэлектрического контраста по сравнению с беспорядком, и мы не можем быть уверены в правильности аналитической теории в этом режиме. В случае рэлеевского режима ($w_B \ll \lambda$) спектр экстинкции имеет брэгговский максимум и минимум из-за эффекта Бормана на краю стоп-зоны.

В таблице 2 приведены результаты аналитической модели. При малых толщинах слоев B (режим рэлеевского рассеяния) спектр экстинкции содержит

узкую полосу пропускания, связанную с эффектом Бормана и, в случае ненулевого среднего диэлектрического контраста, дополнительно появляется брэгговская стоп-зона. При толщинах, сравнимых с длиной волны («режим рассеяния Фабри-Перо» – по аналогии с режимом рассеяния Ми), спектральный профиль резонанса Фано существенно зависит от отношения w_B/λ , что является результатом явления, определяемого эффектом Бормана и индуцированным беспорядком диэлектрического контраста. Переход от рэлеевского режима рассеяния к геометрической оптике ранее обсуждался в отношении фотонных кристаллов в работе Джона [2]. Мы продемонстрировали, что между этими двумя режимами существует режим Фабри-Перо, приводящий к появлению резонансов Фано в спектрах.

4.1.4 Анализ резонанса Фано в одномерных фотонных кристаллах с беспорядком по диэлектрической проницаемости

Изложенная аналитическая теория подтверждает предложенную в начале этого раздела интерпретацию спектральных особенностей на рис. 45–51 как резонансов Фано. Рассмотрим спектры пропускания в зависимости от относительной толщины w_B/a слоев B (см. рис. 53а 1а). Рисунки 53b-d демонстрируют значения параметра q , полученные на основе аппроксимации формулой Фано усредненных спектров экстинкции, рассчитанных методом матриц переноса [19]. На рисунках. 53b-d приводятся данные для брэгговских линий порядков $h = 1, 2$ и 3 в сравнении с теоретическими зависимостями, рассчитанными по формуле (4.5). Видно хорошее соответствие численных результатов с аналитической моделью. Существенное отклонение от режима Фано наблюдается только для брэгговской полосы первого порядка, при малых значениях w_B/a , что соответствует рэлеевскому режиму, обсуждавшему выше. В остальных случаях видно, что форма линии трансформируется периодически при изменении w_B , проходя полный цикл. В каждом цикле наблюдается следующая последовательность: симметричная стоп-зона ($q \rightarrow \infty$), соответствующая максимуму синусоидальной фоновой компоненте рассеяния Фабри-Перо; асимметричная линия с затянутым длинноволновым крылом и провалом со стороны коротких длин волн ($q < 0$); симметричная полоса пропускания ($q = 0$); асимметричная

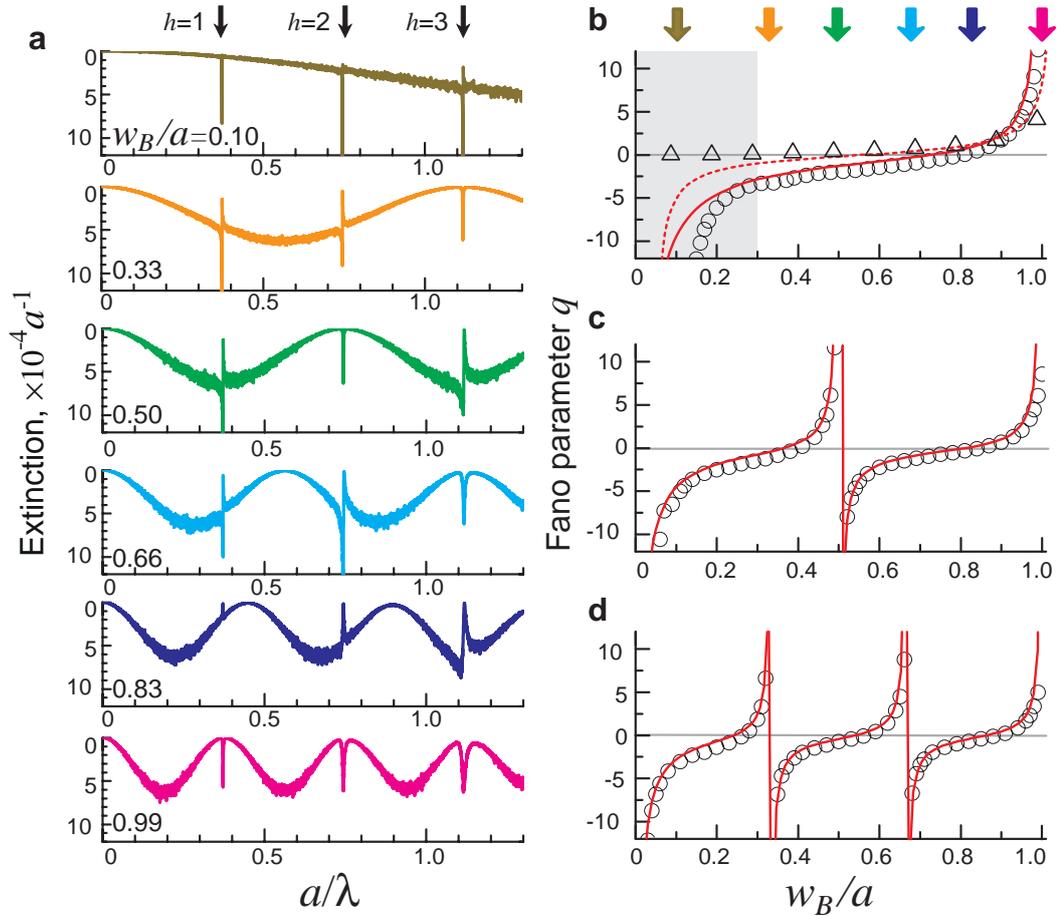


Рисунок 53 — Трансформация брэгговской полосы и параметр Фано в спектрах одномерных фотонных кристаллов с беспорядком по ε в зависимости от относительной толщины слоев B . (а), усредненный спектр экстинкции одномерного фотонного кристалла с беспорядком по ε при изменении w_B/a . (b-d), Параметр Фано q для первого порядка (b), второго порядка (c) и третьего порядка (d) брэгговского резонанса. Красные линии – параметр Фано q вычисленный по формуле (4.4), значки – параметр Фано q , полученный в результате аппроксимации спектров, найденных численно. Стрелки над верхней панелью (b) соответствуют значениям параметра w_B/a для спектров, приведенных на панели (a). При вычисления использовались следующие параметры: $\varepsilon_A = 1.80$, $\sigma_{\varepsilon B} = 0.1$, $\bar{\varepsilon}_B = 1.81$, $N = 2000$, $M = 1000$. Треугольники и пунктир на панели (b) соответствуют случаю нулевого среднего диэлектрического контраста $\varepsilon_A = \bar{\varepsilon}_B = 1.81$. Режим эффекта Бормана отмечен на панели (b) серой областью. Рисунок воспроизводится по статье [179].

линия с затянутым коротковолновым крылом и провалом со стороны длинных волн ($q > 0$); снова симметричная стоп-зона ($q \rightarrow \infty$) и так далее. При изменении относительной толщины w_B/a слоев B от нуля до единицы, h периодов фоновой компоненты Фабри-Перо проходят вдоль брэгговской линии порядка h , которая демонстрирует h полных циклов изменения формы резонанса Фано.

Таким образом, сопоставление аналитических и численных результатов позволяет глубже разобраться в процессах локализации и делокализации волн в структурах с беспорядком. Даже в классическом объекте картина локализации и делокализации электромагнитных волн оказалась намного богаче, чем считалось ранее. Наши результаты демонстрируют, каким образом брэгговская стоп-зона может трансформироваться в полосу пропускания, в результате чего происходит переход от локализации к делокализации света.

В основе такой трансформации брэгговской полосы лежит интерференция между многократным отражением (брэгговским рассеянием) и индуцированным беспорядком рассеянием Фабри-Перо. Такая интерференция может быть описана в терминах резонанса Фано, что позволило найти циклическую зависимость формы линии от относительной толщины слоев B . Отметим, что описанный резонанс Фано и андерсоновская локализация света имеют общий физический механизм, возникающий за счет формирования различных мод из-за многократного рассеяния волн на случайной структуре. Общий механизм формирования этих двух эффектов позволяет утверждать, что резонанс Фано может проявляться в тех же системах, в которых наблюдалась андерсоновская локализация, а не только в неупорядоченных фотонных кристаллах. В частности, резонанс Фано должен наблюдаться в бинарных полупроводниковых сверхрешетках, когда эффективная масса носителей флуктуирует в одном из слоев, при анализе фононного транспорта по сверхрешеткам. Полупроводниковые гетероструктуры могут быть такими объектами с контролируруемыми параметрами, поскольку квантовые каскадные лазеры с более чем тысячей слоев [263; 264], а также апериодические фотонные структуры с сотнями слоев [265; 266] создаются современными технологическими методами. Отметим, что законы локализации света существенно отличаются для одномерных и трехмерных структур [255]. Тем не менее, резонансы Фано проявляются в спектрах трехмерных фотонных кристаллов, о чем будет рассказано в следующем разделе.

4.2 Экспериментальное наблюдение индуцированного беспорядком резонанса Фано

В этом разделе мы будем рассматривать экспериментальные результаты, полученные при исследовании синтетических опалов. В природе опалы являются полудрагоценными камнями [267], которые ценятся из-за восхитительной игры цвета, так называемой иридесценции (рис. 54). Как показали исследования [268—270], опалы состоят из плотноупакованных сферических частиц кремнезема $\alpha\text{-SiO}_2$ характерного размера в несколько сотен нанометров, которые упакованы преимущественно в гранецентрированную кубическую (ГЦК) структуру. Периодическая структура приводит к возникновению брэгговской дифракции света, которая в данном случае называется иридесценцией [271].

Технология изготовления синтетических (искусственных) опалов состоит из нескольких этапов. На первом этапе методом Штобера [272] синтезируют сферические частицы кремнезема в жидкой среде. Метод позволяет получать суспензию, в которой частицы $\alpha\text{-SiO}_2$ имеют одинаковые размеры в пределах некоторой дисперсии, которая обычно не превышает нескольких процентов. Далее, частицы оседают на подложке, формируя плотную упаковку. После чего при помощи термического отжига удаляется жидкость из пространства между сферами, происходит спекание сферических частиц друг с другом, что приводит к увеличению механической стабильности опалов.

При изготовлении образцов синтетических опалов широко применяются два способа осаждения сферических частиц на подложку. Первый состоит в седиментации за счет гравитационных сил, осаждающих частицы кремнезема на дно емкости, в которой находится суспензия [268; 273; 274]. Этот способ позволяет получить объемные образцы синтетических опалов размерами несколько сантиметров в горизонтальной плоскости и нескольких (а иногда, даже до десятков) миллиметров в высоту. Вторым способом называют методом вертикального или менискового осаждения [275]. В этом случае подложка располагается вертикально, и сферические частицы осаждаются на подложку в области менисков благодаря силам поверхностного натяжения. По мере испарения жидкости частицы $\alpha\text{-SiO}_2$ покрывают поверхность подложки. В результате получается пленочный образец синтетического опала, покрывающий всю подложку и имеющий в третьем направлении от единиц до десятков монослоев. Отметим, что вместо

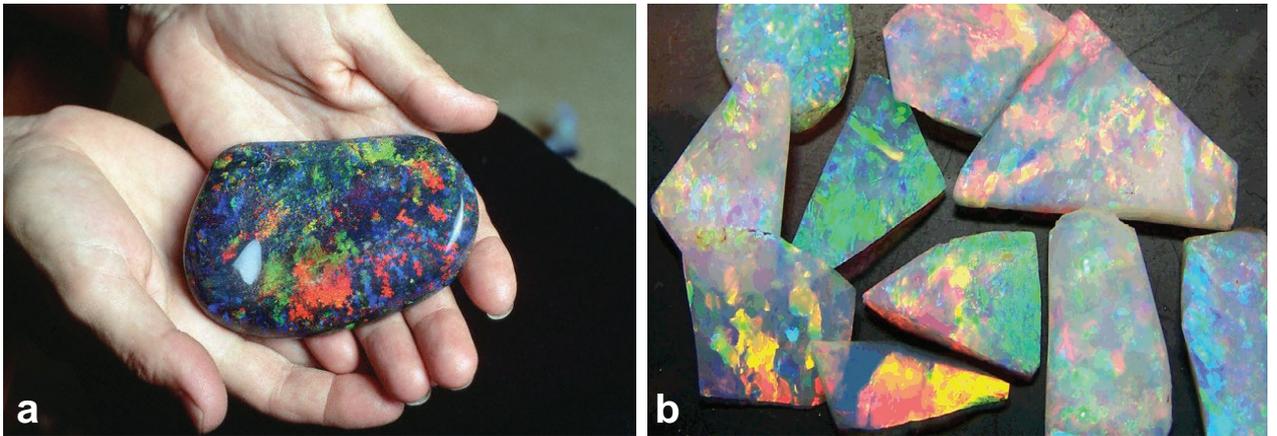


Рисунок 54 — Фотографии природных (a) и синтетических (b) опалов.

частиц $\alpha\text{-SiO}_2$ на подложку можно осаждать полимерные частицы, например, частицы из полистирола или из полиметилметакрилата [257].

Большой интерес к синтетическим опалам вызвала статья [46], в которой была исследована брэгговская дифракция и опалы были отнесены к классу фотонных кристаллов. После этой работы синтетические опалы начали изучаться в большом числе групп по всему миру. Была исследована структура опалов, которая в большинстве случаев обладает двойникованной ГЦК решеткой [276]. Это связано с тем, что ГЦК структура хотя и незначительно, но все таки энергетически выгоднее гексагональной плотноупакованной (ГПУ) структуры [277; 278], также имеющей плотную упаковку, как и ГЦК. Отработанная технология позволяет изготавливать монокристаллические образцы высокого качества с минимальным числом двойников [186] (см. рис. 55).

При экспериментальном исследовании синтетических опалов обычно используют спектроскопические методики: измеряются спектры пропускания и отражения. Самой длинноволновой стоп-зоной в опалах является стоп-зона, связанная с брэгговской дифракцией на кристаллических плоскостях $\{111\}$ [280]. Отметим, что технология изготовления образцов определяет выделенную систему плоскостей (111), параллельную плоскости подложки. Исследование этой стоп-зоны наиболее доступно в эксперименте, поэтому она изучалась в большинстве работ, посвященным опалам. Помимо пропускания и отражения для изучения оптических свойств опалов применяются дифракционные методики, которые заключаются в анализе картин оптической дифракции на образце в зависимости от его ориентации относительно падающего луча [281].

В идеальной ГЦК структуре плотноупакованных сфер с точечным касанием объем, занимаемый частицами, составляет величину $\approx 74\%$. Пустоты между частицами также формируют периодическую структуру, исходно заполненную воздухом. При этом воздух можно заменить на жидкий или твердый наполнитель, что позволяет, во-первых, изменить диэлектрический контраст, и, во-вторых, использовать оптические свойства наполнителя, например, в качестве активной излучающей среды [282; 283]. Особый интерес представляют инвертированные опалы – структуры, в которых на первом этапе пустоты были заполнены твердым веществом, а на втором этапе материал сферических частиц ($\alpha\text{-SiO}_2$ или полимер) удаляется из образца. В результате получается образец инвертированного опала из материала с высоким значением диэлектрической проницаемости [284–286]. Напомним, что согласно теоретическим расчетам (см.

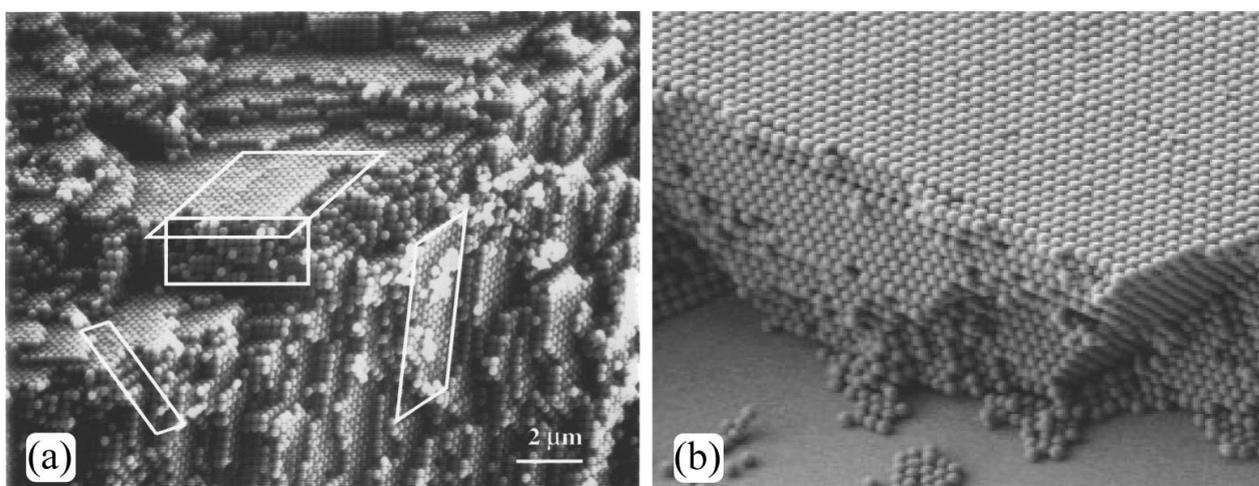


Рисунок 55 — СЭМ изображения образцов опалов. (а) Изображение поверхности образца синтетического опала, выращенного методом седиментации. На рисунке отмечены кристаллографические плоскости семейства $\{111\}$. Изображение приведено из статьи [279]. (б) Изображение скола пленочного образца монокристаллического синтетического опала, выращенного методом вертикального осаждения. Изображение приведено из статьи [186].

Главу 1), в инвертированных опалах из материала с диэлектрической проницаемостью ϵ превышающей величину порядка 9 в частотном спектре открывается полная запрещенная зона.

Объемные образцы синтетических опалов, изготовленные методом седиментации, удобно изучать, понижая диэлектрический контраст между сферическими частицами и веществом, заполняющим пустоты [281]. Благодаря этому удается зарегистрировать спектры пропускания при прохождении луча света через образец толщиной несколько миллиметров. Без использования иммерсионной жидкости структурные дефекты и неоднородности сферических частиц, которые непременно присутствуют в объемных образцах, рассеивают луч света, и регистрация спектров пропускания становится крайне затруднительной.

4.2.1 Индуцированные беспорядком резонансы Фано в оптических спектрах синтетических опалов

В предыдущих разделах мы обсуждали резонансы Фано, которые наблюдаются в случае, когда узкая линия интерферирует с медленно меняющимся фоновым рассеянием. В спектрах пропускания и отражения синтетических опалов брэгговская стоп-зона (111) проявляется в виде относительно узкой линии. Типичная ширина линии (111) опалов, иммерсированных в жидкий наполнитель, составляет величину порядка 10–30 нм (рис. 56). При этом полоса (111) с центром 715 нм имеет в спектрах ярко выраженную асимметричную форму, что указывает на возможный резонанс Фано, в котором брэгговская полоса играет роль узкой линии на фоне широкополосного медленно меняющегося контура. На рисунке 56 явно видно, что длинноволновое крыло линии (111) имеет более пологую форму по сравнению с резким коротковолновым крылом. Отметим, что асимметричный профиль брэгговской линии наблюдался в целом ряде работ [43; 279; 280; 287; 288].

Обсудим природу фонового рассеяния, которая неизменно присутствует в спектрах пропускания иммерсированных образцов синтетического опала. Если бы опал имел идеальную структуру без дефектов, то в спектральных областях между брэгговскими стоп-зонами должно наблюдаться пропускание близкое к 100%, поскольку эти диапазоны соответствуют разрешенным (незатухающим)

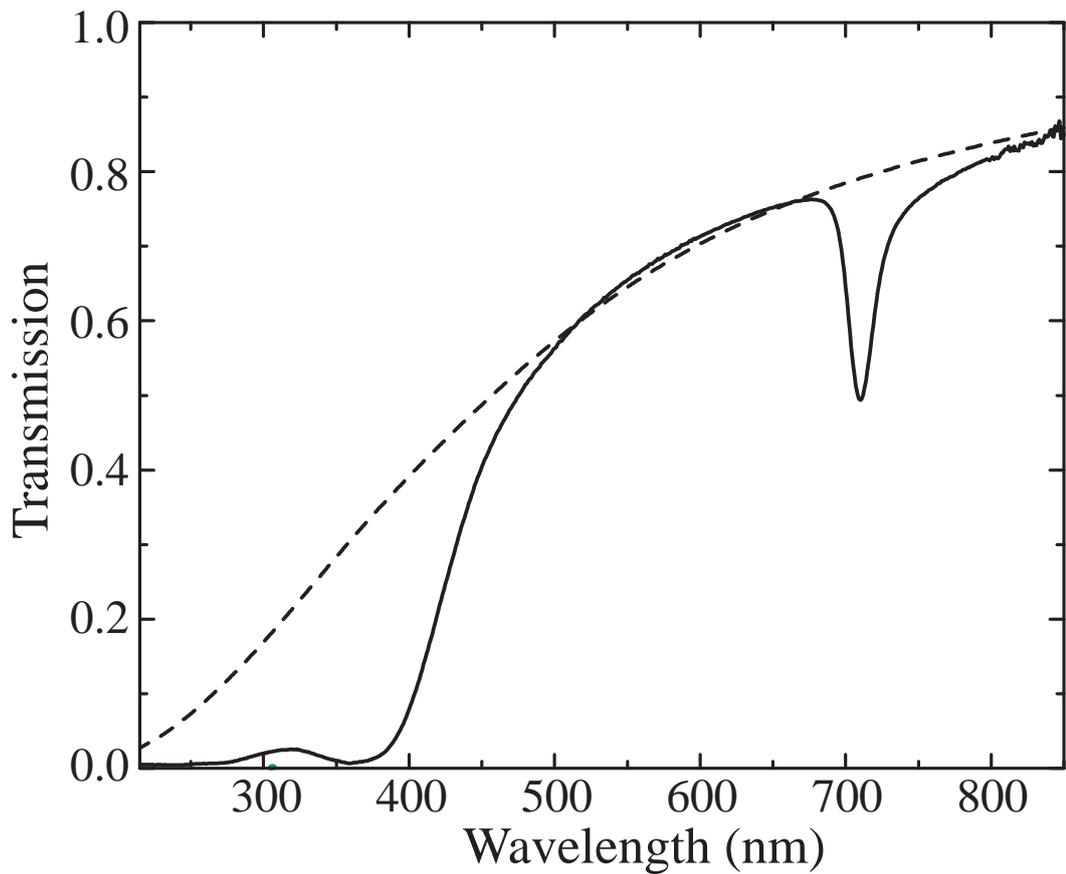


Рисунок 56 — Экспериментальный спектр пропускания образца синтетического опала при распространении света вдоль направления $\Gamma \rightarrow L$ (сплошная кривая). Толщина образца 0.6 мм, диаметр сферических частиц кремнезема $D = 315 \pm 15$ нм. Рассчитанный по формулам теории Ми [113] спектр пропускания ансамбля неупорядоченных сферических частиц диаметра $D = 315$ нм (пунктирная кривая). Рисунок воспроизводится по статье [210].

состояниям, а иммерсия существенно подавляет отражение на границах образца. Однако в реальности фоновая компонента всегда наблюдается при исследовании опалоподобных фотонных кристаллов (рис. 56), что подтверждается спектрами, измеренными разными научными группами [43; 279; 280; 287; 288]. Отметим, что до выхода работ [187; 210] природа фоновой компоненты оставалась неясной.

Обратимся к рис. 57 и 58, на которых представлены результаты исследования образцов синтетических опалов, которые использовались в наших спектроскопических экспериментах, методами просвечивающей и сканирующей электронной микроскопии (ПЭМ и СЭМ). Из этих рисунков следует, что для опалов характерны два типа неоднородностей. Во-первых, как видно на картинах, полученных методом ПЭМ (рис. 57), сферических частиц кремнезема неоднородны, внутри сферической частицы наблюдаются многочисленные квазисферические области размером порядка 10 нм с другой плотностью вещества, что приводит к неоднородности ансамбля частиц по диэлектрической проницаемости. Во-вторых, результаты исследования методом СЭМ (рис. 58) свидетельствуют об определенном разбросе частиц по размерам. Оба эти фактора приводят к нескомпенсированному рассеянию Ми на ансамбле частиц $\alpha\text{-SiO}_2$, формирующих образец опала. В результате в спектрах наблюдается индуцированный неупорядоченностью фон, который хорошо фитируется спектральной зависимостью рассеяния Ми на сферических частицах с диаметром $D = 315$ нм, соответствующему усредненному размеру частиц экспериментального образца (рис. 56).

Чтобы утверждать, что в спектрах опалов наблюдается резонанс Фано с участием брэгговского резонанса, необходимо экспериментально продемонстрировать на нескольких образцах все характерные формы линии, соответствующие резонансу (рис. 1) и провести аппроксимацию спектров с использованием формулы Фано (3.6). При этом особый интерес представляет поиск «перевернутой» линии (параметр Фано $q = 0$), когда вместо брэгговской стоп-зоны возникает полоса брэгговского пропускания.

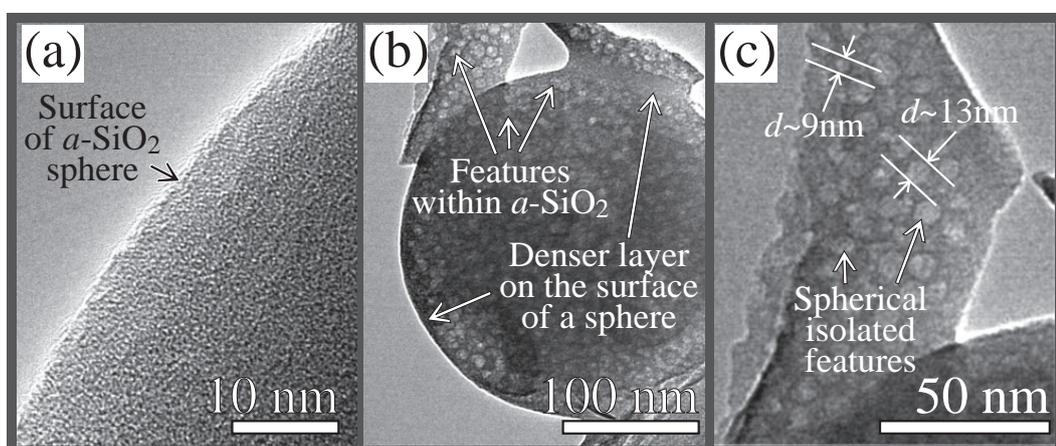


Рисунок 57 — Изображения сферических частиц $a\text{-SiO}_2$ опалов, полученные методом просвечивающей электронной микроскопии. Рисунок адаптирован из статьи [289].

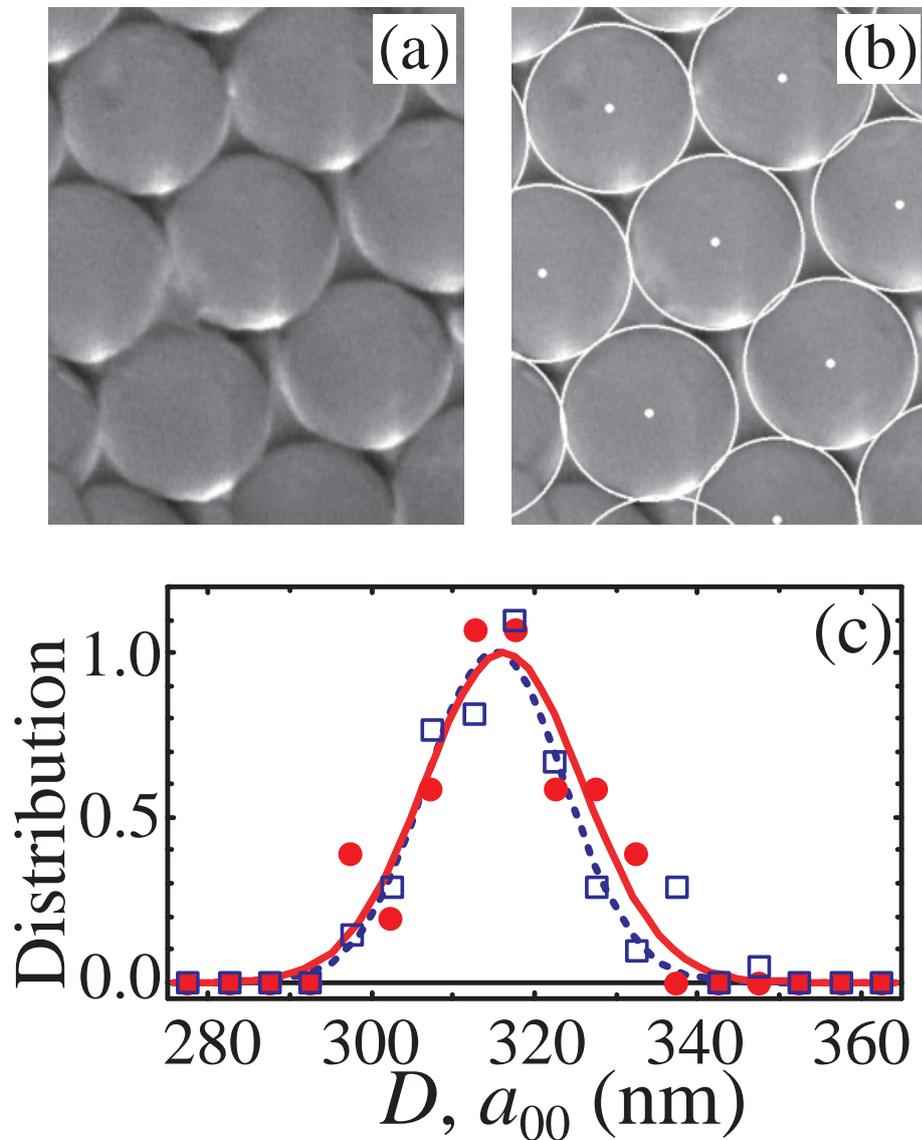


Рисунок 58 — Определение диаметра сферических частиц $a\text{-SiO}_2$, формирующих образец синтетического опала. (a) Фрагмент СЭМ изображения поверхности образца. (b) Границы сферических частиц $a\text{-SiO}_2$, определенные методом [290]. (c) Статистическое распределение диаметров D сферических частиц (красные кружки) и расстояний между центрами соседних частиц a_{00} (синие квадраты). Аппроксимация зависимостей функцией Гаусса – красная сплошная и синий пунктир, соответственно. Рисунок воспроизводится по статье [187].

4.2.2 Экспериментальное наблюдение резонанса Фано в синтетических опалах

Для того, чтобы установить механизм рассеяния света в синтетических опалах, мы провели тщательное исследование спектров пропускания образцов высокого качества, изготовленных методом седиментации. Образцы опалов были изготовлены М.И. Самойловичем (Техномаш, Москва) ГЦК решетку опалов формируют сферические частицы α -SiO₂ [289; 291–293], отличающихся друг от друга, как по размерам, так и плотностью материала, т.е. эффективной диэлектрической проницаемостью. В частности, неоднородность сфер α -SiO₂ приводит к тому, что в экспериментах с иммерсионными жидкостями различные (hkl) стоп-зоны в опалах пропадают при существенно различных значениях диэлектрической проницаемости заполнителя [289; 293]. Такой эффект невозможно наблюдать в двухкомпонентных фотонных кристаллах с однородными сферами, в которых однородный заполнитель приводил бы к исчезновению всех (hkl) стоп-зон одновременно, и структура становилась бы полностью оптически прозрачной. Неоднородность сфер α -SiO₂ позволила отнести опалы к классу многокомпонентных фотонных кристаллов [289; 293]. Рассеяние света на неоднородных сферах, спектральная зависимость которого описывается теорией Ми [113], приводит к возникновению медленно изменяющейся фоновой компоненты рассеяния, которая наблюдается в оптических спектрах опалов (рис. 56).

Все образцы, экспериментально исследованные в данном разделе, были выпилены из одного большого образца, сформированного сферическими частицами α -SiO₂ диаметра $D = 315 \pm 15$ нм, согласно результатам обработки изображений, полученным при помощи СЭМ (рис. 58), а также оценкой длинноволнового положения стоп-зоны (111) в спектрах пропускания (рис. 56). Экспериментальные данные, приведенные ниже получены на трех образцах в форме пластинок со сторонами $\approx 7.2 \times 3.0$ мм², параллельной ростовым плоскостям (111) и толщинами 0.6, 0.8 и 2.2 мм (размер вдоль ростового направления [111]).

Спектры пропускания синтетических опалов измерялись при прямом прохождении пучка монохроматического света через образец на двухлучевом спектрофотометре PerkinElmer Lambda-650 в ультрафиолетовом и видимом диапазоне длин волн 215–850 нм. Образцы помещались в центре кюветы с плоскопараллельными окнами из плавленого кварца, которая была заполнена иммерси-

онной жидкостью. Иммерсионная жидкость выступает как в роли заполнителя пустот между сферическими частицами $\alpha\text{-SiO}_2$, так и средой, окружающей образец. В экспериментах мы использовали две жидкости с низким коэффициентом поглощения во всем исследуемом диапазоне длин волн: дистиллированную воду $\varepsilon_f = 1.778$ и пропилен гликоль $\varepsilon_f = 2.053$, а также их смеси с разной концентрацией, что позволило плавно изменять диэлектрическую проницаемость заполнителя в диапазоне $1.778 \leq \varepsilon_f \leq 2.053$. Диэлектрическая проницаемость иммерсионной жидкости измерялась при помощи рефрактометра Аббе ИРФ-454 Б2М, погрешность измерений не превышает $7.5 \cdot 10^{-4}$. Для замены иммерсионной жидкости внутри образца опала мы подвергали образец термическому отжигу при температуре 600°C на протяжении 20 минут, что приводило к испарению иммерсионной жидкости из его пор. После чего образец заполнялся новой иммерсионной жидкостью с другим значением диэлектрической проницаемости.

Стоп-зона (111) в спектрах пропускания имеет большую интенсивность (см. рис. 56), что позволяет провести детальный анализ ее спектральной формы. Положение брэгговской полосы (111) определяется формулой

$$\lambda_{(111)} \approx \sqrt{8/3} \bar{D} \sqrt{g \bar{\varepsilon}_s + (1 - g) \varepsilon_f}, \quad (4.6)$$

в которой $g \approx 0.74$ – фактор заполнения пространства сферическими частицами $\alpha\text{-SiO}_2$, имеющими среднее значение диэлектрической проницаемости $\bar{\varepsilon}_s = 1.92$ [289].

Зависимость измеренных спектров пропускания от значения диэлектрической проницаемости заполнителя ε_f представлены на рис. 59. На этом рисунке хорошо прослеживается вся трансформация формы линии (111) при изменении значения ε_f . Во-первых, наблюдается хорошо известный эффект уменьшения интенсивности стоп-зоны, который возникает при приближении диэлектрической проницаемости заполнителя ε_f к значению, которое определяет условие исчезновения семейства стоп-зон $\{111\}$ в спектре пропускания из-за схлопывания запрещенной зоны в энергетическом спектре опала. Для исследуемого образца это значение равно $\varepsilon_f^0(111) = 1.816$ [289]. Во-вторых, наблюдается асимметрия линии (111), которая обладает зеркальной симметрией (в шкале длина волн) при замене знака диэлектрического контраста $\varepsilon_f - \varepsilon_f^0$. Действительно, при $(\varepsilon_f - \varepsilon_f^0) < 0$ (зеленые кривые на рис. 59) длинноволновое крыло брэгговской линии (111) более плавное по сравнению с резким коротковолновым

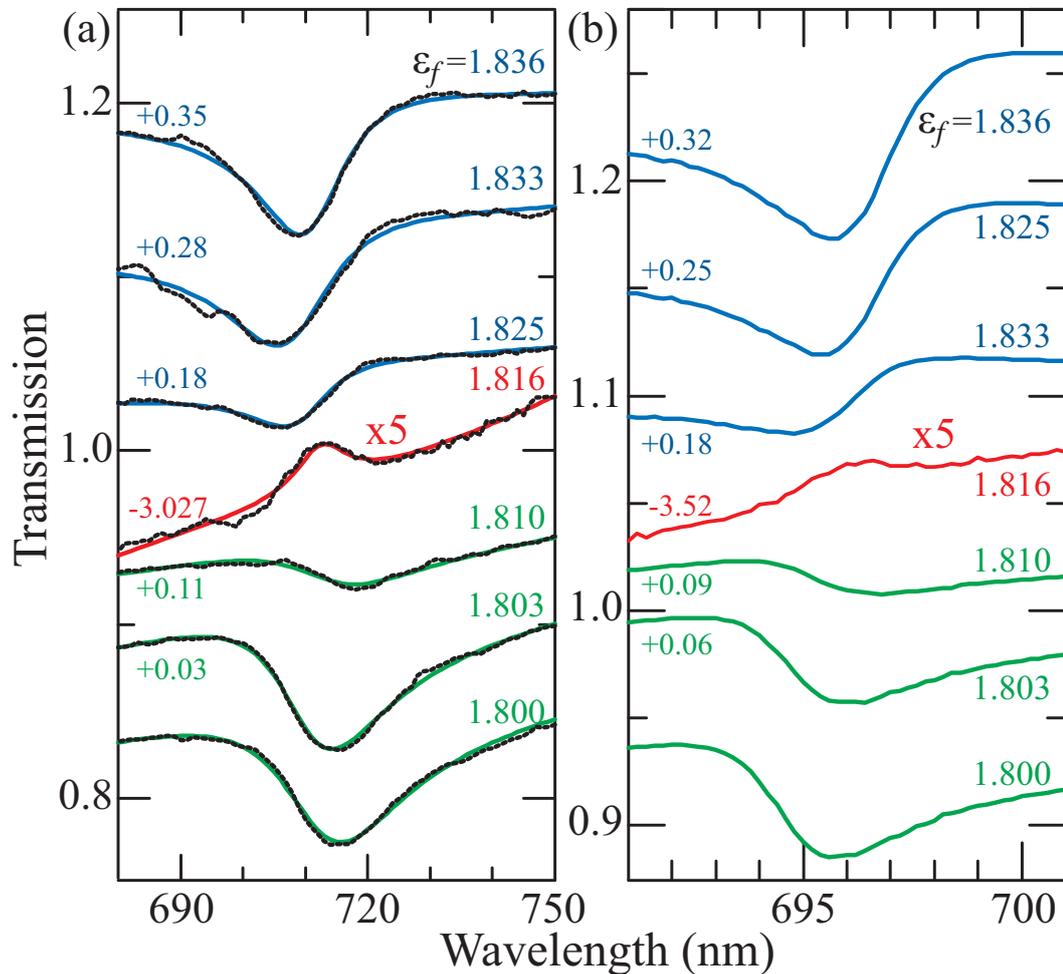


Рисунок 59 — (а) Спектры пропускания образца синтетического опала ($D = 315 \pm 15$ нм, толщина ≈ 0.6 мм) в окрестности брэгговской полосы (111) в зависимости от диэлектрической проницаемости заполняющей жидкости ϵ_f (черные кривые). Цветные кривые (красная, синяя и зелена) получены в результате аппроксимации экспериментальных спектров формулой Фано. (б) Результаты расчетов спектров пропускания при помощи квазитрехмерной модели неупорядоченного опала, описанной в тексте: число слоев равно 1000, усреднение проводилось по 40000 реализациям для $\epsilon_f = 1.816$ и 10000 реализациям для остальных значений ϵ_f . Для удобства анализа, на панелях (а) и (б) кривые смещены по вертикальной оси на указанную величину. Рисунок воспроизводится по статье [210].

крылом. При $(\varepsilon_f - \varepsilon_f^0) > 0$ (синие кривые на рис. 59) мы имеем зеркально-симметричную ситуацию: коротковолновое крыло брэгговской линии (111) более плавное по сравнению с резким длинноволновым крылом. Когда диэлектрическая проницаемость заполнителя в точности равна $\varepsilon_f = \varepsilon_f^0$ (красная кривая на рис. 59), вместо обычного провала (брэгговская стоп-зона) в спектрах наблюдается пик – полоса брэгговского пропускания. Отметим, что брэгговский пик пропускания может наблюдаться лишь в узком диапазоне значений заполнителя $\Delta\varepsilon_f \approx 1.816 \pm 0.003$. Таким образом, наблюдение всех характерных профилей контура Фано, включая «переворот линии» подтверждает вывод о наблюдении резонанса Фано между узкой брэгговской линией и широкополосным контуром рассеяния Ми, индуцированным структурной неоднородностью сферических частиц кремнезема $a\text{-SiO}_2$, образующих решетку опала. Наблюдаемые эффекты имеют прямую аналогию с превращением брэгговской стоп-зоны в брэгговскую полосу пропускания в одномерных фотонных кристаллах с беспорядком по ε за счет резонанса Фано, что было описано в предыдущем разделе.

Расчет спектров пропускания синтетического опала

Для одномерных фотонных кристаллов с беспорядком существует хорошо развитая теория, позволяющая описать транспортные свойства. Трехмерная задача является более сложной. Для описания экспериментальных спектров пропускания опалов была разработана упрощенная квазитрехмерная модель [187; 210]. Эта модель учитывает, как брэгговскую дифракцию на кристаллических слоях (111), сформированных из сферических частиц $a\text{-SiO}_2$, находящихся в узлах ГЦК решетки, так и дополнительное рассеяние, связанное с тем, что частицы отличаются друг от друга.

Предположим, что отдельные сферические частицы не касаются друг друга. Тогда мы можем использовать теорию многократного рассеяния, в которой рассеяние на каждой отдельно частичке определяется коэффициентами Лоренца-Ми, зависящими от параметров частицы. Электромагнитные волны, рассеявшись на частице, являются внешними волнами по отношению к другим частицам. Следовательно нам необходимо решать самосогласованную задачу о многократном рассеянии. В идеальной периодической структуре рассеяние

описывается блоховскими волнами, т.е. волны, рассеянные на индивидуальных частичках, должны складываться в блоховскую волну. Флуктуации в параметрах частиц, формирующих решетку опала, приводят к тому, что в рассеянии на каждой частице появляется случайная фаза и амплитуда, по сравнению с рассеянием на усредненной частице. На первый взгляд кажется, что в результате многократного рассеяния эти случайные отклонения усредняются, что приведет только к деградации блоховских волн. Кроме этого, очевидно, что общее пропускание должно уменьшаться из-за рассеяния на беспорядке. Подобные эффекты были описаны в ряде работ, в том числе посвященных опалам [43; 279; 280; 288; 294]. Однако в направлении, соответствующем брэгговскому отражению, случайный набег фазы не усредняется, а приводит к интерференции волн, порожденных двумя механизмами: (i) дифракцией на периодической структуре, приводящей к появлению узкой брэгговской полосы и (ii) нескомпенсированным рассеянием, индуцированным беспорядком в широком спектральном диапазоне.

Для описания экспериментально наблюдаемых особенностей (рис. 56 и 59) теоретическая модель распространения света должна учитывать оба механизма рассеяния, а также их взаимодействие. Рассмотрим двумерные слои, соответствующие плоскостям (111) ГЦК решетки опалов и будем использовать теорию Ми для нахождения коэффициентов рассеяния и пропускания через такой слой [113]. При этом брэгговская дифракция, а также другие эффекты многократного рассеяния внутри слоя не учитываются, что ограничивает применимость данной модели случаем малого диэлектрического контраста. Можно показать, что в таком приближении коэффициенты пропускания и отражения через слой непосредственно связаны с амплитудами рассеяния вперед $S(\theta = 0)$ и назад $S(\theta = 180^\circ)$, рассчитанными в рамках теории Ми [113]. Амплитуды рассеяния пропорциональны амплитуде волны, рассеянной на одиночной диэлектрической частице в направлении, заданном углом θ . Чтобы учесть случайный разброс параметров частиц в двумерных слоях, формирующих опал, были рассчитаны амплитуды рассеяния, усредненные по радиусам r и значениям диэлектрической проницаемости ε частиц. Усреднение проводится по каждому отдельному слою при помощи численного интегрирования амплитуд рассеяния, что позволило учесть распределение радиусов и диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}_n$ и \tilde{r}_n , которые изменяются от слоя к слою:

$$\tilde{S}_n(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\theta, \varepsilon, r) f_n(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_n, r - \tilde{r}_n) d\varepsilon dr, \quad (4.7)$$

где $f_n(\varepsilon, r)$ плотность распределения вероятности, которая в случае синтетических опалов может быть представлена нормальным (гауссовым) распределением (см. рис. 58). Можно показать, что коэффициенты пропускания и отражения для двумерного слоя выражаются формулами [113]

$$t_n = e^{ikh} \left(1 - \frac{2\pi\eta}{k^2} \tilde{S}_n(\theta = 0) \right), \quad (4.8)$$

$$r_n = e^{ikh} \frac{2\pi\eta}{k^2} \tilde{S}_n(\theta = 180^\circ). \quad (4.9)$$

В этих выражениях n – номер слоя, k – волновое число в материале-заполнителе, h – толщина слоев и η – плотность частиц в слое.

После того, как были определены коэффициенты рассеяния двумерных слоев сферических частиц, можно рассчитать пропускание и отражение через периодическую последовательность таких слоев при помощи метода матриц переноса [253]. Матрицы переноса вычисляются из коэффициентов пропускания и отражения, заданных уравнениями (4.8) и (4.9). Чтобы учесть беспорядок, диэлектрическая проницаемость частиц и их радиусы также варьируется от слоя к слою. Спектры пропускания усредняются по достаточно большому числу ансамблей.

В использованной модели брэгговская дифракция возникает в силу периодического расположения двумерных слоев и поэтому имеет одномерную природу. Индуцированное беспорядком рассеяние, напротив, имеет трехмерную природу, поскольку учитывается как внутрислоевой, так и межслоевой беспорядок при решении задачи Ми. Чтобы подчеркнуть эти особенности рассматриваемой модели мы называем ее квазитрехмерной моделью.

Квазитрехмерная модель использовалась для расчета оптических спектров трехмерных фотонных кристаллов с беспорядком, которые сформированы сферическими частицами с диэлектрической проницаемостью распределенной по нормальному (гауссову) закону. Отметим, что единственным варьируемым параметром в расчетах было среднее значение диэлектрической проницаемости. Как видно из результатов расчетов спектров пропускания, представленных на рис. 56 и 59, квазитрехмерная модель воспроизводит все особенности, наблюдающиеся в экспериментальных спектрах, в том числе асимметрию брэгговской линии и превращение стоп-зоны в брэгговскую полосу пропускания. Дополнительные вычисления, в которых использовались другие функции распределения вероятности (например, с треугольным или однородным профилем

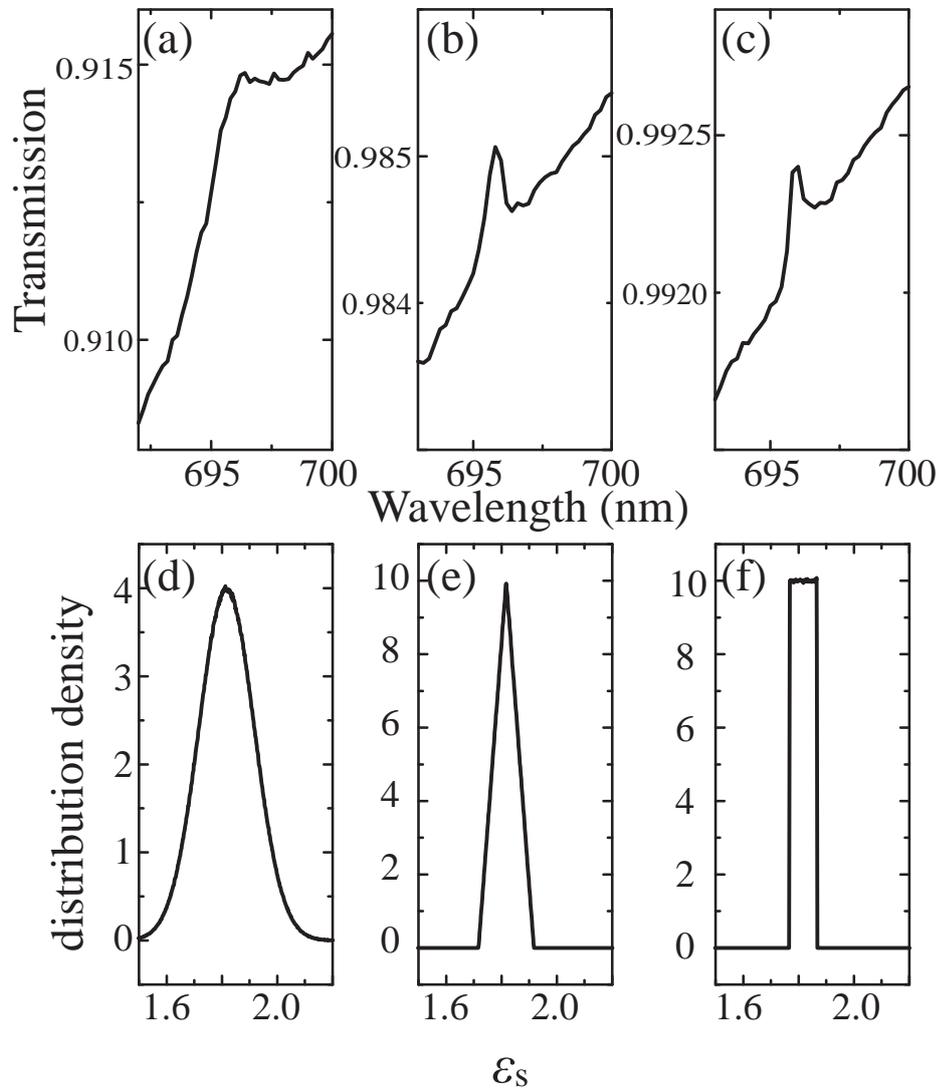


Рисунок 60 — Спектры пропускания опалов для случая $\epsilon_f = \epsilon_f^0$ (верхние панели), вычисленные для разных функций распределения диэлектрической проницаемости сферических частиц (показаны на нижних панелях) при $q = 0$: (a,d) Нормальный (гауссов) закон распределения; (b,e) Треугольный профиль распределения вероятности; (c,d) Прямоугольный (однородный) профиль распределение вероятности. Спектры усреднены по 40000 реализациям беспорядка. Рисунок воспроизводится по статье [210].

распределения) также выявили возникновение асимметричной полосы и «переворот» линии (рис. 60). Таким образом, вид спектров, приведенных на рис. 59, является характерной особенностью неупорядоченных структур и не зависит от вида распределения диэлектрической проницаемости сферических частиц.

Кроме модельного расчета спектров пропускания мы произвели аппроксимацию экспериментальных спектров формулой Фано (3.6) для определения параметра q . Были обработаны спектры трех образцов разной толщины 0.6, 0.8 и 2.2 мм. Фоновая компонента рассеяния задавалась полиномом третьего порядка. Из рисунка 59а видно, что спектры, рассчитанные по формуле Фано, прекрасно совпадают с экспериментальными, причем такая картина наблюдалась для всех трех образцов. Результаты аппроксимации показали, что параметр асимметрии q изменяется монотонно от отрицательных к положительным значениям при увеличении диэлектрической проницаемости заполнителя ε_f в интервале $1.778 \leq \varepsilon_f \leq 1.891$ и значения q для трех образцов хорошо согласуются друг с другом, образуя одну общую зависимость. В области $\varepsilon_f \approx 1.816$ зависимость $q(\varepsilon_f)$ пересекает нулевое значение, которое соответствует превращению брэгговской зоны отражения в брэгговский пик пропускания.

4.3 Выводы по главе

Начиная с пионерской работы Джона [2] присутствие неупорядоченности в фотонных кристаллах связывалось с усилением локализации света вблизи брэгговских стоп-зон. Результаты, приведенные в данной главе, свидетельствуют о том, что возможна и обратная картина. Было продемонстрировано, что при определенных условиях интерференция Фано между индуцированным беспорядком широкополосным фоновым рассеянием и блоховскими волнами приводит к делокализации света, которая спектрально проявляется в виде брэгговских полос пропускания.

Отметим также, что резонанс Фано, являясь чувствительным к фазе интерференционным эффектом, вместо деградации из-за беспорядка, может проявляться в различных неупорядоченных фотонных структурах. Механизм появления такого необычного резонанса Фано состоит в следующем. В фотонных системах, как правило, существуют собственные высокочастотные узкие резо-

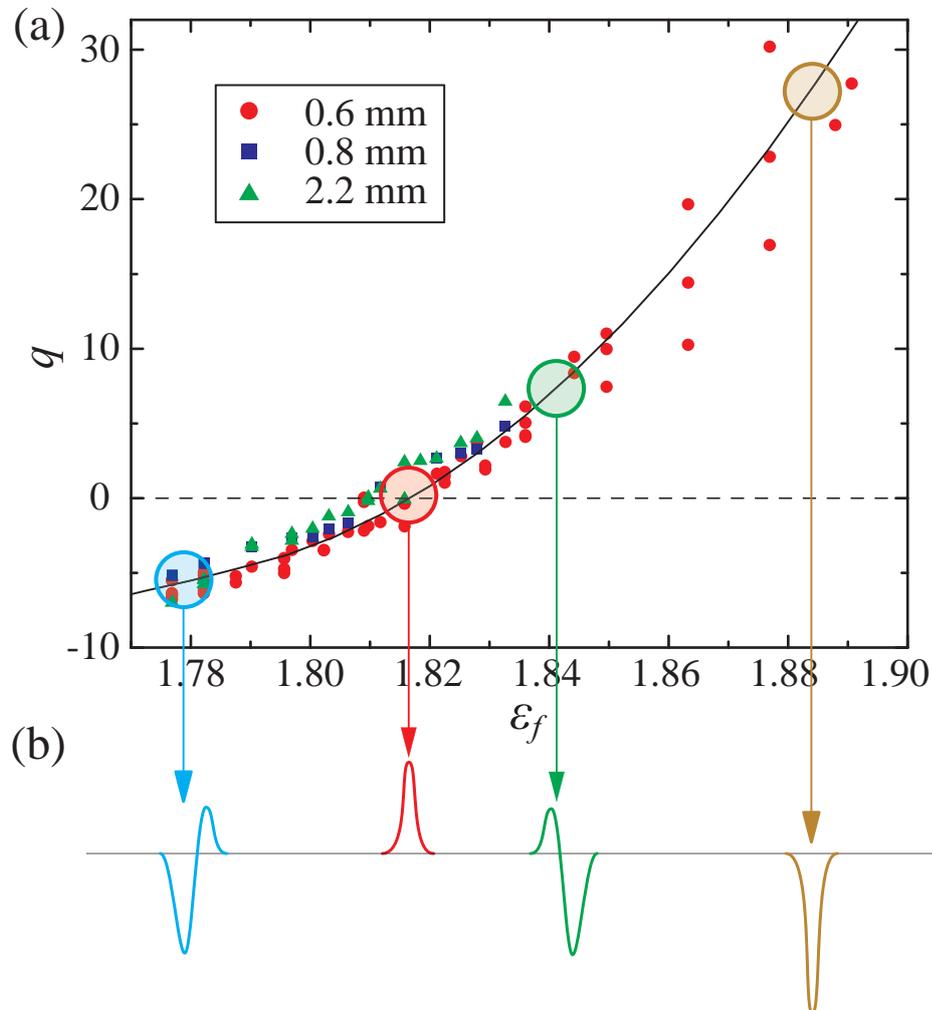


Рисунок 61 — (а) Параметр асимметрии q в зависимости от значения диэлектрической проницаемости заполнителя ϵ_f для трех разных образцов толщинами 0.6, 0.8 и 2.2 мм. Сплошная линия проведена для удобства восприятия информации. (б) Схематическое изображение профилей брэгговского резонанса, наблюдаемых в экспериментальных спектрах, при изменении диэлектрической проницаемости заполнителя ϵ_f . Рисунок воспроизводится по статье [210].

нансы, однако далеко не всегда параллельно с ними наблюдаются широкополосные возбуждения. Наличие беспорядка как раз и приводит к появлению слабо меняющихся по амплитуде полос, которые, интерферируя с собственными резонансами идеального прототипа, создавая условия для появления резонанса Фано.

На рис. 62 схематически представлена цепочка режимов рассеяния, которая в конце концов приводит к появлению резонанса Фано. Рассматриваются два типа структур: одномерные, образованные последовательностью чередующихся слоев $\dots ABAB \dots$, и трехмерные, состоящие из сферических частиц. Если структура идеально упорядочена (второй столбец), то наблюдается лишь брэгговское рассеяние (без учета эффектов на границах кристаллов). Однако, если в структуре присутствует беспорядок (третий столбец), возникает вторая нерезонансная, т.е. широкополосная компонента рассеяния. При определенных условиях (например, попадание частоты узкой линии в спектральный интервал широкой) возникают условия для резонанса Фано и превращения брэгговской полосы отражения в брэгговский пик пропускания.

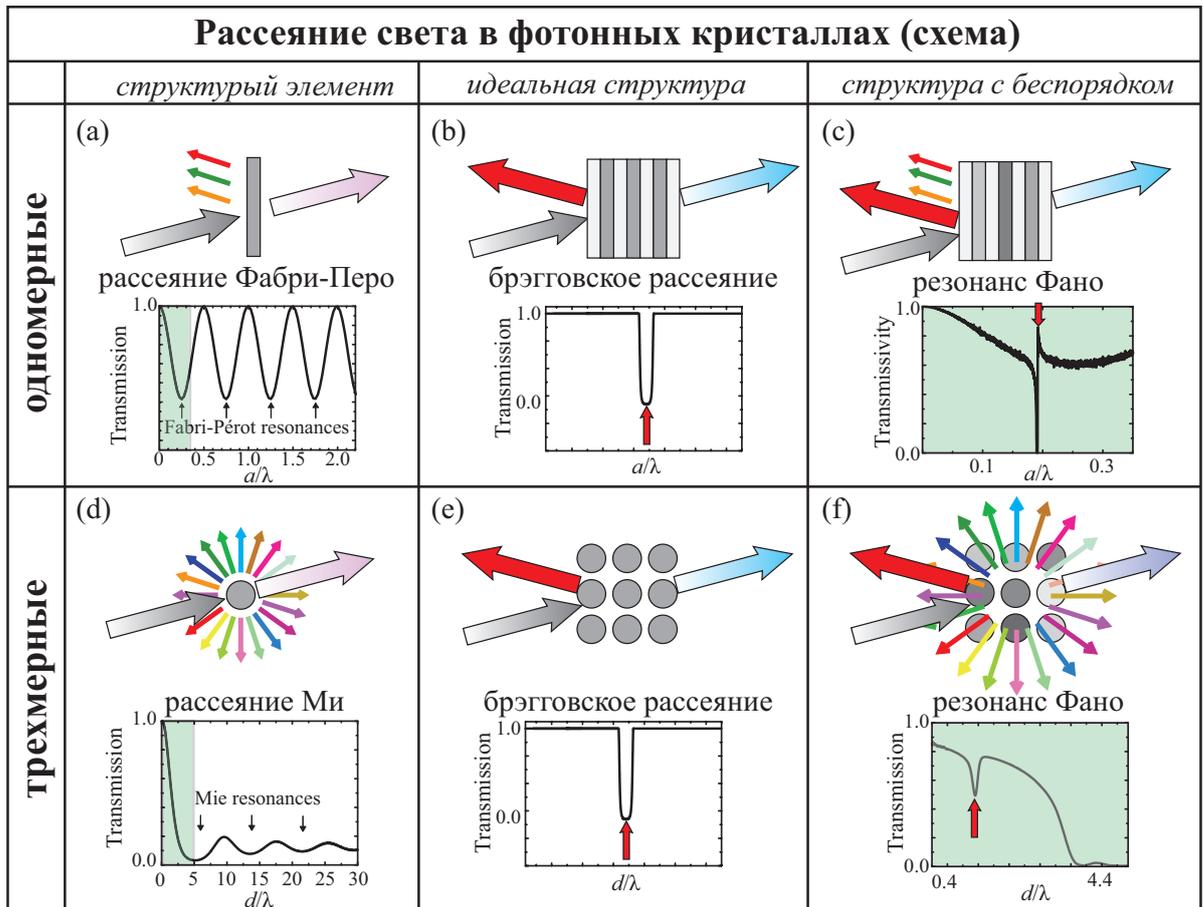


Рисунок 62 — Схематическое представление режимов рассеяния света на одномерной и трехмерной фотонной структуре. Первый столбец – рассеяние на изолированном структурном элементе, второй столбец – рассеяние на упорядоченной фотонной структуре, третий столбец – рассеяние на неупорядоченной фотонной структуре. Схема адаптирована из статьи [210].

Глава 5. Диэлектрические объекты с экстремальными физическими свойствами

В данной главе мы будем рассматривать резонансные эффекты, возникающие на диэлектрических цилиндрах, которые являются структурными элементами фотонных кристаллов и метаматериалов. При больших значениях диэлектрической проницаемости в цилиндрах возбуждаются резонансы Ми, которые приводят к появлению необычных эффектов таких как невидимость, а также к формированию суперрезонансных мод – аналога связанных состояний в континууме [20].

5.1 Режимы невидимости бесконечного диэлектрического цилиндра

Возможность реализации невидимости объектов, а также их маскировка при помощи специальных покрытий всегда волновала человечество, что нашло отражение в удивительных художественных образах в сказках, мифах и научно-фантастической литературе. В последнее десятилетие изучение режимов маскировки и невидимости привлекло к себе внимание в связи с появлением метаматериалов с произвольными значениями диэлектрической проницаемости и магнитной восприимчивости [295]. В настоящее время для реализации невидимости существует несколько подходов. В первую очередь это трансформационная оптика [7; 296–298], а также деструктивная интерференция рассеянных волн [12; 299; 300], нелинейные эффекты в многослойных структурах [301], использование графеновых покрытий [302], применение магнитооптического эффекта индуцированного внешним магнитным полем [303] и другие подходы. Все эти методы предполагают использование специально разработанных покрытий с требуемыми эффективными параметрами, что затрудняет практическую реализацию многих теоретических концепций [12].

В данной главе представлены результаты исследования резонансных эффектов, которые возникают в однородных цилиндрах, обладающих большой диэлектрической проницаемостью. В работе [83] мы предложили оригинальный подход, который позволяет экспериментально продемонстрировать переключе-

ние между режимами невидимости и обычного рассеяния без использования дополнительных маскирующих устройств. Идея состоит в использовании деструктивной интерференции рассеяния на однородном диэлектрическом цилиндре с высоким показателем преломления без дополнительных маскирующих слоев-покрытий. Реализация этой идеи связана с характерной спектральной формой резонанса Фано, интенсивность которого обращается в нуль на определенной частоте. Собственно маскирующий эффект основан на физике резонансного рассеяния Ми на однородном диэлектрическом цилиндре (см. рис. 63а), которое проявляется как каскады резонансов Фано, где каждый индивидуальный резонанс, описывается формулой Фано (см. Главу 3). Мы осуществили экспериментальную реализацию этого механизма маскировки, а также переключение режимов видимость – невидимость посредством индуцированного температурой изменения диэлектрической проницаемости дистиллированной воды, помещенной в тонкой стеклянной трубке.

5.1.1 Постановка задачи

Рассмотрим рассеяние Ми на однородном бесконечном цилиндре радиуса r с вещественной диэлектрической проницаемостью ε_1 , окруженном однородной средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2 = 1$. Рассеянная волна на цилиндре может быть представлена в виде линейной комбинации ортогональных электромагнитных дипольных и высших мультипольных членов, которые выражаются через цилиндрические коэффициенты Лоренца-Ми a_n и b_n [113]. Для определенности рассмотрим поляризацию ТЕ, отмечая, что аналогичные эффекты будут возникать и для случая поляризации ТМ. При условии нормального падения (по отношению к оси цилиндра), рассеянное поле определяется коэффициентами a_n , а все коэффициенты b_n равны нулю в поляризации ТЕ [113]. Кроме того, будем учитывать дополнительные коэффициенты d_n , определяющие амплитуду цилиндрических гармоник поля внутри цилиндра; более детальные выкладки приводились ранее в Главе 3. В бесконечном цилиндре резонансы принято обозначать как TE_{nk} , где n – порядок мультиполя, определяемый угловой зависимостью мультиполя, а k – номер резонанса (n – целое число, k – положительное целое число).

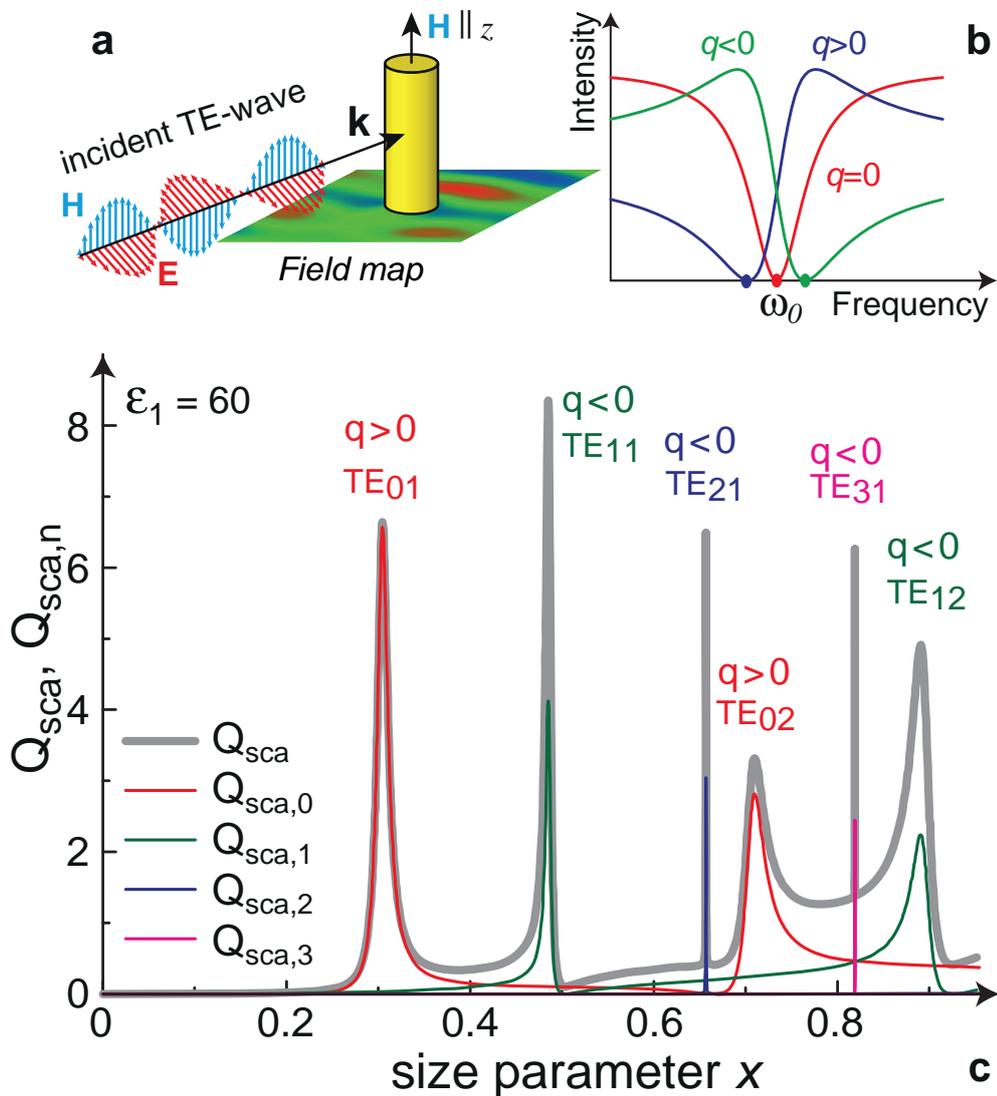


Рисунок 63 — Рассеяние Ми на диэлектрическом цилиндре. (а) Геометрия рассеяния света в поляризации ТЕ. (б) Спектральный профиль резонанса Фано в зависимости от знака и значения параметра Фано q . (с) Спектры рассеяния Ми $Q_{sca,n}$ для дипольных и мультипольных мод TE_{nk} и для полной эффективности рассеяния Q_{sca} одиночного диэлектрического цилиндра с $\varepsilon_1 = 60$, окруженного воздухом $\varepsilon_2 = 1$. Знаки соответствующих значений параметра Фано q показаны для каждого резонанса Ми. Спектры приведены для безразмерного параметра $x = r\omega/c$. Рисунок воспроизводится по статье [83].

На рис. 63с представлена интенсивность рассеяния Ми $Q_{sca} = \frac{2}{x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n|^2$, а также спектральная зависимость эффективности рассеяния Ми для отдельных мультиполей $Q_{sca,n} = \frac{2}{x} |a_n|^2$ в низкочастотной части спектра при $\varepsilon_1 = 60$, в которой наблюдаются моды TE_{0k} , TE_{1k} , TE_{2k} и TE_{3k} . Благодаря масштабируемости уравнений Максвелла удобно ввести безразмерную частоту $x = r\omega/c$. Интенсивность мультипольных мод TE_{4k} , TE_{5k} , ($n > 3$) заметно отличается от нуля только при высоких частотах $x > 1$. Спектры рассеяния Ми, представленные на рис. 63с, демонстрируют различные формы линий, которые могут быть описаны формулой Фано (3.2). А именно, резонанс TE_{01} является относительно симметричным (параметр Фано $|q|$ достаточно большой), в то время как резонанс TE_{02} имеет ярко выраженную асимметричную форму контура Фано с положительным q . Обе моды TE_1 имеют асимметричную форму контура Фано с отрицательным q . Моды более высокого порядка (TE_2 и TE_3) в длинноволновом спектральном диапазоне оказываются очень узкими, однако для этих пиков также возможно определить параметр Фано q .

Рисунок 64 демонстрирует, как спектр рассеяния Ми может быть представлен в виде бесконечной последовательности резонансов Фано. В Главе 3 приводится вывод этих формул из граничных условий. Интерференция нерезонансного и резонансного вкладов рассеяния Ми приводит к наблюдению асимметричных профилей Фано в спектрах (см. рис. 63с и 64). В отличие от спектров $|d_0|^2$, описывающих магнитное поле внутри цилиндра, спектры интенсивности мультиполей, связанных с волной, рассеянной на цилиндре $|a_0|^2$, демонстрируют асимметричные профили с выраженной парой максимума и минимума функции $|a_0|^2$ на резонансных частотах собственных мод цилиндра. Нулевое значение коэффициентов Лоренца-Ми означает, что цилиндр не рассеивает электромагнитную волну на соответствующей частоте.

Численно рассчитанная структура магнитного поля в режимах невидимости, основанных на резонансах Фано, а также интенсивного рассеяния Ми показана на рис. 65а-г. Наблюдается практически полное подавление рассеяния на частотах, соответствующих провалам в функции $Q_{sca}(x)$ (рис. 65и). Это означает, что падающая TE -поляризованная волна проходит через цилиндр без рассеяния, делая цилиндр невидимым под любым углом для стороннего наблюдателя. Из рисунков. 65f и 65h следует, что режим невидимости возникает тогда, когда фаза резонансного поля на границах цилиндра совпадает с фазой падающей волны. В результате приповерхностный слой цилиндра выполняет

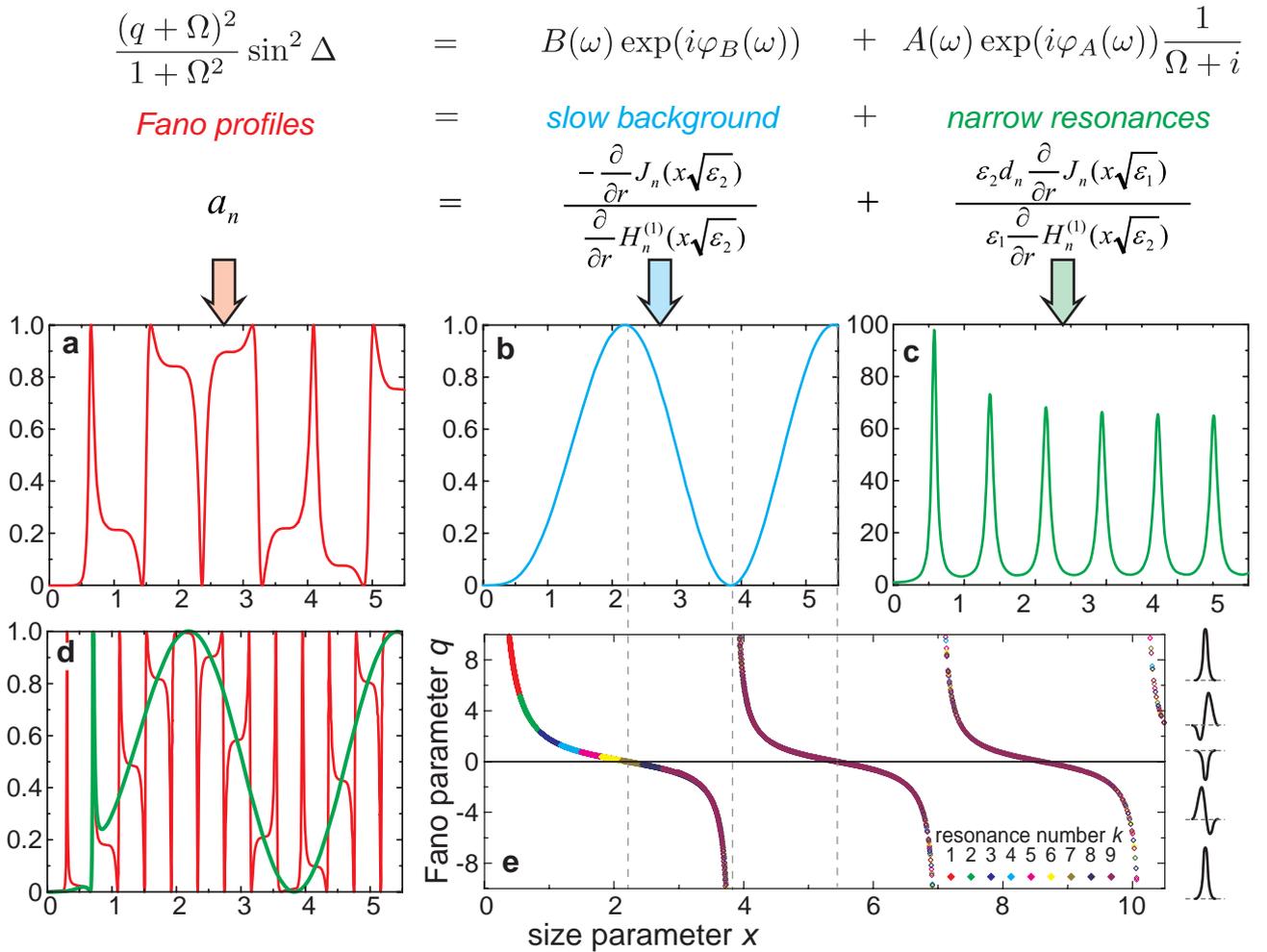


Рисунок 64 — Резонансное рассеяние Ми как каскады резонансов Фано. (а) Спектр квадрата модуля коэффициента Лоренца-Ми $|a_0|^2$, описывающего амплитуду магнитного поля вне цилиндра с $\varepsilon_1 = 16$. (b) Нерезонансный вклад в рассеяние Ми. (с) Спектр квадрата модуля коэффициента Лоренца-Ми $|d_0|^2$, описывающего амплитуду магнитного поля внутри цилиндра с $\varepsilon_1 = 16$. (d) Спектр квадрата модуля коэффициента Лоренца-Ми $|a_0|^2$ для цилиндра с $\varepsilon_1 = 60$ и пример аппроксимации резонанса TE_{02} формулой Фано (зеленая кривая). (e) Рассчитанная зависимость параметра Фано q от безразмерного параметра $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$ для дипольных мод TE_{0k} ($1 \leq k \leq 9$) диэлектрического цилиндра с $1 \leq \varepsilon_1 \leq 150$ (при $\varepsilon_2 = 1$). Справа показаны четыре характерные линии резонанса Фано для разных значений q . В верхней части рисунка приведены уравнения, которые описывают интерференцию резонансного и нерезонансного вклада. $J_n(\zeta)$ и $H_n^{(1)}(\zeta)$ – функции Бесселя и Ханкеля порядка n . Рисунок воспроизводится по статье [83].

роль маскирующего покрытия, которое используется в структурах с внешней маскирующей оболочкой [12].

Чтобы проанализировать динамику режима невидимости, мы рассчитали интенсивность минимума рассеяния как функцию диэлектрической проницаемости ε_1 для низкочастотного резонанса TE_{11} . В качестве референсной интенсивности рассеяния мы использовали интенсивность рассеяния цилиндра, изготовленного из идеально проводящего металла. Расчеты показывают, что эффективность рассеяния диэлектрического цилиндра совпадает с референсной, когда диэлектрическая проницаемость цилиндра составляет величину близкую к 10. При $\varepsilon_1 > 10$ спектр рассеяния цилиндра опускается ниже референсного спектра для значений параметра $x \approx 0.505$, т.е. формируется режим невидимости.

5.1.2 Экспериментальное исследование режима невидимости

Для материалов с высоким значением диэлектрической проницаемости при малых потерях типичный асимметричный профиль Фано имеет локальный максимум и локальный минимум, расположенные близко друг к другу, как показано на рис. 65i. Невозможность получения режима полной невидимости $Q_{sca} = 0$ связана с тем, что интенсивность интегрального рассеяния Q_{sca} определяется наложением всех парциальных резонансов, которые приводят к фоновому рассеянию в области зануления $Q_{sca,n} = 0$ каждого из резонансных контуров Фано. Существование первого сильного провала при $\omega_{invis} = 0.505c/r$ ($\varepsilon_1 = 60$) обусловлено несколькими причинами (рис. 63): почти нулевая интенсивность соседней моды TE_{01} и узость моды TE_{21} , причем обе соседние моды находятся на относительно большом расстоянии от моды TE_{11} . Спектральная близость минимума и максимума может быть использована для демонстрации переключения между режимами видимости и невидимости. Это достигается путем модуляции параметров объекта или путем изменения длины волны зондирующего излучения. Чтобы продемонстрировать эффект невидимости Фано в эксперименте, мы воспользовались сильной температурной зависимостью диэлектрической проницаемости воды в микроволновом диапазоне [304].

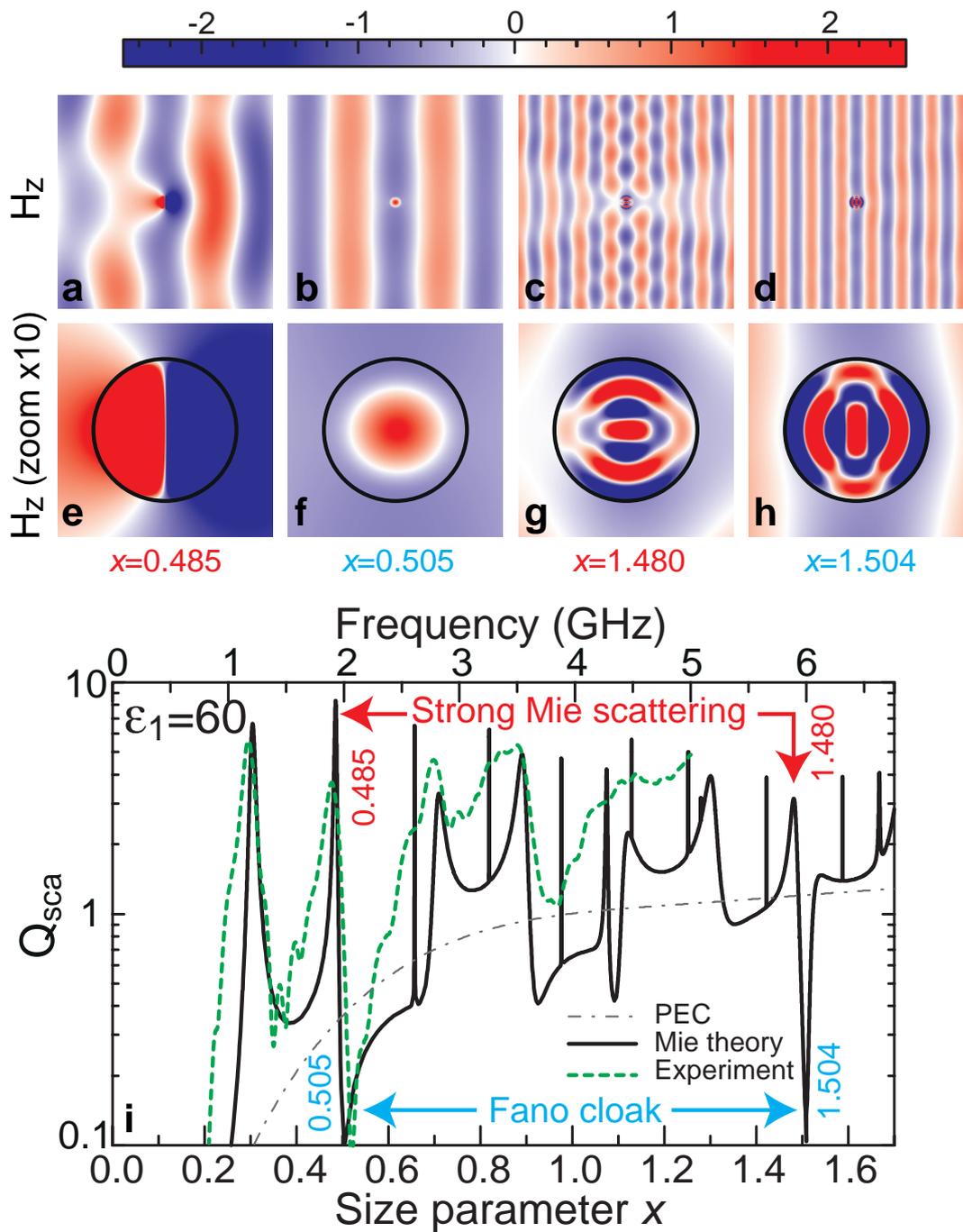


Рисунок 65 — Карты магнитного поля и спектры рассеяния волны на цилиндре для поляризации TE. (a-h) Результаты численных расчетов рассеяния Ми на одиночном цилиндре ($\epsilon_1 = 60$) в воздухе ($\epsilon_2 = 1$). (a-h) H_z компонента электромагнитного поля поляризации TE (a-d) вокруг цилиндра и (e-h) внутри цилиндра. Показаны режимы: интенсивного рассеяния Ми при (a, e) $x = 0.485$ и (c, g) $x = 1.48$, а также режимы невидимости Фано при $x_{invis} = 0.505$ (b, f) и $x_{invis} = 1.504$ (d, h). (i) Спектральная зависимость интенсивности рассеяния Q_{sca} (черная кривая), эффективность рассеяния идеального металлического проводника (серая штриховая кривая) и экспериментально измеренная эффективность рассеивания цилиндра из дистиллированной воды в тонкой стеклянной трубке, окруженной воздухом (зеленая пунктирная кривая). Рисунок воспроизводится по статье [83].

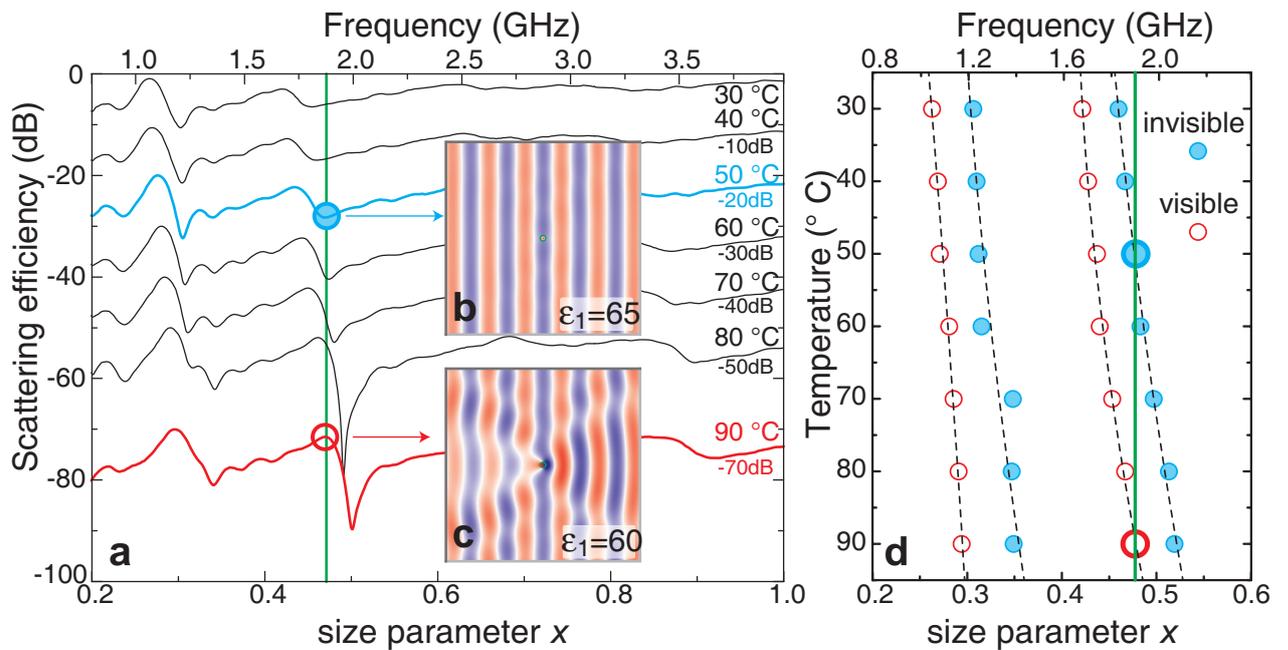


Рисунок 66 — Экспериментальная демонстрация переключения режима невидимости. (а) Измеренная температурная зависимость интенсивности рассеяния заполненной дистиллированной водой стеклянной трубки, формирующей диэлектрический цилиндр. Спектры сдвинуты по вертикали на значения, отмеченные на графике. Вставки (b, c) демонстрируют рассчитанные магнитные поля на частоте 1.9 ГГц в режимах Фано-невидимости и сильного рассеяния Ми, соответственно. (d) Измеренные положения провалов в интенсивности рассеяния, соответствующих невидимому цилиндру, и максимумов рассеяния Ми. Пунктирные линии — линейная аппроксимация положений максимумов и минимумов. Рисунок воспроизводится по статье [83].

В эксперименте в качестве диэлектрического цилиндра была использована тонкостенная стеклянная трубка, заполненная дистиллированной водой. В микроволновом диапазоне частот от 1 ГГц до 6 ГГц вода характеризуется диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 80$ при 20°C и $\varepsilon = 50$ при 90°C . Экспериментальные измерения проводились в безэховой камере. Прямоугольная антенна (TRIM, DR, 0.75 - 18 ГГц), подключенная к передающему порту векторного сетевого анализатора Agilent E8362C, формировала электромагнитное излучение, которое на расстоянии 1 метра и более от антенны с хорошей точностью может быть описано как плоская волна. Заливая воду в тонкостенную стеклянную трубку, мы создали водный цилиндр радиусом 12 мм и высотой 42 см, который помещался в дальнюю область антенны (на расстоянии около 2.5 м). При этом вторая рупорная антенна (TRIM, DR, 0.75 - 18 ГГц) использовалась в качестве приемника. Интенсивность рассеяния вычислялась при помощи оптической теоремы из мнимой части амплитуды рассеяния. Амплитуда рассеяния пропорциональна $E/E_0 - 1$, где E_0 – измеренное электрическое поле в свободном пространстве (без цилиндра), E – измеренное электрическое поле в присутствии цилиндра с водой. Отметим, что в микроволновом диапазоне диэлектрическая проницаемость стеклянной трубки намного меньше, чем диэлектрическая проницаемость воды, и поэтому влиянием стеклянной трубки на измеряемую интенсивность рассеяния можно пренебречь.

На рисунке 65i представлен экспериментально измеренный спектр рассеяния, который демонстрирует на частоте $x = 0.505$ (1.9 ГГц) сильное подавление (на величину порядка 20 дБ) рассеяния на диэлектрическом водном цилиндре. Экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетной кривой. Сильная температурная зависимость диэлектрической проницаемости воды ε_1 приводит к существенному сдвигу максимумов и минимумов (режим невидимости) рассеяния, расположенных в спектральной области вблизи частот резонансов Ми TE_{01} (спектральная область $\omega \sim 1.25$ ГГц) и TE_{11} ($\omega \sim 2$ ГГц), как показано на рис. 66. Форма высокочастотного резонанса Фано чрезвычайно чувствительна к изменению параметров из-за близости максимумов и минимумов в частотной шкале. Мы варьировали диэлектрическую проницаемость цилиндра, чтобы изменить положение резонанса TE_{11} . Когда профиль резонанса Фано смещается относительно фиксированной частоты, наблюдается резкое изменение интенсивности рассеяния от максимального до почти нулевого значения. В нашем случае резонанс Фано позволяет переключить диэлектрический цилиндр из видимого

режима сильного рассеяния Ми (при температуре $T = 90^\circ\text{C}$) в режим, близкий к полной невидимости (при $T = 50^\circ\text{C}$) на фиксированной частоте 1.9 ГГц .

5.2 Режим невидимости конечного цилиндра

В отличие от исследования режимов невидимости бесконечного цилиндра, в данном разделе будут обсуждаться режимы невидимости цилиндра, имеющего длину, сравнимую с радиусом (рис. 67), чтобы изучить эффекты, связанные с конечной высотой L . В качестве отправной точки мы используем предыдущие результаты для упругого рассеяния света на однородном бесконечном диэлектрическом цилиндре радиуса r с диэлектрической проницаемостью ε_1 , помещенном в прозрачную однородную среду с диэлектрической проницаемостью ε_2 . Резонансное окно невидимости, определяемое как $Q^0 < Q_{\text{РЕС}}^0$, наблюдается вблизи резонанса Ми TE_{11} , при $x \approx 0.5$ (рис. 68а). На рисунке 68а показана интенсивность рассеяния Ми $Q^0 = \frac{2}{x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n|^2$ ($x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$) для бесконечного цилиндра в низкочастотной области спектра при $\varepsilon_1 = 60$, где наблюдаются резонансные моды TE_{01} , TE_{11} , TE_{21} , а также TE_{02} .

Опишем результаты численных расчетов интенсивности рассеяния на конечном диэлектрическом цилиндре $Q^{r/L}$ длиной L и радиусом r . Резонатор с диэлектрической проницаемостью ε_1 находится в однородной окружающей среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2 = 1$. Спектры рассеяния были рассчитаны при помощи программного обеспечения CST Microwave Studio. Мы рассчитывали интенсивность рассеяния $Q^{r/L}$ как радиолокационное поперечное сечение, деленное на геометрическое сечение резонатора (в нашем случае $S = 2rL$). На рисунках 68b-68f показана интенсивность рассеяния Ми $Q^{r/L}$ для конечного цилиндрического резонатора с разным соотношением r/L . Для сравнения на рисунках также приведены спектры рассеяния конечных цилиндров из РЕС $Q_{\text{РЕС}}^{r/L}$. Используя стандартную номенклатуру [306], моды резонатора различают как TM_{nkp} и TE_{nkp} , где n - целое число, связанное с угловой зависимостью распределения поля в моде, k - порядковый номер резонанса для моды с фиксированной симметрией n , p задает распределение поля вдоль оси цилиндра. В спектрах относительно длинных цилиндров ($L > r$) низкочастотная область содержит ряд интенсивных «дополнительных мод» по сравнению со спектром

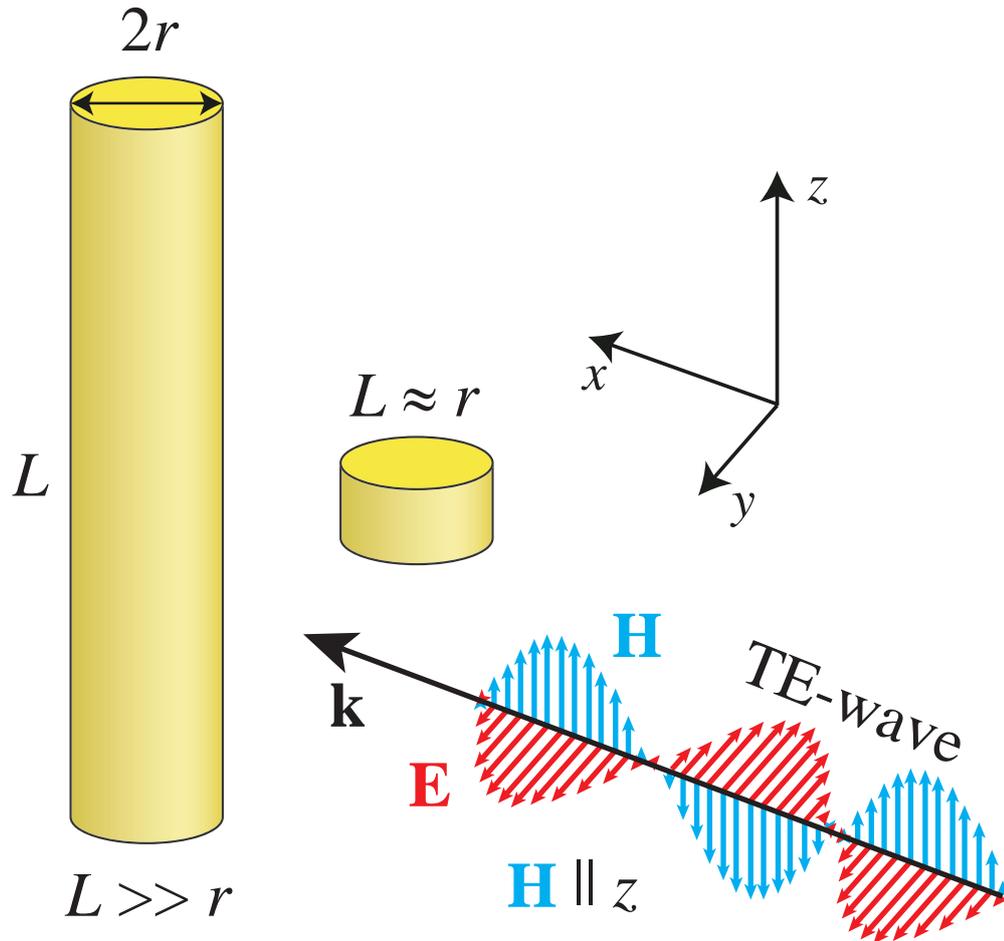


Рисунок 67 — Схематическое изображение цилиндра в изучаемой геометрии рассеяния. Плоская волна с TE поляризацией электромагнитного поля падает на цилиндрический резонатор. Соотношение радиуса r к длине L изменяется от $r \approx L$ (дисковый резонатор) до $r \ll L$ (длинный цилиндр резонатор). Рисунок воспроизводится по статье [305].

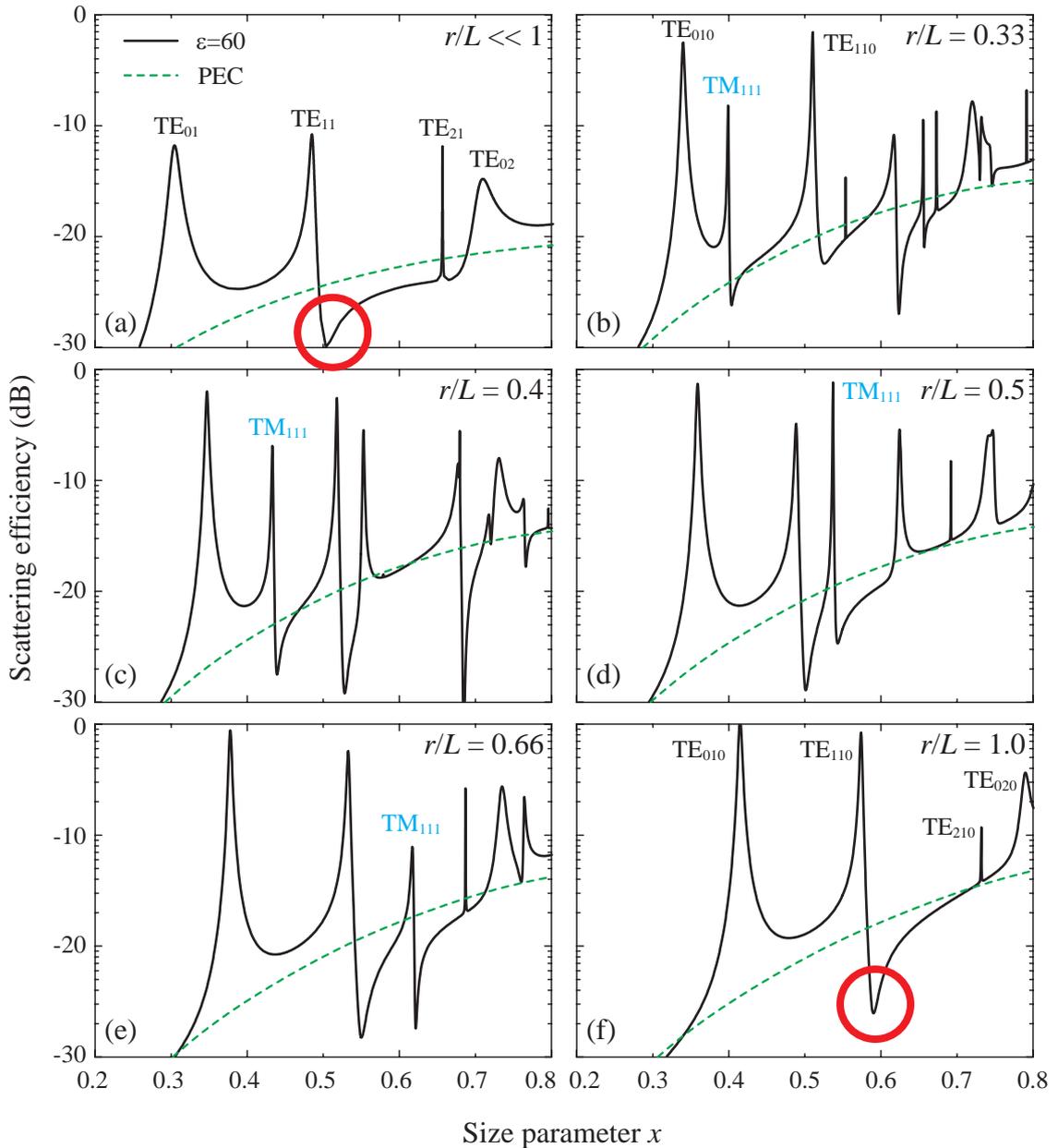


Рисунок 68 — Спектральные зависимости интенсивности рассеяния электромагнитной волны на бесконечном однородном диэлектрическом цилиндре Q^0 (a), а также конечных цилиндрических резонаторах $Q^{r/L}$ для разных соотношений r/L (b) - (f) – сплошные кривые. Спектральные зависимости бесконечного Q_{PEC}^0 (a) и конечных $Q_{\text{PEC}}^{r/L}$ идеально проводящих металлических цилиндров такого же размера – пунктирные кривые. TE поляризация, $\varepsilon_1 = 60$, $\varepsilon_2 = 1$, $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$. Рисунок воспроизводится по статье [305].

бесконечного цилиндра (рис. 68). Эти моды имеют очевидное происхождение, связанное с плоскими торцами конечного цилиндра.

Новые моды (моды Фабри-Перо) приводят к появлению дополнительного рассеяния, которое подавляет частично или полностью спектральные окна невидимости, особенно для самого низкочастотного окна невидимости, соответствующего резонансу Ми TE_{11} . С увеличением r/L все резонансы, имеющие генетическую связь с модами Ми бесконечного цилиндра, демонстрируют лишь небольшой высокочастотный сдвиг. Напротив, с уменьшением нормированной длины резонатора моды Фабри-Перо испытывают сильное смещение от низких к более высоким частотам, что четко видно на примере моды Фабри-Перо TM_{111} (рис. 68). В результате такого смещения для резонатора с параметрами $r/L \geq 1$ низкочастотное окно невидимости полностью восстанавливается (отмечено красными кружками на рис. 68а и 68f).

5.2.1 Экспериментальное изучение режима невидимости конечного цилиндра

Чтобы экспериментально продемонстрировать эффект невидимости цилиндрического резонатора с высоким показателем преломления без каких-либо слоев покрытия, мы использовали пластиковую трубку, которую заполняли дистиллированной водой. Цилиндрический столб воды радиуса $r = 20$ мм и переменной высоты помещается в область дальнего поля антенны на расстоянии 2.5 м. Аналогичная рупорная антенна использовалась в качестве приемника на расстоянии 2.5 м от цилиндрического резонатора. Для поляризации TE электромагнитная волна падает перпендикулярно оси резонатора z (магнитное поле ориентировано вдоль оси z).

В экспериментально измеренных спектрах рассеяния наблюдалось сильное подавление рассеяния на частотах, соответствующих минимумам в профиле резонанса Фано для функции $Q^{r/L}$. На рисунке 69 показан эффект невидимости, а именно подавление рассеяния ниже $Q_{PES}^{r/L}$ референсного цилиндра из идеально проводящего металла. Эффект обусловлен резонансом Фано для моды TE_{110} на частоте $x \approx 0.5$ для $r/L = 0$ ($r/L = 0.03$ в эксперименте), $x \approx 0.55$ при $r/L = 0.6$ и на $x \approx 0.6$ при $r/L = 1$. Таким образом, падающая TE -поляризо-

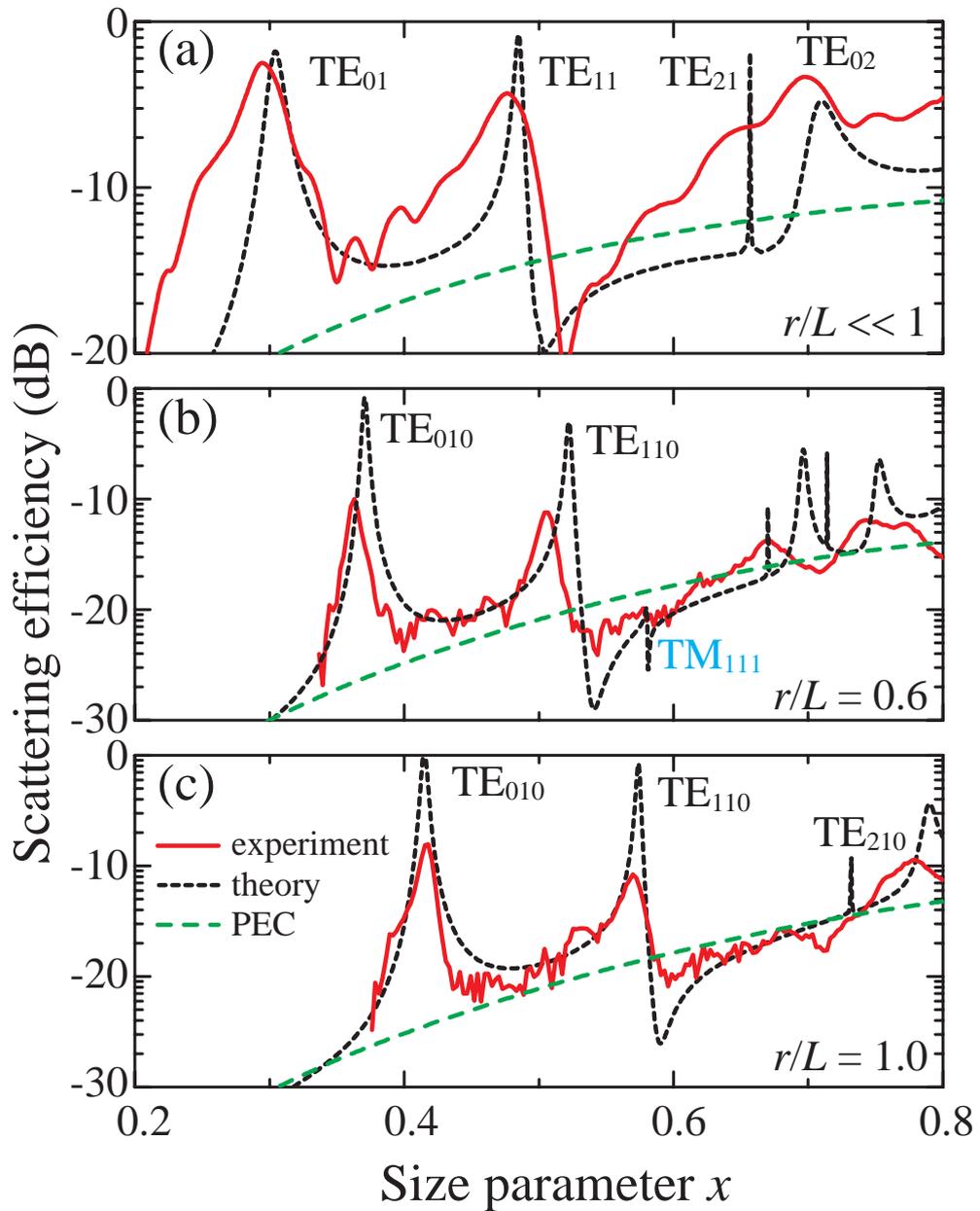


Рисунок 69 — Низкочастотная область рассчитанных спектров рассеяния $Q^{r/L}$ диэлектрического цилиндра (черный короткий пунктир); спектры рассеяния цилиндра из идеального металлического проводника $Q_{\text{PEC}}^{r/L}$ (зеленый длинный пунктир) и экспериментально измеренные спектры рассеяния пластиковой трубки, заполненной дистиллированной водой (красная кривая): (a) $r/L = 0$ ($r/L = 0.03$ в эксперименте), (b) $r/L = 0.6$ и (c) $r/L = 1$. Поляризация TE, $\varepsilon_1 = 60$, $\varepsilon_2 = 1$. Рисунок воспроизводится по статье [305].

ванная электромагнитная волна проходит цилиндр практически без рассеяния, в результате чего цилиндр становится невидимым для стороннего наблюдателя. Для $r/L = 0.6$ резонансная мода TM_{111} при $x \approx 0.58$ приводит к рассеянию, т.е. частично разрушает спектральное окно. Тем не менее, при дальнейшем уменьшении r/L , резонансная мода TM_{111} сдвигается на более высокие частоты, и у самого низкочастотного резонанса TE_{110} окно прозрачности, связанное с резонансом Фано, полностью восстанавливается.

Чтобы продемонстрировать существенное различие в рассеянии на частотах максимума и минимума резонанса Фано, мы рассчитали распределение магнитного поля вокруг и внутри цилиндрического резонатора в зависимости от соотношения r/L . Рисунок 70 показывает, что для резонанса Ми TE_{110} в режиме невидимости Фано наблюдается практически полное подавление рассеяния (см. рис. 70b, 70d и 70f). Для соответствующих резонансных частот магнитное поле внутри цилиндра (в областях близких к границе) повторяет распределение внешнего поля (см. рис. 70h, 70j и 70l). В результате падающая TE -поляризованная электромагнитная волна проходит цилиндрический резонатор без рассеяния, т. е. резонатор становится невидимым с любого угла наблюдения без дополнительных слоев покрытия.

5.2.2 Карты невидимости

Расчеты показывают, что, подбирая правильным образом частоту и диэлектрическую проницаемость, однородный цилиндрический резонатор с высоким значением диэлектрической проницаемости может быть практически невидимым без каких-либо дополнительных слоев маскировки.

Чтобы проанализировать влияние параметров цилиндрического резонатора на невидимость, мы исследовали разность $Q^{r/L} - Q_{\text{РЕС}}^{r/L}$ как функцию диэлектрической проницаемости резонатора ε_1 . Оказалось, что эффективность рассеяния диэлектрического цилиндрического резонатора и референсного цилиндра из идеального проводника совпадает, когда ε_1 близко к 10. При $\varepsilon_1 > 10$ появляется окно невидимости на резонансе Ми TE_{110} . Карта, представленная на рисунке 71, показывает области невидимости ($Q^{r/L} < Q_{\text{РЕС}}^{r/L}$) в зависимости от параметров x и r/L для $\varepsilon_1 = 60$. Из рисунка 71 видно, что невидимость

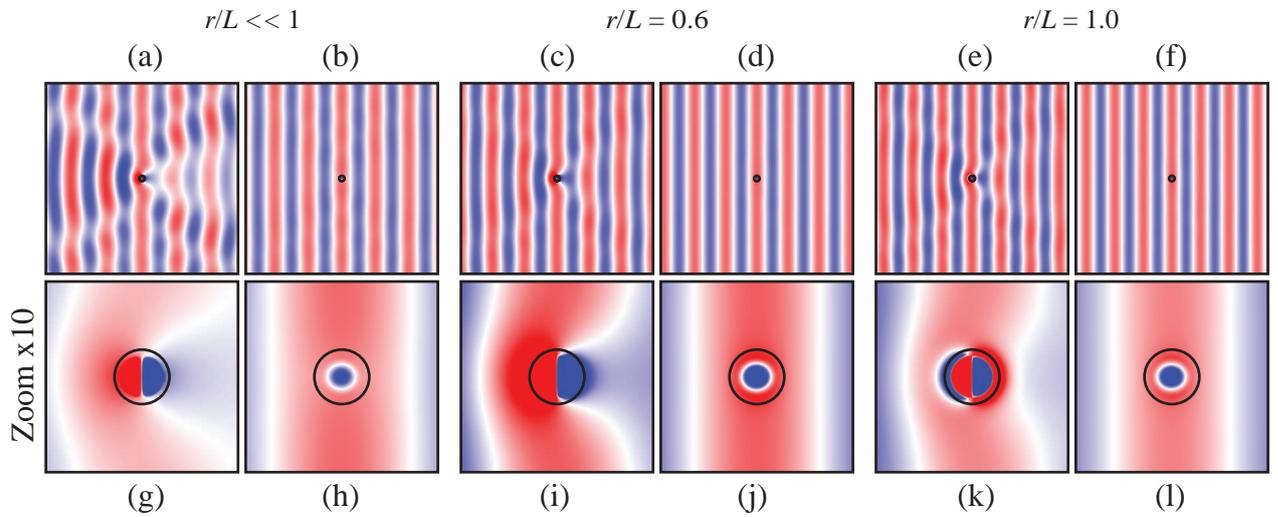


Рисунок 70 — Карты магнитного поля компоненты H_z вокруг цилиндров (a) - (f) и внутри цилиндров (g) - (l). Показаны режимы сильного рассеяния Ми (a) и (g) для $r/L = 0$, $x = 0.48$, (c) и (i) для $r/L = 0.6$, $x = 0.52$, (e) и (k) для $r/L = 1$, $x = 0.57$, и режим невидимости в окне прозрачности резонанса Фано (b) и (h) для $r/L = 0$, $x = 0.50$, (d) и (j) для $r/L = 0.6$, $x = 0.54$, (f) и (l) для $r/L = 1$, $x = 0.59$. ТЕ поляризация, $\varepsilon_1 = 60$, $\varepsilon_2 = 1$. Рисунок воспроизводится по статье [305].

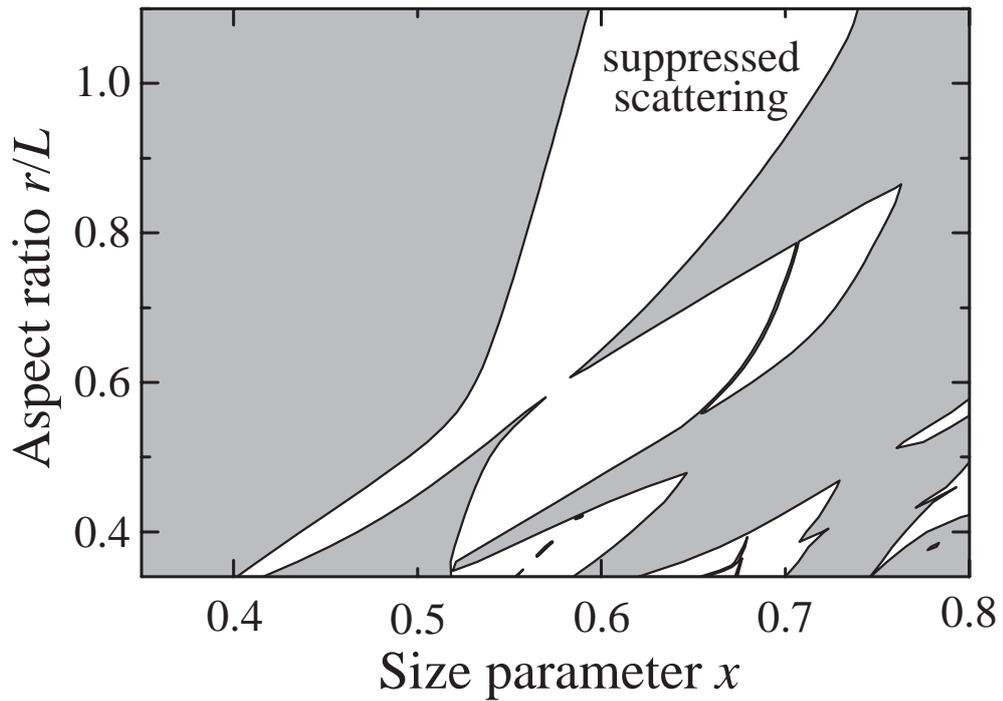


Рисунок 71 — Карта невидимости для однородного диэлектрического резонатора в низкочастотной спектральной области. Серым цветом заштрихованы области сильного рассеяния. Незаштрихованные участки отображают область подавления рассеяния $Q^{r/L}$ по сравнению с рассеянием от референсного цилиндра, из идеально проводящего металла $Q_{\text{РЕС}}^{r/L}$, ТЕ поляризация, $\epsilon_1 = 60$, $\epsilon_2 = 1$. Рисунок воспроизводится по статье [305].

в низкочастотных спектральных областях вызвана сильным резонансом Фано моды TE_{110} .

Как видно из рис. 68 и 71, для относительно длинного цилиндрического резонатора ($L > r$) резонансная мода TM_{111} вызывает дополнительное рассеяние внутри окна невидимости резонанса TE_{110} . Однако окно невидимости восстанавливается с увеличением r/L , когда моды, связанные с резонансом Фабри-Перо на границах цилиндра, смещаются от низких к более высоким частотам. В результате для структурных параметров $r/L \geq 1$ самое низкочастотное окно невидимости полностью восстанавливается.

5.2.3 Исследование переключения между режимами видимость-невидимость

Из рисунка 68 видно, что для резонатора с высоким значением диэлектрической проницаемости асимметричный профиль Фано имеет максимум и минимум, расположенные по частоте близко друг к другу. Это обстоятельство можно использовать для переключения между режимами видимости и невидимости. Чтобы продемонстрировать этот эффект экспериментально, мы воспользовались сильной температурной зависимостью диэлектрической проницаемости воды ε_1 в микроволновом диапазоне [307]. Из рисунка 72 видно, что резонанс Фано позволяет переключать рассеяние цилиндрического резонатора на основе воды из режима сильного рассеяния Ми ($\varepsilon_1 = 64$, вода при $T = 80^\circ\text{C}$) в режим невидимости ($\varepsilon_1 = 72$, вода при $T = 35^\circ\text{C}$) на той же частоте 1.22 ГГц.

5.3 Связанные электромагнитные состояния в континууме

Эффективное удержание электромагнитной энергии в локализованных модах различных структур является важной фундаментальной задачей, ее решение может быть использовано в разных областях фотоники, включая генерацию лазерного излучения [308], создание сенсоров [309; 310], устройств для генерации гармоник [311; 312], усиления комбинационного рассеяния света [313],

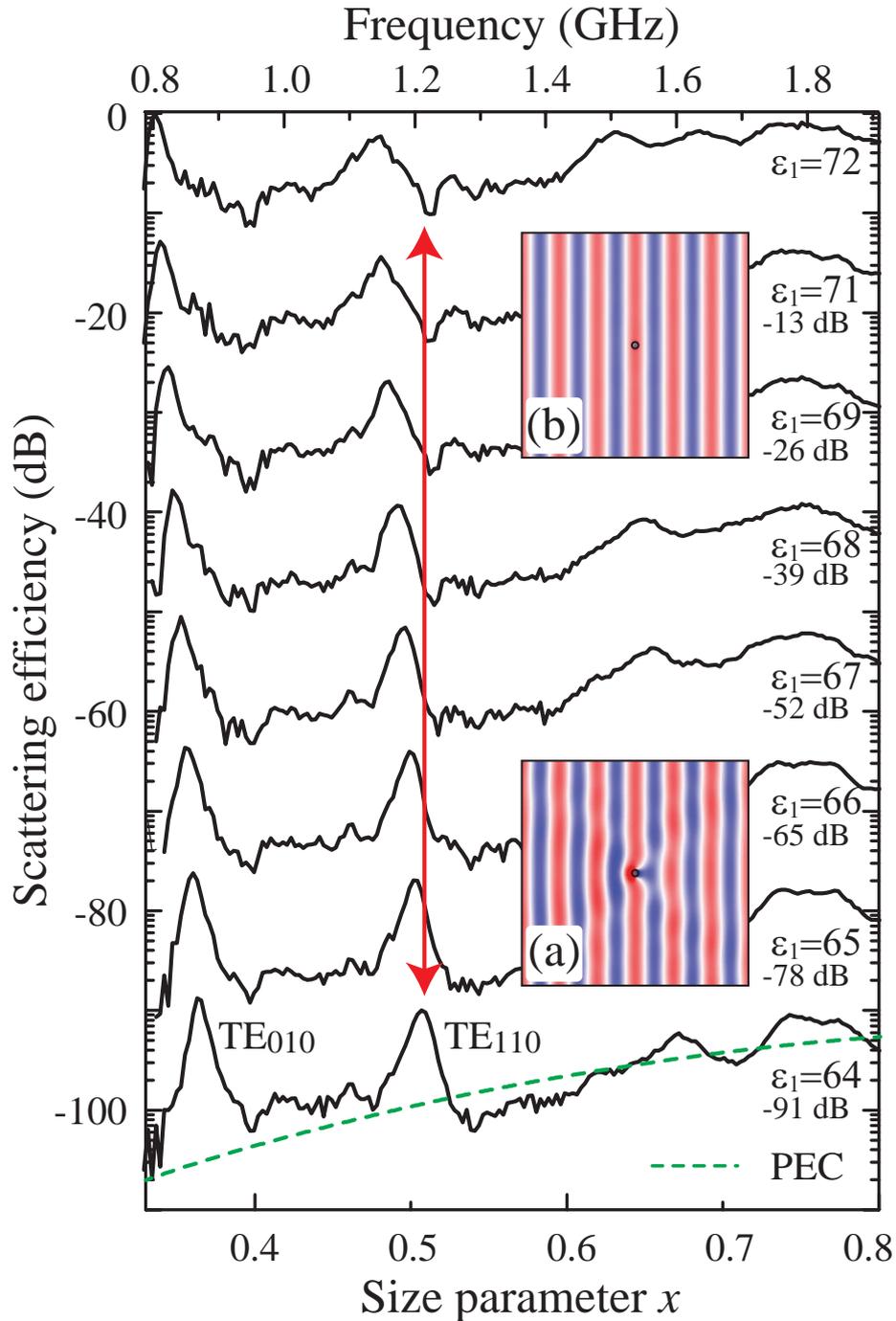


Рисунок 72 — Результаты эксперимента по переключению между режимами видимость-невидимость. Измеренная температурная зависимость полной эффективности рассеяния $Q^{r/L}$ диэлектрического резонатора на основе воды. Соотношение радиуса к высоте $r/L = 0.6$. TE-поляризация, резонатор окружен воздухом. Спектры сдвинуты по вертикали на значения, приведенные на графике. Вставки (a) и (b) показывают рассчитанные магнитные поля на частоте 1.22 ГГц в режимах невидимости Фано и сильного рассеяния Ми, соответственно. Рисунок воспроизводится по статье [305].

а также для применений в фотовольтаике [314; 315]. Для многих оптических устройств локализация электромагнитных полей в субволновых объемах становится критическим важным условием успешной работы. Хотя металлические структуры создают условия для локализации света в очень малых объемах с помощью поверхностных плазмонных поляритонов [316], металлы приводят к неизбежным омическим потерям, которые существенно ограничивают эффективность устройств с металлическими компонентами.

В диэлектрических наночастицах с высоким показателем преломления локализация электромагнитных волн происходит благодаря резонансам Ми, время затухания которых ограничено в первую очередь радиационными потерями [10]. Диэлектрические наночастицы поддерживают электрические и магнитные резонансы Ми, которые существенно расширяют потенциальную область их применения [318]. Кроме того, диэлектрические материалы с высоким показателем преломления доступны в широком спектральном диапазоне, что позволяет проводить прототипирование устройств в микроволновом диапазоне.

Следует отметить, что теория Ми предсказывает относительно низкие значения добротности (Q порядка 5-10) для наночастиц, изготовленных из обычных для оптики материалов, таких как Si, Ge и AlGaAs, в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне спектра [319]. В то же время для применения диэлектрических резонаторов важно, чтобы их добротность Q достигала больших значений порядка нескольких десятков или даже сотен. Одним из способов повышения Q является увеличение размера резонатора, например, с помощью удерживающих волны диэлектрических зеркал на основе фотонных кристаллов [320], либо с помощью резонаторов с модами шепчущей галереи [321]. В последнее время большой интерес привлек к себе еще один подход, связанный с так называемыми связанными состояниями в континууме [317].

Впервые связанные состояния в континууме были исследованы теоретически еще на заре становления квантовой механики, когда было обнаружено [322], что некоторые профили распределения потенциальной энергии могут поддерживать пространственно локализованные состояния электронов с энергией, большей нуля (мы отсчитываем потенциальную энергию от ее значения при большом удалении от удерживающего профиля). В течение нескольких десятилетий эти состояния считались лишь математической абстракцией, которая не имеет ничего общего с реальным миром. Однако, на основании теории резонансов [323] был сделан вывод, что связанные состояния в континууме могут

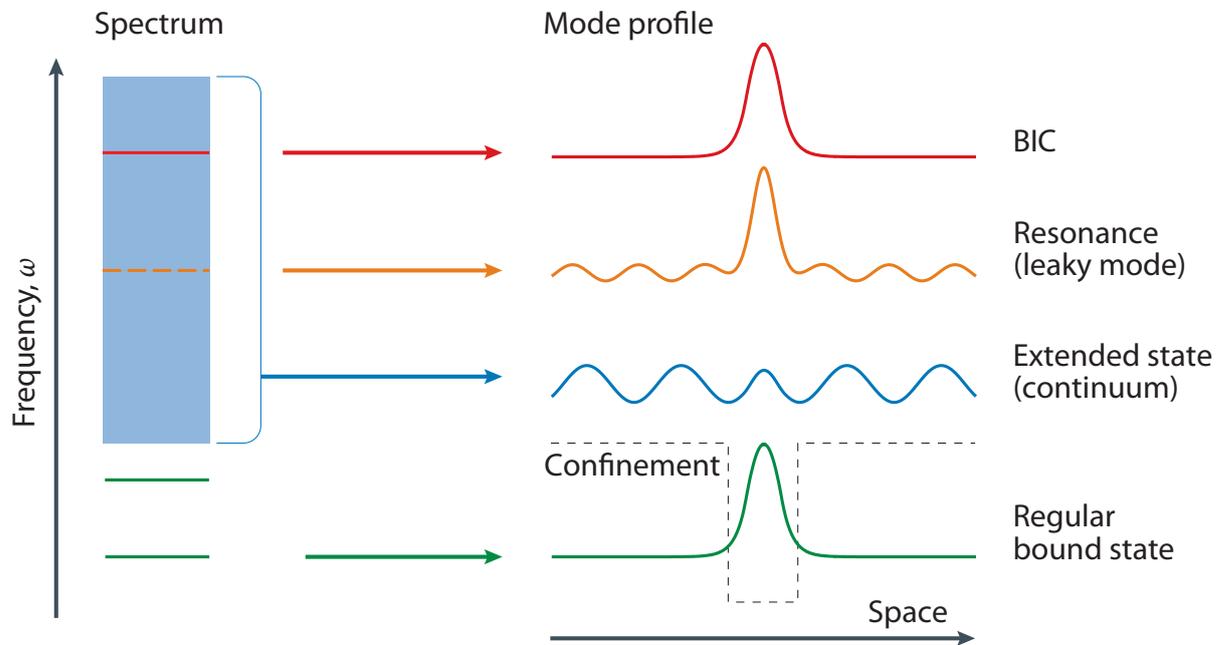


Рисунок 73 — Связанные состояния в континууме. В открытых системах частотный спектр состоит из континуума или нескольких континуумов состояний, соответствующих инфинитному движению (синий цвет) и дискретных уровней связанных состояний (зеленый), у которых отсутствуют волны, утекающие во внешнее пространство. Пространственная локализация связанных состояний является следствием ограничивающей структуры или потенциала (черная пунктирная линия). Состояния внутри непрерывного спектра обычно связаны с волнами свободного пространства, превращаясь в резонансы с некоторым временем затухания (оранжевый). Связанные состояния в континууме (красный) – это особые состояния, частота которых лежит внутри континуума, но при этом состояния остаются локализованными в структуре сколь угодно долго без затухания. Рисунок воспроизводится по статье [317].

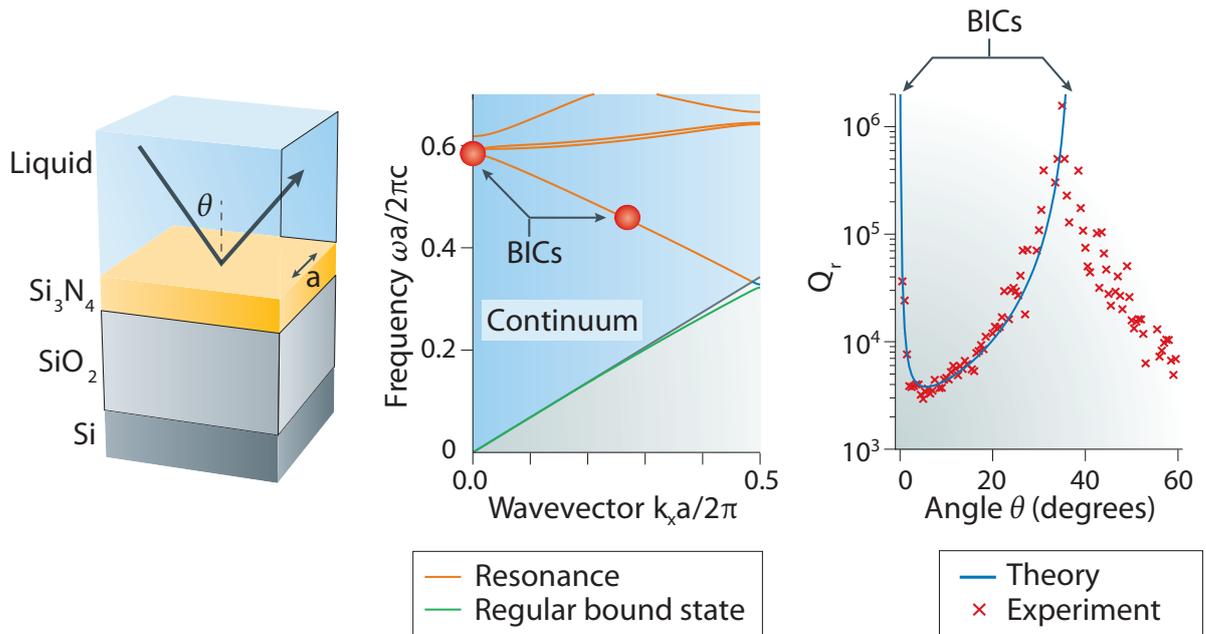


Рисунок 74 — Связанные состояния в континууме в фотонно-кристаллической мембране. Левая панель показывает геометрию эксперимента. На средней панели показана фотонная зонная структура. Резонанс с конечным временем затухания превращается в два связанных состояния в континууме с волновыми векторами $k_x = 0$ (из-за симметрии) и $k_x a/2\pi \approx 0.27$ (через подстройку параметров резонатора), отмеченных красными кружками. Правая панель демонстрирует, что добротность резонанса Q устремляется к бесконечности для двух связанных состояниях в континууме: экспериментальные данные (красные крестики) и теория (синяя кривая). Рисунок воспроизводится по статье [317].

возникать в самых разных системах. В работе Фридриха и Винтгена [324] было найдено условие, при котором утекающие в свободное пространство «хвосты» двух волн, взаимодействующих преимущественно вне потенциала, испытывают деструктивную интерференцию, приводящую к удержанию этих волн в области потенциала. Поскольку интерференция является общим явлением для волн самой разной природы, существование связанных состояний в континууме не ограничиваются только квантовомеханическими системами, напротив, это достаточно распространенное явление [317], обнаруженное в электромагнитных волнах, (рис. 73 и 74), поверхностных и упругих волнах в воде, а также в акустических волнах в воздухе.

Исходя из строгих математических формул, связанные состояния в континууме могут возникать только в системах, линейные размеры которых не ограничены, по крайней мере, в одном из пространственных направлений [317]. При этом варьированием параметров структуры можно добиться появления связанных состояний в континууме, которые проявляются как резонансные моды, у которых добротность Q уходит в бесконечность (рис. 75а). Однако бесконечных образцов не существует. Тем не менее, даже в ограниченном образце, поддерживающем резонансные моды, можно варьировать геометрические параметры таким образом, чтобы его структура функционально соответствовала идеальной структуре бесконечного образца, в котором поддерживается связанное состояние в континууме. Высокодобротное состояние в реальном образце мы назвали «суперрезонансной модой» [20]. В отличие от обычной резонансной моды, добротность которой изменяется медленно при варьировании параметров структуры, добротность суперрезонансной моды демонстрирует сильный рост, как у связанных состояний в континууме, до достижения максимального значения, ограниченного эффектами насыщения, связанными с конечным размером образца (рис. 75а). Резкий рост добротности соответствует существенному увеличению времени жизни локализованных волн, что может быть использовано, например, для эффективной генерации лазерного излучения (рис. 75b), экспериментально продемонстрированного в работе [308].

Следуя традиции квантовой механики, при описании большинства предложенных на сегодняшний день фотонных структур, поддерживающих связанные состояния в континууме, используется пространственное распределение скалярной диэлектрической проницаемости. Недавно в статье [325] авторы обратили внимание на дополнительную степень свободы – поляризацию. Они ис-

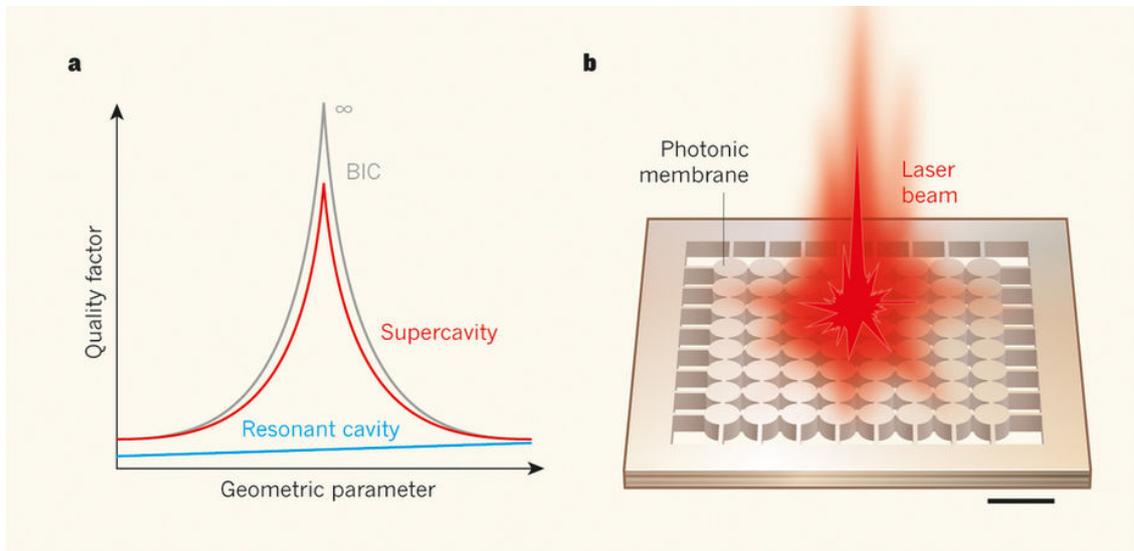


Рисунок 75 — Суперрезонансные моды для генерации лазерного излучения. **а** Обычные лазеры используют оптические микрорезонаторы, которые удерживают свет на определенных частотах, называемых резонансными частотами. Для таких систем добротность (мера эффективности удержания света) слабо зависит от геометрии резонатора (синяя кривая). Напротив, для связанных состояний в континууме в модельной пространственно неограниченной структуре при определённых параметрах добротность растёт до бесконечности (серая кривая). В конечных (ограниченных) образцах могут наблюдаться суперрезонансные моды, добротность которых при определённых параметрах демонстрирует существенный рост, ограниченный достаточно большим предельным значением, связанным с конечными размерами структуры (красная кривая). **б** Лазерное излучение из фотонно-кристаллической мембраны размером 8 на 8 цилиндров, поддерживающей суперрезонансные моды, было продемонстрировано в работе [308]. В правом нижнем углу приведен масштаб 2 микрометра. Рисунок воспроизводится по статье [20].

пользовали анизотропные материалы, которые позволяют задействовать векторную природу электрических и магнитных полей. Авторы рассмотрели анизотропную многослойную структуру, которая в своей простейшей форме состоит из подложки – положительного двулучепреломляющего одноосного материала $n_{ext} > n_{ord}$ (где n_{ext} и n_{ord} – необыкновенный и обыкновенный показатель преломления, соответственно), покрытой слоем из отрицательного двулучепреломляющего кристалла с $n_{ext} < n_{ord}$ (рис. 76). Как оказалось, даже в такой простой структуре реализуются по крайней мере два разных механизма формирования связанных состояний в континууме.

Первый – *поляризационный механизм* возникновения связанных состояний в континууме – встречается даже для случая изотропного волноводного слоя. Если показатель преломления волноводного слоя больше, чем обычный показатель преломления подложки и меньше необычного показателя преломления подложки, то можно локализовать в волноводном слое моду, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном оптической оси. Для таких направлений интерфейсы не смешивают поляризацию, а обычная волна в подложке и воздухе имеет мнимый волновой вектор из-за сохранения импульса (рис. 76b), т.е. волна остается в волноводном слое сколь угодно долго.

Второй – *интерференционный механизм*, связанный с интерференционным гашением двух мод [324]. В волноводном слое из-за двулучепреломления могут распространяться два типа волн: обычная и необычная. В общем случае на границах раздела анизотропных сред поляризация не сохраняется, что приводит к интерференции мод, утекающих из волноводного слоя. Действительно, в тех направлениях волнового вектора, при которых обычные волны в подложке являются эванесцентными, распространяющиеся по подложке необычные волны, порожденные обычной и необычной волнами в волноводном слое, гасят друг друга из-за деструктивной интерференции, как в механизме связанных состояний в континууме для электронных волн, описанном Фридрихом и Винтгеном [324] (рис. 76с).

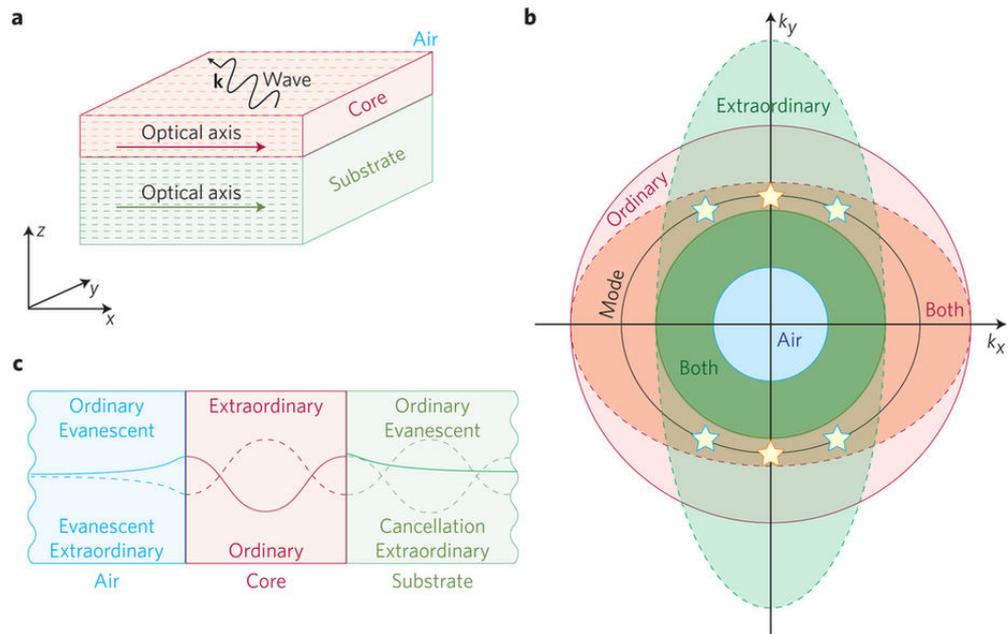


Рисунок 76 — Формирование связанных состояний в континууме в анизотропных волноводах. **a** Геометрия системы: анизотропный волновод размещен на одноосной двулучепреломляющей подложке [325], \mathbf{k} – волновой вектор. **b** Изочастотная диаграмма распространяющихся мод. Синий круг в самом центре ограничивает значения продольных компонент волновых векторов в воздухе. Красный круг (эллипс) ограничивает продольную компоненту волнового вектора обычных (необычных) распространяющихся волн в волноводе. Зеленый круг (эллипс) – для обычных (необычных) распространяющихся волн в подложке. Черный эллипс соответствует волноводным модам (вне зеленого эллипса) или утекающим модам (внутри зеленого эллипса), которые в первом приближении могут быть описаны резонансной частотой. Волноводные и утекающие моды являются смешанными состояниями по отношению к чистым волнам с обычной и необычной поляризацией. **c** Схема интерференционного процесса, который приводит к связанным состояниям в континууме: обычные и необычные волны в волноводном слое, пара затухающих мод в воздухе и обыкновенная и необыкновенная волны, распространяющиеся в подложке. Изменяя направление распространения, можно добиться того, что моды погасят друг друга за счет деструктивной интерференции в подложке, что приводит к возникновению связанных состояний в континууме. Рисунок воспроизводится по статье [326].

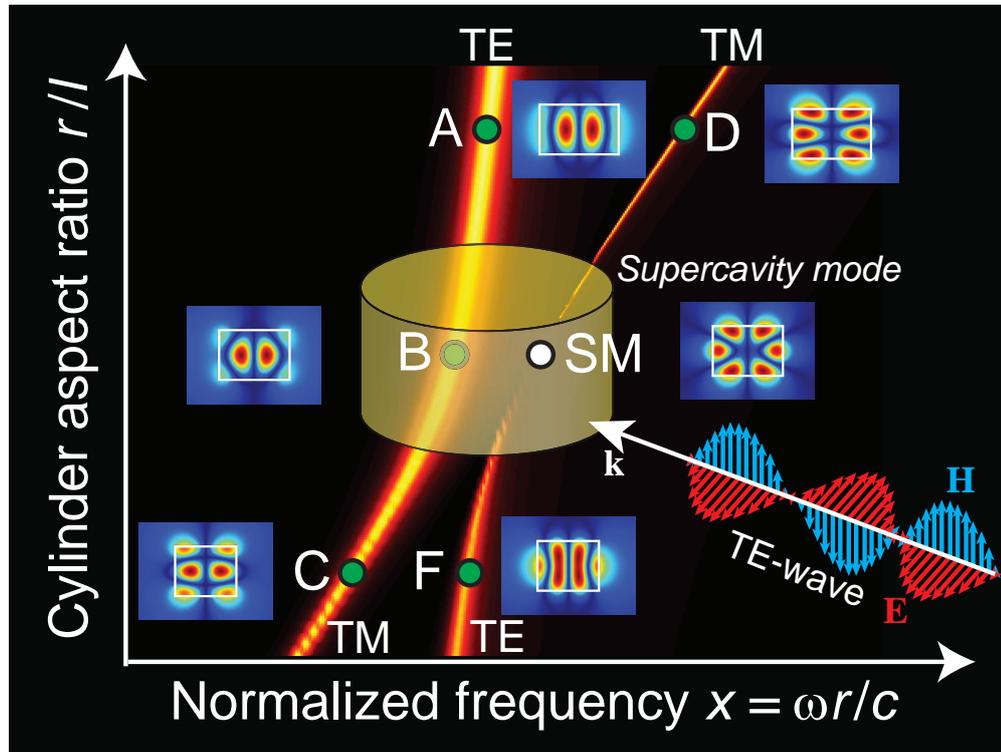


Рисунок 77 — Схематичное изображение формирования суперрезонансного состояния в диэлектрическом резонаторе с высоким показателем преломления. Наблюдается эффект антипересечения дисперсионной ветви ТЕ-моды (точки А и F) и дисперсионной ветви ТМ-моды (точки D и C). ТЕ-мода соответствует квази-Мимоду, а ТМ-мода соответствует квази-Фабри-Перо моде. В области предполагаемого пересечения дисперсионных ветвей наблюдается суперрезонансная мода в точке SM. Толщина кривых соответствует ширине линий в спектрах рассеяния. Вставки показывают профили поля в отмеченных точках. Рисунок воспроизводится по статье [327].

5.3.1 Суперрезонансные состояния в диэлектрических субволновых цилиндрах

Как обсуждалось выше, поляризация электромагнитного поля является дополнительной степенью свободы, которую следует использовать для разработки компактных, желателно субволновых структур, обладающих суперрезонансными состояниями. В данном разделе представлены результаты исследования фотонных свойств простейшего диэлектрического резонатора – однородного цилиндра конечной длины. Суперрезонансная мода возникает, когда две собственные моды с различными поляризациями, связанные с резонансом Ми и резонансом Фабри-Перо взаимодействуют в режиме сильной связи, формируя область антипересечения (рис. 77). Поскольку эти моды почти ортогональны внутри резонатора, они взаимодействуют преимущественно снаружи, аналогично электронным состояниям, описанным теорией Фридриха-Винтгена, что приводит к увеличению добротности и усилению локализации.

Вычислим сечение рассеяния диэлектрического цилиндрического резонатора конечной высоты в зависимости от его аспектного отношения r/l (радиус, деленный на высоту). Мы анализируем моды, возбуждаемые ТЕ-поляризованной плоской волной, и используем нормированный параметр $x = kr$, являющийся произведением волнового числа k и радиуса резонатора r . Начнем анализ спектров с резонатора, обладающего высоким значением диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 80$, когда резонансные эффекты проявляются наиболее ярко. Цветовая карта спектров рассеяния, показанная на рис. 78а, демонстрирует два семейства резонансов с частотами, обладающими линейными зависимостями от аспектного соотношения r/l . Легко выделить медленно меняющиеся ТЕ-поляризованные моды, генетически связанные с Ми резонансами бесконечного цилиндра (см. рис. 78b) и быстро меняющиеся моды (типа Фабри-Перо) с поляризацией ТМ и ТЕ. Здесь, как и ранее, мы используем стандартную нотацию для классификации мод: моды ТЕ и ТМ определяются преобладающей поляризацией; первый индекс m соответствует азимутальному числу моды, а два других индекса k и n последовательно нумеруют резонансы Ми и Фабри-Перо, соответственно. Из-за различного наклона дисперсионных ветвей мод Ми и Фабри-Перо при изменении аспектного соотношения ветви должны либо пересекаться, либо демонстрировать эффект антипересечения, как показано красным и зеле-

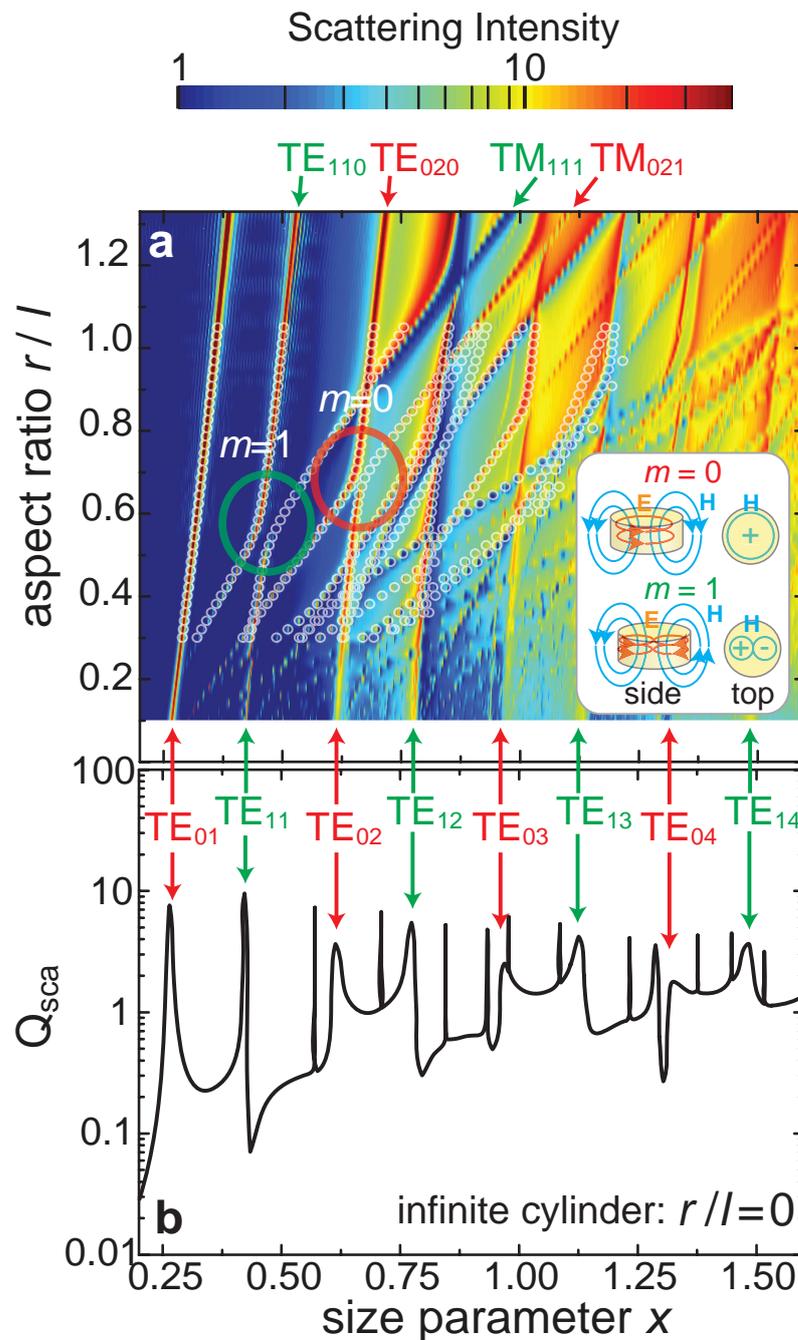


Рисунок 78 — Дисперсия мод в диэлектрическом резонаторе с высоким показателем преломления. (a) Карта интенсивности спектров рассеяния плоской волны на однородном цилиндре с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 80$ в зависимости от аспектного соотношения радиуса к высоте. Почти вертикальные дисперсионные ветви TE_{mkn} соответствуют резонансам Ми бесконечной цилиндра. Области антипересечения мод с азимутальными номерами $m = 0$ и $m = 1$ отмечены, соответственно, красным и зеленым кружками. Реальные части собственных частот, полученные разложением по резонансным состояниям, показаны небольшими белыми кружками. Вставка на панели (a) иллюстрирует электрические и магнитные поля для режимов с различными азимутальными числами m . (b) Спектральная зависимость интенсивности рассеяния электромагнитной волны на бесконечном однородном диэлектрическом цилиндре. Рисунок воспроизводится по статье [327].

ным кружками на рис. 78а. Отметим, что взаимодействуют моды с одним и тем же индексом m , формируя области антипересечения с почти полным исчезновением спектральных линий (см. точку SM на рис. 77).

На рисунке 79 показаны спектры, соответствующие режиму антипересечения, который возникает при взаимодействии мод TE_{020} (квази Ми) и TE_{012} (квази Фабри-Перо). В спектрах рассеяния (см. рис. 79а) каждая мода проявляется как пик, имеющий асимметричный профиль Фано. Исследуем следующие характеристики пиков: центральное положение, затухание (пропорциональное обратному значению Q) и параметр асимметрии Фано q . Эти параметры получаются при аппроксимации спектров формулой Фано (3.2). Вдали от области взаимодействия частоты мод описываются линейным законом (см. рис. 78а и 79b). Для более коротких резонаторов при $r/l > 0.72$ спектр содержит пару асимметричных резонансов. Низкочастотная особенность соответствует моде Ми TE_{020} при $x = 0.66$, а более высокочастотная мода – моде Фабри-Перо TE_{012} при $x = 0.73$. Для длинных резонаторов при $r/l < 0.65$ последовательность мод меняется на обратную: мода Фабри-Перо находится в низкочастотной области при $x = 0.60$, а мода Ми наблюдается почти несмещенной при $x = 0.64$. Для интервала $0.65 < r/l < 0.72$, моды оказываются в режиме сильной связи, который сопровождается антипересечением ветвей.

Так как моды соответствуют асимметричным линиям с профилем Фано, параметр затухания не может быть определен непосредственно из ширины линии, но при этом может быть вычислен вместе с параметром Фано q путем аппроксимации спектров формулой Фано (3.2). Зависимость этих двух параметров от аспектного соотношения резонатора r/l показана на рис. 79с,d. При малых значениях аспектного соотношения ($r/l < 0.62$) обе моды характеризуются положительными значениями q и сравнимыми параметрами затухания. Когда аспектное соотношение уменьшается, параметры низкочастотной моды существенно не изменяются. Напротив, для высокочастотной моды оба параметра сильно изменяются, демонстрируя резонансные характеристики в узком диапазоне аспектного соотношения $0.69 < r/l < 0.71$. При $r/l = 0.703$ параметр асимметрии q стремится к бесконечности и затем становится отрицательным. Вставки на рис. 79с показывают, как изменяются спектры рассеяния в небольшом интервале $0.698 < r/l < 0.703$. В этом же интервале добротность Q демонстрирует типичную зависимость для суперрезонансного состояния с мак-

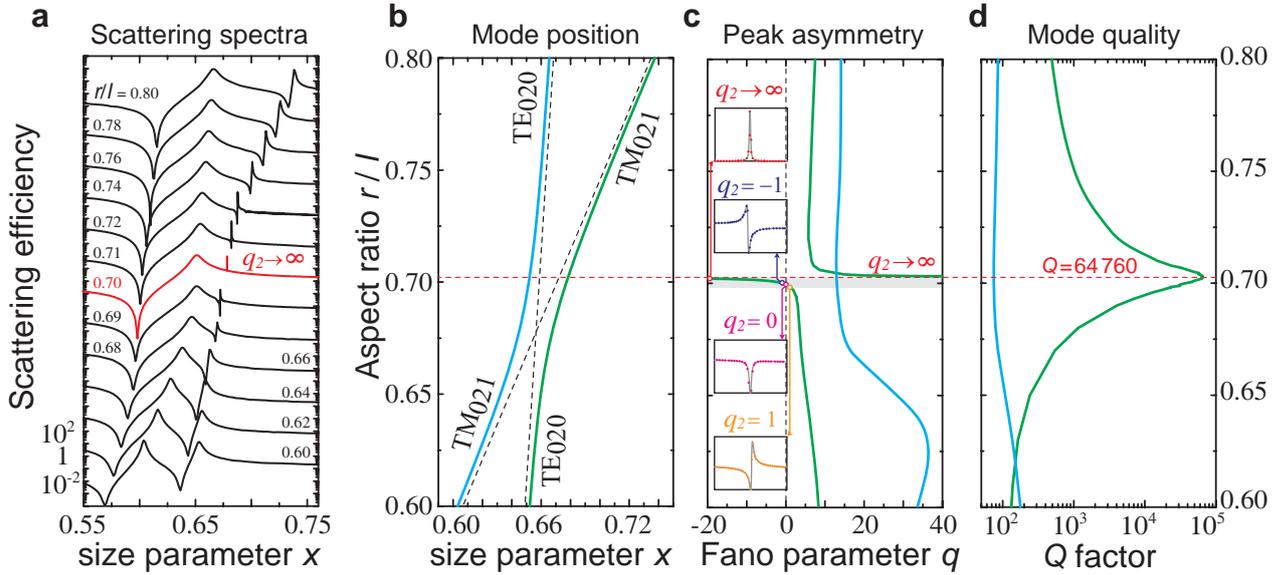


Рисунок 79 — Анализ фотонных мод TE_{020} (квази-Ми) и TE_{012} (квази-Фабри-Перо) ($m = 0$) в области антипересечения. (а) Спектры рассеяния цилиндра ($\varepsilon = 80$) в зависимости от параметра r/l . Суперрезонансная мода возникает при $r/l = 0.701$ (красный спектр). Спектры сдвинуты друг от друга на 100 дБ. (б) Частоты мод TE_{020} и TE_{012} . (с) Параметр Фано для обеих мод. Вставки показывают высокочастотные спектральные особенности в линейном масштабе для значений в узком диапазоне r/l , отмеченных оранжевыми, пурпурными, синими и красными кругами ($r/l = 0.698$, $q = 1$; $r/l = 0.699$, $q = 0$; $r/l = 0.700$, $q = -1$; $r/l = 0.703$, $q \rightarrow \infty$). (д) Добротность Q , демонстрирующая типичную для суперрезонатора зависимость с максимальным значением, близким к $Q = 65000$. Данные в (б) – (д) получены путем аппроксимации спектральных линий формулой Фано. Голубые и зеленые кривые соответствуют низкочастотным и высокочастотным ветвям соответственно. Рисунок воспроизводится по статье [327].

симальным значением $Q \approx 65,000$, которое ограничено эффектами конечного размера резонатора.

Отметим, что экстремальные значения параметра затухания и параметра Фано наблюдается при $r/l = 0.703$. Известно, что в режиме слабой связи параметр асимметрии Фано соответствует скорости затухания [21]. Предположим, что аналогичные особенности проявляются и в случае режима сильной связи, т.е. параметр Фано может быть использован для анализа конкретных свойств связанных состояний в континууме. Действительно, связь между резонансом Фано и связанными состояниями в континууме обсуждалась ранее в литературе в контексте электронного транспорта [328]. Кроме того, асимметричная линия Фано появляется в спектрах отражения фотонно-кристаллической мембраны, поддерживающей связанные состояния в континууме [329]. В настоящей работе мы показываем, что бесконечное значение параметра Фано q соответствует связанному состоянию в континууме или режиму суперрезонанса.

Чтобы убедиться, что затухание высокочастотной моды действительно обращается почти в нуль, мы провели вычисления собственных частот резонатора. Для этого был использован точный вычислительный метод разложения по резонансным состояниям [330]. В настоящей Главе приводятся результаты вычислений методом разложения по резонансным состояниям, проведенных А.А. Богдановым и К.Л. Кошелевым. Вещественные части рассчитанных собственных частот показаны на рис. 78а. Их положения прекрасно согласуются с особенностями спектров рассеяния, рассчитанных при помощи пакета численного моделирования CST Microwave Studio. Мы обнаружили, что радиационные потери одной из мод существенно уменьшаются, что свидетельствует о близости этого эффекта к эффекту возникновения связанного состояния в континууме. В частности, для диэлектрической проницаемости $\epsilon = 80$ добротность суперрезонансной моды оказывается равной 63700, что хорошо согласуется с результатами, полученными при аппроксимации спектров рассеяния формулой Фано.

Мы вычислили собственные моды резонатора с помощью метода разложения по резонансным состояниям в зависимости от аспектного соотношения r/l для разных значений диэлектрической проницаемости в интервале от 4 до 100. Обсудим две области антипересечения, отмеченные кружками на рис. 78а для азимутальных чисел $m = 0$ и $m = 1$. Было обнаружено, что для каждого фиксированного значения диэлектрической проницаемости добротность ведет себя аналогично зависимости, представленной на рис. 79d. Максимальное зна-

чение Q (в режиме суперрезонансной моды) показано на рис. 80а. При $\varepsilon > 10$, эта зависимость хорошо аппроксимируется степенной функцией. В частности, для резонатора с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 13$ суперрезонансная мода с $m = 1$ характеризуется величиной $Q \approx 50$, что существенно выше, значения $Q = 13.4$ для магнитной дипольной моды Ми и $Q = 6$ для электрической дипольной моды Ми. Более того, суперрезонансная мода с $m = 0$ характеризуется значением $Q \approx 200$, что является достаточной величиной для наблюдения сильных нелинейных эффектов [120].

На рис. 80b показаны размеры цилиндрического резонатора (нормированного на длину волны) в зависимости от диэлектрической проницаемости материала. Четирем кривым соответствуют два диаметра (кружки) и две высоты (квадраты) для режима суперрезонансной моды с азимутальными числами $m = 0$ (красный) и $m = 1$ (голубой). Суперрезонаторы находятся в субволновом режиме уже при умеренных значениях диэлектрической проницаемости $\varepsilon \geq 3.5$. Резонаторы из кремния показаны на вставках. Оба размера составляют величину меньшую половины длины волны, что существенно меньше, чем резонаторы шепчущей галереи с модами высокого порядка с большим значением m .

Как уже отмечалось, интерференция мод, приводящая к появлению связанного состояния в континууме, может быть описана в терминах теории Фридриха-Винтгена [324], разработанной ранее для электронных связанных состояний в континууме. Эта теория предполагает, что пара дискретных состояний взаимодействует через континуум делокализованных состояний. Такое взаимодействие сдвигает энергетические уровни дискретных состояний, и при определенных условиях состояния переходят в режим сильной связи. В результате скорость затухания одного состояния возрастает, а скорость затухания другого состояния уменьшается до тех пор, пока она не обратится в нуль, и соответствующее состояние станет связанным состоянием в континууме. В фотонных системах пара мод может быть описана теорией Фридриха-Винтгена при условии, что размер оптических мод пренебрежимо мал по сравнению с длиной волны свободных фотонов. Рассчитанная скорость затухания мод, величина обратно пропорциональная добротности показанной на рис. 79d, обращается почти в нуль (пик добротности Q), что отлично согласуется с предсказаниями теории Фридриха-Винтгена. Увеличение диэлектрической проницаемости приводит к возрастанию добротности Q (см. рис. 80а) вследствие уменьшения размера фо-

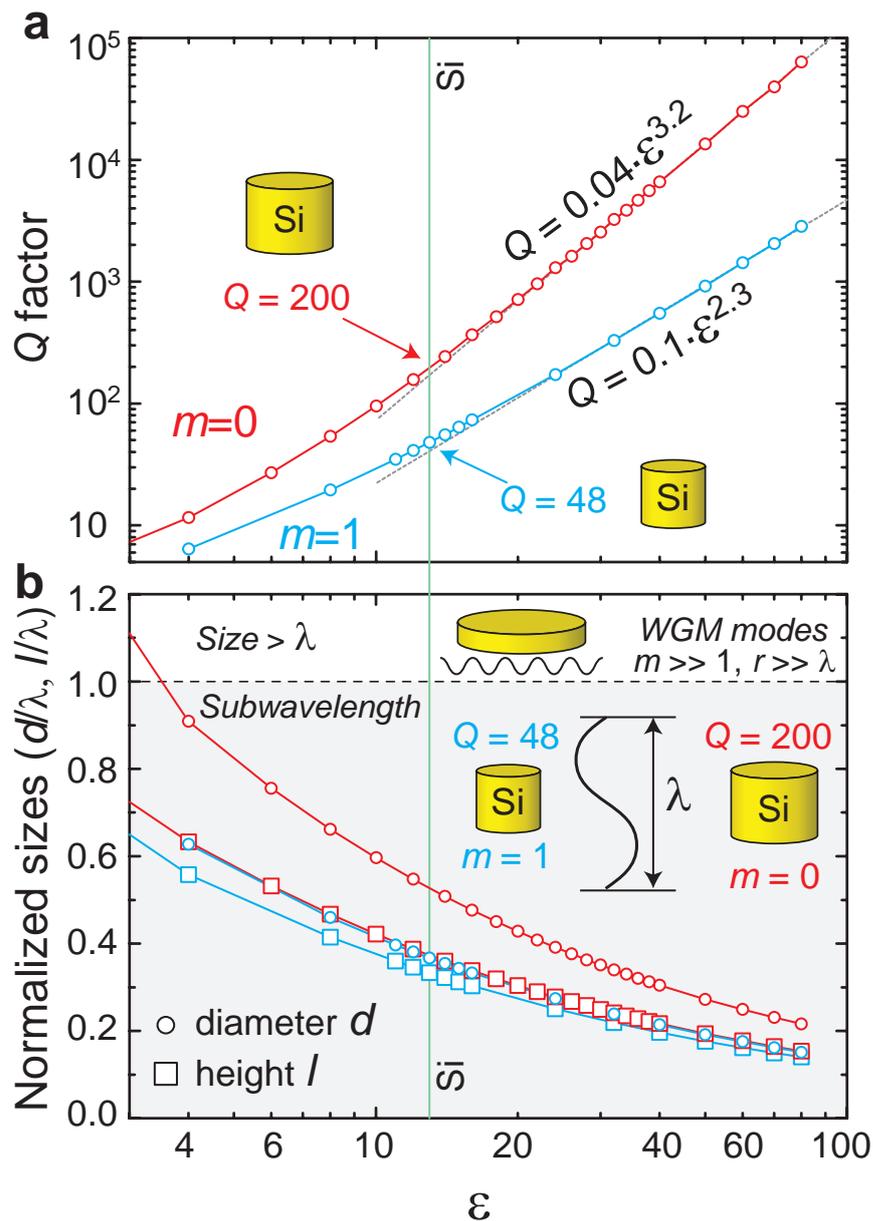


Рисунок 80 — Рассчитанные добротности суперрезонансных мод, возникающих в субволновых диэлектрических цилиндрах. (а) Зависимость $Q(\epsilon)$ для мод с азимутальными числами $m = 0$ и $m = 1$. При больших значениях ϵ добротность Q демонстрирует рост по степенному закону. (б) Относительные размеры диэлектрического цилиндрического резонатора, поддерживающего режим суперрезонансной моды. Все размеры нормированы на резонансную длину волны. Резонатор становится субволновым ниже границы, отмеченной горизонтальной штриховой линией. Кружки отображают диаметр цилиндра, квадраты – его высоту. Вставки иллюстрируют размер кремниевого резонатора по сравнению с длиной волны в вакууме для $m = 0$ и $m = 1$. Все данные на панелях (а) и (б) рассчитаны методом разложения по резонансным состояниям. Диэлектрическая проницаемость кремния в ИК отмечена вертикальной зеленой линией. Рисунок воспроизводится по статье [327].

тонных мод по сравнению с длиной волны в вакууме. Полученные результаты позволяют определить параметры резонатора с высокими значениями добротности Q в простейших трехмерных структурах.

5.4 Выводы по главе

В главе были описаны свойства резонатора с простейшей геометрической формой однородного диэлектрического цилиндра. В спектрах рассеяния электромагнитной волны на цилиндре с высоким показателем преломления был обнаружен ряд неожиданных эффектов, включая появление режима невидимости и возникновение суперрезонансной моды.

Было продемонстрировано первое (насколько нам известно из литературы, а также по реакции коллег на международных конференциях) экспериментальное наблюдение эффекта невидимости макроскопического объекта без дополнительных маскирующих устройств, а также переключение цилиндра из видимого в невидимое состояние и обратно путем изменения его диэлектрической проницаемости. Мы подтвердили эти результаты экспериментально в микроволновом диапазоне.

Кроме этого, мы обнаружили, что субволновые высокоиндексные диэлектрические резонаторы могут поддерживать суперрезонансные моды с высокими значениями добротности, которые по своей физической природе близки к связанным состояниям в континууме. Для кремниевых резонаторов наш подход предполагает достижения значений добротности $Q = 200$, что достаточно для многих приложений.

Глава 6. Влияние на свойства излучения классических и квантовых объектов окружающей структуры

Эффект Парселла [156] и лэмбовский сдвиг [157] относятся к числу наиболее известных явлений в квантовой электродинамике (КЭД). Объяснение обоих эффектов основывается на физике нулевых колебаний, которые определяют скорость спонтанного излучения квантовой частицы, а также величину энергии перехода. Эти эффекты наблюдаются во множестве различных физических систем и имеют большой потенциал для практического применения [331—341], однако изготовление устройств с надлежащими свойствами представляет собой сложную технологическую задачу. Наблюдаемый прогресс в электродинамике сложных фотонных структур (в том числе фотонных кристаллов и метаматериалов) свидетельствует о том, что многие идеи и концепции, обычно обсуждаемые в рамках квантовой механики, играют важную роль в классической физике. Приведем несколько примеров: рассеяние частиц с фиксированным угловым моментом [342] и рассеяние Ми [113]; резонансы Фано, наблюдаемые в атомных спектрах [133] и в фотонных структурах [14; 83; 166; 179; 343]; кроме того, можно упомянуть адаптацию зонной теории [23] на случай фотонных кристаллов [1] и многие другие специфичные эффекты [344]. Также отметим работы, в которых сообщается о классическом описании эффективности излучения дипольной радиоантенны [345] и недавних работ по наноантеннам [346; 347]. Однако во всех предыдущих работах, посвященных классическому описанию эффекта Парселла в антеннах, авторы исследовали колебания отдельных заряженных частиц или осцилляции электрических токов. В данной разделе мы рассматриваем фотонные моды микрорезонаторов, демонстрируя прямую аналогию этих эффектов КЭД с классической волновой теорией для мод, которые обеспечивают работу устройств на основе фотонных кристаллов и метаматериалов.

6.1 Модификация скорости излучения частиц в волноводах из-за дополнительных рассеивателей

В этом разделе будет проведен детальный анализ эффекта Парселла, лэмбовского сдвига, а также резонанса Фано для двух задач: (i) задача о квантовой частице в низкодобротном резонаторе и (ii) задача о рассеянии света на высокодобротном микрорезонаторе, связанном с низкодобротным резонатором. Мы покажем близкую аналогию между этими двумя задачами и продемонстрируем сходство полученных аналитических формул. В задаче о высокодобротном микрорезонаторе мы сопоставим аналитические результаты для эффекта Парселла и лэмбовского сдвига с результатами численных расчетов из первых принципов. В частности, мы продемонстрируем, что в структуре «волновод + микрорезонатор» за счет эффекта Парселла можно изменить время жизни фотонной моды как минимум в 25 раз, а лэмбовский сдвиг может превышать 3 полуширины спектральной линии микрорезонатора.

Напомним общие результаты для системы, состоящей из квантовой частицы (например, атома), расположенной в середине резонатора (см. рис. 81a). Для такой геометрии подход КЭД предсказывает два эффекта [167]. Первый – эффект Парселла, связанный с тем, что локальная плотность фотонных состояний (ЛПФС) в резонаторе отличается от ЛПФС вакуума, что приводит к усилению (или подавлению) скорости спонтанного излучения. Вторым эффектом – лэмбовский сдвиг – состоит в изменении энергии перехода из-за возмущения стационарных мод нулевыми колебаниями электромагнитного поля в резонаторе.

Мы будем изучать волновод с микрорезонатором, в который внедрены два полупрозрачных отражающих элемента (два рефлектора), выполняющих роль двух зеркал эффективного резонатора (Рис. 81b). При рассмотрении квантовой задачи внутри волновода вводится двухуровневый атом. В случае классической задачи добавляется высокодобротный микрорезонатор в качестве метаатома. Отметим, что такая система хорошо известна в литературе в самых разных вариантах, включая фотонные кристаллы [191; 348], микрокольцевые резонаторы [349; 350], резонаторы с модой шепчущей галереи [147; 351], а также структуры с квантовыми точками [352; 353].

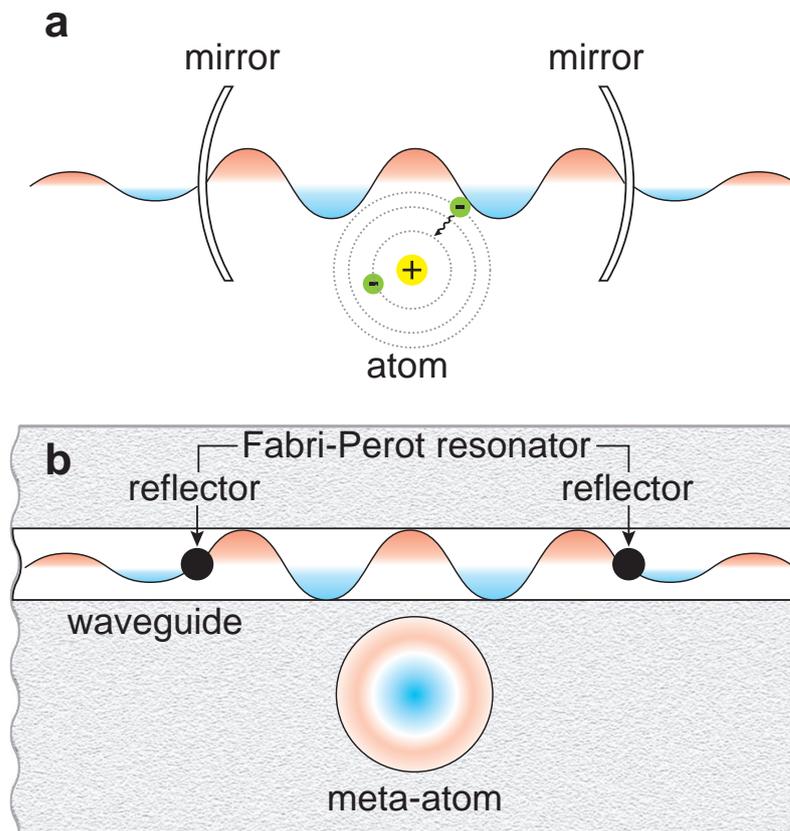


Рисунок 81 — Схема квантовых и классических систем, демонстрирующих эффект Парселла и лэмбовский сдвиг. В случае (a) квантовая частица помещается в середину резонатора. В случае (b) высокодобротный микрорезонатор (meta-atom) размещен в непосредственной близости от волновода с резонатором Фабри-Перо в двумерном фотонном кристалле. Задача описывается уравнениями Максвелла. Рисунок воспроизводится по статье [21].

6.1.1 Анализ поля в волноводе

Рассмотрим волновод, который поддерживает только одномодовый режим в каждом направлении. Такой волновод можно описать однородным одномерным уравнением Гельмгольца

$$\frac{d^2 E}{dx^2} + k^2 E = 0. \quad (6.1)$$

Уравнение (6.1) имеет два линейно независимых решения $\exp(ikx)$ и $\exp(-ikx)$. Таким образом, электромагнитное поле может быть описано парой амплитуд A^+ и A^- как $E = A^+ \exp(ikx) + A^- \exp(-ikx)$. Если поле известно в точке x_0 , мы можем вычислить поле в любой другой точке x с помощью матрицы переноса в однородной среде

$$\begin{pmatrix} A^+(x) \\ A^-(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik(x-x_0)} & 0 \\ 0 & e^{ik(x_0-x)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^+(x_0) \\ A^-(x_0) \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

Чтобы описать неоднородности в точке x' , мы связываем амплитуды поля на одной границе неоднородности с другой при помощи матрицы переноса

$$\begin{pmatrix} A^+(x' + \Delta) \\ A^-(x' + \Delta) \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} A^+(x' - \Delta) \\ A^-(x' - \Delta) \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Здесь мы предполагаем, что длина неоднородности равна 2Δ . Для рефлектора удобно выбирать края неоднородности таким образом, чтобы матрица переноса имела вид [191]

$$\mathbf{M}_r = \frac{1}{i\sqrt{1-r^2}} \begin{pmatrix} -1 & -r \\ r & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.4)$$

где коэффициент отражения r является вещественным параметром в интервале $[0..1]$. Чтобы вычислить спектры пропускания волновода с резонатором Фабри-Перо перемножим три матрицы и найдем коэффициент пропускания, а также его приближение для m -го резонанса ($\delta \approx m\pi$)

$$t = \frac{r^2 - 1}{e^{-2i\delta} - r^2 e^{2i\delta}} \approx e^{-i\delta} \frac{1 - r^2}{r^2 - 1 + 2i(\delta - m\pi)}, \quad (6.5)$$

что позволяет оценить добротность резонатора Фабри-Перо формулой

$$Q = \frac{2m\pi}{1 - r^2}. \quad (6.6)$$

6.1.2 Функция Грина для волновода с отражателями

Теперь найдем функцию Грина для волновода с резонатором Фабри-Перо. Функция Грина для однородного уравнения (6.1) имеет вид [354]

$$G_0(x, x'; k) = -\frac{i}{2k} \exp(ik|x - x'|). \quad (6.7)$$

Отметим, что эта функция Грина удовлетворяет уравнению, определяющему функцию Грина [354], если x находится в однородной области. Однако G_0 не соответствует граничным условиям задачи, а именно функция Грина не должна содержать волны, несущими энергию к резонатору Фабри-Перо из бесконечности. Построим функцию Грина, добавив к G_0 решение одномерного уравнения Гельмгольца. Ниже мы обсудим случай, когда x' ограничено резонатором Фабри-Перо. Тогда функцию Грина можно описать амплитудами $(G^+(x, x'), G^-(x, x'))^T$. Мы связываем амплитуды в двух точках $x - \eta$ и $x + \eta$ матричным равенством

$$\begin{pmatrix} G^+(x + \eta, x') \\ G^-(x + \eta, x') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^+(x - \eta, x') \\ G^-(x - \eta, x') \end{pmatrix} - \frac{i}{2k} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

полагая положительную величину $\eta \rightarrow 0$. В других точках $|x - x'| > \eta$ мы можем использовать обычные матрицы переноса (6.2) и (6.4), чтобы найти $(G^+(x, x'), G^-(x, x'))^T$. Согласно граничным условиям $G^-(x_R, x') = 0$ на правой границе резонатора Фабри-Перо и $G^+(x_L, x') = 0$ слева мы можем вычислить амплитуды $G^+(x_R, x')$ и $G^-(x_L, x')$. Используя матрицы переноса, получаем искомую функцию Грина как сумму амплитуд $G^+(x, x') + G^-(x, x')$ в любой точке x , в том числе $x = x'$. Также отметим, что эта функция Грина является матричными элементами диадной функции Грина, которая имеет диагональную форму в рассматриваемом случае.

6.1.3 Квантовая задача

Мы рассматриваем подход КЭД, основанный на модели Джайнса-Каммингса с приближением Вигнера-Вайскопфа [167; 355]. Гамильтониан двухуров-

невого атома (или квантовой точки), взаимодействующего с электромагнитным полем, может быть представлен в виде

$$\hat{H} = \hbar\omega_0\hat{b}^\dagger\hat{b} + \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\lambda}\hat{a}_{\lambda}^\dagger\hat{a}_{\lambda} + \sum_{\lambda} (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) (g_{\lambda}\hat{a}_{\lambda} + g_{\lambda}^*\hat{a}_{\lambda}^\dagger), \quad (6.9)$$

где \hat{b} , \hat{b}^\dagger и \hat{a}_{λ} , $\hat{a}_{\lambda}^\dagger$ являются операторами уничтожения и рождения для атомных и электромагнитных состояний, соответственно, g_{λ} описывает связь между электроном и фотонным состоянием λ . Отметим, что такое описание имеет ряд ограничений, например: (i) анализ двухуровневой системы с бозонными операторами действителен только при пренебрежении эффектами насыщения; (ii) время жизни оптической моды резонанса Фабри-Перо должно быть намного меньше, чем время жизни двухуровневой системы без резонанса Фабри-Перо.

Решая уравнение Гейзенберга, можно вычислить скорость спонтанного распада [356]

$$\gamma = -2\text{Im}[X(\omega_0)], \quad (6.10)$$

а также лэмбовский сдвиг

$$\Delta_L = (\Delta_c - \Delta_0). \quad (6.11)$$

Здесь ω_0 является частотой перехода в свободном пространстве, $X(\omega_0) = \mathbf{n} \overset{\leftrightarrow}{G}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_0) \mathbf{n}$ ($\mu^2\omega_0^2/\hbar\epsilon_0c^2$), \mathbf{n} - единичный вектор, направленный к атомному дипольному моменту μ , $\overset{\leftrightarrow}{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$ - диадная функция Грина, r_0 - положение атома. Вакуумная часть лэмбовского сдвига $\Delta_0 = \text{Re}[X_0(\omega_0)]$, где $X_0(\omega_0)$ связан с волновыми функциями атома в вакууме (т.е., для оценки $X_0(\omega_0)$ нужно определить двухуровневую систему и уметь находить ее волновые функции), а часть, связанная с микрорезонатором, равна $\Delta_c = \text{Re}[X(\omega_0)]$.

Исследуемая система показана на рис. 81b. Предположим, что волновод поддерживает только одномодовый режим в каждом направлении. Следовательно, резонатор Фабри-Перо формирует эффективный одномерный резонатор. Мы используем функцию Грина системы с частично отражающими элементами, характеризующимися коэффициентом отражения r (см. выше)

$$G(x, x; \omega) = \frac{1}{2ki} \frac{(e^{-i\delta_1} - re^{i\delta_1})(e^{-i\delta_2} - re^{i\delta_2})}{e^{-i\delta} - r^2e^{i\delta}}, \quad (6.12)$$

где x - координата точки между отражателями, $k = \omega/c$ - волновое число, d_1 и d_2 - расстояния между координатой x и левым / правым отражателем, соответственно, $\delta_{1,2} = kd_{1,2}$ и $\delta = \delta_1 + \delta_2$.

Если мы запишем скорость спонтанного излучения в вакууме как $\gamma_0 = \mu^2 \omega_0 / (\hbar \varepsilon_0 c)$, фактор Парселла может быть представлен в виде

$$f = \frac{\gamma}{\gamma_0} = (1 - r^2) \frac{1 + r^2 - r[\cos(2\delta_1) + \cos(2\delta_2)]}{(1 + r^2)^2 - 4r^2 \cos^2 \delta}. \quad (6.13)$$

Аналогично, лэмбовский сдвиг можно записать как

$$\Delta_c = -\frac{r \sin \delta [(1 + r^2) \cos \eta - 2r \cos \delta]}{(1 + r^2)^2 - 4r^2 \cos^2 \delta} \gamma_0, \quad (6.14)$$

где $\eta = \delta_1 - \delta_2$.

На рис. 82 показаны максимумы фактора Парселла и лэмбовского сдвига для квантовой частицы, расположенной внутри резонатора Фабри-Перо. Максимум фактора Парселла рассчитывается как

$$f_{\max} = \frac{1 + r}{1 - r} = f_{\min}^{-1} \quad (6.15)$$

и максимальный лэмбовский сдвиг

$$\max(\Delta_c) = -\min(\Delta_c) = \frac{r}{1 - r^2} \gamma_0 \quad (6.16)$$

пропорционален ширине линии излучения атома в вакууме. Лэмбовский сдвиг оказывается малой величиной для квантовой системы с достаточно большим временем жизни. Напротив, из-за эффекта Парселла резко меняется скорость спонтанного излучения. Например, когда $r = 0.7$ это изменение, определяемое как отношение γ_{\max} к γ_{\min} , превышает 30. Вставки на рис. 82 показывают величину фактора Парселла и лэмбовского сдвига как функции двух переменных: положения метаатома x в резонаторе Фабри-Перо и расстояния d между отражателями (плечо резонатора Фабри-Перо). Отметим, что можно преобразовать выражение для фактора Парселла к традиционному виду [156]. Действительно, когда мы рассматриваем случай $1 - r^2 \ll 1$ для системы, в которой резонансная частота атома настраивается на моду Фабри-Перо, а атом помещается в максимум электрического поля для получения максимальной скорости спонтанного излучения, коэффициент Парселла можно записать в виде

$$f = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda_0 Q}{n L}, \quad (6.17)$$

где Q – добротность резонатора Фабри Перо (см. выше), L плечо резонатора Фабри-Перо, λ_0 – длина волны в вакууме, а n – эффективный показатель преломления для моды волновода.

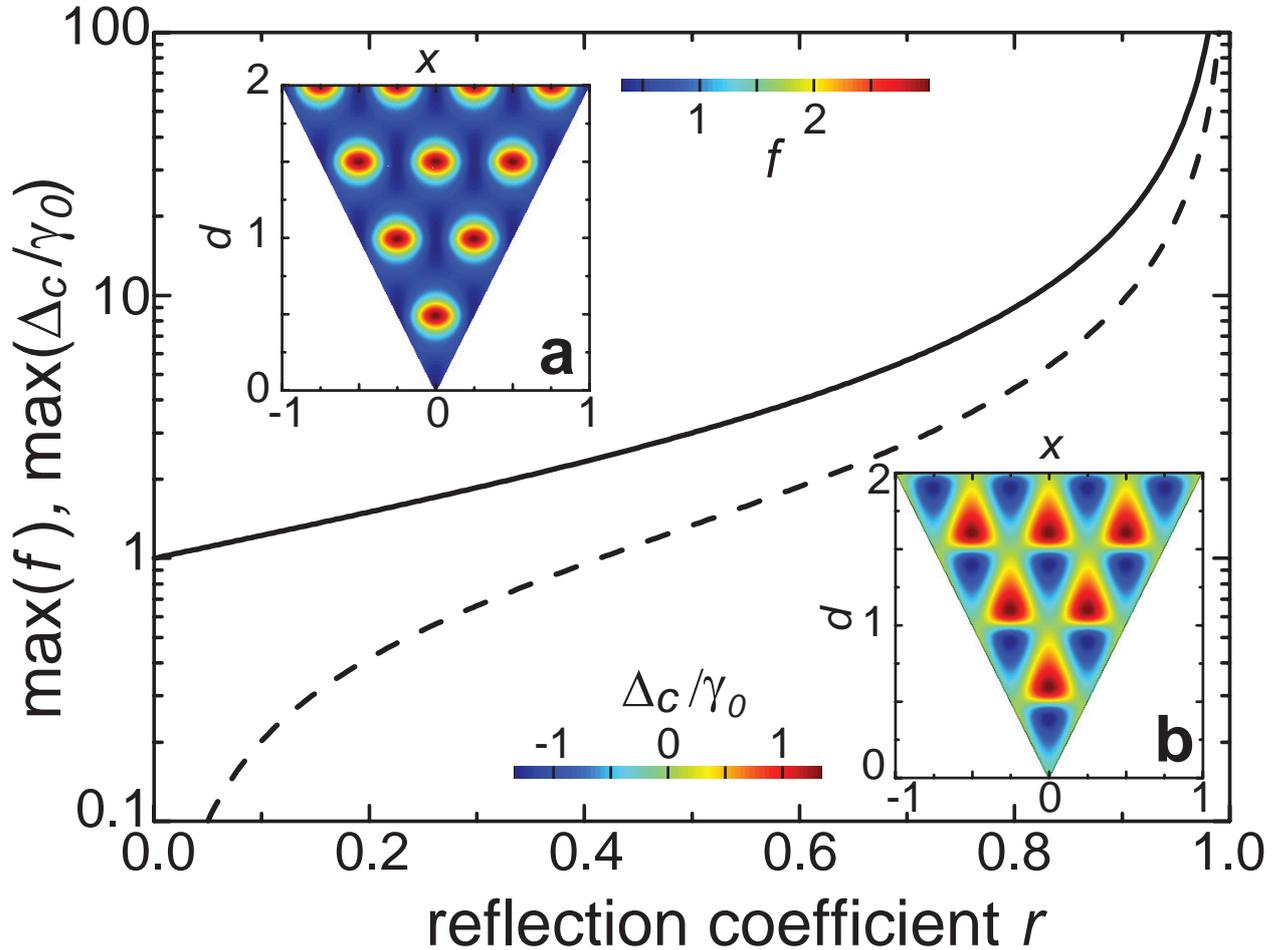


Рисунок 82 — Фактор Парселла и лэмбовский сдвиг. Максимальные значения фактора Парселла (сплошная кривая) и лэмбовского сдвига (пунктирная кривая) в зависимости от коэффициента отражения r для квантовой системы, представленной на рис. 81b. Вставки: (a) фактор Парселла для разных положений атома x в зависимости от d в единицах $\omega_0/(2\pi c)$. (b) Лэмбовский сдвиг для разных положений атома x в зависимости от d . Данные на обеих вставках показаны для $r = 0.5$. Значение $x = 0$ соответствует центру резонатора Фабри-Перо. Рисунок воспроизводится по статье [21].

6.1.4 Классический подход

В качестве классического аналога обсуждаемой в предыдущем разделе квантовой системы рассмотрим вместо метаатома микрорезонатор, который будет играть роль квантовой частицы. Логически можно выделить две подсистемы: низкочастотный резонатор Фабри-Перо, связанный с парой полупрозрачных отражающих дефектов, и собственно метаатом, характеризующийся узким лоренцевым спектром. Отметим, что такие системы обсуждаются во многих работах [147; 191; 348–353] по отношению к резонансу Фано, однако, насколько нам известно, как эффект Парселла, так и лэмбовский сдвиг для таких структур ранее не обсуждались.

Для структуры, представленной на рис. 81b, мы находим спектр пропускания с помощью матриц переноса. Для случая $d_1 = d_2$, коэффициент пропускания имеет вид [191]

$$t = \frac{e^{i\delta}(r^2 - 1)(\omega - \omega_0)}{-e^{2i\delta}r^2(\omega - \omega_0 - i\gamma_0) - 2e^{i\delta}(i\gamma_0r) + \omega - \omega_0 + i\gamma_0}. \quad (6.18)$$

Чтобы идентифицировать резонанс Фано, выделим функцию Лоренца из уравнения (6.18) в явном виде

$$t = \frac{(r^2 - 1)}{e^{i\delta}(e^{-2i\delta} - r^2)} \frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_c + i\gamma_c}, \quad (6.19)$$

где

$$\omega_c = \omega_0 - \frac{2\gamma_0r \sin \delta}{r^2 + 1 + 2r \cos \delta}, \quad \gamma_c = \gamma_0 \frac{1 - r^2}{r^2 + 1 + 2r \cos \delta}. \quad (6.20)$$

В результате мы можем представить интенсивность пропускания формулой Фано

$$T = |t|^2 = \left| \frac{1 - r^2}{r^2 e^{i\delta} - e^{-i\delta}} \right|^2 \frac{(q + \Omega)^2}{1 + \Omega^2}. \quad (6.21)$$

Здесь $\Omega = (\omega - \omega_c) / \gamma_c$ – безразмерная частота, а $q = -2r \sin \delta / (1 - r^2)$ – параметр Фано. Сравнивая это выражение с уравнением для случая КЭД (6.13), заметим, что они в совпадают в точности. При этом выражение для лэмбовского сдвига отличается на множитель $1/2$. Отметим, что множитель $1/2$ обсуждался в близкой ситуации ранее в литературе [357]. Также отметим, что существует линейная зависимость между фактором Парселла и лэмбовским сдвигом через параметр Фано

$$\Delta_c = qf. \quad (6.22)$$

Уравнение (6.21) показывает, что интенсивность пропускания определяется двумя множителями. Первый множитель определяет пропускание в отсутствие метаатома (имеется только резонатор Фабри-Перо), а второй множитель описывает взаимодействие с метаатомом через интерференцию Фано.

6.1.5 Численные результаты

Чтобы проиллюстрировать результаты аналитического исследования эффектов Парселла, лэмбовского сдвига и резонанса Фано, рассмотрим распространение E -поляризованной (т.е. описываемый электрическим полем $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$) световой волны в хорошо изученной фотонно-кристаллической структуре [191]. А именно, мы предполагаем, что фотонный кристалл представляет собой квадратную решетку диэлектрических цилиндров с показателем преломления $n = 3.4$ (что соответствует типичным значениям полупроводниковых материалов в ближнем инфракрасном диапазоне) и радиусом $r = 0.2a$, где a – постоянная квадратной решетки. Волновод формируется путем удаления одного ряда диэлектрических цилиндров, а высокодобротный микрорезонатор («метаатом») создается уменьшением радиуса одного из цилиндров до $0.1a$. Микрорезонатор размещается на расстоянии $3a$ от волновода. Такой микрорезонатор поддерживает локализованную дефектную моду с симметрией диполя TM_{00} с резонансной частотой $\omega_0 = 0.32821 \cdot (2\pi c/a)$ и полушириной $\gamma_0 = 0.00026 \cdot (2\pi c/a)$. Чтобы сформировать требуемую структуру с низкодобротным резонатором Фабри-Перо, два идентичных полупрозрачных отражателя (цилиндры радиуса $0.1a$ из того же материала, что и остальные цилиндры) помещаются в волновод симметрично относительно метаатома. Спектры пропускания в этой структуре рассчитываются с использованием метода функций Ванье в частотной области [358]. Метод позволяет эффективно согласовывать волноводные моды и исключать паразитное обратное отражение от границ фотонного кристалла моделируемой структуры и, таким образом, обеспечивает прецизионное моделирование резонансов с высокой добротностью Q . Использование 18 максимально локализованных функций Ванье позволяет находить точные результаты для любых (в том числе дробных по отношению к a) расстояния d между отражателями резонанса Фабри-Перо.

Были вычислены спектры пропускания изучаемой структуры в зависимости от расстояния между отражателями резонатора Фабри-Перо (плечом резонатора) при изменении расстояния от $d = 3a$ до $9a$ с шагом $0.2a$. Каждый спектр был аппроксимирован при помощи уравнения (6.21). Из-за неоднородности фотонно-кристаллического волновода r зависит от относительного положения в решетке, т.е. становится функцией d . Для упрощения аппроксимации мы дополнительно вычисляем спектры пропускания для структур с таким же резонатором Фабри-Перо, но без метаатома, что соответствует первому множителю в правой части уравнения (6.21). Это позволяет извлечь второй множитель в уравнении (6.21), который зависит только от трех параметров γ_c , ω_c и q . На рис. 83 сравниваются фактор Парселла, лэмбовский сдвиг и параметр Фано, определенные в результате аппроксимации с зависимостями, рассчитанными аналитически (см. предыдущий раздел). Видно, что результаты расчетов из первых принципов находятся в отличном согласии с кривыми, построенным по аналитическим формулам. Небольшие отклонения объясняются зависимостью r от d , которая не описывается в упрощенной аналитической модели.

На рис. 84 показаны два предельных случая для мод резонатора Фабри-Перо с разной четностью. Нечетные моды резонатора Фабри-Перо соответствуют малому лэмбовскому сдвигу, а фактор Парселла оказывается меньше единицы (малая скорость затухания). Напротив, четные моды резонатора Фабри-Перо соответствуют значительному лэмбовскому сдвигу и более высоким значениям фактора Парселла (короткое время жизни).

6.1.6 Сравнение и обсуждение классической и квантовой задачи

Сравним результаты, полученные для эффекта Парселла и лэмбовского сдвига, рассчитанных в рамках подходов КЭД и классической электродинамики. Для случая нечетных мод, в рамках квантового подхода ЛПФС оказывается небольшой (т.к. метаатом находится в узле стоячей волны, формирующей моду резонатора Фабри-Перо). Это связано с тем, что интеграл перекрытия обращается в нуль из-за четности моды метаатома. В классическом подходе можно анализировать систему исходя из сохранения энергии. Метаатом излучает свет, который отражается и возвращается назад к метаатому. Отраженное излучение

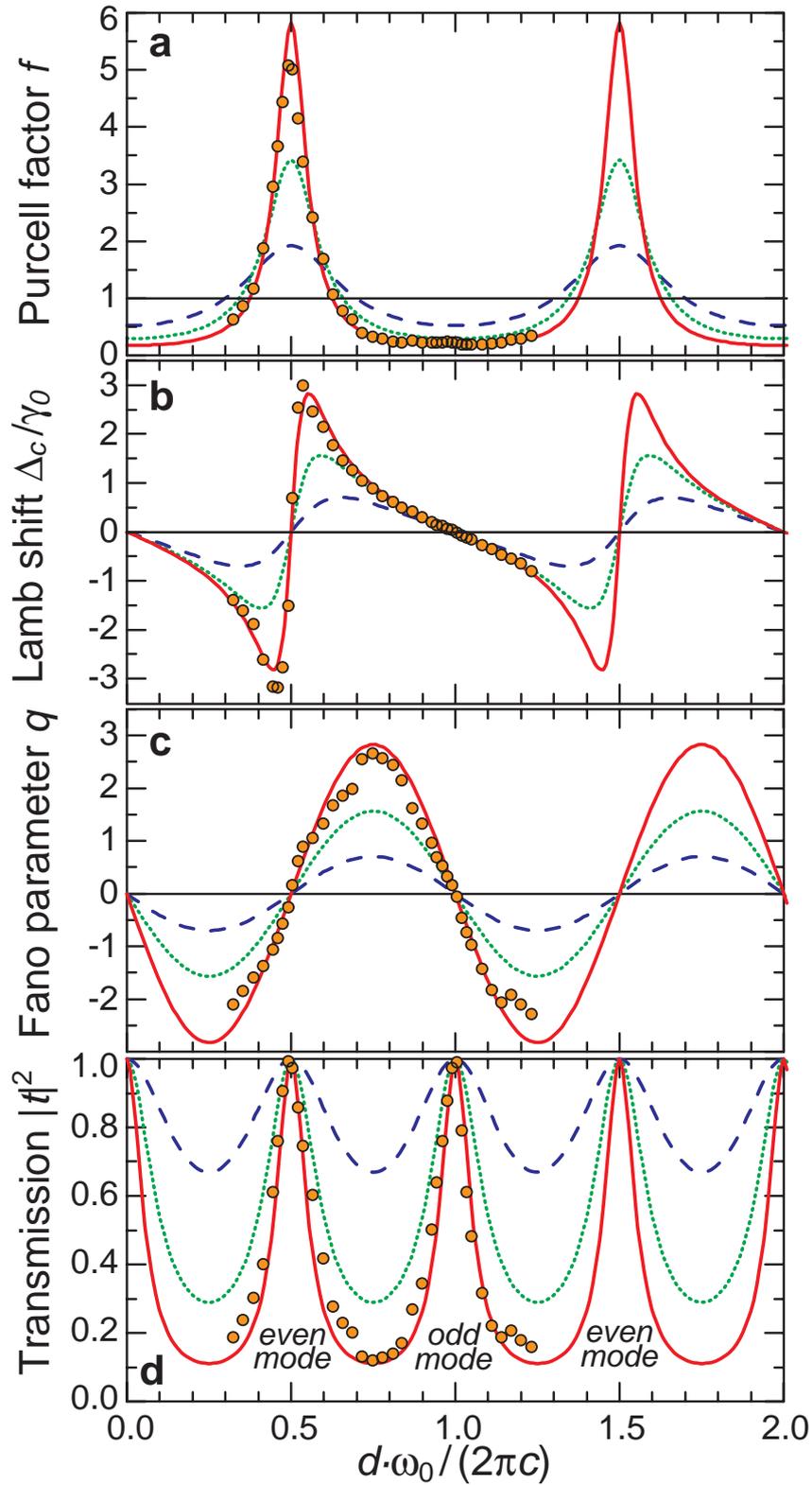


Рисунок 83 — Параметры системы волновод с резонатором Фабри-Перо и высокодобротным микрорезонатором. (а) фактор Парселла, (б) лэмбовский сдвиг, (с) параметр Фано и (д) коэффициент пропускания. Кривые рассчитаны для $r^2 = 0.1$ (пунктирный синий), $r^2 = 0.3$ (пунктирный зеленый) и $r^2 = 0.5$ (сплошной красный цвет). Кружки — значения параметров, полученные при аппроксимации спектров, рассчитанных из первых принципов. Рисунок воспроизводится по статье [21].

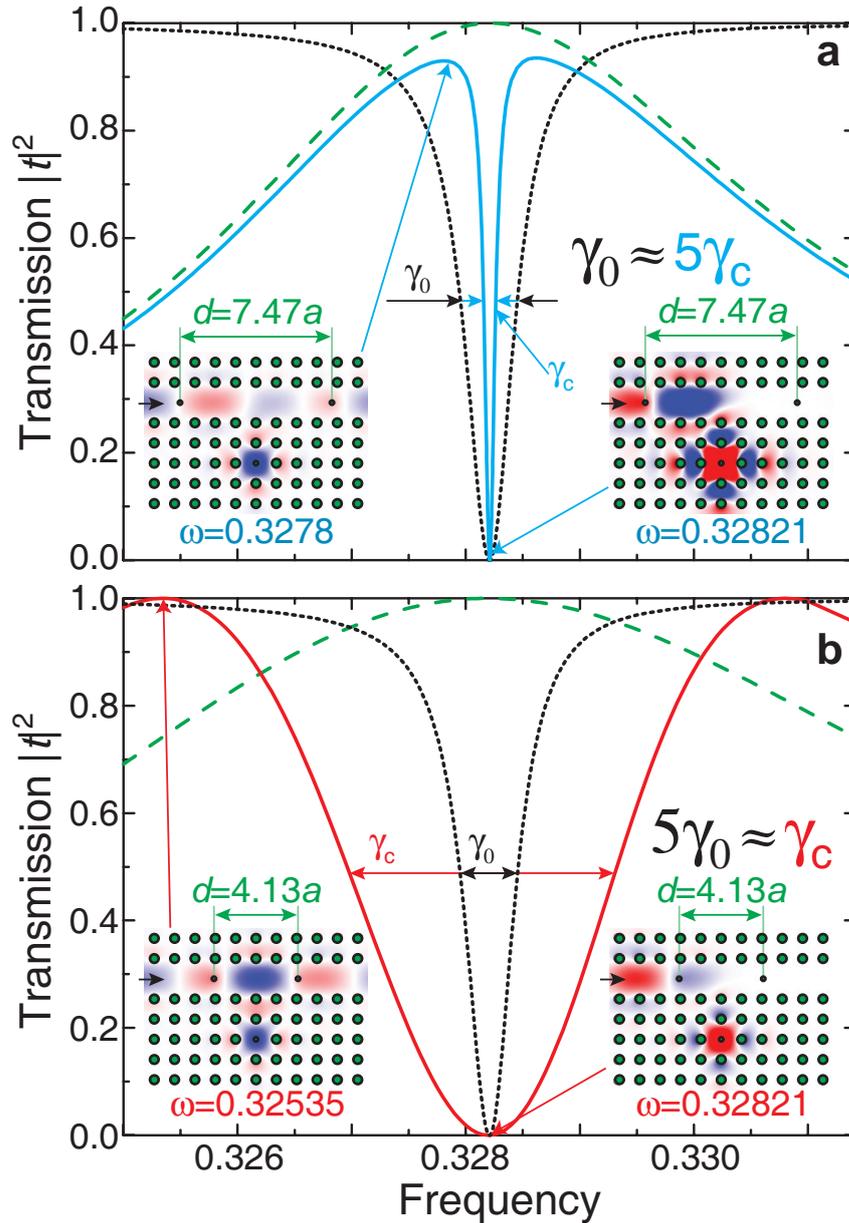


Рисунок 84 — Эффект Парселла в фотонно-кристаллическом волноводе с микрорезонатором. (а) Увеличение времени жизни. Спектр пропускания структуры без резонатора Фабри-Перо, формирующего окружение, (черная пунктирная кривая) $\gamma_0 = 2.6 \cdot 10^{-4}$ и только с резонатором Фабри-Перо без микрорезонатора (зеленая пунктирная кривая) при $d = 7.47a$. Спектр полной структуры показан синей сплошной кривой, $\gamma_c = 5.7 \cdot 10^{-5}$. (б) Уменьшение времени жизни. Спектр пропускания структуры без резонатора Фабри-Перо, формирующего окружение, (черная пунктирная кривая) $\gamma_0 = 2.6 \cdot 10^{-4}$ и только с резонатором Фабри-Перо без микрорезонатора (зеленая пунктирная кривая) при $d = 4.16a$. Спектр полной структуры показан красной кривой, $\gamma_c = 1.3 \cdot 10^{-3}$. На вставках показано распределение электрического поля E_z для значений частот, отмеченных стрелками. Рисунок воспроизводится по статье [21].

дополнительно возбуждает метаатом, т.е. этот процесс возвращает часть излучаемой энергии обратно в метаатом. В результате скорость излучения уменьшается, а ширина линии, связанная с радиационными потерями, становится малой величиной. В схеме фотонного кристалла с резонатором Фабри-Перо, показанной на рис. 84а, получаем увеличение добротности Q в 4.5 раза. Отметим, что максимальное время жизни имеет большую величину: наблюдается увеличение времени жизни в 5.42 раза для $d = 7.7a$, но при этом форма линии оказывается асимметричной, описываемой параметром Фано $q = -0.74$.

Для четных мод резонатора Фабри-Перо фактор Парселла имеет большие значения из-за увеличения локальной плотности фотонных состояний и большего интеграла перекрытия, поскольку обе моды четные. Однако классический подход, применяемый к этому эффекту, на первый взгляд кажется противоречивым. Действительно, проблема заключается в том, чтобы объяснить, как резонатор Фабри-Перо ускоряет потери энергии метаатомом. Напомним, КЭД предсказывает, что лэмбовский сдвиг наблюдается при учете взаимодействия атома и окружающего его электромагнитного поля (см. также рис. 83b). Чтобы правильно описать рассматриваемый эффект на языке классической физики, мы должны учитывать принцип суперпозиции, который проявляется как явление интерференции. Предположим, что метаатом возбуждается в некотором начальном состоянии. Когда он излучает свет, часть излучения возвращается обратно от отражателя. Однако при аккуратном рассмотрении задачи мы должны учитывать фазу отраженной волны. Действительно, отраженный свет может возбуждать моду метаатома в противофазе к изначальному состоянию. Деструктивная интерференция приводит к уменьшению амплитуды результирующей моды, которая связана с энергией, запасенной в метаатоме. Поэтому такой процесс приводит к увеличению скорости излучения, проявляющемуся как уширение спектральной линии. В результате время жизни фотонной моды в метаатоме уменьшается в пять раз, как показано на рис. 84b.

Теперь обсудим лэмбовский сдвиг. Поскольку мода метаатома, возбуждаемая отраженной волной, в общем случае оказывается не в фазе с исходной модой, то в результате их интерференции результирующая амплитуда может существенно измениться. В общем случае это может привести как к замедлению, так и к опережению осцилляций поля во временной области, по сравнению с осцилляциями исходной моды. Соответственно период колебаний должен увеличиваться или уменьшаться. Следовательно, интерференция с отраженной

волной приводит к сдвигу частоты, который мы и называем лэмбовским сдвигом или более строго резонаторной частью лэмбовского сдвига.

Мы показали, что эффект Парселла и лэмбовский сдвиг могут быть введены в рамках классической электродинамики, используя концепцию эффективного «метаатома», взаимодействующего с оптическим резонатором. В квантовом случае атом высвобождает свою энергию из-за взаимодействия с нулевыми колебаниями, при этом локальная плотность фотонных состояний определяется с помощью функции Грина, полученной из классических уравнений Максвелла. В классическом случае метаатом теряет энергию без учета каких-либо колебаний вакуума, однако процесс возбуждения моды низкочастотного резонатора излучаемым полем описывается той же самой функцией Грина, что и в квантовом случае. В результате, как для классической, так и для квантовой систем эффекты становятся похожими с точностью до множителя $1/2$ в выражениях для лэмбовского сдвига.

В результате такого подхода мы глубже понимаем такие физические явления, как эффект Парселла, лэмбовский сдвиг и резонанс Фано, которые могут наблюдаться в расчетных или экспериментально измеренных спектрах классической излучающей фотонной системы. Когда узкополосная мода (система, характеризующая дискретным собственным состоянием) накладывается на широкополосное фоновое излучение (континуальный спектр собственных состояний), можно ожидать проявления трех различных интерференционных эффектов: (i) изменение скорости излучения, связанное с эффектом Парселла; (ii) изменение резонансной частоты, связанное с лэмбовским сдвигом и (iii) появление асимметричной формы линии в спектрах, которая определяется интерференцией Фано.

6.2 Модификация скорости излучения на границах фотонных запрещенных зон

Управление спонтанным излучением при помощи модификации ЛПФС за счет изменения пространственного окружения излучательного центра, т.е. эффект Парселла [156], широко исследуется как теоретически, так и экспериментально и имеет значительный прикладной потенциал [359; 360]. Одним из

распространенных приемов модификации ЛПФС является помещение излучательного центра в полость микрорезонатора [21; 167; 339; 361], которое мы рассматривали в предыдущем разделе. Среди других объектов, сильно модифицирующих ЛПФС, следует отметить периодическую фотонную структуру метаматериалов и фотонных кристаллов, которая может существенно изменять плотность состояний практически до нуля внутри фотонной запрещенной зоны (в случае запрещенных зон, связанных с локальным резонансом) или до весьма больших значений на границах брэгговских стоп-зон [1; 36]. Важной особенностью фотонных кристаллов является пространственная протяженность брэгговских резонансов, что позволяет модифицировать скорость излучения вещества, занимающего существенный объем структуры [362; 363]. Увеличение плотности состояний на краю зоны позволяет наблюдать такие эффекты как усиление спонтанного излучения [364–366], генерация гармоник [367], генерация лазерного излучения [368–370], усиление люминесценции при двух-фотонной накачке [371], увеличение эффективности преобразования падающего света в фототок [372], усиление комбинационного рассеяния [373], управление экситонным излучением [374] и многое другое.

Как правило на примере одномерных объектов удается достичь глубокого понимания фундаментальных свойств фотонных кристаллов. Отметим также, что по сравнению с трехмерными и двумерными образцами хорошо отработанные технологии роста тонких пленок позволяют получать совершенные планарные периодические структуры с заданной точностью. И, наконец, слоистые структуры могут иметь относительно большие размеры, что существенно облегчает их экспериментальные исследования.

В большинстве работ теоретическое изучение модификации скорости спонтанного излучения основывается на золотом правиле Ферми и вычислении локальной плотности состояний через собственные фотонные моды периодической структуры [375; 376], или проводится посредством вычисления мнимой части функции Грина [377; 378]. Также в литературе используется «непрямой» метод, основанный на законе Кирхгоффа для равновесного излучения [379; 380]. Подобный подход используется уже более 60 лет для описания люминесценции в полупроводниках, начиная с пионерской работы ван Русброека и Шокли [381].

Теория предсказывает наличие двух пиков в спектрах излучения фотонной структуры, соответствующих разным краям одной из брэгговских стоп-зон. Стоит отметить, что интенсивность коротковолнового пика оказывается мень-

ше чем длинноволнового, что соответствует экспериментальным данным [364], полученным при изучении излучательных центров с контуром люминесценции, сравнимым с шириной стоп-зоны. В других работах исследовались спектры центров с узкой линией излучения, ширина которой была намного меньше ширины стоп-зоны [382; 383]. При этом о наблюдении одновременного изменения интенсивности пиков на коротковолновой и длинноволновой границах стоп-зоны за счет спектральной расстройки длины волны излучателя и стоп-зоны (при сравнимых ширинах стоп-зоны и излучателя) до сих пор не сообщалось.

В этом разделе описаны результаты экспериментального и теоретического изучения условий взаимодействия излучательных центров с электромагнитными модами одномерной фотонной структуры в том случае, когда максимум контура люминесценции излучающих центров настроен приблизительно на центр брэгговской стоп-зоны, а ширина спектра излучения сравнима с шириной стоп-зоны. В качестве объектов исследования использовались многослойные структуры, состоящие из чередующихся четвертьволновых слоев аморфных пленок $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ и $a\text{-SiO}_2$, изготовленные Н.А. Феоктистовым. Достоинством данных материалов является возможность формирования из минимального количества слоев (до 3-4 пар) высококонтрастных фотонных структур, обладающих относительно широкой брэгговской стоп-зоной в спектральном диапазоне от видимого до ближнего инфракрасного. В качестве излучающих эмиттеров в данной структуре выступают слои $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$, которые демонстрируют интенсивную фотолюминесценцию в видимой области спектра при комнатной температуре. Спектральное положение как контура фотолюминесценцию, так и брэгговской стоп-зоны можно легко варьировать в широких пределах за счет изменения содержания углерода в пленке $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$. Кроме того, ширина на полувысоте контура фотолюминесценции $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ достигает 0.6-0.7 эВ, что сопоставимо с размером брэгговской стоп-зоны. Тем самым открывается возможность за одно экспериментальное измерение регистрировать пики излучения в спектральной области как длинноволнового, так и коротковолнового краев брэгговской стоп-зоны и проводить их сравнение. Теоретический анализ экспериментальных данных основан на применении метода функции Грина для вычисления локальной плотности состояний, а также фактора Парселла.

6.2.1 Экспериментальные образцы: изготовление и характеристика

В работе исследовались одномерные фотонные структуры, схематически представленные на рис. 85. Образцы представляют собой чередующиеся слои $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ и $a\text{-SiO}_2$, осажденные на стандартные подложки из плавленого кварца. Структуры синтезированы методом плазмохимического газофазного осаждения в реакторе емкостного типа (диаметр электродов ~ 80 мм) при различных соотношениях газовых потоков силана (SiH_4), метана (CH_4) и кислорода (O_2).

Все структуры состояли из 7 четвертьволновых слоев $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ и 6 четвертьволновых слоев $a\text{-SiO}_2$ и изготавливались в едином технологическом цикле без выноса образцов на воздух в промежутках между отдельными операциями. Для нанесения $a\text{-SiO}_2$ силан сильно разбавлялся кислородом. Другие детали технологического процесса можно найти в работах [385—387]. Оптическая толщина слоев структуры контролировалась *in-situ* по интерференционной картине, возникающей при регистрации интенсивности лазерного луча, отраженного от поверхности растущей пленки. В качестве подложек использовались пластинки плавленого кварца размером 20×75 мм². Особенность данных образцов заключается в том, что они обладают заметным (примерно одинаковым для всех слоев) градиентом по толщине вдоль длинной стороны подложки L (рис. 86а), достаточным для спектрального смещения центра брэгговской стоп-зоны фотонной структуры в пределах порядка 100 нм. Возникновение градиента связано с большим продольным размером (сравнимым с диаметром электродов реактора) образцов, вследствие чего значительная часть подложки располагалась в области неравномерного горения тлеющего разряда, что, в свою очередь, приводило к изменению скорости роста отдельных участков пленок по мере удаления от центра электродов.

Диэлектрические константы отдельных слоев структуры и их дисперсия, необходимые для проведения численных расчетов спектров, определялись методом спектральной эллипсометрии с помощью прибора J.A. Woollam Co., Inc. M-2000. Измерения проводились на одиночных пленках $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ и $a\text{-SiO}_2$. Толщина пленок составляла 400 нм. Полученные зависимости эллипсометрических углов использовались для расчета спектральных зависимостей вещественной n и мнимой k частей показателя преломления в рамках модели воздух -

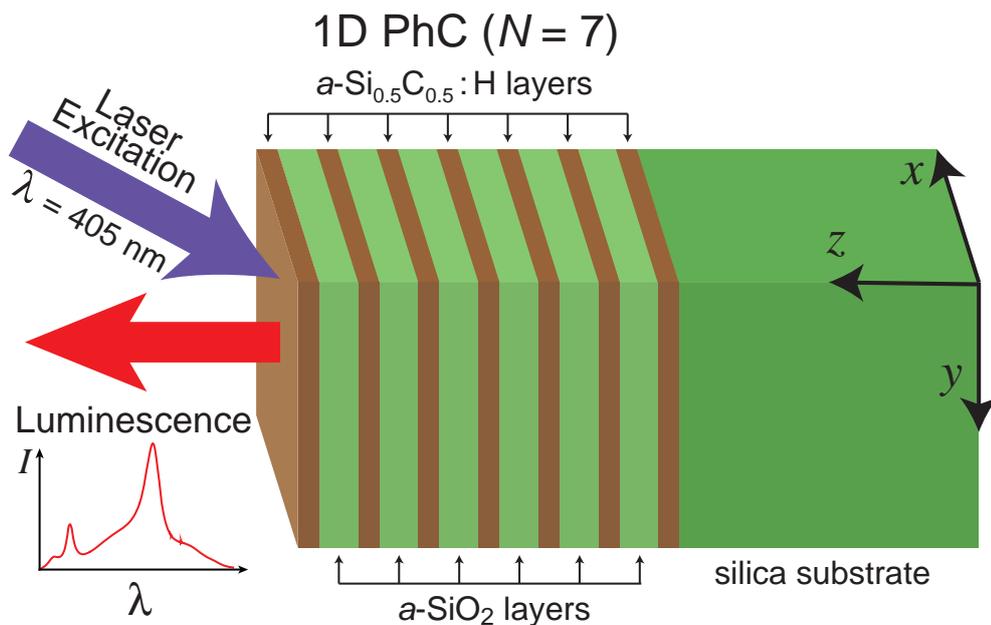


Рисунок 85 — Схема одномерной фотонной структуры, состоящей из $N = 7$ излучающих слоев $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$ и 6 слоев $a\text{-SiO}_2$ на подложке из плавленого кварца. Подложка показана тёмно-зелёным цветом. Осажденные слои показаны коричневым ($a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$) и светло-зелёным цветом ($a\text{-SiO}_2$). Структура возбуждалась лазерным пучком с длиной волны $\lambda = 405 \text{ nm}$, падающим под углом 30° к нормали. Спектры фотолюминесценции регистрировались под прямым углом к поверхности. Рисунок воспроизводится по статье [384].

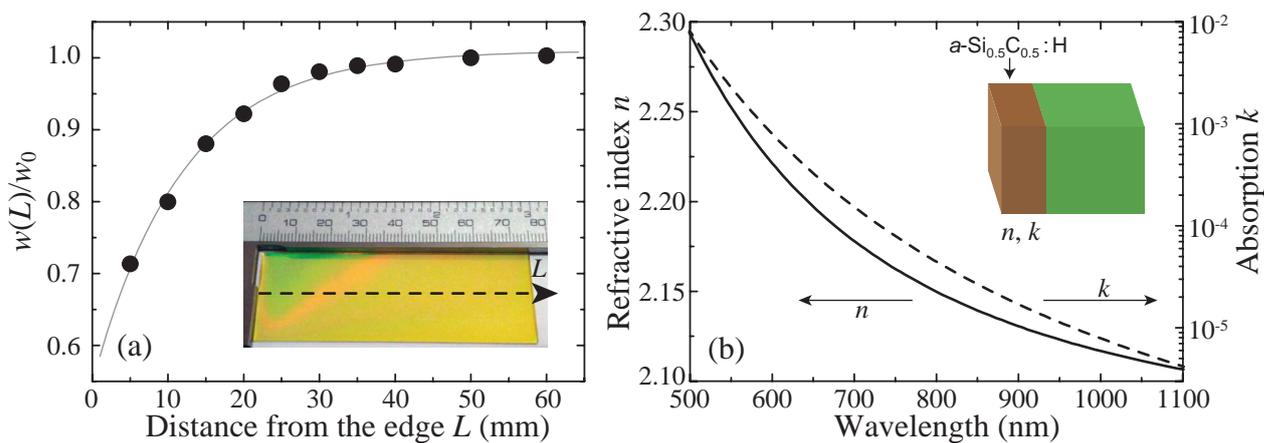


Рисунок 86 — Характеризация образцов. (а) Относительная толщина слоев w/w_0 в зависимости от расстояния до края образца L (w_0 — толщина слоев в центре реактора). Фотография образца приведена на вставке. (б) Результаты эллипсометрических измерений частотной зависимости коэффициента преломления n (сплошная кривая) и коэффициента поглощения κ (пунктирная кривая) для $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$. Толщина измеряемого слоя $w = 400 \text{ nm}$. Рисунок воспроизводится по статье [384].

однородная изотропная пленка - полубесконечная кварцевая подложка. Результаты расчета для пленки $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$ представлены на рис. 86b. График для n хорошо описывается формулой Коши ($n = 2.058 + 58817/\lambda^2$). Величина κ в актуальной для исследований спектральной области (500-1100 нм) близка к нулю. Оптические константы n и κ для пленок $a\text{-SiO}_2$, полученных в наших технологических условиях, практически совпадают с известными литературными данными [388] для плавленого кварца и характеризуются отсутствием поглощения и пренебрежимо малой дисперсией в исследуемой в данном разделе спектральной области. Поэтому в численных расчетах мы использовали постоянное значение $n_{a\text{-SiO}_2} = 1.46$.

6.2.2 Влияние фотонной структуры на спектры фотолюминесценции: эксперимент

Спектры пропускания и люминесценции синтезированных пленок и структур измерялись миниспектрометром “OceanOptics” USB4000 в спектральном диапазоне 500-1100 нм (измерения проводились А.Б. Певцовым). Чтобы избежать появления антистоксовского крыла фотолюминесценции, возбуждение излучения осуществлялось полупроводниковым лазером, работающем в непрерывном режиме на длине волны 405 нм, превышающей оптическую ширину запрещенной зоны $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ при всех значениях x . Кроме того, согласно литературным данным, длина волны 405 нм находится вне пределов спектра возбуждения фотолюминесценции кислородных вакансий в пленках $a\text{-SiO}_2$ (см, например, работу [389]). Плотность мощности лазерного излучения не превышала 40 мВт/мм². Спектры фотолюминесценции корректировались с учетом спектральной чувствительности аппаратуры. Для подавления интерференции Фабри-Перо на толщине одиночной пленки задняя поверхность кварцевой подложки шлифовалась. Отметим также, что в одиночных пленках $a\text{-SiO}_2$, полученных при выбранных технологических режимах реактора, сигнал фотолюминесценции не регистрировался в пределах чувствительности нашей измерительной аппаратуры. Также сигнал фотолюминесценции не регистрировался от используемых подложек аморфного диоксида кремния.

Известно, что по мере увеличения содержания углерода ($0 < x < 1$) в пленках $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ максимум люминесценции этого материала постепенно сдвигается в коротковолновую сторону (примерно до 2.5 эВ), а значение коэффициента преломления n уменьшается больше чем в два раза от $n = 4$ ($x = 0$) до $n < 2$ ($x > 0.6$) [390–392]. В серии технологических экспериментов было подобрано соотношение газовых потоков CH_4 и SiH_4 , при котором максимум контура излучения одиночной рефрентной пленки $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$, (синтезированной при тех же технологических параметрах, при которых затем изготавливалась многослойная структура), примерно совпадал с центром брэгговской стоп-зоны фотонной структуры, сформированной из чередующихся четвертьволновых слоев $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ и $a\text{-SiO}_2$ (рис. 87). Отметим, что максимум в спектре фотолюминесценции расположен на длине волны 710 нм, для которой значение коэффициента преломления равно $n = 2.17$, что соответствует по литературным данным содержанию углерода в пленке $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ примерно 50% ($x = 0.5$) [390]. При этом ширина полосы люминесценции превышает спектральный размер брэгговской стоп-зоны, что в дальнейшем позволило в эксперименте одновременно детектировать интенсивность излучения в спектральных областях, соответствующих коротковолновому и длинноволновому краям брэгговской стоп-зоны.

Процедура измерений пропускания и фотолюминесценции исследуемых фотонных структурах состояла в следующем. Свет от лампы накаливания фокусировался на образец в пятно размером 1 мм^2 . В эту же область фокусировался лазерный луч для возбуждения фотолюминесценции. Дополнительно перед входным оптоволоконном спектрометра была собрана оптическая схема конфокального микроскопа, обеспечивающая при помощи системы двух регулируемых скрещенных щелей выделение равномерно засвеченного фиксированного участка поверхности ($100 \times 100 \text{ мкм}^2$). Используемая схема позволяла проводить измерения спектров пропускания и фотолюминесценции с одного и того же участка исследуемого образца фотонной структуры.

Отметим основные особенности полученных спектров. В качестве примера приведены спектры фотонной структуры с центром брэгговской стоп-зоны в районе 760 нм. В спектрах пропускания (пунктирная кривая на рис. 88) наблюдается протяженная, порядка 120-140 нм, полоса, которая соответствует брэгговской стоп-зоне. Осцилляции вне полосы брэгговской стоп-зоны обусловлены интерференцией Фабри-Перо на всей толщине исследуемой структуры. Спектры фотолюминесценции (сплошная кривая на рис. 88) демонстрируют два пи-

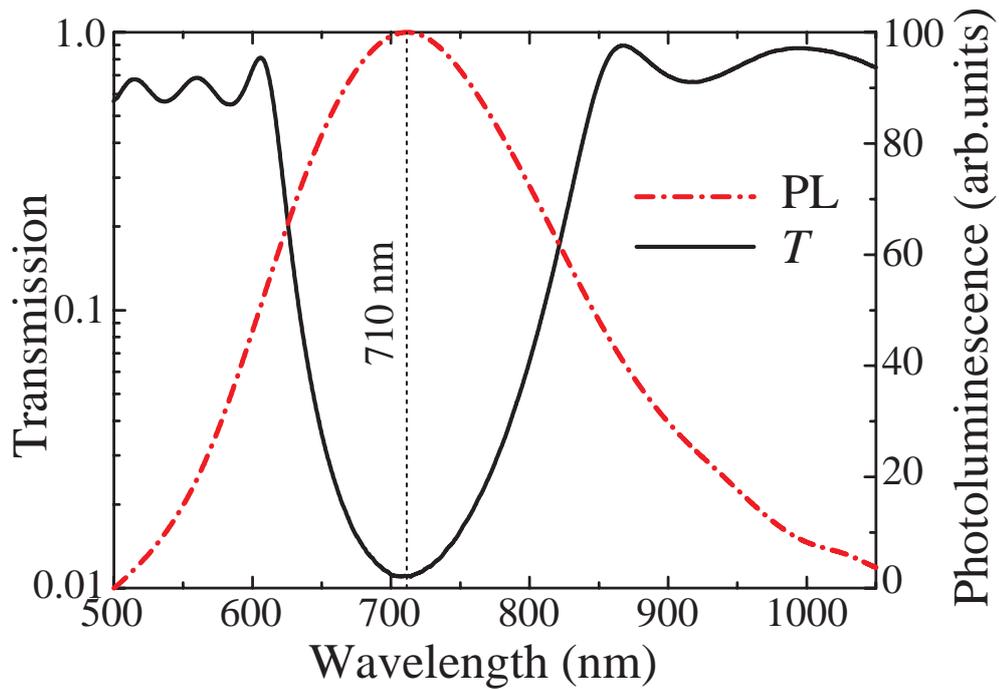


Рисунок 87 — Спектр пропускания слоистой фотонной структуры $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}/a\text{-SiO}_2$ в логарифмическом масштабе (черная сплошная кривая) и спектр фотолюминесценции от одного слоя $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ (красная штрих-пунктирная кривая). Длина волны 710 нм отмечена вертикальной пунктирной линией. Рисунок воспроизводится по статье [384].

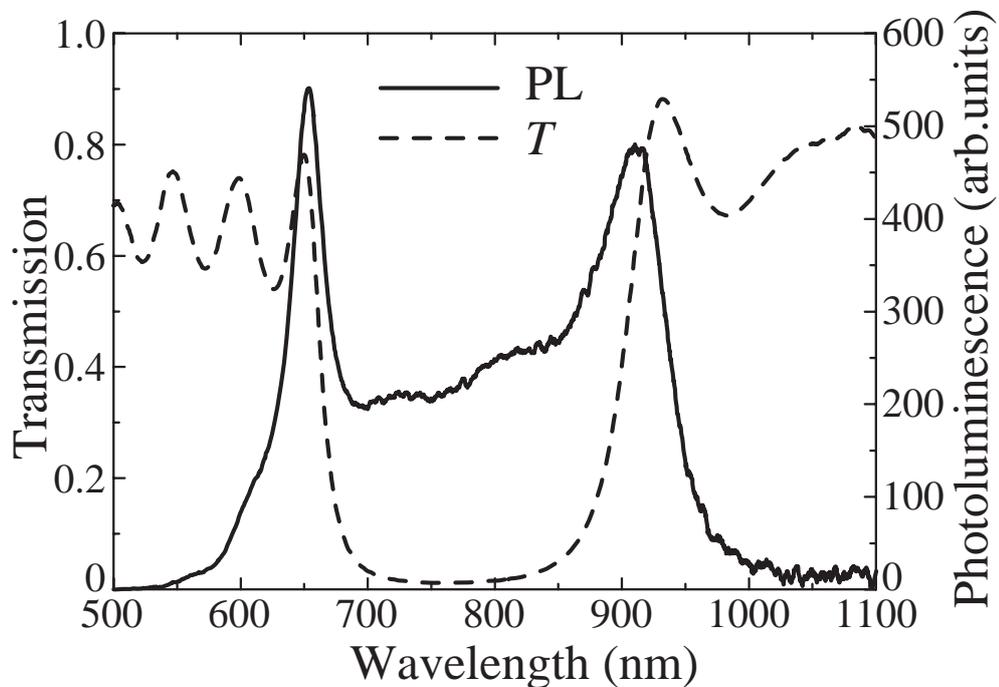


Рисунок 88 — Спектры пропускания (пунктир) и фотолюминесценции (сплошная кривая) фотонной структуры $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}/a\text{-SiO}_2$ с брэгговской стоп-зоной, расположенной на $\lambda_0 = 760$ нм. Рисунок воспроизводится по статье [384].

ка разной интенсивности, расположенные вблизи коротковолнового и длинноволнового краев брэгговской стоп-зоны. В области брэгговской стоп-зоны в исследуемых в данной работе структурах интенсивность излучения существенно падает, но все же составляет заметную величину, что связано с конечным количеством слоев фотонной структуры, дополнительным вкладом в фотолюминесценцию излучения внешней поверхности верхнего слоя $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$ (граничащего с воздухом), а также неидеальностью структуры. Вне пределов брэгговской стоп-зоны интенсивность фотолюминесценции быстро уменьшается, причем крылья полосы как с коротковолновой, так и с длинноволновой сторон падают существенно резче, чем края контура фотолюминесценции одиночной пленки $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$ (рис. 87). Из сопоставления спектров пропускания и фотолюминесценции видно, что ширины пиков фотолюминесценции примерно соответствуют ширинам интерференционных максимумов в спектрах пропускания. При этом максимумы фотолюминесценции спектрально сдвинуты внутрь брэгговской стоп-зоны относительно интерференционных максимумов в спектре пропускания, ограничивающих брэгговскую стоп-зону. Отметим, что данная ситуация отличается от ситуации в планарных микрорезонаторах (одномерных фотонных кристаллах с пространственным дефектом), в которых при условии слабой связи между электромагнитным полем и излучающей системой профиль контура спонтанной эмиссии из активного слоя микрорезонатора в области частоты собственной моды практически совпадает с профилем контура пропускания микрорезонаторной структуры [102].

Рассмотрим теперь эффекты, связанные с изменением толщин слоев, образующих исследуемую фотонную структуру. Для этого мы последовательно проводили измерения с разных точек на образце, которые соответствуют различным толщинам отдельных слоев структуры (рис. 86а). В процессе измерения образец пространственно смещался в направлении L (вдоль длинной стороны подложки, см. рис. 86а) на такое расстояние, чтобы центр брэгговской стоп-зоны λ_0 сдвигался примерно на 15 нм (сдвиг брэгговской стоп-зоны контролировался непосредственным измерением спектра пропускания с выбранной точки). Серия спектров пропускания при изменении положения центра брэгговской стоп-зоны представлена на рис. 89а. Черная сплошная кривая соответствует самому коротковолновому положению брэгговской стоп-зоны ($\lambda_0 = 665$ нм), черная пунктирная линия соответствует брэгговской стоп-зоне, центр которой $\lambda_0 = 710$ нм совмещен с максимумом фотолюминесценции одиночной пленки $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$

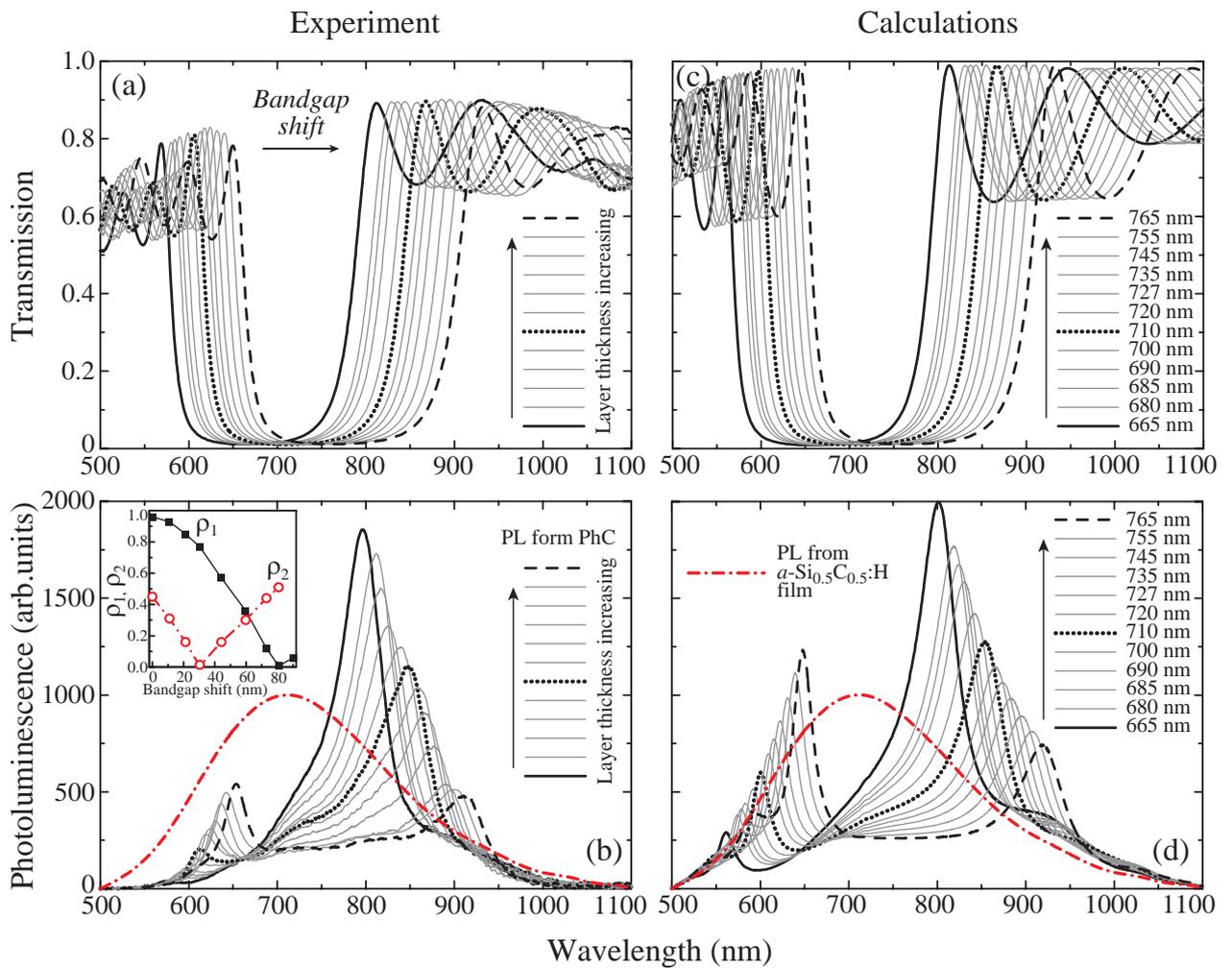


Рисунок 89 — Спектры пропускания и фотолюминесценции фотонной структуры $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}/a\text{-SiO}_2$ в зависимости от центра брэгговской стоп-зоны. Измеренные (a) и рассчитанные (c) спектры пропускания. Измеренные (b) и рассчитанные (d) спектры фотолюминесценции. Красная штрих-пунктирная кривая – спектр фотолюминесценции одиночного слоя $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ толщиной 400 нм. Вставка на панели (b) демонстрирует результаты расчета по формулам (6.26) и (6.27), соответствующим отношениям разности интенсивностей значений фотолюминесценции к их сумме, измеренных при длинах волн, отвечающих краям брэгговской стоп-зоны фотонной структуры (ρ_1) и референсной пленки $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ (ρ_2), соответственно. Рисунок воспроизводится по статье [384].

(см. рис. 87), черная кривая с длинным пунктиром соответствует самой длинноволновой брэгговской фотонной стоп-зоне ($\lambda_0 = 760$ нм), исследованной в данной работе. Промежуточные спектры приведены серыми линиями.

Перейдем к описанию поведения спектров фотолюминесценции, зарегистрированных с тех же самых точек, что и соответствующие спектры пропускания (рис. 89b). Для области, соответствующей $\lambda_0 = 665$ нм, наблюдается сильно асимметричная линия с интенсивным пиком при $\lambda_2 = 795$ нм и с вытянутым в область брэгговской стоп-зоны коротковолновым крылом, на котором присутствует слабый пик при $\lambda_1 = 572$ нм. По мере смещения центра брэгговской стоп-зоны λ_0 в диапазон больших длин волн наблюдается заметный «красный» сдвиг пиков λ_1 и λ_2 , при этом интенсивность коротковолнового пика возрастает, а длинноволнового пика, наоборот, падает. При положении центра брэгговской стоп-зоны $\lambda_0 = 755$ нм интенсивности обоих пиков сравниваются. При дальнейшем увеличении λ_0 интенсивность коротковолнового пика оказывается больше, чем интенсивность длинноволнового. Как видно из рис. 89b, наблюдаемая трансформация интенсивности пиков фотолюминесценции от фотонной структуры по мере спектрального сдвига брэгговской стоп-зоны количественно не следует за изменением интенсивности спектра фотолюминесценции от одиночного слоя $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$, который приведен красной штрих-пунктирной кривой на рис. 89b.

6.2.3 Теоретическое исследование изменения фотолюминесценции фотонной структурой

Вычисление спектров пропускания

Для описания процессов распространения света в слоистых фотонных структурах удобно использовать одномерную модель, которая определяется направлением падающей волны. В данной работе мы используем метод матриц переноса [253], описанные в предыдущем разделе.

При расчете спектров пропускания нужно определить, следует ли учитывать границу подложки с воздухом. Учет подложки приводит к появлению осцилляций Фабри-Перо с периодом много меньше 1 нм, который превышает

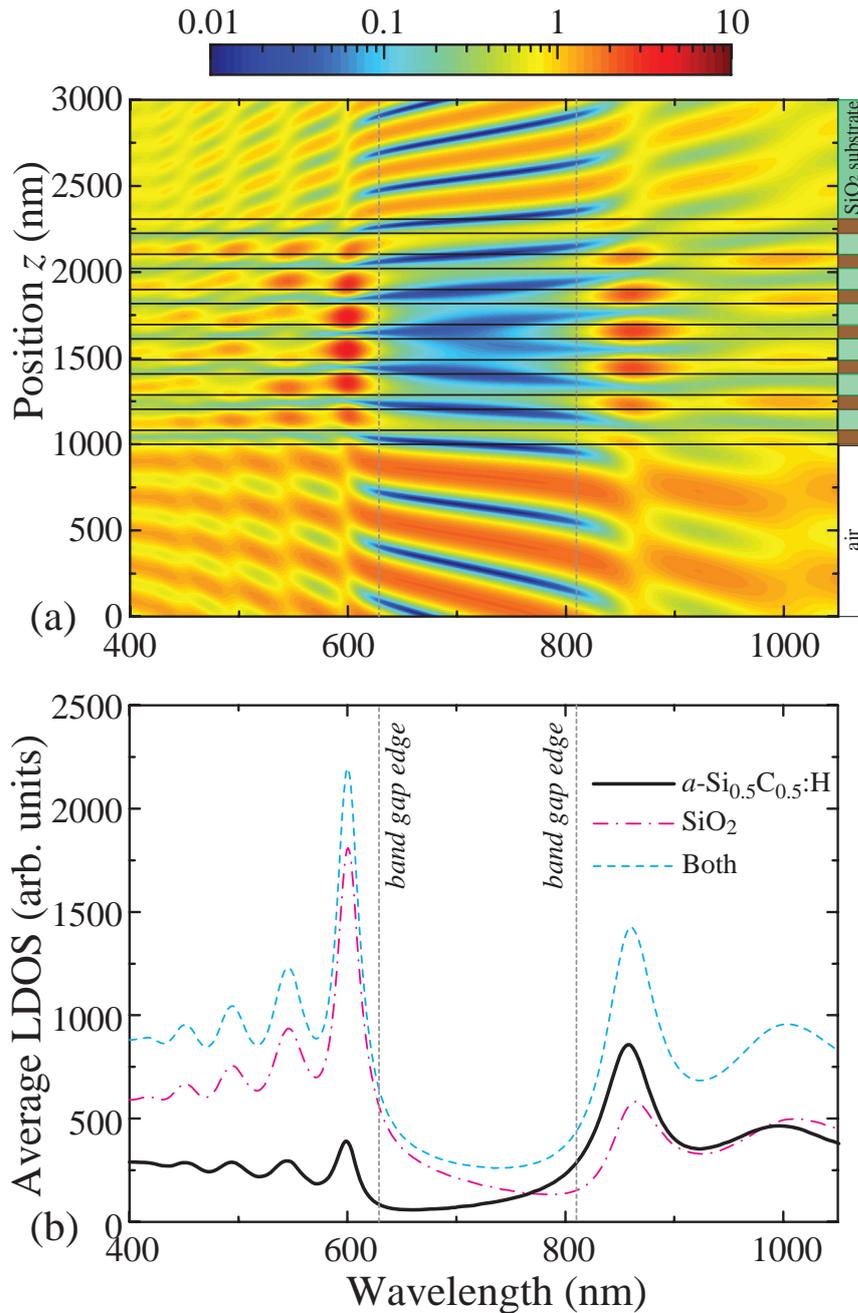


Рисунок 90 — Распределение фактора Парселла по фотонной структуре $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}/a\text{-SiO}_2$ для излучения на $\lambda_0 = 710$ nm. (a) Вычисленный фактор Парселла в зависимости от положения излучателя и его длины волны. Слои структуры показаны справа (воздух – белый, $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ – фиолетовый и SiO_2 – малиновый). Границы слоев показаны черными горизонтальными линиями. (b) Частотная зависимость усреднённой ЛПФС по слоям $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ (черная сплошная кривая), только по слоям $a\text{-SiO}_2$ (малиновая штрих-пунктирная кривая); по всей структуре (голубая пунктирная линия). Вертикальные пунктирные линии показывают границы брэгговской стоп-зоны. Рисунок воспроизводится по статье [384].

разрешение используемого спектрального прибора. Кроме этого, такие осцилляции должны непременно размываться из-за расходимости пучка. Поэтому при моделировании мы проводили усреднение спектров по промежутку равному 2 нм. Как оказалось, эти спектры лишь незначительно отличаются от спектров, вычисленных для случая полубесконечной подложки. Поэтому дальнейшие вычисления мы приводили для модели с полубесконечной подложкой плавленого кварца.

При помощи метода матриц переноса мы рассчитали спектры пропускания для структур с четвертьволновыми слоями для длин волн λ_0 в диапазоне от 650 до 800 нм с шагом 1 нм. На рисунке 89с представлена часть спектров, которые соответствуют экспериментально измеренным данным, приведенным на рис. 89а. В результате сопоставления с экспериментом были определены геометрические параметры структур, для которых в дальнейшем были рассчитаны спектры фотолюминесценции.

Спектры излучения

Поскольку слоистые фотонные структуры являются квазиодномерными объектами, мы предполагаем, что для описания излучения применима одномерная модель. Согласно золотому правилу Ферми, при вычислении скорости релаксации γ излучающего центра из возбужденного (начального) состояния в основное (конечное) состояние с испусканием фотона необходимо также учитывать ЛПФС, которая входит в виде фактора Парселла f , т.е. $\gamma = f \gamma_0$. Известно, что ЛПФС можно выразить через мнимую часть функции Грина $\text{Im}(G(z, z))$ [354; 355]. Следуя матричному подходу, изложенному в работе [21], мы находим для функции Грина следующее выражение

$$G(z, z; k) = -\frac{i}{2k} \left(\frac{1 + r_- + r_+ + r_+ r_-}{1 - r_+ r_-} \right), \quad (6.23)$$

где r_{\pm} - комплексный коэффициент отражения относительно точки z для волны, распространяющийся в сторону положительных (отрицательных) значений относительно оси \hat{z} . Эти коэффициенты можно вычислить методом матриц переноса. Фактор Парселла вычисляется при помощи отношения ЛПФС для точки в фотонной структуре к ЛПФС для точки в свободном пространстве. Мы

построили распределение фактора Парселла $f(\lambda, z)$ в зависимости от длины волны λ и пространственного положения z эмиттера в структуре. Эта зависимость представлена на рис. 90а для структуры с $\lambda_0 = 710$ нм. Пренебрегая переизлучением света в фотонной структуре, можно найти коэффициент усиления излучения, проведя интегрирование в пределах всей структуры

$$I(\lambda) = \alpha \int f(\lambda, z) \gamma_0(\lambda, z) dz, \quad (6.24)$$

где α - коэффициент пропорциональности. Если излучательные центры распределены по структуре однородно, можно вынести γ_0 из под интеграла. Рисунок 90b демонстрирует соответствующие зависимости, если излучающие центры находятся только в слоях $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$, либо только в слоях $a\text{-SiO}_2$, а также если однотипные излучающие центры равномерно распределены по всему образцу. Видно, что в спектре появляются два пика на частотах, соответствующих внешним границам брэгговских стоп-зон. Однако, в зависимости от того, в каких слоях находятся излучающие центры, интенсивность пиков существенно отличается. Так, в рассматриваемой периодической структуре $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}/a\text{-SiO}_2$ излучение возникает только в слоях $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$, в то время как излучение из слоев диоксида кремния фактически отсутствует. Соответственно, интегрирование нужно проводить только по слоям $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$. В результате интенсивность пиков приобретает заметную асимметрию: длинноволновый пик оказывается существенно интенсивнее коротковолнового. На рисунке 89d представлены вычисленные спектры фотолюминесценции для параметров структуры, соответствующих спектрам пропускания на рис. 89b.

6.2.4 Анализ спектров фотолюминесценции

При исследовании модификации излучательных свойств эмиттеров в фотонных структурах важно учитывать ряд обстоятельств. Во-первых, фотонные структуры подразумевают наличие диэлектрического контраста, который связан с распределением нескольких веществ, каждое из которых может иметь собственные излучательные свойства. Чтобы исследовать модификацию излучения для конкретного типа излучающих центров желательно, чтобы фотолюминесценция возникала только в одной из компонент фотонной структуры. В

нашей работе мы подобрали технологические режимы получения отдельных пленок и длину волны возбуждения фотолюминесценции таким образом, чтобы слои и подложка $a\text{-SiO}_2$ давали пренебрежимо малый сигнал фотолюминесценции. Во-вторых, важно чтобы с одной стороны время жизни излучательного центра было бы намного больше, чем время жизни фотона в фотонной структуре. В этом случае мы остаемся в рамках приближения слабой связи, и тогда применима хорошо развитая теория излучения, а также описание модификации излучения в таких терминах, как эффект Парселла. С другой стороны линия фотолюминесценции должна иметь неоднородное уширение, чтобы перекрывать относительно широкую брэгговскую стоп-зону в высококонтрастных фотонных структурах. Гидрогенизированный аморфный сплав кремния с углеродом обладает соответствующими свойствами. В-третьих, при исследованиях фотолюминесценции в фотонных структурах определяющим фактором в выборе способа возбуждения эмиттеров, находящихся внутри фотонной структуры, является их квантовая эффективность [363]:

$$\eta = \frac{\gamma_{rad}}{\gamma_{rad} + \gamma_{nrad}} \quad (6.25)$$

где γ_{rad} – скорость излучательной рекомбинации, которая напрямую зависит от ЛПФС [355], γ_{nrad} – скорость безызлучательной рекомбинации. Известно [390; 391], что квантовая эффективность излучения пленок $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$ с большим содержанием углерода слабо зависит от температуры и составляет несколько процентов при $T=300^\circ\text{C}$, т.е. $\gamma_{rad} \ll 1$. В этом случае $\gamma_{nrad} \gg \gamma_{rad}$ и интенсивность излучения оказывается пропорциональной отношению $\gamma_{rad}/\gamma_{nrad}$. Поскольку γ_{nrad} определяется только физико-химическими свойствами пленок $a\text{-Si}_{1-x}\text{C}_x\text{:H}$, то измерение спектральной зависимости интенсивности фотолюминесценции в условиях непрерывного возбуждения несет информацию о ЛПФС [363]. Таким образом, выбор соответствующих образцов и техники возбуждения фотолюминесценции позволил в данной работе экспериментально исследовать влияние ЛПФС на спектры фотолюминесценции.

Теперь рассмотрим результаты моделирования ЛПФС при помощи одномерной модели. Как видно из сопоставления рис. 89b и 89d, рассчитанные спектры воспроизводят основные особенности экспериментальных кривых. Следовательно, использованная одномерная модель позволяет выявить природу наблюдаемого эффекта. Обратимся к рис. 90, на котором представлено распределение фактора Парселла от длины волны и положения точечного дипольного источ-

ника в фотонной структуре. Видно, что максимумы фактора Парселла в слоях $a\text{-SiO}_2$ находятся на длине волны 600 нм на внешней границе коротковолнового края брэгговской стоп-зоны ($\lambda = 630$ нм), в тоже время максимумы в слоях $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ лежат на длинах волн несколько больших длинноволновой границы брэгговской стоп-зоны ($\lambda = 810$ нм, рис. 90). Это связано с тем, что в фотонной структуре собственные моды устроены таким образом, что электрическое поле локализуется в слоях с большим значением диэлектрической проницаемости для зон на низкочастотной границе брэгговской стоп-зоны, а в слоях с меньшим значением диэлектрической проницаемости у высокочастотной границы [36]. Причем наиболее интенсивные максимумы наблюдаются вдали от внешних границ фотонной структуры, где уже успевает сформироваться блоховская мода. Отметим, что наблюдаемая картина хорошо согласуется с интерференционным описанием эффекта Парселла для классических систем [21], согласно которому большой фактор Парселла соответствует возвращению (отражению) волны в противофазе с источником, что приводит к дополнительному уменьшению энергии в осциллирующем источнике. Малый фактор Парселла соответствует отражению волны в фазе с источником, в результате чего энергия возвращается в осциллятор. При переходе через спектральную область брэгговской стоп-зоны фаза блоховской волны претерпевает скачок на π . В результате, на одном из краев брэгговской стоп-зоны возникают условия для формирования малого фактора Парселла, т.е. отраженная волна приходит в фазе, а на другом краю отраженная волна придет в противофазе (фазовый сдвиг π) и фактор Парселла принимает большие значения.

Поскольку в нашей системе излучают только слои $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$, в спектрах фотолуминесценции наблюдается доминирование пика, соответствующего длинноволновому краю брэгговской стоп-зоны. Тем не менее, хвосты от максимумов фактора Парселла в слоях $a\text{-SiO}_2$ с низким показателем преломления частично проникают в излучающие слои $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$, что приводит к появлению менее интенсивного, но заметного на фоне длинноволнового максимума, и тем более на фоне частот в брэгговской стоп-зоне, коротковолнового пика (см. рис. 90). В экспериментальных исследованиях на интенсивность излучения фотонной структуры оказывает существенное влияние частотная зависимость скорости излучения эмиттеров в материале $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$. Чтобы исключить этот эффект мы построили график (вставка на рис. 89b) безразмерного параметра ρ_1 , определенного как отношение разности интенсивностей пиков фотолуминес-

ценции на разных краях брэгговской стоп-зоны к их сумме в зависимости от спектрального сдвига центра брэгговской стоп-зоны.

$$\rho_1 = \frac{|I_{s1} - I_{l1}|}{|I_{s1} + I_{l1}|} \quad (6.26)$$

Здесь I_{s1} – интенсивность пика фотолюминесценции, соответствующего коротковолновому краю брэгговской стоп-зоны, I_{l1} – интенсивность пика фотолюминесценции, соответствующего длинноволновому краю брэгговской стоп-зоны. Сдвиг брэгговской стоп-зоны, в данном случае, определялся как разность текущего и начального (665 нм) спектральных положений центра стоп-зоны, согласно графикам, представленным на рис. 89а.

Также приведен коэффициент

$$\rho_2 = \frac{|I_{s2} - I_{l2}|}{|I_{s2} + I_{l2}|} \quad (6.27)$$

для спектра фотолюминесценции референсной пленки $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$. В этом случае значения интенсивностей I_{s2} and I_{l2} брались из контура фотолюминесценции пленки (красная штри-пунктирная кривая на рис. 89b) в точках, соответствующих спектральному положению пиков фотолюминесценции в многослойной структуре $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}/a\text{-SiO}_2$. Сопоставление полученных зависимостей ρ_1 и ρ_2 (вставка к рис. 89b) наглядно подтверждает вывод, что изменение интенсивности фотолюминесценции фотонной структуры количественно не следует за изменением интенсивности фотолюминесценции $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{:H}$ пленки, т.е. является следствием эффекта модификации ЛПФС в фотонной структуре.

6.3 Выводы по главе

В данной главе были описаны эффекты, связанные с влиянием резонансных структур на свойства излучательных центров. В первую очередь это эффект Парселла, т.е. изменение скорости излучения эмиттера из-за наличия окружающей структуры. Второй эффект состоит в лэмбовском смещении резонансной линии излучения также из-за окружающей структуры.

Для фотонных мод в микрорезонаторе были проанализированы эффект Парселла и лэмбовский сдвиг, которые могут быть описаны при помощи классической теории в рамках уравнений Максвелла. Как известно, классическая

теория не оперирует такими понятиями, как плотность состояний, которая появляется в результате квантования электромагнитного поля. Мы описали эти явления на языке интерференции, который является понятным и наглядным.

Оказалось, что простая феноменологическая модель позволяет описать с высокой точностью изменение добротности, т.е. времени жизни фотонных состояний в микрорезонаторе. В численных расчетах микрорезонатор моделируется точечным дефектом, расположенным вблизи линейного волновода, внедренного в фотонный кристалл с квадратной решеткой. Было показано, что благодаря добавлению рассеивателей в волновод добротность может варьироваться более чем в 25 раз.

Также были исследованы одномерные фотонные структуры на основе чередующихся четвертьволновых слоев $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ / $a\text{-SiO}_2$, которые можно рассматривать как модельные объекты для экспериментального изучения эффекта Парселла. Благодаря выбору материалов и длины волны лазерного возбуждения была сформирована и исследована структура, в которой все излучательные центры являются эмиттерами одного типа $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$, что позволило однозначно интерпретировать полученные экспериментальные данные. При этом благодаря относительно широкому контуру излучения $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ удалось сравнить модификацию локальной плотности фотонных состояний на обоих краях брэгговской стоп-зоны в рамках единого эксперимента. Измеренные спектры фотолюминесценции описаны в рамках одномерной модели, достигнуто хорошее согласие экспериментальных и расчетных данных. Теоретическая модель выявила природу асимметрии интенсивности пиков фотолюминесценции на краях фотонной стоп-зоны. Эта асимметрия возникает вследствие резкого изменения фактора Парселла, обусловленного скачком фазы блоховской волны на π при прохождении спектральной области фотонной стоп-зоны.

Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Метод обратной дисперсии $k(\omega)$ адаптирован для вычисления комплексных фотонных зонных диаграмм. Метод заключается в поиске собственных чисел k в зависимости от параметра – вещественной частоты ω , и позволяет проводить вычисление зонных диаграмм для периодических фотонных структур, образованных материалами с диэлектрической проницаемостью, обладающей произвольной частотной зависимостью. Кроме того, в дополнение к распространяющимся модам с вещественным волновым вектором (которые можно вычислить стандартным методом $\omega(k)$), метод обратной дисперсии дает возможность вычислять эванесцентные моды с комплексным волновым вектором. На основании анализа дисперсионных ветвей, соответствующих эванесцентным модам, предложен критерий для разделения периодических диэлектрических структур на фазу фотонного кристалла и фазу метаматериала.
2. Сформулирована концепция фотонных фазовых переходов. Экспериментально и теоретически исследован фазовый переход «фотонный кристалл – метаматериал», связанный с появлением в диэлектрической фотонной структуре отрицательной магнитной восприимчивости. Фаза определяется на основе анализа второй дисперсионной ветви на зонной диаграмме фотонной структуры. Для двумерных структур, образованных диэлектрическими цилиндрами, расположенными в узлах квадратной и простой треугольной решетки, были рассчитаны зонные диаграммы и на их основании построены фазовые диаграммы в осях r/a и ε . Был собран прототип фотонной структуры для микроволнового диапазона длин волн. Конструкция позволяла менять в широком диапазоне диэлектрическую проницаемость и расстояния между цилиндрами, сохраняя симметрию квадратной решетки. При уменьшении постоянной решетки экспериментально наблюдался переход от фазы фотонного кристалла к фазе метаматериала.

3. Показано, что резонансное рассеяние M_i на однородных цилиндрах с высоким значением диэлектрической проницаемости может быть описано в терминах резонанса Фано. Роль узкой линии играют высокодобротные моды M_i , а роль широкополосного фона – нерезонансное рассеяние на цилиндре. Параметр асимметрии q на больших частотах демонстрирует характерную для резонанса котангенциальную зависимость.
4. Экспериментально и теоретически продемонстрирован режим невидимости однородного диэлектрического цилиндра без дополнительных маскирующих оболочек и устройств. Режим невидимости возникает в области резонансов M_i , где спектр рассеяния описывается каскадом асимметричных контуров, каждый из которых имеет профиль Фано. Деструктивная интерференция Фано между резонансным и нерезонансным рассеянием приводит к появлению окна прозрачности в спектре рассеяния, в результате чего цилиндр становится невидимым стороннему наблюдателю.
5. Обнаружен индуцированный беспорядком резонанс Фано в одномерной структуре чередующихся слоев $\dots ABAB \dots$, которая характеризуется флуктуацией диэлектрической проницаемости слоев B . Резонанс Фано определяет узкая линия, связанная с брэгговским рассеянием на периодической структуре и широкополосный фон, который возникает из-за нескомпенсированного рассеяния Фабри-Перо на слоях B . В режиме сильных флуктуаций диэлектрической проницаемости в слоях B параметр Фано обращается в нуль $q \rightarrow 0$. При этом наблюдается «переворот» спектра пропускания: брэгговские стоп-зоны превращаются в узкие зоны пропускания и, наоборот, области пропускания упорядоченного образца превращаются в широкополосные стоп-зоны неупорядоченной структуры.
6. Экспериментально установлено, что в спектрах пропускания синтетических опалов наблюдается резонанс Фано. Роль узкой полосы выполняет брэгговское рассеяние на плоскостях (111) ГЦК решетки опала. Существование широкополосного рассеяния связано с флуктуациями плотности и, соответственно, диэлектрической проницаемости сферических частиц $\alpha\text{-SiO}_2$, формирующих решетку опалов. Интерференция двух каналов рассеяния приводит к формированию асимметричного

- профиля Фано брэгговской полосы (111). Используя метод иммерсионной спектроскопии, удалось наблюдать все характерные профили резонанса Фано при изменении значения диэлектрической проницаемости жидкости, заполняющей поры опаловой матрицы. Ключевым фактором при интерпретации эффекта как резонанса Фано является экспериментальная демонстрация превращения брэгговской стоп-зоны (111) в полосу брэгговского пропускания, что соответствует параметру асимметрии $q = 0$.
7. Описана модель оптической антенны, образованной излучателем и сферической частицей с высоким показателем преломления, принцип работы которой основан на резонансе Фано. Благодаря резонансной сферической частице спектральный профиль излучения имеет характерный асимметричный вид резонанса Фано с минимумом и максимумом. Определены параметры резонансного элемента, а также расстояние до дипольного источника, при которых спектры излучения по направлению вперед и назад вдоль оси антенны описываются параметром Фано с противоположным знаком, т.е. максимум излучения вперед соответствует минимуму излучения назад и наоборот. В результате, в зависимости от частоты дипольного источника формируется диаграмма направленности антенны. Эксперименты с микроволновым прототипом оптической антенны подтвердили эффект переключения диаграммы направленности, предсказанный теоретически.
 8. В однородных субволновых диэлектрических резонаторах цилиндрической формы была продемонстрирована возможность возбуждения высокочастотной суперрезонансной моды. Суперрезонансная мода рождается в результате деструктивной интерференции двух волн, утекающих из цилиндра. Первая утекающая волна связана с модой Ми (формируется круглым сечением резонатора), вторая волна связана с модой Фабри-Перо (формируется плоскими границами конечного цилиндра). При диэлектрической проницаемости цилиндра $\varepsilon = 13$ (типичное значение для полупроводниковых материалов в оптическом диапазоне) добротность суперрезонансной моды достигает величины $Q = 200$. Суперрезонансные моды являются аналогом связанных состояний в континууме, имеющих бесконечную добротность.

9. Продемонстрировано, что в микрорезонаторах эффект Парселла и Лэмбовский сдвиг возникают для фотонных мод, описываемых в рамках классической физики при помощи уравнений Максвелла. Эффекты возникают из-за интерференции между фотонной модой и волнами, рассеянными на структуре, окружающей микрорезонатор. Классическое описание эффекта Парселла позволило рассчитать изменение интенсивности фотолюминесценции на краях брэгговской стоп-зоны одномерного фотонного кристалла. Результаты теоретического расчета демонстрируют хорошее соответствие с экспериментально измеренными спектрами фотонного кристалла, образованного слоями $a\text{-Si}_{0.5}\text{C}_{0.5}\text{H}$ и $a\text{-SiO}_2$.

Основные результаты диссертации отражены в следующих публикациях

статьи в рецензируемых журналах:

[A1] M. V. Rybin, A. B. Khanikaev, M. Inoue, K. B. Samusev, M.J. Steel, G. Yushin, M. F. Limonov, Fano resonance between Mie and Bragg scattering in photonic crystals // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P.023901.

[A2] A. K. Samusev, K. B. Samusev, M. V. Rybin, M. F. Limonov. Peculiarities of the band structure of multi-component photonic crystals with different dimensions // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2010. – V. 22. – P. 115401.

[A3] M.V. Rybin, A.B. Khanikaev, M. Inoue, A.K. Samusev, M.J. Steel, G. Yushin, M.F. Limonov, Bragg scattering induces Fano resonance in photonic crystals // *Photon. Nanostr. Fund. Appl.* – 2010. – V. 8. – P. 86–93.

[A4] А.В. Мороз, М.Ф. Лимонов, М.В. Рыбин, К.Б. Самусев, Многоволновая брэгговская дифракция в низкоконтрастных фотонных кристаллах на основе синтетических опалов // *ФТТ.* – 2011. – Т. 53. – С. 1045-1052.

[A5] И.И. Шишкин, К.Б. Самусев, М.В. Рыбин, М.Ф. Лимонов, Ю.С. Кившарь, А. Гайдукевичуте, Р.В. Киян, Б.Н. Чичков, Инвертированный яблоновит, изготовленный методом лазерной нанолитографии, и его фотонная структура. // *Письма в ЖЭТФ.* – 2012. – Т. 95. – С. 518-523.

[A6] A.N. Poddubny, M.V. Rybin, M.F. Limonov, Y.S. Kivshar, Fano interference governs wave transport in disordered systems. // *Nature Commun.* – 2012. – V. 3. – P. 914.

[A7] И.И. Шишкин, К.Б. Самусев, М.В. Рыбин, М.Ф. Лимонов, Ю.С. Кившарь, А. Гайдукевичуте, Р.В. Киян, Б.Н. Чичков, Стеклообразная наноструктура, изготовленная методом лазерной нанолитографии. // *ФТТ.* – 2012. – Т. 54. – С.1852-1857

[A8] M. V. Rybin, P. V. Kapitanova, D. S. Filonov, A. P. Slobozhanyuk, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, M. F. Limonov, Fano resonances in antennas: General control over radiation patterns. // *Phys. Rev. B.* – 2013. – V. 88. – P. 205106.

[A9] M. V. Rybin, K. B. Samusev, I.S. Sinev, G. Semouchkin, E. Semouchkina, Yu. S. Kivshar, M. F. Limonov, Mie scattering as a cascade of Fano resonances. // *Opt. Express.* – 2013. – V. 21. – P. 30107–30113.

[A10] М.В. Рыбин, И.С. Синева, К.Б. Самусев, М.Ф. Лимонов, Каскады резонансов Фано в рассеянии Ми // *ФТТ.* – 2014. – Т. 56. – С. 560-566.

[A11] М.В. Рыбин, И.С. Синев, К.Б. Самусев, А. Хоссейнзаде, Г.Б. Семушкин, Е.А. Семушкина, М.Ф. Лимонов, Фотонные свойства двумерных высококонтрастных периодических структур: численные расчеты. // ФТТ. – 2014. – Т. 56. – С. 567-572.

[A12] И. И. Шишкин, М. В. Рыбин, К. Б. Самусев, М. Ф. Лимонов, Р. В. Киян, Б. Н. Чичков, Ю. С. Кившарь, П. А. Белов, Изготовление субмикронных структур методом трехмерной лазерной литографии. // Письма в ЖЭТФ. – 2014. – Т. 99. – С. 614-617.

[A13] M.V. Rybin, I.I. Shishkin, K.B. Samusev, P.A. Belov, Yu.S. Kivshar, R.V. Kiyann, B.N. Chichkov, M.F. Limonov, Band Structure of Photonic Crystals Fabricated by Two-Photon Polymerization. // Crystals. – 2015. – V. 5. – P. 61-73.

[A14] M.V. Rybin, D.S. Filonov, P.A. Belov, Yu.S. Kivshar, M.F. Limonov, Switching from Visibility to Invisibility via Fano Resonances: Theory and Experiment. // Sci. Rep. – 2015. – V.5. – P. 8774.

[A15] К.Б. Самусев, М.В. Рыбин, А.К. Самусев, М.Ф. Лимонов, Невидимость конечного диэлектрического цилиндра в условиях резонанса Фано. // ФТТ. – 2015. – Т. 57. – С. 1941-1946.

[A16] К.Б. Самусев, М.В. Рыбин, А.К. Самусев, М.Ф. Лимонов, Оптические свойства фотонных кристаллов со структурой поленницы, изготовленных методом трехмерной лазерной литографии. // ФТТ. – 2015. – Т. 57. – С. 2420-2428.

[A17] M.V. Rybin, D.S. Filonov, K.B. Samusev, P.A. Belov, Yu.S. Kivshar, M.F. Limonov, Phase diagram for the transition from photonic crystals to dielectric metamaterials. // Nature Commun. – 2015. – V. 6. – P. 10102.

[A18] M.V. Rybin, S.F. Mingaleev, M.F. Limonov, Y.S. Kivshar, Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena. // Sci. Rep. – 2016. – V. 6. – P. 20599.

[A19] M.V. Rybin, M.F. Limonov, Inverse dispersion method for calculation of complex photonic band diagram and PT symmetry. // Phys. Rev. B. – 2016. – V. 93. – P. 165132.

[A20] M. Rybin, Y.S. Kivshar, Supercavity lasing. // Nature. 2017. – V. 541. – P. 164.

[A21] Y. Kivshar, M. Rybin, Anisotropy enables unusual waves. // Nature Photon. – 2017. – V. 11. – P. 212-214.

[A22] M. V. Rybin, A. V. Zherzdev, N. A. Feoktistov, A. B. Pevtsov, Effect of photonic crystal stop-band on photoluminescence of α -Si_{1-x}C_x:H. // Phys. Rev. B. – 2017. – V. 95. – P. 165118.

[A23] M. V. Rybin, K. B. Samusev, P. V. Kapitanova, D. S. Filonov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, M. F. Limonov, Switchable invisibility of dielectric resonators. // Phys. Rev. B. – 2017. – V. 95. – P. 165119.

[A24] A. D. Sinelnik, M. V. Rybin, S. Y. Lukashenko, M.F. Limonov, K. B. Samusev, Optical properties of honeycomb photonic structures. // Phys. Rev. A. – 2017. – V. 95. – P. 063837.

[A25] M. V. Rybin, K. L. Koshelev, Z. F. Sadrieva, K. B. Samusev, A. A. Bogdanov, M. F. Limonov, Y. S. Kivshar, High-Q Supercavity Modes in Subwavelength Dielectric Resonators. // Phys. Rev. Lett. – 2017. – V. 119. – P. 243901.

Обзорные статьи:

[A26] S.V. Makarov, A.S. Zalogina, M. Tajik, D.A. Zuev, M.V. Rybin, A.A. Kuchmizhak, S. Juodkazis, Y. Kivshar, Light-Induced Tuning and Reconfiguration of Nanophotonic Structures. // Laser Photon. Rev. – 2017. – V.10. –P. 1700108.

[A27] M. F. Limonov, M.V. Rybin, A.N. Poddubny, Y.S. Kivshar, Fano resonances in photonics. // Nature Photon. – 2017. – V. 11. – P. 543-554.

главы в монографии:

[A28] M.V. Rybin, M.F. Limonov, A.B. Khanikaev, C.M. Soukoulis, Optical properties of 1D disordered photonic structures. // Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder. Eds: M.F. Limonov, R. M. De La Rue. CRC Press, Taylor & Francis Group. – 2012. – P. 9.

[A29] A. B. Khanikaev, M.V. Rybin, M. F. Limonov, Multi-component photonic crystals with inhomogeneous scatterers. // Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder. Eds: M.F. Limonov, R. M. De La Rue. CRC Press, Taylor & Francis Group. – 2012. – P. 151.

[A30] A.A. Kaplyanskii, A.V.Baryshev, M.V.Rybin, A.V. Sel'kin, M.F. Limonov, Optical properties of low contrast opal-based photonic crystals. // Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder. Eds: M.F. Limonov, R. M. De La Rue. CRC Press, Taylor & Francis Group. – 2012. – P. 249.

Благодарности

В заключение я хочу выразить искреннюю благодарность моему научному консультанту Михаилу Феликсовичу Лимонову за всестороннюю помощь и постоянную поддержку в течение всей диссертационной работы. Неоценимым вкладом в успех этой работы является чрезвычайно плодотворное сотрудничество с Юрием Семеновичем Кившарём. Для меня была очень важна поддержка, ценные замечания и доброжелательное отношение моих руководителей А.А. Каплянского, П.А. Белова, С.П. Феофилова.

Я глубоко признателен моим соавторам К.Б. Самусеву, Д.С. Филонову, А.Н. Поддубному, А.А. Богданову, К.Л. Кошелеву, А.Б. Певцову, А.К. Самусеву, А.Б. Ханикаеву, С.В. Макарову за помощь и плодотворные дискуссии, которые во многом способствовали улучшению данной работы. Я благодарен С.Ф. Мингалиеву и С.В. Ли за их вклад в выполнение численных расчетов, П.В. Капитановой и А.П. Слобожанюку за проведение экспериментальных измерений, С.Ю. Лукашенко и Г.Н. Юшину за характеризацию образцов, исследованных в диссертационной работе методами электронной микроскопии.

Я благодарен всему коллективу лаборатории «Метаматериалы» Университета ИТМО и лаборатории спектроскопии твердого тела ФТИ им. А.Ф. Иоффе и за товарищеское отношение и всестороннюю помощь при выполнении настоящей работы.

Отдельной строкой я хочу выразить сердечную благодарность моей жене Елене и нашим детям за их любовь, терпение и поддержку, которая придавала мне силы для выполнения диссертационной работы. Я глубоко благодарен моему отцу Валерию Васильевичу за советы, поддержку, обсуждение, наставления, помощь, заботу.

Список литературы

1. *Yablonovitch E.* Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Т. 58, № 20. — С. 2059.
2. *John S.* Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Т. 58. — С. 2486–2489.
3. *Joannopoulos J. D., Villeneuve P. R., Fan S.* Photonic crystals: putting a new twist on light // *Nature.* — 1997. — Т. 386, № 6621. — С. 143.
4. *Быков В. П.* Спонтанное излучение в периодической структуре // *ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 62. — С. 505–513.
5. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena / *J. B. Pendry* [и др.] // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 1999. — Т. 47, № 11. — С. 2075–2084.
6. *Веселаго В. Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // *УФН.* — 1967. — Т. 92, № 7. — С. 517–526.
7. *Leonhardt U.* Optical conformal mapping // *Science.* — 2006. — Т. 312, № 5781. — С. 1777–1780.
8. *O'Brien S., Pendry J. B.* Photonic band-gap effects and magnetic activity in dielectric composites // *J. Phys.: Cond. Matt.* — 2002. — Т. 14, № 15. — С. 4035.
9. *Soukoulis C. M., Wegener M.* Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials // *Nature Photon.* — 2011. — Т. 5, № 9. — С. 523.
10. Optically resonant dielectric nanostructures / *A. I. Kuznetsov* [и др.] // *Science.* — 2016. — Т. 354, № 6314. — aag2472.
11. *Novotny L., Hulst N. van.* Antennas for light // *Nature Photon.* — 2011. — Т. 5, № 2. — С. 83–90.
12. *Chen P.-Y., Soric J., Alù A.* Invisibility and cloaking based on scattering cancellation // *Adv. Mater.* — 2012. — Т. 24, № 44. — OP281–OP304.
13. *Monticone F., Alu A.* Embedded photonic eigenvalues in 3D nanostructures // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Т. 112, № 21. — С. 213903.

14. *Miroshnichenko A. E., Flach S., Kivshar Y. S.* Fano resonances in nanoscale structures // *Rev. Mod. Phys.* — 2010. — Т. 82, № 3. — С. 2257—2298.
15. The Fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials / B. Luk'yanchuk [и др.] // *Nature Mater.* — 2010. — Сент. — Т. 9, № 9. — С. 707—715.
16. Fano resonances in photonics / M. F. Limonov [и др.] // *Nature Photon.* — 2017. — Т. 11, № 9. — С. 543—554.
17. *Rybin M. V., Limonov M. F.* Inverse dispersion method for calculation of complex photonic band diagram and PT symmetry // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Т. 93, № 16. — С. 165132.
18. Phase diagram for the transition from photonic crystals to dielectric metamaterials / M. V. Rybin [и др.] // *Nature Commun.* — 2015. — Т. 6. — С. 10102.
19. Optical Properties of One-Dimensional Disordered Photonic Structures / M. V. Rybin [и др.] // *Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder* / под ред. M. F. Limonov, R. M. De La Rue. — Taylor & Francis, 06.2012. — С. 9—22. — (Series in Optics and Optoelectronics). — URL: <https://doi.org/10.1201/b12175-5>.
20. *Rybin M., Kivshar Y.* Supercavity lasing // *Nature.* — 2017. — Т. 541, № 7636. — С. 164—165.
21. Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena / M. V. Rybin [и др.] // *Sci. Rep.* — 2016. — Т. 6. — С. 20599.
22. *Ziman J. M.* Principles of the theory of solids. — Cambridge Univ. Press, 1972.
23. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. Т. 1. — М.: Мир, 1979.
24. *Sommerfeld A.* Zur elektronentheorie der metalle auf grund der fermischen statistik // *Z. Phys.* — 1928. — Т. 47, № 1/2. — С. 1—32.
25. *Bloch F.* Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern // *Z. Phys.* — 1929. — Т. 52, № 7/8. — С. 555—600.
26. *Peierls R.* Zur Theorie der elektrischen und thermischen Leitfähigkeit von Metallen // *Ann. Phys.* — 1930. — Т. 396, № 2. — С. 121—148.
27. *Brillouin L.* Les electrons libres dans les metaux et le role des reflexions de Bragg // *J. Phys. Radium.* — 1930. — Т. 1. — С. 377—400.

28. *Peierls R.* Zur Theorie der magnetischen Widerstandsänderung // Ann. Phys. — 1931. — T. 402, № 1. — С. 97—110.
29. *Peierls R.* Zur Frage des elektrischen Widerstandsgesetzes für tiefe Temperaturen // Ann. Phys. — 1932. — T. 404, № 2. — С. 154—168.
30. *Nikitov S. A., Tailhades P., Tsai C. S.* Spin waves in periodic magnetic structures – magnonic crystals // J. Magn. Magn. Mater. — 2001. — T. 236, № 3. — С. 320—330.
31. *Yablonovitch E., Gmitter T.* Photonic band structure: the face-centered-cubic case // Physical Review Letters. — 1989. — T. 63, № 18. — С. 1950.
32. *Ho K. M., Chan C. T., Soukoulis C. M.* Existence of a Photonic Gap in Periodic Dielectric Structures // Phys. Rev. Lett. — 1990. — T. 65. — С. 3152—3155.
33. Accurate theoretical analysis of photonic band-gap materials / R. D. Meade [и др.] // Phys. Rev. B. — 1993. — T. 48, № 11. — С. 8434.
34. Multiple-scattering theory for electromagnetic waves / X. Wang [и др.] // Phys. Rev. B. — 1993. — T. 47, № 8. — С. 4161.
35. *Sailor W. C., Mueller F. M., Villeneuve P. R.* Augmented-plane-wave method for photonic band-gap materials // Phys. Rev. B. — 1998. — T. 57, № 15. — С. 8819.
36. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light / J. D. Joannopoulos [и др.]. — 2nd. — Princeton Univ. Press, 2008. — С. 304.
37. *Pendry J. B.* Negative refraction makes a perfect lens // Phys. Rev. Lett. — 2000. — T. 85, № 18. — С. 3966.
38. *Smith D. R., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K.* Metamaterials and negative refractive index // Science. — 2004. — T. 305, № 5685. — С. 788—792.
39. *Johnson S. G., Joannopoulos J. D.* Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis // Opt. Express. — 2001. — T. 8. — С. 173.
40. *Блейхуд P.* Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. — Москва, Мир., 1989.
41. *Watkins D. S.* Fundamentals of Matrix Computations. — 3rd. — John Wiley & Sons, Inc., New York., 2010. — С. 664.

42. *Aspnes D. E., Studna A. A.* Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV // *Phys. Rev. B.* — 1983. — Т. 27, № 2. — С. 985.
43. Photonic crystal properties of packed submicrometric SiO₂ spheres / *H. Miguez [и др.]* // *Appl. Phys. Lett.* — 1997. — Т. 71. — С. 1148–1150.
44. Изготовление субмикронных структур методом трехмерной лазерной литографии / *И. И. Шишкин [и др.]* // *Письма в ЖЭТФ.* — 2014. — Т. 99, № 9. — С. 614–617.
45. A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths / *S. Y. Lin [и др.]* // *Nature.* — 1998. — Т. 394, № 6690. — С. 251.
46. Optical spectroscopy of opal matrices with CdS embedded in its pores - quantum confinement and photonic band gap effects / *V. N. Astratov [и др.]* // *Nuovo Cimento D.* — 1995. — Т. 17. — С. 1349–1354.
47. *Busch K., John S.* Photonic band gap formation in certain self-organizing systems // *Phys. Rev. E.* — 1998. — Т. 58. — С. 3896–3908.
48. *Moroz A., Sommers C.* Photonic band gaps of three-dimensional face-centred cubic lattices // *J. Phys.: Cond. Matt.* — 1999. — Т. 11, № 4. — С. 997.
49. Band structure of photonic crystals fabricated by two-photon polymerization / *M. V. Rybin [и др.]* // *Crystals.* — 2015. — Т. 5, № 1. — С. 61–73.
50. *Yablonovitch E., Gmitter T. J., Leung K. M.* Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — Т. 67, № 17. — С. 2295.
51. Finer features for functional microdevices / *S. Kawata [и др.]* // *Nature.* — 2001. — Т. 412, № 6848. — С. 697–698.
52. *Farsari M., Chichkov B. N.* Materials processing: two-photon fabrication // *Nature Photon.* — 2009. — Т. 3, № 8. — С. 450–452.
53. Inverted Yablonovite-like 3D photonic crystals fabricated by laser nanolithography / *I. I. Shishkin [и др.]* // *SPIE Photonics Europe. Photonic Crystal Materials and Devices X.* Т. 8425. — International Society for Optics, Photonics. 2012. — С. 84252C.
54. Photonic band gaps in three dimensions: new layer-by-layer periodic structures / *К. М. Но [и др.]* // *Solid State Commun.* — 1994. — Т. 89, № 5. — С. 413–416.

55. Оптические свойства фотонных кристаллов со структурой / К. Самусев [и др.] // ФТТ. — 2015. — Т. 57, № 12.
56. *Pendry J. B.* Calculating photonic band structure // *J. Phys.: Cond. Matt.* — 1996. — Т. 8, № 9. — С. 1085.
57. *Kuzmiak V., Maradudin A. A., McGurn A. R.* Photonic band structures of two-dimensional systems fabricated from rods of a cubic polar crystal // *Phys. Rev. B.* — 1997. — Т. 55, № 7. — С. 4298—4311.
58. *Kuzmiak V., Maradudin A. A.* Distribution of electromagnetic field and group velocities in two-dimensional periodic systems with dissipative metallic components // *Phys. Rev. B.* — 1998. — Т. 58, № 11. — С. 7230.
59. *Halevi P., Ramos-Mendieta F.* Tunable photonic crystals with semiconducting constituents // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Т. 85, № 9. — С. 1875.
60. Photonic bands of metallic systems. I. Principle of calculation and accuracy / К. Sakoda [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Т. 64, № 4. — С. 045116.
61. *Moreno E., Erni D., Hafner C.* Band structure computations of metallic photonic crystals with the multiple multipole method // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Т. 65, № 15. — С. 155120.
62. Field expulsion and reconfiguration in polaritonic photonic crystals / К. C. Huang [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Т. 90, № 19. — С. 196402.
63. *Toader O., John S.* Photonic band gap enhancement in frequency-dependent dielectrics // *Phys. Rev. E.* — 2004. — Т. 70, № 4. — С. 046605.
64. *Raman A., Fan S.* Photonic band structure of dispersive metamaterials formulated as a hermitian eigenvalue problem // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Т. 104, № 8. — С. 087401.
65. *Leung K. M., Qiu Y.* Multiple-scattering calculation of the two-dimensional photonic band structure // *Phys. Rev. B.* — 1993. — Т. 48, № 11. — С. 7767.
66. *Moroz A.* Density-of-states calculations and multiple-scattering theory for photons // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Т. 51, № 4. — С. 2068.
67. *Newton R. G.* *Scattering Theory of Waves and Particles.* — McGraw-Hill, 1966. — С. 681. — (International series in pure and applied physics).

68. Photonic crystals with anomalous dispersion: Unconventional propagating modes in the photonic band gap / D. Hermann [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Т. 77, № 3. — С. 035112.
69. *Moharam M. G., Gaylord T. K.* Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction // *J. Opt. Soc. Am.* — 1981. — Т. 71, № 7. — С. 811—818.
70. *Li L., Haggans C. W.* Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings // *J. Opt. Sci. Am. A.* — 1993. — Т. 10, № 6. — С. 1184—1189.
71. *Lalanne P., Morris G. M.* Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization // *J. Opt. Soc. Am. A.* — 1996. — Т. 13, № 4. — С. 779—784.
72. Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S. G. Tikhodeev [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Т. 66, № 4. — С. 045102.
73. *Shi S., Chen C., Prather D. W.* Revised plane wave method for dispersive material and its application to band structure calculations of photonic crystal slabs // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Т. 86, № 4. — С. 043104.
74. Multiple Bragg diffraction in opal-based photonic crystals: Spectral and spatial dispersion / I. I. Shishkin [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Т. 89, № 3. — С. 035124.
75. *Li H. H.* Refractive index of silicon and germanium and its wavelength and temperature derivatives // *J. Phys. Chem. Ref. Data.* — 1980. — Т. 9, № 3. — С. 561—658.
76. *Palik E. D.* Handbook of Optical Constants of Solids: т. 3. — Academic press, 1998.
77. Ge–Sb–Te thin films deposited by pulsed laser: An ellipsometry and Raman scattering spectroscopy study / P. Němec [и др.] // *J. Appl. Phys.* — 2009. — Т. 106, № 10. — С. 103509.
78. *Bender C. M.* Making sense of non-Hermitian Hamiltonians // *Rep. Prog. Phys.* — 2007. — Т. 70, № 6. — С. 947.
79. *Kato T.* Perturbation theory for linear operators. — Springer, 1966.
80. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. — 2nd. — Springer, 2004. — С. 272.

81. *Sözüer H. S., Haus J. W., Inguva R.* Photonic bands: convergence problems with the plane-wave method // *Phys. Rev. B.* — 1992. — Т. 45. — С. 13962—13972.
82. Mie scattering as a cascade of Fano resonances / М. V. Rybin [и др.] // *Opt. Express.* — 2013. — Дек. — Т. 21, № 24. — С. 30107—30113.
83. Switching from visibility to invisibility via Fano resonances: theory and experiment / М. V. Rybin [и др.] // *Sci. Rep.* — 2015. — Т. 5. — С. 8774.
84. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Часть 1. Т. 5. — ФИЗМАТЛИТ, 2013. — С. 620.
85. *Gibbs J. W.* Graphical Methods in the thermodynamics of Fluids // *Trans. Conn. Acad.* — 1873. — Т. 2. — С. 300—342.
86. *Gibbs J. W.* On the equilibrium of Heterogeneous Substances // *Trans. Conn. Acad.* — 1976. — Т. 3. — С. 108—248.
87. *Ising E.* Beitrag zur theorie des ferromagnetismus // *Z. Phys.* — 1925. — Т. 31. — С. 253—258.
88. *Keesom W. H.* On the jump in the expansion coefficient of liquid helium in passing the lambda-point. // *Communications from the Physical Laboratory of the University of Leiden.* — 1933. — Т. 32, 75a. — С. 147—152.
89. *Ehrenfest P.* Phasenumwandlungen im ueblichen und erweiterten Sinn, classifiziert nach dem entsprechenden Singularitaeten des thermodynamischen Potentials // *Communications from the Physical Laboratory of the University of Leiden.* — 1933. — Т. 36, 75b. — С. 153—157.
90. *Bloch F.* Zur Theories des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika // *Z. Phys.* — 1932. — Т. 74. — С. 295—335.
91. *Ландау Л. Д.* К теории фазовых переходов. I. // *ЖЭТФ.* — 1937. — Т. 7. — С. 19.
92. *Ландау Л. Д.* К теории фазовых переходов. II. // *ЖЭТФ.* — 1937. — Т. 7. — С. 627.
93. *Keesom W. H.* Sur les phenomenes lambda de l'Helium // *Rap. Commun.* — 1936. — Т. 16.

94. *Onsager L.* Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition // *Phys. Rev.* — 1944. — Февр. — Т. 65, вып. 3/4. — С. 117–149. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.65.117>.
95. *Pippard A. B.* Elements of Classical Thermodynamics. — Cambridge : Cambridge University Press, 1957.
96. *Лившиц И. М.* Об аномалиях электронных характеристик металла в областях больших давлений // *ЖЭТФ.* — 1960. — Т. 38. — С. 1569–1576.
97. *Каганов М. И., Лившиц И. М.* Электронная теория металлов и геометрия // *УФН.* — 1979. — Т. 129. — С. 487–539.
98. *Физика сегнетоэлектрических явлений / под ред. Г. А. Смоленский.* — Наука, 1985.
99. *Sachdev S.* Quantum Phase Transitions. — 2nd. — Cambridge : Cambridge University Press, 2011. — С. 516.
100. *Березинский В. Л.* (Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии I. Классические системы // *ЖЭТФ.* — 1970. — Т. 59. — С. 907–920.
101. *Kosterlitz J. M., Thouless D. J.* Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems // *J. Phys. C.* — 1973. — Т. 6. — С. 1181–1203.
102. Optical properties of a Fabry-Perot microcavity with Er-doped hydrogenated amorphous silicon active layer / *A. A. Dukin [и др.]* // *Appl. Phys. Lett.* — 2000. — Т. 77, № 19. — С. 3009–3011.
103. Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials / *X. Huang [и др.]* // *Nature Mater.* — 2011. — Т. 10, № 8. — С. 582–586.
104. *П. В. А., В. М. А.* К вопросу о гомогенизации одномерных систем // *ЖЭТФ.* — 2002. — Т. 121. — С. 565–572.
105. *Puzko R., Merzlikin A.* Analytical properties of the effective refractive index // *Optics Communications.* — 2017. — Т. 383. — С. 323–329.
106. *Агранович В. М., Гинзбург В. Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. — М.: Наука, 1965. — С. 376.
107. Homogenization of resonant chiral metamaterials / *A. Andryieuski [и др.]* // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Т. 82, № 23. — С. 235107.

108. *Yannopoulos V., Moroz A.* Negative refractive index metamaterials from inherently non-magnetic materials for deep infrared to terahertz frequency ranges // *J. Phys.: Cond. Matt.* — 2005. — Т. 17, № 25. — С. 3717.
109. *Wheeler M. S., Aitchison J. S., Mojahedi M.* Three-dimensional array of dielectric spheres with an isotropic negative permeability at infrared frequencies // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Т. 72, № 19. — С. 193103.
110. Dielectric Metamaterials Based on Electric and Magnetic Resonances of Silicon Carbide Particles / *J. A. Schuller [и др.]* // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Сент. — Т. 99, вып. 10. — С. 107401.
111. All-dielectric rod-type metamaterials at optical frequencies / *K. Vynck [и др.]* // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Т. 102, № 13. — С. 133901.
112. *Born M., Wolf E.* Principles of Optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. — Cambridge Univ. Press, 2006.
113. *Bohren C. F., Huffman D. R.* Absorption and scattering of light by small particles. — Wiley-VCH, 1998. — С. 544.
114. *Foteinopoulou S.* Photonic crystals as metamaterials, // *Phys. B.* — 2012. — Т. 407. — С. 4056.
115. *Notomi M.* Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Т. 62, № 16. — С. 10696.
116. Water: Promising Opportunities For Tunable All-dielectric Electromagnetic Metamaterials / *A. Andryieuski [и др.]* // *Sci. Rep.* — 2015. — Т. 5. — С. 13535.
117. *Kaatze U.* Complex permittivity of water as a function of frequency and temperature // *J. Chem. Engin. Data.* — 1989. — Т. 34, № 4. — С. 371—374.
118. *Ramakrishna S. A.* Physics of negative refractive index materials // *Rep. Prog. Phys.* — 2005. — Т. 68, № 2. — С. 449.
119. *Wuttig M., Bhaskaran H., Taubner T.* Phase-change materials for non-volatile photonic applications // *Nature Photon.* — 2017. — Т. 11, № 8. — С. 465.
120. Light-Induced Tuning and Reconfiguration of Nanophotonic Structures / *S. V. Makarov [и др.]* // *Laser Photon. Rev.* — 2017.
121. *Staude I., Schilling J.* Metamaterial-inspired silicon nanophotonics // *Nature Photon.* — 2017. — Т. 11, № 5. — С. 274—284.

122. Spectrally selective chiral silicon metasurfaces based on infrared Fano resonances / C. Wu [и др.] // Nature Commun. — 2014. — Т. 5. — С. 3892.
123. All-dielectric metasurface analogue of electromagnetically induced transparency / Y. Yang [и др.] // Nature Commun. — 2014. — Т. 5. — С. 5753.
124. Broadband highly efficient dielectric metadevices for polarization control / S. Kruk [и др.] // APL Photon. — 2016. — Т. 1, № 3. — С. 030801.
125. Transition from two-dimensional photonic crystals to dielectric metasurfaces in the optical diffraction with a fine structure / M. V. Rybin [и др.] // Sci. Rep. — 2016. — Т. 6. — С. 30773.
126. *Liberal I., Engheta N.* Near-zero refractive index photonics // Nature Photon. — 2017. — Т. 11, № 3. — С. 149.
127. The Physics of Hydrogenated Amorphous Silicon II: Electronic and Vibrational Properties / под ред. J. D. Joannopoulos, G. Lucovsky. — Berlin : Springer-Verlag, 1984.
128. *Green M., Keevers M.* Optical properties of intrinsic silicon at 300 K // Progress Photovoltaics. — 1995. — Т. 3, № 3. — С. 189—192.
129. Multiple Bragg diffraction in low-contrast photonic crystals based on synthetic opals / A. V. Moroz [и др.] // Phys. Solid State. — 2011. — Т. 53, № 6. — С. 1105—1113.
130. Laser printing of silicon nanoparticles with resonant optical electric and magnetic responses / U. Zywiets [и др.] // Nature Commun. — 2014. — Т. 5.
131. Optical properties of honeycomb photonic structures / A. D. Sinelnik [и др.] // Phys. Rev. A. — 2017. — Т. 95, № 6. — С. 063837.
132. Fano still resonating // Nature Photon. — 2017. — Т. 11, № 9. — С. 529.
133. *Fano U.* Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts // Phys. Rev. — 1961. — Т. 124. — С. 1866—1878.
134. *Fano U.* Sullo spettro di assorbimento dei gas nobili presso il limite dello spettro d'arco // Nuovo Cimento. — 1935. — Т. 12, № 3. — С. 154—161.
135. *Connerade J.-P., Lane A. M.* Interacting resonances in atomic spectroscopy // Rep. Prog. Phys. — 1988. — Т. 51, № 11. — С. 1439.

136. *Hopfield J. J., Dean P. J., Thomas D. G.* Interference between Intermediate States in the Optical Properties of Nitrogen-Doped Gallium Phosphide // *Phys. Rev.* — 1967. — Т. 158. — С. 748–755.
137. *Cerdeira F., Fjeldly T. A., Cardona M.* Effect of Free Carriers on Zone-Center Vibrational Modes in Heavily Doped p-type Si. II. Optical Modes // *Phys. Rev. B.* — 1973. — Т. 8. — С. 4734–4745.
138. Raman Scattering Study on Fully Oxygenated $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ Single Crystals: x-y Anisotropy in the Superconductivity-Induced Effects / M. F. Limonov [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Т. 80, № 4. — С. 825.
139. Superconductivity-induced resonant Raman scattering in multilayer high- T_c superconductors / M. Limonov [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Т. 66, № 5. — С. 054509.
140. Tunneling into a Single Magnetic Atom: Spectroscopic Evidence of the Kondo Resonance / V. Madhavan [и др.] // *Science.* — 1998. — Т. 280. — С. 567.
141. *Kabachnik N. M., Sazhina I. P.* Angular distribution and polarization of photoelectrons in the region of resonances // *J. Phys. B.* — 1976. — Т. 9, № 10. — С. 1681–1697.
142. *Francescato Y., Giannini V., Maier S. A.* Plasmonic systems unveiled by Fano resonances // *ACS Nano.* — 2012. — Т. 6, № 2. — С. 1830–1838.
143. Lorentz meets Fano in spectral line shapes: a universal phase and its laser control / C. Ott [и др.] // *Science.* — 2013. — Т. 340, № 6133. — С. 716–720.
144. *Borrmann G.* Die Absorption von Röntgenstrahlen im Fall der Interferenz // *Z. Phys.* — 1950. — Т.127, вып. 4. — С. 297–323.
145. *Pettifer R. F., Collins S. P., Laundry D.* Quadrupole transitions revealed by Borrmann spectroscopy // *Nature.* — 2008. — Июль. — Т. 454, № 7201. — С. 196–199.
146. Inverse Borrmann effect in photonic crystals / A. P. Vinogradov [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Т. 80, вып. 23. — С. 235106.
147. What is and what is not electromagnetically induced transparency in whispering-gallery microcavities / B. Peng [и др.] // *Nature Commun.* — 2014. — Т. 5. — С. 5082.

148. *Yasir K. A., Liu W.-M.* Controlled Electromagnetically Induced Transparency and Fano Resonances in Hybrid BEC-Optomechanics // *Sci. Rep.* — 2016. — Т. 6. — С. 22651.
149. Tunable electromagnetically induced transparency in coupled three-dimensional split-ring-resonator metamaterials / S. Han [и др.] // *Sci. Rep.* — 2016. — Т. 6. — С. 20801.
150. Quantitative and Direct Near-field Analysis of Plasmonic-Induced Transparency and the Observation of a Plasmonic Breathing Mode / W. Khunsin [и др.] // *ACS Nano.* — 2016. — Т. 10. — С. 2214–2224.
151. *Joe Y. S., Satanin A. M., Kim C. S.* Classical analogy of Fano resonances // *Phys. Script.* — 2006. — Т. 74, № 2. — С. 259–266.
152. From Electromagnetically Induced Transparency to Superscattering with a Single Structure: A Coupled-Mode Theory for Doubly Resonant Structures / L. Verslegers [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Февр. — Т. 108, вып. 8. — С. 083902.
153. *Khanikaev A. B., Wu C., Shvets G.* Fano-resonant metamaterials and their applications // *Nanophotonics.* — 2013. — Т. 2, № 4. — С. 247–264.
154. *Finch M. F., Lail B. A.* Multi-coupled resonant splitting with a nano-slot metasurface and PMMA phonons // *Plasmonics: Metallic Nanostructures and Their Optical Properties XIII* / под ред. A. D. Boardman, D. P. Tsai. — SPIE-Intl Soc Optical Eng, 08.2015.
155. Vacuum Rabi splitting in semiconductors / G. Khitrova [и др.] // *Nature Phys.* — 2006. — Т. 2. — С. 81–90.
156. *Purcell E. M.* Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // *Phys. Rev.* — 1946. — Т. 69. — С. 681.
157. *Lamb W. E., Retherford R. C.* Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method // *Phys. Rev.* — 1947. — Т. 72, № 3. — С. 241.
158. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses / C. Liu [и др.] // *Nature.* — 2001. — Т. 409, № 6819. — С. 490.
159. *Александров Е. Б., Запасский В. С.* В погоне за “медленным светом” // *УФН.* — 2006. — Т. 176. — С. 1093–1102.

160. Gyromagnetically induced transparency of metasurfaces / S. H. Mousavi [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Т. 112, № 11. — С. 117402.
161. *Novikov V. B., Murzina T. V.* Borrmann effect in photonic crystals // *Opt. Lett.* — 2017. — Март. — Т. 42, № 7. — С. 1389.
162. Narrowband and tunable anomalous transmission filters for spectral monitoring in the extreme ultraviolet wavelength region / J. L. P. Barreaux [и др.] // *Opt. Express.* — 2017. — ЯНВ. — Т. 25, № 3. — С. 1993. — URL: <https://doi.org/10.1364/OE.25.001993>.
163. *Kerker M., Wang D.-S., Giles C. L.* Electromagnetic scattering by magnetic spheres // *J. Opt. Soc. Am.* — 1983. — ИЮНЬ. — Т. 73, № 6. — С. 765—767.
164. Magnetic and electric coherence in forward-and back-scattered electromagnetic waves by a single dielectric subwavelength sphere / J.-M. Geffrin [и др.] // *Nature Commun.* — 2012. — Т. 3. — С. 1171.
165. *Niemi T., Karilainen A. O., Tretyakov S. A.* Synthesis of Polarization Transformers // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* — 2013. — ИЮНЬ. — Т. 61, № 6. — С. 3102—3111.
166. Fano resonances in antennas: General control over radiation patterns / M. V. Rybin [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Т. 88, № 20. — С. 205106.
167. *Microcavities* / A. Kavokin [и др.]. — Oxford University Press, 2007.
168. *Yoshino S., Oohata G., Mizoguchi K.* Dynamical Fano-Like Interference between Rabi Oscillations and Coherent Phonons in a Semiconductor Microcavity System // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Т. 115, № 15. — С. 157402.
169. *Bender C. M., Boettcher S.* Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having PT Symmetry // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — ИЮНЬ. — Т. 80, вып. 24. — С. 5243—5246.
170. Observation of parity–time symmetry in optics / C. E. Rüter [и др.] // *Nature Phys.* — 2010. — Т. 6, № 3. — С. 192—195.
171. Parity-time-symmetric whispering-gallery microcavities / B. Peng [и др.] // *Nature Phys.* — 2014. — Апр. — Т. 10, № 5. — С. 394—398.
172. Single-mode laser by parity-time symmetry breaking / L. Feng [и др.] // *Science.* — 2014. — Окт. — Т. 346, № 6212. — С. 972—975.

173. Topological Insulators in PT-Symmetric Lattices / G. Harari [и др.] // CLEO: 2015. — Optical Society of America, 2015. — FTh3D.3.
174. Topologically protected bound states in photonic parity–time-symmetric crystals / S. Weimann [и др.] // Nature Mater. — 2016. — Дек. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nmat4811>.
175. PT-symmetry in optics / A. A. Zyablovsky [и др.] // Phys. Uspekhi. — 2014. — Т. 57, № 11. — С. 1063–1082.
176. Nonlinear switching and solitons in PT-symmetric photonic systems / S. V. Suchkov [и др.] // Laser Photon. Rev. — 2016. — Т. 10. — С. 177–213.
177. Revisiting the physics of Fano resonances for nanoparticle oligomers / B. Hopkins [и др.] // Phys. Rev. A. — 2013. — Т. 88, № 5. — С. 053819.
178. *Fan S., Suh W., Joannopoulos J. D.* Temporal coupled-mode theory for the Fano resonance in optical resonators // J. Opt. Soc. Am. A. — 2003. — Т. 20, № 3. — С. 569–572.
179. Fano interference governs wave transport in disordered systems / A. N. Poddubny [и др.] // Nature Commun. — 2012. — ИЮНЬ. — Т. 3. — С. 914.
180. *Tribelsky M. I., Miroshnichenko A. E.* Giant In-Particle Field Concentration and Fano Resonances at Light Scattering by High-Refractive Index Particles // Phys. Rev. A. — 2016. — Т. 93. — С. 053837.
181. *Kong X., Xiao G.* Fano resonance in high-permittivity dielectric spheres // J. Opt. Soc. Am. A. — 2016. — Т. 33, № 4. — С. 707–711.
182. *Riffe D. M.* Classical Fano oscillator // Phys. Rev. B. — 2011. — Т. 84, № 6. — С. 064308.
183. *Mie G.* Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen // Ann. Phys. — 1908. — Т. 330, № 3. — С. 377–445.
184. Fano resonances: A discovery that was not made 100 years ago / A. E. Miroshnichenko [и др.] // Opt. Phot. News. — 2008. — Т. 19. — С. 48.
185. *Kong X., Xiao G.* Fano resonances in core-shell particles with high permittivity covers // 2016 Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS). — 2016. — С. 1715–1719.
186. On-chip natural assembly of silicon photonic bandgap crystals / Y. A. Vlasov [и др.] // Nature. — 2001. — Т. 414, № 6861. — С. 289–293.

187. Fano resonance between Mie and Bragg scattering in photonic crystals / M. V. Rybin [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Т. 103. — С. 023901.
188. Percolation in photonic crystals revealed by Fano Resonance / J. A. Pariente [и др.] // *ArXiv e-prints.* — 2016. — arXiv: 1607.08890 [*physics.optics*].
189. Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder / под ред. М. F. Limonov, R. M. De La Rue. — CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012.
190. Evidence of guided resonances in photonic quasicrystal slabs / A. Ricciardi [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Т. 84, № 8. — С. 085135.
191. *Fan S.* Sharp asymmetric line shapes in side-coupled waveguide-cavity systems // *Appl. Phys. Lett.* — 2002. — Т. 80. — С. 908.
192. Fano resonances in ultracompact waveguide Fabry-Perot resonator side-coupled lossy nanobeam cavities / P. Yu [и др.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2013. — Т. 103, № 9. — С. 091104.
193. *García P. D., Sapienza R., López C.* Photonic Glasses: A Step Beyond White Paint // *Adv. Mater.* — 2010. — Т. 22, № 1. — С. 12–19. — URL: <http://dx.doi.org/10.1002/adma.200900827>.
194. *Hulst H. C. van de.* Light scattering by small particles. — Dover Publications, 1957. — С. 470.
195. *Stratton J. A.* Electromagnetic theory. Т. 33. — New York : Wiley, 2007.
196. Speed of propagation of classical waves in strongly scattering media / M. P. van Albada [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — Т. 66, № 24. — С. 3132–3135.
197. Resonance-driven random lasing / S. Gottardo [и др.] // *Nature Photon.* — 2008. — Т. 2, № 7. — С. 429–432.
198. *Noginov M.* Solid-state random lasers. Т. 105. — Springer, 2005.
199. *Kallos E., Chremmos I., Yannopoulos V.* Resonance properties of optical all-dielectric metamaterials using two-dimensional multipole expansion // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Т. 86, № 24. — С. 245108.
200. Mie resonance-based dielectric metamaterials / Q. Zhao [и др.] // *Mat. Today.* — 2009. — Т. 12, № 12. — С. 60–69.

201. Experimental verification of the concept of all-dielectric nanoantennas / D. S. Filonov [и др.] // Appl. Phys. Lett. — 2012. — Т. 100, № 20. — С. 201113. — URL: <http://link.aip.org/link/?APL/100/201113/1>.
202. Directional visible light scattering by silicon nanoparticles / Y. H. Fu [и др.] // Nature Commun. — 2013. — Т. 4. — С. 1527.
203. *Rolly B., Stout B., Bonod N.* Boosting the directivity of optical antennas with magnetic and electric dipolar resonant particles // Opt. Express. — 2012. — Т. 20, № 18. — С. 20376—20386.
204. *Lorenz L.* Upon the light reflected and refracted by a transparent sphere // Vidensk. Selsk. Shrifter. — 1890. — Т. 6. — С. 1—62.
205. *Love A.* The scattering of electric waves by a dielectric sphere // Proc. London Math. Soc. — 1898. — Т. 1, № 1. — С. 308—321.
206. *Debye P.* Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material // Ann. Phys. — 1909. — Т. 335, № 11. — С. 57—136.
207. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. нерелятивистская теория. Т. 3. — 6-е изд. — ФизМатЛит, 2004. — С. 800.
208. Light scattering by a finite obstacle and Fano resonances / M. I. Tribelsky [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Т. 100, № 4. — С. 043903.
209. *Tribelsky M. I., Miroshnichenko A. E., Kivshar Y. S.* Unconventional Fano resonances in light scattering by small particles // Europhys. Lett. — 2012. — Т. 97, № 4. — С. 44005.
210. Bragg scattering induces Fano resonance in photonic crystals / M. V. Rybin [и др.] // Photon. Nanostr. Fund. Appl. — 2010. — Т. 8, № 2. — С. 86—93. — Special Issue PECS 8.
211. Каскады резонансов Фано в рассеянии Ми / М. В. Рыбин [и др.] // ФТТ. — 2014. — Т. 56, № 3. — С. 560—566.
212. *Yagi H.* Beam transmission of ultra short waves // Proc. IRE. — 1928. — Т. 16, № 6. — С. 715—740.
213. Directional emission from plasmonic Yagi-Uda antennas probed by angle-resolved cathodoluminescence spectroscopy / T. Coenen [и др.] // Nano Lett. — 2011. — Т. 11, № 9. — С. 3779—3784.

214. Unidirectional emission of a quantum dot coupled to a nanoantenna / A. G. Curto [и др.] // *Science*. — 2010. — Т. 329, № 5994. — С. 930—933.
215. Near-field dynamics of optical Yagi-Uda nanoantennas / J. Dorfmueller [и др.] // *Nano Lett.* — 2011. — Т. 11, № 7. — С. 2819—2824.
216. 3D optical Yagi-Uda nanoantenna array / D. Dregely [и др.] // *Nature Commun.* — 2011. — Т. 2. — С. 267.
217. Direct printing of nanostructures by electrostatic autofocussing of ink nanodroplets / P. Galliker [и др.] // *Nature Commun.* — 2012. — Т. 3. — С. 890.
218. *Щелкунов С. А., Фриис Г. Т.* Антенны. Теория и практика. — Советское радио, 1955.
219. *King R. W. P., Fikioris G. J., Mack R. B.* Cylindrical Antennas and Arrays. — 2nd. — Cambridge Univ. Press, 2002. — С. 649.
220. *Biagioni P., Huang J.-S., Hecht B.* Nanoantennas for visible and infrared radiation // *Rep. Prog. Phys.* — 2012. — Т. 75, № 2. — С. 024402.
221. *Alu A., Engheta N.* Tuning the scattering response of optical nanoantennas with nanocircuit loads // *Nature Photon.* — 2008. — Т. 2, № 5. — С. 307—310.
222. Extreme-ultraviolet light generation in plasmonic nanostructures / M. Siviş [и др.] // *Nature Phys.* — 2013. — Т. 9. — С. 304—309.
223. *Barnard E. S., Pala R. A., Brongersma M. L.* Photocurrent mapping of near-field optical antenna resonances // *Nature Nanotech.* — 2011. — Т. 6, № 9. — С. 588—593.
224. Photodetection with active optical antennas / M. W. Knight [и др.] // *Science*. — 2011. — Т. 332, № 6030. — С. 702—704.
225. Photoconductively loaded plasmonic nanoantenna as building block for ultracompact optical switches / N. Large [и др.] // *Nano Lett.* — 2010. — Т. 10, № 5. — С. 1741—1746.
226. Reversible polarization control of single photon emission / R. J. Moerland [и др.] // *Nano Lett.* — 2008. — Т. 8, № 2. — С. 606—610.
227. Seeing protein monolayers with naked eye through plasmonic Fano resonances / A. A. Yanik [и др.] // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. — 2011. — Т. 108, № 29. — С. 11784—11789.

228. Quantum biology / N. Lambert [и др.] // Nature Phys. — 2013. — Т. 9, № 1. — С. 10—18.
229. Scholes G. D. Green quantum computers // Nature Phys. — 2010. — Т. 6, № 6. — С. 402—403.
230. Kosako T., Kadoya Y., Hofmann H. F. Directional control of light by a nano-optical Yagi-Uda antenna // Nature Photon. — 2010. — Т. 4, № 5. — С. 312—315.
231. Maksymov I. S., Davoyan A. R., Kivshar Y. S. Enhanced emission and light control with tapered plasmonic nanoantennas // Appl. Phys. Lett. — 2011. — Т. 99. — С. 083304.
232. Maksymov I. S., Miroshnichenko A. E., Kivshar Y. S. Actively tunable bistable optical Yagi-Uda nanoantenna // Opt. Express. — 2012. — Т. 20, № 8. — С. 8929—8938.
233. Rahmani M., Luk'yanchuk B., Hong M. Fano resonance in novel plasmonic nanostructures // Laser Photon. Rev. — 2013. — Т. 7, № 3. — С. 329—349.
234. Localization of light in a disordered medium / D. S. Wiersma [и др.] // Nature. — 1997. — Дек. — Т. 390. — С. 671—673.
235. Chabanov A. A., Stoytchev M., Genack A. Z. Statistical signatures of photon localization // Nature. — 2000. — Т. 404. — С. 850—853.
236. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices / T. Schwartz [и др.] // Nature. — 2007. — Март. — Т. 446. — С. 52—55.
237. Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder / J. Billy [и др.] // Nature. — 2008. — Т. 453. — С. 891—894. — eprint: 0804.1621.
238. Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate / G. Roati [и др.] // Nature. — 2008. — Т. 453. — С. 895—898.
239. Kappus M., Wegner F. Anomaly in the band centre of the one-dimensional Anderson model // Z. Phys. B. — 1981. — Т. 45, вып. 1. — С. 15—21.
240. Lifshits I., Gredeskul S., Pastur L. Introduction to the theory of disordered systems. — New York : Wiley, 1988.

241. *Philippis P., Wu H.-L.* Localization and Its Absence: A New Metallic State for Conducting Polymers // *Science*. — 1991. — Т. 252, № 5014. — С. 1805—1812.
242. *Sánchez A., Maciá E., Dominguez-Adame F.* Suppression of localization in Kronig-Penney models with correlated disorder // *Phys. Rev. B*. — 1994. — ЯНВ. — Т. 49, ВЫП. 1. — С. 147—157.
243. *Pendry J. B.* Quasi-extended electron states in strongly disordered systems // *J. Phys. C*. — 1987. — ФЕВР. — Т. 20. — С. 733—742.
244. Wave transport in random systems: Multiple resonance character of necklace modes and their statistical behavior / J. Bertolotti [и др.] // *Phys. Rev. E*. — 2006. — Т. 74, ВЫП. 3. — С. 035602.
245. *John S.* Localization of light // *Phys. Today*. — 1991. — Т. 44, № 5. — С. 32—40.
246. *Yeh P., Yariv A., Hong C.-S.* Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory // *J. Opt. Soc. Am.* — 1977. — Т. 67. — С. 423—437.
247. Anderson localization in one-dimensional randomly disordered optical systems that are periodic on average / A. R. McGurn [и др.] // *Phys. Rev. B*. — 1993. — Т. 47, ВЫП. 20. — С. 13120—13125.
248. Enhanced transmission due to disorder / V. D. Freilikher [и др.] // *Phys. Rev. E*. — 1995. — Т. 51, № 6. — С. 6301—6304.
249. *Vlasov Y. A., Kaliteevski M. I., Nikolaev V. V.* Different regimes of light localization in a disordered photonic crystal // *Phys. Rev. B*. — 1999. — Т. 60. — С. 1555.
250. Statistics of the eigenmodes and optical properties of one-dimensional disordered photonic crystals / M. A. Kaliteevski [и др.] // *Phys. Rev. E*. — 2006. — Т. 73, № 5. — С. 056616.
251. Density of states in 1D disordered photonic crystals: Analytical solution / A. Greshnov [и др.] // *Solid State Comm.* — 2008. — Т. 146, № 3/4. — С. 157—160.
252. *Izrailev F., Makarov N., Torres-Herrera E.* Anderson localization in bi-layer array with compositional disorder: Conventional photonic crystals versus metamaterials // *Physica B: Condensed Matter*. — 2010. — Т. 405, № 14. — С. 3022—3025.

253. *Yariv A., Yeh P.* Optical Waves in Crystals. — John Wiley, Sons, 1984. — С. 608.
254. Wave Propagation and Time Reversal in Randomly Layered Media / J.-P. Fouque [и др.]. — New York : Springer, 2007.
255. *Tsang L., Kong J., Ding K.* Scattering of electromagnetic waves: Theories and applications. — J. Wiley, 2000. — (Wiley series in remote sensing).
256. *Crisanti A., Paladin G., Vulpiani A.* Products of random matrices in statistical physics. — Springer, 1993. — (Springer series in solid-state sciences).
257. Optical and morphological study of disorder in opals / E. Palacios-Lidón [и др.] // J. Appl. Phys. — 2005. — Т. 97. — С. 63502.
258. Photonic band gaps of porous solids / R. Biswas [и др.] // Phys. Rev. B. — 2000. — Т. 61. — С. 4549—4553.
259. *Li Z.-Y., Zhang Z.-Q.* Fragility of photonic band gaps in inverse-opal photonic crystals // Phys. Rev. B. — 2000. — Т. 62. — С. 1516—1519.
260. *Koenderink A. F., Lagendijk A., Vos W. L.* Optical extinction due to intrinsic structural variations of photonic crystals // Phys. Rev. B. — 2005. — Т. 72. — С. 153102.
261. Effect of disorder on the optical properties of colloidal crystals / R. Rengarajan [и др.] // Phys. Rev. E. — 2005. — Т. 71. — С. 16615.
262. *Allard M., Sargent E. H.* Impact of polydispersity on light propagation in colloidal photonic crystals // Appl. Phys. Lett. — 2004. — Т. 85. — С. 5887.
263. Quantum Cascade Laser / J. Faist [и др.] // Science. — 1994. — Апр. — Т. 264. — С. 553—556.
264. Low-threshold terahertz quantum-cascade lasers / M. Rochat [и др.] // Applied Physics Letters. — 2002. — Т. 81, № 8. — С. 1381—1383.
265. Excitonic polaritons in Fibonacci quasicrystals / J. Hendrickson [и др.] // Opt. Express. — 2008. — Т. 16, № 20. — С. 15382—15387.
266. One dimensional resonant Fibonacci quasicrystals: noncanonical linear and canonical nonlinear effects / M. Werchner [и др.] // Opt. Express. — 2009. — Т. 17, № 8. — С. 6813—6828.
267. *Eckert A. W.* The world of Opals. — John Willey, Sons, 1997.

268. *Darragh P. J., Perdrix J. L.* Notes on Synthetic Precious Opal // Jour. Gemm. — 1975. — Т. 14. — С. 215.
269. *Jones J. B., Sanders J. V., Segnit E. R.* Structure of opal // Nature. — 1964. — Т. 204. — С. 990–991.
270. Origin of Precious Opal / P. J. Darragh [и др.] // Nature. — 1966. — Т. 209. — С. 13.
271. *Sanders J. V.* Diffraction of Light by Opals // Acta Cryst. Sec. A. — 1968. — Т. 24. — С. 427.
272. *Stöber W., Fink A., Bohn E.* Controlled growth of monodisperse silica spheres in the micron size range // J. Colloid Interface Sci. — 1968. — Т. 26. — С. 62–69.
273. *Денискина Н. Д., Калинин Д. В., Казанцева Л. К.* Благородные опалы, их синтез и генезис в природе. — Новосибирск, Наука, 1980. — С. 184.
274. Opaline Photonic Crystals: How Does Self-Assembly Work? / D. J. Norris [и др.] // Adv. Mater. — 2004. — Т. 16. — С. 1393–1399.
275. Single-Crystal Colloidal Multilayers of Controlled Thickness / P. Jiang [и др.] // Chem. Mater. — 1999. — Т. 11. — С. 2132–2140.
276. TEM and HREM study of the 3D superlattices consisting of nanoclusters in synthetic opal matrix / L. M. Sorokin [и др.] // Nanostr. Mater. — 1999. — Т. 12. — С. 1081–1084.
277. *Woodcock L. V.* Entropy difference between the face-centred cubic and hexagonal close-packed crystal structures // Nature. — 1997. — Т. 385. — С. 141–143.
278. *Bruce A. D., Wilding N. B., Ackland G. J.* Free Energy of Crystalline Solids: A Lattice-Switch Monte Carlo Method // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Т. 79. — С. 3002–3005.
279. Manifestation of intrinsic defects in optical properties of self-organized opal photonic crystals / Y. A. Vlasov [и др.] // Phys. Rev. E. — 2000. — Т. 61. — С. 5784–5793.
280. *Rybin M. V., Samusev K. B., Limonov M. F.* High Miller-index photonic bands in synthetic opals // Photon. Nanostruct.: Fundam. Applic. — 2007. — Т. 5. — С. 119–124.

281. Photonic band-gap structure: From spectroscopy towards visualization / A. V. Baryshev [и др.] // Phys. Rev. B. — 2004. — Т. 70. — С. 113104.
282. Modified spontaneous emission spectra of laser dye in inverse opal photonic crystals / H. P. Schriemer [и др.] // Phys. Rev. A. — 2000. — Т. 63, № 1. — С. 011801.
283. Tunable, gap-state lasing in switchable directions for opal photonic crystals / M. N. Shkunov [и др.] // Adv. Funct. Mater. — 2002. — Т. 12, № 1. — С. 21–26.
284. *Holland B. T., Blanford C. F., Stein A.* Synthesis of Macroporous Minerals with Highly Ordered Three-Dimensional Arrays of Spheroidal Voids // Science. — 1998. — Т. 281. — С. 538.
285. *Wijnhoven J. E. G. J., Vos W. L.* Preparation of photonic crystals made of air spheres in titania // Science. — 1998. — Т. 281. — С. 802–804.
286. Carbon Structures with Three-Dimensional Periodicity at Optical Wavelengths / A. A. Zakhidov [и др.] // Science. — 1998. — Т. 282. — С. 897.
287. *Galisteo-López J. F., López C.* High-energy optical response of artificial opals // Phys. Rev. B. — 2004. — Т. 70. — С. 035108.
288. Diffraction in crystalline colloidal-array photonic crystals / S. A. Asher [и др.] // Phys. Rev. E. — 2004. — Т. 69. — С. 066619.
289. Selective manipulation of stop-bands in multi-component photonic crystals: opals as an example / M. V. Rybin [и др.] // Phys. Rev. B. — 2008. — Т. 77. — С. 205106.
290. Структурные параметры синтетических опалов: статистический анализ данных электронной микроскопии / К. Б. Самусев [и др.] // ФТТ. — 2008. — Т. 50. — С. 1230.
291. *Iler R. K.* The chemistry of silica. — John Wiley & Sons, New York, 1979. — С. 866.
292. О внутренней структуре сферических частиц опала / И. А. Карпов [и др.] // ФТТ. — 2005. — Т. 47. — С. 334–338.
293. Resonant Behavior and Selective Switching of Stop Bands in Three-Dimensional Photonic Crystals with Inhomogeneous Components / A. V. Baryshev [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Т. 99. — С. 063906.

294. Design of photonic bands for opal-based photonic crystals / J. F. Galisteo-López [и др.] // *Photon. Nanostr. Fund. Appl.* — 2004. — Т. 2. — С. 117—125.
295. *Zheludev N. I., Kivshar Y. S.* From metamaterials to metadevices // *Nature Mater.* — 2012. — Т. 11, № 11. — С. 917—924.
296. *Pendry J. B., Schurig D., Smith D. R.* Controlling electromagnetic fields // *Science.* — 2006. — Т. 312, № 5781. — С. 1780—1782.
297. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies / D. Schurig [и др.] // *Science.* — 2006. — Т. 314, № 5801. — С. 977—980.
298. Optical cloaking with metamaterials / W. Cai [и др.] // *Nature Photon.* — 2007. — Т. 1, № 4. — С. 224—227.
299. *Ruan Z., Fan S.* Temporal Coupled-Mode Theory for Fano Resonance in Light Scattering by a Single Obstacle // *J. Phys. Chem. C.* — 2009. — Т. 114, № 16. — С. 7324—7329.
300. Experimental Verification of Plasmonic Cloaking at Microwave Frequencies with Metamaterials / B. Edwards [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Т. 103, № 15. — С. 153901.
301. Nonlinear control of invisibility cloaking / N. A. Zharova [и др.] // *Opt. Express.* — 2012. — Т. 20, № 14. — С. 14954—14959.
302. *Chen P.-Y., Alù A.* Atomically Thin Surface Cloak Using Graphene Monolayers // *ACS Nano.* — 2011. — Т. 5, № 7. — С. 5855—5863.
303. Tuning Plasmonic Cloaks with an External Magnetic Field / W. J. M. Kort-Kamp [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Ноябрь. — Т. 111, вып. 21. — С. 215504.
304. *Zelmann H. R.* Temperature dependence of the optical constants for liquid H₂O and D₂O in the far IR region // *J. Mol. Struct.* — 1995. — Т. 350, № 2. — С. 95—114.
305. Switchable invisibility of dielectric resonators / M. V. Rybin [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Т. 95, № 16. — С. 165119.
306. *Zhang K., Li D.* *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics.* — Berlin : Springer, 2008.

307. *Ellison W. J.* Permittivity of pure water, at standard atmospheric pressure, over the frequency range 0-25 THz and the temperature range 0-100 C // *J. Phys. Chem. Ref. Data.* — 2007. — Т. 36, № 1. — С. 1—18.
308. Lasing action from photonic bound states in continuum / *A. Kodigala [и др.]* // *Nature.* — 2017. — Т. 541, № 7636. — С. 196—199.
309. *Gather M. C., Yun S. H.* Single-cell biological lasers // *Nature Photon.* — 2011. — Т. 5, № 7. — С. 406—410.
310. *Foreman M. R., Swaim J. D., Vollmer F.* Whispering gallery mode sensors // *Adv. Opt. Photon.* — 2015. — Т. 7, № 2. — С. 168—240.
311. *Dominguez-Juarez J. L., Kozyreff G., Martorell J.* Whispering gallery microresonators for second harmonic light generation from a low number of small molecules // *Nature Commun.* — 2011. — Т. 2. — С. 254.
312. Multifold Enhancement of Third-Harmonic Generation in Dielectric Nanoparticles Driven by Magnetic Fano Resonances / *A. S. Shorokhov [и др.]* // *Nano Lett.* — 2016. — Т. 16. — С. 4857—4861.
313. Single nanoparticle detection using split-mode microcavity Raman lasers / *B.-B. Li [и др.]* // *Proc. Nat. Acad. Sci.* — 2014. — Т. 111, № 41. — С. 14657—14662.
314. *Spinelli P., Verschuuren M. A., Polman A.* Broadband omnidirectional antireflection coating based on subwavelength surface Mie resonators // *Nature Commun.* — 2012. — Т. 3. — С. 692.
315. *Brongersma M. L., Cui Y., Fan S.* Light management for photovoltaics using high-index nanostructures // *Nature Mater.* — 2014. — Т. 13, № 5. — С. 451—460.
316. Active nanoplasmonic metamaterials / *O. Hess [и др.]* // *Nature Mater.* — 2012. — Т. 11, № 7. — С. 573—584.
317. Bound states in the continuum / *C. W. Hsu [и др.]* // *Nature Rev. Mater.* — 2016. — Т. 1. — С. 16048.
318. *Kivshar Y., Miroshnichenko A.* Meta-optics with Mie resonances // *Optics & Photonics News.* — 2017. — Т. 28, № 1. — С. 24—31.
319. All-dielectric nanophotonics: the quest for better materials and fabrication techniques / *D. G. Baranov [и др.]* // *Optica.* — 2017. — Т. 4, № 7. — С. 814—825.

320. Photonic crystal nanocavity with a Q factor exceeding eleven million / T. Asano [и др.] // Opt. Express. — 2017. — Т. 25, № 3. — С. 1769—1777.
321. Whispering gallery mode microresonators: fundamentals and applications / G. C. Righini [и др.] // Riv. Nuovo Cimento. — 2011. — Т. 34, № 7. — С. 435—488.
322. *Neumann J. von, Wigner E. P.* Über merkwürdige diskrete Eigenwerte // Z. Phys. — 1929. — Т. 50. — С. 465—167.
323. *Feshbach H.* Unified theory of nuclear reactions // Ann. Phys. — 1958. — Т. 5, № 4. — С. 357—390.
324. *Friedrich H., Wintgen D.* Interfering resonances and bound states in the continuum // Phys. Rev. A. — 1985. — Т. 32, № 6. — С. 3231.
325. *Gomis-Bresco J., Artigas D., Torner L.* Anisotropy-induced photonic bound states in the continuum // Nature Photon. — 2017. — Т. 11, № 4. — С. 232—236.
326. *Kivshar Y., Rybin M.* Anisotropy enables unusual waves // Nature Photon. — 2017. — Т. 11, № 4. — С. 212—214.
327. High-Q supercavity modes in subwavelength dielectric resonators / M. V. Rybin [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Т. 119, № 24. — С. 243901.
328. Resonant tunneling in a quantum waveguide: Effect of a finite-size attractive impurity / C. S. Kim [и др.] // Phys. Rev. B. — 1999. — Т. 60, № 15. — С. 10962.
329. Observation of trapped light within the radiation continuum / C. W. Hsu [и др.] // Nature. — 2013. — Т. 499, № 7457. — С. 188—191.
330. *Doost M. B., Langbein W., Muljarov E. A.* Resonant-state expansion applied to three-dimensional open optical systems // Phys. Rev. A. — 2014. — Т. 90, № 1. — С. 013834.
331. Accelerating the spontaneous emission of x rays from atoms in a cavity / R. Rohlsberger [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Т. 95, № 9. — С. 097601.
332. Tailoring optical nonlinearities via the Purcell effect / P. Bermel [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Т. 99, № 5. — С. 053601.
333. Purcell enhancement of spontaneous emission from quantum cascades inside mirror-grating metal cavities at THz frequencies / Y. Todorov [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Т. 99, № 22. — С. 223603.

334. Room-temperature subwavelength metallo-dielectric lasers / M. P. Nezhad [и др.] // Nature Photon. — 2010. — Т. 4, № 6. — С. 395—399.
335. Collective Lamb shift in single-photon superradiance / R. Rohlsberger [и др.] // Science. — 2010. — Т. 328, № 5983. — С. 1248—1251.
336. *Koenderink A. F.* On the use of Purcell factors for plasmon antennas // Opt. Lett. — 2010. — Т. 35, № 24. — С. 4208—4210.
337. *Frimmer M., Chen Y., Koenderink A. F.* Scanning emitter lifetime imaging microscopy for spontaneous emission control // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Т. 107, № 12. — С. 123602.
338. Fluorescence enhancement at docking sites of DNA-directed self-assembled nanoantennas / G. P. Acuna [и др.] // Science. — 2012. — Т. 338, № 6106. — С. 506—510.
339. Theory of the spontaneous optical emission of nanosize photonic and plasmon resonators / C. Sauvan [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Т. 110, № 23. — С. 237401.
340. Nanoscale fluorescence lifetime imaging of an optical antenna with a single diamond NV center / R. Beams [и др.] // Nano Lett. — 2013. — Т. 13, № 8. — С. 3807—3811.
341. Mapping and quantifying electric and magnetic dipole luminescence at the nanoscale / L. Aigouy [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Т. 113, № 7. — С. 076101.
342. *Landau L. D., Lifshits E. M.* Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory. Т. 3. — 3rd. — Pergamon press, 1977.
343. Interferometric phase detection at x-ray energies via Fano resonance control / K. P. Heeg [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Т. 114, № 20. — С. 207401.
344. *Longhi S.* Quantum-optical analogies using photonic structures // Laser Photon. Rev. — 2009. — Т. 3, № 3. — С. 243—261.
345. *Dowling J. P., Scully M. O., DeMartini F.* Radiation pattern of a classical dipole in a cavity // Opt. Commun. — 1991. — Т. 82, № 5. — С. 415—419.
346. Optical antenna enhanced spontaneous emission / M. S. Eggleston [и др.] // Proc. Nat. Acad. Sci. — 2015. — Т. 112, № 6. — С. 1704—1709.

347. An antenna model for the Purcell effect / A. E. Krasnok [и др.] // *Sci. Rep.* — 2015. — Т. 5. — С. 12956.
348. *Notomi M., Kuramochi E., Tanabe T.* Large-scale arrays of ultrahigh-Q coupled nanocavities // *Nature Photon.* — 2008. — Т. 2, № 12. — С. 741—747.
349. *Chao C.-Y., Guo L. J.* Biochemical sensors based on polymer microrings with sharp asymmetrical resonance // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — Т. 83, № 8. — С. 1527—1529.
350. *Yi H., Citrin D., Zhou Z.* Highly sensitive silicon microring sensor with sharp asymmetrical resonance // *Opt. Express.* — 2010. — Т. 18, № 3. — С. 2967—2972.
351. Experimental controlling of Fano resonance in indirectly coupled whispering-gallery microresonators / B.-B. Li [и др.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2012. — Т. 100, № 2. — С. 021108.
352. *Wu B. H., Cao J. C.* Interference of conductance and shot noise properties of photon-assisted transport through a T-shaped double quantum dot // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Т. 73, № 20. — С. 205318.
353. Dynamic Fano-like resonances in erbium-doped whispering-gallery-mode microresonators / F. Lei [и др.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2014. — Т. 105, № 10. — С. 101112.
354. *Economou E. N.* Green's Functions in Quantum Physics. — 3rd. — Springer, 2006. — С. 498.
355. *Novotny L., Hecht B.* Principles of nano-optics. — Cambridge university press, 2012.
356. *Wubs M., Suttorp L. G., Lagendijk A.* Multiple-scattering approach to interatomic interactions and superradiance in inhomogeneous dielectrics // *Phys. Rev. A.* — 2004. — Т. 70, № 5. — С. 053823.
357. *Ginzburg V. L.* The nature of spontaneous radiation // *Sov. Phys. Usp.* — 1983. — Т. 26, № 8. — С. 713—719.
358. The Wannier function approach to photonic crystal circuits / K. Busch [и др.] // *J. Phys.: Cond. Matt.* — 2003. — Т. 15, № 30. — R1233.

359. *Noda S., Fujita M., Asano T.* Spontaneous-emission control by photonic crystals and nanocavities // *Nature Photon.* — 2007. — Т. 1, № 8. — С. 449—458.
360. *Weisbuch C., Benisty H., Houdré R.* Overview of fundamentals and applications of electrons, excitons and photons in confined structures // *J. Luminescence.* — 2000. — Т. 85, № 4. — С. 271—293.
361. Multidimensional Purcell effect in an ytterbium-doped ring resonator / D. Ding [и др.] // *Nature Photon.* — 2016. — Т. 10, № 6. — С. 385—388.
362. *David A., Benisty H., Weisbuch C.* Photonic crystal light-emitting sources // *Rep. Prog. Phys.* — 2012. — Т. 75, № 12. — С. 126501.
363. *Vos W. L., Woldering L. A.* Light Localisation and Lasing: Random and Quasi-Random Photonic Structures // / под ред. М. Ghulinyan, L. Pavesi. — Cambridge : Cambridge University Press, 2015. — Гл. Cavity quantum electrodynamics with three-dimensional photonic bandgap crystals. С. 180—213.
364. Enhanced spontaneous emission observed at one-dimensional photonic band edges / К. Kuroda [и др.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2010. — Т. 27, № 1. — С. 45—50.
365. Doubly enhanced spontaneous emission due to increased photon density of states at photonic band edge frequencies / К. Kuroda [и др.] // *Opt. Express.* — 2009. — Т. 17, № 15. — С. 13168—13177.
366. Measurement of spontaneous-emission enhancement near the one-dimensional photonic band edge of semiconductor heterostructures / М. D. Tocci [и др.] // *Phys. Rev. A.* — 1996. — Т. 53, № 4. — С. 2799.
367. Pulsed second-harmonic generation in nonlinear, one-dimensional, periodic structures / М. Scalora [и др.] // *Phys. Rev. A.* — 1997. — Т. 56, № 4. — С. 3166.
368. Lasing from dye-doped photonic crystals with graded layers in dichromate gelatin emulsions / М. Н. Kok [и др.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2008. — Т. 92, № 15. — С. 151108.
369. Low-threshold lasing at the edge of a photonic stop band in cholesteric liquid crystals / V. I. Kopp [и др.] // *Opt. Lett.* — 1998. — Т. 23, № 21. — С. 1707—1709.

370. Optically pumped GaAs surface laser with corrugation feedback / M. Nakamura [и др.] // Appl. Phys. Lett. — 1973. — Т. 22, № 10. — С. 515—516.
371. Enhancement of two-photon emission in photonic crystals / P. Markowicz [и др.] // Opt. Lett. — 2002. — Т. 27, № 5. — С. 351—353.
372. *Halaoui L. I., Abrams N. M., Mallouk T. E.* Increasing the conversion efficiency of dye-sensitized TiO₂ photoelectrochemical cells by coupling to photonic crystals // J. Phys. Chem. B. — 2005. — Т. 109, № 13. — С. 6334—6342.
373. Dramatic density-of-state enhancement of Raman scattering at the band edge in a one-dimensional photonic-crystal waveguide / K. Inoue [и др.] // Phys. Rev. A. — 2008. — Т. 78, № 1. — С. 011805.
374. Control of two-dimensional excitonic light emission via photonic crystal / S. Wu [и др.] // 2D Materials. — 2014. — Т. 1, № 1. — С. 011001.
375. *Bendickson J. M., Dowling J. P., Scalora M.* Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures // Phys. Rev. E. — 1996. — Т. 53, № 4. — С. 4107.
376. *Sprink R., Tiggelen B. A. van, Lagendijk A.* Optical emission in periodic dielectrics // Europhys. Lett. — 1996. — Т. 35, № 4. — С. 265.
377. Microscopic model of Purcell enhancement in hyperbolic metamaterials / A. N. Poddubny [и др.] // Phys. Rev. B. — 2012. — Т. 86, № 3. — С. 035148.
378. Local density of optical states in the band gap of a finite one-dimensional photonic crystal / E. Yeganegi [и др.] // Phys. Rev. B. — 2014. — Т. 89, № 4. — С. 045123.
379. *Cornelius C. M., Dowling J. P.* Modification of Planck blackbody radiation by photonic band-gap structures // Phys. Rev. A. — 1999. — Т. 59, № 6. — С. 4736.
380. *Bisson J.-F., Ueda K.-I.* Indirect approach for the calculation of luminescence from optical structures driven out of thermal equilibrium // J. Opt. Soc. Am. B. — 2011. — Т. 28, № 10. — С. 2456—2464.
381. *Roosbroeck W. van, Shockley W.* Photon-radiative recombination of electrons and holes in germanium // Phys. Rev. — 1954. — Т. 94, № 6. — С. 1558.

382. Spontaneous emission and nonlinear effects in photonic bandgap materials / I. S. Fogel [и др.] // Pure Appl. Opt. — 1998. — Т. 7, № 2. — С. 393.
383. Enhancement of spontaneous erbium emission near the photonic band edge of distributed Bragg reflectors based on a-Si: H/a-SiOx: H / A. V. Medvedev [и др.] // Semiconductors. — 2005. — Т. 39, № 11. — С. 1356—1360.
384. Effect of photonic crystal stop-band on photoluminescence of a-Si_{1-x}C_x:H / M. V. Rybin [и др.] // Phys. Rev. B. — 2017. — Т. 95, № 16. — С. 165118.
385. Polarization inhibition of the stop-band in distributed Bragg reflectors / A. A. Dukin [и др.] // J. Opt. A. — 2006. — Т. 8, № 8. — С. 625.
386. Eigenmode mediated excitation and radiation in a planar microcavity / A. A. Dukin [и др.] // J. Appl. Phys. — 2008. — Т. 103, № 6. — С. 063101.
387. Planar light-emitting microcavities based on hydrogenated amorphous silicon carbide / A. V. Medvedev [и др.] // Semiconductors. — 2014. — Т. 48, № 10. — С. 1374—1380.
388. *Malitson I. H.* Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica // J. Opt. Soc. Am. — 1965. — Т. 55, № 10. — С. 1205—1209.
389. Characteristic red photoluminescence band in oxygen-deficient silica glass / Y. Sakurai [и др.] // J. Appl. Phys. — 1999. — Т. 86, № 1. — С. 370—373.
390. Photoluminescence in a-Si_{1-x}C_x:H films / W. Siebert [и др.] // Phys. Stat. Sol. (b). — 1987. — Т. 140, № 1. — С. 311—321.
391. *Carius R.* Optical gap and photoluminescence properties of amorphous silicon alloys // Phil. Mag. B. — 2000. — Т. 80, № 4. — С. 741—753.
392. Optical absorption and luminescence properties of wide-band gap amorphous silicon based alloys / F. Giorgis [и др.] // J. Non-Cryst. Solids. — 2000. — Т. 266. — С. 588—592.