Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ

РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Кавеева Елизавета Геннадьевна

Механизмы поперечной проводимости в плазме токамака и резонансные магнитные возмущения

01.04.08 Физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург 2019

Оглавление

Введение

Термоядерный синтез является одним из перспективных способов получения большого количества энергии. На установках для термоядерного синтеза типа токамак достигнуты требуемые для синтеза температуры и развиты необходимые технологии. На юге Франции реализуется проект ИТЭР, который позволит в промышленном масштабе тестировать технологию управляемого термоядерного синтеза. ИТЭР – один из самых крупных научных проектов в истории человечества. В нем участвуют Россия, Евросоюз, США, Китай, Индия, Южная Корея и Япония. Если проект будет успешным, реактор будет производить 0.5 гигаватта энергии за счет термоядерного синтеза и станет основанием для разработки коммерческих реакторов.

В установках, на базе которых планируется термоядерный реактор, плазма удерживается магнитным полем. Задача об удержании плазмы в установках такого типа по сравнению с обычными жидкостями оказывается намного сложнее из-за взаимодействия заряженных частиц посредством электрического и магнитного полей. При описании плазмы необходимо учитывать турбулентность, сжимаемость, анизотропию, неоднородность среды. Большую роль играет вращение, влияние стенок установки, ток по плазме. Частичное описание турбулентности в замагниченной плазме только в последнее время стало возможно с помощью численных методов и наиболее мощных компьютеров. Однако вычислительные мощности, которые необходимы для описания турбулентности, растут с ростом числа Рейнольдса. В термоядерной плазме они становятся настолько большими, что решение полной задачи из первых принципов недоступно для современных компьютеров. Поэтому для описания плазмы с учетом турбулентности создаются упрощенные модели. Более того, необходимо не только понимать природу турбулентности, но и эффективно контролировать её, чтобы получить требуемые для синтеза параметры плазмы.

Экспериментально обнаружено, что электрические поля в плазме могут служить для контроля над турбулентностью. В частности, на этом основано понимание эффекта улучшенного удержания плазмы, который позволяет поддерживать необходимые для синтеза параметры [1,2,3]. В режимах с улучшенным удержанием достигаются большие характерные времена удержания энергии и частиц. Основной в этом способе управления плазмой является идея использовать её неоднородное вращение в электрическом поле для декорреляции турбулентных вихрей. Однако создавать и менять сильно варьирующиеся электрические поля в квазинейтральной плазме сложно в силу ее самоорганизации. В большинстве случаев в установке для термоядерного синтеза переменная часть магнитного поля существенно меньше постоянной, для многих задач магнитное поле можно считать заданным. Электрическое поле всегда оказывается самосогласованным, и именно оно уменьшает турбулентность. Поэтому оно влияет на равновесие, стабильность, и перенос частиц и энергии в термоядерном реакторе. Электрические поля в полностью ионизованной плазме создаются зарядами в самой плазме и в конечном итоге обеспечивают ее квазинейтральность. Они подчиняются уравнениям Максвелла, однако их описание сложнее, чем в большинстве других сред, поскольку в полностью ионизованной плазме не существует прямого механизма проводимости в направлении поперек магнитного поля. Турбулентность в плазме тоже напрямую не ведет к возникновению проводимости. Турбулентные потоки, возникающие за счет случайного блуждания плазмы при дрейфах в малых возмущениях электрического поля, обладают такой же амбиполярностью (равенством потоков электронов и ионов), как электрический дрейф в макроскопическом поле. Электрическое поле описывается так называемой неоклассической теорией [4, 5, 6], которая построена на рассмотрении классических уравнений Брагинского [7] в геометрии токамака, или, для слабо столкновительного режима, на кинетическом описании плазмы. Эксперименты показывают, что во многих случаях неоклассическая формула дает правильную величину электрического поля в токамаке [8, 9, 10, 11, 12 ,13]. При этом неоклассическая теория не учитывает турбулентного переноса.

В диссертации показано, что, несмотря на амбиполярность турбулентных потоков, они оказывают сильное влияние на формирование электрического поля. Это проявляется при наличии различных возмущающих факторов, вызывающих отклонение от неоклассического решения, таких, как изменение параметров плазмы по радиусу на малых масштабах или близость сепаратрисы. К отклонению от неоклассического решения приводит и появление дополнительных механизмов протекания радиального тока, связанных с наличием в плазме электрода или тороидально несимметричного возмущения магнитной конфигурации. В диссертации рассмотрен комплекс задач, в которых важна модификация электрического поля по сравнению с неоклассическим значением, причем в каждом из этих случаев рассматривается модель, учитывающая, хотя и в упрощенном виде, влияние турбулентного переноса частиц и импульса на решение. Наряду с аналитическими моделями приводятся результаты двумерных численных расчетов, подтверждающие соответствующие модели.

Помимо контроля турбулентности существуют другие механизмы влияния электрического поля на перенос в плазме. Радиальные потоки, связанные с электрическим и градиентным дрейфами, могут приводить к существенному переносу ионов через магнитную поверхность, в случае, если существует дополнительный механизм переноса электронов, связанный, например, с их уходом вдоль силовых линий стохастизированного магнитного поля. Дополнительные потоки плазмы, как показано в диссертации, приводят к эффекту откачки (падения концентрации плазмы) при включении внешних резонансных магнитных возмущений и при стохастизации магнитного поля в плазме токами в филаментах при развитии крупномасштабных магнитогидродинамических неустойчивостей. Рассмотрен также аналогичный конвективный механизм переноса плазмы, который влияет на ширину области обдирочного слоя (SOL, Scrape off layer) снаружи от сепаратрисы.

Таким образом, в диссертации проанализированы эффекты, связанные с протеканием радиального электрического тока в токамаке, и найдена эффективная проводимость плазмы поперек магнитного поля в различных режимах. В диссертации решена крупная научная задача-построена физическая модель механизмов протекания радиального тока в токамаке при наложении резонансных магнитных возмущений.

Актуальность темы и степень ее разработанности

Режим улучшенного удержания плазмы (Н-режим) является важнейшим режимом работы термоядерного реактора типа токамак. В этом режиме существенно повышается плотность и температура плазмы вблизи последней замкнутой магнитной поверхности – сепаратрисы, позволяя приблизиться к термоядерным параметрам. Планируется, что ИТЭР будет работать в Н-режиме. Как теоретические представления [1, 2], так и эксперимент [3, 9] указывают, что переход в Н-режим определяется неоднородным электрическим полем вблизи сепаратрисы токамака. Еще в ранних неоклассических работах [5, 6] было найдено так называемое неоклассическое радиальное электрическое поле. Как показали последующие исследования [см. обзоры 14, 15 и др.], в том числе и моделирования, проведенные ранее с участием автора и описанные в кандидатской диссертации, электрическое поле даже в присутствии турбулентных потоков остается в большей части установки неоклассическим. Исключение представляет узкая переходная область у самой сепаратрисы размером менее сантиметра, ширина которой определяется турбулентным переносом импульса, а величина отклонения поля от неоклассического значения - структурой потоков в области SOL снаружи сепаратрисы. Аналогичная структура электрического поля около магнитного острова, развитого вблизи рациональной магнитной поверхности в центральной плазме может приводить к формированию внутреннего транспортного барьера. Возможная структура электрического поля вблизи магнитного острова была рассмотрена в кандидатской диссертации.

Неоклассический характер радиального электрического поля в режиме улучшенного удержания в настоящее время подтвержден большим количеством экспериментов на различных токамаках [8, 9, 10, 11, 12, 13].

Существенной проблемой при использовании режимов с транспортным барьером являются периодически возникающие на фоне высоких градиентов концентрации и температур в транспортном барьере крупномасштабные неустойчивости ELM (Edge Localized Modes). При развитии ELM энергия из области транспортного барьера за малое время порядка нескольких десятков или сотен микросекунд [16] выплескивается за сепаратрису, при особо крупных ELM первого рода это может быть до нескольких процентов энергии, запасенной в плазме [17]. Такие выплески энергии создают периодическую большую тепловую нагрузку на пластины дивертора, которая, согласно скейлингам в условиях ИТЭР окажется неприемлемой для его функционирования [18].

Экспериментально обнаружено, что понизить градиент давления в транспортном барьере ниже критического уровня, приводящего к ELM первого рода, можно с помощью внесения в магнитное поле, удерживающее плазму, тороидально несимметричных возмущений RMP (resonance magnetic perturbations) [19, 20, 21, 22, 23, 24]. Эти возмущения должны включать широкий спектр гармоник, соответствующих резонансным магнитным поверхностям вблизи сепаратрисы. Относительная величина их очень мала - порядка 10^{-4}, однако даже таких маленьких отклонений магнитного поля от тороидальной симметрии достаточно, чтобы создать вблизи сепаратрисы область с перекрывающимися магнитными островами. Происходит стохастизация -«перемешивание» силовых линий магнитного поля. Из эксперимента известно, что при этом меняется не только градиент давления, а также электрическое поле в транспортном барьере и тороидальное вращение плазмы [10, 25, 26, 27]. До настоящего времени согласованной модели этого явления не было, несмотря на то, что в ИТЭР планируется использование RMP для подавления ELMs.

Из эксперимента известно, что проникновение в плазму внешних магнитных возмущений носит пороговый характер [22, 28, 29, 30, 31, 32]. Возмущения малой амплитуды экранируются плазмой, в то время как выше пороговой величины возмущающего магнитного поля происходит быстрое формирование стохастического слоя и соответствующая этому перестройка пристеночной плазмы. Также известно, что проникновение резонансных возмущений происходит легче при низкой плотности плазмы [10, 19, 20, 21]. Согласованной модели данного явления, учитывающей модификацию неоклассического поля резонансными магнитными возмущениями, предложено не было.

Существовали экспериментальные указания, что, помимо прямого переноса вещества возникающими при развитии ELM первого рода филаментами, существует другой механизм потери плазмы. Такой механизм может быть найден вместе с механизмом переноса плазмы при включении RMP. Существуют экспериментальные указания на то, что при развитии ELM происходит временная стохастизация магнитного поля в транспортном барьере. В частности, наблюдалось изменение направления радиального электрического поля, как это наблюдается при развитом RMP.

Для описания процессов в плазме токамака при включении RMP был разработан целый ряд аналитических [33, 34] и численных моделей [29, 35, 36, 37], и МГД кодов, таких как модификации кода M3D [38] MARS [39, 40], и JOREK[41]. Все эти модели указывают на существенное взаимное влияние вращения плазмы и ее отклика на резонансные магнитные возмущения. Однако все они не являются самосогласованными и содержат по крайней мере один свободный параметр, который связан с неизвестным самосогласованным электрическим полем. В отсутствие модели для радиального электрического поля ценность таких кодов весьма ограничена.

Отдельно стоит задача переноса плазмы снаружи сепаратрисы, в SOL. Радиальный перенос плазмы в SOL определяет ширину SOL, а следовательно, плотность потока энергии на пластины дивертора. Технически обоснованная предельная плотность потока энергии для ИТЭР составляет 10 МВт на м^2, и это значение оказывается трудно достижимым. Современные экспериментальные скейлинги [42] дают для ИТЭР ширину SOL на внешнем обводе порядка одного миллиметра, при которой электронный поток тепла поступает в область дивертора шириной в единицы см. Широко известно объяснение экспериментальных скейлингов моделью Голдстона [43]. Эта модель описывает перенос ионов через сепаратрису и в области SOL с помощью дрейфов и перенос энергии электронов с помощью турбулентности в область, за счет дрейфов заполненную ионами. Такая модель предполагает неявно, что существует значительный поток ионов через сепаратрису, а затем ионы стекают с околозвуковой скоростью в дивертор. Однако моделирование в геометрии токамака ИТЭР, в том числе проведенное автором, показывает, что поток нейтральных атомов внутрь сепаратрисы незначителен, практически вся ионизация сосредоточена в зоне дивертора. Существует даже поток ионов из зоны рециклинга в диверторе в направлении внешнего обвода в ближнем SOL, компенсирующий радиальный перенос ионов в SOL. Потоки ионов в SOL выше X-точки носят Пфирш-Шлютеровский характер, то есть радиальные дрейфовые потоки замыкаются большей частью через SOL, а не стекают полностью в дивертор. Отсюда видно, что картина потоков и токов в SOL сложнее модели Голдстона и должна быть разобрана более подробно для понимания вклада дрейфов и радиальных токов в перенос в SOL. Кроме того, не было попыток учесть вклад в радиальный перенос тепла электронов дрейфовой составляющей.

Цели и задачи диссертационной работы

1. Развитие теоретической модели электрического поля и тороидального вращения плазмы токамака при стохастизации магнитного поля в режимах с резонансными магнитными возмущениями(RMP).

2. Моделирование радиальных электрических полей при протекании радиального тока в токамаке.

3. Развитие теоретической модели дополнительного радиального переноса плазмы (эффекта откачки) при RMP.

4. Моделирование эффекта откачки, электрического поля и тороидального вращения плазмы токамака при стохастизации магнитного поля в режимах с резонансными магнитными возмущениями для токамаков MAST и ИТЭР.

5. Теоретическое описание экранирования плазмой внешнего магнитного поля при RMP, согласованного с изменением электрического поля.

6. Описание эффекта откачки при стохастизации магнитного поля вблизи сепаратрисы токамака токами в филаментах при ELM первого рода.

7. Теоретический анализ и моделирование дрейфовых механизмов радиального переноса плазмы снаружи от сепаратрисы.

8.

Научная новизна работы состоит в следующем

1) Впервые предложена модель электрического поля при стохастизации магнитного поля в плазме токамака при включении резонансных магнитных возмущений(RMP).

2) Впервые предложена модель конвективного механизма откачки (уменьшения концентрации) при RMP.

3) Впервые проанализирована модель экранирования плазмой возмущений магнитного поля токами, связанными с движением электронов вдоль силовых линий стохастического магнитного поля при одновременном уходе ионов за счет конвективного радиального переноса.

4) Впервые предложен механизм ухода частиц и тепла из плазмы при ELM первого рода, связанный с временной стохастизацией магнитного поля в области транспортного барьера.

5) Впервые проведен детальный теоретический анализ конвективных механизмов радиального переноса плазмы снаружи от сепаратрисы.

6) Впервые проведено моделирование электрического поля в токамаке-реакторе ИТЭР при RMP.

Научная и практическая значимость исследований, проведенных в диссертации определяется важностью модели для современных экспериментов на установках типа токамак. Полученные в диссертации результаты позволяют объяснить ряд экспериментальных наблюдений на токамаках:

- тороидальное раскручивание плазмы при включении резонансных магнитных возмущений в токамаках MAST и DIII-D

- эффект откачки при включении резонансных магнитных возмущений (RMP) в токамаках ASDEX-Upgrade, MAST, DIII-D
- изменение электрического поля при RMP в токамаках TEXTOR, DIII-D, MAST, ASDEX-Upgrade
- экранирование RMP плазмой токамака и пороговый характер проникновения возмущений магнитного поля в плазму токамаков
- полоидальный сдвиг частично заэкранированных плазмой магнитных островов, наблюдавшийся в токамаке TEXTOR
- потерю частиц плазмой при развитии крупномасштабных неустойчивостей в транспортном барьере (ELM) первого рода, превышающую перенос вещества филаментами, наблюдаемую в токамаке MAST
- высокочастотную активность, наблюдаемую при прохождении филаментом магнитного зонда на периферии плазмы в токамаке MAST
- применимость скейлинга Эйха для описания ширины SOL (область снаружи сепаратрисы) в режимах, в которых потоком ионов через сепаратрису можно пренебречь на фоне ионизации и рециклинга в диверторе.

Резонансные магнитные возмущения планируется применять на ИТЭР (Интернациональный Термоядерный Экспериментальный Реактор) для управления транспортным барьером и подавления ELM первого рода. Полученные результаты позволяют сделать предсказания о характере электрического поля и тороидального вращения при включении RMP и пороговой величине возмущений магнитного поля, необходимой для их проникновения в плазму. Поскольку электрическое поле является фактором, определяющим существование транспортного барьера и режима улучшенного удержания, можно сделать вывод о том, как повлияет резонансное магнитное поле на поведение транспортного барьера. Подавление ELM достигается благодаря понижению градиента давления в транспортном барьере ниже порогового для неустойчивости значения при эффекте откачки. Предложенная модель эффекта откачки позволяет сделать предсказания этого эффекта для ИТЭР.

Методы исследования

Аналитические модели основаны на применении гидродинамического описания плазмы в токамаке. Учтены продольные и дрейфовые потоки, решаются уравнения неразрывности для ионов, баланса токов, продольного импульса и энергии электронов и ионов. В отсутствие аномального турбулентного переноса эта система уравнений приводит к хорошо известному неоклассическому решению в режиме Пфирша-Шлютера. Поперечный перенос плазмы за счет аномальной диффузии, теплопроводности и вязкости, связанных с турбулентностью, учтен в уравнениях с помощью включения аномальных эмпирически обоснованных коэффициентов переноса. Такой подход хорошо зарекомендовал себя в гидродинамическом моделировании пристеночной плазмы, позволяя получить реалистичную, согласующуюся с экспериментом картину потоков и распределения параметров. Этот подход используется как при рассмотрении дрейфовых потоков ионов внутри сепаратрисы при включении RMP, так и при рассмотрении задачи о ширине SOL.

Перенос электронов за счет стохастизации магнитного поля описывается с помощью эффективной радиальной проводимости. С известной величиной проводимости через проекцию силовой линии на тороидальное направление связывается тороидальная составляющая скорости электронов и электрического тока, приводящего к экранированию магнитных возмущений.

При описании характерных времен проникновения в плазму магнитного поля, создаваемого токами филамента, учитывается теория перезамыкания магнитного поля в магнитных островах.

Аналитическое рассмотрение дополняется численным моделированием с помощью кода B2SOLPS и его более современной версии – кода SOLPS-ITER. Эти коды описывают гидродинамически пристеночную плазму токамака в реалистичной двумерной геометрии. Для учета проводимости электронов в стохастическом магнитном поле автором в код были включены дополнительные члены.

Основные положения, выносимые на защиту

1) Модель эволюции радиального электрического поля при стохастизации магнитного поля в плазме токамака внешними резонансными магнитными возмущениями(RMP), учитывающая неоклассические механизмы проводимости поперек магнитного поля, перенос электронов вдоль магнитного поля и турбулентный перенос тороидального импульса.

2) Механизм конвективного эффекта откачки плазмы токамака при RMP, учитывающий перенос электронов вдоль стохастизированных линий магнитного поля, и конвективный перенос ионов поперек магнитного поля.

3) Модель экранирования плазмой токамака внешнего возмущения магнитного поля токами, связанными с движением электронов вдоль силовых линий при одновременном уходе ионов поперек магнитного поля за счет конвективных механизмов.

4) Модель переноса частиц в плазме токамака при крупномасштабных неустойчивостях (ELM) первого рода, благодаря врѐменной стохастизации магнитного поля вблизи сепаратрисы.

5) Механизм конвективного радиального переноса плазмы токамака снаружи от сепаратрисы.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается использованием адекватного математического аппарата, сравнением с экспериментальными данными, а также результатами моделирования, проведенного автором с помощью кодов B2SOLPPS и SOLPS-ITER, и проведенного исследовательской группой ИТЭР с помощью моделирования кодом RMHD. Результаты работы неоднократно были доложены на международных научных конференциях:

1) Конференции Европейского Физического Общества (EPS) по физике плазмы в 2002, 2008, 2010, 2015 годах – стендовые доклады.
2) Конференция «Finnish – Russian Seminar on High Temperature Plasma Physics» в 2008 году – устный доклад.
3) Конференция МАГАТЭ «IAEA Fusion Energy Conference» в 2010 году – стендовый доклад.
4) Конференция «Workshop on stochasticity in fusion plasmas» 2011– участие в двух устных докладах.
5) Конференция «15th International Workshop on Plasma Edge Theory in Fusion Devices 2015» – стендовый доклад.
6) Конференция «WE-Heraeus-Seminar on Stochasticity in Fusion Plasmas» 2015 – стендовый доклад.
7) Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС 2015 – стендовый доклад.
8) Конференция «21st Joint EU-US Transport Task Force Meeting» в 2016 году – приглашенный устный доклад.
9) Конференция «WE-Heraeus-Seminar on Impact of 3D magnetic fields on hot plasmas» 2017 – приглашенный устный доклад.

Личный вклад

Во всех выполненных в соавторстве работах, автор диссертации участвовал в постановке задачи и внес основной вклад в развитие аналитических моделей. Диссертант внес определяющий вклад в моделирование кодами B2SOLPS и SOLPS-ITER. В частности, ему принадлежит идея адаптировать код для моделирования тороидально симметричных эффектов, возникающих при RMP, и им сделаны все необходимые модификации кода.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

[1a] Rozhansky V., Voskoboynikov S., Kovaltsova E. (Kaveeva E.), Coster D., Schneider R. Perpendicular conductivity and self-consistent electric fields in tokamak edge plasma // Contributions to Plasma Physics - 2000 - Vol.40 - P.423-430

[2a] Rozhansky V., Voskoboynikov S., Kovaltsova E. (Kaveeva E.), D. Coster, R. Schneider. Modeling of self-consistent electric fields in tokamek edge plasma with B2.5 code // Proceedings of the 26th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Maastricht - 1999 - ECA Vol. 23J - P.1749-1752

[3a] V. Rozhansky, S. Voskoboynikov, E. Kaveeva, D. Coster, R. Schneider. Simulation of tokamak edge plasma including self-consistent electric fields // Nuclear Fusion - 2001 - Vol.41,№4 - P.387-401

[4a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. The structure of the radial electric field in the vicinity of the separatrix and the L-H transition // Contributions to Plasma Physics - 2002 - Vol. 42 №2-4, P.230-235

[5a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. Modelling of electric fields in tokamak edge plasma and L-H transition // Proceedings of the 28th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Madeira - 2001 - ECA Vol. 25A - P.1457-1460

[6a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. Modeling of electric fields in tokamak edge plasma and L-H transition // Nuclear Fusion - 2002 - Vol.42 №8 - P.1110-1115

[7a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. Potentials and currents in the edge tokamak plasma: simplified approach and comparison with two-dimensional modeling // Nuclear Fusion - 2003 - Vol.43 №7 - P.614- 621

[8a] Kiviniemi T.P., Sipila S.K., Rozhansky V.A., Voskoboynikov S.P., Kaveeva E.G., Heikkinen J.A., Coster D. P., Schneider R., Bonnin X. Neoclassical nature of the radial electric field at the low-to-high transition // Physics of Plasmas - 2003 - Vol.10 № 6 - P.2604-2607

[9a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Counsell G., Kirk A., Coster D., Schneider R. Simulation of neoclassical effects with B2SOLPS5.0 for MAST // Proceedings of the 31th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, London - 2004 - ECA Vol. 28B - P4.198

[10a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Counsell G., Kirk A., Meyer H., Coster D., Conway G., Schirmer J., Schneider R. Impact of magnetic configuration on edge radial electric field: MAST-ASDEX Upgrade simulation with B2SOLPS5.0 // Proceedings of the 32th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Tarragona - 2005 - ECA Vol. 29BC - P2.017

[11a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Counsell G., Kirk A., Meyer H., Coster D., Conway G., Schirmer J., Schneider R. Modelling of radial electric field profile for different divertor configurations // Plasma Physics Controlled Fusion - 2006 - Vol. 48 P.1425-1435

[12a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D. and the ASDEX Upgrade team. Modelling of the radial electric field in the ASDEX Upgrade Ohmic shots // Contributions to plasma physics - 2008 - Vol.48 P73-76

[13a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Wolfrum E.,, Wieland B., Puetterich T. and the ASDEX Upgrade team. Simulation of edge radial electric fields in H-regimes of ASDEX-Upgrade // Journal of Nuclear Materials - 2011 - Vol. 415 - P. S593-S596

[14a] Rozhansky V., Kaveeva E. Poloidal and Toroidal Rotations near Magnetic Islands and Transport Barrier Formation // Proceedings of the 30th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, St.Petersburg - 2003 - ECA Vol. 27A - P3.150

[15a] Кавеева Е. Г., Рожанский В. А. Полоидальные и тороидальные потоки в плазме токамака вблизи магнитного острова // Письма в журнал технической физики - 2004 - Т.30 (вып. 13) - С. 19-24 (Poloidal and toroidal fluxes in the tokamak plasma in the vicinity of magnetic island // Tech. Phys. Lett. - 2004 - Vol. 30 - p. 19-24)

[16a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. Radial electric field in the biasing experiments and effective conductivity in a tokamak // Proceedings of the 29th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Montreux - 2002 - ECA Vol. 26B - P4.089

[17a] Rozhansky V., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Coster D., Bonnin X., Schneider R. Radial electric field in the biasing experiments and effective conductivity in a tokamak // Physics of Plasmas- 2002 - Vol.9 №8 - P.3385-3394

[18a]. Kaveeva E., Rozhansky V. and Tendler M. Interpretation of the observed radial electric field inversion in TUMAN-3M tokamak during MHD-activity // Nuclear Fusion - 2008 - Vol.48 - 075003(4pp)

[19a] Kaveeva E. and Rozhansky V. When poloidal rotation in a tokamak remains neoclassical in the presence of resonant magnetic perturbations// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2014 - Vol.56 125015 (5pp)

[20a] Rozhansky V., Kaveeva E., Molchanov P., Veselova I., Voskoboynikov S., Coster D., Kirk A., Lisgo S., Nardon E.. Modification of the edge transport barrier by resonant magnetic perturbations // Nuclear Fusion - 2010 - Vol. 50 034005(7pp)

[21a] Rozhansky V., Molchanov P., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Kirk A., Nardon E., Coster D., Tendler M. Modeling of the Edge Plasma of MAST in the Presence of Resonant Magnetic Perturbations // Proceedings of the 23rd IAEA Fusion Energy Conference, Daejeon - 2010 - THC/P3-06

[22a] Rozhansky V., Molchanov P., Kaveeva E., Voskoboynikov S., Kirk A., Nardon E., Coster D., Tendler M. Modeling of the Edge Plasma of MAST in the Presence of Resonant Magnetic Perturbations // Nuclear Fusion -2011- Vol. 51 - 083009 (6pp)

[23a] Rozhansky V., Kaveeva E., Veselova I., Voskoboynikov S. and Coster D. Modeling of ITER Edge Plasma in the Presence of Resonant Magnetic Perturbations// Contributions to plasma physics - 2016 - Vol.56 - P.587-591

[24a] Kaveeva E., Rozhansky V., Tendler M. Mechanism of resonant magnetic perturbation screening // Proceedings of the 37th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Dublin - 2010 - ECA Vol. 34A - P2.139

[25a] Kaveeva E. and Rozhansky V. Screening of resonant magnetic perturbations taking into account a self-consistent electric field // Nuclear Fusion -2012- vol 52 - 054011 (9pp)

[26a] Becoulet M., Orain F., Maget P., Mellet N., Garbet X., Nardon E., Huysmans G.T.A., Casper T., Loarte A., Cahyna P., Smolyakov A., Waelbroeck F.L., Schaffer M., Evans T., Liang Y., Schmitz O., Beurskens M., Rozhansky V. and Kaveeva E. Screening of resonant magnetic perturbations by flows in tokamaks// Nuclear Fusion - 2012- Vol. 52 - 054003 (16pp)

[27a] Rozhansky V., Kaveeva E. and Tendler M. Stochastization and pump-out in edge plasma caused by edge localized modes // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2015 - Vol.57 - 115007

[28a] Rozhansky V., Kaveeva E. and Tendler M. Stochastization and pump-out in edge plasma caused by ELMs // Proceedings of the 42th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, 2015 Lisbon - 2015 - ECA Vol. 39E O2.108 (4pp)

[29a]. Рожанский В. А., Кавеева Е. Г., Тендлер М.Б. Электрические поля и потоки, связанные с неоклассической проводимостью в токамаках// Известия академии наук - Энергетика - N4 - 2016 - стр. 3-24

[30a] Rozhansky V., Kaveeva E., Senichenkov I. and Vekshina E. Structure of the classical scrape-off layer of a tokamak // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2018 - Vol. 60 - 035001

[31a] Meier E.T., Goldston R.J., Kaveeva E.G., Makowski M.A., Mordijck S., Rozhansky V.A., Senichenkov I. Yu. and Voskoboynikov S.P. Analysis of drift effects on the tokamak power scrape-off width using SOLPS-ITER// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2016 - Vol.58 - 125012

[32a] Vekshina E., Senichenkov I., Rozhansky V., Kaveeva E., Khromov N., Kurskiev G., Patrov M. and Globus-M team. Globus-M plasma edge modeling with B2SOLPS5.2 code// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2016 - Vol.58 - 085007

[33a] Kaveeva E., Rozhansky V. Drift Mechanism of Scrape-Off Layer Formation in a Tokamak// Technical Physics Letters - 2018 - Vol 44 - p 235-238

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, приложения, списка цитируемой литературы из 115 наименований, и 47 рисунков. Общий объем диссертации – 175 страниц.

Содержание работы

В Главе 1 изложена теория формирования неоклассического электрического поля при учете турбулентного переноса импульса в тороидально симметричной плазме токамака в простой геометрии. Приведены результаты гидродинамического моделирования с самосогласованным расчетом конвективных потоков плазмы и электростатического потенциала в диверторных токамаках в реальной геометрии [1a-13a]. Приведена модель для ширины переходного слоя к неоклассическому электрическому полю вблизи внешней сепаратрисы токамака [4a, 6a, 11a] и вблизи сепаратрисы магнитного острова [14a, 15a]. Изложена модель для неоклассической проводимости в экспериментах с электродом в упрощенной и реальной геометрии и проведено сравнение этой модели с результатами гидродинамического моделирования [16a, 17a].

В Главе 2 изложена модель описания пристеночной плазмы при включении резонансных магнитных возмущений с учетом неоклассической проводимости. Приведен обзор экспериментальных данных. Изложена аналитическая модель, описывающая электрическое поле, полоидальное и тороидальное вращение [18a, 19a]. Проведено сравнение модели с экспериментальными результатами для токамаков DIII-D и ТУМАН-3М. Изложена аналитическая модель неоклассического механизм эффекта откачки при RMP[20a-23a]. Изложены результаты моделирования эффекта откачки кодом B2SOLPS5.2 для токамаков MAST и ASDEX-Upgrade. Проведен анализ сценария и результаты моделирования эффекта откачки и вращения плазмы для ИТЭР.

В Главе 3 изложена аналитическая модель самосогласованного экранирования резонансных возмущений магнитных полей [24a-26a]. Приведен обзор экспериментальных данных. Описана модель экранирования резонансных возмущений, приводящих к стохастизации магнитного поля и экранирование отдельного магнитного острова. Рассмотрено влияние вращения RMP на его экранирование плазмой. Приведено сравнение модели с экспериментальнми результатами и результатами моделирования. Проведен анализ сценария экранирования резонансных магнитных возмущений для ИТЭР.

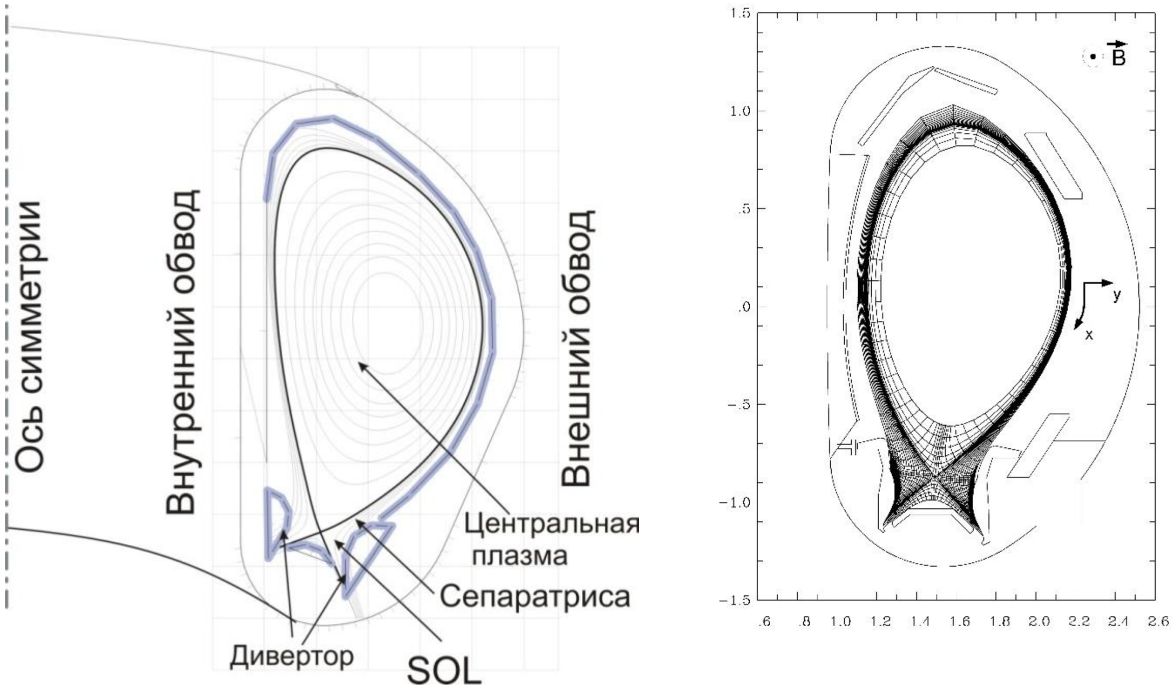
В Главе 4 изложена модель стохастизации магнитного поля и эффекта откачки плазмы при развитии филаментов в пристеночной области [27a-29a]. Рассмотрены возможные дипольные и однонаправленные токи в филаментах. Сделаны оценки характерных времен проникновения в плазму связанных с ними магнитных возмущений. Описана динамика радиального электрического поля и сделаны оценки для тороидального раскручивания плазмы и эффекта откачки.

В Главе 5 изложена модель для оценки радиальных конвективных потоков снаружи сепаратрисы и их влияния на ширину SOL[30a-33a].

Глава 1. Формирование электрического поля в тороидально симметричной плазме токамака. Неоклассическая радиальная проводимость.

Самосогласованные электрические поля в полностью ионизованной замагниченной плазме, как и в других средах, подчиняются уравнениям Максвелла. Однако дисбаланс зарядов в объеме плазмы токамака, необходимый для их создания, настолько незначителен, что пользоваться этими уравнениями для нахождения электрического поля становится неудобно. Вместо этого с большой точностью становится верным утверждение, что медленно меняющееся (по сравнению с плазменной частотой) электрическое поле должно обеспечить отсутствие накопления заряда в плазме, то есть должно обеспечить выполнение уравнения неразрывности для тока $div\vec{j} = 0$. В целом, такой подход соответствует принципу квазинейтральности плазмы. Однако описание электрического поля в плазме токамака сложнее, чем в большинстве других сред, поскольку не существует прямого механизма проводимости в направлении поперек магнитного поля. В идеальной магнитной гидродинамике поперечная проводимость строго равна нулю, поскольку поперечное (по отношению к магнитному) электрическое поле можно обратить в ноль с помощью перехода в движущуюся систему отсчета. Только переменная часть электрического поля может вызывать инерциальный ток. Геометрия же токамака такова, что основная часть плазмы находится в области удержания, где магнитное поле образует вложенные магнитные поверхности. Электрический ток через эти поверхности, появляющийся за счет различных физических механизмов, не может быть замкнут за счет продольной проводимости. Решение всех уравнений, описывающих плазму, должно быть найдено согласованно, так, чтобы этот ток оказался равен нулю. При этом стационарное электрическое поле определяет не какую-то часть токов напрямую, а распределение дрейфовых потоков и вязких сил уже в свою очередь влияющих на токи.

В силу большой теплопроводности и проводимости плазмы, электростатический потенциал, температуры электронов и ионов на магнитных поверхностях почти постоянны. В большинстве случаев их изменение на магнитной поверхности можно рассматривать в качестве малой поправки. Зависимостью параметров от угла поворота вокруг главной оси тора (нарушением тороидальной симметрии) можно пренебречь и параметры плазмы зависят только от двух координат. Реалистичная картина сечения магнитных поверхностей в современной установке показана на Рис. 1а. На нем видны различные области токамака, которые в дальнейшем будут упоминаться в работе: центральная плазма на замкнутых магнитных поверхностях и отделенная от нее сепаратрисой (последней замкнутой магнитной поверхностью) область SOL (Scrape Off Layer). Слой плазмы шириной в несколько сантиметров внутри сепаратрисы вблизи нее представляет особый интерес, поскольку именно здесь в режиме улучшенного удержания возникает зона подавления турбулентности. При уменьшении аномального турбулентного переноса частиц и тепла в этом слое температура и концентрация плазмы возрастают во всей плазме внутри него, что создает благоприятные условия для термоядерного синтеза. Здесь же при включении резонансных магнитных возмущений происходит стохастизация магнитного поля.



(а) (б)

Рис. 1. Геометрия магнитных поверхностей и пристеночной плазмы токамака. (а) Вакуумная камера и магнитные поверхности в токамаке ИТЭР. (б) Расчетная область пристеночной плазмы токамака ASDEX-Upgrade.

В SOL силовые линии магнитного поля проходят через пластины дивертора, конструкции, специально предназначенные для принятия больших тепловых нагрузок, приходящих из плазмы. В SOL уже нельзя считать параметры плазмы выровненными. Температура плазмы меняется от внешнего обвода к пластинам, плазма стекает на дивертор со скоростью звука, и давление вдоль силовой линии существенно меняется.

Для восстановления профилей параметров в реалистичной геометрии используется численное моделирование. Автором такое моделирование проводилось с помощью кодов B2SOLPS5.0-5.2 и SOLPS-ITER. Типичная расчетная область этих кодов, координатная сетка и оси показаны на Рис.1б. В данной работе эти координаты будет использоваться в выражениях, описывающих электрическое поле в реалистичной геометрии. Однако эти выражения довольно громоздки, поэтому для качественного описания радиального электрического поля и токов в плазме будет использована упрощенная модель, Рис.2. В упрощенном случае рассматривается токамак с круглым сечением магнитных поверхностей, большим аспектным отношением ($\varepsilon = a/R_0 << 1$) и без Шафрановского сдвига (сдвига центров магнитных поверхностей относительно друг друга).

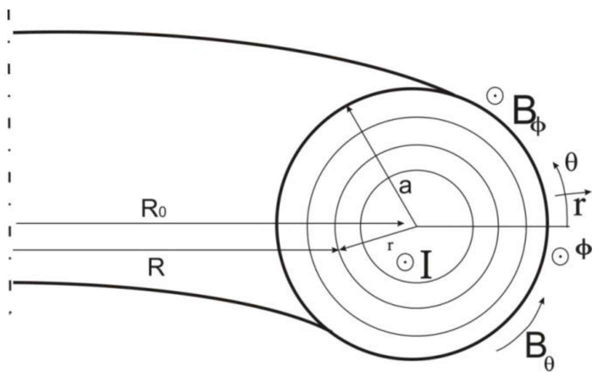


Рис. 2. Упрощенная геометрия магнитных поверхностей.

Полоидальное магнитное поле B_θ мало по сравнению с тороидальным магнитным полем $B_\varphi \approx B >> B_\theta$. Можно использовать соотношения $RB = const, b_\theta = B_\theta / B = const$ на магнитной поверхности. Для простоты рассмотрим однокомпонентную плазму с зарядом иона Z=1. Моделирование показывает, что выражения, полученные в этих предположениях, остаются правильными с точностью до численных коэффициентов для случая реалистичной формы магнитных поверхностей в токамаке.

1.1. Формирование неоклассического электрического поля при учете турбулентного переноса импульса. Упрощенная модель.

Здесь приведен вывод выражения для радиального электрического поля в плазме токамака с учетом турбулентных потоков, который был впервые сделан Рожанским и Тендлером, и опубликован в наиболее полном виде в работе [14-1]. Диссертант принимал активное участи в моделировании пристеночной плазмы с помощью кодов B2SOLPS5.0-5.2 и SOLPS-ITER, которое подтвердило выводы данной аналитической модели. Кроме того, этот вывод послужит основой для дальнейшего рассмотрения токовых систем в пристеночной плазме в присутствии электрода или резонансных магнитных возмущений, которое было сделано дисертантом и составляет основную часть диссертации.

Для определения электрического поля в неоклассической теории используются продольная и тороидальная проекции баланса сил [14]. В общем виде суммарный баланс сил электронов и ионов записывается как

$$m_i n \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla p + \left[\vec{j} \times \vec{B}\right] - \nabla \cdot \vec{\pi} + \vec{S}_i^m . \tag{1.1}$$

Здесь $\vec{V}$ - скорость ионов, $p = n(T_i + T_e)$ - суммарное давление электронов и ионов, $\vec{S}_i^m$ - источник импульса за счет ионизации и трения об нейтральные атомы. Инерцией и вязкостью электронов пренебрегли из-за их малой массы. Тензор вязкости включает классическую компоненту $\nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)}$, описывающую продольный перенос импульса, и аномальную поперечную вязкость $\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp$, описывающую перенос импульса при турбулентном аномальном переносе плазмы между магнитными поверхностями. Радиальный ток удобно записать через тороидальную проекцию суммарного баланса сил

$$nm_i \frac{dV_\varphi}{dt} = j_r B_\theta - (\nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)})_\varphi - (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp)_\varphi + S_{i\,\varphi}^m . \tag{1.2}$$

Полный ток I через магнитную поверхность выражается через среднюю плотность тока по поверхности

$$I \cong S < \frac{\vec{B}_\phi \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt})}{B_\phi B_\theta} > - S < \frac{S_{i\,\phi}^m}{B_\theta} > , \tag{1.3}$$

где угловыми скобками обозначается усреднение по площади магнитной поверхности S. В простой геометрии $\langle f \rangle = \oint fRd\theta / \oint Rd\theta$ (здесь при интегрировании величин по поверхности используем элемент площади $dS = 2\pi Rrd\theta$). При таком усреднении в случае тороидальной симметрии задачи тороидальная компонента продольной вязкости исчезает [4]. Первое слагаемое в правой части соотношения (1.3) определяется переносом и изменением со временем тороидального импульса в плазме, а второе – обменом тороидальным импульсом с нейтральными атомами, поэтому тороидальная проекция баланса сил связывает радиальный ток и тороидальную скорость. Чтобы связать радиальный ток с электрическим полем надо использовать продольную проекцию баланса сил

$$nm_i \frac{dV_\parallel}{dt} = -\frac{B_\theta}{B}(\nabla p)_\theta - (\nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)})_\parallel - (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp)_\parallel + S^m_{i\parallel}. \tag{1.4}$$

Чтобы исключить из этого уравнения градиент давления, его надо усреднить по площади магнитной поверхности с весом $\frac{B}{B_\theta R}$ (здесь физическая компонента полоидальной проекции градиента давления $(\nabla p)_\theta = \frac{\partial p}{r\partial\theta}$):

$$< \frac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt}) > - < \frac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot \vec{S}^m_i > = - < \frac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} > . \tag{1.5}$$

Чтобы получить связь между током и электрическим полем учитываем, что тороидальное и продольное направления и скорости близки между собой. Тогда можно пренебречь разницей между тороидальной и продольной проекциями аномальной вязкости, тороидальной и продольной проекциями силы трения об нейтральные атомы и инерциального слагаемого в балансе сил. Комбинируя уравнения (1.3) и (1.5) получаем:

$$< j_r > = \frac{I}{S} = < \frac{\vec{B}_\phi \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt})}{B_\phi B_\theta} > - < \frac{S^m_{i\,\phi}}{B_\theta} > = - \frac{< \frac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} >}{< B_\phi / R >} + \delta , \tag{1.6}$$

где $\delta = < \left(\frac{\vec{B}_\phi \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt})}{B_\phi B_\theta} - \frac{S^m_{i\,\phi}}{B_\theta} \right) \left(1 - \frac{B_\phi / R}{< B_\phi / R >} \right) > .$

Поправка δ , связанная с различием между способами усреднения, как правило не существенна [17а]. Уравнение (1.6) связывает ток, протекающий через магнитную поверхность и классическую продольную вязкость. Для плазмы токамака эта вязкость определена в неоклассической теории. Она включает в себя собственно вязкость, пропорциональную производным скоростей $\nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)}$, и силу, зависящую от полоидального потока тепла ионов. Продольная компонента дивергенции классической продольной вязкости может быть в столкновительном Пфирш-Шлютеровском режиме записана как

$$\frac{\vec{B}}{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)} = -\frac{4}{3}B^{3/2}\frac{\partial}{r\partial\theta}\left(\frac{\mu_{i1}b_\theta^2}{B^2}\frac{\partial(V_\parallel + V_\theta^{dia}/b_\theta + V_\theta^E/b_\theta)\sqrt{B}}{r\partial\theta}\right) - B^{3/2}\frac{\partial}{r\partial\theta}\left(\frac{b_\theta^2\alpha^{NEO}}{B^2\nu_i}\frac{\partial(q_\parallel + q_\theta^{dia}/b_\theta)\sqrt{B}}{r\partial\theta}\right).$$

(1.7)

Здесь в первом слагаемом μ_{i1} в Пфирш-Шлютеровском режиме это коэффициент продольной вязкости Брагинского $\eta_0 = 0{,}96nT_i/\nu_i$. В слабо столкновительном (банановом) режиме этот коэффициент вязкости заменяется на $\mu_{i1} = \varepsilon^{3/2}\nu_*^2 nT_i/\nu_i$ $\nu_* = \frac{qR\nu_i}{\varepsilon^{3/2}\sqrt{2T_i/m_i}}$ [4], где $\nu_i = \frac{4\sqrt{\pi}\,n\lambda\,e^4}{3\sqrt{m_i}\,T_i^{3/2}}$. В выражении для вязкости оставлены самые большие компоненты скорости в плазме токамака. Это компоненты, составляющие полоидальную скорость: проекция на полоидальное направление продольной скорости $V_\parallel B_\theta/B$, электрический дрейф $V_\theta^E = \left(\frac{[\vec{E}\times\vec{B}]}{B^2}\right)_\theta = \frac{B_\varphi}{B^2}\frac{\partial\phi}{\partial r}$ и диамагнитный дрейф $V_\theta^{dia} = \left(\frac{[\vec{B}\times\nabla nT_i]}{enB^2}\right)_\theta = \frac{B_\varphi}{enB^2}\frac{\partial nT_i}{\partial r}$:

$$V_\theta = V_\parallel B_\theta/B + V_\theta^{dia} + V_\theta^E\,. \tag{1.8}$$

Согласно уравнению неразрывности, продольный поток должен компенсировать дивергенцию дрейфовых потоков, вызванную неоднородностью магнитного поля и большей длиной внешнего обвода по сравнению с внутренним. Может быть отлична от нуля и средняя по поверхности продольная/тороидальная скорость плазмы, назовем ее U_T. Продольную скорость можно записать как

$$V_\parallel = V_\parallel^{P.S.} + \frac{\langle V_\parallel B\rangle}{B}\,;\; V_\parallel^{P.S.} = \left[-\left(\frac{\partial\, nT_i}{en\partial r} + \frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\frac{1}{B_\theta} - \frac{\langle V_\parallel B\rangle}{B}\right]\left(1 - \frac{B^2}{\langle B^2\rangle}\right), \tag{1.9}$$

где первое слагаемое отвечает за распределенную как $\cos\theta$ так называемую Пфирш-Шлютеровскую составляющую продольной скорости, а второе слагаемое описывает тороидальное вращение плазмы, как одно целое, со средней скоростью

$$U_T = \left\langle\frac{1}{B}\right\rangle\langle V_\parallel B\rangle\;,\;\; \frac{\langle V_\parallel B\rangle}{B} = U_T\frac{R}{\langle R\rangle}\,. \tag{1.10}$$

Продольная вязкость, связанная с потоком тепла ионов, определяется диамагнитными потоками тепла и компенсирующими их продольными Пфирш-Шлютеровскими потоками тепла. И те, и другие выражаются через радиальную производную ионной температуры. Продольные потоки тепла оказываются того же порядка, что и перенос тепла Пфирш-Шлютеровской компонентой продольной скорости, а диамагнитный поток тепла - порядка переноса тепла с диамагнитной скоростью. Поэтому второе слагаемое с потоками тепла в уравнении (1.7) того же порядка, что и компонента вязкости, пропорциональная скорости. Коэффициент α^{NEO} также как μ_{i1} зависит от режима столкновительности. В слабо столкновительном режиме слагаемое, связанное с потоками тепла, также модифицируется, и остается по порядку величины близким к первому слагаемому.

Обычно ток через магнитные поверхности токамака не течет, $< j_r >=0$. Это означает, согласно уравнению (1.6),

$$< \frac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} >= 0 \qquad (1.11)$$

Если предположить, что вязкость, связанная с потоком тепла, несущественна, то получим

$$\left\langle \frac{B^{5/2}}{B_\theta R} \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(\frac{\eta_0 b_\theta^2}{B^2} \frac{\partial (V_\parallel + V_\theta^{dia} / b_\theta + V_\theta^E / b_\theta)\sqrt{B}}{r\partial\theta} \right) \right\rangle = 0\,, \qquad (1.12)$$

или, учитывая уравнение (1.8) и то, что b_θ в простой геометрии не зависит от угла θ получим:

$$\oint B^{3/2} \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(\frac{\eta_0}{B^2} \frac{\partial V_\theta \sqrt{B}}{r\partial\theta} \right) d\theta = 0\,.$$

Теперь надо учесть, что, поскольку термодинамические параметры плазмы слабо возмущены на магнитной поверхности, можно считать, что $\eta_0 = const$, и согласно уравнению неразрывности в тороидальной геометрии $\frac{\partial}{\partial\theta}\left(RV_\theta\right) = 0$. Последнее верно в предположении, что дивергенция полоидальных дрейфовых потоков намного больше дивергенции диффузионных потоков. Это предположение оказывается верно внутри сепаратрисы, как следует из моделирования, даже при учете большого коэффициента диффузии связанного с аномальным турбулентным переносом. Интегрируя по частям на замкнутом контуре, и учитывая, что $RB = const$, получим

$$\oint \frac{V_\theta}{B^3}\left(\frac{\partial B^{3/2}}{\partial \theta}\right)^2 d\theta = 0 \,.$$

Этот интеграл может быть равен 0 только если полоидальная скорость равна 0, что в свою очередь обращает в 0 первое слагаемое в уравнении (1.9). Плазма при этом вращается в тороидальном направлении как одно целое, так что $V_\varphi \sim R$. Профиль радиального электрического поля можно найти из условия $V_\theta = 0$:

$$E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{en}\frac{\partial n T_i}{\partial r} + V_\parallel B_\theta \,. \tag{1.13}$$

Последнее слагаемое, как и остальные, не зависит от полоидального угла, является функцией магнитной поверхности. В общем случае с учетом вязкости, связанной с потоком тепла, из условия $< j_r > = 0$ можно получить [4]:

$$E_r = E_r^{NEO} = \frac{T_i}{e}\left(\frac{d\ln n}{dr} + k_T \frac{d\ln T_i}{dr}\right) + B_\theta U_T \,. \tag{1.14}$$

Это электрическое поле называется неоклассическим. Ему соответствует полоидальное вращение

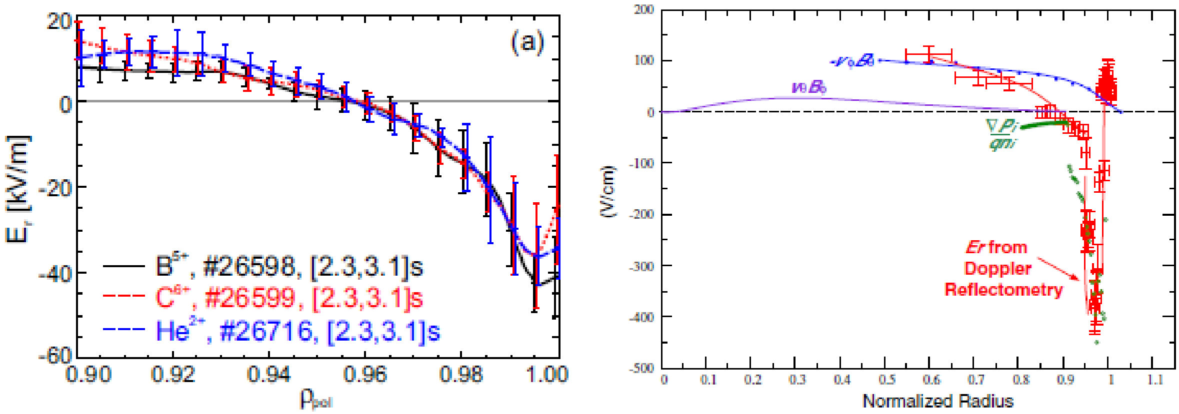
$$V_\theta^{NEO} = -\frac{k_T - 1}{eB}\frac{dT_i}{dr} \,. \tag{1.15}$$

Коэффициент $k_T \sim 1$ в Пфирш-Шлютеровском режиме равен 2,7, в режиме плато 1.5, а в слабо столкновительном (банановом) режиме равен -0,17.

Критическое значение для перехода в H-режим имеет такой параметр плазмы, как шир вращения плазмы в неоднородном электрическом поле – радиальная производная полоидальной скорости, наличие которой приводит к декорреляции турбулентных вихрей и подавлению турбулентности в области транспортного барьера [1], [2]. В простой геометрии эта величина равна

$$\omega_s = \frac{1}{B}\left|\frac{dE_r}{dr}\right| \qquad (1.16)$$

Тороидальное вращение плазмы U_T определяется из уравнения (1.3), в котором левая часть положена равной 0. Как видно из моделирования, источник импульса, связанный с трением ионов об нейтральные атомы, в современных установках пренебрежимо мал. Наиболее существенным оказывается вязкий поперечный перенос импульса, связанный с турбулентностью. Если ограничиться его вкладом в (1.3), получим: $0 = \frac{d}{dr}(\eta\frac{dU_T}{dr})$. Коэффициент аномальной вязкости может быть оценен как $\eta = nm_i D$ где D коэффициент аномальной поперечной диффузии ~ *(0,1-1)м²/с*.



(а) (б)

Рис.3. Радиальное электрическое поле на внешнем обводе в токамаке ASDEX-Upgrade в H-режиме.(а) Измерение по вращению различных сортов примеси – рекомбинационная спектрометрия на перезаряженных ионах(charge exchange recombination spectroscopy, CXRS), разряды №26598, 26599, 26716[8]. (б) Измерение методом допплеровской рефлектометрии, разряд №17439 [9].

В области с большим градиентом концентрации, например, в транспортном барьере, электрическое поле направлено внутрь плазмы. Оно наблюдается в эксперименте, например, на токамаках MAST и ASDEX-Upgrade [8, 9, 44, 13а, 22а]. Положительная скорость U_T соответствует тороидальному вращению в направлении тока по плазме. В часто встречающемся случае дополнительного нагрева плазмы нейтральной инжекцией в направлении тока по плазме, происходит ее тороидальное раскручивание, и за транспортным барьером, во внутренней области, электрическое поле становится положительным. Это тоже наблюдается в экспериментах, например, на токамаке ASDEX-Upgrade [8].

Типичные экспериментальные профили электрического поля для токамака ASDEX-Upgrade, полученные путем измерения полоидального и тороидального вращения примесей, взятые из работы [8], и путем допплеровской рефлектометрии, из работы [9], показаны на рисунке 3. Типичные профили в токамаках DIII-D и ALCATOR-Cmod показаны на рисунке 4. Во всех этих экспериментах электрическое поле оказывается близко к неоклассической величине. Близкое к неоклассическому электрическое поле было получено и при моделировании пристеночной плазмы токамаков чиселеными кодами, например, Монте-Карловскими кодами ASCOT [8a], Рис. 5, и XGC0 [45]. Эти коды учитывают не только неоклассические эффекты, но и потерю части ионов при пересечении ими сепаратрисы из-за кинетических эффектов в режимах с малой столкновительностью, так называемый эффект orbit-loss.

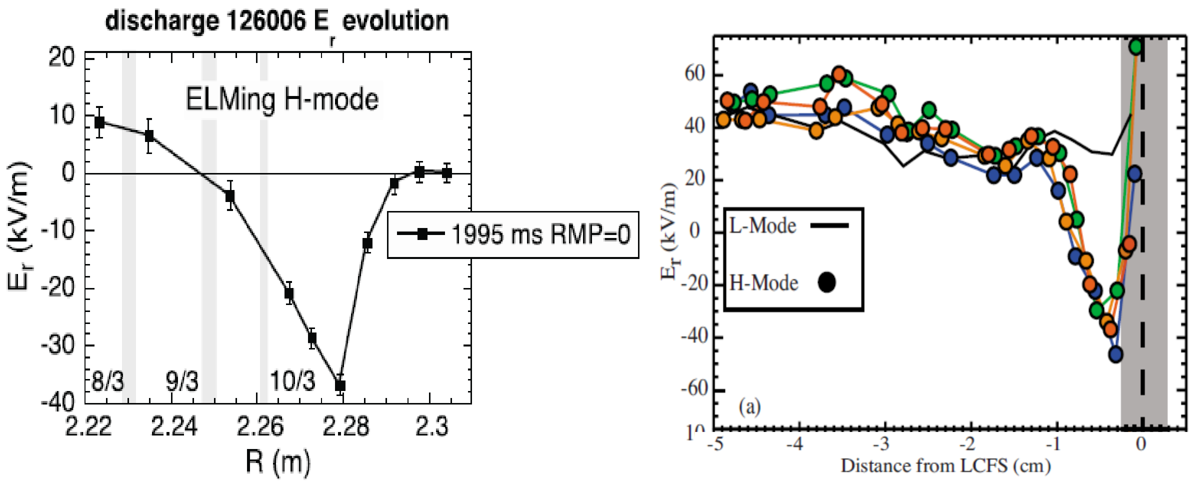
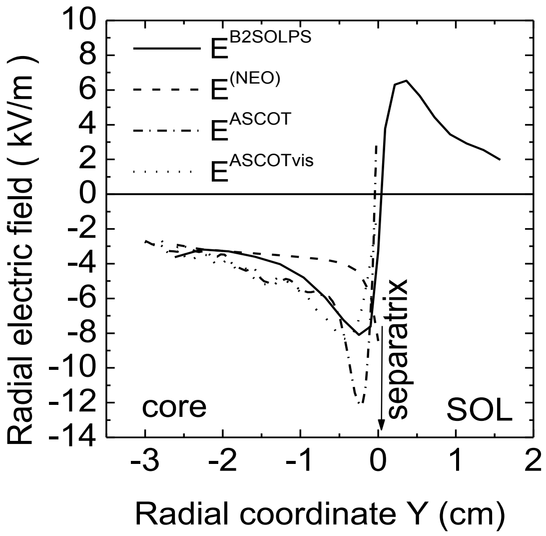


Рис. 4. Радиальное электрическое поле на внешнем обводе в токамаках
а)DIII-D в H-режиме [10] б) Alcator-Cmod в L-и H-режимах [11].

Здесь можно обратить внимание на различие между приведенным в диссертации выводом неоклассического поля [14] и стандартным выводом [4]. При стандартном рассмотрении неоклассическое поле получают из уравнения (1.5), пренебрегая во внутренней обоасти токамака его левой частью в силу незначительности поперечного переноса и малым источником импульса, связанным с нейтральными атомами. В такой формулировке электрическое поле никак не связано с радиальным током через магнитную поверхность. Говорят, что радиальной проводимости в неоклассической теории не существует, так же, как и в случае идеальной магнитной гидродинамики без механизмов диссипации. В работе [14], напротив, отмечено, что левой частью продольного баланса сил можно пренебречь, только если учесть отсутствие тока через магнитную поверхность.



(a)

Рис.5. Радиальное электрическое поле на внешнем обводе в токамаке ASDEX-Upgrade в L-режиме. Сравнение результатов кинетического моделирования кодом ASCOT и гидродинамического моделирования кодом B2SOLPS5.0[8a].

Неоклассический характер электрического поля в пристеночной плазме хорошо согласуется с бифуркационным характером перехода в режим улучшенного удержания плазмы. Действительно, неоклассическое электрическое поле вблизи сепаратрисы определяется в первую очередь первым слагаемым в уравнении (1.14). Такое поле зависит от профилей ионной температуры и концентрации и увеличивается при увеличении градиента концентрации. В то же время градиенты концентрации и температуры увеличиваются при подавлении турбулентности и уменьшении эффективных коэффициентов переноса. Возникает положительная обратная связь между электрическим полем и градиентом концентрации, ведущая к резкому увеличению и того, и другого и в конечном итоге к образованию транспортного барьера. В работе [6a] с участием автора и в кандидатской диссертации было показано, что зависимость шира электрического поля от параметров плазмы при нормальном магнитном поле в L-режиме имеет неоклассический характер, и это согласуется с экспериментальной зависимостью порога по мощности перехода в H-режим от концентрации плазмы и величины магнитного поля [46], в случае, если переход происходит при определенном постоянном значении шира.

Существовали и другие модели для описания электрического поля в режиме улучшенного удержания и перехода в этот режим. В частности, обсуждалась модель, основанная на известных решениях для продольной вязкости при полоидальном вращении со скоростями, близкими к полоидальной скорости звука [47]. Помимо решения с электрическим полем, определяемым выражением (1.14), благодаря нелинейной зависимости коэффициента продольной вязкости от полоидальной скорости, возможны дополнительные решения с большим электрическим полем и большим полоидальным вращением. Такие решения рассматривались, как возможные при H-режиме [48,49]. В этих моделях не учитывались важные эффекты, связанные с турбулентным поперечным переносом вращения. С точки зрения эксперимента эти модели не подтвердились, поскольку в эксперименте не было обнаружено такого большого полоидального вращения.

В некоторых работах [50, 48] большое отрицательное электрическое поле в области транспортного барьера связывалось с эффектом orbit-loss, однако кинетическое моделирование [8a,45] показывает, что влияние потери ионов у сепаратрисы, хотя и делает электрическое поле более отрицательным, но оставляет его по порядку величины близким к неоклассическому. Эксперименты же показывают, что переход в H-режим происходит и в разрядах с высокой столкновительностью плазмы, в которых потери быстрых ионов на сепаратрисе существенно уменьшаются по сравнению со слабо столкновительными режимами.

1.2. Формирование неоклассического электрического поля. Результаты гидродинамического моделирования в реальной геометрии.

Одним из направлений работы диссертанта являлось в течение многих лет моделирование гидродинамическим кодом B2SOLPS5.0-5.2 и его наиболее современной модификацией SOLPS-ITER пристеночной плазмы токамаков, с учетом электрического и градиентного дрейфов и необходимого для их определения распределения электрического потенциала в плазме. Гидродинамические численные коды (наиболее известные из них в настоящее время, помимо SOLPS-ITER – это EDGE2D [51] и UEDGE [52]) позволяют решать гидродинамические уравнения для плазмы в реалистической геометрии и согласованно находить основные параметры плазмы – концентрации электорнов и различных сортов ионов, включая основные ионы и несколько сортов примеси, температуру электронов и ионов и продольную скорость плазмы. В коде SOLPS-ITER решаются уравнения [53]:

- неразрывности для каждого сорта ионов с учетом дрейфовых компонент скорости, аномальной диффузии и аномального пинча,

- продольного баланса сил для каждого сорта ионов, с выражением для продольной вязкости, записанным в максимально точном виде с учетом метрических коэффициентов и поправок, необходимых для перехода к выражениям в режимах банана и плато

- уравнение неразрывности для электрического тока,
- уравнения общего баланса тепла для всех сортов ионов,
- уравнения баланса тепла для электронов.

Уравнения кода B2SOLPS5.2, который использовался в большинстве расчетов, сделанных автором и приведенных в данной диссертации, подробно описаны в Приложении.

Нейтральные атомы описываются гидродинамически или методом Монте Карло. В первом случае они описываются как еще один сорт частиц в общих рамиках гидродинамического подхода. Во втором случае подключается независимый модуль EIRENE [54]. Входными параметрами для EIRENE являются источники нейтральных атомов на стенках установки, на которых происходит нейтрализация плазмы и газонапуск, а также пространственное распределение плазмы, благодаря которой происходит ионизация нейтралных атомов. Эти данные EIRENE получает от гидродинамического блока B2. В качестве выходных данных в B2 поступают источник электронов и ионов за счет ионизации и источники импульса и тепла за счет трения и теплообмена плазмы и нейтральных атомов.

Особенностью кода SOLPS-ITER, отличающей его от кодов UEDGE и EDGE2D, является аккуратный учет классической продольной вязкости и радиальных токов. Благодаря этому код оказывается способен воспроизвести переход от электрического поля в SOL снаружи сепаратрисы к неоклассическому полю внутри сепаратрисы. На внутренней границе расчетной области в качестве граничного условия электрический ток задается равным току, связанному с градиентным дрейфом, причем особое внимание обращается на то, чтобы полный ток через внутреннюю границу оказывался равным нулю. Электрическое поле должно подобраться так, чтобы обеспечить отсутствие радиального тока через все замкнутые магнитные поверхности в расчетной области. Вдали от сепаратрисы таким полем оказывается как раз неоклассическое электричекое поле. Продольный баланс сил, который является одним из двух уравнений определяющих неоклассическое решение для поля, выполняется в коде явным образом, а тороидального баланса сил в явном виде нет. Вместо этого полоидальный баланс сил используется для определения радиальных токов. Условие отсутствия среднего радиального тока через поверхность в комбинации с продольным балансом сил приводит к тому же условию нулевой усредненной продольной вязкости, что и комбинация тороидального и продольного баланса сил. Типичные результаты сравнения электрического поля, полученного диссертантом с помощью кода и неоклассической формулы, представлены на рисунках 6-8.

На токамаке ASDEX-Upgrade было проведено детальное моделирование серии разрядов, в которых были измерены не только профили температур электронов и ионов, но и одновременно электрическое поле. Диссертантом было проведено моделирование этих разрядов, с подбором коэффициентов аномального переноса, таких, чтобы профили концентрации плазмы и температур совпали в моделировании с экспериментальными. Электрическое поле при этом в моделировании подбиралось самосогласованно для обеспечения квазинейтральности. На рисунке 6 показано сравнение поля с экспериментальным для одного из разрядов. Видно, что полученное при моделировании электрическое поле близко и к экспериментальной величине, и к неоклассическому полю.

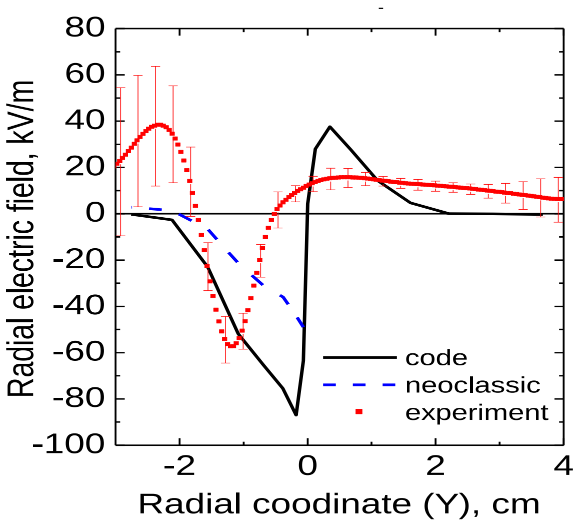


Рис. 6. Электрическое поле на внешнем обводе токамака ASDEX Upgrade, разряд #23227 [13a], экспериментальные данные допплеровской рефлектометрии, результат моделирования кодом B2SOLPS5.2, неоклассическое поле.

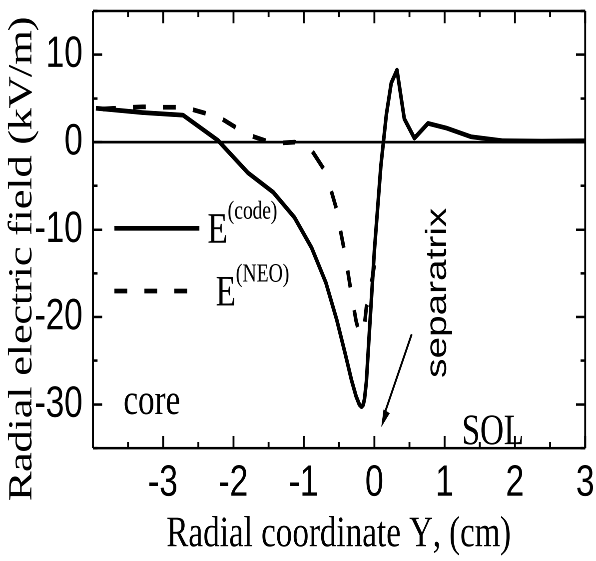


Рис. 7. Электрическое поле на внешнем обводе токамака MAST разряд #17469[55] результат моделирования кодом B2SOLPS5.0, неоклассическое поле.

Было проведено моделирование сферического токамака MAST [22a, 55]. Хотя геометрические параметры сферических токамаков существенно отличаются от типичных, из рисунка 7 видно, что неоклассическая оценка для электрического поля в пристеночной плазме верна и для них.

Для токамака ИТЭР с помощью кода SOLPS-ITER было проведено предсказательное моделирование [56]. В этом токамаке в типичном разряде плазма будет существенно горячее, чем в существующих, его размеры примерно в три раза больше, чем у ASDEX-Upgrade, и магнитное поле планируется во столько же раз больше, что уменьшит относительное влияние дрейфовых потоков. Это повлияет, судя по результатам моделирования, на режим работы дивертора. Но неоклассическая оценка для электрического поля внутри сепаратрисы остается верна.

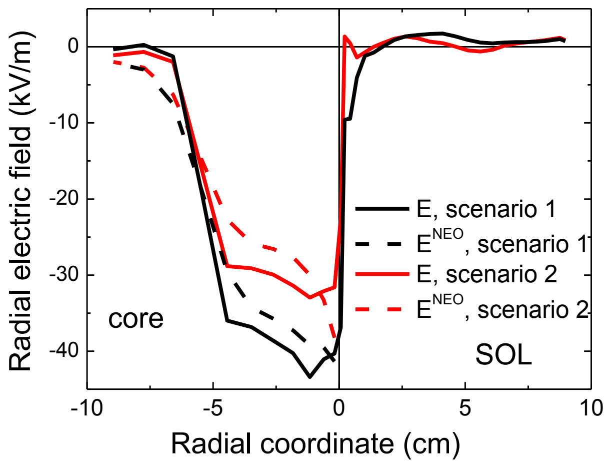


Рис. 8. Электрическое поле на внешнем обводе токамака ИТЭР. Два предполагаемых сценария, результат моделирования кодом SOLPS-ITER, неоклассическое поле [57].

1.3 Ширина переходного слоя к неоклассическому электрическому полю вблизи сепаратрисы

Здесь для упрощенной геометрии приведен вывод, сделанный впервые в работе [6a] с участием диссертанта и приведенный в кандидатской диссертации для реальной геометрии диверторного токамака. Такой вывод полезен для качественного понимания процессов, формирующих переходный слой между центральной плазмой и SOL.

Поправка δ в уравнении (1.6) определяет ширину переходного слоя, который возникает вблизи сепаратрисы. Снаружи сепаратрисы продольная скорость распределена в соответствии с радиальными и дрейфовыми потоками в SOL, она складывается из скорости замыкающей радиальную аномальную диффузию и ионизационные источники, а также Пфирш-

Шлютеровской компоненты, которая компенсирует дивергенции электрического и диамагнитного дрейфов. При наличии переноса продольного импульса аномальной вязкостью в радиальном направлении, этот перенос определяет характерный масштаб перестроения полоидальной вариации продольной скорости от распределения в SOL к распределению, соответствующему Пфирш-Шлютеровской скорости для неоклассического электрического поля. Поскольку средний радиальный ток через переходную область равен 0, то можно записать:

$$-\frac{<\frac{\vec{B}}{B_\theta R}\cdot\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}^{(0)}>}{<B_\phi/R>}+\delta=0\,. \tag{1.17}$$

Если сделать оценку, оставив только слагаемое пропорциональное поперечной вязкости:

$$\delta=<\left(\frac{\vec{B}_\phi\cdot(\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}_\perp+nm_i\frac{d\vec{V}}{dt})}{B_\phi B_\theta}-\frac{S_{i\phi}^m}{B_\theta}\right)\left(1-\frac{B_\phi/R}{<B_\phi/R>}\right)>\approx-<\eta\frac{1}{B_\theta}\frac{\partial^2 V_\parallel}{\partial r^2}\bullet 2\varepsilon\cos\theta>. \tag{1.18}$$

Продольная скорость включает в себя Пфирш-Шлютеровскую компоненту, которая не исчезает при усреднении с весом $\cos\theta$. Подставив ее в оценку, получим

$$\delta\approx-\eta\frac{q\varepsilon}{B_\theta B}\frac{\partial^2 E_r}{\partial r^2}\,. \tag{1.19}$$

Оценка для слагаемого в уравнении (1.17), пропорционального продольной вязкости, может быть сделана подстановкой в уравнение (1.7) полоидальной скорости (1.8) с продольной составляющей (1.9).

$$-\frac{<\frac{\vec{B}}{B_\theta R}\cdot\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}^{(0)}>}{<B_\phi/R>}\approx\frac{\mu_{i1}}{B^2R^2}(E_r-E_r^{NEO})\,. \tag{1.20}$$

Эта оценка отражает также то, что неоклассическое электрическое поле обращает усредненную продольную вязкость в 0. Окончательно получаем уравнение для экспоненциального приближения электрического поля к неоклассическому

$$\eta \frac{q\varepsilon}{B_\theta B} \frac{\partial^2 E_r}{\partial r^2} \approx \frac{\mu_{i1}}{B^2 R^2} (E_r - E_r^{NEO}) , \quad (1.21)$$

с характерным масштабом

$$L_E = r\sqrt{\frac{B^2\eta}{B_\theta^2 \mu_{i1}}} . \quad (1.22)$$

Этот масштаб, порядка нескольких миллиметров для токамаков, определяет не только изменение электрического поля к неоклассическому при переходе сепаратрисы, но и в других случаях, например, при изменении градиента давления плазмы, а следовательно, и неоклассического электрического поля, при переходе от области транспортного барьера к пьедесталу, или при переходе поля от значения, определяемого электродом, в экспериментах, описанных в параграфе 1.2, к неоклассическому значению за электродом. Этот же масштаб определяет область возмущения электрического поля снаружи сепаратрисы магнитного острова во внутренней плазме при его появлении вблизи рациональной магнитной поверхности. Из него видно, что, несмотря на то, что аномальный перенос в силу своей амбиполярности напрямую не приводит к проводимости или модификации электрического поля, он тем не менее опосредованно, через вязкость, существенно влияет на распределение потенциала в плазме. Действительно, если бы поперечная вязкость была чисто классической, она стала бы на несколько порядков меньше, и масштаб L_E существенно сократился бы. Неоклассическое решение для электрического поля и распределения полоидального и тороидального вращения распространялось бы вплотную до сепаратрисы. Затем скорости бы перестраивались на масштабах (оценка для плазмы на границе Пфирш-Шлютеровского и столкновительного режима, типичной для современных токамаков) вблизи сепаратрисы, сравнимых с Ларморовским радиусом иона. Изменение в такую картину мог бы внести радиальный перенос тороидального импульса с конвективными потоками, появляющимися за счет ионизации нейтральных атомов внутри сепаратрисы. Однако этот поток идет преимущественно через внешнй обвод и связывает тороидальное вращение внутри и снаружи сепаратрисы только на внешнем обводе.

В кандидатской диссертации показано, что в случае реальной геометрии диверторного токамака радиальный масштаб, на котором продольная вязкость и электрическое поле могут отличаться от неоклассических значений, определяется балансом между продольной и аномальной поперечной вязкостью, записанными в виде:

$$\left\langle B\frac{4}{3}b_x B^{\frac{3}{2}}\frac{\partial}{h_x\partial x}\left(\frac{\eta_0 b_x}{B^2}\frac{\partial\left(B^{\frac{1}{2}}V_{\parallel}\right)}{h_x\partial x}\right)\right\rangle \sim \left\langle B\frac{1}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y^2}\left(m_i n V_y^{(0)}V_{\parallel}-\eta\frac{\partial V_{\parallel}}{\partial y}\right)\right)\right\rangle. \quad (1.23)$$

Здесь усреднение ведется по объему между соседними магнитными поверхностями: $\langle f\rangle=\frac{\oint f\sqrt{g}dx}{\oint\sqrt{g}dx}$, обозначения соответствуют Приложению. На рисунке 9 показан баланс правой и левой части (1.23) при моделировании.

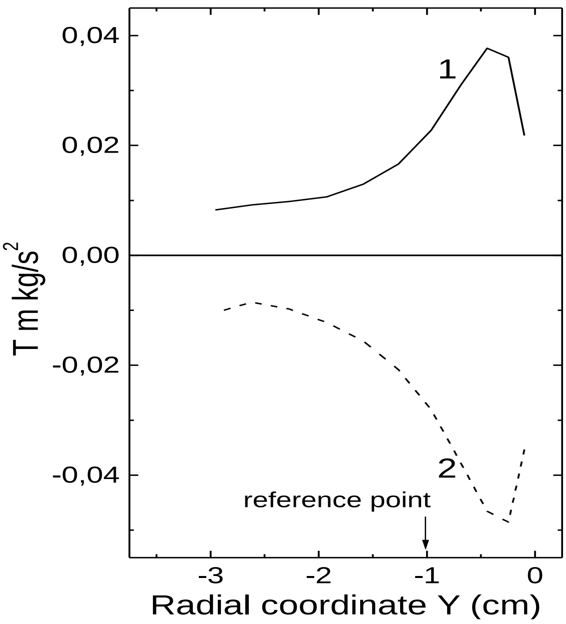


Рис. 9. Различные компоненты продольного баланса сил, усредненные по магнитной поверхности. 1-аномальная поперечная вязкость и инерция (правая часть уравнения (1.23)), 2-продольная вязкость $\left\langle \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)}\right\rangle$ (левая часть уравнения (1.23)). Разряд без NBI, n=2·10^{19} $м^{-3}$, T_i=42 *эВ* в точке (*r-a* =1*см*). *I*=1 *МА*, *B*=2 *Т,* градиентный дрейф ионов направлен наверх.

1.4. Неоклассическая проводимость в экспериментах с электродом.

Приведем вначале для упрощенной геометрии вывод, сделанный впервые в работе [17а] с участием диссертанта и приведенный в кандидатской диссертации для реальной геометрии диверторного токамака. Такой вывод полезен для качественного понимания процессов, формирующих переходный слой между центральной плазмой и SOL.

В девяностые годы прошлого века была проведена серия экспериментов на небольших токамаках [58, 59] с целью измерения проводимости плазмы в радиальном направлении. Для этого в токамак внутрь последней замкнутой магнитной поверхности помещался электрод и снималась его вольт-амперная характеристика. Качественно схема эксперимента показана на рисунке 10, а типичные вольт-амперные характеристики – на рисунке 11. В современных больших устройствах такой эксперимент невозможен, поскольку при их параметрах плазма испарила бы электрод. Если ток с какой-либо выделенной магнитной поверхности собирается электродом, то уже нельзя считать, что ток через замкнутые поверхности, окружающие ее, равен 0. При этом должно отличаться от неоклассического и полоидальное вращение плазмы, и электрическое поле. Можно упростить уравнение (1.6)

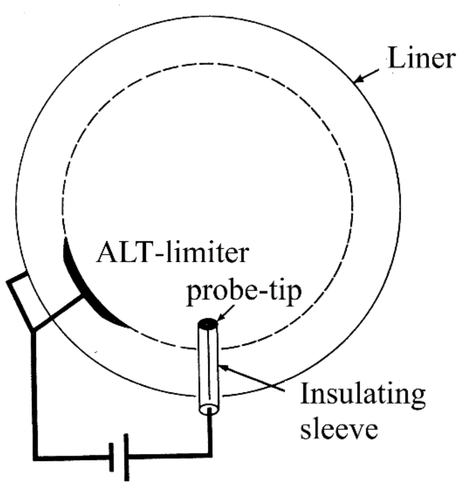
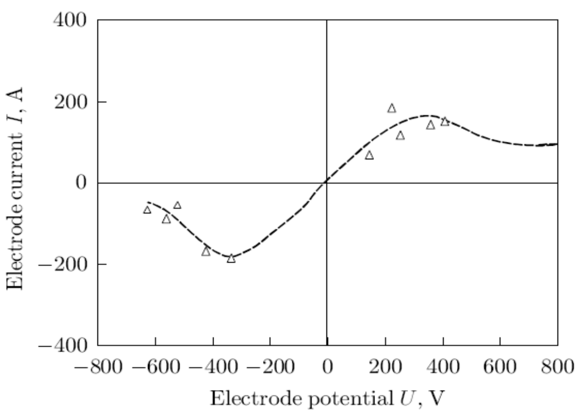


Рис. 10. Схема эксперимента с заряженным электродом на токамаке TEXTOR.



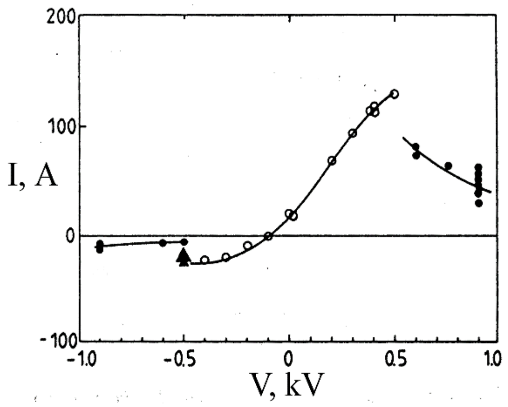


Рис. 11. Вольт-амперные характеристики электродов в плазме для L-режимов в токамаках а) ТУМАН-3М [58] и б) TEXTOR [59] .

$$< j_r > \approx - \frac{< \dfrac{\vec{B}}{B_\theta R} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} >}{< B_\phi / R >}, \qquad (1.24)$$

и переписать уравнение (1.7)

$$\frac{\vec{B}}{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} = -\frac{4}{3} B^{3/2} \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(\frac{\mu_{i1} b_\theta^2}{B^2} \frac{\partial (V_\theta \ / b_\theta + 3q_\theta \alpha^{NEO} / 4 b_\theta \nu_i \mu_{i1}) \sqrt{B}}{r\partial\theta} \right). \qquad (1.25)$$

Подставляя в такой форме продольную вязкость в выражение для радиального тока, и учитывая, что в пренебрежении радиальным турбулентным переносом $\frac{\partial}{\partial\theta}\left(RV_\theta\right) = 0$; $\frac{\partial}{\partial\theta}\left(Rq_\theta\right) = 0$ получаем

$$< j_r > \approx \frac{4}{3} \frac{1}{< B_\phi / R > \oint R d\theta} \oint B^{3/2} \frac{\partial}{r\partial\theta} \left(\frac{\mu_{i1}}{B^2} \frac{\partial (V_\theta \ + 3q_\theta \alpha^{NEO} / 4 \nu_i \eta_0) \sqrt{B}}{r\partial\theta} \right), \qquad (1.26)$$

или

$$< j_r > \approx -\frac{9\mu_{i1}}{4} \frac{V_\theta \ + 3q_\theta \alpha^{NEO} / 4 \nu_i \mu_{i1}}{B < B^2 >} \left\langle \left(\frac{\partial B}{r\partial\theta} \right)^2 \right\rangle . \qquad (1.27)$$

Подставляя в выражение для полоидальной скорости (1.8) Пфирш-Шлютеровскую продольную скорость (1.9) и в выражение для продольного потока тепла ионов аналогичное выражение для Пфирш-Шлютеровского потока тепла, можно получить

$$V_\theta \ + 3q_\theta \alpha^{NEO} / 4 \nu_i \mu_{i1} = -B(E_r - E_r^{(NEO)}) / \left\langle B^2 \right\rangle \qquad (1.28)$$

Наконец для тока получим выражение:

$$< j_r >\approx \frac{3\mu_{i1}}{< B^2 >^2}\left\langle\left(\frac{\partial B}{r\partial\theta}\right)^2\right\rangle\left(E_r - E_r^{(NEO)}\right). \tag{1.29}$$

Его можно переписать в форме тока проводимости

$$\left\langle j_r \right\rangle = \sigma_{NEO}(E_r - E_r^{NEO}), \tag{1.30}$$

где неоклассическая проводимость равна [14]:

$$\sigma_{NEO} = \frac{3\mu_{i1}}{< B^2 >^2}\left\langle\left(\frac{\partial B}{r\partial\theta}\right)^2\right\rangle \approx \frac{3\mu_{i1}}{2R^2B^2}. \tag{1.31}$$

Можно заметить, что неоклассическая проводимость связана с неоклассической ионной теплопроводностью χ_{NEO} соотношением Эйнштейна: $\sigma_{NEO} \sim ne^2\chi_{NEO}/T_i$.

В целом, приведенный до сих пор вывод соответствует работе Рожанского и Тендлера [14]. При описании неоклассической проводимости мы здесь, как и в работе [14], неявно предполагали, что неоклассическое электрическое поле не меняется при протекании по плазме тока. Однако из уравнения (1.6) видно, что радиальный ток приводит к изменению вращения. Впервые это было учтено в работе [17а] с участием автора, и рассмотрено в кандидатской диссертации автора для реальной геометрии диверторного токамака. Действительно, выражение

$$< j_r >\approx< \frac{\vec{B}_\phi \cdot (\nabla\cdot\vec{\pi}_\perp + nm_i\dfrac{d\vec{V}}{dt})}{B_\phi B_\theta} > \tag{1.32}$$

показывает, что радиальный ток создает силу, раскручивающую плазму в тороидальном направлении. При учете аномального турбулентного переноса импульса, эта сила может быть скомпенсирована поперечной вязкостью, в таком случае можно написать:

$$< j_r >\approx< \frac{\vec{B}_\phi \cdot (\nabla\cdot\vec{\pi}_\perp)}{B_\phi B_\theta} >\approx -\frac{\eta}{< B_\theta >}\frac{\partial^2 U_T}{\partial r^2}. \tag{1.33}$$

Для того, чтобы неоклассическое электрическое поле не менялось существенно при появлении тока по плазме, надо потребовать, чтобы изменение тороидальной скорости за счет тока, оцениваемое из выражения (1.33), давало небольшой вклад в сам ток, вычисляемый по формуле (1.30) с неоклассическим полем (1.14). Введем параметр:

$$\kappa = \sigma_{NEO} B_\theta{}^2 L^2 / \eta = \frac{3B_\theta^2}{2B^2} \frac{\mu_{i1}}{n_e m_i D} \frac{L^2}{R^2} . \tag{1.34}$$

Здесь L - радиальный масштаб, на котором протекает ток. Тогда условие незначительного изменения тороидальной скорости может быть записано как $\kappa << 1$. Из формулы (1.34) видно, что, хотя выражение для неоклассической проводимости (1.31) не включает напрямую зависимости от аномальной поперечной вязкости, для того, чтобы оно было верно, аномальная вязкость должна быть достаточно велика.

При $\kappa >> 1$ из уравнений (1.30)-(1.33) видно, что разность между электрическим полем и его неоклассической величиной остается маленькой по сравнению с вкладом в неоклассическое поле (1.14) слагаемого, пропорционального тороидальной скорости. Поэтому пользоваться формулой (1.30) становится неудобно: мы уже не можем сказать, что ток пропорционален изменению электрического поля. Меняются оба слагаемых, а их разность остается мала. Вместо этого можно оценить связь тока и изменения поля следующим образом. Считаем электрическое поле неоклассическим. Оценим из (1.33) изменение тороидальной скорости

$$\Delta U_T \approx B_\theta < j_r > L^2 / \eta . \tag{1.35}$$

Тогда мы можем оценить изменение электрического поля из (1.14):

$$\Delta E_r \approx B_\theta \Delta U_T \approx B_\theta^2 L^2 < j_r > / \eta \;\; . \tag{1.36}$$

Если переписать теперь это выражение, аналогично формуле (1.30) получим связь тока и изменения электрического поля:

$$< j_r > \approx \tilde{\sigma}^{NEO} \Delta E_r , \tag{1.37}$$

где

$$\tilde{\sigma}^{NEO} \approx \eta / B_\theta^2 L^2 . \tag{1.38}$$

Здесь можно обратить внимание на то, что в зависимости от величины параметра κ эффективная проводимость плазмы может определяться либо классической продольной вязкостью при $\kappa << 1$, либо аномальной вязкостью при $\kappa >> 1$, причем параметр κ как раз и является отношением этих проводимостей. Таким образом реализуется сценарий с наименьшей из проводимостей, определяемых формулами (1.31) и (1.38).

При анализе решения оказывается, что проводимость обеспечивается радиальным дрейфовым потоком ионов, усредненным по магнитной поверхности. Электронный дрейфовый поток при этом намного меньше, чем ионный поток. Он может быть записан как

$$V_{er}^{E} + V_{er}^{dia} = -\frac{B_\phi}{B^2}\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} + \frac{B_\phi}{enB^2}\frac{\partial nT_e}{r\partial\theta}\,. \tag{1.39}$$

Баланс сил для электронов записывается как

$$m_e n\frac{d\vec{V}_e}{dt} = -\nabla nT_e + en\nabla\phi - en\left[\vec{V}_e \times \vec{B}\right] - \nabla\cdot\vec{\pi}_e + \frac{e^2n^2}{\sigma_\parallel}\left(\vec{V}_\parallel - \vec{V}_{e\parallel}\right). \tag{1.40}$$

Учитываем, что инерция и вязкость электронов малы по сравнению с ионными, а продольная проводимость $\sigma_\parallel$ – велика. В продольной проекции баланса сил электронов главными слагаемыми остаются градиент давления электронов и электрическое поле,

$$-\nabla_\parallel nT_e + en\nabla_\parallel\varphi = -\frac{B_\theta}{B}\frac{\partial nT_e}{r\partial\theta} + \frac{B_\theta}{B}en\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} \approx 0\,. \tag{1.41}$$

Сравнивая выражения (141) и (1.39) видно, что радиальные диамагнитный и электрический дрейфы электронов компенсируют друг друга. Аномальные потоки частиц не дают вклада в проводимость, поскольку они вызываются электрическим дрейфом в связанных с мелкомасштабными неустойчивостями электрических полях. Электрический же дрейф принципиально амбиполярный.

1.5. Неоклассическая проводимость в экспериментах с электродом. Результаты моделирования и сравнение с экспериментом.

Неоклассическая проводимость была получена при моделировании экспериментов с заряженным электродом кодом B2SOLPS5.0 [17a]. Код запускался в режиме, когда на внутренней границе расчетной области со стороны центральной плазмы, рисунок 1б, задавался электрический потенциал, а не условие нулевого тока через замкнутую магнитную поверхность. При этом в зависимости от приложенного потенциала менялся ток через магнитные поверхности. Этот ток обеспечивался током, связанным с градиентным дрейфом и продольной вязкостью. Неоклассическая проводимость напрямую в код включена не была.

Можно привести более общий вывод для неоклассической проводимости, подходящий для количественного анализа в реальной геометрии диверторного токамака. Здесь будут использоваться координаты кода B2SOLPS5.0, приведенные на рисунке 1б, и обозначения, описанные в Приложении.

Усредняя тороидальную компоненту уравнения (1.1) по магнитной поверхности, получаем аналог выражения (1.3) для тока через магнитную поверхность:

$$I \cong -S << \frac{\vec{B}_z \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt})}{B_z B_x} >> +S << \frac{S^m_{i\,z}}{B_x} >>, \tag{1.42}$$

где S - площадь магнитной поверхности, а усреднение проводится по формуле

$$<< F >> \equiv \oint F h_x h_z dx / \oint h_x h_z dx .$$

Тороидальная компонента продольной вязкости исчезает. Тороидальная проекция баланса сил связывает радиальный ток и тороидальную скорость. Чтобы связать ток с электрическим полем необходима еще продольная компонента баланса сил

$$nm_i \frac{dV_\parallel}{dt} = -\frac{B_x}{B} (\nabla p)_x - (\nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)})_\parallel - (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp)_\parallel + S^m_{i\,\parallel}. \tag{1.43}$$

Чтобы исключить из этого уравнения градиент давления, усредняем его с весом $B\sqrt{g}$:

$$< \vec{B} \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \frac{d\vec{V}}{dt}) > = - < \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} > + < \vec{B} \cdot \vec{S}^m_i >, \tag{1.44}$$

здесь угловые скобки используются так же, как в уравнении (1.23). Чтобы получить связь между током и электрическим полем комбинируем уравнения (1.42) и (1.44)

$$\left\langle\left\langle j_y \right\rangle\right\rangle = \frac{I}{S} = -<< \frac{\vec{B}_z \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \dfrac{d\vec{V}}{dt})}{B_z B_x} >> \cong \frac{< \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\pi}^{(0)} >}{< BB_x >} + \tilde{\delta} \, , \tag{1.45}$$

где

$$\tilde{\delta} = \frac{< \vec{B} \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + nm_i \dfrac{d\vec{V}}{dt}) \cdot (1 - \dfrac{<< B^2 >>}{B^2}) >}{< BB_x >} \, . \tag{1.46}$$

В противоположность работам [57, 60, 61] мы пренебрегаем здесь трением $\vec{S}_i^m$ ионов об атомы по сравнению с слагаемыми, ответственными за радиальный перенос тороидального (продольного) импульса, поскольку, как показывает моделирование, трение ионов об атомы намного меньше. Учитываем, что тороидальная и продольная скорости близки между собой. Поэтому можно пренебречь разницей между тороидальной и продольной проекциями аномальной вязкости и инерциального слагаемого в балансе сил. Параметр $\tilde{\delta}$ отражает разницу между разными способами усреднения аномальной вязкости и инерциального слагаемого.

Рассмотрим ситуацию, когда приложенная разность потенциалов не очень велика и соответствующая скорость электрического дрейфа намного меньше полоидальной скорости звука. Оценим разные слагаемые в уравнении (1.45) для стационарного случая. Оценка для аномальной вязкости и инерциального слагаемого:

$$<< \frac{\vec{B}_z \cdot (\nabla \cdot \vec{\pi}_\perp + \nabla nm_i \vec{V}\vec{V})}{B_z B_x} >> \sim \frac{\eta \left\langle V_z \right\rangle}{L^2 B_x} \, . \tag{1.47}$$

Здесь L - это типичный масштаб радиального профиля средней продольной скорости, который можно оценить, как расстояние между электродом и сепаратрисой. Из неоклассической теории, общее выражение для усредненной продольной вязкости, справедливое для всех частот столкновений ионов, имеет вид:

$$\left\langle \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)}\right\rangle = -\nu^{(mp)} n m_i \left(\frac{B}{h_y B_x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{T_i}{en}\frac{\partial n}{\partial y} + k_T\,\frac{\partial T_i}{e\partial y}\right) - \left\langle B V_z \right\rangle \right), \tag{1.48}$$

где $\nu^{(mp)}$ определен в работе [4]:

$$\nu^{(mp)} = \frac{3\left\langle \left(\frac{\vec{B}}{B}\cdot\nabla B \right)^2 \right\rangle}{\left\langle B^2 \right\rangle}\frac{\mu_{i1}}{n m_i} \tag{1.49}$$

Чтобы оценить слагаемое $\tilde{\delta}$ в уравнении (1.45) необходимо использовать продольную (тороидальную) скорость, эквивалентную выражению (1.9), приведенному для простой геометрии

$$V_z = V_z^{P.S.} + \frac{\left\langle V_z B\right\rangle}{B}; \qquad V_z^{P.S.} = \left[\left(\frac{\partial p_i}{en\partial y} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\frac{B_z}{h_y B_x B} - \frac{\left\langle V_z B\right\rangle}{B}\right]\left(1 - \frac{B^2}{\left\langle B^2\right\rangle}\right). \tag{1.50}$$

Постоянная часть V_z не дает вклада в $\tilde{\delta}$, важна только Пфирш-Шлютеровская часть скорости. Предполагая, что основной вклад в Пфирш-Шлютеровскую скорость $V_z^{P.S.}$ дает электрический дрейф, получаем

$$\tilde{\delta} \sim \frac{\eta E}{B_x^2 L^2}\varepsilon^2 . \tag{1.51}$$

Вводится параметр, аналогичный уравнению (1.34)

$$\kappa = \frac{\nu^{(mp)} L^2}{D} \quad . \tag{1.52}$$

Здесь опять используется оценка $\eta = n m_i D$, где D коэффициент аномальной поперечной диффузии. Из уравнений (1.45)-(1.51) следует, что слагаемое с продольной вязкостью оказывается больше, и слагаемым $\tilde{\delta}$ в уравнении (1.45) можно пренебречь, при $\kappa > \varepsilon^2$. Если это условие выполнено, радиальный ток из уравнения (1.45) можно выразить через продольную вязкость:

$$\left\langle\left\langle j_y \right\rangle\right\rangle = \frac{\left\langle \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)}\right\rangle}{\left\langle BB_x\right\rangle} \quad . \tag{1.53}$$

Тем не менее, вклад средней продольной скорости в полоидальную скорость в выражении (1.48) для продольной вязкости также зависит от параметра к. Из продольного баланса сил (уравнение (1.44)) при $\kappa < 1$ находим оценку для отношения скоростей электрического дрейфа и полоидальной проекции продольной скорости:

$$\left\langle V_z\right\rangle \sim \kappa E_y / B_x . \tag{1.54}$$

Поэтому для

$$1 > \kappa > \varepsilon^2 \tag{1.55}$$

из уравнений (1.48), (1.53) получается

$$\left\langle\left\langle j_y \right\rangle\right\rangle = -\nu^{(mp)} n m_i \frac{B}{\left\langle BB_x\right\rangle B_x h_y}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{T_i}{e}\left(\frac{\partial \ln n}{\partial y} + k_T\,\frac{\partial \ln T_i}{\partial y}\right)\right]. \tag{1.56}$$

Другими словами, если условие (1.55) выполнено, то радиальный ток зависит линейно от радиального электрического поля, в то время как полоидальная скорость определяется в первую очередь вкладом электрического дрейфа: $V_x \approx E_y / B$. Напротив, в случае, если

$$\kappa > 1 , \tag{1.57}$$

то вклад средней продольной скорости в продольную вязкость (уравнение (1.48)) значителен. При этом радиальный ток все так же можно выразить через продольную вязкость в соответствии с уравнением (1.53). При к>1, продольный баланс сил (1.44) можно выполнить только если сумма скоростей в правой части уравнения (1.53) близка к нулю. Другими словами, полоидальное вращение в этом режиме мало по сравнению с вкладом в него продольной скорости и электрическим дрейфом. Продольную вязкость в уравнениях (1.45), (1.53) оцениваем в соответствии с уравнением (1.48):

$$\frac{\left\langle \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)}\right\rangle}{\left\langle BB_x\right\rangle} \sim \frac{B}{B_x^2}\nu^{(mp)} n m_i < V_x > .$$

Из уравнений (1.45), (1.47), (1.52) получаем

$$V_x << \frac{B_x}{B}V_z\,; \quad V_x \sim \kappa^{-1}\frac{B_x}{B}V_z\;; \qquad \frac{E_y}{B} \cong -\frac{B_x}{B}V_z\,. \tag{1.58}$$

Поэтому радиальное электрическое поле дается неоклассической формулой, которая в общем случае диверторной геометрии записывается как:

$$E_y^{(NEO)} = \frac{T_i}{e}\left(\frac{1}{h_y}\frac{d\ln n}{dy} + k_T\frac{1}{h_y}\frac{d\ln T_i}{dy}\right) - \frac{B_x}{B}\left\langle BV_z\right\rangle . \tag{1.59}$$

Чтобы сосчитать радиальный ток, надо в этом случае использовать уравнение (1.45), в котором он связывается с тороидальной скоростью. Пренебрежем различиями в усреднении тороидальной скорости, что соответствует пренебрежению Пфирш-Шлютеровской частью скорости по сравнению с ее средним значением. Выражая тороидальную скорость из уравнения (1.59) через радиальное электрическое поле, и подставляя ее в уравнение (1.45), находим

$$\left\langle\left\langle j_y\right\rangle\right\rangle = \left\langle\left\langle \frac{1}{h_z B_x\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y}\left(m_i\Gamma_y - \frac{\eta_2}{h_y}\frac{\partial}{\partial y}\right)\left[\frac{E_y}{B_x} - \frac{T_i}{B_x e}\left(\frac{1}{h_y}\frac{d\ln n}{dy} + \frac{k_T}{h_y}\frac{d\ln T_i}{dy}\right)\right]\right\}\right\rangle\right\rangle, \tag{1.60}$$

где $\Gamma_y \cong -D\dfrac{\partial n}{h_y\partial y}$ это поток частиц. В этом случае профиль радиального электрического поля и эффективная поперечная проводимость не соответствуют уравнению (1.56).

Заметим, что в обоих случаях профиль тороидальной скорости один и тот же и определяется уравнением (1.42):

$$\left\langle\left\langle j_y \right\rangle\right\rangle = \left\langle\left\langle \frac{1}{h_z B_x \sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y}(m_i\Gamma_y - \frac{\eta}{h_y}\frac{\partial}{\partial y})V_z\right]\right\rangle\right\rangle, \tag{1.61}$$

в отличие от профиля электрического поля. Наконец, для

$$\kappa < \varepsilon^2 \tag{1.62}$$

радиальный ток нельзя выразить через продольную вязкость, и выражение для него более сложное. Продольная вязкость столь мала, что вклад слагаемого $\tilde{\delta}$ в радиальный ток больше, чем часть тока, пропорциональная продольной вязкости. Комбинируя уравнения (1.45) и (1.50), получаем

$$\left\langle\left\langle j_y \right\rangle\right\rangle = \frac{\left\langle \frac{B}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y}(m_i\Gamma_y - \frac{\eta}{h_y}\frac{\partial}{\partial y})\left[\frac{E_y}{B_x} - \frac{T_i}{B_x e}\left(\frac{1}{h_y}\frac{d\ln n}{dy} + \frac{k_T}{h_y}\frac{d\ln T_i}{dy}\right)\right]\right\}\left(1 - \frac{\left\langle\left\langle B^2\right\rangle\right\rangle}{B^2}\right)\right\rangle}{\left\langle BB_x\right\rangle}. \tag{1.63}$$

Чтобы аналитически рассчитать профиль электрического поля, необходимо задать граничные условия вблизи электрода и сепаратрисы. На сепаратрисе можно выбрать

$$V_z = 0\,. \tag{1.64}$$

В реальной ситуации, как видно из экспериментов и результатов моделирования, тороидальная скорость на границе SOL не равна нулю, но остается все же меньше, чем скорость внутри сепаратрисы, возникающая за счет протекания радиального тока. На внутренней границе, около электрода, в отсутствии нейтральной инжекции должен быть равным нулю радиальный поток продольного импульса:

$$m_i\Gamma_y V_z - \frac{\eta}{h_y}\frac{\partial V_z}{\partial y} = 0\,. \tag{1.65}$$

Чтобы получить простые выражения для профилей тороидального и полоидального вращения и электрического поля, надо сделать еще несколько предположений. Выберем $\eta_2 = nm_i D_{AN}^n$, $D_{AN}^n = const(y)$ и пренебрежем изменением по радиусу параметров h_x, h_z, B_x и B_z в области между сепаратрисой и заряженным электродом. Для $\kappa > \varepsilon^2$, пренебрегая полоидальным возмущением концентрации на магнитной поверхности, получаем из уравнения (1.61)

$$\langle V_z \rangle \approx < V_\parallel \frac{B_x^{\ 2}}{B^3} > / < \frac{B_x}{B^2} > = -\frac{I}{2\tilde{\alpha} n}\left[\left(r_s - r_p\right)^2 - \left(r - r_p\right)^2\right], \tag{1.66}$$

где параметр $\tilde{\alpha} = m_i D_{AN}^n S \frac{B_{(eq)}^2}{B_{x(eq)}^2} << \frac{B_x}{B^2} >>$ почти постоянен в радиальном направлении (подпись ‘eq’ (equatorial) соответствует внешнему обводу). Здесь r_s, r_p это радиальная координата сепаратрисы или заряженного электрода на внешнем обводе. Для положительного потенциала электрода, когда ток направлен от электрода к сепаратрисе, продольная скорость плазмы отрицательная (направлена по току). Характерный профиль тороидальной скорости показан на рисунке 12.

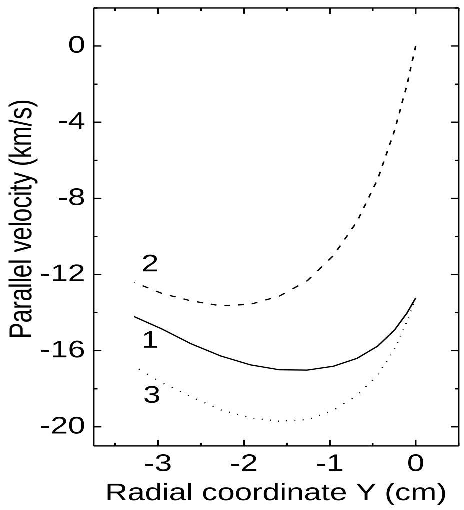


Рис. 12. Радиальный профиль усредненной по поверхности тороидальной скорости для положительного потенциала на электроде ($\varphi|_{электрод} = 400B, I = 67\,A,$ $n\ |_{-1см} = 2\cdot 10^{19} м^{-3},\ T_i\ |_{-1см} = 40 эB$): 1-расчетный профиль; 2-теоретическое предсказание для $V_\parallel\ |_{separatrix} = 0$; 3-теоретическое предсказание для скорости на сепаратрисе взятой из кода.

Профиль радиального электрического поля зависит от величины параметра κ. Если выполнено условие (1.57) то профиль поля определяется неоклассической формулой и повторяет профиль тороидальной скорости. Пренебрегая диамагнитным дрейфом по сравнению с электрическим дрейфом, получаем

$$E_{(eq)} = -\frac{I}{2n\chi_1}[(r-r_p)^2-(r_s-r_p)]^2, \tag{1.67}$$

где $\chi_1 = mD\left(\frac{B_{(eq)}}{B_{x(eq)}}\right)^3 S << \frac{B_x}{B^3} >>$. Этот режим впервые был рассмотрен в кандидатской диссертации автора. Предполагая линейный профиль концентрации вблизи сепаратрисы, можно рассчитать полное сопротивление плазмы (R=U/I, где U это разность потенциалов между электродом и сепаратрисой). Проинтегрируем уравнение (1.67):

$$R_{pl} = \frac{1}{2\chi_1}\frac{\left(r_s-r_p\right)^3}{n_p-n_s}\left[\frac{1}{2}+\frac{n_p}{n_p-n_s}+\left(\left(\frac{n_p}{n_p-n_s}\right)^2-1\right)\ln\left(\frac{n_s}{n_p}\right)\right], \tag{1.68}$$

Для меньших κ, когда выполнено условие (1.55), получаем из уравнения (1.56) (для Пфирш-Шлютеровского режима):

$$E_{(eq)} = \frac{I}{\chi_2\eta_0}, \tag{1.69}$$

где $\chi_2 = 3\frac{\left\langle B_x^2/B^4\right\rangle}{\left\langle B_x^2\right\rangle}\frac{B_{(eq)}}{B_{x(eq)}}\oint\left(\frac{\partial B}{h_x\partial x}\right)^2\frac{B_x}{B}h_z h_x dx$.

Тогда выражение для сопротивления плазмы

$$R_{pl} = \frac{1}{\chi_2}\int_{r_p}^{r_s}\frac{h_{y(eq)}dy}{\eta_0}. \tag{1.70}$$

Для очень маленьких κ, когда $\kappa < \varepsilon^2$, электрическое поле определяется как

$$E_{(eq)} = -\frac{I}{2n\chi_3}\left[(r-r_p)^2 - (r_s - r_p)^2\right], \qquad (1.71)$$

где $\chi_3 = mD\left(\frac{B_{(eq)}}{B_{x(eq)}}\right)^3 S << \frac{B_x}{B^3} >> \left(1 - \frac{< B_x^2 / B^2 >^2}{< B_x^2 >< B_x^2 / B^4 >}\right)$.

Профиль электрического поля такой же, как и в первом случае за исключением коэффициента $\left(1 - \frac{< B_x^2 / B^2 >^2}{< B_x^2 >< B_x^2 / B^4 >}\right) \sim \varepsilon^2$ входящего в χ_3. Радиальное электрическое поле при этом в ε^{-2} выше, чем неоклассическое поле. Сопротивление плазмы также больше:

$$R_{pl} = \frac{1}{2\chi_3}\frac{\left(r_s - r_p\right)^3}{n_p - n_s}\left\{\frac{1}{2} + \frac{n_p}{n_p - n_s} + \left[\left(\frac{n_p}{n_p - n_s}\right)^2 - 1\right]\ln\left(\frac{n_s}{n_p}\right)\right\}. \qquad (1.72)$$

Таким образом, в зависимости от параметров плазмы связь электрического поля и тока определяется выражениями (1.56), (1.60) или (1.67), а эффективное сопротивление плазмы выражениями (1.68), (1.70) или (1.72). Выражение (1.70), соответствующее случаю $1 > \kappa > \varepsilon^2$ было получено Рожанским и Тендлером в работе [14]. Два других режима $\kappa > 1$ и $\kappa < \varepsilon^2$ обнаружены в кандидатской диссертационной работе автора.

Моделирование было проведено для пристеночной плазмы в геометрии токамака ASDEX-Upgrade с помощью кода B2-SOLPS5.0. Аномальный коэффициент вязкости был выбран $\eta = nm_i D_{AN}^n$, с аномальным коэффициентом диффузии $D = 0.5\,м^2/c$. Присутствие заряженного электрода моделировалось с помощью заданного значения электрического потенциала или заданной плотности тока через внутреннюю границу численной сетки. Оба варианта задания граничного условия дают одинаковые результаты. Несколько расчетов были сделаны для разных параметров плазмы для проверки аналитических предсказаний.

Для всех параметров ион-нейтральное трение в продольном и тороидальном балансе сил было намного меньше, чем слагаемое, отвечающее за радиальный перенос продольного импульса. В отличие от оценок, сделанных в более ранних аналитических работах [57, 60, 61], трение ионов об атомы рассчитывалось согласованно с профилем продольной скорости атомов, с учетом увлечения их ионами.

Для моделирования режима $\kappa > 1$ были выбраны следующие концентрация и мощность нагрева плазмы $n\,|_{r-r_s=-1см} = 0.5\cdot 10^{19}\,м^{-3}$, $P = 80\,КВт$. Параметры плазмы будут указываться в точке 1*см* внутри сепаратрисы на внешнем обводе. Температура ионов меняется для разных токов в интервале $T_i|_{r-r_s=-1см} = 35 \div 50\,эВ$ из-за нагрева плазмы радиальным током. Максимальное значение параметра к было приблизительно 0.7, тем не менее, как видно из результатов моделирования, такое к соответствует режиму, при котором полоидальная проекция продольной скорости компенсирует полоидальный электрический дрейф. За счет особенностей геометрии (отличия формы поверхностей от круглой и Шафрановского сдвига) в к может входить численный фактор, в данном случае он больше единицы (~3-4). В простой тороидальной геометрии этот фактор близок к единице. Зависимости от тока различных компонент полоидальной скорости показаны на рисунке 13а. Видно, что полоидальный электрический дрейф в этом случае компенсирует полоидальную проекцию продольной скорости в соответствии с уравнением (1.58).

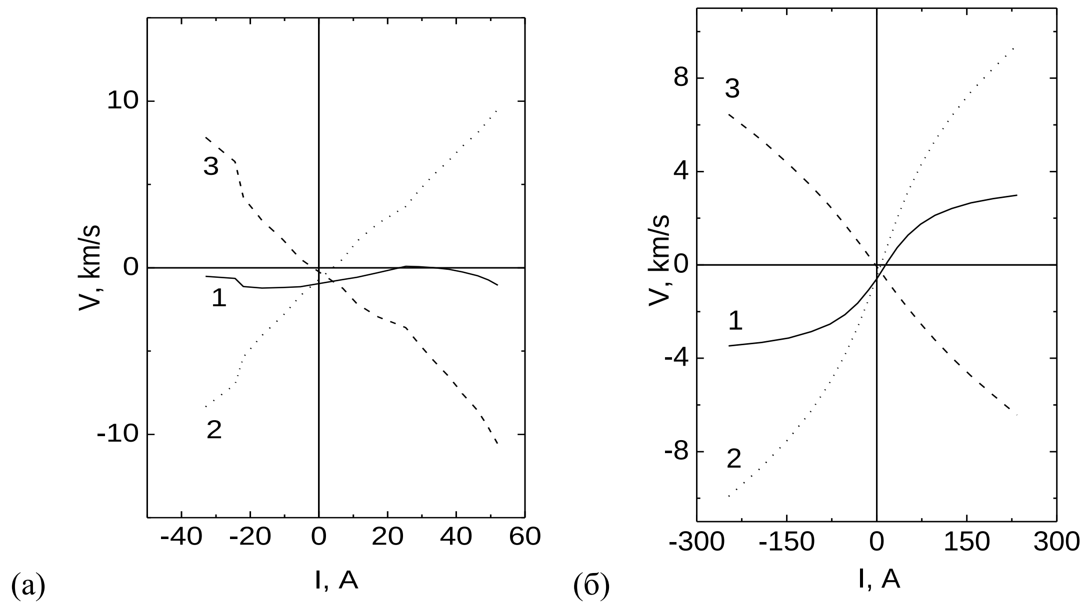


Рис. 13. Зависимость от тока различных компонент средней полоидальной скорости для

а) $\kappa = 0.7$ ($n|_{-1см} = 5 \cdot 10^{18} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 35 эВ$); б) $\kappa = 0.1$ ($n|_{-1см} = 2.7 \cdot 10^{19} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 32 эВ$):

1- полоидальная скорость $< V_x \dfrac{B_x}{B^2} > / < \dfrac{B_x}{B^2} >$;

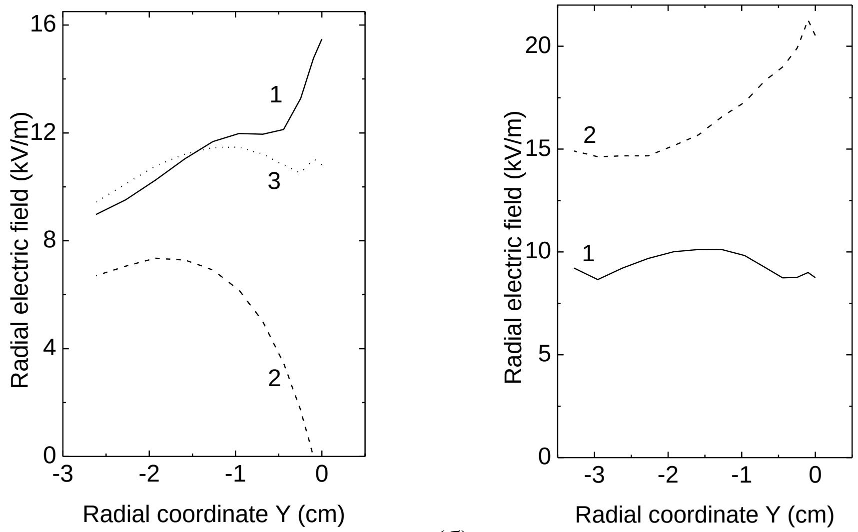
2- электрический дрейф $< V_E \dfrac{B_x}{B^2} > / < \dfrac{B_x}{B^2} >$;

3- полоидальная проекция продольной скорости $< V_\parallel \dfrac{B_x{}^2}{B^3} > / < \dfrac{B_x}{B^2} >$.

Скорости взяты на магнитной поверхности *r*-*a*=-1.6 *см* (на внешнем обводе).

Тороидальная скорость возрастает линейно с радиальным током при всех параметрах плазмы. Радиальный профиль тороидальной скорости, рисунок 12, сравнивался с аналитическим выражением (1.61). В аналитической формуле должно быть задано значение скорости на сепаратрисе. Самый простой способ – положить скорость на сепаратрисе равной нулю. Профиль рассчитанный аналитически для такого граничного условия (1.66) соответствует пунктирной линии на рисунке 12. Нулевое граничное условие не очень реалистично. Радиальный профиль тороидальной скорости с граничным условием равным скорости на сепаратрисе, рассчитанной с помощью кода, показан на рисунке 12 точечной линией (линия 3).

Радиальное электрическое поле сравнивается с аналитическими предсказаниями на рисунке 14а. Пунктирная линия 2 соответствует нулевому граничному условию для тороидальной скорости на сепаратрисе, и, следовательно, нулевому электрическому полю на сепаратрисе. Точечная линия 3 соответствует граничному условию, взятому из кода. Видно, что внутри области между электродом и сепаратрисой электрическое поле совпадает с неоклассическим (уравнение (1.59)). Вольт-амперная характеристика показана на рисунке 15а. Вычисленная в коде зависимость почти линейная, для средних приложенных напряжений ее наклон близок к предсказываемому уравнением (1.68). Для больших напряжений, когда V_z приближается к скорости звука, становятся заметными нелинейные эффекты, не рассмотренные здесь.



(а) (б)

Рис. 14. Профиль радиального электрического поля на внешнем обводе для

а) $\kappa = 0.7$ ($n|_{-1см} = 5\cdot 10^{18} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 35 эВ$); б) $\kappa = 0.1$ ($n|_{-1см} = 2.7\cdot 10^{19} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 32 эВ$):

1-расчетный профиль; 2-теоретическое предсказание для $V_{\parallel}|_{separatrix} = 0$;

3-теоретическое предсказание для скорости на сепаратрисе взятой из кода.

Для моделирования режима $1 > \kappa > \varepsilon^2$ (уравнения (1.54)-(1.56), (1.69)-(1.70)) были выбраны следующие параметры плазмы $n|_{r-r_s=-1см} = 2.7\cdot 10^{19} м^{-3}$, $P = 0.4 MBm$, ионная температура $T_i|_{r-r_s=-1см} = 32 \div 34 эB$, $\kappa \approx 0.1$. Как уже отмечено, с учетом численного фактора эффективно этот параметр больше. Поскольку для ASDEX-Upgrade $\varepsilon^2 \approx 10^{-1}$, параметр κ невозможно выбрать так, чтобы он с большой точностью отвечал обоим неравенствам в соотношении (1.55). Различные компоненты полоидальной скорости показаны на рисунке 13б. Для малых приложенных напряжений полоидальное вращение того же порядка, что и полоидальный электрический дрейф. В этом режиме радиальное поле пропорционально радиальному току (уравнения (1.56), (1.70)). Вычисленное в коде и аналитически электрическое поле показано на рисунке 14б. Вольт-амперная характеристика показана на рисунке 15б. Видно, что для промежуточных приложенных напряжений результаты моделирования согласуются с предсказаниями теории.

Эксперименты с заряженным электродом проводились на нескольких токамаках (CCT, TUMAN-3, TEXTOR) и было получено много экспериментальных данных. На токамаке TEXTOR [57, 60, 61] была измерена не только вольт-амперная характеристика, но и профили электрического поля, температуры и концентрации плазмы.

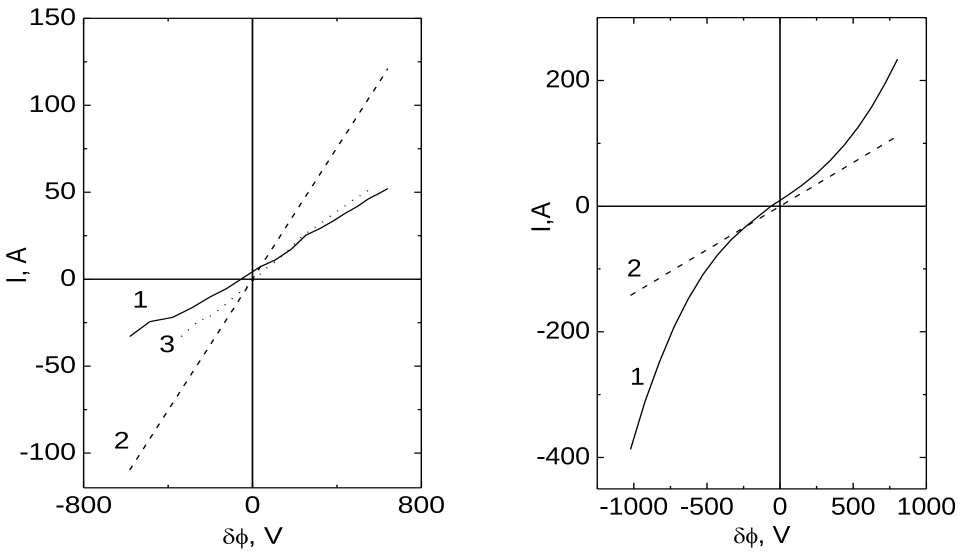


Рис. 15. Вольт-амперная характеристика (разность потенциалов взята между электродом и сепаратрисой; радиальный ток проинтегрирован по магнитной поверхности) для

а) $\kappa = 0.7$ ($n|_{-1см} = 5\cdot 10^{18} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 35эB$); б) $\kappa = 0.1$ ($n|_{-1см} = 2.7\cdot 10^{19} м^{-3}$, $T_i|_{-1см} = 32эB$):

1-расчетный профиль; 2-теоретическое предсказание для $V_{\parallel}|_{separatrix} = 0$;

3-теоретическое предсказание для скорости на сепаратрисе взятой из кода.

Расчеты для параметров разряда, соответствующих случаю $\kappa < \varepsilon^2$ тоже проводились, и рассмотрены в кандидатской диссертации автора, однако в установках такой режим практически не реализуется, поэтому здесь эти результаты не приведены.

Схема эксперимента с заряженным электродом для токамака TEXTOR показана на рисунке 10. Параметры токамака TEXTOR: $R = 1.75\,м$, $r = 0.46\,м$, $B = 2.4T$, $I \leq 200\,кА$, заряженный электрод был установлен внутри сепаратрисы на расстоянии $4 \div 6\,см$. Ионная температура в этой области была $30 \div 40\,эВ$, концентрация плазмы убывала от $4 \cdot 10^{18}\,м^{-3}$ около электрода до $(0.5 \div 1) \cdot 10^{18}\,м^{-3}$ на сепаратрисе в L-режиме. В качестве оценки аномального коэффициента диффузии можно взять $D_{AN} = 0.5 м^2 / с$. Для таких параметров можно оценить $k \approx 0.7$. Поскольку для этих параметров плазма оказывается на границе Пфирш-Шлютеровского режима и режима плато, это надо учитывать в выражении для продольной вязкости, а следовательно, и для к. Для вычисления сопротивления плазмы можно использовать уравнение (1.68) или (1.70). Используя уравнение (1.70) для продольной вязкости в режиме плато получаем $R \approx 4.9\ Ом$. Используя уравнение (1.68) получаем сопротивление $R \approx 1.4\ Ом$. ВАХ токамака TEXTOR [57] показана на рисунке 11б. Экспериментальное значение сопротивления плазмы надо рассчитывать по положительной ветви ВАХ, поскольку при отрицательном токе на зонд стекают ионы, и происходит быстрое насыщение тока на уровне потока ионов с тепловой скоростью. Измеренное сопротивление находится в диапазоне $4.4 \div 5.3\ Ом$. Аналитический профиль продольной скорости (уравнение(1.66)) находится в согласии с измеренным профилем, представленным в работе [61], если положить $\eta_2 = nm_i D_{AN}$, $D_{AN} = 1 м^2 / с$. Вычисленные значения тороидальной скорости порядка 30-40 *км/с*. Профиль радиального электрического поля в нелинейном режиме нельзя сравнивать с результатами моделирования, потому что эффект уменьшения продольной вязкости для полоидального вращения, близкого к скорости звука, который важен в режиме плато, не учитывается в коде.

1.6 Выводы

Электрическое поле в плазме токамака близко к неоклассическому в отсутствие дополнительных механизмов, ведущих к возникновению тока через магнитные поверхности. В случае, если электрическое поле на границе рассматриваемой области оказывается отличным от неоклассического, перестройка электрического поля к неоклассическому происходит на масштабе, определяемом турбулентным переносом импульса.

В случае наличия механизмов переноса тока, например, в экспериментах с электродом, существует радиальная проводимость плазмы. В зависимости от параметров плазмы, в частности, величины турбулентной вязкости, возможны различные режимы проводимости. При достаточно большой турбулентной вязкости возможен режим, при котором тороидальное раскручивание плазмы невелико, отклонение электрического поля от неоклассической величины существенно, ток пропорционален отклонению электрического поля от неоклассического, и проводимость зависит от продольной классической вязкости. При относительно слабом турбулентном переносе импульса происходит тороидальное раскручивание плазмы, электрическое поле остается близким к неоклассическому, и ток пропорционален коэффициенту турбулентной вязкости. Во всех режимах этот ток переносится ионами.

Гидродинамическое моделирование и экспериментальные измерения подтверждают наличие этих механизмов протекания тока.

Глава 2. Описание пристеночной плазмы при включении резонансных магнитных возмущений с учетом неоклассической проводимости

2.1. Обзор экспериментальных данных

На токамаке DIII-D [10, 20, 32, 62, 63] а позже на JET [21], ASDEX-Upgrade [19], EAST [22, 24] и других установках было показано, что крупномасштабные неустойчивости в транспортном барьере токамака (ELMs) в режиме улучшенного удержания можно подавить или существенно уменьшить применяя резонансные магнитные возмущения. Витки с током для создания RMP используются практически на всех больших токамаках: DIII-D, JET, MAST, ASDEX-Upgrade(AUG) и других, и планируются на ИТЭР. На рисунке 1 приведена схема витков для создания RMP на токамаке DIII-D и реконструкция создаваемого ими магнитного поля в стохастическом слое.

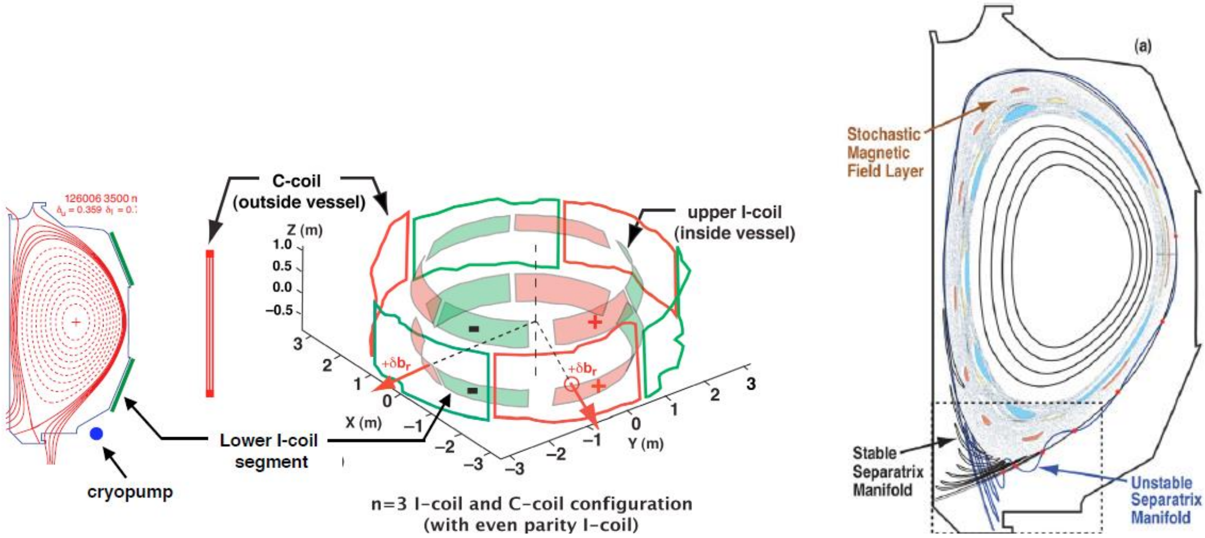
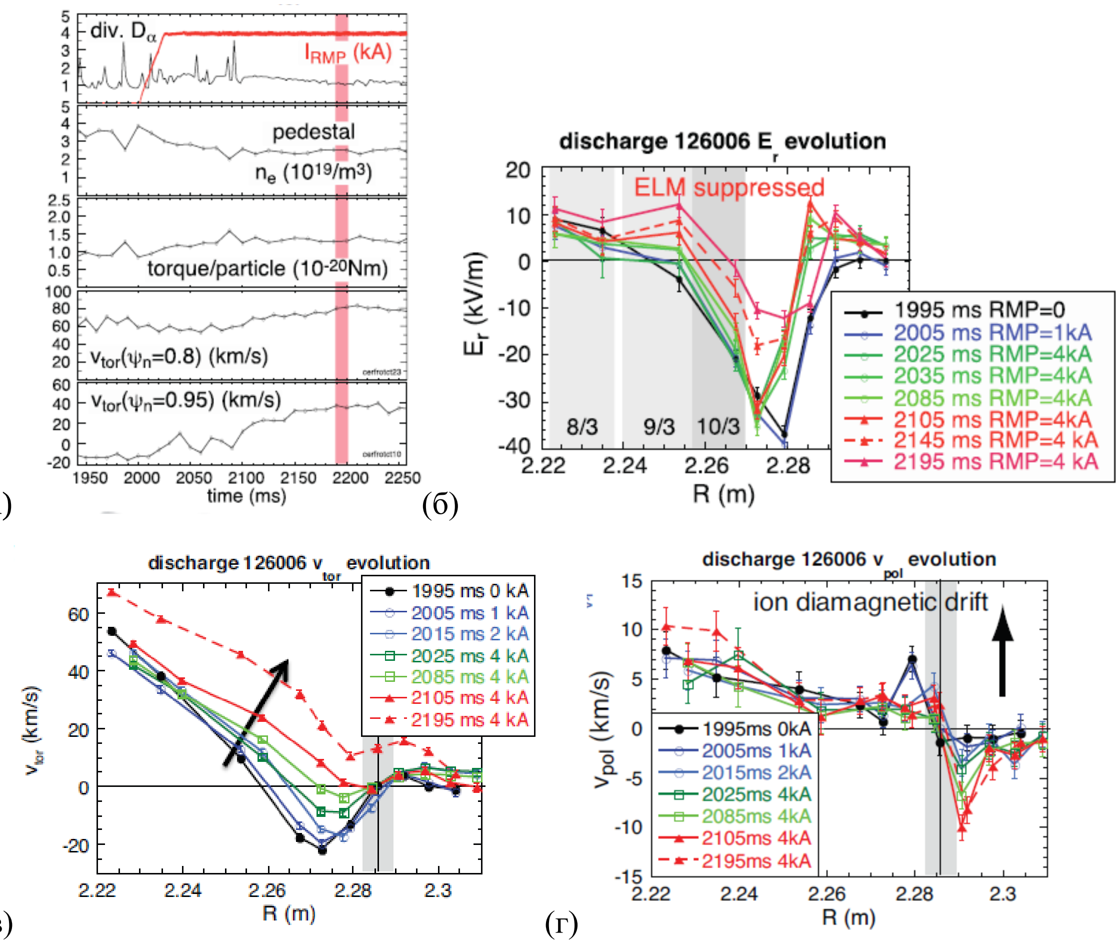


Рис. 16. Система витков с током для создания резонансных магнитных возмущений для токамака DIII-D [63] и реконструкция стохастического слоя магнитного поля для этого токамака [23] на базе исходного магнитного равновесия плазмы и не заэкранированных внешних магнитных возмущений.

Наиболее вероятный механизм подавления ELMs при включении RMP – уменьшение градиента давления в области транспортного барьера ниже порога неустойчивости для первого типа ELMs [23, 63]. На рисунке 17(a) представлен типичный сценарий подавления ELM с помощью RMP в токамаке DIII-D. О подавлении ELMs свидетельствует исчезновение вызываемых ими пиков в сигнале D_α из дивертора. Основной вклад в уменьшение градиента давления дает так называемый “эффект откачки”, при котором концентрация плазмы уменьшается, что видно из уменьшения ее средней величины в разряде, а температура в области транспортного барьера не уменьшается и может даже расти. Типичные профили концентрации и температур плазмы на внешнем обводе, получаемые в эксперименте, показаны на рисунке 18.



(а) (б) (в) (г)

Рис. 17. Параметры разряда #126006 в токамаке DIII-D с включением RMP для подавления ELMs [10]. (а) Зависимость от времени (сверху вниз) излучения в диверторе D_α и ток в катушках RMP; концентрация плазмы, по хорде, проходящей через центр разряда; момент силы в тороидальном направлении со стороны NBI, в расчете на одну частицу; тороидальная скорость плазмы в двух радиальных позициях. (б) Эволюция со временем радиального электрического поля на периферии плазмы; (в) Эволюция со временем тороидальной скорости на периферии плазмы; (г) Эволюция со временем полоидальной скорости на периферии плазмы.

На первый взгляд, при формировании слоя со стохастическим магнитным полем при включении RMP в первую очередь должна падать температура электронов за счет механизма теплопроводности Рочестера-Розенблюта. Согласно этому механизму, перенос тепла происходит в основном благодаря проекции на радиальное направление продольных потоков тепла в стохастизированном магнитном поле. Поскольку перенос ионов и тепла ионов в продольном направлении существенно медленнее за счет их большей инерции, концентрация и температура ионов должны меняться существенно слабее. В некоторых моделях [64] для объяснения экспериментальных данных были сделаны специальные предположения об изменении транспортных коэффициентов.

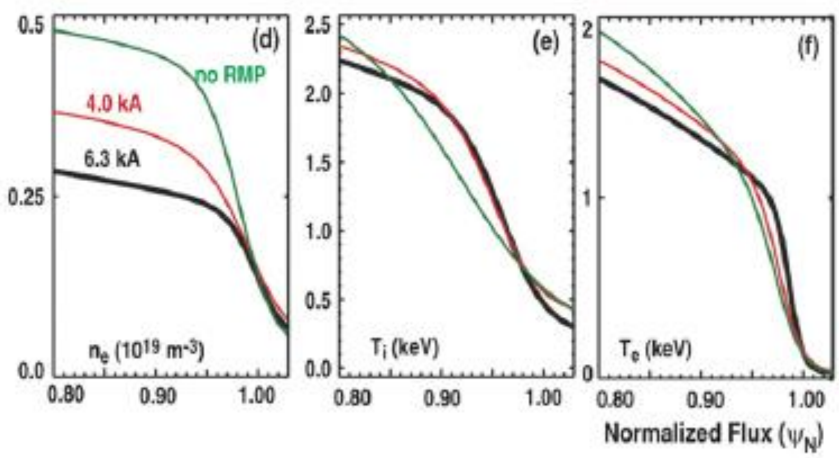


Рис. 18. Изменение радиальных профилей концентрации и температур в разряде #126442 в токамаке DIII-D при включении RMP [20].

В то же время, как показано в диссертации, наблюдения можно объяснить изменением конвективных потоков в транспортном барьере, согласованным с изменением амбиполярного электрического поля при появлении RMP. Можно показать, что модификация потоков ведет к эффекту откачки, причем температура в области пьедестала возрастает, несмотря на дополнительную теплопроводность в стохастическом магнитном поле. Аналитическая модель похожа на рассмотренную в работе [65]. В диссертационной работе аналитические выкладки проведены более детально и дополнены результатами моделирования при помощи кода B2SOLPS5.2. Результаты моделирования экспериментов на токамаке MAST находятся в качественном согласии с аналитической моделью откачки и описывают количественно эффект откачки в эксперименте, если предположить, что для H-режима вакуумное возмущение магнитного поля внешними катушками существенно экранируется плазмой. Для L-режима предсказывается незначительный эффект откачки, в качественном согласии с экспериментами на токамаке DIII-D [66]. Слабый эффект откачки в L-режиме не согласуется с результатами на токамаке MAST, поэтому для L-режима в этом токамаке приходится предположить усиление турбулентного переноса при RMP.

Во многих экспериментах с RMP (токамаки MAST, AUG, DIII-D) [10, 25, 67, 68, 69] радиальное электрическое поле становится менее отрицательным или даже меняет знак, как это показано на рисунке 17б, если экранирование RMP плазмой не слишком велико (это случаи с низкой плотностью плазмы и низкой столкновительностью [27, 70]). Радиальная координата здесь направлена из основной плазмы к сепаратрисе, так что положительное электрическое поле направлено из плазмы, противоположно градиенту давления. В некоторых экспериментах [10, 26] наблюдалось, что полоидальное вращение плазмы в присутствии резонансных возмущений магнитного поля остается таким же, как без RMP, как показано на рисунке 17г, а их тороидальная скорость, сонаправленная с током по плазме, возрастает, как показано на рисунке 17в. В L-режиме в разрядах с RMP на токамаке MAST [70] одновременно меняются электрическое поле и тороидальное вращение, причем вклад изменения тороидального вращения в формирование электрического поля оказывается существенным. Хотя во всех экспериментах с достаточным уровнем RMP электрическое поле становится более положительным, и наблюдается ускорение плазмы, сонаправленное с основным током [66, 26, 70], возможны две разные ситуации: 1. Полоидальное вращение меняется по сравнению с неоклассической величиной, 2. Полоидальное вращение остается неоклассическим, таким же, как без RMP. Эти две возможности рассмотрены аналитически в диссертационной работе. Получено уравнение для определения величины электрического поля при RMP и уравнение для тороидального вращения, являющееся комбинацией тороидального баланса сил и условия амбиполярности. Проанализированы величина и пространственный профиль тороидального вращения при RMP, и предложен критерий для реализации сценария с неоклассическим полоидальным вращением при RMP. Проведено сравнение экспериментальных результатов с токамака DIII-D [26] с предсказаниями предложенной модели.

2.2. Электрическое поле и тороидальное вращение. Аналитическая модель

Для простоты рассмотрим задачу в тороидальной геометрии для токамака с круглым сечением, большим аспектным отношением ($\varepsilon = a/R \ll 1$) и без Шафрановского сдвига, Рис. 2. Предполагается, что полоидальное магнитное поле B_θ мало по сравнению с тороидальным $B_\phi \approx B \gg B_\theta$. Рассмотрена чистая плазма с зарядом иона Z=1. Численное моделирование [20а, 22а] показывает, что выражения, полученные в этих предположениях, остаются правильными с точностью до численных коэффициентов в случае реалистичной формы магнитных поверхностей в токамаке.

Предположим, что в H-режиме в области транспортного барьера внутри сепаратрисы сразу за ней существует стохастический слой ширины L близкой к ширине барьера порядка нескольких сантиметров, рисунок 19. Не будем в этой главе рассматривать отклик плазмы на внешнее возмущение магнитного поля, в частности, его экранирование, а будем считать его заданной величиной.

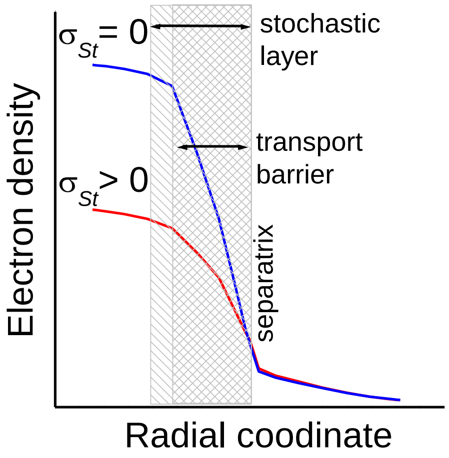


Рис. 19. Схематический вид транспортного барьера, стохастического слоя, и профиля концентрации на внешнем обводе с эффектом откачки при включении RMP.

Стохастический слой характеризуется коэффициентом диффузии магнитного поля D_{St}, который описывает случайное блуждание силовой линии в радиальном направлении при продвижении вдоль ее длины [86] ($\langle \Delta r \rangle^2 = 2D_{St} l$, здесь l – расстояние, пройденное вдоль силовой линии). Размерность D_{St} - метры. Коэффициент диффузии пробных электронов в силу их движения вдоль стохастизованного магнитного поля в бесстолкновительном случае дается известной формулой Рочестера-Розенблюта $D_e = D_{St} V_{Te}$ и измеряется в $[\,м^2/c\,]$. Радиальный ток электронов в стохастическом слое был вычислен в [85]. Электронная проводимость вызвана потоком электронов вдоль возмущенных силовых линий магнитного поля, который в силу их стохастизации имеет ненулевую среднюю радиальную компоненту. Соответствующий радиальный ток:

$$j_r^e = \sigma_{St}(E_r - E_r^{St}), \qquad (2.1)$$

$$E_r^{St} = -\left(\frac{T_e}{e}\frac{d\ln n_e}{dr} + \alpha\frac{T_e}{e}\frac{d\ln T_e}{dr}\right).$$

В бесстолкновительном случае ($\lambda_e/\tilde{L}_k >> 1$, где λ_e это длина свободного пробега электронов, $\tilde{L}_k$ - длина корреляции, порядка Колмогоровской длины; для токамака можно сделать оценку $\tilde{L}_k \sim qR$):

$$\sigma_{St} = i_\sigma n_e e^2 D_{St} \sqrt{\frac{2}{\pi m_e T_e}}\,, \tag{2.2}$$

где i_σ - это численный коэффициент порядка единицы, $\alpha = 0.5$.

В столкновительном случае ($\lambda_e / \tilde{L}_k << 1$)

$$\sigma_{St} = \frac{\sigma_\| D_{St}}{\tilde{L}_k}\,, \tag{2.3}$$

где $\sigma_\|$ - Спитцеровская проводимость, $\alpha = 1.71$.

Электронный ток должен быть скомпенсирован ионным током, который определяется неоклассическими эффектами, и рассмотрен в главе 1:

$$j_r^i = \sigma_{NEO}(E_r - E_r^{NEO})\,. \tag{2.4}$$

С точки зрения движения ионов возмущение магнитного поля несущественно. Типичное возмущение магнитного поля при RMP $B_r / B = 10^{-4}$, $D_{st} \sim 10^{-7}\, м$. Для того, чтобы облететь магнитный остров с одной стороны на другую или существенно продвинуться по радиусу при тепловом движении вдоль стохастизированного магнитного поля, иону необходимо было бы пройти много раз по полоидальному обходу. В то же время замыкание электрического и диамагнитного дрейфа и продольных потоков происходит на одном обходе по полоидальному углу. Поэтому структура продольных потоков и дрейфов, а следовательно, продольной вязкости и неоклассической проводимости, остаются теми же, что и без стохастизации.

Тороидальная скорость при этом может быть вычислена из баланса тороидальной компоненты силы $\vec{j}^{\,i} \times \vec{B}$ и радиального переноса тороидального вращения аномальной поперечной вязкостью, так же, как в эксперименте с электродом в главе 1, уравнение (1.33). В стационарном случае, подразумевая усредненные по невозмущенной магнитной поверхности величины, можно записать

$$j_r^i B_\theta = -\frac{d}{dr}\left(\eta \frac{dU_T}{dr}\right). \tag{2.5}$$

В этом случае, в отличие от экспериментов с электродом, раскручивание плазмы происходит, несмотря на то, что в целом ток через плазму не течет. Дело в том, что ток электронов идет в основном вдоль возмущенных силовых линий магнитного поля, и не приводит к появлению силы $\vec{j}^e \times \vec{B}$. Компенсирующий его ионный ток течет поперек магнитного поля и приводит к раскручиванию плазмы.

Неоклассическая тороидальная вязкость [71] (NTV) после усреднения по магнитной поверхности дает небольшой вклад в уравнение (2.5). Модель NTV описывает влияние на внутреннюю плазму нерезонансных возмущений магнитного поля, не разрушающих магнитные поверхности. Тороидальная сила возникает при усреднении неоклассической вязкости в присутствии возмущений, которые нарушают тороидальную симметрию. Эта сила существует во всем объеме, где существуют возмущения магнитного поля. В рассмотренном в диссертации стохастическом слое, в отличие от плазмы с нерезонансными возмущениями магнитного поля, существует продольный ток электронов, который замыкается радиальным ионным током. Сила $\vec{I} \times \vec{B}$ влияет на тороидальный баланс сил и должна быть компенсирована поперечной вязкостью, которую следует сравнить с силой NTV.

Усредненная тороидальная проекция неоклассической вязкой силы может быть оценена как [71]:

$$\left(\nabla \cdot \vec{\vec{\pi}}^{NEO}\right)_{\phi} \sim \frac{n_e T_i}{\nu_i} \frac{U_T}{R^2} \varepsilon^{3/2} \sum_{m,n} n^2 \left(\frac{B_{r\vec{k}}}{B}\right)^2 \qquad (2.6a)$$

в банановом режиме и

$$\left(\nabla \cdot \vec{\vec{\pi}}^{NEO}\right)_{\phi} \sim \frac{n_e T_i}{\nu_i + \dfrac{\sqrt{T_i / m_i}}{qR}} \frac{U_T}{R^2} \sum_{m,n} n^2 \left(\frac{B_{r\vec{k}}}{B}\right)^2 \qquad (2.6b)$$

в режимах Пфирша-Шлютера и плато. Здесь n - это тороидальное число данной гармоники RMP и $B_{r\vec{k}}$ - ее амплитуда. Вклад поперечной вязкости в тороидальный баланс сил, в случае если вращение существенно меняется за счет RMP, оценивается как

$$\left(\nabla \cdot \vec{\vec{\pi}}^{AN}\right)_{\phi} \sim n_e m_i D \frac{U_T}{L^2} . \qquad (2.7)$$

Для характерных параметров стохастического слоя этот вклад, по меньшей мере, на два порядка больше, чем неоклассическая тороидальная вязкость. В случае незначительного изменения тороидальной скорости и существенного изменения полоидальной скорости при RMP правильнее сравнивать силу NTV с силой $\vec{I} \times \vec{B}$ выраженной через уравнение (2.4):

$$\left[\vec{j} \times \vec{B}\right]_{\phi} \sim B_{\theta} \sigma_{NEO} E_r^{NEO} \quad . \tag{2.8}$$

Эта оценка тоже дает малый вклад NTV в тороидальный баланс сил в стохастическом слое. В то же время, стохастический слой тонок по сравнению с областью, где существуют нерезонансные магнитные возмущения, и в этой последней неоклассическая тороидальная вязкость может быть важна.

Подставляя ионный ток из уравнения (2.4) в уравнение (2.5), получаем уравнение для тороидальной скорости

$$\sigma_{NEO}(E_r - E_r^{NEO})B_{\theta} = -\frac{d}{dr}(\eta \frac{dU_T}{dr}) \, . \tag{2.9}$$

Тороидальная скорость входит в левую часть этого уравнения через E_r^{NEO}, уравнение (1.14). Подставляя уравнение (1.14) в уравнение (2.9), получаем

$$\sigma_{NEO}[E_r - \frac{T_i}{e}(\frac{d\ln n_e}{dr} + k_T \frac{d\ln T_i}{dr}) - B_p U_T]B_{\theta} = -\frac{d}{dr}(\eta \frac{dU_T}{dr}) \, . \tag{2.10}$$

Учитывая, что в силу амбиполярности $j_r^i = -j_r^e$, и используя уравнения (2.1) и (2.4), мы можем исключить электрическое поле из уравнения (2.10). Для простоты, чтобы выделить и классифицировать разные режимы, предположим $\eta = const(r)$. Тогда уравнение для тороидальной скорости принимает вид

$$\frac{d^2 U_T}{dr^2} = \frac{U_T - U_T^{St}(r)}{L_{\sigma}^2} \tag{2.11}$$

где

$$U_T^{St} = -\frac{T_e + T_i}{B_\theta e}\frac{d\ln n_e}{dr} - \alpha\frac{T_e}{B_\theta e}\frac{d\ln T_e}{dr} - k_T\frac{T_i}{B_\theta e}\frac{d\ln T_i}{dr}, \tag{2.12}$$

$$L_\sigma = \sqrt{\frac{\eta}{B_\theta^2}\left(\frac{1}{\sigma_{NEO}} + \frac{1}{\sigma_{St}}\right)}. \tag{2.13}$$

Уравнение (2.11) определяет профиль тороидального вращения. Если тороидальная скорость на сепаратрисе определяется потоками снаружи от нее, в SOL (scrape-off layer), то она принимает величину $U_T^{St}(r)$ на масштабе L_σ при продвижении от сепаратрисы вглубь стохастического слоя. Значение $U_T^{St}(r)$ оказывается предельным для тороидальной скорости в стохастическом слое при RMP. Граничным условием для уравнения (2.11) со стороны центральной плазмы должен быть заданный радиальный поток тороидального импульса Γ_r^{mV}, определяемый нейтральной инжекцией (NBI) и неоклассической тороидальной вязкостью (NTV) в центральной плазме [71]. Предполагая, что радиальный перенос импульса осуществляется поперечной аномальной вязкостью, можно записать это граничное условие как $-\eta\frac{dU_T}{dr} = \Gamma_r^{mV}$.

Можно выделить несколько предельных случаев, определяемых тремя характерными масштабами системы, а именно шириной стохастического слоя L, масштабом $L_U = \left|\frac{U_T^{St}}{dU_T^{St}/dr}\right|$ (пространственный масштаб изменения градиентов концентрации и температур плазмы) и масштабом L_σ изменения тороидальной скорости в уравнении (2.11).

Если масштаб L_σ самый большой, $L_\sigma \gg L_U, L$, тороидальное вращение ни в какой точке не успевает достигнуть значения $U_T^{St}(r)$. В главе 1 был введен параметр κ, уравнение (1.34). Этот параметр можно по-другому вывести как отношение продольной неоклассической вязкости и поперечной аномальной вязкости в продольном балансе сил. (Обе силы усреднены по объему между двумя соседними магнитными поверхностями с весом *B*, чтобы исключить из баланса градиент давления; предполагаем для оценки $V_\theta - V_\theta^{NEO} \sim E_r^{NEO}/B$ и $\delta U_T \sim E_r^{NEO}/B_\theta$). В качестве характерного масштаба здесь берется ширина стохастического слоя *L*, по которому может течь электронный ток. Если

$$\kappa = \frac{3B_\theta^2}{2B^2}\frac{\mu_{i1}}{n_e m_i D}\frac{L^2}{R^2} < 1, \tag{2.14}$$

то с учетом уравнений (1.22) и (2.13) мы получаем, что, не зависимо от значения σ_{St} , условие

$$L_\sigma >> L \tag{2.15}$$

оказывается выполнено. В этом случае тороидальное вращение, вызванное RMP, не дает существенного вклада в радиальное электрическое поле. Электрическое поле можно определить из условия амбиполярности

$$E_r = \frac{\sigma_{St} E_r^{St} + \sigma_{NEO} E_r^{NEO}}{\sigma_{St} + \sigma_{NEO}} \tag{2.16}$$

с несущественным вкладом тороидального вращения. Полоидальное вращение в этом случае отличается от неоклассического и может быть определено из уравнения (2.16):

$$V_\theta - V_\theta^{NEO} \approx -\frac{E_r - E_r^{NEO}}{B} = \frac{\sigma_{St}\left(E_r^{NEO} - E_r^{St}\right)}{B\left(\sigma_{St} + \sigma_{NEO}\right)} \tag{2.17}$$

Другими словами, в случае $\kappa < 1$ включение RMP приводит к отклонению полоидального вращения от неоклассического, а ускорение плазмы в тороидальном направлении слишком мало, чтобы привести к существенному изменению неоклассического электрического поля, определяемого уравнением (1.14).

Рассмотрим детально противоположную ситуацию

$$\kappa > 1. \tag{2.18}$$

Если σ_{St} достаточно велико ($\sigma_{St} \geq \sigma_{NEO}$), то из уравнений (2.13) и (2.14) следует

$$L_\sigma << L \tag{2.19}$$

Если одновременно $L_\sigma << L_U$, то предельная величина U_T^{St} меняется достаточно медленно вдоль r, и тогда почти везде внутри стохастического слоя, за исключением узкой области ширины L_σ на его внутренней границе и на сепаратрисе, тороидальная скорость достигает величины U_T^{St}. Из уравнения (1.14) следует, что при этом радиальное электрическое поле, соответствующее неоклассическому полоидальному вращению, благодаря вкладу тороидальной скорости становится равно положительному стохастическому электрическому полю:

$$E^{NEO} \approx E^{St} = -\frac{T_e}{e}\frac{d\ln n_e}{dr} - \alpha\frac{T_e}{e}\frac{d\ln T_e}{dr}. \tag{2.20}$$

Полоидальная скорость при этом будет близка к неоклассической.

Можно заметить, что, независимо от параметра κ, в случае $\sigma_{St} >> \sigma_{NEO}$ радиальное электрическое поле стремится к величине E^{St}. Но в случае $\kappa > 1$ радиальное поле может приблизиться к E^{St} даже при $\sigma_{St} << \sigma_{NEO}$, если тороидальная скорость приближается к U_T^{St} в силу $L_\sigma << L$. Масштаб L_σ теперь, в соответствии с уравнением (2.13), определяется σ_{St}.

Изменение полоидального вращения за счет RMP можно найти следующим образом. Выражая электрическое поле из уравнения (2.17) и подставляя его в уравнение (2.10) получаем

$$\sigma_{NEO}\left(V_\theta - V_\theta^{NEO}\right)BB_\theta = \frac{d}{dr}\left(\eta\frac{dU_T}{dr}\right), \tag{2.21}$$

и затем, используя уравнения (2.11) и (2.13) получаем

$$V_\theta - V_\theta^{NEO} = \frac{\sigma_{St}}{\sigma_{NEO}+\sigma_{St}}\frac{B_\theta}{B}\left(U_T - U_T^{St}(r)\right). \tag{2.22}$$

Видно, что при тороидальной скорости, приближающейся к предельному значению $U_T^{St}(r)$, полоидальное вращение близко к неоклассическому. В силу уравнения (2.22) полоидальное вращение близко к неоклассическому и при

$$\sigma_{St} < \sigma_{NEO}, \tag{2.23}$$

даже при тороидальной скорости, отличающейся от U_T^{St} т.е. при $L_U << L_\sigma, L$ или $L << L_\sigma, L_U$. Изменение тороидальной скорости, вызванное стохастичностью, в этих случаях можно оценить из уравнения (2.11) как

$$\delta U \approx (U_T^{St} - U_0)L_U^2 / L_\sigma^2 \tag{2.24a}$$

или

$$\delta U \approx (U_T^{St} - U_0)L^2 / L_\sigma^2 \tag{2.24b}$$

соответственно. Здесь U_0 - это скорость тороидального вращения без RMP.

Задача усложняется, если учитывать конвективный перенос тороидального импульса, который появляется при наличии ионизационного источника ионов внутри сепаратрисы. В этом случае правая часть уравнений (2.5) и (2.9) становится равна $-\frac{d}{dr}(\eta\frac{dU_T}{dr})+\frac{d}{dr}(mU_T\Gamma)$, где $\Gamma=\Gamma(r)$ это конвективный поток ионов. Если поток ионов постоянен в стохастическом слое и именно он определяет перенос тороидального импульса, то уравнения можно пересмотреть аналитически. В этом случае характерный масштаб для $U_T-U_T^{St}(r)$ равен $L'_\sigma=\frac{m_i\Gamma}{B_p^2}\left(\frac{1}{\sigma_{NEO}}+\frac{1}{\sigma_{St}}\right)$. Обычно конвективный перенос тороидального импульса оказывается того же порядка, что и его перенос аномальной вязкостью, а характерная длина ионизации того же порядка, или меньше, что и ширина стохастического слоя и транспортного барьера. Поэтому для количественного описания этого случая надо пользоваться численным моделированием. В то же время уравнение (2.22) остается верным даже в случае конвективного переноса тороидального импульса, поскольку оно выводится напрямую из уравнений (2.1) и (2.4) и условия $j_r^i=-j_r^e$, без каких-либо предположений о ведущем механизме переноса импульса. Также, независимо от параметра κ, в случае $\sigma_{St}>>\sigma_{NEO}$ радиальное электрическое поле стремится к E^{St}.

Суммируя результаты, тороидальная и полоидальная скорости зависят от характерного масштаба для градиентов концентрации и температуры L_U, от отношения электронной стохастической проводимости σ_{St} и неоклассической ионной проводимости σ_{NEO} и от параметра κ, представляющего отношение неоклассической вязкости и поперечной аномальной вязкости в продольном балансе сил. При L_U порядка ширины стохастического слоя может возникать одна из четырех ситуаций:

1) $\kappa<1,\ \sigma_{St}<\sigma_{NEO}$ - U_T и E_r не меняются существенно, полоидальное вращение близко к неоклассическому.

2) $\kappa<1,\ \sigma_{St}>\sigma_{NEO}$ - U_T не меняется существенно, полоидальное вращение отличается от неоклассического, и E_r стремится к больцмановскому полю для электронов E^{St};

3) $\kappa>1,\ \sigma_{St}<\sigma_{NEO}$ полоидальное вращение близко к неоклассическому, изменение U_T и E_r зависит от масштаба L_σ , который в свою очередь зависит от σ_{St}. Если L_σ больше, чем ширина стохасического слоя, то U_T и E_r не поменяются существенно, в противоположном случае U_T стремится к предельному значению U_T^{St} , а E_r стремится к E^{St}.

4) $\kappa > 1$, $\sigma_{St} > \sigma_{NEO}$ - полоидальное вращение близко к неоклассическому; U_T стремится к предельному значению U_T^{St} и E_r стремится к больцмановскому электрическому полю для электронов E^{St}.

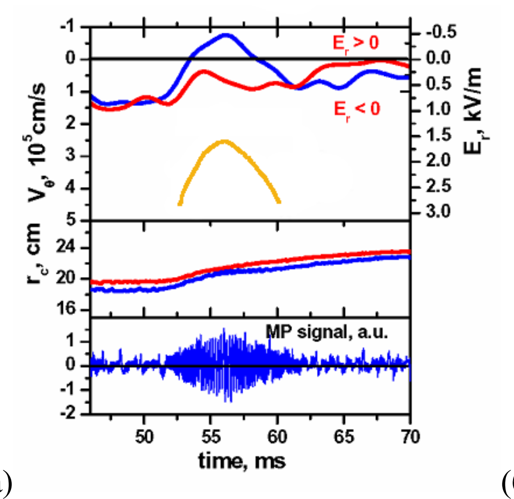
2.3. Сравнение модели с экспериментальными результатами для токамака DIII-D

В свете представленной модели можно рассмотреть результаты с токамака DIII-D [10, 26]. В этом токамаке в серии разрядов с резонансными магнитными возмущениями в слабо столкновительной плазме были измерены тороидальная и полоидальная скорости вращения примеси ионов углерода. Полоидальное вращение при включении RMP не менялось [10, 26], рисунок 17г. Различие между полоидальными скоростями при разных уровнях RMP и без RMP оказывается невидимым на экспериментальных графиках. Это может говорить о том, что, в предположении малого изменения радиального профиля давления примеси, изменение полоидального электрического дрейфа и полоидальной проекции продольной скорости примеси компенсируют друг друга. Тороидальное вращение углерода в стохастическом слое, сонаправленное с током по плазме, было в присутствии RMP существенно больше, чем без них, рисунок 17в. В то же время $U_T - U_T^{St}(r) \sim 40 \div 50 km/s$ было порядка $U_T^{St}(r) \sim 50 \div 60 km/s$ [10, 26]. Токамак имеет следующие параметры: большой радиус *R*=1.67 *м*, малый радиус *a*=0.67 *м*, тороидальное магнитное поле *B*=2*T*, $B_p / B \approx 0.1$. Характерные параметры стохастического слоя можно взять $T_i \approx T_e = 500 эВ$, $n_e = 10^{19} м^{-3}$, коэффициент аномальной диффузии $D = 0.1 м^2/c$ [26]. Параметр столкновительности в этом случае $\nu_* = 0.04$ и плазма находится в банановом режиме [4]. Неоклассическую проводимость можно оценить в этом случае уравнением (1.22) как $\sigma_{NEO} \approx 10^{-4} м^{-1} Ом^{-1}$. Вычисленный с помощью уравнения (2.13) масштаб $L_\sigma \geq 2 см$ оказывается порядка ширины транспортного барьера или больше, так что $L_U \leq L_\sigma, L$. Поэтому можно ожидать тороидальную скорость, отличающуюся от U_T^{St}. Этот вывод подтверждается экспериментальным наблюдением вращения углерода. В то же время, такое экспериментальное наблюдение следует использовать с осторожностью, поскольку тороидальное вращение основной плазмы и примеси отличается на величину Пфирш-Шлютеровских потоков. В случае большой скорости диамагнитного дрейфа основных ионов, т.е. в транспортном барьере, эта разность может быть порядка величины самого тороидального вращения. Предполагая, что полоидальное вращение не меняется при включении RMP, и учитывая уравнение (2.22), можно сделать вывод, что в этом случае $\sigma_{NEO} > \sigma_{St}$. Оценка стохастической проводимости в соответствии с уравнениями (2.1) и (2.2) дает $\sigma_{St} \approx 10^{-2} m^{-1} Ом^{-1}$ для $i_\sigma = 0.3$ и при квазилинейной оценке $D_{st} = 2\pi q R (B_r / B)^2 \approx 10^{-6} м$ с характерной амплитудой вакуумных RMP $B_r / B \approx 2 \cdot 10^{-4}$ [14]. Такая стохастическая проводимость на два порядка превышает неоклассическую проводимость, так что $\frac{\sigma_{St}}{\sigma_{NEO} + \sigma_{St}} \approx 1$. Моделирование коэффициента диффузии магнитного поля с помощью отслеживания случайного блуждания силовых линий [72] показывает, что квазилинейная оценка завышает величину D_{st} примерно на порядок. Все же экранирование магнитных возмущений со стороны плазмы, рассмотренное в следующей главе диссертации, должно уменьшить D_{st} по меньшей мере еще на порядок для воспроизведения экспериментальных результатов, и поэтому необходимо экранирование магнитного поля B_r, создающего RMP, в три или более раз для выполнения условия $\sigma_{NEO} > \sigma_{St}$. Это наблюдение можно рассматривать как признак экранирования плазмой магнитных возмущений. Для более твердых выводов необходимы измерения полоидального и тороидального вращений основной компоненты плазмы.

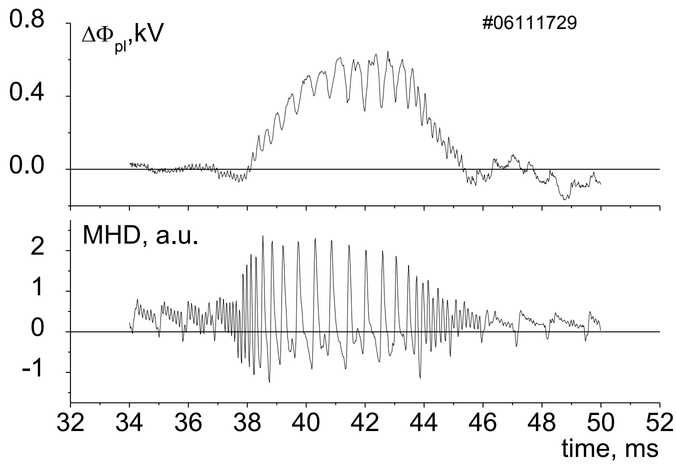
2.4 Сравнение модели с экспериментальными результатами для токамака ТУМАН-3М

В токамаке ТУМАН-3М были проведены детальные измерения вращения плазмы, радиального электрического поля и электростатического потенциала при появлении магнитогидродинамической (МГД) активности. Характерные параметры эксперимента [73, 69, 74] для омических разрядов [87]: большой радиус *R* = 53 *cm*, малый радиус, ограниченный лимитером *a* = 22 *cm*, ток по плазме I_p = 100-130 *kA*, среднее тороидальное магнитное поле B_{tor} = 0.7 *T*, концентрация и температура электронов и ионов $\mathrm{n}|_{\mathrm{r=18cm}} = (0.5 \pm 0.3) \cdot 10^{19} m^{-3}$, $\mathrm{T_e}|_{\mathrm{r=18cm}} = 80 \pm 40 eV$, $\mathrm{T_i}|_{\mathrm{r=18cm}} = 20 \pm 10 eV$. МГД активности соответствуют магнитные острова с полоидальными/тороидальными модами 2/1, 3/1, 4/1. Они появляются возле $r \approx$ 17-18 *см* и наибольший из них имеет ширину порядка 2-3 *см*. Характерные радиальные масштабы L_n , L_T для концентрации и температур, необходимые для оценок, можно взять как 7 ± 3 *см*, аномальный коэффициент диффузии *D* = $2 \pm 1 м^2/с$. К сожалению, точность измерения концентрации и температур не очень велики, поэтому можно сделать только качественные оценки.

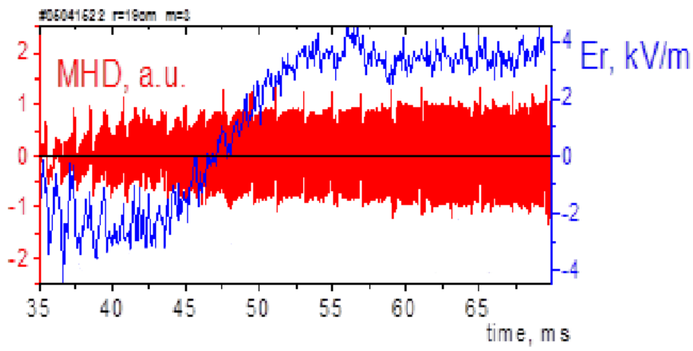
Измерения методом допплеровской рефлектометрии [73] , рисунок 20а, показывают, что полоидальное вращение флуктуаций на периферии в плазме при появлении МГД активности меняет направление. До МГД активности вращение направлено в сторону диамагнитного дрейфа электронов, а при МГД активности в сторону диамагнитного дрейфа ионов. При уменьшении МГД активности вращение меняется к начальной величине. Величина полоидальной скорости на малом радиусе r = 18-20 *см* при МГД возмущениях оказывается порядка -500 ± 200 *м/с* и соответствует положительному электрическому полю, а до МГД активности измерено вращение $+1000 \pm 250$ *м/с*, соответствующее отрицательному электрическому полю. Измерения проводились в омическом Н-режиме.



(а)



(б) ()(



(в)

Рис. 20. Измерения в токамаке ТУМАН-3М при МГД активности.

(а) Изменение электрического поля на периферии плазмы, результаты Допплеровской рефлектометрии

(б) Изменение потенциала в центре токамака, метод HIBP.

(в) Изменение электрического поля на периферии плазмы, зондовые измерения в L-режиме.

Зондовые измерения [69, 73] рисунок 20в, показывают, что и в L- и в Н-режиме радиальное электрическое поле на периферии меняет знак с отрицательного на положительный при МГД активности. Измерения проводились при r = 19-20 *см*. В L-режиме радиальное электрическое поле меняется с -2 ± 1.5 *кВ/м* до $+4 \pm 1$ *кВ/м*. В Н-режиме при МГД активности радиальное электрическое поле достигает значений $+6 \pm 1$ *кВ/м*. Радиальное электрическое поле было измерено как градиент плавающего потенциала в пренебрежении влиянием фактора ∇T_e, который на периферии токамака ТУМАН-3М дает относительно небольшой вклад [69]. Поэтому данные экспериментальные значения радиального электрического поля как до, так и во время МГД активности сдвинуты относительно реальных значений в положительную сторону.

Электростатический потенциал в центральной области был измерен с помощью метода HIBP [74]. МГД активность сопровождается сдвигом потенциала в положительную сторону, в L-режиме приблизительно на $600 \pm 50\,B$.

Расстояние между островами 3/1 и 4/1 на периферии плазмы меньше, чем расстояние (приблизительно 4 см) между островом 3/1 и последней замкнутой магнитной поверхностью. В то же время ширина острова 3/1 приблизительно равна 2-3 *см*, поэтому критерий Чирикова для эргодизации магнитного поля должен быть выполнен и соответствующая стохастическая электронная проводимость σ_{St} велика. Периферийная плазма токамака ТУМАН-3М находится в бесстолкновительном режиме. Длина свободного пробега электронов больше колмогоровской длины для стохастического магнитного поля $\lambda_e / \tilde{L}_k \approx 20$, поэтому для оценки электронной проводимости используем формулу (2.2). Для оценки коэффициента диффузии магнитного поля воспользуемся квазилинейным приближением [89] $D_{st} = 2\pi \frac{rB}{B_\theta}\left(\frac{B_{st}}{B}\right)^2$ где B_{st} – радиальное возмущение магнитного поля. Для системы магнитных островов B_{st} можно оценить через ширину острова: $B_{st} / B \approx 3{\cdot}10^{-4}$, поэтому $D_{st} = 10^{-6}$ *м*. Согласно [89] реальный коэффициент диффузии магнитного поля, если определить его численно, с помощью отслеживания силовых линий, оказывается меньше, чем квазилинейная оценка. В работе [89] вычисления были проделаны для магнитных островов, создаваемых динамическим эргодическим дивертором (DED) в токамаке TEXTOR. В нашем случае $D_{st} = 10^{-6}$ *м* можно использовать как оценку сверху. Соответствующая величина электронной проводимости в стохастизированном магнитном поле, уравнение (2.1), равна $\sigma_{St} = 3{\cdot}10^{-2}\ м^{-1} \cdot Ом^{-1}$. Неоклассическая проводимость, рассчитанная по формуле (1.31) равна $\sigma_{NEO} = 10^{-2}\ м^{-1} \cdot Ом^{-1}$. Она оказывается одного порядка с σ_{St} или меньше, поэтому радиальное электрическое поле в стохастическом слое, согласно формуле (2.16) будет положительным. Качественная оценка для электрического поля:

$$E_r^{St} \approx \frac{T_e}{eL_n} + 0.5\frac{T_e}{eL_T} = \frac{80эB}{7см} + 0.5 \cdot \frac{80эB}{7см} = 1.7\ кB / м\,.$$

Такая оценка находится в качественном согласии с зондовыми измерениями, в которых было измерено радиальное электрическое поле $+4 \pm 1$ *кВ/м*. Такая оценка объясняет и большее измеренное электрическое поле в Н-режиме, при котором электронная температура увеличивается, а радиальный масштаб L_n уменьшается.

Если мы свяжем изменение полоидального вращения, измеренного методом допплеровской рефлектометрии, с изменением электрического поля при появлении МГД, соответствующее электрическое поле будет равно -0.7 ± 0.18 *кВ/м* до и $+0.35 \pm 0.14$ *кВ/м* после возникновения МГД активности. Такие значения на порядок меньше, чем измерения зондовым методом и чем аналитическая качественная оценка. В то же время качественно изменение вращения соответствует эргодизации пристеночной плазмы и появлению электронной проводимости в стохастическом слое. В оценку для полоидального вращения следует добавить вклад продольной скорости, которая близка к тороидальной скорости. В ТУМАН-3М параметр k, уравнение (2.14), можно оценить как $k \approx 2$. В этой оценке взята ширина стохастического слоя L = 3 *см.* Поскольку выполняется условие (2.18), скорость тороидального вращения близка к U_T^{st}, вычисленной по формуле (2.12), а полоидальное вращение остается близким к неоклассическому, и меняется меньше, чем электрическое поле.

Появление положительного электрического поля в пристеночной плазме при МГД активности может привести к переходу из Н- в L-режим из-за уменьшения шира вращения плазмы. Такой H-L переход действительно наблюдался в экспериментах на токамаке ТУМАН-3М [69, 74].

Оценивая изменение электростатического потенциала в центре плазмы, надо учесть изменение ее тороидального вращения при МГД активности. Скорость тороидального вращения близка к U_T^{st} на внутренней границе стохастического слоя, и это вращение передается и внутрь, в центральную область. Поэтому электрическое поле становится более положительным не только в стохастическом слое, но и в центральной области, где оно близко к неоклассическому. Полный перепад потенциала можно с учетом этого оценить как $\Delta\phi = E_r^{St} a \approx 500\,B$ с максимумом потенциала в центре плазмы. Эта величина находится в разумном согласии с результатами измерений методом HIBP [74], рисунок 20б.

2.5 Неоклассический механизм эффекта откачки при RMP.

При включении RMP во многих экспериментах наблюдался эффект откачки. При этом явлении концентрация плазмы внутри транспортного барьера и в центральной плазме падает, что соответствует уменьшению градиента концентрации в стохастическом слое. Именно это уменьшение градиента считается ключевым фактором при подавлении ELM, поскольку при нем не достигается порог возбуждения крупномасштабных неустойчивостей. Эффект откачки мог бы быть обусловлен либо увеличением коэффициента аномальной диффузии в транспортном барьере при RMP, либо возникновением конвективного потока из плазмы. При этом величина эффекта указывает на то, что этот поток не может быть обеспечен стеканием ионов со звуковой скоростью вдоль возмущенных силовых линий магнитного поля. Рассмотрим механизм эффекта откачки, основанный на представлениях о неоклассической проводимости плазмы. Как обсуждалось выше, неоклассическая проводимость обеспечивается усредненным радиальным потоком ионов, причем при RMP электрическое поле становится более положительным, чем неоклассическое, и ионы движутся наружу. Электронный ток обеспечивается потоком электронов вдоль стохастического магнитного поля, и он направлен в противоположную сторону. Это значит, что отрицательно заряженные электроны в среднем тоже движутся наружу. В результате, в присутствии резонансных магнитных возмущений поток ионов через магнитные поверхности состоит из двух частей

$$\Gamma_i \equiv \Gamma + \Gamma^{st} = \Gamma + j_i / e. \tag{2.25}$$

Первое слагаемое – это турбулентный диффузионный поток, пропорциональный градиенту концентрации, а второе – вызвано током ионов. Заметим, что в силу условия амбиполярности поток электронов равен потоку ионов $\langle\langle \Gamma_e \equiv \Gamma - j_e / e \rangle\rangle = \langle\langle \Gamma_i \rangle\rangle$

Таким образом, при формировании стохастического слоя появляется радиальный амбиполярный поток из транспортного барьера в SOL:

$$\Gamma^{St} = \sigma_{NEO}(E_r^{Eq} - E_r^{NEO}) / e = \sigma_{St}(E_r^{St} - E_r^{Eq}) / e. \tag{2.26}$$

Подставляя модифицированное электрическое поле (2.16), получаем:

$$\Gamma^{St} = \frac{1}{e}\frac{\sigma_{NEO}\sigma_{St}}{\sigma_{NEO} + \sigma_{St}}(E_r^{St} - E_r^{NEO}). \tag{2.27}$$

Из уравнений (2.17), (2.22) видно, что этот поток исчезает при модификации тороидального вращения и его приближении к U_T^{St}:

$$\Gamma^{St} = \frac{B_\theta}{e}\frac{\sigma_{NEO}\sigma_{St}}{\sigma_{NEO} + \sigma_{St}}(U_T^{St} - U_T). \tag{2.28}$$

Из формулы (2.27) видно, что стохастический поток ограничен наименьшей из проводимостей $\sigma_{NEO}, \sigma_{St}$. Действительно, если электронная проводимость большая, поток все равно не может быть больше, чем ионный поток, соответствующий электрическому полю, останавливающему электроны. И наоборот, если электронная стохастическая проводимость мала, именно она ограничивает совместный уход ионов и электронов.

В эксперименте поток Γ^{st} может быть сравним с потоком Γ, переносимым турбулентной диффузией. Например, для типичных параметров токамака ASDEX-Upgrade в H-режиме [53, 75], электронную теплопроводность Рочестера-Розенблюта можно оценить как $\chi_e^{RR} = D_{st}\sqrt{T_e / m_e} \sim 0.3 m^2 / s$ для резонансных возмущений магнитного поля $B_r / B \approx 10^{-4}$, $D_{st} = 0.5 \cdot 10^{-7} m$, $T_e \approx 400 eV$. Здесь учитывается, что, согласно моделированию [72, 89] квазилинейная оценка $D_{st} \approx 2\pi qR(B_r / B)^2$ для коэффициента диффузии силовой линии магнитного поля дает значение приблизительно в десять раз большее, чем моделирование. Для коэффициента $i_\sigma = 0.3$ в формуле (2.2), $n_e \approx 2 \cdot 10^{19} m^{-3}$, оценивая характерный радиальный масштаб $L \sim 1.5\ cm$ порядка ширины транспортного барьера получаем из уравнения (2.26) дополнительный поток электронов и ионов $\Gamma^{st} = \sigma_{St} E / e \sim k\chi_e^{RR} n / L \sim 10^{20} s^{-1} \cdot m^{-2}$. Этот поток имеет тот же порядок величины, что и исходный диффузионный поток $\Gamma \sim Dn / L$ в транспортном барьере. В этой оценке предполагалось, что стохастическая проводимость электронов и неоклассическая проводимость ионов одного порядка.

Полный поток частиц через транспортный барьер определяется в основном ионизацией внутри него. В присутствии Γ^{st} турбулентный поток Γ должен существенно уменьшиться, и поэтому градиент концентрации в барьере, а с ним и концентрация в пьедестале уменьшается. Это ведет к эффекту откачки.

В противоположность градиенту концентрации, градиент температуры электронов в транспортном барьере может совсем не поменяться. Увеличение электронной теплопроводности по механизму Рочестера-Розенблюта χ_e^{RR} может быть полностью скомпенсировано уменьшением турбулентной аномальной теплопроводности электронов за счет уменьшения их концентрации. Увеличение конвективного переноса тепла электронов с потоком Γ^{st} компенсируется уменьшением их диффузионного потока. Наблюдаемый профиль температуры в барьере зависит от отношения параметров. В центральной плазме за транспортным барьером концентрация электронов уменьшена, а переноса тепла по механизму Рочестера-Розенблюта нет, поэтому там профиль температуры электронов становится более крутым, и в результате средняя температура электронов в разряде может даже вырасти.

2.6. Результаты моделирования кодом B2SOLPS5.2 для токамаков MAST и ASDEX-Upgrade

Для подтверждения предложенной аналитической модели было проведено численное моделирование кодом B2SOLPS5.2 с учетом дополнительного стохастического тока и потока тепла. Эта модификация кода позволяла моделирование H-режима, что было проверено в моделировании различных экспериментальных разрядов.

Код B2SOLPS5.2 использует тороидальную симметрию, поэтому напрямую добавить в него тороидально несимметричные резонансные возмущения магнитного поля нельзя. В то же время представленная в диссертации модель использует тороидально несимметричные малые возмущения магнитного поля только как причину возникновения электронной проводимости. Поэтому код дает возможность проверить, действительно ли такая проводимость в сочетании с тороидально симметричными эффектами, приводящими к потокам ионов, способна описать раскручивание плазмы, изменение электрического поля и эффект откачки.

Слагаемые, описывающие стохастизацию, были запрограммированы диссертантом в рамках данного численного эксперимента. Чтобы учесть стохастизацию, был добавлен радиальный электронный ток в виде уравнения (2.1), в котором стохастическая проводимость была взята пропорциональной концентрации плазмы $\sigma_{St} = \alpha n$. В координатах кода он записывается так:

$$j_{ey} = \sigma_{St}(E_y + \frac{T_e}{e}\frac{d\ln n}{h_y dy} + 0.5\frac{T_e}{e}\frac{d\ln T_e}{h_y dy}). \qquad (2.29)$$

Здесь y безразмерная радиальная координата, h_y - коэффициент Ламе. Поток тепла электронов получил дополнительную конвективную часть за счет ухода электронов вдоль стохастического магнитного поля и дополнительный поток тепла за счет теплопроводности Рочестера-Розенблюта:

$$q_{ey}^{stoch} = -\frac{5}{2}T_e\frac{j_e}{e} - \chi_e^{RR}\frac{nT_e}{e}\frac{\partial\ln T_e}{h_y\partial y} \qquad (2.30)$$

где $\chi_e^{RR} = k^{-1}\sigma_{St}T_e/(ne^2)$, $k = 0.3$. Стандартный источник $-\frac{j_e}{en}\frac{\partial nT_e}{h_y\partial y}$ был добавлен в правую часть электронного баланса тепла.

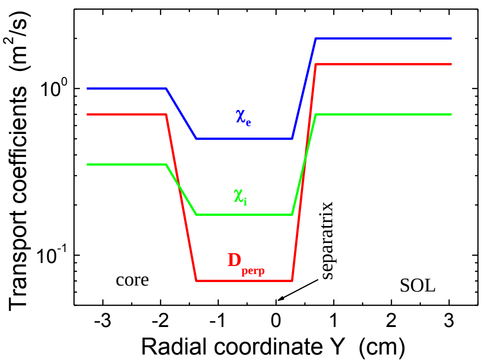
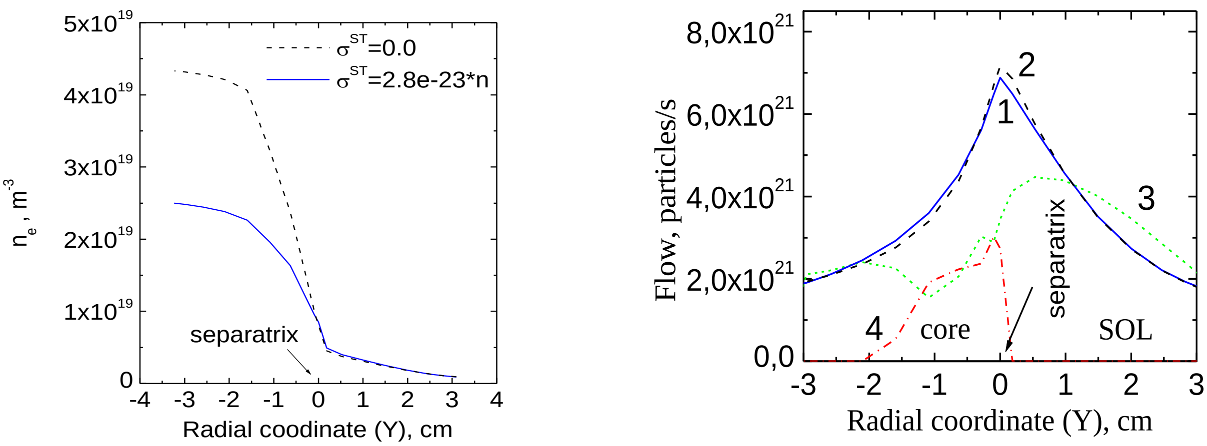


Рис.21. Профили транспортных коэффициентов при моделировании разряда №17151 в токамаке ASDEX-Upgrade.



(а) (б)

Рис.22. (а) Профиль концентрации электронов на внешнем обводе ASDEX-Upgrade со стохастическими эффектами и без них. (б) Поток частиц через магнитные поверхности: 1- полный поток со стохастичностью; 2- полный поток без стохастичности; 3- диффузионный поток Γ со стохастичностью; 4 – поток Γ^{st} связанный с электронным током.

Для моделирования токамака ASDEX-Upgrade были выбраны геометрия и параметры разряда №17151 [53]. Несколько магнитных поверхностей внутри сепаратрисы выбраны как стохастический слой. Ширина слоя на внешнем обводе составляет 2 см. Ширина транспортного барьера 1.5 см, поэтому он находится целиком в стохастическом слое. Коэффициенты переноса, использованные для моделирования, показаны на рисунке 21. Коэффициент α, определяющий стохастическую проводимость был выбран $2.8 \cdot 10^{-23}$ См·м^2. Это значение соответствует относительно небольшой теплопроводности $\chi_e^{RR} = 0.14 \div 0.35 m^2/s$. Тем не менее оно ведет к существенным изменениям для радиального электрического поля и для профиля концентрации плазмы в транспортном барьере. Чтобы смоделировать изменения температур и концентрации внутри транспортного барьера, полные потоки тепла электронов и ионов, а также частиц через внутреннюю границу расчетной области без стохастической проводимости и с ней поддерживались одинаковыми. Профили концентрации показаны на рисунке 22а, профили потоков ионов через магнитную поверхность в зависимости от радиуса на рисунке 22б. Практически одинаковые потоки через внутреннюю границу и профили ионизации в расчетной области (последние можно определить по возрастанию суммарного потока по направлению к сепаратрисе) соответствуют различным профилям плотности плазмы со стохастичностью и без нее. Со стохастичностью концентрация на внутренней границе(внутри барьера) $n_e|_{core}$=2.5·10^{19} м$^{-3}$, а без нее $n_e|_{core}$=4.3·10^{19} m^{-3}. Эффект откачки оказывается довольно большим.

Профили температуры для ионов и электронов показаны на рисунках 23-24. При стохастическом слое температуры электронов и ионов увеличиваются на 60 эВ и 160 эВ соответственно. Увеличение температуры компенсирует уменьшение турбулентной аномальной теплопроводности за счет уменьшения концентрации. Поток тепла электронов за счет теплопроводности Рочестера-Розенблюта не может существенно поменять баланс тепла, поскольку она относительно невелика, см. рисунок 6б. Заметим, что турбулентная теплопроводность внутри транспортного барьера остается большой. Она уменьшается по сравнению с областью вне барьера всего лишь в 2 раза [53,75]. Поэтому турбулентная теплопроводность внутри барьера остается приблизительно в 2 раза больше, чем теплопроводность Рочестера-Розенблюта. Ключевую роль играет понижение концентрации.

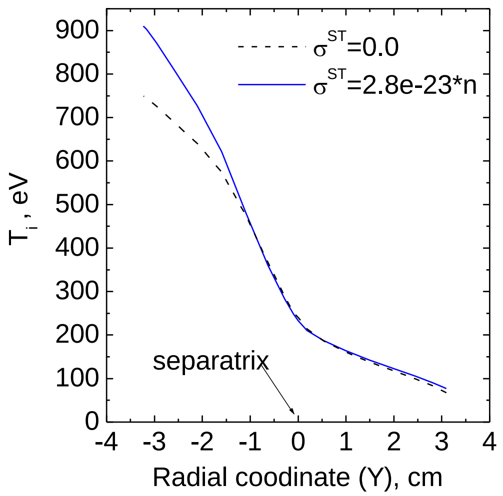
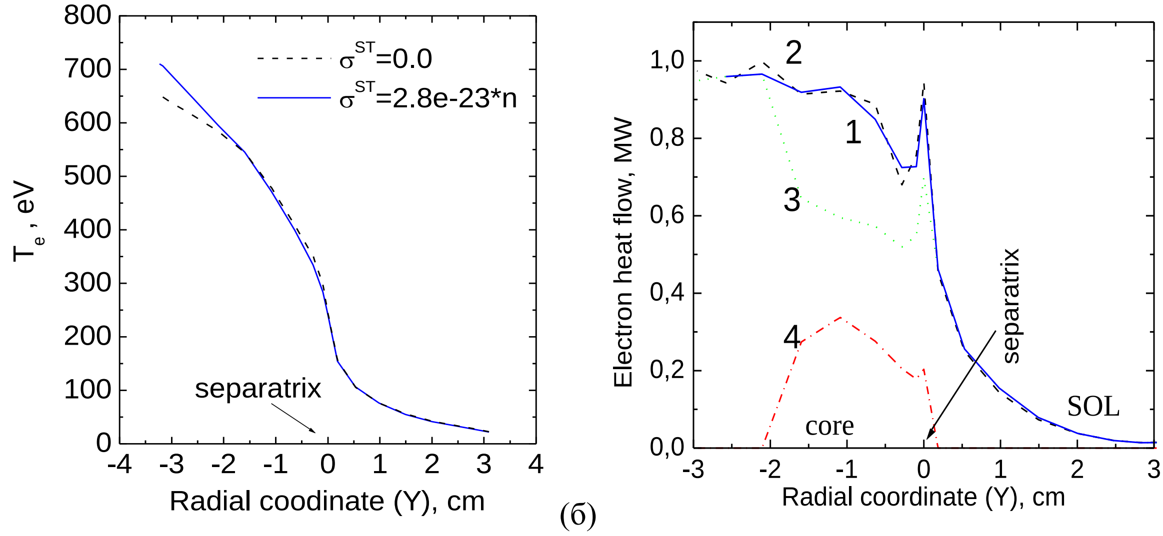
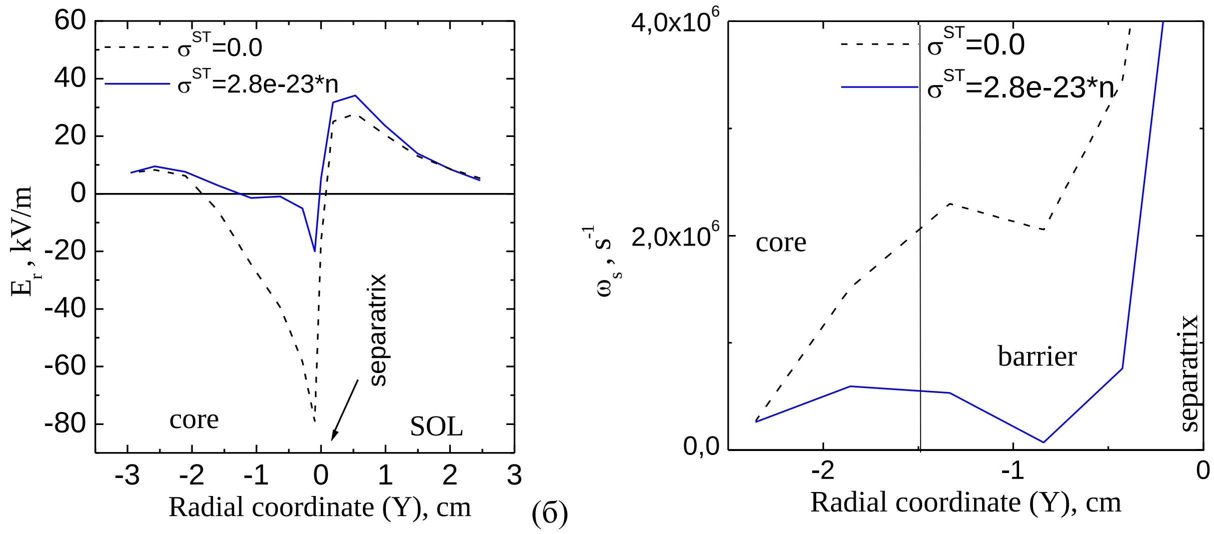


Рис. 23. Профиль температуры ионов на внешнем обводе ASDEX-Upgrade со стохастическими эффектами и без них.



(a) (б)

Рис.24. (а) Профиль температуры электронов на внешнем обводе ASDEX-Upgrade со стохастическими эффектами и без них. (б) Поток тепла электронов через магнитные поверхности: 1- поток тепла связанный с теплопроводностью Рочестера-Розенблюта и аномальной теплопроводностью в случае со стохастичностью; 2- - поток тепла связанный с аномальной теплопроводностью в случае без стохастичности; 3- поток тепла связанный с аномальной теплопроводностью в случае со стохастичностью; 4 – поток тепла связанный с теплопроводностью Рочестера-Розенблюта.



(a) (б)

Рис.25. (а) Радиальное электрическое поле и (б) шир полоидального вращения на внешнем обводе токамака ASDEX-Upgrade со стохастическими эффектами и без них.

Радиальное электрическое поле показано на рисунке 25а. Без стохастичности электрическое поле близко к неоклассическому. Более положительное (менее отрицательное) электрическое поле в случае стохастического слоя соответствует положительному ионному току 350 *A*, который компенсирует уход электронов вдоль стохастизированных силовых линий магнитного поля. Уменьшение абсолютного значения радиального электрического поля приводит к меньшей величине шира полоидального вращения плазмы, рисунок 25б. Поскольку именно подавление турбулентности широм (радиальной производной) вращения плазмы приводит к переходу в Н-режим, дальнейшее увеличение стохастическое проводимости и соответствующее уменьшение поля в эксперименте могло бы привести к обратному переходу в L режим.

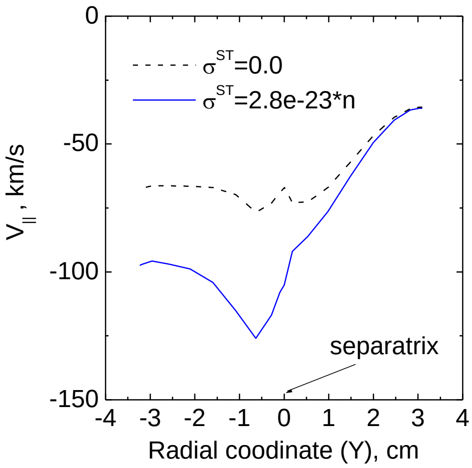


Рис. 26. Продольная скорость на внешнем обводе токамака ASDEX-Upgrade со стохастическими эффектами и без них.

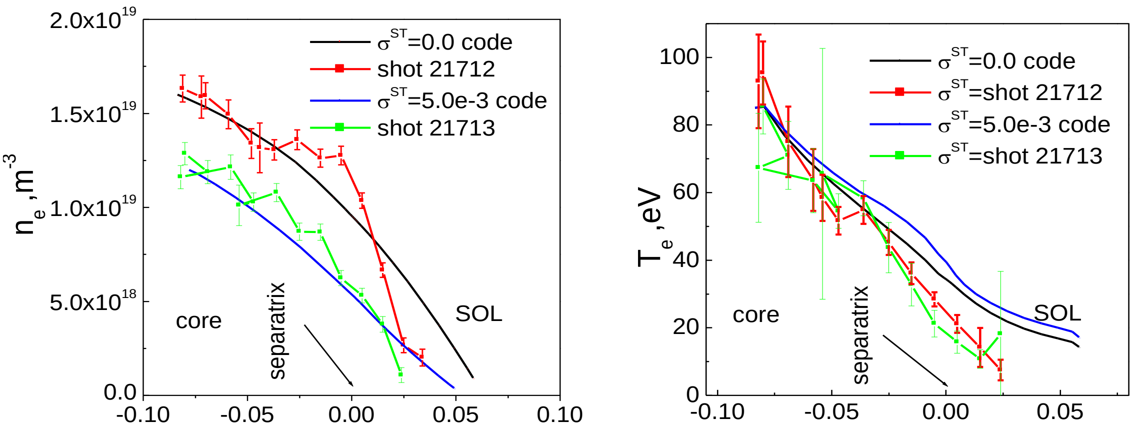
Базовый расчет, в котором затем включалось RMP, был сделан для разряда с нейтральной инжекцией (NBI) приводящей к раскручиванию плазмы, поэтому на внутренней границе была задана ненулевая продольная скорость. В вычислениях со стохастическим слоем поток тороидального импульса из центра был сохранен таким же, как в базовом расчете, методом подбора скорости на внутренней границе. При этом можно было определить влияние стохастического слоя на вращение плазмы. Продольная скорость со стохастическим слоем, рисунок 26, более отрицательная (отрицательная скорость в геометрии кода B2SOLPS5.2 соответствует вращению сонаправленному с током по плазме), благодаря раскручиванию плазмы при протекании радиального ионного тока. Зная радиальный ток ионов можно оценить из уравнения (2.5) изменение тороидальной скорости за счет стохастизации. Для параметров ASDEX-Upgrade $\Delta U_T \sim 0.25 j_e L^2 B_\theta / \eta \sim 2.5 \cdot 10^4 m/s$ что близко к результату, полученному в моделировании для изменения продольной скорости, рисунок 26.

Выбор вида зависимости стохастической проводимости от параметров плазмы не особенно важен для механизма откачки, при условии, что средняя величина проводимости остается той же самой. Вычисления для постоянной стохастической проводимости $5 \cdot 10^{-4}$ *См/м* в стохастическом слое дают результаты близкие к полученным для проводимости, пропорциональной концентрации .

Для прямого сравнения с экспериментом было проведено моделирование стохастического слоя в сферическом токамаке MAST, в котором были получены экспериментальные данные по отклику плазмы на стохастическое магнитное поле в H и L-режимах. Были промоделированы несколько разрядов в L-режиме и H-режиме. Параметры разрядов показаны в таблице 1. Для воспроизведения эксперимента в L-режиме со средней плотностью в разрядах №21712 (без RMP) и №21713 (с RMP) были использованы следующие транспортные коэффициенты: коэффициент диффузии $D = 2.5 м^2 / c$, электронная и ионная температуропроводности $\chi_e = \chi_i = 1.5 m^2 / s$. Профили концентрации и температур для этих разрядов показаны на рисунке 27.

Таблица.1. Параметры разрядов в токамаке MAST.

разряд	$<n_e>$, м$^{-3}$	B, T	I, кА	P, МВт
L-Режим 21712 (без RMP)	$1.7 \cdot 10^{19}$	0.46	400	0.4
L- Режим 21713 (с RMP)	$1.54 \cdot 10^{19}$	0.46	400	0.4
L- Режим 20449 (без RMP)	$1.40 \cdot 10^{19}$	0.48	400	0.365
L- Режим 20451 (с RMP)	$0.95 \cdot 10^{19}$	0.48	400	0.365
H- Режим 20381 (без RMP)	$3.60 \cdot 10^{19}$	0.49	680	2.26
H- Режим 20387 (с RMP)	$3.06 \cdot 10^{19}$	0.49	680	2.26



(а) (б)

Рис.27. Профили электронной концентрации (а) и температуры (б) на внешнем обводе для L-режима на токамаке MAST в разрядах №21712 (без RMP) и №21713 (с RMP). Эксперимент и результаты моделирования.

Результаты моделирования близки к экспериментальным профилям. Некоторое различие видно в SOL. Это различие может быть связано с тем, что в расчетах атомы моделировались гидродинамически, и поэтому источники частиц и тепла, связанные с ионизацией в SOL, рассчитываются не очень точно. В то же время, детали профилей в SOL не имеют большого значения для моделирования влияния RMP на область внутри сепаратрисы. Профили радиального электрического поля и тороидальной скорости показаны на рисунке 28.

Результаты моделирования сравнивались с экспериментальными данными, полученными в работе [92]. Радиальное электрическое поле и продольная скорость измерялись в этой работе с помощью подвижного зонда. Величина D_{St} в моделировании была взята $D_{St} = 2 \cdot 10^{-7} m$, это в два раза меньше, чем величина, рассчитанная по вакуумному возмущению магнитного поля. Моделирование демонстрирует, что эффект откачки, наблюдаемый в эксперименте можно объяснить конвективными потоками, связанными с неоклассическим механизмом ионной проводимости. Изменение тороидального вращения и радиального электрического поля, полученное в моделировании, оказывается того же порядка, что и в эксперименте. Заметим, что для вакуумного уровня возмущения магнитного поля изменения были бы больше, чем наблюдались в эксперименте. В моделировании других разрядов со средней и высокой плотностью плазмы результаты были аналогичными. Для случаев с более высокой плотностью эффект откачки был слабее как в эксперименте, так и в моделировании. Незначительный эффект откачки в L-режиме наблюдался и в токамаке DIII-D [66].

Неоклассический механизм потока ионов при эффекте откачки подтвердился при кинетическом моделировании токамака DIII-D кодом XGC0 [77]. В этом моделировании при модификации электрического поля за счет включения в модель переноса электронов вдоль возмущенного магнитного поля, основной вклад в поток ионов наружу дают тороидально симметричные дрейфовые потоки, связанные с электрическим и градиентным дрейфом, что соответствует модели, представленной в диссертационной работе.

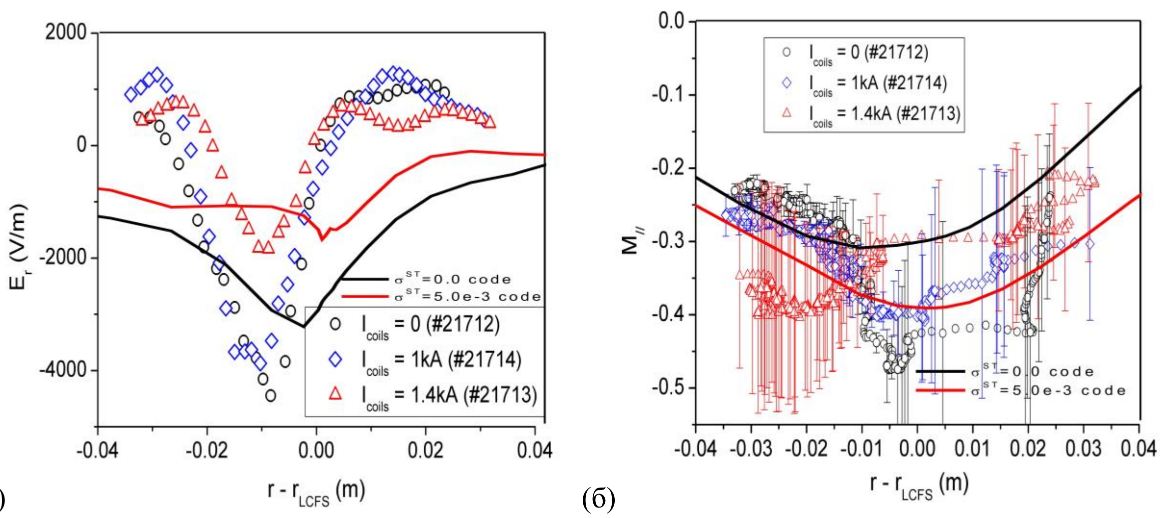


Рис. 28. Сравнение измеренного электрического поля (а) и тороидального вращения [76] (б) и результатов моделирования на внешнем обводе для L-режима на токамаке MAST в разрядах №21712 (без RMP) и №21713 (с RMP).

В противоположность, в случае с малой плотностью воспроизвести экспериментальный уровень эффекта откачки за счет конвективных потоков в моделировании токамака MAST не удается. Для моделирования L-режима с малой плотностью были использованы экспериментальный разряд №20449 с выключенным RMP и разряд №20451 с включенным RMP. Измеренные профили концентрации указывают на существенный эффект откачки, рисунок 29. Было проведено моделирование с различными величинами стохастической электронной проводимости. Даже для больших значений σ_{St} полученный в моделировании эффект откачки оказывается слабым. Увеличение ширины стохастического слоя тоже не помогает достичь согласия с экспериментом. Чтобы приблизиться к экспериментальным профилям токамака MAST потребовалось увеличить турбулентный коэффициент диффузии в стохастическом слое. Коэффициент диффузии был выбран $D = 4.0 m^2/s$ без стохастизации и $D = 7.7 m^2/s$ со стохастизацией. Возрастание коэффициента турбулентной диффузии согласуется с увеличением уровня флуктуаций концентрации, измеренным с помощью подвижного Лэнгмюровского зонда. Результаты моделирования и эксперимент для профиля концентрации показаны на рисунке 29.

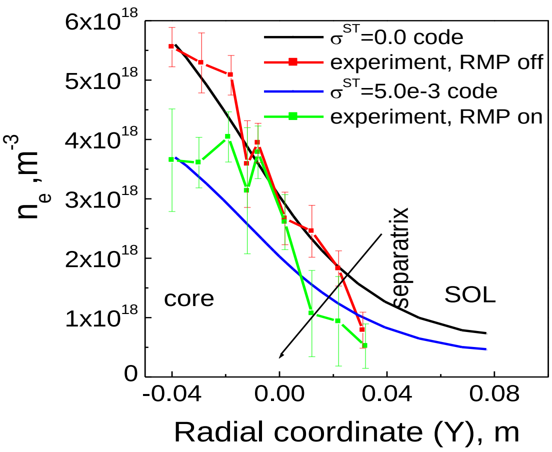


Рис.29. Профили электронной концентрации на внешнем обводе для L-режима на токамаке MAST в разрядах №20449 (без RMP) и №20451 (с RMP). Эксперимент и результаты моделирования.

В H-режиме в разряде №20381 с отключенными катушками, создающими RMP, и в разряде №20387 с включенным RMP, параметры разряда были очень похожи, за исключением тока в катушках. Снаружи транспортного барьера коэффициенты переноса были выбраны как: $D = 2.0 м^2/c$, $\chi_e = \chi_i = 0.5 м^2/c$. Внутри барьера коэффициент диффузии был уменьшен в 10 раз, а теплопроводности электронов и ионов в 2 раза. При моделировании ширина транспортного барьера и стохастического слоя были выбраны одинаковыми (2.2 *см* на внешнем обводе), и использовалась постоянная величина стохастической проводимости. Наилучшее согласие с экспериментом было достигнуто для коэффициента диффузии стохастического магнитного поля в середине барьера равного $D_{St} = 0.6 \cdot 10^{-7}\,м$. Такое значение соответствует стохастической электронной проводимости $2.5 \cdot 10^{-3}$ *См/м* и стохастической электронной теплопроводности $\chi_e^{RR} = 0.2 м^2 / c$.

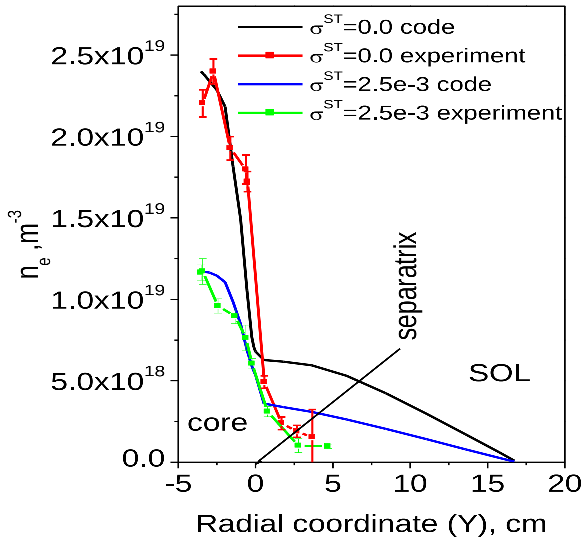
Вакуумный коэффициент диффузии магнитного поля был рассчитан кодом ERGOS, методом отслеживания отдельных силовых линий магнитного поля. Величина коэффициента D_{FL} относительно полоидального магнитного потока была рассчитана через отклонение силовой линии магнитного поля Δs от исходной магнитной поверхности, с которой она стартовала после N тороидальных оборотов: $D_{FL} = 0.5\left\langle (\Delta s)^2 \right\rangle / N$. Здесь $s = \sqrt{\Psi^n}$ это функция нормированного полоидального магнитного потока $\Psi^n = \Psi / \Psi_s$, где Ψ_s - полоидальный поток на сепаратрисе.

Для разряда №20387 коэффициент равен $D_{FL} = 0.5 \cdot 10^{-5}$. Распределение коэффициента диффузии магнитного поля в физическом пространстве, а не в пространстве полоидального магнитного потока, было рассчитано на внешнем обводе с помощью выражения

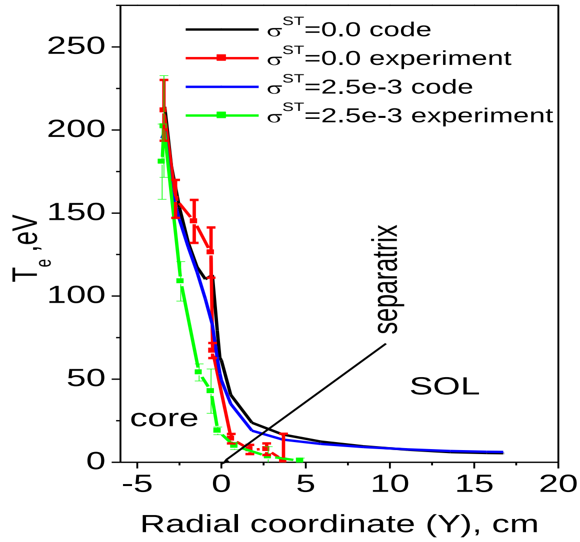
$$D_{St} = \frac{\Psi_s^2 D_{FL}}{B_p^2 (\pi R)^2 \left\langle L_{\parallel} \right\rangle}. \tag{2.31}$$

Здесь $\left\langle L_{\parallel} \right\rangle$ это длина силовой линии разделенная на количество ее тороидальных оборотов. Согласно выражению (8) получаем $D_{St} = 4 \cdot 10^{-7}\,м$, что в 7 раз больше величины, использованной при моделировании. Это может указывать на сильное экранирование вакуумного возмущения магнитного поля.

Экспериментально измеренные и полученные при моделировании профили концентрации на внешнем обводе в H-режиме токамака MAST для разрядов №20387 и №20381 показаны на рисунке 30а. Так же, как и для моделирования токамака ASDEX-Upgrade полный плазмы поток из центра, потоки тепла электронов и ионов были в моделировании MAST одинаковы со стохастическим слоем и без него. Существенное уменьшение концентрации плазмы внутри транспортного барьера, соответствующее эффекту откачки при включении RMP, было получено как в эксперименте, так и при моделировании. Полученные в расчете профили электронной температуры почти одинаковы со стохастичностью и без нее, рисунок 30б. Эффект включения теплопроводности Рочестера-Розенблюта и эффект уменьшения аномальной теплопроводности за счет уменьшения концентрации взаимно компенсируются. Измеренная в эксперименте внутри барьера электронная температура со стохастическим слоем меньше, чем без него. В тоже время на внутренней стороне транспортного барьера температуры одинаковы. Радиальное электрическое поле показано на рисунке 31а, а шир полоидальной скорости электрического дрейфа на рисунке 31б. Можно предсказать уменьшение шира при появлении стохастического слоя, так же, как и в случае с ASDEX-Upgrade.

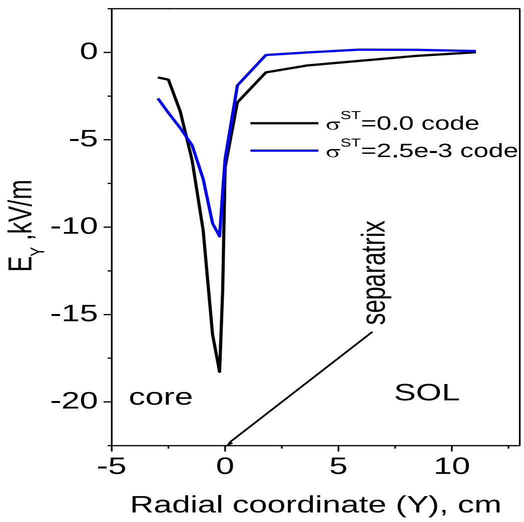


(а)

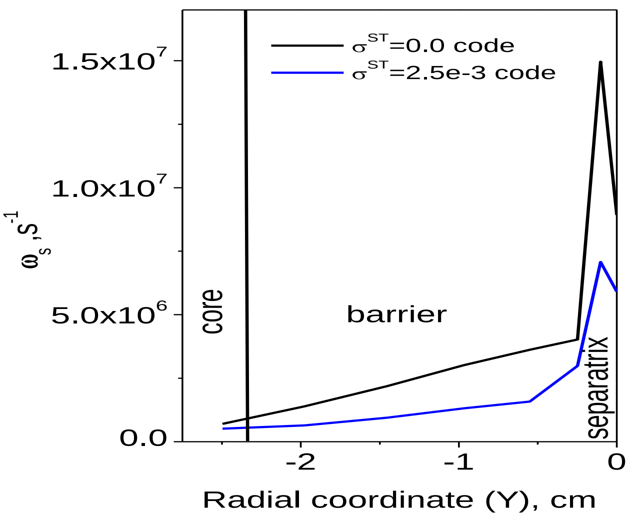


(б)

Рис.30. Профиль концентрации (а) и температуры (б) электронов на внешнем обводе токамака MAST со стохастическими эффектами и без них в Н-режиме.



(а)



(б)

Рис.31. (а) Радиальное электрическое поле и (б) шир полоидального вращения на внешнем обводе токамака MAST со стохастическими эффектами и без них в Н-режиме.

2.7. Анализ сценария и результаты моделирования для ИТЭР

В токамаке-реакторе ИТЭР будут установлены витки с током для создания RMP и контроля ELM. Из аналитического рассмотрения следует, что влияние RMP на плазму зависит от отношения стохастической и неоклассической проводимости, и от уровня экранирования RMP. Неоклассическая проводимость обратно пропорциональна квадрату магнитного поля и большого радиуса. Поэтому в ИТЭР она существенно меньше, чем в современных токамаках. Дополнительно она уменьшается за счет того, что ИТЭР находится в режиме с низкой столкновительностью. Поэтому можно ожидать, что эффект RMP в ИТЭР будет меньше, чем в современных токамаках. Для проверки было проведено моделирование токамака ИТЭР кодом B2SOLPS5.2 с включением стохастической проводимости. Благодаря поправкам к коэффициенту вязкости неоклассический механизм проводимости описывается кодом верно для перехода в банановый режим и режим плато.

Для моделирования использовали следующие параметры: равновесие и геометрия, использованные в работе [95], которая легла в основу инженерного проекта дивертора ИТЭР. H режим с составом плазмы D+C+He и мощностью, поступающей из центра плазмы 100МВт. Концентрация на внутренней границе расчетной области $n_e = 8.5 \cdot 10^{19} м^{-3}$, ионная и электронная температуры $T_e = T_i = 3кэВ$. Коэффициенты переноса, соответствующие H-режиму, показаны на рисунке 32.

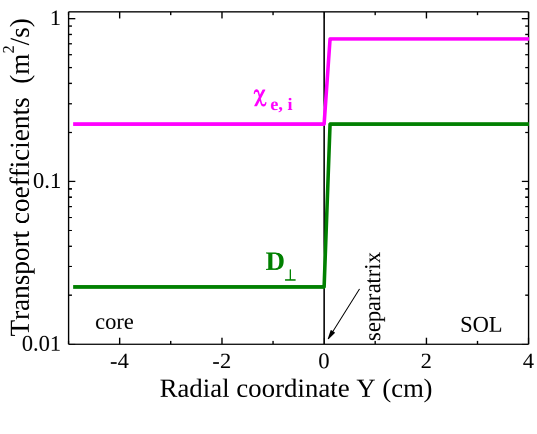
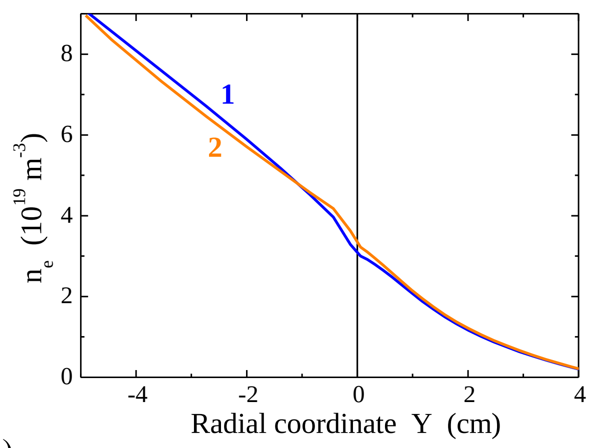


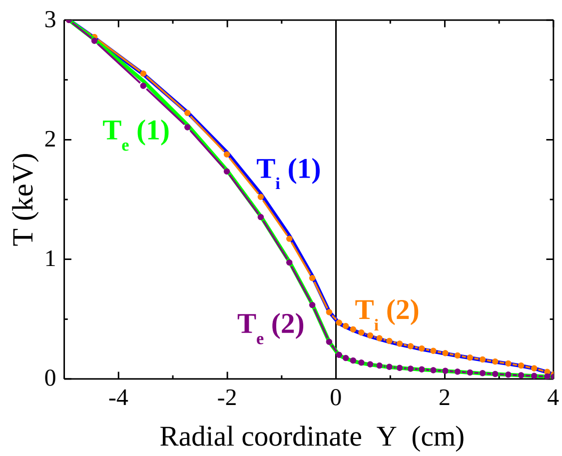
Рис.32. Коэффициенты переноса на внешнем обводе.

Значение аномальной радиальной проводимости, вводимой искусственно в систему уравнений для улучшения сходимости [53], в моделировании ИТЭР было взято равным $\sigma_{AN} = 10^{-7} e n_e$ [См/м]. Величина этой проводимости для каждого токамака подбирается индивидуально, на основании моделирования – она должна быть достаточно мала, чтобы ее дальнейшее уменьшение не влияло на результат моделирования. Например, для ASDEX Upgrade эта проводимость обычно может быть взята равной $\sigma_{AN} = 10^{-5} e n_e$ [См/м]. То, что моделирование ИТЭР требует существенно меньшей величины аномальной проводимости, отражает то обстоятельство, что неоклассическая проводимость в ИТЭР будет меньше, чем в современных токамаках. При отсутствии электронной проводимости, связанной с RMP, в моделировании было получено радиальное электрическое поле внутри сепаратрисы, близкое к неоклассическому.

Для расчетов с RMP предполагалось, что стохастический слой распространяется на всю расчетную область внутри сепаратрисы. Величина стохастической проводимости была взята постоянной в пространстве $\sigma_{St} = 5 \cdot 10^{-6}$ См/м. Это значение более чем в 100 раз меньше, чем использованное в моделировании токамака MAST, описанном в этой главе. Предполагая ту же величину относительного возмущения магнитного поля что и в современных токамаках $\delta B_y /B$~10^{-4} и квазилинейное приближение для коэффициента диффузии магнитного поля $D_{St} \sim qR(\delta B_y / B)^2$, получаем стохастическую проводимость в ИТЭР на порядок больше, чем в MAST. В моделировании была взята маленькая величина, соответствующая началу стохастизации магнитного поля в ИТЭР. Это было сделано, чтобы подчеркнуть влияние малости неоклассической проводимости в ИТЭР, которая приводит к изменению знака радиального электрического поля и выходу эффекта откачки на насыщение даже в начале процесса стохастизации магнитного поля. Таким образом, было продемонстрировано, что даже небольшое возмущение магнитного поля в ИТЭР будет оказывать существенное влияние на радиальное электрическое поле.



(а)



(б)

Рис.33. Профили на внешнем обводе при моделировании ИТЭР; 1-без RMP, 2-с RMP.

а) Электронная концентрация б) электронная и ионная температуры.

Концентрация и температуры плазмы на внешнем обводе показаны на рисунке 33. Радиальное электрическое поле и тороидальное вращение плазмы показаны на рисунке 34. Видно, что профили концентрации и температур практически не меняются при включении RMP. Влияние на электронную температуру мало, потому что стохастическая проводимость и связанная с ней соотношением Эйнштейна теплопроводность Рочестера-Розенблюта $\chi_{RR} = D_{St}\sqrt{T_e/m_e}$ малы. Для выбранной $\sigma_{St} = 5\cdot 10^{-6}$ *См/м* получим $\chi_{RR} \approx 10^{-3} m^2/s$. Это на два порядка меньше, чем аномальная электронная теплопроводность, рисунок 32. В то же время, если мы выберем уровень стохастической проводимости и теплопроводности Рочестера-Розенблюта, соответствующий $\delta B_y/B{\sim}10^{-4}$, то получим $\chi_{RR} \geq 1 м^2/c$. Такая добавка к электронной поперечной теплопроводности существенно поменяет профиль электронной температуры. Параметрическая зависимость отношения теплопроводностей Рочестера-Розенблюта и аномальной $\chi_{RR}/\chi_{AN} \sim qR(\delta B_y/B)^2\sqrt{T_e/m_e}/\chi_{AN}$. Это отношение растет с размером токамака и с электронной температурой, и поэтому для ИТЭР оно больше, чем для современных токамаков.

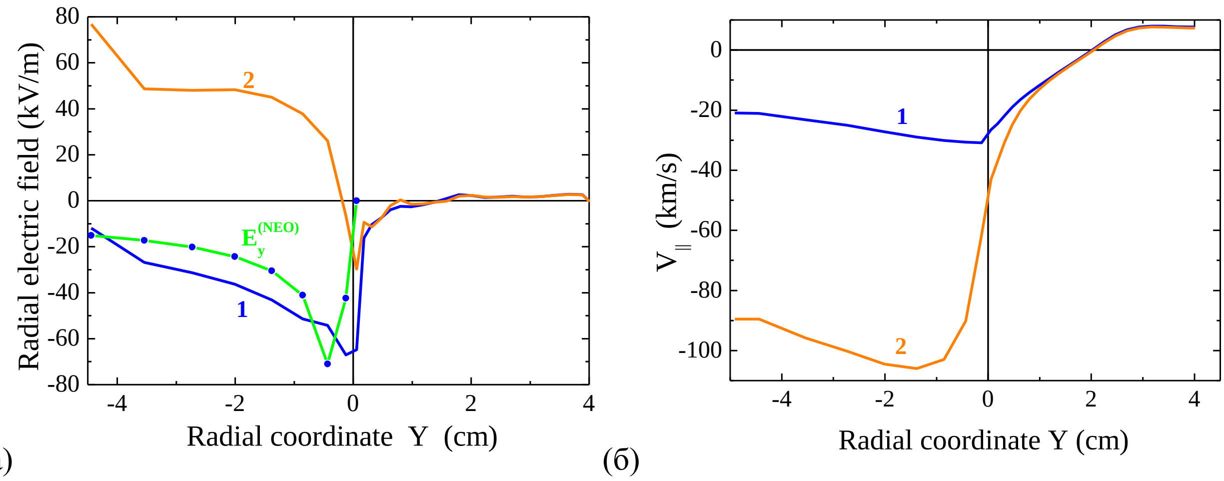


Рис.34. Профили на внешнем обводе при моделировании ИТЭР; 1-без RMP, 2-с RMP.
а) Радиальное электрическое поле б) продольная скорость.

В противоположность тому, радиальное электрическое поле становится положительным. Это можно объяснить из параметрической зависимости стохастической проводимости $\sigma_{St} \sim qR(\delta B_y/B)^2 n_e e^2/\sqrt{T_e m_e}$ и неоклассической проводимости $\sigma_{NEO} \sim \mu_{i1}B^{-2}R^{-2} \sim n_e \nu_i m_i q^2 \varepsilon^{-3/2} B^{-2}$ (здесь зависимость дана для слабо столкновительного бананового режима). Параметрическая зависимость их отношения $\sigma_{St}/\sigma_{NEO} \sim RB^2(\delta B_y/B)^2 e^2/(\nu_i m_i q\sqrt{T_e m_e})$. Отношение растет с размером токамака, магнитным полем и температурой (благодаря зависимости от температуры частоты столкновений) и падает с ростом концентрации. В ИТЭР это отношение намного больше, чем в современных токамаках. Поэтому именно стохастическая проводимость определяет электрическое поле, уравнение (2.16), и оно становится положительным, чтобы удерживать электроны.

В дополнение, плазма существенно раскручивается в направлении тока по плазме, за счет силы $\vec{j}_i \times \vec{B}$, как это бывает и в современных токамаках и описывается выражением (2.11). Параметрическая зависимость параметра из уравнения (2.14) $\kappa = \frac{3B_p^2}{2B^2}\frac{\mu_{i1}}{n_e m_i D}\frac{L^2}{R^2} \approx \frac{B_p^2}{B^2}\frac{\nu_i q^2 \varepsilon^{-3/2} L^2}{D}$ показывает, что он растет с размерами системы, и с улучшением удержания плазмы. В случае моделирования ИТЭР параметр оказывается больше 1, и в результате раскручивания плазма достигает скорости определяемой выражением (2.12) U_T^{St}.

Эффект откачки практически отсутствует, рисунок 33. Конвективный поток частиц, связанный с ионным током, мал, с одной стороны в силу раскручивания плазмы, уравнение (2.28), с другой стороны, в силу малости неоклассической проводимости в ИТЭР. Из уравнения (2.27) видно, что эффект откачки ограничен сверху величиной неоклассической проводимости. Если неоклассическая проводимость меньше, чем стохастическая, даже пренебрегая изменением неоклассического поля за счет раскручивания плазмы получаем $\Gamma_{pump-out} / \Gamma_{AN} \sim T_e \nu_i m_i q^2 / (e^2 \varepsilon^{3/2} B^2 D)$. При увеличении магнитного поля это отношение падает, и для ИТЭР оказывается намного меньше 1.

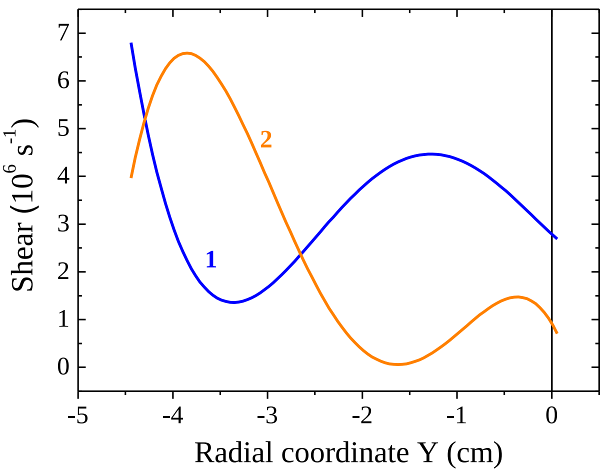


Рис. 35. Шир полоидального электрического дрейфа, 1- без RMP, 2- с RMP.

Поскольку электрическое поле меняет знак при включении RMP, существенно меняется шир полоидального электрического дрейфа. Сосчитанный в координатах кода

B2SOLPS5.2 по формуле $\omega_{ExB} = \left| \frac{RB_x}{B} \frac{\partial}{h_y \partial y} \frac{E_y}{RB_x} \right|$ шир приведен на рисунке 35. Видно, что для положительного электрического поля шир того же порядка, что и для отрицательного, но его максимум расположен глубже в плазме. Поэтому можно ожидать, что транспортный барьер при включении RMP сместится в ИТЭР внутрь плазмы.

2.8. Выводы

В этой главе проведено теоретическое рассмотрение явлений в плазме в присутствии резонансных магнитных возмущений. Предложена модель, объясняющая согласованные эффект откачки, изменение электрического поля и тороидального вращения плазмы при включении резонансных магнитных возмущений. Согласно модели, изменение электрического поля связано с амбиполярным откликом плазмы на уход электронов вдоль стохастизированииых силовых линий магнитного поля, включающим механизм неоклассической ионной проводимости. Уменьшение концентрации является следствием самосогласованного перераспределения конвективных потоков ионов в амбиполярном электрическом поле, модифицированном из-за ухода электронов. Тороидальное раскручивание объясняется силой Ампера при радиальном переносе ионов в присутствии полоидального магнитного поля. Модель предсказывает для современных токамаков подъем температуры плазмы при эффекте откачки за счет уменьшения турбулентной теплопроводности при уменьшении концентрации. Теплопроводность Рочестера-Розенблюта, возникающая при стохастизации магнитного поля, оказывается того же порядка и может частично скомпенсировать эффект уменьшения электронной аномальной теплопроводнрости.

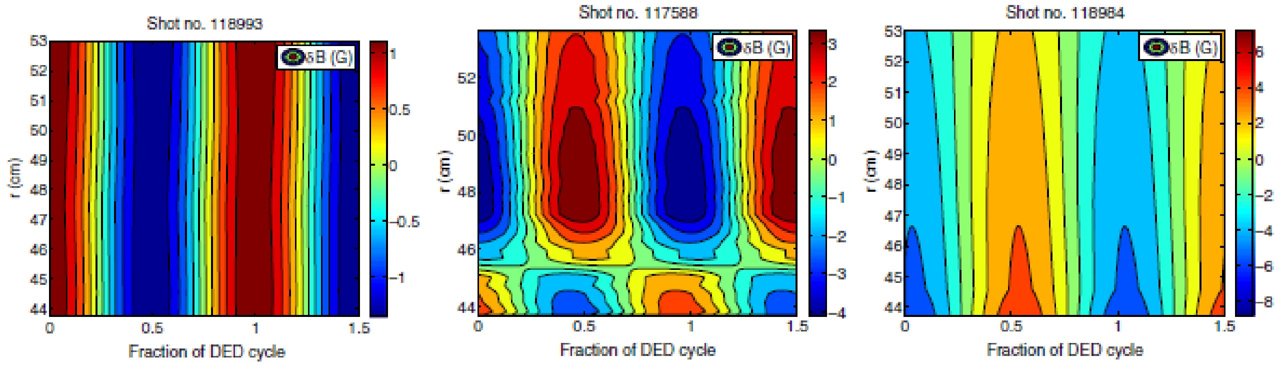
Модель подтверждается результатами моделирования кодом B2SOLPS5.2, сравнением с результатами экспериментов на токамаках ТУМАН-3М, DIII-D и MAST. Результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментом в Н-режиме токамака MAST, при условии, что имеет место существенное экранирование резонансных магнитных возмущений плазмой. В токамаке ТУМАН-3М модель предсказывает изменение знака электрического поля при развитии стохастического слоя, измеренное экспериментально на этой установке.

Для ИТЭР модель предсказывает существенно другой отклик плазмы на RMP, нежели на существующих токамаках. В силу малой неоклассической проводимости плазмы даже небольшое возмущение магнитного поля, близкое к порогу его стохастизации, приведет к смене направления электрического поля и существенной модификации транспортного барьера. В тоже время эффект откачки, по крайней мере по механизму, связанному с конвективными потоками, будет пренебрежимо мал. Модель предсказывает также существенное раскручивание плазмы в направлении тока.

Глава 3. Самосогласованное экранирование резонансных возмущений магнитных полей

3.1. Обзор экспериментальных данных

Как описывалось в главе 2 диссертации, при моделировании эффектов откачки, модификации электрического поля и тороидального ускорения плазмы при RMP для воспроизведения экспериментов приходится брать существенно уменьшенный коэффициент диффузии магнитного поля (до порядка величины) по сравнению в тем, который можно вычислить с помощью вакуумных значений внешнего магнитного возмущения. Аналогичные результаты были получены при кинетическом моделировании плазмы с РМР в токамаке DIII-D [78] с более сложной моделью для потоков частиц в стохастизированном магнитном поле. Другими словами, для воспроизведения экспериментов моделями с фиксированным уровнем магнитного возмущения необходимо предположить существенное экранирование RMP.



(а) (б) (в)

Рис. 36. Зависимость от радиуса и фазы цикла вращения возмущения магнитного поля DED полоидального возмущения магнитного поля. (а) Без плазмы ;(б)экранирование RMP плазмой; (в) проникновение RMP в плазму.

На токамаке TEXTOR [28], [79] были проведены более прямые измерения указывающие на экранирование RMP. В этом токамаке был установлен динамический эргодический дивертор (dynamic ergodic divertor, DED). DED обеспечивал как статические, так и динамические RMP с возможностью варьировать набор полоидальных мод и их амплитуду, вплоть до очень высокой (на порядок больше, чем в экспериментах по подавлению ELM). В работе [79] была измерена зависимость экранирования RMP от скорости вращения магнитных возмущений. В работе [30] измерялось напрямую полоидальное возмущение магнитного поля с помощью подвижного Мирновского зонда. Типичный пример возмущения магнитного поля, создаваемого DED-ом и откликом плазмы показан на рисунке 36. На рисунке 36а показано полоидальное магнитное поле, создаваемое DED без плазмы. На рисунке 36б – ясно видно экранирование плазмой резонансных возмущений – полоидальное поле вблизи рациональной магнитной поверхности за счет экранирующих токов меняет знак. На рисунке 36в окрестность той же резонансной магнитной поверхности показана в случае проникновения RMP.

Экранирование RMP исследовалось во многих работах. В работе [80] и последующих публикациях аналитически исследовалось экранирование отдельного магнитного острова. Обычно делается предположение, что внутри магнитного острова магнитные поверхности эквипотенциальны, а снаружи острова существует радиальное электрическое поле. Неоднородные тороидальное вращение, электрические и диамагнитные дрейфы связанные с искажением магнитных поверхностей за счет острова, создают поперечные инерциальный и вязкостный токи. Продольные токи, которые замыкают эти поперечные токи, меняют магнитное возмущение и приводят к его экранированию.

Такие модели, однако, не могут быть прямо использованы для стохастического слоя, в котором электрическое поле везде не равно 0, как это следует из экспериментальных наблюдений. Кроме того, эти модели не учитывают тороидальности установки, которая как раз и приводит к появлению неоклассического электрического поля в отсутствие RMP при учете продольной вязкости. В то же время, поперечные токи, связанные с продольной вязкостью, и тороидальные эффекты очень важны.

Существуют несколько МГД кодов, в которых экранирование моделируется без предположения отсутствия электрического поля внутри магнитного острова [28], [29, 35, 36, 37, 65, 82]. Обычно применяется модель четырех полей (four-field model) [83] с модификациями для учета поперечной вязкости, аномального переноса и источников ионизации. В работах [29, 35, 36, 81] используется цилиндрическое приближение, а в работах [37, 82] моделирование выполнено в геометрии реального токамака. Во всех этих работах радиальное электрическое поле и тороидальное вращение не вычисляются самосогласованно с учетом неоклассических эффектов.

В то же время, самосогласованное радиальное электрическое поле, является ключевым параметром в проблеме экранирования. Радиальное поле, как показано в предыдущей главе, определяет радиальный ток как ионов, так и электронов (они должны замыкать друг друга для соблюдения квазинейтроальности). В то же время радиальный ток электронов – это проекция тока электронов вдоль силовых линий возмущенного магнитного поля. Поскольку продольный ток отвечает за экранирование магнитного возмущения, величина радиального тока и радиального электрического поля должны быть рассчитаны самосогласованно. Радиальный ионный ток в токамаке определяется неоклассическими эффектами, поэтому описание потоков ионов должно включать эти эффекты и, в частности, влияние продольной неоклассической вязкости. В работе [84] неоклассическая вязкость и турбулентная вязкость в упрощенном виде были добавлены в МГД код, и это привело к существенному изменению порога экранирования магнитных возмущений.

В диссертации предлагается аналитическая модель экранирования RMP с учетом самосогласованного электрического поля. Модель в упрощенной форме включает основные факторы, определяющие экранирование: электронную радиальную проводимость в стохастизированном магнитном поле и тороидальные эффекты, вызывающие неоклассическую радиальную проводимость, а также самосогласованные модификацию радиального электрического поля и возмущения магнитного поля.

Модель предсказывает появление, в зависимости от параметров, двух существенно различающихся режимов при включении RMP. Существует ‘ионная’ ветка решения с электрическим полем, близким к неоклассическому, и существенным экранированием магнитного возмущения, и ‘электронная’ ветка, для которой электрическое поле положительно, а экранирование магнитного возмущения незначительно. Переход от одного решения к другому происходит в узкой области пространства параметров, и может носить характер бифуркации. Предложенная модель экранирования объясняет резкий переход от экранирования к проникновению в плазму RMP, наблюдаемый в экспериментах [28, 30, 32] Приведено сравнение предсказаний модели с экспериментами и с результатами моделирования. В рамках модели сделаны предсказания для параметров ИТЭР, показано, что наиболее вероятным будет сценарий с положительным электрическим полем и слабым экранированием RMP.

3.2. Экранирование стохастического магнитного поля

Стохастизация силовых линий магнитного поля внутри сепаратрисы при RMP приводит к возникновению радиального тока электронов. Поскольку стохастический слой узок по сравнению с малым радиусом токамака, динамику электронов можно описывать в приближении плоского слоя в котором x - полоидальная, y - радиальная и z - тороидальная кординаты. Согласно работе [85] в слабо столкновительном случае $\lambda_e > L_K$ (L_K – Колмогоровская длина и λ_e - длина свободного пробега электрона) радиальный ток электронов можно записать как

$$j_e = i_\sigma e n_e D_{St}\sqrt{\frac{2T_e}{\pi m_e}}\left(\frac{\partial \ln n_e}{\partial y} - \frac{e}{T_e}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{1}{2T_e}\frac{\partial T_e}{\partial y}\right) = \sigma_{St}(E_y - E_y^B), \tag{3.1}$$

где σ_{St} определяется формулой (2.2), $E_y^B = -\frac{\mathrm{T_e}}{\mathrm{e}}\frac{\partial \ln n_e}{\partial y} - \frac{1}{2e}\frac{\partial T_e}{\partial y}$ - соответствует E_r^{St} в формуле (2.1) для случая плоского слоя. Здесь $i_\sigma < 1$ - это численный коэффициент и D_{St} - коэффициент диффузии магнитного поля. В квазилинейном приближении [86]

$$D_{st} = \pi R \sum \frac{\left|B_{y\vec{k}}\right|^2}{B^2}\delta\left(\frac{m}{q(y)} - n\right), \tag{3.2}$$

где $q(y)$ - запас устойчивости, для круглого сечения токамака $k_x = m/r,\, k_z = n/R$. Сумма берется по дискретному набору векторов $\vec{k}$, соответствующих разложению возмущения магнитного поля в ряд Фурье. В отсутствие градиента температуры электронов положительное радиальное электрическое поле E_y^{B} соответствует Больцмановскому потенциалу, удерживающему электроны. Проводимость электронов связана с радиальной температуропроводностью Рочестера-Розенблюта в стохастическом магнитном поле χ_e^{RR} [86] соотношением Эйнштейна $\sigma_{St} = 2i_\sigma (e^2 n_e / T_e)\chi_e^{RR}$.

Радиальный ток электронов складывается из радиальных проекций продольных токов по стохастизированным магнитным трубкам которые, в свою очередь вызываются проекцией на направление магнитного поля разницы радиальных электрических полей $E_y - E_y^B$. В этом приближении продольный ток записывается как [85]

$$j_{\|\vec{k}} = i_\sigma e^2 n_{\mathrm{e}} \pi R \frac{B_{y\vec{k}}}{B}\delta\left(\frac{m}{q(y)} - n\right)\sqrt{\frac{2}{\pi m_e T_e}}\left(E_{\mathrm{y}} - E_{\mathrm{y}}^B\right). \tag{3.3}$$

Связь между гармониками в разложении продольного тока по x и z и радиальным током дается как

$$j_{\|\vec{k}} = j_e \frac{B_{y\vec{k}} / B\,\delta\left(\frac{m}{q(y)} - n\right)}{\sum \delta\left(\frac{m}{q(y)} - n\right)\left|B_{y\vec{k}}\right|^2 / B^2}. \tag{3.4}$$

Здесь B_y - полное возмущение магнитного поля, с учетом экранирования плазмой. Обозначим вакуумное возмущение магнитного поля - B_y^0, и магнитное поле, создаваемое токами по плазме - $\widetilde{B}_y$ так что

$$B_{\text{y}} = B_y^0 + \widetilde{B}_y \,. \tag{3.5}$$

Для каждого волнового вектора $\vec{k}$ ток $j_{\|\vec{k}}$ сосредоточен в узком слое ширины $2L$ вокруг резонансной поверхности $y = y_{\vec{k}res}$ с $q = m/n$.

Комбинируя уравнение Максвелла $\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B}$ для

$$j_{\|\vec{k}} \approx j_{z\vec{k}} = \frac{1}{\mu_0}(ik_x \widetilde{B}_{y\vec{k}} - \frac{\partial \widetilde{B}_{x\vec{k}}}{\partial y}) \,. \tag{3.6}$$

и уравнение $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

$$ik_x \widetilde{B}_{x\vec{k}} + \frac{\partial \widetilde{B}_{y\vec{k}}}{\partial y} = 0 \tag{3.7}$$

получаем

$$j_{\|\vec{k}} \approx j_{z\vec{k}} = \frac{1}{\mu_0}(ik_x \widetilde{B}_{y\vec{k}} - \frac{i}{k_x}\frac{\partial^2 \widetilde{B}_{y\vec{k}}}{\partial y^2}) \,. \tag{3.8}$$

Ток, описываемый уравнением (3.8) периодический по направлению x и спадает экспоненциально при удалении от слоя, в котором протекает ток как $\exp(-k_x |y - y_{\vec{k}res}|)$. Проинтегрируем уравнение (3.8) по слою $(-\delta, +\delta)$ для которого $L << \delta << k_x^{-1}$:

$$\int_{-\delta}^{\delta} j_{\|\vec{k}} dy = \frac{1}{\mu_0}(2\delta i k_x \widetilde{B}_{y\vec{k}} - \frac{2i}{k_x}\frac{\partial \widetilde{B}_{y\vec{k}}}{\partial y}\Big|_{y=y_{\vec{k}res}+\delta}) = \frac{2i}{\mu_0}\widetilde{B}_{y\vec{k}}\Big|_{y=y_{\vec{k}res}} \,. \tag{3.9}$$

Мы пренебрегли первым слагаемым в правой части, учли экспоненциальный спад возмущения магнитного поля и тот факт, что $\delta << k_x^{-1}$. Поскольку

$$\int_{-\delta}^{\delta} \delta(\frac{m}{q(y)} - n)dy = \frac{q}{q'|n|}$$

из уравнений (3.4), (3.9) получаем

$$\tilde{B}_{y\vec{k}} = -i\mu_0 L\, j_e \frac{B_{y\vec{k}} / B}{\sum \delta(\frac{m}{q(y)} - n)\left|B_{y\vec{k}}\right|^2 / B^2} \quad , \tag{3.10}$$

где

$$2L = \frac{q}{q'|n|} \quad . \tag{3.11}$$

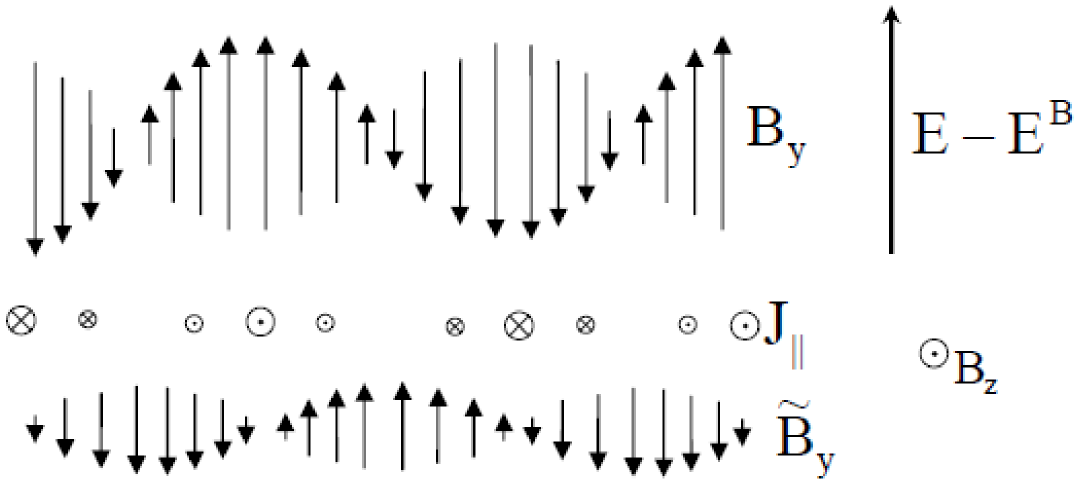


Рис. 37. Полное возмущение магнитного поля и магнитное поле, создаваемое плазмой для одной гармоники RMP.

В уравнении (3.10) возмущения магнитного поля взяты на соответствующих резонансных поверхностях. Магнитное возмущение $\tilde{B}_{y\vec{k}}$ спадает на радиальном масштабе $|\vec{k}|^{-1}$, так что оно почти постоянно внутри стохастического слоя. Отметим, что магнитное поле $\tilde{B}_{y\vec{k}}$, создаваемое плазмой, сдвинуто на $\pi/2$ относительно продольного тока, и поэтому и относительно полного магнитного поля $B_{y\vec{k}}$, рисунок 37. Вакуумное поле – разность между полным и создаваемым плазмой полями, которые сдвинуты по фазе на $\pi/2$ между собой. Поэтому амплитуда каждого из этих двух должна быть меньше, чем их разность. Определим параметр экранирования как

$$\alpha = \frac{L}{B}\frac{j_e}{\sum\delta(\frac{m}{q(y)}-n)\left|B_{y\vec{k}}\right|^2/B^2}\mu_0 . \tag{3.12}$$

так что $i\tilde{B}_{y\vec{k}}/B = \alpha B_{y\vec{k}}/B$. Учитывая что $B_{y\vec{k}} = \tilde{B}_{y\vec{k}} + B^0_{y\vec{k}}$, получаем

$$\frac{B_{y\vec{k}}}{B} = \frac{1-i\alpha}{1+\alpha^2}\frac{B^0_{y\vec{k}}}{B} \tag{3.13a}$$

и

$$\left|\frac{B_{y\vec{k}}}{B}\right|^2 = \frac{1}{1+\alpha^2}\left|\frac{B^0_{y\vec{k}}}{B}\right|^2 \quad . \tag{3.13b}$$

Из уравнения (3.13b) следует, что полное магнитное поле меньше, чем вакуумное, а значит действительно имеет место экранирование вакуумного поля плазмой. Если $\alpha > 1$ то экранирование будет существенно. Коэффициент диффузии магнитного поля D_{st} и радиальный ток электронов уменьшаются как $1/(1+\alpha^2)$ относительно их вакуумных значений. Как следует из уравнения (3.13a) для $\alpha > 1$ фаза заэкранированного магнитного поля сдвинута $-arctg\alpha \approx -\pi/2$ относительно вакуумного магнитного поля.

Комбинируя уравнения (3.1), (3.2) и (3.12), получаем

$$\alpha = \frac{L}{B} i_\sigma e^2 n_e R\sqrt{\frac{2\pi}{m_e T_e}}\mu_0 (E_\text{y} - E^B_\text{y}) . \tag{3.14}$$

Параметр экранирования α зависит от самосогласованного электрического поля. Радиальное поле E_y определяется балансом радиального электронного тока j_e, возникающего из-за стохастизации магнитного поля, и ионного тока j_i связанного с неоклассической ионной проводимостью. Для соблюдения амбиполярности необходимо $j_e = -j_i$, ионный ток и неоклассическая проводимость даются формулами (1.30), (1.31), где для плоского слоя координата r заменяется на y

Из уравнений (3.1), (1.30) следует выражение для самосогласованного электрического поля в слое, аналогичное выражению (2.16) в главе 2:

$$E_y = \frac{\sigma_{St} E_y^B + \sigma_{NEO} E_y^{(NEO)}}{\sigma_{St} + \sigma_{NEO}}. \tag{3.15}$$

Комбинируя уравнения (3.15) и (3.14), получаем параметр экранирования

$$\alpha = \frac{L}{B} i_\sigma e^2 n_e R \sqrt{\frac{2\pi}{m_e T_e}} \mu_0 (E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B) \frac{1}{1+\sigma_{St}/\sigma_{NEO}} = \frac{\alpha_1}{1+\sigma_{St}/\sigma_{NEO}}. \tag{3.16}$$

где

$$\alpha_1 = \frac{L}{B} i_\sigma e^2 n_e R \sqrt{\frac{2\pi}{m_e T_e}} \mu_0 (E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B). \tag{3.17}$$

не зависит от величины самосогласованного электрического поля.

Нас интересует отношение $b = \left|B_{y\vec{k}}\right|^2 / \left|B_{y\vec{k}}^0\right|^2$ для некоторой произвольной гармоники. Для основных гармоник, которые дают главный вклад в стохастизацию магнитного поля и стохастическую проводимость, можно использовать оценку

$$\mathrm{b} = \left|B_{y\vec{k}}\right|^2 / \left|B_{y\vec{k}}^0\right|^2 \approx \sigma_{St} / \sigma_{St}^{vacuum}. \tag{3.18}$$

Здесь σ_{St}^{vacuum} соответствует вакуумному уровню RMP. Согласно уравнению (3.13) $\mathrm{b} = (1+\alpha^2)^{-1}$, поэтому из уравнения (3.16) получаем

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{b} - 1} = \frac{\alpha_1}{1 + b\sigma_{St}^{vacuum} / \sigma_{NEO}}. \tag{3.19}$$

Используя параметр

$$\sigma = \sigma_{St}^{vacuum} / \sigma_{NEO} . \qquad (3.20)$$

получаем уравнение

$$\sqrt{\frac{1}{b} - 1} = \frac{\alpha_1}{1 + b\sigma} . \qquad (3.21)$$

Это уравнение кубическое относительно b и оно может иметь один или три положительных корня в зависимости от параметров σ и α_1. Схема различных регионов в пространстве параметров дана на рисунке 38.

В случае $\sigma < 1$ поскольку $b < 1$ параметр экранирования будет $\alpha = \alpha_1$. При $\alpha_1 < 1$ экранирование несущественное и самосогласованное электрическое поле определяется балансом между проводимостью электронов при вакуумном возмущении магнитного поля и ионной неоклассической проводимостью в соответствии с уравнением (3.15), оставаясь при этом отрицательным. В противоположном случае $\alpha_1 > 1$ экранирование большое, электронная проводимость уменьшена на коэффициент $\alpha^2 = \alpha_1^{\,2}$ относительно вакуумной величины и электрическое поле близко к неоклассическому.

При $\sigma > 1$ и $\alpha_1 < 1$ экранирование мало и радиальное электрическое поле определяется вакуумной электронной проводимостью. Электрическое поле при этом положительно.

Наиболее сложное решение при $\sigma > 1$ и $\alpha_1 > 1$. В этом случае существуют три ветви решения, соответствующие трем корням уравнения (3.21).

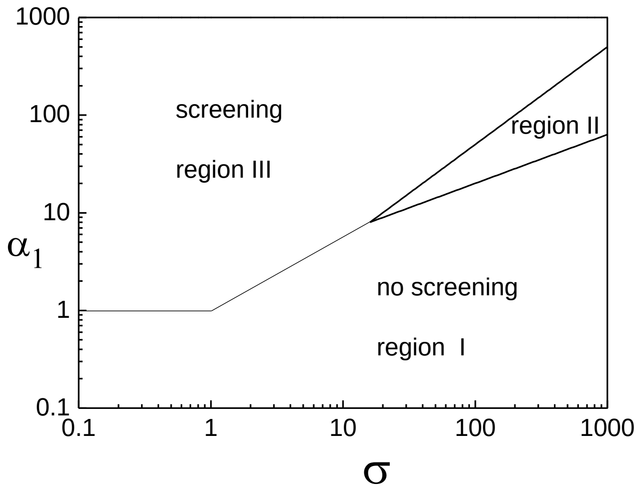


Рис. 38. Различные регионы в пространстве параметров соответствующие разным режимам экранирования РМР.

Первая ветвь соответствует случаю, когда знаменатель в правой части уравнения (3.21) близок к единице и $\mathrm{b} \approx \alpha_1^{-2}$. При этом возникает сильное экранирование. При увеличении RMP это решение реализуется до тех пор, пока выполняется $\sigma_{St} / \sigma_{\mathrm{NEO}} \approx b\sigma_{St}^{vacuum} / \sigma_{NEO} \approx \alpha_1^{-2}\sigma < 1$. Другими словами, первая ветвь реализуется при

$$1 < \sigma < \alpha_1^2, \qquad \mathrm{b} = \alpha_1^{-2} < 1. \tag{3.22}$$

Радиальное электрическое поле отрицательное, потому что σ_{St} меньше, чем σ_{NEO}, и только при $\sigma \sim \alpha_1^2$ оказывается существенно возмущено по сравнению с неоклассическим, оставаясь отрицательным. Поэтому несмотря на большое вакуумное значение RMP, его влияние на электрическое поле остается небольшим, благодаря его экранированию.

Вторая ветвь решения соответствует большим σ при которых знаменатель в правой части уравнения (3.21) большой, так что правая часть в (3.21) мала и поэтому $\mathrm{b} \approx 1$. Такая ветка решения существует при

$$\alpha_1 < \sigma, \qquad b = 1. \tag{3.23}$$

При этом существует область в пространстве параметров $\alpha_1 < \sigma < \alpha_1^2$, в которой обе ветки решения существуют одновременно.

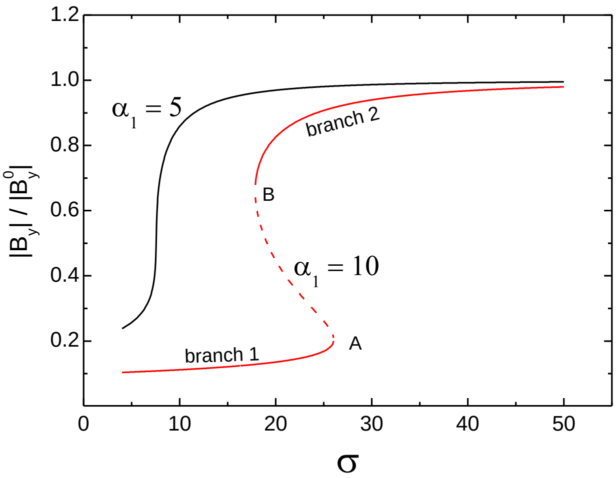


Рис. 39. Зависимость от параметра σ отношения радиального возмущения магнитного поля в плазме к его вакуумному значению.

Поэтому на рисунке 38 показано три региона в пространстве параметров: регион I, $\alpha_1 < \sqrt{\sigma}$ с одним решением без экранирования; регион II, $\sqrt{\sigma} < \alpha_1 < \sigma$, с двумя решениями, одно из которых соответствует экранированию; и регион III, $\alpha_1 > \sigma$, с одним решением и экранированием $b = \alpha_1^{-2}$. Аккуратный анализ уравнения (3.21) дает границы регионов для $\sigma >> 1$ и $\alpha_1 >> 1$ равными $\alpha_1 = 2\sqrt{\sigma}$ и $\alpha_1 = \sigma/2$, см. рисунок 38.

В регионе II существует третье положительное решение кубического уравнения (3.21), но это решение неустойчиво и в эксперименте не наблюдается.

На рисунке 39 показано отношение $\left|B_{y\bar{k}}\right| / \left|B^0_{y\bar{k}}\right| = \sqrt{b}$ как функция σ для $\alpha_1 = 10$. Увеличивая вакуумную величину RMP мы повышаем σ и продвигаемся направо вдоль “заэкранированной” ветви решения 39. В точке A решение “перепрыгивает” на ветвь 2, на которой экранирование отсутствует. При уменьшении тока в катушках, создающих RMP, мы продвигаемся налево вдоль ветви 2, до тех пор, пока в точке B не произойдет скачек к решению с экранированием. Для $\alpha_1 < 5$ существует только одна ветвь решения.

Зависимость радиального электрического поля от σ показана на рисунке 40. Поле может принимать значения между неоклассической величиной и нулем для случая экранирования, и оказывается близко к E^B на той ветви решения, при которой экранирование пренебрежимо. Для $\alpha_1 = 10$ существует область положительных электрических полей, меньших, чем E^B, которых нельзя достигнуть в стационарном случае.

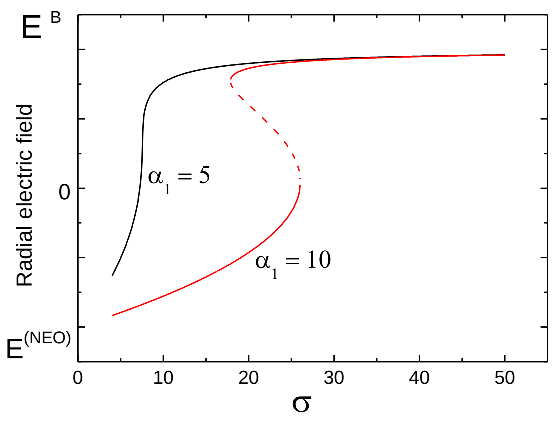


Рис.40. Зависимость радиального электрического поля от параметра σ .

Для широкого стохастического слоя, с большим количеством резонансных магнитных поверхностей и соответствующих гармоник возмущения магнитного поля, параметры α_1 и σ могут быть для разных гармоник разными из-за разной величины неоклассического электрического поля, градиента электронной температуры и концентрации, разного вакуумного уровня магнитного поля для разных гармоник, особенности профиля q при приближении к сепаратрисе и других факторов. Тем не менее, в каждой радиальной позиции коэффициент диффузии магнитного поля и радиальная проводимость электронов определяются возмущениями магнитного поля, резонансными на ближайших рациональных поверхностях. Поэтому для экранирования важны локальные значения α_1 и σ. Может случиться так, что часть гармоник возмущения магнитного поля заэкранирована, а часть проникает в плазму.

3.3 Ограничения квазилинейной модели

В реальной геометрии, когда параметр Чирикова становится больше единицы но все еще не очень велик, квазилинейное выражение для коэффициента диффузии магнитного поля, уравнение (3.2), дает большую величину $\mathrm{D}_{\mathrm{st}}^{\mathrm{QL}}$, чем отслеживание силовых линий магнитного поля с помощью компьютерного моделирования D_{st}^{tr}. Например, для токамака TEXTOR с большим током в системе DED отношение $D_{st}^{tr} / D_{st}^{QL}$ оценивается как $0.1-0.05$ [89]. Поэтому параметр σ^{QL} в уравнении (3.20), рассчитанный в квазилинейном приближении и пропорциональный квазилинейному коэффициенту диффузии магнитного поля, приходится заменить на

$$\sigma = \sigma^{QL} D_{st}^{tr} / D_{st}^{QL}. \tag{3.24}$$

Параметр α_1, второй из параметров, определяющих экранирование магнитного поля, тоже должен быть модифицирован. Продольные токи протекают в узкой области в окрестности резонансной магнитной поверхности. Ширину этой области можно оценить как область, где $L_K k_{\parallel}(y) \le 1$ (L_K - Колмогоровская длина). Раскладывая $k_{\parallel}$ в ряд в окрестности резонансной магнитной поверхности, получаем

$$\tilde{L} \approx \frac{2qR}{q' n L_K}. \tag{3.25}$$

Параметр экранирования α_1 пропорционален ширине этого слоя. В квазилинейной теории ширина слоя, содержащего продольный ток, соответствующий данной резонансной гармонике, может оцениваться как расстояние между соседними рациональными поверхностями, на которых возникают магнитные острова $\tilde{L}^{QL} \approx (q'n)^{-1} = 2L/q$. Поэтому квазилинейное выражение, уравнение (3.11), нужно заменить на $L = q\tilde{L}/2$.

Согласно уравнению (3.12), параметр α пропорционален радиальному электронному току, и поэтому, в соответствии с уравнением (3.1), пропорционален коэффициенту диффузии магнитного поля. В квазилинейном приближении коэффициент диффузии магнитного поля оценивается как

$$D_{st}^{QL} = 2\pi qR \left| B_{y\bar{k}} \right|^2 / B^2 . \tag{3.26}$$

Поэтому уравнение (3.17) для α_1^{QL} заменяется на

$$\alpha_1 = \alpha_1^{QL} \frac{\tilde{L}}{\tilde{L}^{QL}} \frac{D_{st}}{D_{st}^{QL}} = \alpha_1^{QL} \frac{2qR}{L_K} \frac{D_{st}}{D_{st}^{QL}} . \tag{3.27}$$

Параметр экранирования α_1 может при этом значительно уменьшиться по сравнению с квазилинейным выражением α_1^{QL}, определяемым уравнением (3.17) .

3.4. Экранирование отдельного острова

За пределами стохастического слоя при включении RMP обычно возникают отдельные цепочки магнитных островов. Даже если для вакуумного уровня магнитного возмущения критерий Чирикова больше единицы, полная стохастизация магнитного поля может не наступить из-за отклика плазмы. Тем не менее, для небольшого изолированного острова с шириной порядка сантиметра, механизм экранирования принципиально не отличается от описанного выше.

Внутри такого острова электронная температура выравнивается, благодаря высокой продольной электронной теплопроводности. Действительно, $\chi_{e\perp} < \chi_{e\parallel} (B_{y\bar{k}} / B)^2$ даже с учетом экранирования, если предположить оценку для поперечной турбулентной температуропроводности $\chi_{e\perp} \sim 1 m^2 / s$. Заметим, что в противоположность случаю стохастического магнитного поля значение $\chi_{e\parallel}$ надо рассчитывать по гидродинамической формуле, поскольку в случае изолированного острова длину свободного пробега электрона λ_e надо сравнивать с расстоянием вдоль магнитного поля от одной стороны острова до другой $L_\parallel = w\mathrm{B} / B_{y\bar{k}}$, где w - ширина острова

$$w = 4\sqrt{\frac{B_{y\bar{k}}\, yq}{B_x mq'}}\ . \qquad (3.28)$$

Напротив, ионная температура и концентрация плазмы не так сильно возмущаются присутствием острова, поскольку продольный перенос ионов не такой быстрый, как у электронов. Для ионной температуропроводности верно неравенство: $\chi_{i\perp} > \chi_{i\|}(B_{y\bar{k}}/B)^2$ и поэтому ионный градиент температуры не сильно меняется в присутствии острова. Для оценки изменения концентрации надо сравнивать турбулентный диффузионный поток и проекцию продольного потока внутри острова, в котором верхняя оценка для скорости – это скорость звука c_s. Поскольку $\mathrm{D}_\perp > wc_s B_{y\bar{k}}/B$, профиль плотности слабо меняется за счет острова.

Более сложный вопрос влияния острова на тороидальную скорость обсуждался в работе [90]. Характерный масштаб вариации тороидальной скорости в острове $\sim \mathrm{R}\eta_\perp^{1/2}B/(\eta_{NEO}^{1/2}B_x)$ ($\eta_\perp \sim nm_i D_\perp$ - турбулентный коэффициент вязкости, η_{NEO} -продольная вязкость) превышает размер рассматриваемого острова w и поэтому тороидальное вращение в присутствии острова можно считать таким же, как в отсутствие RMP.

Механизм неоклассической радиальной ионной проводимости в присутствие острова остается точно таким же, как без него, поскольку ионная температура, плотность и тороидальное вращение слабо изменяются за счет острова, а от электронной температуры она не зависит. Выражение для ионного тока поэтому дается уравнением (1.30).

Радиальный ток электронов, радиальная проекция продольного электронного тока, дается модифицированным уравнением (3.1)

$$j_e = \sigma_{st}^{Isl}(E_\mathrm{y} - E_\mathrm{y}^B)\,, \qquad (3.29)$$

где

$$\sigma_{St}^{Isl} = \sigma_\|^{Isl}\left|B_{y\bar{k}}/B\right|^2, \qquad E_y^B = -\frac{\mathrm{T_e}}{\mathrm{e}}\frac{\partial \ln n_e}{\partial y}\ . \qquad (3.30)$$

Выражение для E_y^B отличается от уравнения (3.1) поскольку в острове нет радиального градиента электронной температуры. Продольная проводимость дается Спитцеровской формулой, если $\lambda_\mathrm{e} < L_\|$, а в бесстолкновительном случае $\lambda_\mathrm{e} > L_\|$ ее можно оценить как (аналогично выводу в работе [85])

$$\sigma_{\parallel}^{Isl} \approx \frac{\mathrm{n_e} e^2 L_{\parallel}}{\sqrt{T_e m_e}}. \tag{3.31}$$

Поскольку механизмы радиальной неоклассической ионной проводимости и электронной проводимости остаются принципиально теми же, что и в стохастическом слое, механизм экранирования тоже остается тем же. Тем не менее, есть два существенных различия: i) параметр экранирования включает в себя ширину острова, поскольку продольные токи замыкают ток неоклассической проводимости только внутри острова и ii) стохастическую проводимость σ_{St} нужно заменить на σ_{St}^{Isl}. Поэтому вместо уравнений (3.16)-(3.17) получаем

$$\alpha = \frac{w}{B}\sigma_{\parallel}^{Isl}\mu_0(E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B)\frac{1}{1+\sigma_{St}^{Isl}/\sigma_{NEO}} = \frac{\alpha_1\sqrt{\left|B_{y\vec{k}}/B_{y\vec{k}}^0\right|}}{1+\sigma_{\parallel}^{Isl}\left|B_{y\vec{k}}/B\right|^2/\sigma_{NEO}}, \tag{3.32}$$

где

$$\alpha_1 = \frac{w^{vacuum}}{B}\sigma_{\parallel}^{Isl}\mu_0(E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B). \tag{3.33}$$

Заметим, что ширина острова $w = w^{vacuum}\left|B_{y\vec{k}}/B_{y\vec{k}}^0\right|^{1/2}$ и для $\lambda_{\mathrm{e}} > L_{\parallel}$, уравнение (3.31), продольная проводимость $\sigma_{\parallel}^{Isl}$ зависит от величины возмущения магнитного поля, что делает дальнейший анализ количественно несколько другим.

Для $\lambda_{\mathrm{e}} \le \mathrm{L}_{\parallel}$ продольная проводимость $\sigma_{\parallel}^{Isl}$ в отдельном острове не зависит от уровня возмущения магнитного поля и согласно уравнениям (3.19), (3.32) уровень экранирования определяется выражением

$$\sqrt{\frac{1}{b}-1} = \frac{\alpha_1\sqrt[4]{\mathrm{b}}}{1+b\sigma}. \tag{3.34}$$

где $\alpha_1 = \frac{w^{vacuum}}{B}\sigma_{\parallel}^{Isl}\mu_0(E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B)$ и $\sigma = \sigma_{\parallel}^{Isl}\left|B_{y\vec{k}}^0/B\right|^2/\sigma_{NEO}$. Для $\sigma < 1$ экранирование определяется параметром α_1. Для $\alpha_1 >> 1$ выполняется $\left|B_{y\vec{k}}\right|/\left|B_{y\vec{k}}^0\right| \approx \alpha_1^{-2/3}$ и для $\alpha_1 << 1$

экранирования не будет. Для $\sigma > 1$, $\alpha_1 < 1$ экранирования тоже нет. Для $\sigma > 1$, $\alpha_1 > 1$ опять существует две ветви решения. Для маленького возмущения магнитного поля знаменателем в правой части уравнения (3.34) можно пренебречь и можно использовать оценку $\mathrm{b} \approx \alpha_1^{-4/3}$. Она остается верна, до тех пор пока $b\sigma \approx \alpha_1^{-4/3}\sigma < 1$, так что эта ветка решения существует для $\alpha_1 > \sigma^{3/4}$. При таком решении RMP заэкранировано и электрическое поле близко к неоклассическому. Вторая ветка решения соответствует большому знаменателю в правой части уравнения (3.34), так что правая часть (3.34) мала, и поэтому $\mathrm{b} \approx 1$. Эта ветка существует пока $\alpha \approx \dfrac{\alpha_1 \sqrt[4]{\mathrm{b}}}{1 + \mathrm{b}\sigma} \approx \alpha_1 \sigma^{-1} < 1$, так что $\alpha_1 < \sigma$. В этом случае экранирование в острове мало и электрическое поле положительно.

Для $\lambda_\mathrm{e} > \mathrm{L}_\parallel$ продольная проводимость $\sigma_\parallel^{Isl} \approx \dfrac{\mathrm{n_e} e^2 L_\parallel}{\sqrt{T_e m_e}} \sim \mathrm{L}_\parallel \sim \sqrt{B / B_{y\bar{k}}}$ в острове пропорциональна $b^{-1/4}$, и в соответствии с уравнениями (3.19), (3.32) уровень экранирования определяется выражением

$$\sqrt{\frac{1}{b} - 1} = \frac{\alpha_1}{1 + b^{3/4}\sigma}, \tag{3.35}$$

где $\alpha_1 = \dfrac{w^{vacuum}}{B} \sigma_\parallel^{vacuum} \mu_0 (E_\mathrm{y}^{(\mathrm{NEO})} - E_y^B)$ и $\sigma = \sigma_\parallel^{vacuum} \left| B_{y\bar{k}}^0 / B \right|^2 / \sigma_{NEO}$ определяются через продольную проводимость $\sigma_\parallel^{vacuum}$в острове с вакуумным уровнем RMP. Для $\sigma < 1$ экранирование определяется параметром α_1. Для $\alpha_1 >> 1$ выполняется $\left| B_{y\bar{k}} \right| / \left| B_{y\bar{k}}^0 \right| \approx \alpha_1^{-2/3}$, а для $\alpha_1 << 1$ экранирование отсутствует. Для $\sigma > 1$, $\alpha_1 < 1$ экранирование тоже отсутствует. Для $\sigma > 1$, $\alpha_1 > 1$ существуют две ветви решения. Для маленького возмущения магнитного поля знаменателем в правой части уравнения (3.35) можно пренебречь, и выполняется оценка $\mathrm{b} \approx \alpha_1^{-2}$. Она верна пока $b^{3/4}\sigma \approx \alpha_1^{-3/2}\sigma < 1$, и эта ветка решения сохраняется пока $\alpha_1 > \sigma^{2/3}$. RMP при таком решении заэкранировано, и электрическое поле близко к неоклассическому. Вторая ветка решения соответствует большому знаменателю в (3.35), так что правая часть уравнения (3.35) мала, и поэтому $\mathrm{b} \approx 1$. Эта ветка существует пока $\alpha \approx \dfrac{\alpha_1}{1 + \mathrm{b}^{3/4}\sigma} \approx \alpha_1 \sigma^{-1} < 1$ так что $\alpha_1 < \sigma$. В этом случае экранирование мало, а электрическое поле положительно.

3.5. Вращающиеся RMP

Модель может быть легко распространена на случай вращающихся магнитных возмущений RMP. Экранирование зависит от вращения RMP, поскольку вращающиеся магнитные поля наводят дополнительное продольное электрическое поле. Радиальное магнитное поле, соответствующее гармонике с волновым вектором $\vec{k}$, для вращающегося RMP записывается как

$$\mathrm{B}_{\mathrm{y}\vec{\mathrm{k}}} = B(y)\exp(i\vec{k}(\vec{r}-\vec{V}t)), \tag{3.36}$$

где $\vec{V}$ - скорость магнитного острова. Ему соответствует гармоника векторного потенциала $\mathrm{A}_{\mathrm{z}\vec{\mathrm{k}}} = B(y)\exp(i\vec{k}(\vec{r}-\vec{V}t))i/k_x$ и тороидального электрического поля $\mathrm{E}_{\mathrm{z}\vec{\mathrm{k}}} = -\partial A_{z\vec{k}}/\partial t = -B_{y\vec{k}}(\vec{k}\cdot\vec{V})/k_x$. Полное наведенное электрическое поле $\mathrm{E_z} = \sum E_{z\vec{k}}$. Учитывая, что $k_x >> k_z$, это электрическое поле можно записать как

$$\mathrm{E_z} = -V_x \mathrm{B} \sum \mathrm{B}_{y\vec{k}} / B. \tag{3.37}$$

Это электрическое поле влияет на продольный ток, а следовательно и на радиальный ток (разницей между тороидальной проекцией электрического поля E_z и продольной проекцией $E_\parallel$ можно пренебречь). В результате радиальный ток определяется уравнением (3.1) с новым “Больцмановским” электрическим полем для электронов E_y^B:

$$E_y^B = -\frac{\mathrm{T_e}}{\mathrm{e}}\frac{\partial \ln n_e}{\partial y} - \frac{1}{2e}\frac{\partial T_e}{\partial y} + V_x B. \tag{3.38}$$

Ионная неоклассическая радиальная проводимость не зависит от RMP и их вращения. Уравнение для экранирования (3.38) остается тем же, что и раньше, для стационарного RMP если воспользоваться новым выражением для E_y^B. Параметр экранирования определяется уравнением (3.17) и поэтому величина экранирования при вращении RMP меняется.

В частности, экранирование исчезает, если вращение подбирается так, что $E_y^B = E_{\mathrm{y}}^{(\mathrm{NEO})}$, когда

$$V_x = \frac{\mathrm{T_e} + T_i}{\mathrm{eB}} \frac{\partial \ln n_e}{\partial y} + \frac{1}{eB} \frac{\partial (k_T T_i + 0.5 T_e)}{\partial y} - \frac{B_x}{B^2} \langle B U_T \rangle . \tag{3.39}$$

Если слагаемым с тороидальной скоростью в уравнении (3.39) можно пренебречь, RMP при этом должно вращаться в направлении диамагнитной скорости электронов. Такое рассмотрение объясняет зависимость проникновения RMP в плазму от их вращения, наблюдавшуюся в эксперименте на токамаке TEXTOR [79].

3.6. Сравнение аналитической модели с экспериментальными результатами и с результатами моделирования.

Для сравнения с предложенной моделью использованы результаты с трех современных токамаков DIII-D, MAST и TEXTOR с разными параметрами плазмы и системами создания RMP. Значения амплитуд гармоник RMP в работах [28, 91, 92, 93] и в дальнейшем тексте даны для *cos*-компонент разложения в ряд Фурье, и поэтому они вдвое больше чем экспоненциальные компоненты разложения, использованные ранее в тексте.

Типичные параметры пьедестала в DIII-D для разрядов с низкой плотностью, в которых при RMP наблюдался эффект откачки [20, 78, 83]: $\mathrm{n_e} = 2 \cdot 10^{19} m^{-3}$, $T_e \approx T_i = 1 keV$, $\mathrm{B} = 2\mathrm{T}$, $I_p = 1.5 MA$, $R = 1.8 m$, $a = 0.6 m$. Характерный спектр RMP включает n=3, m=9-14 и вакуумную амплитуду возмущений порядка $B_{y\bar{k}} / B = 3 \cdot 10^{-4}$.

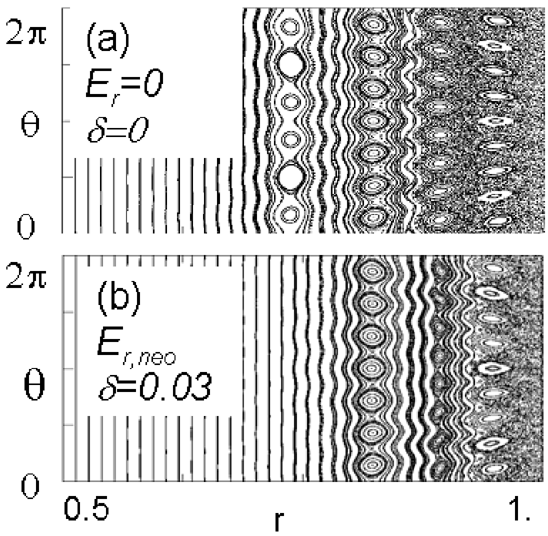
Квазилинейная оценка коэффициента диффузии магнитного поля для вакуумного уровня RMP [93] дает $\mathrm{D_{st}} = 10^{-6} m$. Параметр L определяемый уравнением (3.11) для профиля q из работ [20, 93] получается равным 0.03 m; q=4 для поверхности с нормализованным полоидальным магнитным потоком $\psi = 0.95$; критерий Чирикова выполняется для вакуумного уровня RMP для поверхностей с $\psi > 0.9$. Радиальное электрическое поле в области транспортного барьера, измеренное в отсутствие RMP [78], близко к неоклассическому $\mathrm{E} \sim \mathrm{E}^{(\mathrm{NEO})} \sim -E^B \sim$ -20 kV/m. При таких параметрах плазма находится в слабо столкновительном режиме, и оценка для неоклассической радиальной проводимости $\sigma_{NEO} = \dfrac{3 n_e m_i \nu_i \, q^2}{4 \varepsilon^{3/2} B^2}$. В квазилинейном приближении параметр экранирования $\sigma \sim \alpha_1 \sim 40$. Поскольку коэффициент диффузии магнитного поля меньше, чем его квазилинейная оценка, оба параметра σ и α_1 тоже меньше и могут быть порядка 5-10. Поэтому можно ожидать, что выбранный в эксперименте уровень RMP находится на границе сильного экранирования (ветка решения 1 на рисунках 18,19) и отрицательного электрического поля и слабого экранирования (ветка решения 2). Для такого уровня RMP электрическое поле может быть все еще отрицательным, а экранирование умеренным. Для меньших величин RMP экранирование предотвратило бы откачку и ее влияние на подавление ELM, в то время как для больших RMP радиальное электрическое поле поменяло бы знак, что привело бы к нежелательному переходу из H-режима в L-режим. Отметим, что в силу зависимости параметра экранирования от концентрации, для разрядов с более высокой плотностью радиальное поле для того же уровня RMP может быть практически неоклассическим, уровень экранирования будет высоким, а откачка слабой.

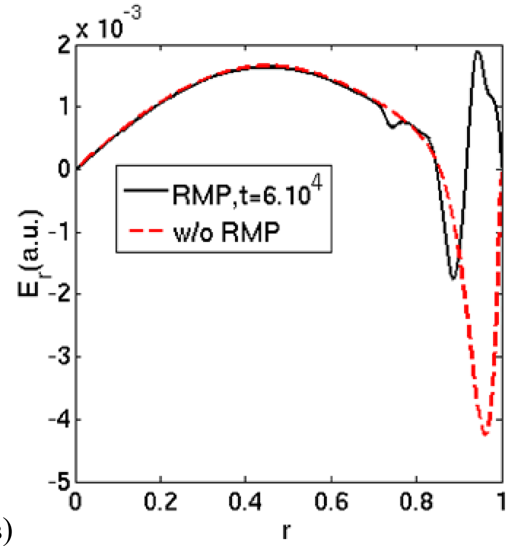
Для токамака MAST в H-режиме, где наблюдался эффект откачки, параметры плазмы были взяты те же, что использовались при моделировании в главе 2, и соответствуют работе [91] $\mathrm{n_e} = 10^{19} m^{-3}$, $T_e \approx T_i = 100eV$, $\mathrm{B} = 0.5\mathrm{T}$, $I_p = 0.7MA$, $R = 0.8m$, $a = 0.55m$. Характерный спектр RMP [91]: n=3, m=5-20 при вакуумных амплитудах гармоник порядка $B_{y\bar{k}} / B \approx 2 \cdot 10^{-4}$. Оценка коэффициента диффузии магнитного поля, сделанная по компьютерному моделированию силовых линий при вакуумном уровне RMP дает $\mathrm{D_{st}} = 4 \cdot 10^{-7} m$. Параметр L определяемый уравнением (3.11) в соответствии с профилем q [91] приблизительно равен 0.02 m ; q=4 при нормализованном полоидальном потоке $\psi = 0.9$; критерий Чирикова выполняется для вакуумного уровня RMP при $\psi > 0.8$. Радиальное электрическое поле в области транспортного барьера согласно моделированию кодом B2SOLPS5.2 в отсутствие RMP равно $\mathrm{E} \approx \mathrm{E}^{(\mathrm{NEO})} \approx -E^B = \text{-}10\,\mathrm{kV/m}$. Плазма в области пьедестала находится в слабо столкновительном режиме. Подставляя вакуумное значение $\mathrm{D_{st}}$ полученное при компьютерном моделировании в выражение для σ_{St} получаем параметр экранирования $\sigma = 0.6$. В токамаке MAST $D_{st} \sim D_{st}^{QL}$ и поэтому оценка для второго параметра $\alpha_1 = 20 \div 40$. В то же время учитывая большую долю банановых частиц в слабо столкновительном режиме в сферическом токамаке можно предположить уменьшение продольной проводимости и соответствующее уменьшение этого параметра. Радиальное электрическое поле для этих параметров будет отрицательным.

Для токамака TEXTOR типичные параметры [94] $\mathrm{B} = 2\mathrm{T}$, $I_p = 0.4MA$, $R = 1.7m$, $a = 0.5m$, $q|_a = 4$. Доступно много режимов эргодического динамического дивертора DED и режимов пристеночной плазмы по давлению и температуре. Для режима с низкой концентрацией пристеночной плазмы $\mathrm{n_e} = 0.8 \cdot 10^{19} m^{-3}$ и с температурой $T_e \approx T_i = 60eV$ были проведены измерения экранирования RMP [28, 79]. Для большого уровня RMP при таких параметрах наблюдался эффект откачки. RMP создается системой DED в режиме m/n=3/1, в спектре магнитных возмущений присутствуют моды n=1, m=1-5. Проникновение мод в плазму существенно зависит от вращения плазмы и самих RMP [92]. Для сбалансированной NBI с отсутствием раскручивания плазмы и при вращении возмущений магнитного поля DED в направлении диамагнитного дрейфа электронов с частотой $\mathrm{f} = 1\mathrm{kHz}$ проникновение в плазму моды 2/1 происходит при вакуумном уровне соответствующей гармоники RMP m/n=2/1 на резонансной магнитной поверхности $B_{y\bar{k}} / B \approx 3 \cdot 10^{-4}$. Квазилинейная оценка для коэффициента диффузии магнитного поля в этом режиме дает $\mathrm{D_{st}} = 10^{-6} m$ для вакуумных уровней гармоник RMP. Параметр L определенный соответственно профилю q [94] оказывается 0.07 *m*. Плазма находится на границе режима с высокой частотой столкновений и режима плато поэтому оценку неоклассической радиальной проводимости можно сделать по формуле $\sigma_{NEO} = \dfrac{3 n_e T_i \nu_i^{-1}}{2 R^2 B^2}$. Разность величин неоклассического электрического поля и больцмановского для электронов можно определить по экспериментальным значениям без резонансных магнитных возмущений и при высоком уровне RMP [94] $\mathrm{E}^{(\mathrm{NEO})} - E^B = \text{-}4\,\mathrm{kV/m}$. Тогда в квазилинейном приближении параметры экранирования можно определить как $\sigma = 20$ и $\alpha_1 = 15$. Опять приходится учесть, что квазилинейное приближение дает завышенные оценки этих параметров. Положительное электрическое поле наблюдалось для высокого уровня RMP приблизительно в 4 раза выше, чем уровень, достаточный для проникновения RMP в плазму. Такое электрическое поле находится в согласии с параметрами $\sigma >> \alpha_1 > 1$ для соответствующего уровня RMP.

Проникновение резонансных мод происходит при их меньших амплитудах в случае, если они вращаются в направлении и со скоростью диамагнитного дрейфа электронов [79]. Это можно объяснить изменением параметра α_1 при вращении RMP в соответствии с уравнением (3.38). В работе [92] было опубликовано экспериментальное наблюдение, что минимальный уровень RMP моды *m/n*=2, достаточный для ее проникновения в плазму, зависел от тороидального вращения плазмы и самого возмущения. В отсутствие вращения RMP минимальная амплитуда, достаточная для проникновения моды, наблюдалась при тороидальном вращении, сонаправленном с током по плазме. Это наблюдение согласуется с зависимостью неоклассического электрического поля, входящего в параметр экранирования α_1, от тороидальной скорости. Для такого вращения плазмы неоклассическое поле более положительно, чем без вращения, и поэтому ближе к больцмановскому полю для электронов E^B, поэтому вращение плазмы уменьшает параметр α_1.

Модель четырех полей для описания динамики RMP [81, 84] включает уравнение для полоидального магнитного потока, завихренности скорости электрического дрейфа, давления плазмы и продольной скорости. В стационарном случае $\partial / \partial t = 0$ уравнение для полоидального магнитного потока совпадает с продольным балансом сил для электронов (с учетом проекции сил на возмущение магнитного поля), а уравнение для завихренности соответствует уравнению неразрывности для тока. Продольный ток электронов связан с возмущением полоидального магнитного потока уравнением Максвелла. В случае, если неоклассический ток ионов (или любой другой ток той же величины) включается в уравнение для завихренности, возникает компенсирующий радиальный ток.





(в)

Рис. 41. Результаты моделирования экранирования RMP с помощью модели четырех полей [84] в геометрии токамака DIII-D. (а) Магнитные острова без учета в модели неоклассической проводимости (б) то же, с учетом неоклассической проводимости (в) самосогласованная модификация электрического поля при включении RMP.

Благодаря большой продольной проводимости этот ток в большой мере оказывается проекцией продольного тока электронов вдоль возмущенного магнитного поля. В некоторых “узких местах” где сходятся силовые линии, пришедшие из разных радиальных позиций, возникает большое поперечное электрическое поле и инерциальные токи, в соответствии с [85]. Продольные токи обеспечивают экранирование RMP, и в случае включения в модель неоклассического тока можно ожидать существенного экранирования. В работе [84] в уравнение завихренности был включен ток, пропорциональный разности между неоклассическим электрическим полем и первой гармоникой электрического поля, возникающего самосогласованно. Это новое слагаемое привело к сильному экранированию RMP. На рисунке 41 видно, что существенная часть магнитных островов заэкранирована. В той области, вблизи внешней границы плазмы (нормализованный радиус 1), где произошло проникновение RMP в плазму, электрическое поле поменяло знак. Во внутренней области выживают острова, для рациональных поверхностей которых неоклассическое электрическое поле близко к больцмановскому полю для электронов в силу тороидального вращения плазмы. Однако в этой работе продольная проводимость электронов была взята в пределе большой частоты столкновений, а коэффициент продольной вязкости в неоклассической проводимости был взят меньше, чем уравнении (3.14). В работе [81] использовался другой подход. В уравнение завихренности включили ток градиентного (∇B) дрейфа. После усреднения по тороидальной и полоидальной координате этот ток оказывается пропорционален разности давлений в верхней и нижней части установки, которая в свою очередь возникает под действием продольной вязкости. Хорошо известно, что при отсутствии RMP этот ток дает основной вклад в радиальный ток, связанный с неоклассической проводимостью. Поскольку модель четырех полей включает продольный баланс сил с продольной вязкостью и уравнение неразрывности для частиц с учетом дрейфовых потоков, все необходимые слагаемые для самосогласованного появления тока неоклассической проводимости в системе есть. Результаты моделирования [81] демонстрируют экранирование RMP. Более того, сдвиг фазы резонансных гармоник RMP при экранировании, наблюдаемый в моделировании, соответствует уравнению (3.13a). В последнее время появилось много других работ, посвященных моделированию по модели четырех полей [29, 35, 36]. В этих работах в уравнение завихренности вместо неоклассического механизма добавляются другие механизмы протекания ионного тока, например, ток, связанный с поперечной вязкостью [35]. В этих работах получен другой уровень экранирования, соответствующий включенным токам.

3.7. Оценки для ИТЭР

Характерные параметры ИТЭР для оценки могут быть взяты [84, 95] $\mathrm{B} = 5.3\mathrm{T}$, $q_{95} = 3.1$, $R = 6m$, $a = 2m$, $I_p = 15MA$. Параметры пристеночной плазмы, позволяющие работу дивертора, такие же, как при моделировании ИТЭР в главе 2: $\mathrm{n_e} = 4\cdot 10^{19} m^{-3}$, $T_e \approx T_i = 2keV$. Параметр L можно взять в 3 раза больше чем для DIII-D, соответственно общему увеличению установки $L = 0.1m$. Согласно моделированию кодом B2SOLPS5.2 электрическое поле можно оценить как $\mathrm{E} \approx \mathrm{E}^{(\mathrm{NEO})} \approx -E^B = \text{-80}\,\mathrm{kV/m}$. Если предположить уровень RMP такой же, как в DIII-D, то есть $B_{y\bar{k}} / B \approx 3\cdot 10^{-4}$ для параметров экранирования мы получаем квазилинейную оценку $\sigma = 1.3\cdot 10^3$ и $\alpha_1 = 10^3$.

Эта оценка показывает, что оба параметра экранирования будут более, чем на порядок выше, чем в современных токамаках. В этом случае режимы с экранированием и без экранирования хорошо разграничены, Рис. 39-40. Уровень RMP может быть очень маленьким и тогда электрическое поле оказывается в интервале между нулем и неоклассической величиной, либо же RMP близко к вакуумной величине, а электрическое поле определяется продольным балансом сил для электронов. Переход между этими режимами резкий и происходит при величине магнитного возмущения в интервале $2\alpha_1 < \sigma < \alpha_1^2/4$. Учитывая, что квазилинейная теория переоценивает параметры экранирования приблизительно в 10 раз и что $\sigma \sim B_{y\bar{k}}{}^2$, уровень RMP на резонансных магнитных поверхностях $B_{y\bar{k}}/B \approx 4\cdot 10^{-4} \div 1.3\cdot 10^{-3}$ достаточен для проникновения RMP в плазму. Поэтому одним из возможных сценариев для ИТЭР является положительное электрическое поле и маленькое экранирование.

3.8. Выводы

В главе представлена аналитическая модель экранирования внешних резонансных магнитных возмущений с учетом самосогласованного электрического поля. Найдено два режима экранирования: ‘ионная’ ветка, соответствующая отрицательному радиальному электрическому полю и сильному экранированию RMP, и ‘электронная’ ветка, соответствующая положительному электрическому полю и слабому экранированию. Эта же модель с некоторыми модификациями может описывать экранирование отдельных магнитных островов. Уровень экранирования зависит от частоты вращения RMP.

Предсказания модели находятся в качественном согласии с результатами экспериментов.

Глава 4. Стохастизация магнитного поля и эффект откачки плазмы при развитии филаментов в пристеночной области

4.1. Обзор экспериментальных данных

Как в L-режиме, так и в H-режиме при развитии крупномасштабных неустойчивостей во внешнем транспортном барьере (ELMs, edge localized modes), наблюдались филаменты [16, 96]. Баллонная неустойчивость, предположительно отвечающая за развитие ELM, создает несколько сильно вытянутых вдоль магнитного поля структур [97], называемых филаментами, и представляющих собой сгустки горячей плазмы. Филаменты проходят сепаратрису со стороны слабого магнитного поля (low field side, LFS), отделяются от основной плазмы и ускоряются в сторону scrape-off layer (SOL) по большому радиусу [16, 96]. Типичная картина свечения при развитии филаментов в токамаке MAST при ELM, снятая на камеру, показана на рисунке 42.

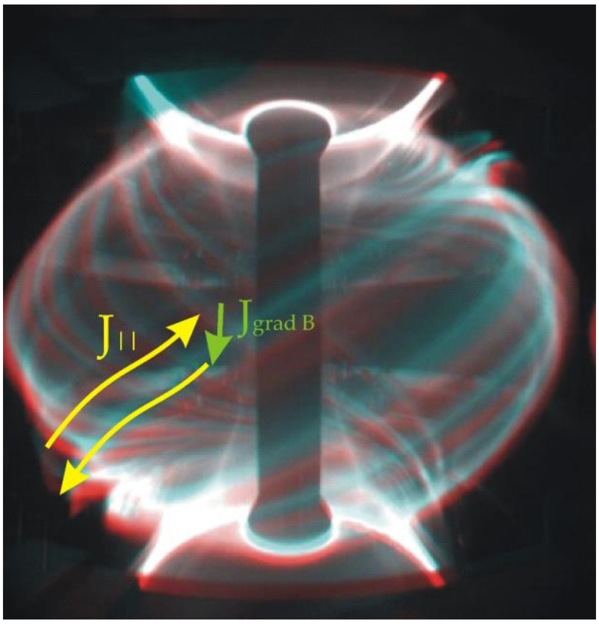


Рис.42а. Филаменты в токамаке MAST [78] и схема токов.

Эксперименты свидетельствуют, что при прохождении филаментами SOL [98, 99, 100, 101] в них появляются большие продольные электрические токи. С филаментами могут быть связаны два типа токов, параллельных магнитному полю. В работе [98] был предсказан и рассчитан дипольный продольный ток по филаменту, который должен замыкать ∇B ток в диверторной конфигурации токамака. Ток этого вида наблюдался в эксперименте [100]. В статьях [99, 101] сообщается об однонаправленных токах, соответствующих по направлению и величине току по плазме. В обоих случаях ток по филаменту достаточно большой - 200-400А.

Такой ток невозможно замкнуть через пластины дивертора, потому что он превышает ток насыщения на пластинах [98]. Механизм замыкания дипольного тока через SOL был предложен в работе [98], в то время как задача замыкания однонаправленного тока не была разобрана.

В работах [102, 103, 104] была выдвинута идея, что такой большой ток может привести к разрушению магнитных поверхностей внутри сепаратрисы и создать стохастический слой в области транспортного барьера. Действительно, такой ток создает возмущение магнитного поля порядка 10^{-3}T [99] которое превышает уровень возмущений в экспериментах с внешним резонансным магнитным возмущением. Разрушение магнитных поверхностей может вызывать уменьшение концентрации и температур в транспортном барьере [16, 96].

В диссертации предложена новая модель для уменьшения концентрации и температур плазмы при возникновении ELM I-го типа. Ключевым элементом модели является изменение величины радиального электрического поля в стохастическом слое (радиальное электрическое поле становится положительным или менее отрицательным) и увеличение вследствие этого радиальных потоков частиц и тепла. Как показано в главе 2, такие потоки существуют, если электрическое поле отклоняется от неоклассического значения. Эти потоки могут вызвать значительное уменьшение температур и концентрации в барьере за время жизни несущего ток филамента.

4.2. Дипольные токи в филаментах

В SOL филамент поляризуется токами, связанными с ∇B и кривизной магнитного поля. В H-режиме эти токи частично замыкаются инерциальным током внутри филамента при его радиальном ускорении. Однако измеряемое в экспериментах ускорение недостаточно для компенсации большей части этих токов внутри самого филамента. Поэтому для сохранения квазинейтральности должен возникнуть дополнительный внешний ток по плазме SOL. Чтобы замкнуть этот внешний ток и токи по филаменту, должна возникнуть пара противоположно направленных продольных токов. Требуемая плотность продольного тока может быть оценена [98] как

$$j_{\parallel}^{f} = \frac{2n_f(T_{ef}+T_{if})}{BR}\frac{l_{\parallel f}}{l_{\perp f}}, \tag{4.1}$$

где $n_{f,}T_{ef},T_{if}$ это концентрация и температуры в филаменте, а $l_{\parallel f}, l_{\perp f}$ - размеры филамента вдоль и поперек магнитного поля. Описанная в работе [98] модель подходит только для диверторных токамаков, поскольку она использует искривление магнитных трубок вблизи X-точки. Тем не менее, выражение для продольных токов не зависит от характера токов по внешней плазме, замыкающих токи в филаменте. Оно может быть получено интегрированием уравнения $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ вдоль филамента, в предположении, что поперечный ток $\vec{j}_\perp$ связан с ∇B и кривизной магнитного поля. Рассматривая типичные для ELM в токамаке MAST филаменты ($n_f = 2 \cdot 10^{19} м^{-3}$, $T_{ef} = T_{if} = 80 эВ$, $l_{\| f} = 8 м$, $l_{\perp f} = 4 см$, $B = 0.3 Т$, $R = 1.5 м$ [16, 98]), получим плотность продольного тока в филаменте $j_\|^f \approx 400 кА/м^2$. Полный ток может быть порядка 1 кА.

В работе [98] были предложены два механизма замыкания токов в филаменте, связанных с ∇B и кривизной магнитного поля. В L-режиме эти токи могут замыкаться через пластины дивертора. В H-режиме плотность продольного тока (4.1) превышает ту плотность тока, которая может быть перенесена на пластины через слой пространственного заряда (ионный ток насыщения):

$$j_\|^{sat} = e n_{pl} \sqrt{\frac{T_{epl} + T_{ipl}}{m_i}} \ . \tag{4.2}$$

Здесь pl соответствует параметрам у пластины (для MAST можно взять $n_{pl} \approx 10^{19} м^{-3}$, $T_{epl} \approx T_{ipl} \approx 20 эВ$ [105 и ссылки в этой работе]). Поскольку $j_\|^{sat} < j_\|^f$ на порядок, продольные токи невозможно замкнуть через дивертор, и они должны замыкаться инерционными токами в филаменте и в окружающей его плазме. В работе [98] обсуждалось влияние искривления магнитных трубок в районе X-точки, в результате которого инерциальный ток в этой области существенно возрастает. При учете этого эффекта можно получить оценку для скорости электрического дрейфа и ускорения филамента, которая близка к экспериментальным результатам, несколько км/с. Однако при дальнейшем движении филамента через SOL, при удалении его от X-точки искривление магнитных трубок уменьшается и этот эффект становится менее важным. Более значительным становится другой эффект, а именно увлечение диверторной плазмы электрическим дрейфом в поле, связанном с филаментом. Распределение электрического потенциала и вертикальное электрическое поле за счет большой продольной проводимости передаются с внешнего обвода, из плазмы филамента, в область дивертора. Нарастание электрического поля приводит к ускорению не только филамента, но и диверторной плазмы, приходящейся на ту же магнитную трубку. Инерциальный ток пропорционален плотности плазмы. В режиме с большим рециклингом плотность, как правило, больше в районе дивертора, чем в основной части SOL, за счет сохранения давления вдоль магнитной трубки при существенно меньшей температуре в диверторе. Поэтому инерциальный ток в диверторе может дать большой вклад в замыкание токов в филаменте, связанных с ∇B и кривизной магнитного поля. Следует также учесть, что плотность в диверторной области в содержащей филамент магнитной трубке может быть существенно больше, чем в невозмущенной плазме вокруг него. Это происходит, поскольку филамент увлекает за собой диверторную плазму из области пересечения диверторной пластины и сепаратрисы, из магнитной трубки с которой начинается ускорение филамента. Оценки, основанные профилях параметров в SOL, полученных при моделировании пристеночной плазмы кодом B2SOLPS5.2, подтверждают, что инерциальные токи в диверторной области по крайней мере того же порядка, что и внутри самого филамента.

В случае магнитной конфигурации с одной X-точкой отдельного внимания заслуживает влияние на поведение филамента плазмы, содержащейся в той же магнитной трубке на внутреннем обводе. При прохождении филамента плазма на внутреннем обводе сначала резко ускоряется, а затем так же резко тормозится. Это может приводить к некоторому сжатию филамента. Количественное описание этого эффекта в реалистичной геометрии требует численного моделирования и выходит за рамки данной работы. Здесь достаточно указать, что все механизмы генерации тока по внешней плазме, обеспечивающего замыкание токов в филаменте, связанных с ∇B и кривизной магнитного поля, приводят к продольным токам, соответствующим выражению (4.1).

4.3. Однонаправленные токи в филаменте

Плотность тока в пристеночной плазме внутри сепаратрисы можно оценить как $1000\,кА/м^2$ [106], в основном она обеспечивается бутстрэп током (bootstrap current). Она сравнима с плотностью дипольного тока в филаменте. При развитии ELM и ускорении филамента ток внутри него должен путешествовать через SOL вместе с ним. Остается проблема, как этот ток будет замыкаться через SOL, ведь его плотность, так же как и для дипольного тока, слишком велика для замыкания через дивертор. Возможные механизмы замыкания кратко рассмотрены ниже.

Рассмотрим ток I в филаменте, который движется через SOL за счет электрического дрейфа. Вокруг филамента и в скин-слое на его поверхности должен возникнуть возвратный ток. Такая система токов может существовать, если прямой и возвратный токи удастся замкнуть поперечным током через плазму. Возможные кандидаты для замыкающего тока это инерциальный ток $j_\perp^{in} \approx \frac{n_f m_i}{B^2}\frac{dE_\perp}{dt}$, ток, связанный с поперечной вязкостью $j_\perp^{vis} \approx \frac{\eta^{AN} E_\perp}{l_{\perp f}^2 B^2}$ ($l_{\perp f}$ - поперечный размер филамента) и ток, связанный со столкновениями с атомами в области дивертора $j_\perp^n \approx \sigma^n E_\perp$. Необходимое поперечное электрическое поле в двух последних случаях можно оценить, взяв поперечный ток согласно уравнению баланса токов $div\vec{j} = 0$. Исходя из этого уравнения $j_\perp / l_{\perp f} \approx j_\parallel / l_{\parallel f}$, и используя $I \approx j_\parallel l_{\perp f}^2$, находим $j_\perp \approx I/(l_{\parallel f} l_{\perp f})$. Максимальное время жизни τ_I соответствующей системы токов можно оценить в предположении, что весь запас магнитного потока, связанный с током *I* будет истрачен на поддержание электрического поля $E_\perp l_{\perp f} \approx B_f l_{\perp f} l_{\parallel f} / \tau_I \approx \mu_0 I\, l_{\parallel f} / \tau_I$, необходимого для создания поперечного тока. Для вязкостного тока это

$$\tau_I^{vis} \approx \mu_0 \eta^{AN} l_{\parallel f}^2 / (B^2 l_{\perp f}^2) \approx 1/(\tau_D \nu_A^2). \quad (4.3)$$

Здесь $\tau_D \approx l_{\perp f}^2 / D_{SOL\perp}$, $\nu_A \approx (B^2/\mu_0 n_f m_i)^{1/2} / l_{\parallel f}$, и была использована оценка $\eta^{AN} \approx n_f m_i D_{SOL\perp}$, $D_{SOL\perp}$ - коэффициент аномальной поперечной диффузии в SOL. Для ион-нейтрального тока получаем

$$\tau_I^n \approx \mu_0 \sigma^n l_{\parallel f}^2 \approx \nu_{i-n} n_{div} / (\nu_A^2 n_f). \quad (4.4)$$

Здесь ν_{i-n} - это частота столкновений ионов с нейтральными атомами и n_{div} - концентрация ионов в диверторе. Для характерных параметров MAST получаем $\tau_I^{vis} \approx 10^{-8} \div 10^{-9} c$, $\tau_I^n \approx 10^{-6} \div 10^{-7} c$. Эти времена намного меньше характерного времени жизни филамента, поэтому в присутствии только этих поперечных токов однонаправленный ток в филаменте исчезнет очень быстро.

Эволюцию однонаправленного тока в филаменте с учетом поперечного инерциального тока можно описать уравнениями магнитной гидродинамики, для простоты в цилиндрической геометрии, в системе координат (r, θ, z) с симметрией относительно оси *z*. Представим себе цилиндр $r < a,\ z \in (0, L)$ с начальным распределением полоидального магнитного поля $B_\theta(r,z)$, соответствующим некоему току $j_z(r,z)$ в филаменте. Продольное магнитное поле B_z постоянно, так что электрическое поле $E_\theta = 0$. Пускай $B_z >> B_\theta$, так что при большой продольной проводимости мы можем положить $E_z = 0$. Из уравнения $\partial\vec{B}/\partial t = -\nabla \times \vec{E}$ следует $\partial B_\theta / \partial t = -\partial E_r / \partial z$. Поперечный ток в этой модели инерциальный, $j_r^{in} \approx \dfrac{n_f m_i}{B^2} \dfrac{\partial E_r}{\partial t}$ и поэтому

$\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial t^2} = -\frac{B^2}{n_f m_i}\frac{\partial j_r^{in}}{\partial z}$. Радиальный ток можно выразить из уравнения Максвелла $\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B}$, $j_r^{in} = -1/\mu_0 \ \partial B_\theta / \partial z$. Получаем волновое уравнение $\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial t^2} = \frac{B^2}{\mu_0 n_f m_i}\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial z^2}$. В качестве граничных условий используем требование нулевого тока на пластины дивертора ($B_\theta\big|_{z=0,L} = 0$). Первое начальное условие - $B_\theta(r,z)$, в качестве второго начального условия надо определить в начальный момент радиальное электрическое поле $E_r(r,z)$ или, что то же самое, $\partial B_\theta / \partial t$. Решением такой задачи является стоячая волна с Альвеновской фазовой скоростью, локализованная внутри фламента. Продольный ток, создающий магнитное поле B_θ в ней, замыкается инерциальным радиальным током. Радиальное электрическое поле, создающее инерциальный ток, связано с изменением во времени магнитного потока, определяемого магнитным полем B_θ. Когда B_θ уменьшается, его энергия переходит в кинетическую энергию плазмы, вращающейся вокруг оси *z*=0.

Затухание Альвеновских колебаний вызвано конечной продольной и поперечной проводимостями, отличным от нуля ионным током насыщения на пластины дивертора и фазовым расхождением Альвеновских волн на разных радиальных позициях внутри филамента. Первые три механизма приводят к затуханию волн на временах, больших, чем время жизни филамента. Последний механизм связан с различием плотности, и, как следствие, разной фазовой скоростью Альвеновских волн в центре филамента и на его периферии. В результате токи в центре и на периферии оказываются не в фазе друг с другом после нескольких периодов колебаний. Это приводит к уменьшению диагностического сигнала и в то же время усилению диссипативных процессов. Появления магнитного сигнала на Альвеновской частоте можно ожидать в случае равномерного распределения концентрации внутри филамента. Такой сигнал действительно был зафиксирован в эксперименте [16] при прохождении филаментом магнитного детектора. В то же время, обнаруживаемые экспериментально стационарные токи по филаменту, превышающие ионный ток насыщения на пластинах дивертора, скорее всего являются частью системы дипольных токов.

Следует иметь в виду два проявления однонаправленных токов в филаментах:

i) Однонаправленный ток по филаменту существует до тех пор, пока филамент не оторвался от основной плазмы, в течение первых $50\textit{мкс}$ [16] его развития. Этот ток стремится разрушить тороидальную симметрию. С одной стороны, время существования этого тока меньше, чем время существования дипольных токов. С другой стороны, он расположен близко к области траспортного барьера, на расстоянии 1-2*см* от резонансных магнитных поверхностей все время своего существования. С учетом этих двух противоположных факторов для этого тока оказываются верны оценки, сделанные далее для времен проникновения магнитных возмущений в плазму.

ii) Однонаправленный ток, покидающий плазму, оставляет после себя тороидально несимметричную область с уменьшенным продольным током. Чтобы экранировать возмущение магнитного поля, создаваемое этой областью, должен возникнуть продольный ток в скин-слое вокруг нее. Замыкание этого продольного тока требует поперечного тока, соединяющего область, связанную с филаментом прежде, чем он оторвался от основной плазмы и скин-слой. Радиальная проводимость в пристеночной плазме внутри сепаратрисы даже меньше, чем в SOL, поскольку концентрация нейтральных атомов и σ^n внутри сепаратрисы намного меньше. Поэтому можно ожидать инерциальных токов и Альвеновских колебаний, аналогичных наблюдаемым в филаменте. Усредненное по периоду этих колебаний возмущение магнитного поля не будет заэкранировано и может привести к появлению дополнительных гармоник в магнитном поле в транспортном барьере. Стоячие Альвеновские волны, возбужденные в узкой области, создают вихри электрического дрейфа. В пристеночной плазме такие вихри, возникающие в магнитных трубках, ранее связанных с филаментом, могут привести к переносу плазмы в радиальном направлении и дополнительному уходу плазмы из транспортного барьера при ELM. Однако этот механизм переноса плазмы требует отдельного рассмотрения и моделирования.

4.4. Проникновение в плазму магнитных возмущений

Магнитные возмущения, связанные с филаментом, начинают проникать в область транспортного барьера. Первая стадия этого процесса описывается теорией вынужденного перезамыкания магнитного поля. Оценка характерного времени линейной стадии роста отдельного магнитного острова $\tau_{B1} = \tau_A^{2/5}\tau_R^{3/5}$ [107], где для магнитного возмущения, создаваемого внешним током с волновым вектором $\vec{k}$, $\tau_A = (\mu_0 m_i n_e / B_\theta^2)^{1/2} q/q'$, $\tau_R = \mu_0\sigma_\parallel / k^2$. Дальнейшее нелинейное развитие острова имеет характерное время $\tau_{B2} = \tau_R k\delta$ [107, 108], где δ - ширина полностью сформировавшегося острова. Оценки для типичных параметров пристеночной плазмы токамака MAST ($n_e = 2\cdot 10^{19}\,м^{-3}$, $T_e = 200\,эВ$, $q/q' \approx 0.1\,м$ [108], $\vec{k} \approx 40\,м^{-1}$ для филаментов в ELM, $\delta \approx 0.5\,см$) дают $\tau_{B1} \approx 10 \div 100\,мкс$ и $\tau_{B2} \approx 100\,мкс \div 1\,мс$. Стохастизация плазмы происходит на значительно меньших временах. Из экспериментов с RMP известно, что стохастизация магнитного поля в транспортном барьере начинается (выполнен критерий

Чирикова) при уровне RMP $b_{y\vec{k}}^{stoch} = B_{y\vec{k}}^{stoch} / B \approx 10^{-4}$ [91]. Ток $1\kappa A$, протекающий по филаменту в нескольких сантиметрах от границы плазмы создает возмущение магнитного поля $b_{y\vec{k}}^{sat} \approx 10^{-3}$. Поэтому в транспортном барьере стохастический слой возникнет еще до полного проникновения магнитных возмущений, время его возникновения можно оценить как $\tau_{stoch} \approx \tau_{B2} b_{y\vec{k}}^{stoch} / b_{y\vec{k}}^{sat} \approx 10 \div 100 \textit{мкс}$.

После возникновения стохастического слоя характерное время дальнейшего проникновения магнитных возмущений можно найти следующим образом. Рассмотрим проникновение RMP, вызванного токами в филаментах, в квазилинейном приближении, в плоской геометрии с полоидальной координатой x и радиальной координатой y. Возмущение магнитного поля имеет вид $\delta\vec{B} = \sum_{\vec{k}} \delta\vec{B}_{\vec{k}}$, с $b_y = B_y / B = \delta B_y / B$, $b_x = B_x / B$. Кинетическое уравнение для электронов [85]

$$\vec{V}_{\parallel}\nabla_{\parallel} f + \vec{V}_0 \nabla f - \frac{e}{m_e}(E_y b_y + E_{\parallel}^{ind}) \frac{\partial f}{\partial V_{\parallel}} = -\nu_{eff}(f - f_0), \tag{4.5}$$

где E_y - радиальное самосогласованное электрическое поле и $E_{\parallel}^{ind}$ индуктивное электрическое поле, а $\vec{V}_0$ - скорость электрического дрейфа. Предполагается, что возмущение электрического потенциала размывается за счет эффективной поперечной проводимости, когда силовые линии стохастического магнитного поля из разных областей сходятся близко друг с другом [85]. В линейном приближении

$$f_{\vec{k}} = -i \frac{\frac{e}{m_e}(E_y b_{y\vec{k}} + E_{\parallel\vec{k}}^{ind}) \frac{\partial f_0}{\partial V_{\parallel}} - V_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial y} b_{y\vec{k}}}{(k_{\parallel} V_{\parallel} + k_x V_0) - i\nu_{eff}}. \tag{4.6}$$

В бесстолкновительном случае ($\lambda_e / \tilde{L}_k >> 1$, где λ_e - длина свободного пробега электронов, $\tilde{L}_k$ - длина корреляции стохастического магнитного поля, порядка Колмогоровской длины, для токамака $\tilde{L}_k \sim qR$) эффективная частота столкновений устремляется к 0, $\nu_{eff} \to 0$. Для максвелловской невозмущенной функции распределения $f_0 = f^M(y, V_{\parallel})$, $k_x V_0 << k_{\parallel} V_{Te}$ продольный ток можно найти, аналогично работе[85]:

$$j_{\|\vec{k}} = i_\delta \pi n e^2 \sqrt{\frac{2}{\pi m_e T_e}} \delta(k_\|) \left[(E_y - E_y^B) b_{y\vec{k}} + E_{\|\vec{k}}^{ind} \right] = \sigma_{eff\vec{k}} \left[(E_y - E_y^B) b_{y\vec{k}} + E_{\|\vec{k}}^{ind} \right], \tag{4.7}$$

где

$$E_y^B = -\frac{T_e}{e} \left(\frac{d \ln n_e}{dy} + 0.5 \frac{d \ln T_e}{dy} \right). \tag{4.8}$$

то же самое, что и в формуле (3.2). Численный коэффициент $i_\delta \le 1$ был использован в работе [85] чтобы учесть условие локальной амбиполярности. Эффективная продольная проводимость в стохастическом магнитном поле

$$\sigma_{eff\vec{k}} = i_\delta \pi n_e e^2 \sqrt{\frac{2}{\pi m_e T_e}} \delta(k_\|). \tag{4.9}$$

В токамаке

$$\sigma_{eff\vec{k}} = i_\delta \pi n_e e^2 R \sqrt{\frac{2}{\pi m_e T_e}} \delta\left(n - \frac{m}{q}\right). \tag{4.10}$$

Комбинируя уравнение Максвелла для тока $\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B}$

$$\mu_0 j_{z\vec{k}} = i k_x B_{y\vec{k}} - \frac{\partial}{\partial y} B_{x\vec{k}} \tag{4.11}$$

с условием $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

$$\frac{\partial B_{y\vec{k}}}{\partial y} + i k_x B_{x\vec{k}} = 0, \tag{4.12}$$

получаем

$$\mu_0 j_{z\vec{k}} = i k_x B_{y\vec{k}} + \frac{1}{i k_x} \frac{\partial^2 B_{y\vec{k}}}{\partial y^2}. \tag{4.13}$$

После подстановки уравнения (4.7) (мы предполагаем $j_{\|\vec{k}} \approx j_{z\vec{k}}$) с учетом другого уравнения Максвелла $\partial \vec{B} / \partial t = -\nabla \times \vec{E}$

$$\frac{\partial B_{y\vec{k}}}{\partial t} = ik_x E^{ind}_{\|\vec{k}} . \tag{4.14}$$

Получаем

$$\sigma_{eff\vec{k}} \frac{\partial B_{y\vec{k}}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 B_{y\vec{k}}}{\partial y^2} - \frac{1}{\mu_0} k_x^2 B_{y\vec{k}} - ik_x \sigma_{eff\vec{k}} \frac{B_{y\vec{k}}}{B} (E_y - E_y^B) . \tag{4.15}$$

Как и в главе 3, это уравнение можно проинтегрировать по тонкому слою вокруг рациональной магнитной поверхности. Вторым слагаемым в правой части при интегрировании можно пренебречь в силу малой толщины слоя. Первое слагаемое в правой части можно выразить через магнитное поле, создаваемое током по плазме $\widetilde{B}_{y\vec{k}} = B_{y\vec{k}} - B^0{}_{y\vec{k}}$, где $B^0{}_{y\vec{k}}$ - возмущение магнитного поля, создаваемое внешними токами. Учитывая, что создаваемое плазмой магнитное поле экспоненциально спадает при удалении от слоя с токами, и что внешнее магнитное поле дает малый вклад в интеграл из-за малой толщины слоя, получаем:

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \frac{\partial^2 B_{y\vec{k}}}{\partial y^2} dy \approx \left. \frac{\partial \widetilde{B}_{y\vec{k}}}{\partial y} \right|_{-\delta}^{+\delta} \approx -2k_x \widetilde{B}_{y\vec{k}} . \tag{4.16}$$

Дельта-функция в выражении для $\sigma_{eff\vec{k}}$ интегрируется как $\int_{-\delta}^{\delta} \delta(n - \frac{m}{q(y)}) dy = \frac{q}{q'n}$ и мы получаем окончательное выражение для проникновения гармоники RMP

$$\frac{\partial B_{y\vec{k}}}{\partial t} = -\frac{B_{y\vec{k}}(1 + i\alpha) - B^0{}_{y\vec{k}}}{\tau_s} . \tag{4.17}$$

Параметр экранирования

$$\alpha = \frac{q}{nq'} \frac{1}{B} i_\sigma e^2 n_e R \sqrt{\frac{\pi}{2m_e T_e}} \mu_0 (E_y - E_y^B) \tag{4.18}$$

оказывается тот же самый, что и в главе 3, а характерное время определено как

$$\tau_s = \frac{q}{nq'}\frac{\mu_0}{k_x}\sigma_{pen}. \tag{4.19}$$

Здесь эффективная проводимость σ_{pen} это

$$\sigma_{pen} = \frac{i_\delta\sqrt{\pi}Rn_e e^2}{\sqrt{2m_e T_e}}. \tag{4.20}$$

Согласно уравнению (4.17) возмущение магнитного поля приближается к стационарному значению за характерное время τ_s. τ_s - это скиновое время с эффективной проводимостью (4.20), и поэтому магнитные возмущения проникают быстрее, чем можно ожидать при классической Спитцеровской проводимости. Проводимость σ_{pen} можно рассматривать как эффективную продольную проводимость, в которой частота столкновений заменяется на обратное характерное время облета $\sqrt{T_e/m_e}/qR$. Для типичных параметров пристеночной плазмы $\tau_s \approx 10 \div 100\,мкс$. Другими словами, магнитное поле филамента может полностью проникнуть в плазму за время его жизни $\tau_f \approx 200мкс$ [16]**.** Возмущение магнитного поля, определяемое уравнением (4.17), содержит фактор экранирования, описанный в главе 3.

4.5. Динамика радиального электрического поля и эффект откачки

Стационарное электрическое поле (2.16) определяется условием амбиполярности $j_r^e = -j_r^i$, в котором ионный радиальный ток определяется неоклассическим механизмом и пропорционален отклонению электрического поля от неоклассического, а радиальный электронный ток j_r^e - это проекция продольного тока в стохастическом магнитном поле, см. главу 2. В случае, если радиальное электрическое поле зависит от времени, появляется дополнительный ионный ток, связанный с тороидальной инерцией. Поэтому уравнение (1.22) в балансе токов надо заменить на (в режимах плато и Пфирша-Шлютера)

$$j_r^i = \sigma_{NEO}(E_r - E_r^{NEO}) + \frac{n_e m_i(1+2q^2)}{B^2}\frac{\partial E_r}{\partial t}. \tag{4.21}$$

Из условия амбиполярности следует

$$j_r^i = \sigma_{NEO}(E_r - E_r^{NEO}) + \frac{n_e m_i (1+2q^2)}{B^2}\frac{\partial E_r}{\partial t} = -j_e = -\sigma_{St}(E_\text{r} - E_\text{r}^{St}). \tag{4.22}$$

Получаем уравнение для электрического поля

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_E}(E_\text{r} - E_r^{Eq}), \tag{4.23}$$

где

$$\tau_E = \frac{n_e m_i (1+2q^2)}{B^2(\sigma_{St} + \sigma_{NEO})}. \tag{4.24}$$

Уравнение (4.31) описывает установление равновесного электрического поля. Без возмущения магнитного поля время релаксации $\tau_E = \tau_E^{NEO}$ определяется уравнением (4.24) с $\sigma_{St} = 0$, и оно совпадает неоклассическим результатом [14, 109, 110]. В Пфирш-Шлютеровском режиме

$$\tau_E^{NEO} = 0.67(1+2q^2)\frac{m_i R^2 \nu_i}{T_i} \approx \frac{\nu_i}{\nu_B^2}, \tag{4.25}$$

где $\nu_B = \dfrac{T_i^{1/2}}{m_i^{1/2} q R}$. В режиме плато

$$\tau_E^{NEO} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{(1+2q^2)}{q^2} q R \frac{m_i^{1/2}}{T_i^{1/2}} \approx \nu_B^{-1}. \tag{4.26}$$

В банановом режиме ситуация несколько сложнее из-за зависимости вязкости от характерного времени банановых орбит [14, 109, 110]. Время релаксации электрического поля можно оценить как

$$\tau_E^{NEO} \approx \nu_i^{-1}. \tag{4.27}$$

Стохастическая проводимость уменьшает характерное время для электрического поля по сравнению с неоклассическим. Для всех режимов столкновительности верна оценка

$$\tau_E \approx \tau_E^{NEO} \sigma_{NEO} / (\sigma_{St} + \sigma_{NEO}). \qquad (4.28)$$

Для отдельного острова характерное время изменения и величину электрического поля можно оценить с помощью уравнений (4.28) и (2.16), предполагая $\sigma_{St} = \sigma_{\parallel} \left| b_{y\bar{k}} \right|^2$.

Рассмотрим эффект откачки в случаях медленного $\tau_s >> \tau_E$ и быстрого $\tau_s << \tau_E$ проникновения магнитного возмущения в транспортный барьер. В первом случае радиальное электрическое поле всегда близко к стационарному для данного уровня возмущения магнитного поля. Сначала электрическое поле модифицируется внутри магнитных островов, а затем при наступлении стохастичности меняется во всем стохастическом слое. При формировании стохастического слоя появляется радиальный поток частиц из транспортного барьера в SOL, определяемый выражениями (2.26), (2.27).

В противоположном случае $\tau_s << \tau_E$ существует интервал времени порядка τ_E, когда электрическое поле не равновесное, и может быть значителен динамический эффект откачки. Число ионов, покидающих плазму при ELM, равно числу электронов, которые успевают уйти за время, пока магнитное поле стохастизовано токами в филаменте. Его можно оценить с помощью уравнения (2.1) с меняющимся во времени элктрическим полем. Полное число ушедших частиц за время жизни филамента τ_f при стационарной величине электрического поля можно оценить как $\delta N^{static} \approx S \tau_f \Gamma$, где S – площадь магнитной поверхности. Потеря частиц за время τ_E, пока электрическое поле меняется и остается порядка неоклассического поля E_r^{NEO} это $\delta N^{dynamic} \approx S \tau_E \sigma_{St} (E_r^{St} - E_r^{NEO}) / e$, в случае, если это время меньше времени жизни филамента. Используя уравнения (4.28) и (2.27) получаем оценку $\delta N^{dynamic} / \delta N^{static} \approx \tau_E^{NEO} / \tau_f$. Если $\tau_E > \tau_f$ оценка дает $\delta N^{dynamic} / \delta N^{static} \approx \tau_E^{NEO} / \tau_E > 1$. Для слабо столкновительной горячей плазмы с маленькой неоклассической проводимостью динамическая откачка может быть главным механизмом ухода частиц из плазмы при ELM.

Сделаем оценки для параметров токамака MAST в случае, если его пристеночная плазма находится в банановом режиме или на его границе с режимом плато. Неоклассическое время релаксации электрического поля можно оценить как $\tau_E^{NEO} \approx \nu_i^{-1} \approx 300\,мкс$. Оно порядка времени жизни филамента. Поэтому динамическая и статическая составляющие потока частиц одного порядка и могут оцениваться выражением (2.27). Согласно выражению (1.22) неоклассическую проводимость можно оценить как $\sigma_{NEO} \approx (5 \div 7)\cdot 10^{-3} См \cdot м^{-1}$. Разность между неоклассическим и “стохастическим” электрическими полями оценивается как $E_r^{St} - E_r^{NEO} \approx 2E_r^{NEO} \approx 2T_i/(eL_n) \approx 40 кВ/м$, где $L_n \approx 1 см$ - характерный масштаб изменения концентрации плазмы в транспортном барьере. Оценка потери частиц при развитии ELM $\delta N \approx S\tau_f \sigma_{NEO}(E_r^{St} - E_r^{NEO})/e \approx 5\cdot 10^{18}$ частиц. Согласно экспериментам [17] потеря частиц составляет при ELM 2-3% от полного числа частиц в разряде, которое можно оценить как $(1 \div 2)\cdot 10^{20}$. Оценка показывает, что потери частиц при эффекте откачки порядка экспериментальных значений.

Как обсуждалось в главе 2 стохастизация магнитного поля в транспортном барьере может приводить к раскручиванию плазмы в тороидальном направлении сонаправленно току по плазме. Тороидальная скорость входит в выражение для неоклассического электрического поля в уравнении (1.14) и через него в выражение для радиального потока частиц наружу (2.27). В принципе, тороидальная скорость может вырасти до таких значений, что неоклассическое электрическое поле сравняется со “стохастическим”, и эффект откачки пропадет. Оценим тороидальное раскручивание плазмы при ELM. В пренебрежении вязким радиальным переносом тороидального импульса в тороидальном балансе сил получаем

$$n_e m_i \,\partial U_T/\partial t \approx j_r^i B_\theta . \tag{4.29}$$

Оценка изменения тороидальной скорости $\Delta U_T \approx \tau\, j_r^i B_\theta / n_e m_i \approx e\delta N\, B_\theta / n_e m_i S$. Изменение тороидальной скорости на динамической стадии откачки мало по сравнению с величиной $(E_r^{St} - E_r^{NEO})/B_\theta$, которая нужна для существенного изменения неоклассического электрического поля: $\Delta U_T^{dynamic} \approx e\delta N^{dynamic} B_\theta / n_e m_i S \approx \tau_E \sigma_{St}(E_r^{St} - E_r^{NEO}) B_\theta / n_e m_i$. Для режимов Пфирша-Шлютера и плато оценка дает $\Delta U_T^{dynamic} B_\theta /(E_r^{St} - E_r^{NEO}) \le \varepsilon^2$, для бананового режима $\Delta U_T^{dynamic} B_\theta /(E_r^{St} - E_r^{NEO}) \le \varepsilon^{1/2}$. Изменение тороидальной скорости со стационарным электрическим полем описывается характерным временем τ_U, за которое тороидальная скорость переходит к стационарному значению [111]. В отсутствие радиального переноса тороидального импульса стационарная тороидальная скорость U_T^{Eq} обеспечивает равенство $E_r^{St} = E_r^{NEO}$ и как следствие, отсутствие радиального потока ионов и дальнейшего тороидального раскручивания. Комбинируя уравнения (2.27), (4.29) и уравнения (2.1), (1.14) и учитывая, что $\Gamma = j_r^i / e$ получаем:

$$\tau_U = \frac{n_e m_i(\sigma_{St} + \sigma_{NEO})}{B_\theta^2\ \sigma_{St}\sigma_{NEO}} . \tag{4.30}$$

Это время в любом режиме столкновительности больше, чем время изменения радиального электрического поля τ_E^{NEO}. В случае, если время жизни филамента τ_f больше, чем τ_U, и если U_T^{Eq} обеспечивает неоклассическое полоидальное вращение при стохастизации магнитного поля в пристеночной плазме (это как раз случай $E_r^{St} = E_r^{NEO}$, критерий описан в главе 2) , то радиальный поток частиц существует только в течении времени τ_U, а не во все время стохастизации.

Для типичных параметров токамака MAST $\tau_E^{NEO} \approx \tau_f$, и тороидальная скорость не успевает перестроиться и повлиять на поток частиц, поэтому данная выше оценка эффекта откачки справедлива.

Влияние тороидального раскручивания плазмы во время ELM на среднее вращение плазмы можно оценить, усредняя тороидальный баланс сил $n_e m_i\ \partial U_T / \partial t - \eta^{AN} \partial^2 U_T / \partial y^2 \approx j_r^i B_\theta$ по нескольким циклам ELM. Первое слагаемое в левой части исчезает, и средняя тороидальная скорость может быть оценена как $U_T \approx \langle j_r^i \rangle B_\theta L_y^2 / \eta^{AN}$. Среднюю плотность радиального ионного тока можно оценить через частоту ELM f_{ELM} и потерю частиц, приходящуюся на одно событие ELM, δN как $\langle j_r^i \rangle \approx f_{ELM} e\ \delta N / S$. Радиальный коэффициент вязкости оценивается через коэффициент аномальной диффузии $\eta^{AN} \approx n_e m_i D^{AN}$, а радиальный масштаб тороидального раскручивания L_y как ширина транспортного барьера. Для ELM первого типа в токамаке MAST $f_{ELM} \approx 400\,Гц$ [17], а коэффициент диффузии $D^{AN} \approx 0.1 м^2/с$ При ширине транспортного барьера $L_y \approx 1 см$ получаем оценку $U_T \approx 40 км/с$, которая не далека от измеряемых в эксперименте величин тороидального вращения 15-20 *км/с* [17].

4.6. Сценарий стохастизации пристеночной плазмы и эффекта откачки

Как обсуждалось ранее, связанных с филаментом токов оказывается достаточно, чтобы создать магнитные возмущения, приводящие к стохастизации магнитного поля в области транспортного барьера. Время проникновения возмущений магнитного поля зависит от параметров плазмы, оно оказывается порядка нескольких сотен микросекунд или меньше, и сравнимо с временем жизни филамента τ_f. Поэтому на период жизни филамента и сравнимое время, за которое магнитное возмущение распадается в отсутствие вызывающих его токов, в области транспортного барьера существует стохастический слой.

Одновременно радиальное электрическое поле в транспортном барьере начинает меняться, приобретая положительную добавку к неоклассической величине. Изменение электрического поля происходит за время τ_E (4.28) и оно достигает значения, определяемого выражением (2.16). Такое изменение электрического поля при ELM было измерено в токамаке ASDEX Upgrade [46]. В предельном случае $\sigma_{St} >> \sigma_{NEO}$ радиальное электрическое поле должно стать положительным $E_r = E_r^{St}$. После исчезновения филамента стохастичность исчезает за время τ_s (4.19) и радиальное электрическое поле должно вернуться к неоклассическому значению за время τ_E^{NEO}, (4.24)-(4.26). Заметим, что $\tau_E < \tau_E^{NEO}$,особенно если стохастическая проводимость σ_{St} существенно превышает неоклассическую проводимость σ_{NEO}.

Во время τ_f существования филамента и время τ_s после этого существует поток частиц из плазмы, той же природы, что и поток при эффекте откачки при RMP. Этот поток, по крайней мере, частично ответственен за уменьшение концентрации плазмы во время ELM. Возникает соответствующий конвективный перенос тепла $5/2(T_e + T_i)\Gamma$. Одновременно существует электронный поток тепла, связанный с теплопроводностью Речестера-Розенблюта в стохастическом магнитном поле [86] $\chi_e^{RR} = D_{St}\sqrt{T_e / m_e}$. Обе компоненты потока тепла приводят к уменьшению температуры плазмы. Уменьшение концентрации и температур в области транспортного барьера компенсируется турбулентным переносом из центральной плазмы. Поскольку времена τ_E, τ_f намного короче, чем диффузионное время, диффузией во время жизни филамента можно пренебречь. Восстановление профиля концентрации в транспортном барьере происходит на временах, много больших, чем эффект откачки.

4.7. Выводы

В этой главе показано, что в области транспортного барьера при ELM возникает стохастический слой за счет возмущения магнитного поля, создаваемого токами в филаменте. Радиальное электрическое поле в пристеночной плазме становится менее отрицательным или даже положительным, и на время жизни филамента возникает конвективный поток частиц и тепла из плазмы. Это приводит к уменьшению температуры и концентрации плазмы, наблюдаемому в эксперименте. За время между ELM профили восстанавливаются за счет процессов переноса.

Глава 5. Радиальные конвективные потоки снаружи от сепаратрисы и их влияние на ширину SOL.

Ширина обдирочного слоя (Scrape off layer, SOL) в токамаке является одним из критических параметров для создания на его основе термоядерного реактора. Согласно современным скейлингам ширина SOL λ_q для электронного потока тепла в ИТЭР на внешнем обводе может быть всего 1 мм [42], что создает недопустимо высокую нагрузку на пластины дивертора. Экспериментальная параметрическая зависимость $\lambda_q \sim q_{95} / B$ от отношения запаса устойчивости на границе плазмы q_{95} к магнитному полю B в настоящее время может объясняться моделью Голдстона [43]. В ней ширина SOL определяется конвективным дрейфовым переносом ионов в SOL на фоне высокой электронной аномальной теплопроводности. Неявно такая модель предполагает, что источники ионизации расположены внутри сепаратрисы и магнитные трубки в SOL наполняются плазмой за счет радиального переноса выше X-точки. В то же время моделирование показывает, что рециклинг (объемная ионизация и последующая рекомбинация на поверхности пластин) происходит в основном в диверторной области, и потоки плазмы из SOL на его фоне для больших токамаков несущественны. В некоторых случаях в моделировании даже возникают потоки из диверторной области к внешнему обводу [112]. Ширина SOL определяется потоком тепла электронов, который позволяет создать плазму за счет ионизации уже внутри самих магнитных трубок в SOL. В данной главе изложена аналитическая модель SOL в предположении радиального переноса тепла электронов дрейфовыми механизмами. Продольный перенос тепла предполагается за счет классической теплопроводности, и рассмотрен в двух типичных режимах работы дивертора, sheath-limited и conduction-limited режиме [113]. В плазме токамака важную роль играет радиальный турбулентный перенос, однако конвективные дрейфовые механизмы обязательно присутствуют, и они определяют минимальную ширину SOL.

Моделирование показывает, что потоки ионов в SOL выше X-точки носят Пфирш-Шлютеровский характер, то есть радиальные конвективные потоки замыкаются большей частью через SOL, а не стекают полностью в дивертор. Отсюда видно, что картина потоков и токов в SOL сложнее модели Голдстона. Перенос ионов в ближнем SOL рассмотрен в диссертации исходя из разработанных в предыдущих главах представлений о их переносе при отличии электрического поля от неоклассического. Сделаны оценки, показывающие, что эти представления дают ширину SOL, близкую к скейлингу Голдстона. На основании моделирования проанализировано влияние радиальных токов и дрейфовых механизмов переноса ионов на ширину SOL в токамаке ГЛОБУС-М, где эти эффекты особенно сильны.

5.1 Конвективный вклад в радиальный перенос тепла электронов в SOL.

Режим sheath-limited – это режим с высокой температурой и поэтому высокой продольной теплопроводностью электронов. В нем поток тепла электронов на пластины дивертора ограничивается переносом тепла в слое пространственного заряда и магнитном предслое, а электронная температура на магнитной поверхности почти не меняется. Поэтому во всех выкладках будем считать ее функцией только радиальной координаты *y*. Рассмотрим стандартную геометрию, при которой градиентный дрейф ионов (дрейф в неоднородном магнитном поле) направлен вниз, к активной Х-точке и пластинам дивертора. В общем виде с учетом радиальных дрейфовых слагаемых и продольной теплопроводности, баланс энергии электронов в SOL записывается [7]:

$$\nabla\left[5/2\,nT_e(\vec{V}_e^{\,dia}+\vec{V}^{\,ExB}+\vec{V}_{e\|})+\vec{q}_e^{\,dia}+\vec{q}_{\|}\right]=-en\vec{E}\vec{V}_{e\|}-en\vec{E}\vec{V}_e^{\,dia}, \qquad (5.1a)$$

где $\vec{V}_e^{\,dia}=-\dfrac{1}{en}\dfrac{\left[\vec{B}\times\nabla nT_e\right]}{B^2}$;$\vec{V}^{\,ExB}=\dfrac{\left[\vec{B}\times\nabla\phi\right]}{B^2}$; $\vec{q}_e^{\,dia}=-\dfrac{5}{2}\dfrac{nT_e}{e}\dfrac{\left[\vec{B}\times\nabla T_e\right]}{B^2}$; n –концентрация плазмы; T_e и T_i – температура электронов и ионов; ϕ - электростатический потенциал; $q_{\|}$ - продольный поток энергии. Замена диамагнитных слагаемых слагаемыми, связанными с градиентным дрейфом дает:

$$\nabla\left[5/2\,nT_e(\vec{V}_e^{\,\nabla B}+\vec{V}_{e\|})+3/2\,nT_e\vec{V}^{\,ExB}+\vec{q}_{\|}\right]=-en\vec{E}\vec{V}_{e\|}-en\vec{E}\vec{V}_e^{\,\nabla B}, \qquad (5.1b)$$

где $\vec{V}_e^{\,\nabla B}=T_e\left[\vec{B}\times\nabla B^{-2}\right]/e$.

Рассмотрим источники и дивергенции потоков, проинтегрировав их в объеме между соседними магнитными поверхностями от внутренней ‘1’ до внешней ‘2’ пластины дивертора.

Область интегрирования включает магнитный предслой около пластин. В этой области должны быть учтены значительные потоки, связанные с электрическим дрейфом в быстро меняющемся по направлению к пластине потенциале, возникающем из-за резкого падения концентрации электронов. Первое слагаемое в левой части дает:

$$\int_1^2 \nabla\left[5/2\, nT_e \overrightarrow{V_e}^{\nabla B}\right]\sqrt{g}\,dx = \int_1^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x} 5/2\, nT_e V_{ex}{}^{\nabla B}\right)dx + \int_1^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y} 5/2\, nT_e V_{ey}{}^{\nabla B}\right)dx\,. \tag{5.2}$$

Здесь x–полоидальная, y–радиальная, z–тороидальная координата, h_x, h_y, h_z–коэффициенты Ламе, $\sqrt{g} = h_x h_y h_z$, система координат соответствует рисунку 1б. Первым слагаемым в правой части формулы (5.2) можно пренебречь, поскольку в магнитном предслое концентрация существенно падает [113] и на границах интегрирования оказывается на порядок меньше, чем внутри области интегрирования. Второе слагаемое – производная от потока тепла, связанного с градиентным дрейфом по радиальной координате. Оно может быть выписано в явном виде, в предположении, что концентрация плазмы меняется в узком слое перед пластинами, где происходит ионизация, и появляется поток плазмы к пластине, а в основном объеме магнитной трубки концентрация остается постоянной:

$$\int_1^2 \nabla\left[5/2\, nT_e \overrightarrow{V_e}^{\nabla B}\right]\sqrt{g}\,dx = \frac{\partial}{\partial y}\int_1^2 \left(\frac{5}{2} nT_e{}^2 \frac{B_z h_z}{e}\frac{\partial B^{-2}}{\partial x}\right)dx \approx \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{5}{2} n_u T_e{}^2 \frac{B_z h_z}{e}\left(\frac{1}{B_2^2} - \frac{1}{B_1^2}\right)\right]. \tag{5.3}$$

Здесь и далее подпись (u) означает часть магнитной трубки вдали от пластин (“upstream”) и (t) означает пластину (“target”). Слагаемое в левой части уравнения (5.1), связанное с электрическим дрейфом, можно преобразовать аналогично, и затем подставить в него полоидальное электрическое поле, выраженное через продольный баланс сил для электронов:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{en}\frac{\partial nT_e}{\partial x} - \frac{0.71}{e}\frac{\partial T_e}{\partial x} \tag{5.4}$$

$$\int_1^2 \nabla\left[3/2\,nT_e\overrightarrow{V}^{ExB}\right]\sqrt{g}dx \approx \frac{\partial}{\partial y}\int_1^2\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y}3/2\,nT_eV_y^{ExB}\right)dx \approx \frac{\partial}{\partial y}\int_1^2\left(\frac{3}{2}T_e^2\frac{B_zh_z}{eB^2}\frac{\partial n}{\partial x}\right)dx \tag{5.5}$$

Снова пользуясь предположением, что концентрация плазмы меняется в узком слое перед пластинами дивертора, получаем:

$$\int_1^2 \nabla\left[3/2\,nT_e\overrightarrow{V}^{ExB}\right]\sqrt{g}dx \approx -\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{3}{2}n_uT_e^2\frac{B_zh_z}{e}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right)\right]. \tag{5.6}$$

Оценим интеграл дрейфового слагаемого $-en\vec{E}\vec{V}_e^{\nabla B}$ в правой части уравнения (1):

$$-\int_1^2 en\overrightarrow{E}\overrightarrow{V}_e^{\nabla B}\sqrt{g}dx = \int_1^2 h_zB_znT_e\left[-\frac{\partial B^{-2}}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial x}\right]dx + \int_1^2 h_zB_znT_e\left[\frac{\partial B^{-2}}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y}\right]dx\,. \tag{5.7}$$

Чтобы оценить $\partial\phi/\partial y$, нужно учесть перепад потенциала в слое и предслое и затем проинтегрировать уравнение (4), $\phi \approx \frac{T_e}{e}(3+\ln\frac{2n}{n_u})$. Первое слагаемое в правой части (5.7) можно оценить как $I_1 = \int_1^2 h_zB_znT_e\left[-\frac{\partial B^{-2}}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial x}\right]dx \sim \frac{2\pi nT_e^2}{eB}$, второе как

$$I_2 = \int_1^2 h_zB_znT_e\left[\frac{\partial B^{-2}}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y}\right]dx \approx -nT_e\frac{B_zh_z}{e}\frac{1}{e}(3+\ln 2)\frac{\partial T_e}{\partial y}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right).$$

Второе слагаемое больше, $I_1/I_2 \sim \frac{L_y}{r}$, поэтому в дальнейшем мы не будем обсуждать *I₁*.

Теперь соберем в правой части дрейфовые слагаемые в балансе тепла, а в левой оставим слагаемые, связанные с продольным переносом:

$$\int_1^2 \nabla\left[5/2\,nT_e\vec{V}_{e\|}+\vec{q}_{\|}\right]\sqrt{g}dx=\int_1^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x}b_x\left[5/2\,nT_eV_{e\|}+q_{\|}\right]\right)dx=$$
$$\frac{B_zh_z}{e}n_uT_e(3+\ln 2)\frac{\partial T_e}{\partial y}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right)-\frac{B_zh_z}{e}\frac{\partial n_uT_e^2}{\partial y}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right) \quad (5.8)$$

Для оценки радиального масштаба можно использовать:

$$\frac{\sqrt{g}}{h_x}b_x\left[5/2\,nT_eV_{e\|}+q_{\|}\right]\Big|_1^2=\frac{B_zh_z}{e}n_uT_e\left[(1+\ln 2)\frac{\partial T_e}{\partial y}-\frac{T_e}{n_u}\frac{\partial n_u}{\partial y}\right]\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right) \quad (5.9)$$

Согласно граничному условию на перенос тепла в слое, пренебрегая термоэлектрическим током, получим: $5/2\,nT_eV_{e\|}+q_{\|}\approx\pm\gamma nT_e\sqrt{T_e/m_i}$, где $\gamma\sim$ 5-6 – коэффициент трансмиссии в слое [113]. Учитывая сохранение полоидального магнитного потока $B_xh_yh_z=const$, получим:

$$\frac{\gamma}{2}n_uT_e\sqrt{T_e/m_i}\left(\frac{1}{B_2}+\frac{1}{B_1}\right)=\frac{B_z}{eB_x}n_uT_e\left[(1+\ln 2)\frac{\partial T_e}{h_y\partial y}-\frac{T_e}{n_u}\frac{\partial n_u}{h_y\partial y}\right]\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right). \quad (5.10)$$

Выражение в правой части не зависит от изменения площади магнитной трубки вдоль от ее длины. Можно предположить, что электронная температура и концентрация меняются на сравнимых масштабах, поскольку распределение концентрации зависит от ионизации в SOL, а она в свою очередь велика только при большой электронной температуре. Тогда для L_y получаем оценку:

$$L_y=\frac{B_z}{eB_x}\frac{2}{\gamma}\sqrt{T_em_i}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right)/\left(\frac{1}{B_2}+\frac{1}{B_1}\right), \quad (5.11)$$

в которой B_x, B_z надо брать для той же полоидальной координаты, где измеряется полоидальный масштаб. Упрощая выражение (5.11) получаем тот же масштаб, который был определен в работе [43]:

$$L_y \approx \frac{4}{\gamma} q\rho_{ci} \approx q\rho_{ci} . \tag{5.12}$$

Ту же оценку можно получить, используя баланс тепла, включающий бездивергентную часть диамагнитного потока частиц и тепла.

Отдельно можно качественно рассмотреть довольно обычную ситуацию, когда длина свободного пробега электрона сравнима с длиной магнитной трубки. В этом случае электроны, стартовавшие с большой энергией на внешнем обводе на сепаратрисе, свободно долетают до пластин дивертора. Но эти электроны не смогут попасть на пластину, если не обеспечен равный по величине поток ионов. Электрон будет отражен электрическим полем у пластин и будет двигаться между пластинами до тех пор, пока он не произведет в среднем одну ионизацию. Все это время он будет двигаться под действием градиентного и электрического дрейфа. Радиальные потоки, связанные с дрейфами, как и условие переноса тепла в слое, остаются теми же самыми и в случае малой столкновительности. Поэтому оценка для масштаба L_y остается справедлива.

В режиме conduction-limited можно проделать аналогичные оценки. Это режим с большей плотностью и меньшей температурой плазмы. Поток тепла на пластину дивертора ограничен теплопроводностью плазмы, и характерная температура на пластинах дивертора T_{et} намного меньше, чем верхней части SOL: $T_{et} << T_{eu}$. Теплопроводность электронов резко спадает с температурой и не зависит от концентрации, поэтому область резкого спада температуры находится в диверторе, где сама температура мала. Для оценок мы будем предполагать, что область спада температуры шире, чем область ионизации, где происходит резкое изменение давления. Все выкладки можно проделать и в обратном предположении, при этом качественно результат не поменяется. Теперь вклад электрического дрейфа в поток тепла:

$$\int_1^2 \nabla\left[3/2\, nT_e \vec{V}^{ExB}\right]\sqrt{g}\,dx \approx \frac{\partial}{\partial y}\int_1^2 \left(\frac{3}{2} nT_e \frac{B_z h_z}{B^2}\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)dx \approx \frac{\partial}{\partial y}\int_1^2 \frac{3}{2}\frac{B_z h_z}{eB^2} T_e \left(\frac{\partial nT_e}{\partial x} + 0.71 n\frac{\partial T_e}{\partial x}\right)dx . \tag{5.13}$$

Слагаемым в правой части, пропорциональным градиенту давления, можно пренебречь, поскольку давление меняется в области с низкой температурой электронов $T_e \approx T_{et}$:

$$\int_1^2 \nabla\left[3/2\, nT_e \overrightarrow{V}^{ExB}\right]\sqrt{g}\,dx \approx -\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{3}{2}0.71 n_u T_{eu}{}^2 \frac{B_z h_z}{e}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right)\right]. \tag{5.14}$$

Вклад градиентного дрейфа не отличается от того, который был определен в уравнении (5.3) для режима sheath-limited, поскольку области, где меняются температура и давление намного уже, чем область изменения магнитного поля.

Интегрируя электрический потенциал по x можно в силу низкой температуры на пластинах пренебречь его перепадом в слое. Изменение потенциала из-за изменения давления тоже незначительно. Оно происходит в области с низкой температурой и поэтому высокой плотностью, из-за которой первое слагаемое в правой части уравнения (5.4) мало. Поэтому практически везде можно использовать $\phi \approx 0.71\frac{T_e}{e}$.

Дрейфовое слагаемое в правой части уравнения (5.1) можно тогда проинтегрировать:

$$-\int_1^2 en\overrightarrow{E}\overrightarrow{V}_e{}^{\nabla B}\sqrt{g}\,dx \approx \int_1^2 h_z B_z n T_e\left[\frac{\partial B^{-2}}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y}\right]dx \approx 0.71 n_u T_{eu}\frac{\partial T_{eu}}{\partial y}\frac{B_z h_z}{e}\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right) \tag{5.15}$$

Окончательно собирая все дрейфовые слагаемые в правой части баланса тепла получаем:

$$\gamma n_t T_{et}\sqrt{T_{et}/m_i}\left(\frac{1}{B_2}+\frac{1}{B_1}\right) \approx \frac{1}{eb_x}\left[-1.5\frac{\partial n_u T_{eu}{}^2}{h_y \partial y}+0.71 n_u T_{eu}\frac{\partial T_{eu}}{h_y \partial y}\right]\left(\frac{1}{B_2^2}-\frac{1}{B_1^2}\right) \tag{5.16}$$

Можно сделать оценку для характерного радиального масштаба

$$L_y \approx \frac{8}{\gamma} q \rho_{ci(u)} \sqrt{\frac{T_u}{T_t}} \tag{5.17}$$

Эта оценка дает ширину SOL большую, чем оценка (5.12), однако, учитывая типичные отношения температур в верхней части SOLи на пластинах дивертора, отличается от нее не более, чем в 4-5 раз. Видно, что учет переноса энергии электронов дрейфовыми механизмами даже без дрейфового переноса ионов (здесь мы считали, что ионизация на магнитной поверхности преобладает над переносом ионов между магнитными поверхностями) дает ту же оценку для характерного размера SOL, что и эвристический скейлинг Голдстона, основанный на представлении о дрейфовом переносе ионов и аномальной электронной теплопроводности. Это особенно важно для ИТЭР, в котором, согласно результатам моделирования [112], рециклинг ионов внутри SOL будет существенно больше, чем поток ионов через сепаратрису.

5.2. Конвективный вклад в радиальный перенос ионов в SOL.

Модель Голдстона предполагает, что ионы переносятся через сепаратрису, и затем через магнитные поверхности в SOL за счет градиентного дрейфа, одновременно стекая со звуковой скоростью на пластины дивертора. Такая модель предполагает, что большая часть (около половины) ионов, перенесенных градиентным дрейфом, не возвращается за счет Пфирш-Шлютеровских потоков в верхнюю часть SOL. Это в свою очередь привело бы к относительному возмущению давления на магнитной поверхности порядка 1 и числам Маха для Пфирш-Шлютеровских потоков тоже порядка 1. Таких чисел Маха в экспериментах, однако, не наблюдается. Кроме того, в модели Голдстона не учитывается вклад электрического дрейфа в радиальный перенос плазмы. Поэтому становится актуальной задача рассмотрения полного вклада всех конвективных дрейфовых потоков в радиальный перенос плазмы в SOL в режиме, когда давление выше X-точки возмущено не сильно, ионизация происходит в основном в диверторе, и поэтому потоки, стекающие в дивертор на уровне X-точки существенно меньше скорости звука. Пфирш-Шлютеровские потоки при этом замыкают потоки, связанные с градиентным дрейфом почти полностью.

В отсутствие тока через сепаратрису поток ионов и электронов через нее должны быть равны. Для электронов же верны, при отсутствии стохастизации магнитного поля, уравнения

(1.39)-(1.41), согласно которым конвективный поток электронов, связанный с дрейфами, оказывается пренебрежимо мал по сравнению с аномальной диффузией. В слабо столкновительном режиме в полный поток ионов может входить поток, связанный с потерей быстрых ионов на сепаратрисе (orbit-loss). Однако это приведет к модификации электрического поля и в силу квазинейтральности этот механизм ухода ионов будет скомпенсирован потоком тепловых ионов внутрь сепаратрисы. Поэтому можно заключить, что через сепаратрису частицы переносятся за счет аномальной диффузии.

В SOL ситуация меняется. Качественно рассмотрим область SOL выше X-точки, и сделаем оценки для переноса электронов и ионов через нее, в предположении, что основной источник ионизации находится в диверторной области, и там же в случае режима conduction-limited находится область изменения электронной и ионной температур вдоль магнитной трубки. Для электронов в области выше X-точки, в случае если в этой области полоидальной вариацией температуры электронов можно пренебречь, согласно уравнениям (1.39)-(1.41) диамагнитный дрейф компенсирует электрический дрейф. В то же время требование, чтобы полный поток ионов совпадал с потоком электронов, исчезает. Здесь ионы уже могут двигаться отдельно от электронов, а условие амбиполярности выполняться за счет замыкания радиального тока через дивертор, как показано на рисунке 43. Поэтому здесь радиальный конвективный поток ионов не равен 0. Радиальное электрическое поле не неоклассическое, а определяется перепадом потенциала в слое пространственного заряда перед пластинами дивертора и продольным балансом сил для электронов.

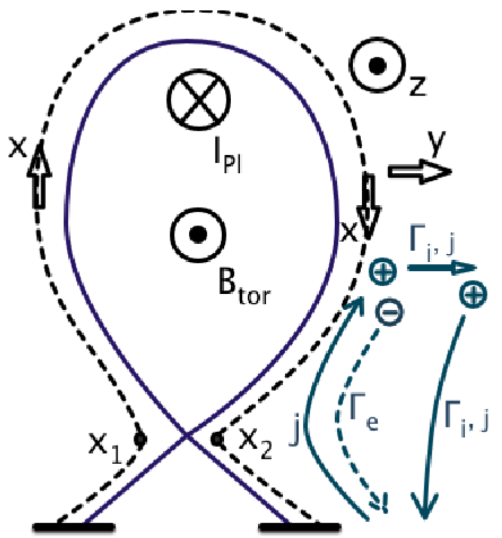


Рис.43. Общая геометрия и схема потоков электронов и ионов в SOL.

Радиальный ток, отражающий конвективный поток ионов, можно оценить, как это было сделано для области внутри сепаратрисы, через тороидальную проекцию баланса сил, уравнение (1.42). В этом уравнении усреднение проводилось по замкнутой магнитной поверхности. Здесь же интегрирование будет проводиться по площади магнитной поверхности в SOL выше X-точки, между точками x_1 и x_2 на рисунке 43. В этом выражении внутри сепаратрисы нет вклада классической продольной вязкости, поскольку при усреднении по замкнутой поверхности ее тороидальная проекция исчезает. В ближнем SOL можно пренебречь классической вязкостью в выражении (1.42) по следующим соображениям. В отсутствии источников ионизации полоидальная вариация давления, а следовательно, и концентрации ионов выше X-точки будет пренебрежима по сравнению с радиальным ее изменением. Это позволяет написать выражение для Пфирш-Шлютеровской продольной скорости, такое же, как внутри сепаратрисы. Подставив это выражение в тороидальную проекцию продольной вязкости, получим ее близкой к тому виду, который был внутри сепаратрисы. При интегрировании по области от x_1 до x_2, в ближнем SOL близкой к замкнутой поверхности, тороидальная проекция продольной вязкости будет ,близка к величине внутри сепаратрисы и поэтому мала.

Оценивая правую часть выражения (1.42), в SOL можно воспользоваться продольным балансом сил (1.43) однако выражение (1.44) придется модифицировать.

$$< \vec{B}\cdot(\nabla\cdot\vec{\pi}_{\perp} + nm_i\frac{d\vec{V}}{dt}) > = - < \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)} > + < \vec{B}\cdot\vec{S}_i^m > - \frac{p_2 - p_1}{L_c} < B >, \tag{5.18}$$

где $L_c = \int_{x_1}^{x_2} h_x b_x^{-1} dx$ - расстояние вдоль магнитной трубки от точки x_1 до x_2. Усреднение здесь ведется по области между x_1 и x_2: $\langle f \rangle = \dfrac{\int_{x_1}^{x_2} f\sqrt{g}\,dx}{\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{g}\,dx}$.

Тогда выражение для средней по площади плотности тока (1.45) преобразуется в

$$\langle\langle j_y \rangle\rangle = \frac{I}{S} = - << \frac{\vec{B}_z\cdot(\nabla\cdot\vec{\pi}_{\perp} + nm_i\frac{d\vec{V}}{dt})}{B_z B_x} >> \cong \frac{< \vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\pi}^{(0)} >}{< BB_x >} + \frac{p_2 - p_1}{L_c}\frac{< B >}{< BB_x >}, \tag{5.19}$$

а выражение для полного тока в

$$I_y = \int_{x_1}^{x_2} h_x h_z \sigma_{NEO} (E_y - E_y^{NEO}) dx + \frac{p_2 - p_1}{<< B^2 >>} B_z h_z ; \quad \sigma_{NEO} = \frac{3\mu_{i1} B}{B_x \langle BB_x \rangle} \frac{\left\langle (\frac{\vec{B}}{B} \cdot \nabla B)^2 \right\rangle}{\langle B^2 \rangle} . \tag{5.19}$$

Здесь надо учесть, что в области снаружи от сепаратрисы при определении радиального тока придется различать диамагнитный ток, и ток ведущих центров, описываемый градиентным дрейфом. Если при интегрировании по замкнутой магнитной поверхности эти токи тождественно совпадали, то теперь поверхность интегрирования не замкнутая, и в случае, если есть различие давлений в точках x_1 и x_2, даже если эти точки расположены очень близко, между токами может быть существенное различие. В выражении (5.19) участвует диамагнитный ток. Для того, чтобы перейти к току ведущих центров, можно использовать, что интеграл от диамагнитного тока и от тока, связанного с градиентным дрейфом, проходящих через любую замкнутую поверхность, равны. Рассмотрим поверхность, охватывающую кусок магнитной поверхности от x_1 до x_2, и затем замыкающуюся через Х-точку. Разность диамагнитного и связанного с градиентным дрейфом токов через кусок магнитной поверхности равны разности этих токов через кусок поверхности, соединяющей x_1 и x_2 через Х-точку. Ток, связанный с диамагнитным дрейфом через эту последнюю поверхность можно оценить как

$$I_{12}^{(dia)} = \frac{p_2 - p_1}{B_{(X)}} h_{z(X)} \quad . \tag{5.20}$$

Здесь положительный ток соответствует направлению тока вверх, h_z и B взяты в Х-точке.

Окончательно для тока, включающего градиентный дрейф, получим

$$I_y = \int_{x_1}^{x_2} h_x h_z \sigma_{NEO} (E_y - E_y^{NEO}) dx + \frac{p_2 - p_1}{<< B^2 >>} B_z h_z - I_{12}^{(dia)} + I_{12}^{\nabla B} \tag{5.21}$$

Из сравнения (5.20) и (5.21) видно, что разность давлений сокращается с точностью до усреднения магнитного поля. Последнее слагаемое пропорционально давлению плазмы и площади куска поверхности, соединяющей x_1 и x_2 через X-точку. Эта площадь растет при удалении от сепаратрисы, и в дальнем SOL $I_{12}^{\nabla B}$ может давать существенный вклад в полный ток. Это слагаемое при нормальном направлении магнитного поля отрицательное, и оно отражает тот факт, что для не замкнутой поверхности даже при постоянном давлении существует ток градиентного дрейфа, пропорциональный площади разрыва в ней. Вблизи сепаратрисы оказывается больше первое слагаемое в уравнении (5.21), и можно сделать оценку конвективного потока ионов

$$\Gamma_i \approx \int_{x_1}^{x_2} h_x h_z \sigma_{NEO} / e \ (E_y - E_y^{NEO}) dx \tag{5.22}$$

Такая оценка особенно хорошо работает, если радиальный характерный масштаб для концентрации определяется в большой степени турбулентным переносом и оказывается больше, чем оценка Голдстона. Тогда она позволяет оценить долю конвективного переноса в общем радиальном потоке плазмы выше X-точки.

Можно сделать оценку, какому характерному масштабу спада ионной концентрации соответствует такой радиальный перенос ионов. Рассмотрим область в SOL, в которой электронная температура упала достаточно сильно, чтобы поток ионов из верхней части SOL в дивертор был уже сравним с ионизацией в диверторе. Дивергенцию радиального потока приравняем дивергенции продольного потока, стекающего на пластины. Последний оценим, как долю звукового потока,

$$\frac{\Gamma_i}{SL_n} \sim \frac{\alpha n c_s}{L_\parallel} \sim ne(\frac{\rho_{ci}}{B_x / B})^2 \frac{c_s}{qRL_n^2} \frac{c_s}{qR\nu_{ii}} \varepsilon^2 . \tag{5.23}$$

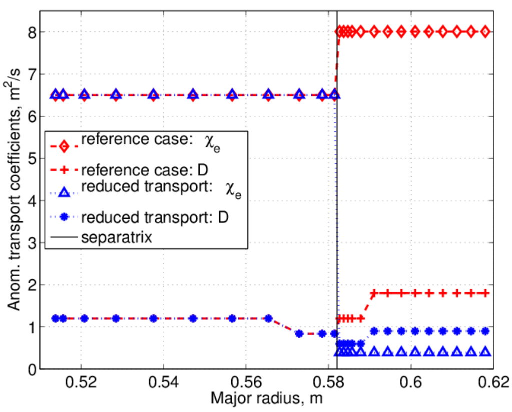
здесь $\alpha < 1$. Неоклассическая проводимость σ_{NEO} взята в Пфирш-Шлютеровском режиме. Разность электрических полей в выражении (5.22) можно оценить как $\left|E_y - E_y^{NEO}\right| \sim \left|E_y^{NEO}\right| \sim T_i / eL_n$, поскольку в рассматриваемой области температура электронов уже существенно меньше, чем на сепаратрисе. Продольный масштаб $L_\parallel$ можно оценить как $L_\parallel \approx qR$ Тогда характерный масштаб спада концентрации

$$L_n \sim q\rho_{ci}\left(\frac{c_s}{\alpha q R \nu_{ii}}\right)^{1/2}. \tag{5.24}$$

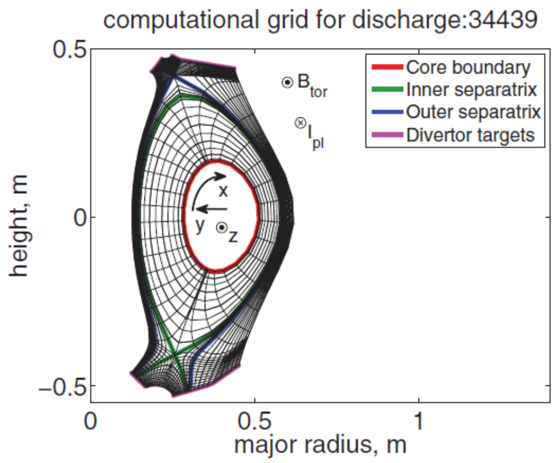
Такая оценка отличается от оценки Голдстона множителем $\left(\frac{c_s}{\alpha q R \nu_{ii}}\right)^{1/2}$. В столкновительном режиме $\frac{c_s}{qR\nu_{ii}}$ меньше единицы, что отражает тот факт, что формула (5.22) дает меньшую среднюю скорость, чем скорость градиентного дрейфа.

5.3 Результаты моделирования пристеночной плазмы токамака ГЛОБУС-М с учетом самосогласованного распределения электрического потенциала и дрейфовых потоков.

В этой секции проведен анализ потоков в SOL для моделирования токамака ГЛОБУС-М. В этом токамаке, в силу его геометрии и небольшого магнитного поля, дрейфовые потоки оказываются особенно сильны. В частности, почти весь перенос тепла ионов внутри сепаратрисы в ГЛОБУС-М может быть объяснен неоклассической ионной теплопроводностью [32a]. Моделирование выполнено совместно с Е. О. Векшиной.



(а)



(б)

Рис. 44. (а) Аномальные коэффициенты диффузии и электронной температуропроводности на внешнем обводе при моделировании токамака ГЛОБУС-М; (б) Сетка для моделирования разряда №34439 кодом SOLPS-ITER

Для моделирования был выбран разряд №34439. Были проведены расчеты кодом SOLPS-ITER для двух случаев – в первом случае были взяты коэффициенты аномального радиального переноса типичные для моделирования этого токамака, во втором – коэффициенты переноса существенно уменьшены в SOL: электронная температуропроводность в 20 раз, а коэффициент диффузии в 2 раза. Это сделано для того, чтобы получить решения, при которых дрейфовый вклад в перенос тепла и частиц становится сравним с турбулентным переносом. Коэффициенты переноса на внешнем обводе показаны на рисунке 44.

Распределение концентрации и температуры электронов на внешнем обводе показано на рисунках 45-46. Было обнаружено, что характерный масштаб для концентрации L_n при уменьшении коэффициентов переноса меняется не сильно, рисунок 45а. Этот результат согласуется с результатами моделирования [31а], в котором был уменьшен только коэффициент диффузии. Оценка ширины SOL по формуле (5.24) для $\alpha = 1$ дает 1 см. На рисунке 45б показаны различные компоненты радиального потока частиц в SOL, проинтегрированные по полоидальной координате выше Х-точки. Видно, что вклады градиентного и электрического дрейфов и в радиальный поток ионов в SOL оказываются одного порядка. На первом сантиметре от сепаратрисы сумма этих конвективных потоков действительно больше диффузионного потока. Поэтому моделирование подтверждает важную роль конвективных дрейфовых потоков в формировании SOL в токамаке ГЛОБУС-М. Распределение продольных токов, стекающих на диверторные пластины, показано для двух наборов коэффициентов переноса на рисунке 47. Для нормальных транспортных коэффициентов ток в основном течет с внешней на внутреннюю пластину, и с физической точки зрения это термоэлектрический ток [32а]. При уменьшении коэффициентов переноса возникает дополнительный ток, текущий с внешней нижней пластины по области ближнего SOL в плазму, затем замыкающийся радиальным током и стекающий в дальнем SOL на верхнюю и нижнюю внешние диверторные пластины (различие с качественной схемой на рисунке 44 связано с наличием в ГЛОБУСЕ-М второй сепаратрисы).

Потоки тепла и профиль температуры электронов существенно перестраиваются при уменьшении коэффициентов переноса. При ширине SOL по температуре электронов около 1 см, рисунок 46, дрейфовый вклад в поток тепла становится сравним с вкладом аномальной теплопроводности. Характерный масштаб для дрейфового потока составляет при этом тоже около 1 см.

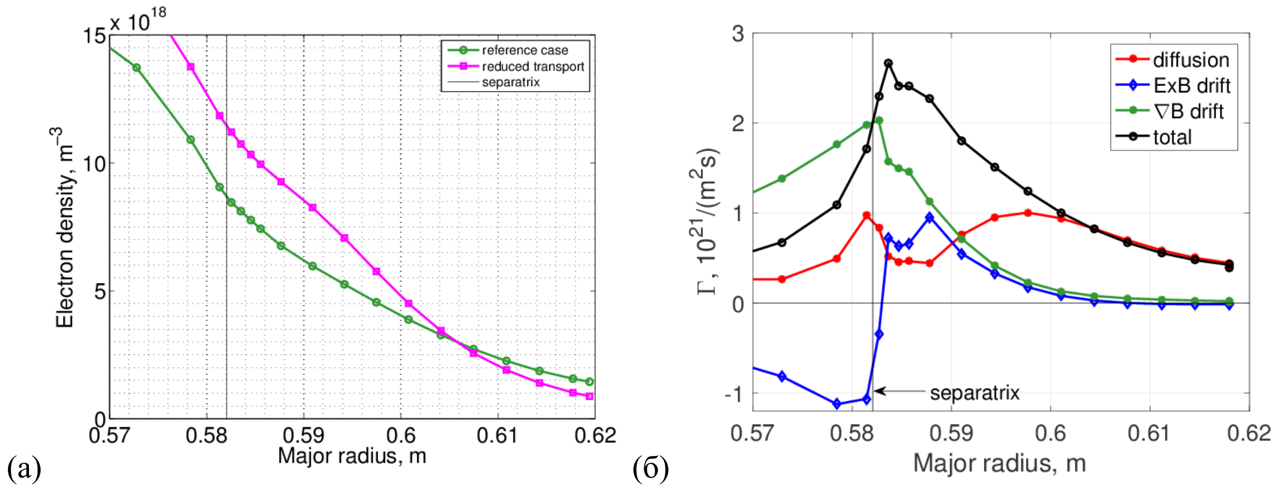


Рис. 45. (а) Распределение концентрации электронов на внешнем обводе токамака ГЛОБУС-М для двух наборов коэффициентов переноса; (б) Компоненты радиального потока через замкнутые магнитные поверхности в токамаке ГЛОБУС-М внутри сепаратрисы и через открытые поверхности выше Х-точки в SOL в случае с уменьшенными коэффициентами переноса.

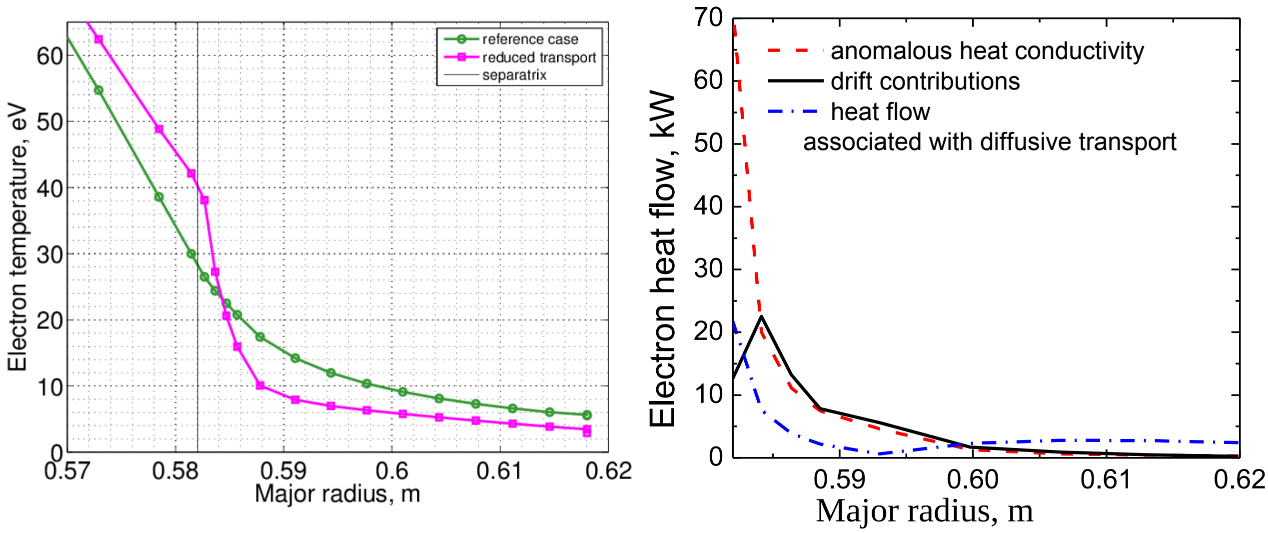
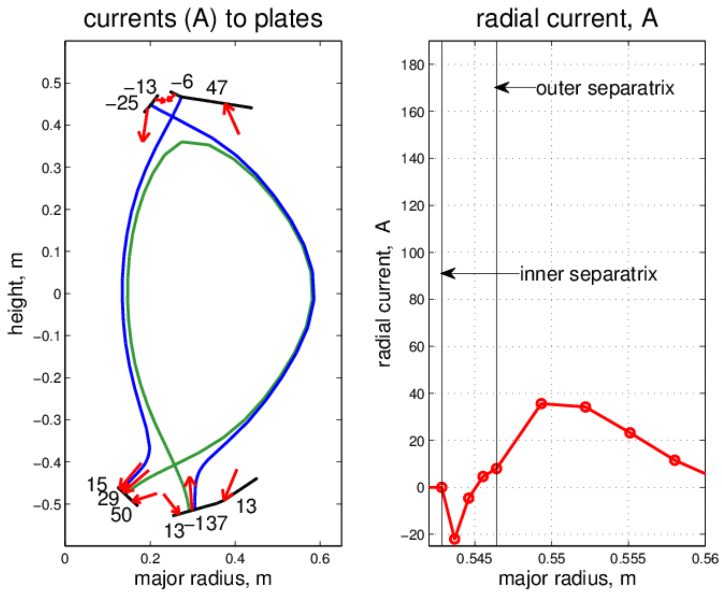
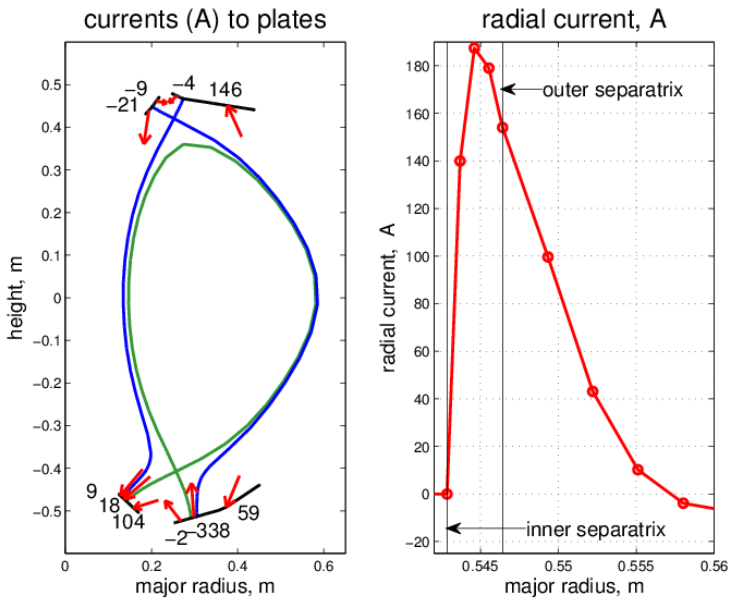


Рис. 46. (а) Распределение температуры электронов на внешнем обводе токамака ГЛОБУС-М для двух наборов коэффициентов переноса; (б) Компоненты радиального потока тепла электронов через замкнутые магнитные поверхности в токамаке ГЛОБУС-М внутри сепаратрисы и через открытые поверхности выше Х-точки в SOL в случае с уменьшенными коэффициентами переноса.

.



(а)



(б)

Рис. 47. Электрические токи из плазмы на четыре диверторные пластины (слева). Положительным величинам соответствуют токи из плазмы на пластины. Верхние пластины разделены на две части – PR (Private Region, область, отделенная сепаратрисой от основной плазмы и SOL) и SOL. Нижние пластины разделены на три части двумя сепаратрисами. Радиальный ток, проинтегрированный вдоль полоидальной координаты по SOL за исключением диверторной области (справа).

(а) базовое моделирование, (б) моделирование с уменьшенными транспортными коэффициентами.

5.4. Выводы.

В этой главе предложена модель для описания структуры конвективных потоков тепла электронов и дрейфовых конвективных потоков в токамаке в SOL. Показано, что оценка для ширины SOL по электронному потоку тепла $L_q \sim q\rho_{ci}$ близка к той минимальной оценке, которую обеспечивали бы дрейфовые потоки. Показано, что в SOL существует конвективный перенос ионов, соответствующий тому же механизму, что и перенос ионов, связанный с эффектом откачки при RMP. Поток ионов пропорционален отличию электрического поля в SOL от неоклассической величины. Если при RMP такой ионный ток замыкается током, связанным со стохастической проводимостью электронов, то в SOL ионный ток замыкается током через пластины дивертора. Аналитическая модель подтверждается результатами моделирования.

Заключение

1) Предложена модель электрического поля и тороидального вращения плазмы при стохастизации магнитного поля в экспениментах с внешними резонансными магнитными возмущениями на периферии плазмы токамаков. Модель учитывает важнейшие эффекты в плазме: существование турбулентного переноса и потоки, связанные с тороидальностью установки. Обнаружено два характерных режима, зависящих от уровня радиального турбулентного переноса продольного (тороидального) импульса в плазме. В обоих режимах радиальное электрическое поле становится более положительным, чем неоклассическое поле до включения резонансных магнитных возмущений. В режиме с большой поперечной вязкостью, связанной с турбулентностью в плазме, тороидальное вращение плазмы меняется незначительно. Электрическое поле при этом может существенно отклоняться от известного неоклассического решения, если уровень стохастизации магнитного поля достаточно велик. В режиме с маленькой поперечной вязкостью электрическое поле остается близким к неоклассическому, и его изменение происходит за счет изменения тороидального вращения, от которого зависит величина неоклассического электрического поля. Предложенная модель хорошо согласуется с результатами измерений на современных токамаках, где в зависимости от параметров экспериментально обнаружены оба предсказанных режима. На базе модели сделаны предсказания для токамака ИТЭР, который будет находиться в режиме с малой вязкостью и существенным тороидальным раскручиванием при резонансных магнитных возмущениях.

2) Построена теория конвективного механизма откачки (уменьшения концентрации) при резонансных магнитных возмущениях. Согласно теории, электроны покидают плазму вдоль стохастических силовых линий магнитного поля, а ионы – благодаря конвекции поперек магнитного поля. При этом поток ионов пропорционален отклонению электрического поля от неоклассического значения и величине продольной неоклассической вязкости. Конвективный поток в режиме улучшенного удержания плазмы с малым уровнем турбулентного переноса частиц может существенно уменьшить градиент давления в транспортном барьере, что ведет к наблюдаемому в эксперименте подавлению ELMs. Модель предсказывает для современных токамаков уменьшение концентрации плазмы, в то время как ионная и электронная температуры могут возрастать за счет уменьшения аномальной теплопроводности при уменьшении концентрации. Уменьшение аномальной электронной теплопроводности при этом оказывается скомпенсировано появлением электронной теплопроводности Рочестера-Розенблюта в стохастизированном магнитном поле. Таким образом модель объясняет существующие экспериментальные наблюдения изменения температур при включении резонансных магнитных возмущений. Модель позволяет сделать предсказания для ИТЭР. При параметрах ИТЭР

теплопроводность Рочестера-Розенблюта возрастает, а продольная неоклассическая вязкость падает. Поэтому включение магнитных возмущений приведет к слабому эффекту откачки и существенному понижению электронной температуры.

3) Построена теория экранирования плазмой возмущений магнитного поля токами, связанными с движением электронов вдоль силовых линий стохастического магнитного поля. Согласно модели, электронный ток, ведущий к стационарному магнитному отклику плазмы на внешнее возмущение магнитного поля, компенсируется током ионов, связанным с отклонением электрического поля от неоклассического значения при учете тороидальных эффектов. В модели найдены две ветви решения для возмущения магнитного поля с учетом отклика плазмы, реализующиеся в зависимости от вакуумного уровня внешнего возмущения магнитного поля. При малых возмущениях магнитного поля оно существенно экранируется плазмой, а электрическое поле остается близко к неоклассической величине, существовавшей до появления магнитных возмущений. При больших возмущениях магнитного поля они слабо экранируются, а электрическое поле меняет знак. Область перехода между типами решения зависит от параметров установки. Для современных установок переход может происходить плавно. Для больших установок, таких как ИТЭР, модель предсказывает резкий переход от полного экранирования к проникновению магнитных возмущений. Модель объясняет большое количество экспериментальных наблюдений: пороговый уровень магнитных возмущений, необходимый для их влияния на плазму; увеличение экранирования магнитных возмущений при увеличении плотности плазмы; зависимость экранирования от профиля тороидального вращения плазмы и положения резонансных магнитных поверхностей относительно профиля радиального электрического поля; зависимость экранирования от вращения резонансных магнитных возмущений.

4) Предложен механизм ухода частиц и тепла из плазмы при ELM первого рода. Согласно предложенной модели, критическую роль в уходе частиц играют продольные токи, замыкающие ток, связанный с градиентным дрейфом, в филаментах, возникающих при ELM. Показано, что величина и характерное время жизни этих токов достаточны для временной стохастизации магнитного поля вблизи сепаратрисы токамака и временного изменения радиального электрического поля в стохастическом слое. Потери плазмы происходят за счет эффекта, аналогичного эффекту откачки при стационарных магнитных возмущениях. В модели механизм потери плазмы при ELMs описывается с учетом динамических эффектов. Модель согласуется с результатами наблюдений на токамаке MAST.

5) Проведен анализ конвективных механизмов радиального переноса плазмы снаружи от сепаратрисы. Предложена модель, описывающая дрейфовые механизмы переноса тепла электронов. Показано, что чисто конвективные классические механизмы могут объяснить

наблюдаемый в эксперименте характерный масштаб спада электронной температуры. Предложена модель переноса ионов снаружи сепаратрисы за счет механизмов, аналогичных конвективному переносу ионов в стохастическом слое.

6) Предложенная модель модификации электрического поля, тороидального раскручивания плазмы и эффекта откачки подкреплена моделированием кодом B2SOLPS5.2 в тороидально симметричной геометрии с включением дополнительной электронной проводимости, связанной со стохастизацией магнитного поля. Моделирование, проведенное для параметров токамака MAST, воспроизводит детальные экспериментальные наблюдения, сделанные на этом токамаке. Проведено моделирование электрического поля и тороидального вращения в токамаке-реакторе ИТЭР при резонансных магнитных возмущениях, подкрепляющее выводы, сделанные аналитически в рамках предложенной модели.

Приложение

Здесь представлена система уравнений, решаемая в коде SOLPS5.2. В основном эта система воспроизводит систему уравнений кода, опубликованную в работе [53]. Система дополнена слагаемыми, отвечающими за стохастическую электронную проводимость, описанную в работе [85] и использованными в главе 2 диссертации. Соответствующие слагаемые выделены цветом.

В целом код B2SOLPS5.2 и его современная модификация SOLPS-ITER являются мощными инструментами для исследования пристеночной плазмы.

Уравнения кода B2SOLPS5.2 записаны в тороидальной геометрии в предположении тороидальной симметрии параметров плазмы и потоков. Координатная сетка привязана к магнитной топологии, так что координата x всегда направлена вдоль поверхности постоянного полоидального магнитного потока, как внутри, так и снаружи сепаратрисы. Координатная сетка строится на основании реконструкции магнитного равновесия кодом EFIT [114]. Внешняя граница расчетной области для плазмы совпадает с одной из поверхностей постоянного полоидального потока в SOL, достаточно удаленной от сепаратрисы, чтобы температура электронов и плотность плазмы успевали существенно упасть по сравнению с значениями на сепаратрисе. Для расчета кодом EIRENE нейтральных атомов сетка достраивается от границы расчетной области до физической стенки треугольниками. В расчетной области для плазмы треугольная сетка, необходимая для работы EIRENE совмещена с прямоугольной сеткой для плазмы, так что каждой прямоугольной ячейке соответствует два треугольника. В случае, если нейтральные атомы рассчитываются в рамках гидродинамического подхода, их расчетная область совпадает с расчетной областью для плазмы.

Уравнения написаны в предположении ортогональной системы координат. Это предположение выполняется в большей части расчетной области, однако в области пластин часто бывает нарушено, поскольку текущая версия кода предполагает, что вблизи пластин координата y направлена вдоль них. В случае, если, как это верно для многих современных токамаков с вертикальным дивертором, магнитные поверхности пересекают пластину под скользящим углом, в области пластин сетка становится неортогональной. Это может влиять на точность решения в диверторной области. Однако модификация уравнений, проведенная для усовершенствования кода SOLPS-ITER для учета неортогональной геометрии, выходит за рамки данной работы. Физические эффекты, рассматриваемые в диссертации, относятся в первую очередь к области внутри сепаратрисы, и поэтому хорошо описываются в коде с ортогональными координатами.

Код предполагает описание потоков ионов примеси. Для этого в нем предусмотрено решение уравнений неразрывности и продольного баланса сил для каждого сорта ионов отдельно. Обмен теплом между сортами ионов оказывается достаточно быстрым, чтобы можно было решать уравнение баланса тепла суммарное по всем сортам. Каждое зарядовое состояние при этом считается отдельным сортом ионов. Переходы между зарядовыми состояниями описываются при этом как рождение или исчезновение данного сорта ионов. В таком виде код позволяет отслеживать динамику примесей в токамаке, их уход из диверторов и равновесное распределение между дивертором, верхней областью SOL и областью внутри сепаратрисы [115]. Однако, опять-таки, поскольку в диссетрационной работе перенос примесей не рассматривается, здесь будут приведены уравнений только для однокомпонентной плазмы.

Для описания системы координат используем коэффициенты Ламе. Координаты x и y направлены в полоидальном сечении установки вдоль и поперек магнитной поверхности, соответственно, z – тороидальная координата. Хотя производные вдоль этой координаты в нашей постановке задачи равны 0, соответствующий коэффициент Ламе появляется в уравнениях в описании тороидальных эффектов. Уравнения решаются методом конечных объемов, что обеспечивает хорошую точность интегрального баланса частиц, энергии и импульса. Коэффициенты Ламе

$$h_x = \frac{1}{\|\nabla x\|},\ h_y = \frac{1}{\|\nabla y\|},\ h_z = \frac{1}{\|\nabla z\|},\ \sqrt{g} = h_x h_y h_z \tag{П1}$$

в коде совпадают с линейными размерами ячеек. Каждая ячейка охватывает весь тороидальный обход, так что $h_z = 2\pi R$, где R это большой радиус, соответствующий данной ячейке. Рассмотрены ионы дейтерия с Z=1 так что $n_e = n_i = n$. Индес “$\perp$” обозначает направление перпендикулярное магнитному полю $\vec{B}$ и оси y, “$\|$” означает направление вдоль магнитного поля, так что для произвольного вектора $\vec{A}$: $A_x = b_x A_\| + b_z A_\perp$; $A_z = b_z A_\| - b_x A_\perp$. Здесь $b_x = B_x/B, b_z = B_z/B$.

П.1. Баланс частиц

Уравнение неразрывности записывается в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x} n\left(b_x V_\| + b_z V_\perp^{(1)}\right)\right) + \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y} n V_y^{(1)}\right) = S^n . \tag{П2}$$

Компоненты скорости поперек магнитного поля, $V_{\perp}^{(1)}$ и $V_{y}^{(1)}$, определены ниже в уравнении (П10). В стандартном дрейфовом приближении, как это было записано в коде B2SOLPS5.0 [3а] эти компоненты скорости можно выразить из поперечных компонент баланса сил для ионов и записать как ($V_{\perp}^{(0)}$ и $V_{y}^{(0)}$):

$$V_{\perp}^{(0)} = V_{\perp}^{(E)} + V_{\perp}^{(diff)} + V_{\perp}^{(in)} + V_{\perp}^{(vis)} + V_{\perp}^{(s)} + \tilde{V}_{\perp}^{(dia)};$$ (П3)

$$V_{y}^{(0)} = V_{y}^{(E)} + V_{y}^{(diff)} + V_{y}^{(in)} + V_{y}^{(vis)} + V_{y}^{(s)} + \tilde{V}_{y}^{(dia)}.$$

Первое слагаемое здесь – это электрический ($\vec{E}\times\vec{B}$) дрейф

$$V_{\perp}^{(E)} = -\frac{1}{B}\frac{\partial\phi}{h_y\partial y}, \quad V_{y}^{(E)} = \frac{B_z}{B^2}\frac{\partial\phi}{h_x\partial x}.$$ (П4)

Второе слагаемое описывает аномальную диффузию за счет турбулентности:

$$V_{\perp}^{(diff)} = -D_{AN}\frac{1}{n}\frac{\partial n}{h_x\partial x}, \quad V_{y}^{(diff)} = -D_{AN}\frac{1}{n}\frac{\partial n}{h_y\partial y}.$$ (П5)

Неоклассической диффузией на ее фоне можно пренебречь, поскольку турбулентная диффузия оказывается более чем на два порядка выше. Относительно небольшие слагаемые $V^{(in)}, V^{(vis)}, V^{(s)}$ описывают соответственно инерциальный дрейф и дрейфы, связанные с вязкостью и трением ионов о нейтральные атомы. Эти дрейфы в коде выражены через соответствующие токи:

$$\vec{V}^{(in)} = \vec{j}^{(in)}/en, \quad \vec{V}^{(vis)} = \vec{j}^{(vis)}/en, \quad \vec{V}^{(s)} = \vec{j}^{(s)}/en.$$ (П6)

Градиентный дрейф ионов можно записать в виде:

$$\tilde{V}_{\perp}^{(dia)} = \frac{T_i B_z}{eb_z}\frac{\partial}{h_y\partial y}\left(\frac{1}{B^2}\right), \qquad \tilde{V}_{y}^{(dia)} = -\frac{T_i B_z}{e}\frac{\partial}{h_x\partial x}\left(\frac{1}{B^2}\right).$$ (П7)

Такой, физически обоснованный вид скорости был с успехом использован в моделировании L-режимов кодом B2SOLPS5.0 [3a]. Однако при моделировании H-режимов он ведет к непреодолимым численным трудностям. В H-режиме в транспортном барьере на порядок падает коэффициент аномальной диффузии. В присутствии больших радиальных потоков через верхнюю и нижнюю части магнитной поверхности, связанных с градиентным дрейфом, для численной стабильности системы уравнений необходима коррекция, искусственно повышающая коэффициент диффузии $D^{corrected} = \sqrt{D_{AN}^2 + (hV/2)^2}$ где V – конвективная скорость а h – размер ячейки сетки в направлении этой скорости. Различие между истинной и скорректированной величиной коэффициента диффузии ($D^{corrected}$ – D_{AN}) может быть столь большим, что весь эффект перехода в H-режим в моделировании теряется – фактический коэффициент диффузии остается на уровне L-режима, и профиль концентрации оказывается рассчитан неправильно. Чтобы избежать этого, скорость дрейфа была заменена на следующую:

$$\tilde{V}_{\perp}^{(dia1)} = -\left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{\left\langle B^2 \right\rangle}\right)\frac{B}{e}\frac{\partial nT_i}{h_y \partial y}, \qquad (\text{П}8)$$

$$\tilde{V}_{y}^{(dia1)} = \left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{\left\langle B^2 \right\rangle}\right)\frac{B_z}{e}\frac{\partial nT_i}{h_x \partial x}.$$

$$\left\langle B^2 \right\rangle = \int\limits_{inner\ boundary}^{separatrix} \left(\oint B^2 \sqrt{g}\, dx\right) dy \Big/ \int\limits_{inner\ boundary}^{separatrix} \left(\oint \sqrt{g}\, dx\right) dy\,. \qquad (\text{П}9)$$

Здесь усреднение выполняется по всему объему внутри сепаратрисы в расчетной области. При такой форме “эффективной” скорости дивергенция потока частиц, связанного с ней, в точности совпадает с дивергенцией потока для физически обоснованного градиентного дрейфа. В то же время радиальная компонента этой скорости внутри сепаратрисы невелика, поскольку она пропорциональна полоидальной производной ионного давления. Поэтому она не приводит к коррекции коэффициента диффузии и позволяет правильно рассчитывать H-режим. Полоидальная компонента новой скорости близка по форме к проекции Пфирш-Шлютеровской продольной скорости, взятой с обратным знаком. Скорость физически осмысленного градиентного дрейфа можно рассчитать, пользуясь полученными с помощью кода профилями концентрации и температуры ионов. Найденные профили будут удовлетворять уравнению неразрывности, в которое вошла бы скорость градиентного дрейфа, поскольку с математической точки зрения уравнения с “эффективной” скоростью и со скоростью градиентного дрейфа эквивалентны. В уравнениях баланса тепла тоже необходима численная коррекция коэффициентов переноса. Поэтому связанные с градиентным дрейфом конвективные потоки тепла ионов и электронов были преобразованы аналогичным образом, чтобы появилась возможность правильно воспроизвести понижение коэффициентов теплопроводности в транспортном барьере. В граничных условиях на потоки частиц и тепла сделаны модификации, учитывающие замену потоков, связанных с градиентным дрейфом на “эффективные” потоки.

Благодаря возможности делать расчеты для пристеночной плазмы в H-режиме в модификации кода B2SOLPS5.2 появилась возможность и моделировать эффект откачки при RMP, который в большинстве случаев хорошо виден именно в H-режиме с пониженным турбулентным переносом вблизи сепаратрисы.

В окончательном виде в баланс частиц входит скорость:

$$V_{\perp}{}^{(1)} = V_{\perp}^{(E)} + V_{\perp}^{(diff)} + V_{\perp}^{(in)} + V_{\perp}^{(vis)} + V_{\perp}^{(s)} + \tilde{V}_{\perp}^{(dia1)} \qquad (\Pi10)$$

$$V_{y}{}^{(1)} = V_{y}^{(E)} + V_{y}^{(diff)} + V_{y}^{(in)} + V_{y}^{(vis)} + V_{y}^{(s)} + \tilde{V}_{y}^{(dia1)}.$$

П.2. Продольный баланс сил для ионов

Продольный баланс сил с аккуратным учетом классической вязкости имеет вид:

$$m_i\left[\frac{\partial nV_{\|}}{\partial t} + \frac{1}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h_z\sqrt{g}}{h_x}n\left(V_{\perp}^{(0)}b_z + V_{\|}b_x\right)V_{\|}\right) + \frac{1}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y}nV_y^{(0)}V_{\|}\right)\right]$$

$$= -b_x\frac{\partial nT_i}{h_x\partial x} - b_x en\frac{\partial\varphi}{h_x\partial x} + F_k + \frac{4}{3}b_x B^{\frac{3}{2}}\frac{\partial}{h_x\partial x}\left(\frac{\eta_0 b_x}{B^2}\frac{\partial\left(B^{\frac{1}{2}}\left(V_{\|} + \frac{B}{B_x}V_x^{(dia)} + \frac{B}{B_x}V_x^{(E)}\right)\right)}{h_x\partial x}\right)$$

$$+b_x B^{\frac{3}{2}}\frac{\partial}{h_x\partial x}\left(\alpha^{NEO}\frac{b_x}{B^2\nu_{ii}}\frac{\partial\left(B^{\frac{1}{2}}(q_{i\|}{}^{(0)} + \frac{B}{B_x}q_{ix}^{(dia)})\right)}{h_x\partial x}\right) \qquad (\Pi11)$$

$$+\frac{1}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h_z\sqrt{g}}{h_y^2}\eta\frac{\partial V_{\|}}{\partial y}\right) + \frac{1}{h_z\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h_z\sqrt{g}}{h_x{}^2}\eta\frac{\partial V_{\|}}{\partial x}\right) + S_{i\|}^m + R_{ie\|} + b_x n_a m_a V_{a\|}^2\frac{\partial\ln h_z}{h_x\partial x}.$$

В инерциальной части оставлен перенос продольной скорости градиентным дрейфом, аналогично работе [3а], где он был получен для координатной системы кода при комбинировании косой вязкости из работы Брагинского [7] и диамагнитного переноса импульса. Поскольку продольная скорость имеет существенную вариацию на магнитной поверхности, замена скорости на “эффективную” не принесет здесь ощутимого улучшения аккуратности решения. Слагаемое F_k дается формулой:

$$F_k = -m_i \left(\frac{1}{h_z \sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_z \sqrt{g}}{h_x} n V_{\|} \tilde{V}_{\perp}^{(dia)} b_z \right) + \frac{1}{h_z \sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_z \sqrt{g}}{h_y} n V_{\|} \tilde{V}_y^{(dia)} \right) \right). \qquad (\text{П12})$$

Четвертое слагаемое в правой части уравнения (П11) - это продольная вязкость Брагинского $(\nabla \cdot \vec{\pi}_i^u)_{\|}$ с коэффициентом вязкости в Пфирш-Шлютеровском режиме

$$\eta_0 = \frac{0.96 n T_i}{\nu_{ii}}. \qquad (\text{П13})$$

Она преобразована с аккуратным учетом метрических коэффициентов и с учетом того, что основной вклад в скорость ионов дают их продольная скорость, диамагнитный и электрический дрейф. Вывод сделан без предположения большого аспектного отношения и малого отношения полоидального и тороидального магнитных полей. Поэтому в такой форме продольная вязкость правильно описывает и сферические токамаки.

Пятое слагаемое в правой части соответствует продольной вязкости, связанной с потоками тепла $(\nabla \cdot \vec{\pi}_i^q)_{\|}$, и играющей важную роль в формировании неоклассического электричесого поля, см. главу 1. В ней

$$q_{i\|}^{(0)} = -\kappa_{i\|} b_x \frac{\partial T_i}{h_x \partial x} \quad , \qquad (\text{П14})$$

$$q_{ix}^{(dia)} = -\frac{5}{2} \frac{n T_i B_z}{e B^2} \frac{\partial T_i}{h_y \partial y}. \qquad (\text{П15})$$

В столкновительном Пфирш-Шлютеровском режиме $\alpha^{NEO} = 1$.

Классические коэффициенты поперечной вязкости в шестом и седьмом слагаемых в правой части уравнения (П11) заменяются на аномальные значения, пропорциональные аномальному коэффициенту диффузии $\eta = n m_i D_{AN}$. Эти слагаемые описывают поперечный перенос продольного импульса за счет турбулентных вихрей и играют важную роль в формировании поперечной проводимости ионов, как описано в главе 2. Слагаемое $S_{i\|}^{m}$

описывает обмен импульсом между ионами и атомами; $R_{ie\|}$ описывает силу трения электронов и ионов с учетом термосилы:

$$R_{ie\|} = -\frac{enj_{\|}}{\sigma_{\|}} + 0.71 b_x n \frac{\partial T_e}{h_x \partial x} \tag{П16}$$

здесь $\sigma_{\|}$ - спитцеровская проводимость Последнее слагаемое в правой части соответствует продольной проекции центробежной силы при тороидальном вращении ионов.

П.3. Баланс токов

Уравнение сохранения заряда вместе с условием квазинейтральности дает

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x}\left(j_{\|} b_x + \tilde{j}_{\perp} b_z \right)\right) + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y} \tilde{j}_y \right) = 0, \tag{П17}$$

где $\tilde{j}_{\perp}$ и $\tilde{j}_y$ вычислены из поперечных компонент суммарного баланса сил для электронов и ионов. Поперечный ток складывается из тока, связанного с градиентным дрейфом $\tilde{\vec{j}}^{(dia)}$, вклада инерции $\vec{j}^{(in)}$, вязкости $\vec{j}^{(vis)}$ и трения ионов об атомы $\vec{j}^{(s)}$:

$$\tilde{\vec{j}} = \tilde{\vec{j}}^{(dia)} + \vec{j}^{(in)} + \vec{j}^{(vis)} + \vec{j}^{(s)} + \vec{j}_e . \tag{П18}$$

Ток, связанный с градиентным дрейфом электронов и ионов получается при преобразовании диамагнитного тока:

$$\tilde{j}_{\perp}^{(dia)} = \frac{1}{b_z} n(T_e + T_i) B_z \frac{\partial}{h_y \partial y}\left(\frac{1}{B^2} \right),$$

$$\tilde{j}_y^{(dia)} = -n(T_e + T_i) B_z \frac{\partial}{h_x \partial x}\left(\frac{1}{B^2} \right). \tag{П19}$$

В инерциальном токе оставлен только вклад центробежной силы

$$j_{\perp}^{(in)} = \frac{m_i}{B} n V_{\|}^2 \frac{\partial \ln h_z}{h_y \partial y},$$

$$j_{y}^{(in)} = -\frac{m_i}{B} n V_{\|}^2 \frac{\partial \ln h_z}{h_x \partial x}. \qquad (\text{П}20)$$

Ток, связанный с вязкостью складывается из трех составляющих

$$\vec{j}^{(vis)} = \vec{j}^{(vis\|)} + \vec{j}^{(vis\perp)} + \vec{j}^{(visq)}. \qquad (\text{П}21)$$

Ток, вызванный классической продольной вязкостью можно переписать в виде, похожем на ток, связанный с градиентным дрейфом:

$$\tilde{j}_{\perp}^{(vis\|)} = -\frac{B_x \eta_0}{3B^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \left(B^{\frac{1}{2}} \left(V_{\|} + \frac{B}{B_x} V_x^{(dia)} + \frac{B}{B_x} V_x^{(E)} \right) \right)}{h_x \partial x} \frac{\partial}{h_y \partial y} \left(\frac{1}{B^2} \right),$$

$$\tilde{j}_{y}^{(vis\|)} = b_z \frac{B_x \eta_0}{3B^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \left(B^{\frac{1}{2}} \left(V_{\|} + \frac{B}{B_x} V_x^{(dia)} + \frac{B}{B_x} V_x^{(E)} \right) \right)}{h_x \partial x} \frac{\partial}{h_x \partial x} \left(\frac{1}{B^2} \right). \qquad (\text{П}22)$$

Ток, связанный с вязкостью, вызванной потоками тепла $(\nabla \cdot \vec{\pi}_i^q)$, переписывается аналогично

$$\tilde{j}_{\perp}^{(visq)} = -\alpha^{NEO} \frac{0.24 B_x}{B^{\frac{1}{2}} \nu_{ii}} \frac{\partial \left(\left(q_{i\|}^{(0)} + \frac{B}{B_x} q_{ix}^{(dia)} \right) B^{\frac{1}{2}} \right)}{h_x \partial x} \frac{\partial}{h_y \partial y} \left(\frac{1}{B^2} \right),$$

. (П23)

$$\tilde{j}_{y}^{(visq)} = b_z \alpha^{NEO} \frac{0.24 B_x}{B^{\frac{1}{2}} \nu_{ii}} \frac{\partial \left(\left(q_{i\|}^{(0)} + \frac{B}{B_x} q_{ix}^{(dia)} \right) B^{\frac{1}{2}} \right)}{h_x \partial x} \frac{\partial}{h_x \partial x} \left(\frac{1}{B^2} \right).$$

Несмотря на малость этих токов, они должны быть аккуратно учтены. При вычислении полного тока через магнитную поверхность эти токи оказываются того же порядка, что и полный ток, связанный с градиентным дрейфом. Так выходит потому, что при усреднении по магнитной поверхности ток, связанный с градиентным дрейфом исчезает, если давление на этой магнитной поверхности постоянно. Ток пропорционален возмущению давления – разности давлений между верхней и нижней частями магнитной поверхности. Возмущение давления можно выразить из продольного баланса сил (П11) и подставить в выражение (П19). Вклад в интегральный ток градиентного дрейфа возмущения давления, связанного с продольной вязкостью, и токи (П22), (П23) взаимно сокращаются. В результате остается выражение, в котором полный ток через магнитную поверхность не зависит от продольной вязкости, а зависит главным образом от возмущения давления, связанного с радиальным переносом продольного импульса. Таким образом мы можем получить связь тока через поверхность и радиального переноса импульса, такую же, как при проектировании уравнения баланса импульса на тороидальное направление, см главу 1.

Вклад в поперечный ток аномальной вязкости, получаемый из поперечного баланса сил, учитывается только для радиального направления. Этот ток можно записать как:

$$j_y^{(vis\perp)} = -\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y^{\,2}}\frac{\eta}{4B}\frac{\partial(V_\perp^{(E)} + V_\perp^{(dia)})}{\partial y}\right). \qquad (\text{П24})$$

Здесь должна учитываться диамагнитная скорость $V_\perp^{(dia)} = -\dfrac{1}{enB}\dfrac{\partial nT_i}{h_y \partial y}$.

Трение ионов об атомы дает вклад

$$\tilde{j}_x^{(s)} = \tilde{j}_\perp^{(s)} b_z = -\sigma_{iN} b_z^2 \frac{\partial\phi}{h_x\partial x} - \sigma_{iN} b_z^{\,2}\frac{1}{en}\frac{\partial nT_i}{h_x\partial x} + \sigma_{iN} B_z V_{yN},$$

$$\tilde{j}_y^{(s)} = -\sigma_{iN}\frac{\partial\phi}{h_y\partial y} - \sigma_{iN}\frac{1}{en}\frac{\partial nT_i}{h_y\partial y} - \sigma_{iN} B\, V_{\perp N}, \qquad (\text{П25})$$

где $\vec{V}_N$ это скорость атомов и σ_{iN} - поперечная проводимость, связанная с таким трением.

$$\sigma_{iN} = \frac{nm_i\langle V_{iN}\sigma_{ex}\rangle n_N}{2B^2}. \qquad (\text{П26})$$

В множителе $\langle V_{iN}\sigma_{ex}\rangle$ учитывается только сечение перезарядки.

Стохастическая проводимость, использованная в численном эксперименте, описанном в главе 2, добавлена в виде:

$$j_{ey}=\sigma_{St}(E_y+\frac{T_e}{e}\frac{d\ln n}{h_y dy}+0.5\frac{T_e}{e}\frac{d\ln T_e}{h_y dy})$$

Продольный ток электронов рассчитывается из продольного баланса сил для электронов

$$j_{e\parallel}=\sigma_{\parallel}\left[\frac{b_x}{e}\left(\frac{1}{n}\frac{\partial nT_e}{h_x\partial x}+0.71\frac{\partial T_e}{h_x\partial x}\right)-b_x\frac{\partial\varphi}{h_x\partial x}\right]. \qquad (П27)$$

П.4. Уравнения баланса тепла

Баланс энергий для электронов и ионов переписан в виде баланса тепла. Для электронов:

$$\begin{aligned}&\frac{3}{2}\frac{\partial nT_e}{\partial t}+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x}\tilde{q}_{ex}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y}\tilde{q}_{ey}\right)+\frac{nT_e}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}b_x}{h_x}\left(V_{\parallel}-j_{\parallel}/en\right)\right)\\&=Q_e+nT_eB\frac{1}{h_xh_y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{B^2}\right)-\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{B^2}\right)\right)-\frac{j_{ey}}{en}\frac{\partial nT_e}{h_y\partial y},\end{aligned} \qquad (П28)$$

где потоки тепла записываются в виде

$$\begin{aligned}\tilde{q}_{ex}&=\frac{3}{2}nT_e\left(-\frac{B_z}{B^2}\frac{\partial\phi}{h_y\partial y}+b_xV_{\parallel}-b_xj_{\parallel}/en\right)-\frac{5}{2}T_eb_zD_{AN}\frac{\partial n}{h_x\partial x}\\&-\kappa_{e\parallel}b_x^2\frac{\partial T_e}{h_x\partial x}-\kappa_{e\perp}b_z^2\frac{\partial T_e}{h_x\partial x}+\frac{5}{2}\frac{B_z}{e}\left(\frac{1}{B^2}-\frac{1}{\langle B^2\rangle}\right)\frac{\partial nT_e^2}{h_y\partial y}\end{aligned}, \qquad (П29)$$

$$\tilde{q}_{ey}=\frac{3}{2}nT_e\frac{B_z}{B^2}\frac{\partial\varphi}{h_x\partial x}-\frac{5}{2}T_eD_{AN}\frac{\partial n}{h_y\partial y}-\kappa_{e\perp}\frac{\partial T_e}{h_y\partial y}-\frac{5}{2}\frac{B_z}{e}\left(\frac{1}{B^2}-\frac{1}{\langle B^2\rangle}\right)\frac{\partial nT_e^2}{h_x\partial x}+q_{ey}^{stoch}.$$

Перенос тепла, обеспечиваемый конвективным потоком электронов вдоль стохастизированных линий магнитного поля и теплопроводностью Рочестера-Розенблюта добавляется к радиальному потоку тепла электронов в виде:

$$q_{ey}^{stoch}=-\frac{5}{2}T_e\frac{j_{ey}}{e}-\chi_e^{RR}\frac{nT_e}{e}\frac{\partial\ln T_e}{h_y\partial y}$$

Здесь $\kappa_{e\parallel}$ - продольная теплопроводность в виде, полученном Брагинским. Классические поперечные теплопроводности $\kappa_{e\perp}, \kappa_{i\perp}$ заменены на значения, соответствующие турбулентному переносу. Последнее слагаемое в правой части выражения (П29) соответствует потоку тепла, связанному с градиентным дрейфом, модифицированному так же, как аналогичные потоки частиц в уравнении (П8). Источники тепла включают теплообмен между электронами и ионами и джоулев нагрев:

$$Q_\Delta = \frac{3m_e}{m_i} n\nu_{ei}\left(T_e - T_i\right),\; Q_u = R_{ie\parallel} j_\parallel / en,\;\; Q_e = -Q_\Delta - Q_u \,. \qquad (\text{П30})$$

Предпоследнее слагаемое в уравнении (П28) соответствует члену $nT_e div\vec{V}^{(E)}$. Последнее слагаемое (П28) связано рассматриваемой в главе 2 средней радиальной скоростью электронов в стохастическом магнитном поле.

Уравнение баланса тепла для ионов

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2}\frac{\partial nT_i}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x}\tilde{q}_{ix}\right) + \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_y}\tilde{q}_{iy}\right) + \frac{nT_i}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\sqrt{g}}{h_x}V_\parallel b_x\right) \\ &= Q_\Delta + \frac{\eta_0}{3}\left(2b_x\frac{\partial V_\parallel}{h_x\partial x}\right)^2 + nT_i B\frac{1}{h_x h_y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{B^2}\right) - \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{B^2}\right)\right), \end{aligned} \qquad (\text{П31})$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{ix} &= \frac{3}{2}nT_i\left(-\frac{b_z}{B}\frac{\partial\phi}{h_y\partial y} + b_x V_\parallel\right) - \frac{5}{2}T_i b_z D_{AN}\frac{\partial n}{h_x\partial x} \\ &- \kappa_{i\parallel}b_x^2\frac{\partial T_i}{h_x\partial x} - \kappa_{i\perp}b_z^2\frac{\partial T_i}{h_x\partial x} - \frac{5}{2}\frac{B_z}{e}\left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{\langle B^2\rangle}\right)\frac{\partial nT_i^2}{h_y\partial y}, \end{aligned} \qquad (\text{П32})$$

$$\tilde{q}_{iy} = \frac{3}{2}nT_i\frac{B_z}{B^2}\frac{\partial\phi}{h_x\partial x} - \frac{5}{2}T_i D_{AN}\frac{\partial n}{h_y\partial y} - \kappa_{i\perp}\frac{\partial T_i}{h_y\partial y} + \frac{5}{2}\frac{B_z}{e}\left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{\langle B^2\rangle}\right)\frac{\partial nT_i^2}{h_x\partial x}.$$

Последнее слагаемое правой части выражения (П32) связано с модифицированным потоком тепла, переносимым градиентным дрейфом ионов.

П5. Условия на границе расчетной области

На внутренней границе расчетной области в коде B2SOLPS5.2 при расчетах с дрейфами и токами задаются концентрация плазмы, температуры электронов и ионов $n|_{core}=const$, $T_e|_{core}=const$, $T_i|_{core}=const$. В более поздней версии кода SOLPS-ITER реализована не только эта, но и другая, более сложная схема задания граничных условий. Задается полный поток частиц и тепла через внутреннюю границу, для тепла - отдельно по электронному и ионному каналам. В процессе работы кода итерационным методом подбираются такие постоянные (по всей ограничивающей расчетную область магнитной поверхности) концентрация и температуры электронов и ионов, чтобы обеспечить заданные потоки. Такое граничное условие существенно лучше, чем условие с постоянной температурой или постоянным потоком тепла через внутреннюю магнитную поверхность. В первом случае не удается напрямую задать такой физически значимый и экспериментально определяемый параметр, как поток тепла из центральной области к сепаратрисе. Во втором случае равномерно распределенный поток тепла должен перераспределиться в соответствии с большим градиентом концентрации на внешнем обводе, вызванным шафрановским сдвигом. При этом перераспределении возникает физически неверное описание внутренней области, с существенным полоидальным возмущением концентрации и температур между внешним и внутренним обводом. В присутствии дрейфовых потоков наличие такой области приводит к нестабильности расчета. На внешней границе области за исключением пластин дивертора радиальные потоки задаются как малая доля звукового потока: $nV_y|_{wall}=k_1 n c_s$, $\tilde{q}_{ey}|_{wall}=k_2 n T_e c_s$, $\tilde{q}_{iy}|_{wall}=k_3 n T_i c_s$, здесь $c_s=\sqrt{\dfrac{T_e+T_i}{m_i}}$ изотермическая скорость звука, а коэффициенты $k_1,k_2,k_3 \ll 1$.

Для продольной скорости на пластинах дивертора используется граничное условие Бома-Ходуры с учетом электрического дрейфа:

$$\left(b_x V_\| - \frac{1}{Bh_y}\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\Big|_{plates} = \pm b_x c_s\,. \qquad (\text{П33})$$

На внутренней границе расчетной области для задания продольной скорости, соответствующей несбалансированной нейтральной инжекции, ставится граничное условие $V_\||_{core}=B\oint V_\| B\sqrt{g}\,dx/\oint B^2\sqrt{g}\,dx+V^{PS}$, где V^{PS} - Пфирш-Шлютеровская скорость, соответствующая неоклассическому решению:

$$V^{PS}=\left(\frac{\oint V_{\parallel}B\sqrt{g}dx}{B\oint\sqrt{g}dx}+\frac{1}{eB_x}\frac{dT_i}{h_y dy}(1-k^T)\right)\left(1-\frac{B^2\oint\sqrt{g}dx}{\oint B^2\sqrt{g}dx}\right).$$

В версии кода SOLPS-ITER хорошо себя зарекомендовало граничное условие комбинированного типа: средняя продольная скорость на магнитной поверхности фиксируется, а ее полоидальное возмущение задается таким же, как на предыдущей магнитной поверхности. Математически это граничное условие можно сформулировать как

$<V_{\parallel}>|_{core}=V_0$, $\frac{\partial^2 V_{\parallel}}{\partial x\partial y}|_{core}=0$. Такое граничное условие позволяет полоидальной вариации продольной скорости подстраиваться к ее вариации в объеме и минимизировать возмущение решения в объеме из-за наличия внутренней границы. При моделировании влияния стохастической радиальной проводимости на решение тороидальное вращение должно быть подобрано так, чтобы радиальный поток продольного импульса через внутреннюю границу при включении радиальной проводимости оставался таким же, как в базовом расчете без проводимости. Это достигается подбором средней продольной скорости V_0 на внутренней границе. На внешней границе расчетной области за исключением пластин может быть использовано граничное условие $\frac{\partial V_{\parallel}}{\partial y}|_{bound.}=0$, соответствующее отсутствию вязкого переноса импульса через эту границу.

Граничное условие для тока на пластинах соответствует протеканию тока через слой пространственного заряда перед пластиной. Пластины предполагаются эквипотенциальными. Ток на пластину равен:

$$j_x=en\left[b_x c_s-b_x\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{T_e}{m_e}}\exp\left(-\frac{e\phi}{T_e}\right)(1-\gamma)\right], \qquad (П34)$$

где γ - коэффициент вторичной электронной эмиссии. На внутренней границе используется граничное условие тока, связанного с градиентным дрейфом, соответствующим формуле (П19) $\tilde{j}_y|_{core}=\tilde{j}_y^{(dia)}|_{core}$. На внешней границе, за исключением пластин используется такое же граничное условие: $\tilde{j}_y=\tilde{j}_y^{(dia)}$.

Потоки тепла электронов и ионов на пластины даются формулами:

$$\tilde{q}_{ex} = b_x \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{T_e}{m_e}} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_e}\right)(1-\gamma)\left(T_e \frac{1+\gamma}{1-\gamma} + e\phi\right),$$

$$\tilde{q}_{ix} = \frac{3}{2} n T_i c_s b_x . \qquad (\text{П}35)$$

Здесь везде даны граничные условия без учета их модификации из-за “эффективных” потоков частиц и тепла.

3. Ограничение потоков и неоклассические поправки для учета кинетических эффектов.

При моделировании Н-режимов температуры электронов и ионов внутри сепаратрисы могут достигать для ИТЭР величины нескольких КэВ. Такие температуры соответствуют режимам бананов и плато, в то время как на сепаратрисе плазма остается столкновительной. Поэтому оказывается важно обобщить транспортные уравнения так, чтобы они могли правильно описывать переход от столкновительного Пфирш-Шлютеровского режима к слабо столкновительным режимам, по крайней мере, давая правильные эффективные значения коэффициентов переноса.

Наиболее важной частью неоклассического вклада в радиальный перенос является ионный поток тепла. Неоклассическая ионная температуропроводность оказывается существенно больше неоклассического коэффициента диффузии и электронной температуропроводности. В некоторых случаях она может быть сравнима с турбулентным переносом тепла. В Пфирш-Шлютеровском режиме неоклассический поток тепла ионов формируется за счет радиального диамагнитного потока тепла ионов, проинтегрированного по магнитной поверхности. Этот интегральный поток пропорционален полоидальному возмущению температуры ионов на магнитной поверхности. В свою очередь, возмущение температуры ионов пропорционально продольному Пфирш-Шлютеровскому потоку тепла и обратно пропорционально продольной ионной теплопроводности. Поэтому изменить неоклассический радиальный поток тепла ионов можно, меняя продольную теплопроводность. Классический продольный коэффициент ионной теплопроводности $\kappa_{i\|}$ в уравнении (П32) был для учета перехода к неоклассическому решению для радиального потока тепла заменен внутри сепаратрисы на величину $\tilde{\kappa}_{i\|}$:

$$\tilde{\kappa}_{i\|} = \kappa_{i\|} \cdot 1.6 \cdot \varepsilon^{3/2} / K_2 , \qquad (\text{П}36)$$

где $\varepsilon = \frac{\left(\oint h_x dx\right)^2}{\oint \sqrt{g} / h_y dx}$. Величина ε определена так, что в токамаке круглого сечения $\varepsilon = r / R$ - равно обратному аспектному отношению. Коэффициент K_2 равен

$$K_2 = \frac{0.66 + 1.88 \cdot \sqrt{\varepsilon} - 1.54 \cdot \varepsilon}{1 + 1.03 \cdot (\nu_* \sqrt{2})^{1/2} + 0.31 \cdot (\nu_* \sqrt{2})} + \frac{1.17 \cdot \varepsilon^3 \cdot (\nu_* \sqrt{2})}{1 + 0.74 \cdot \varepsilon^{3/2} \cdot (\nu_* \sqrt{2})}. \qquad (П37)$$

Этот коэффициент выбран в соответствии с работой [88]. В соответствии с работой [4] параметр столкновительности

$$\nu_* = \frac{L_c \nu_{ii}}{\varepsilon^{3/2} \sqrt{2T_i / m_i}}, \qquad (П38)$$

где $L_c = \frac{1}{2\pi} \oint h_x b_x^{-1} dx$. Здесь частота столкновений ионов определена в соответствии с работой Брагинского [7] : $\nu_{ii}^{-1} = \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{m_i} T_i^{\frac{3}{2}}}{n\Lambda} \left(\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2} \right)^2$.

Такое выражение для продольной ионной теплопроводности приводит к правильному неоклассическому вкладу в радиальный поток тепла ионов для всех режимов столкновительности.

Электронный неоклассический поток тепла в $\sqrt{m_e / m_i}$ раз меньше, чем ионный неоклассический поток тепла. В то же время турбулентные электронный и ионный потоки тепла одного порядка. Поэтому даже в случаях, когда, как для токамака ГЛОБУС-М, ионный неоклассический поток тепла оказывается того же порядка, что и аномальный, электронный неоклассический поток тепла пренебрежимо мал и может оставаться не скорректированным независимо то режима столкновительности.

Продольный коэффициент вязкости η_0 в продольном балансе сил (П11), балансе тепла ионов (П31), и балансе токов (П22), также корректируется согласно работе [4] и заменяется на μ_{i1}:

$$\mu_{i1} = \eta_0 \frac{1}{1 + \varepsilon^{-3/2} \nu_*^{-1}} \cdot \frac{1}{1 + \nu_*^{-1}}. \qquad (П39)$$

Эта коррекция особенно важна при моделировании отклика плазмы на появление электронной проводимости, поскольку коэффициент продольной вязкости входит в выражение для ионной радиальной проводимости (1.31).

В режимах бананов и плато неоклассическое выражение для электрического поля модифицируется по сравнению с Пфирш-Шлютеровским режимом. Этот переход можно воспроизвести в моделировании с помощью коэффициента α^{NEO} в выражении для продольной вязкости, связанной с ионным потоком тепла, в пятом слагаемом в правой части уравнения (П11). Этот коэффициент записывается в виде

$$\alpha^{NEO} = \frac{8}{15}\left(k^T - 1\right)\cdot\frac{1}{1+\varepsilon^{-3/2}\nu_*^{-1}}\cdot\frac{1}{1+\nu_*^{-1}}, \qquad (\text{П40})$$

где

$$k^T = \frac{-0.17 + 1.05(\nu_*\sqrt{2})^{1/2} + 2.7(\nu_*\sqrt{2})^2\varepsilon^3}{1 + 0.7(\nu_*\sqrt{2})^{1/2} + (\nu_*\sqrt{2})^2\varepsilon^3} \qquad (\text{П41})$$

выбран в соответствии с [88]. В Пфирш-Шлютеровском режиме $\nu_* >> \varepsilon^{-3/2}$ и поэтому коэффициент $\alpha^{NEO} = 1$. Если инерциальные слагаемые и аномальный перенос импульса малы, то мы приходим к условию $\left\langle\left((\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}_i^u) + (\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}_i^q)\right)\cdot\vec{B}\right\rangle = 0$, которое обеспечит неоклассическое электрическое поле

$$E^{(NEO)} = \frac{T_i}{e}\left(\frac{1}{h_y}\frac{d\ln n}{dy} + k^T\,\frac{1}{h_y}\frac{d\ln T_i}{dy}\right) - b_x\frac{\oint\sqrt{g}V_\parallel B dx}{\oint\sqrt{g}dx}. \qquad (\text{П42})$$

Тот же коэффициент α^{NEO} был использован в выражении для поперечного тока, связанного с $(\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}_i^q)$, в выражении (П23).

В SOL продольные тепловые потоки, связанные с теплопроводностью, ограничиваются долей звукового потока с помощью модификации коэффициентов теплопроводности:

$$\tilde{\kappa}_{i\parallel} = \kappa_{i\parallel}\cdot\left(1+\frac{\kappa_{i\parallel}b_x^2}{c_i^{\lim}b_xT_in\sqrt{T_i/m_i}}\frac{\partial T_i}{h_x\partial x}\right)^{-1}, \ \tilde{\kappa}_{e\parallel} = \kappa_{e\parallel}\cdot\left(1+\frac{\kappa_{e\parallel}b_x^2}{c_e^{\lim}b_xT_en\sqrt{T_e/m_e}}\frac{\partial T_e}{h_x\partial x}\right)^{-1}, \qquad (\text{П43})$$

где $c_e^{\lim}, c_i^{\lim} < 1$.

Список литературы

1. Biglari H., Diamond P.H., Terry P.W. Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence // Physics of Fluids - 1990 -Vol. B2 - P.1-4

2. Diamond P.H., Liang Y.-M., Carreras B. A., Terry P. W., Self-regulating shear flow turbulence: a paradigm for the L to H transition // Physical Review Letters - 1994 - Vol.72 - P. 2565

3. Wagner F. A quarter-century of H-mode studies //Plasma Physics and Controlled Fusion - 2007 - Vol. 49 - P. B1-B33

4. Hirshman S. P. and Sigmar D. J. Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas // Nuclear Fusion - 1981 - Vol. 21- P. 1079

5. Galeev A. A., Sagdeev R. Z. Transport Phenomena in a collisionless plasma in a toroidal magnetic system// Soviet Physics JETP - 1968 - Vol. 26 - P.233

6. Kovrizhnykh L. M. Transport phenomena in toroidal magnetic systems// Soviet Physics JETP- 1969 - Vol. 29 - P.475

7. Брагинский С.И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы под ред. М.А. Леонтовича - 1965 - Т. 1. - с.205-272

8. Viezzer E., Putterich T., Conway G.D., Dux R., Happel T., Fuchs J.C., McDermott R.M., Ryter F., Sieglin B., Suttrop W., Willensdorfer M., Wolfrum E. and the ASDEX Upgrade Team, High-accuracy characterization of the edge radial electric field at ASDEX Upgrade// Nuclear Fusion - 2013 -Vol. 53 - 053005

9. Schirmer J., Conway G.D., Zohm H., Suttrop W. and the ASDEX Upgrade Team, The radial electric field and its associated shear in the ASDEX Upgrade tokamak// Nuclear Fusion - 2006 - Vol.46 P.S780-S791

10. Moyer R.A. Plasma Rotation and Radial Electric Field Response to Resonant Magnetic Perturbations in DIII-D // Presented at the 54th Annual APS Meeting Division of Plasma Physics Providence, Rhode Island October 29 — November 2, 2012

11. McDermott R. M., Lipschultz B., Hughes J. W. *et al.* Edge radial electric field structure and its connections to H-mode confinement in Alcator C-Mod plasmas // Physics of Plasmas - 2009 - Vol.16 - 056103

12. Meyer H., Akers R.J., Alladio F. *et al.* Overview of physics results from MAST// Nuclear Fusion - 2009 - Vol.49 - 104017

13. Meyer H. The structure, evolution and role of the radial edge electric field in H-mode and L-mode on MAST // 11th IAEA Technical Meeting on H-mode Physics and Transport Barriers IOP Publishing Journal of Physics: Conference Series - 2008- Vol.123 - 012005

14. Rozhansky V. and Tendler M. Plasma rotation in tokamaks // Reviews of Plasma Physics - 1996 - Vol. 19, ed. B.B. Kadomtsev, (New-York - London: Consultants Bureau) p. 147-249

15. Rozhansky V. Understanding transport barriers through modelling// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2004 - Vol. 46 - P.A1-A17

16. Kirk A., Ben Ayed N., Counsell G. *et al.* Filament structures at the plasma edge on MAST // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2006 - Vol.48 - P. B433

17. Scannell R., Kirk A., Ben Ayed N., *et al.* Experimental investigation into ELM filament formation on MAST// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2007 - Vol. 49 - P.1431-144

18. Zhitlukhin A., Klimov N., Landman I. *et al.* Effects of ELMs on ITER divertor armour materials // Journal of Nuclear Materials - 2007 - Vol.363-365 - P.301-307

19. Suttrop W., Kirk A., Bobkov V. *et al.* Experimental conditions to suppress edge localised modes by magnetic perturbations in the ASDEX Upgrade tokamak// Nuclear Fusion - 2018 - Vol.58 - 096031

20. Evans T.E., Fenstermacher M.E., Moyer R.A. *et al.* RMP ELM suppression in DIII-D plasmas with ITER similar shapes and collisionalities// Nuclear Fusion - 2008- Vol.48 - 024002

21. Liang Y., Koslowski H.R., Thomas P. R. *et al.* Active Control of Type-I Edge-Localized Modes with n=1 Perturbation Fields in the JET Tokamak // Phys. Review Letters -2007- Vol.98 - 265004

22. Sun Y., Liang Y., Liu Y. Q. *et al.* Nonlinear Transition from Mitigation to Suppression of the Edge Localized Mode with Resonant Magnetic Perturbations in the EAST Tokamak //Phys. Review Letters - 2016 - Vol.117 - 115001

23. Evans T. E. Resonant magnetic perturbations of edge-plasmas in toroidal confinement devices// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2015 - Vol.57 - 123001

24. Sun Y., Jia M., Zang Q. *et al.* Edge localized mode control using n = 1 resonant magnetic perturbation, in the EAST tokamak//Nuclear Fusion - 2017 -Vol.57 - 036007 (10pp)

25. Unterberg B., Busch C., de Bock M. *et al*. Impact of stochastic magnetic fields on plasma rotation and radial electric fields in the plasma edge of the tokamak TEXTOR// Journal of Nuclear Materials - 2007 - Vol. 363 - P. 698

26. Mordijck S., Moyer R.A., Ferraro N.M., Wade M.R. and Osborne T.H. The radial electric field as a measure for field penetration of resonant magnetic perturbations// Nuclear Fusion - 2014 - Vol. 54 - 082003

Mordijck S. Particle transport as a result of resonant magnetic perturbations// Ph.D. Thesis - 2011 (University of California, San Diego)

27. Conway G. D., Fietz S., Muller H.W. *et al.* Impact of magnetic perturbation coils on the edge radial electric field in ASDEX Upgrade// Proc. 40 EPS Conf. on Plasma Physics, Epsoo, Finland - 2013 - ECA 37D - P5.175

28. Kikuchi Y. de Bock M. F. M., Finken K. H. *et al.* Forced Magnetic Reconnection and Field Penetration of an Externally Applied Rotating Helical Magnetic Field in the TEXTOR Tokamak // Phys. Review Letters - 2006 - Vol. 97 - 085003

29. Becoulet M. *et al.* Physics of penetration of resonant magnetic perturbations used for Type I edge localized modes suppression in tokamaks// Nuclear Fusion - 2009 - Vol.49 - 085011

30. Denner P., Liang Y., Yang Y., Rack M., Zeng L., Pearson J., Xu Y. and the TEXTOR Team, Local measurements of screening currents driven by applied RMPs on TEXTOR //Nuclear Fusion - 2014 - Vol.54 - 064003

31. Wang Nengchao, Rao Bo, Hu Qiming et al. Study of the penetration of resonant magnetic perturbations in J-TEXT// Nuclear Fusion - 2014 - Vol.54 - 064014 (6pp)

32. Nazikian R., Paz-Soldan C., Callen J. D. *et al.* Pedestal bifurcation and resonant field penetration at the threshold of Edge-Localized Mode suppression in the DIII-D Tokamak // Phys.Review Letters - 2015 - Vol.114 - 105002

33. Fitzpatrick R. and Hender T. C. The interaction of resonant magnetic perturbations with rotating plasmas // Physics of Fluids B - 1991 - Vol.3 - P.644-673

34. Waelbroeck F.L., Joseph I., Nardon E., Becoulet M. and Fitzpatrick R. Role of singular layers in the plasma response to resonant magnetic perturbations // Nucl. Fusion - 2012 - 52 - 074004 (14pp)

35. Nardon E., Tamain P., Bécoulet M., Huysmans G. and Waelbroeck F.L. Quasi-linear MHD modelling of H-mode plasma response to resonant magnetic perturbations // Nuclear Fusion - 2010 - Vol.50 - 034002

36. Yu Q. and Gunter S. Plasma response to externally applied resonant magnetic perturbations // Nuclear Fusion - 2011 - Vol.51 - 073030

37. Nardon E., Bécoulet M., Huysmans G., and Czarny O. Magnetohydrodynamics modelling of H-mode plasma response to external resonant magnetic perturbations // Physics of Plasmas - 2007 - Vol. 14 - 092501

38. Strauss H.R., Sugiyama L., Park G.Y., Chang C.S., Ku S. and Joseph I. Extended MHD simulation of resonant magnetic perturbations// Nuclear Fusion - 2009 - Vol.49 - 055025 (8pp)

39. Li L., Liu Y.Q., Kirk A. *et al.* Modelling plasma response to RMP fields in ASDEX Upgrade with varying edge safety factor and triangularity // Nuclear Fusion - 2016 - Vol. 56 126007 (16pp)

40. Li L., Liu Y. Q., Wang N. *et al.* Toroidal modeling of plasma response to RMP fields in ITER // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2017 - 59 - 044005 (18pp)

41. Orain F., Hölzl M., Viezzer E. *et al.* Non-linear modeling of the plasma response to RMPs in ASDEX Upgrade // Nuclear Fusion - 2017 - Vol.57 - 022013 (13pp)

42. T. Eich, A.W. Leonard, R.A. Pitts *et al.* Scaling of the tokamak near the scrape-off layer H-mode power width and implications for ITER// Nuclear Fusion - 2013 - 53 - 093031 (7pp)

43. Goldston R.J. Heuristic drift-based model of the power scrape-off width in low-gas-puff H-mode tokamaks// Nuclear Fusion - 2012 - Vol.52 - 013009 (7pp)

44. Viezzer E., Pütterich T., Angioni C. *et al.* Investigations on the edge radial electric field at ASDEX Upgrade // Proc. 39th EPS Conference & 16th Int. Congress on Plasma Physics, Stockholm, Sweden - 2012 - O5.118

45. Battaglia D. J., Burrell K. H., Chang C. S., Ku S., de Grassie J. S., and Grierson B. A. Kinetic neoclassical transport in the H-mode pedestal // Physics of Plasmas - 2014 - Vol.21 - 072508

46. Suttrop W., Peeters A. G., Ryter F. Stober J. and the ASDEX Upgrade team, Physics and scaling of the H-mode transition in ASDEX Upgrade // Plasma Physics and Controlled Fusion - 1999 - Vol.41 - P.A569-A576

47. Stringer T. E. Diffusion in Toroidal Plasmas with Radial Electric Field// Phys. Review Letters - 1969 - Vol.22 - 770

48. Shaing K. C. and Crume E. C. Jr. Bifurcation theory of poloidal rotation in tokamaks: A model for L-H transition// Phys. Review Letters - 1989 - Vol.63 - P.2369

49. Itoh S-I. and Itoh K. Model of the H-mode in tokamaks// Nuclear Fusion - 1989 - Vol.29 - P.1031

50. Itoh S.-I., Itoh K., Model of L- to H-mode transition in tokamak // Phys. Review Letters 1988 - Vol. 60 - p.2276-2279

51. Chankin A. V., Delabie E., Corrigan G., Harting D., Maggi C. F., Meyer H. and JET Contributors, EDGE2D-EIRENE modelling of near SOL Er: possible impact on the H-mode power threshold // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2017 - Vol. 59 - 045012

52. Porter G. D., Petrie T. W., Rognlien T. D., and Rensink M. E. UEDGE simulation of edge plasmas in DIII-D double null configurations// Physics of Plasmas - 2010 - Vol.17 - 112501

53. Rozhansky V., Kaveeva E., Molchanov P., Veselova I., Voskoboynikov S., Coster D., Counsell G., Kirk A., Lisgo S., the ASDEX Upgrade Team and the MAST Team, New B2SOLPS5.2 transport code for H-mode regimes in tokamaks // Nuclear Fusion - 2009 - Vol. 49 - 025007

54. Reiter D. The EIRENE Code User Manual including: B2-EIRENE interface// Institut fur Energie-und-Klimaforschung Plasmaphysik Forschungszentrum Julich GmbH P.O.B. 1913 D-52425 Julich, Germany

55. Rozhansky V., Kaveeva E., Molchanov P., Veselova I., Voskoboynikov S., Coster D., Counsell G., Kirk A., Lisgo S. and the ASDEX Upgrade Team, Simulation of H-modes discharges in ASDEX-Upgrade and MAST // Journal of nuclear materials - 2009 - Vol.390-391 -p.408-411

56. E. Kaveeva, V. Rozhansky, I. Senichenkov, E. Sytova, I. Veselova, S. Voskoboynikov,

X. Bonnin, R. A. Pitts, A.S. Kukushkin , S. Wiesen, D. Coster SOLPS-ITER modelling of ITER edge plasma with drifts and currents// prepared for publication in Nuclear Fusion

57. Cornelis J., Sporken R., Van Oost G., Weynants R. R., Predicting the radial electric field imposed by externally driven radial currents in tokamaks // Nuclear Fusion - 1994 - Vol. 34 - p.171

58. Askinazi L. G., Golant V. E., Lebedev S. V., Rojanskij V. A., Tendler M. Radial current in a tokamak caused by a biased electrode// Nuclear Fusion - 1992- Vol. 32 - P.271

59. R.R. Weynants, G. van Oost, G. Bertschinger *et al.* Confinement and profile changes induced by the presence of positive or negative radial electric fields in the edge of the TEXTOR tokamak // Nuclear Fusion - 1992 Vol. 32 -P. 837

60. Van Schoor M., Weynants R., Radial current and flows in the scrape-off layer of a tokamak // Plasma Physics and Controlled Fusion - 1998 - Vol. 40 - P. 403-428

61. Van Schoor M., Van Goubergen H., Weynants R., *et al.* The influence of the poloidal variation of the density on the locally measured velocities induced by biasing experiments // Journal of Nuclear Materials - 2000 - Vol.290-293 - P.962-966

62. Burrell K. H. Evans T. E., Doyle E. J. *et al.* ELM suppression in low edge collisionality H-mode discharges using n = 3 magnetic perturbations// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2005 - Vol.47- P. B37

63. Moyer R.A., Evans T.E., Fenstermacher M.E. *et al.* Transport Physics of ELM control by Resonant Magnetic Perturbations in DIII-D // 18th International Conference on Plasma-Surface Interactions in Fusion Devices Toledo, Spain May 26-30 - 2008

64. Tokar M. Z., Evans T. E., Gupta A. *et al*., Mechanisms of Edge-Localized-Mode Mitigation by External-Magnetic-Field Perturbations// Phys. Review Letters - 2007- Vol.98 - 095001

65. Tokar M. Z., Evans T. E., Singh R., and Unterberg B. Particle transfer in edge transport barrier with stochastic magnetic field// Physics of Plasmas - 2008 - Vol. 15 - 072515

66. Evans T. E., Moyer R. A., Monat P. Modeling of stochastic magnetic flux loss from the edge of a poloidally diverted tokamak// Physics of Plasmas - 2002 - Vol. 9 - P.4957

67. Yang X. Z., Zhang B. Z., Wootton A. J. *et al.*, The space potential in the tokamak text //Physics of Fluids - 1991- Vol. B3- P. 3448

68. Conway G. D., Fietz S., Müller H. W., Lunt T., Simon P., Suttrop W., Maraschek M., Happel T., Viezzer E. and the ASDEX Upgrade Team Impact of magnetic perturbation coils on the edge radial electric field and turbulence in ASDEX Upgrade // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2015 - Vol. 57 - 014035

69. Askinazi L., Golant V. E., Kornev V. A. *et al*, Radial electric field evolution in the vicinity of a rotating magnetic island in the TUMAN-3M tokamak// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2006- Vol. 48 - P. A85

70. Kirk A., Liu Yueqiang, Nardon E. *et al.* Magnetic perturbation experiments on MAST L- and H-mode plasmas using internal coils// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2011- Vol. 53 - 065011

71. Zhu W., Sabbagh S. A., Bell R. E. *et al.* Observation of plasma toroidal-momentum dissipation by neoclassical toroidal viscosity// Phys. Rev. Lett. - 2006 - Vol.96 - 225002 and references wherein

72. Yan L. W. and Evans T. E. Stochastic boundary modeling by resonant magnetic perturbations on DIII-D //Journal of Nuclear Materials - 2007 - Vol. 363-365 - P.723-727

73. Bulanin V. *et al.* Plasma rotation evolution near the peripheral transport barrier in the presence of low-frequency MHD bursts in TUMAN-3M tokamak// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2006 - Vol.48 - A101

74. Askinasi L. *et al.* // Proc. 34th EPS Conf. on Plasma Physics, Warsaw, Poland - 2007 - P-5.092

75. Chankin A.V., Coster D. P., Dux R. *et al.,* SOLPS modelling of ASDEX upgrade H-mode plasma// Plasma Physics and Controlled Fusion -2006- Vol.48 P. 839

76. Tamain P., Kirk A., Nardon E., Dudson B., Hnat B. and the MAST team, Edge turbulence and flows in the presence of resonant magnetic perturbations on MAST // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2010 - Vol.52 - 075017

77. Hager R., Chang C. S., Ferraro N. M., Nazikian R. Gyrokinetic-MHD coupled simulation of RMP penetration and plasma transport in tokamak edge plasma reproduces density pump-out// 27th IAEA Fusion Energy Conference (FEC 2018) 22-27 October 2018, Gandhinagar, India -2018- IAEA-CN-258/483

78. Park G., Chang C. S., Joseph I., and Moyer R. A. Plasma transport in stochastic magnetic field caused by vacuum resonant magnetic perturbations at diverted tokamak edge // Physics of Plasmas - 2010 - Vol.17 - 102503

79. Stoschus H., Schmitz O., Frerichs H. *et al.* Rotation dependence of a phase delay between plasma edge electron density and temperature fields due to a fast rotating, resonant magnetic perturbation field // Physics of Plasmas - 2010 - Vol.17 - 060702

80. Fitzpatrick R. Bifurcated states of a rotating tokamak plasma in the presence of a static error-field // Physics of Plasmas - 1998 - Vol. 5 - 3325

81. Reiser D. and Chandra D. Plasma currents induced by resonant magnetic field perturbations in tokamaks// *Phys. Plasmas* - 2009 - Vol.16 - 042317

82. Liu Y., Kirk A. and Nardon E. Full toroidal plasma response to externally applied nonaxisymmetric magnetic fields // Physics of Plasmas - 2010 - Vol.17 - 122502

83. Haseltine R. D., Kotschenreuther M. and Morrison P. J.// Physics of Fluids - 1985 - Vol.28 - 2466

84. Becoulet M., Maget P., Huysmans G.T.A., Garbet X., Nardon E., Smolyakov A., Waelbroeck F. L., Meshcheriakov D., Orain F. Role of diamagnetic and neoclassical effects in non-linear MHD rotating plasma response to resonant magnetic perturbations // Proc. 37 EPS Conf. on Plasma Physics, Dublin, Ireland - 2010 - P4.105

85. Kaganovich I. and Rozhansky V. Transverse conductivity in a braided magnetic field // Physics of Plasmas - 1998 - Vol. 5 - 3901

86. Rechester A. B., Rosenbluth M. N. Electron Heat Transport in a Tokamak with Destroyed Magnetic Surfaces// Phys. Review Letters - 1978 - Vol.40 - P. 38

87. Askinasi L., Vild'zhunas M.I., Golant V.E. *et al.* Observation of improved confinement in the initial phase of the Ohmic discharge in the TUMAN-3M// Proc. 29 EPS Conf. on Plasma Physics, Montreux, Switzerland - 2002 - P-2.070

88. Hinton F. L. and Hazeltine R. D. Theory of plasma transport in toroidal confinement systems// Reviews of Modern Physics - 1976 - Vol.48 - P. 239

89. Finken K. H., Abdullaev S., Biel W. *et al.*, Overview of Experiments with the Dynamic Ergodic Divertor on TEXTOR// Contributions to Plasma Physics - 2006 - Vol.46 - P.515

90. Кавеева Е. Г., Рожанский В. А. Полоидальные и тороидальные потоки в плазме токамака вблизи магнитного острова // Письма в журнал технической физики - 2004 - Т.30 (вып. 13) - С. 19-24 (Poloidal and toroidal fluxes in the tokamak plasma in the vicinity of magnetic island // Tech. Phys. Lett. - 2004 - Vol. 30 p. 19-24)

91. Kirk A., Nardon E., Akers R., Bécoulet M., De Temmerman G., Dudson B., Hnat B., Liu Y.Q., Martin R., Tamain P., Taylor D. and the MAST team, Resonant magnetic perturbation experiments on MAST using external and internal coils for ELM control// Nuclear Fusion - 2010 - Vol. 50 - 034008

92. De Bock M.F.M., Classen I.G.J., Busch C., Jaspers R.J.E., Koslowski H.R., Unterberg B. and the TEXTOR Team, The interaction between plasma rotation, stochastic fields and tearing mode excitation by external perturbation fields // Nuclear Fusion - 2008 - Vol.48 - 015007

93. Joseph I., Evans T.E., Runov A.M. *et al.* Calculation of stochastic thermal transport due to resonant magnetic perturbations in DIII-D // Nuclear Fusion - 2008 - Vol.48 - 045009

94. J.W. Coenen, O. Schmitz, B. Unterberg, Clever M., Jakubowski M.A., Samm U., Schweer B., Stoschus H., Tokar M. and the TEXTOR-Team, Rotation and radial electric field in the plasma edge with resonant magnetic perturbation at TEXTOR// Nuclear Fusion - 2011 - Vol. 51 - 063030

95. Kukushkin A.S., Pacher H.D., Kotov V., Pacher G.W., Reiter D. Finalizing the ITER divertor design: The key role of SOLPS modeling // Fusion Engineering and Design - 2011 - Vol.86 - P.2865-2873

96. Kirk A., Koch B., Scannell R., Wilson H. R., Counsell G., Dowling J., Herrmann A., Martin R., and Walsh M. (the MAST team), Evolution of Filament Structures during Edge-Localized Modes in the MAST Tokamak// Phys. Review Letters - 2006 - Vol.96 - 185001

97. Wilson H. R., Cowley S. C., Kirk A.and Snyder P. B. Magneto-hydrodynamic stability of the H-mode transport barrier as a model for edge localized modes: an overview // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2006 - Vol.48 - P.A71

98. Rozhansky V. and Kirk A. Possible mechanism for filament motion in the SOL of a tokamak// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2008 - Vol. 50 - 025008

99. Vianello N., Naulin V., Schrittwieser R., Müller H. W., Zuin M., Ionita C., Rasmussen J. J., Mehlmann F., Rohde V., Cavazzana R., and Maraschek M. (ASDEX Upgrade Team), Direct observation of current in type-I edge-localized-mode filaments on the ASDEX Upgrade tokamak// Phys. Review Letters - 2011 - Vol. 106 - 125002

100. Furno I., Spolaore M., Theiler C., Vianello N., Cavazzana R., and Fasoli A. Direct two-dimensional measurements of the field-aligned current associated with plasma blobs// Phys. Review Letters - 2011 - Vol.106 - 245001

101. Müller H.W., Adamek J., Cavazzana R., *et al.* Latest investigations on fluctuations, ELM filaments and turbulent transport in the SOL of ASDEX Upgrade// Nuclear Fusion - 2011 - Vol.51 - 073023

102. Alladio F., Mancuso A. and Micozzi P., Rotating twisted filaments buoyancy: comparison between the convective region of the sun and the edge of a tokamak plasma // Plasma Physics and Controlled Fusion - 2008 - Vol.50 - 124019

103. Evans T.E., Yu J.H., Jakubowski M.W., Schmitz O., Watkins J.G., Moyer R.A., A conceptual model of the magnetic topology and nonlinear dynamics of ELMs // Journal of Nuclear Materials - 2009 - Vol.390-391 - P.789

104. Kirk A *presentation at DIVSOL, MHD, ITPA meeting* Seoul, Korea, 2010.

105. Meyer H., Abel I.G., Akers R.J. *et al.* Overview of physics results from MAST towards ITER/DEMO and the MAST Upgrade // Nuclear Fusion - 2013 - Vol.53 - 104008

106. Koh S., Chang C. S., Ku S., Menard J. E., Weitzner H. and Choe W. Bootstrap current for the edge pedestal plasma in a diverted tokamak geometry // Physics of Plasmas- 2012 - Vol. 19 - 072505

107. Hahm T. S. and Kulsrud R. M. Forced magnetic reconnection// Physics of Fluids - 1985 - Vol.23 - P.2412

108. Fitzpatrick R. and Hender T. C. The interaction of resonant magnetic perturbations with rotating plasmas// Physics of Fluids B - 1991 - Vol. 3 - P. 644

109. Hirshman S. P. The ambipolarity paradox in toroidal diffusion, revisited // Nuclear Fusion - 1978 - Vol.18 - P.917

110. Mikhailovsky A. B. and Tsypin V. S. Relexation of the poloidal and toroidal rotation// Fizika Plasmy - 1984- Vol.10 - P.245-250

111. Chankin A. V. and Kerner W. Edge toroidal momentum and its effect on the scrape-off layer// Nuclear Fusion - 1996 -Vol. 36 - P.563

112. Krasheninnikov S. I., Kukushkin A. S., Pshenov A. A. Divertor plasma detachment// Physics of Plasmas - 2016 - Vol.23 - 055602

113. Stangeby P. The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices // IOP publ. - 2000 - Bristol

114. Luo J. Review of the Equilibrium Fitting for Non-Circular Tokamak// Plasma Science and Technology - 2002 - Vol. 4 - P.1183

115. Senichenkov I.Yu., Kaveeva E.G., Sytova E.A., Rozhansky V.A., Voskoboynikov S.P., Veselova I.Yu., Coster D.P., Bonnin X., Reimold F., and the ASDEX-Upgrade Team, On mechanisms of impurity leakage and retention in the tokamak divertor// Plasma Physics and Controlled Fusion - 2018- accepted