Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ
Российской академии наук

На правах рукописи

Денисов Константин Сергеевич

ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В СИСТЕМАХ С КИРАЛЬНЫМ СПИНОВЫМ ПОРЯДКОМ

01.04.02 – Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
Аверкиев Никита Сергеевич

Санкт-Петербург – 2019

Оглавление

Введение

Спин-зависимые явления составляют одно из наиболее значительных направлений физики конденсированного состояния. Изучение фундаментальных физических принципов и механизмов, которые лежат в основе влияния спиновых процессов на электрические, оптические и магнитные свойства вещества, является центральной задачей современных исследований. Особенно ярко спиновые эффекты проявляются в низкоразмерных системах, когда движение носителей заряда ограничено вдоль одного или нескольких пространственных направлений [1–3]. Понижение симметрии системы, которое имеет место в этом случае, благоприятствует эффектам спин-орбитального взаимодействия, при которых развивается корреляция между направлением спина носителя заряда и его импульсом, тем самым различные фундаментальные явления в наноструктурах приобретают спин-зависимый характер. В частности, спин-орбитальное взаимодействие играет важнейшее значение в процессах спиновой релаксации [4–6], открывает возможность оптической ориентации спина носителей заряда [7–9], существенным образом модифицирует эффекты слабой локализации [10–12], проявляется в структуре осцилляций проводимости Шубникова-де-Гааза [13, 14] и магнетосопротивлении классических [15] и мезоскопических систем [16–18]. Спин-орбитальное взаимодействие играет ключевую роль для понимания оптических свойств низкоразмерных систем, например, тонкой структруры экситонных состояний в полупроводниковых квантовых ямах [2], перовскидных соединениях [19, 20] и ван-дер-ваальсовских слоях дихалькогенидов [21, 22].

Понимание физики спин-зависимых процессов открывает возможность манипулирования спиновыми степенями свободы в системе, что представляется интересным для задач прикладного характера, которые рассматривают спин в качестве физического носителя информации. Особую роль в вопросах детектирования спиновой поляризации в наноструктурах играют спиновый [23–28] и обратный спиновый [29, 30] эффекты Холла, происхождение этих явлений также связано со спин-орбитальным взаимодействием. Важный результат, указывающий на возможность эффективного управления спином электронного газа электрическими методами, состоит в реализации спинового транзистора Datta-Das [31]. Перспективным прикладным направлением считается квантовая оптика одиночных фотонов, основанная на спин-зависимых состояниях NV дефектов алмаза [32], или вакансий карбида кремния [33].

Особую роль спиновые процессы играют в *магнитных* низкоразмерных системах, например в гетероструктурах на основе магнитных полупроводников или атомарно-тонких пленок ферромагнетиков. Присутствие в системе магнитной структуры сопровождается появлением в веществе равновесной спиновой поляризации носителей заряда. В данных условиях спиновая динамика обязательно согласована с движением заряда в системе, что открывает широкие возможности по управлению спином электрическими методами. Наиболее ярким примером подобных явлений является аномальный эффект Холла [34, 35], который имеет прямое отношение к спиновому эффекту Холла и возникает в результате конверсии спинового поперечного тока в зарядовый за счет конечной спиновой поляризации носителей заряда. Значительный интерес в исследовании фундаментальных особенностей спин-зависимых явлений в магнитных наноструктурах связан, в том числе, с успешным опытом разработки твердотельных устройств на их основе. В настоящий момент реализованы различные приборы металлической спинтроники, принцип действия которых основан на особенностях поведения спина в условиях протекания электрического тока [36, 37]. Наиболее известным примером являются считывающие элементы в жестком магнитном диске, функционирование которых обусловлено эффектом гигансткого магнетосопротивления [38]. Активно исследуются спин-зависимые явления, имеющие высокий потенциал непосредственного практического применения. Важнейшие направления в этой области связаны с вопросами переключения состояний намагниченности электрическими методами за счет эффекта "spin-orbit torque" [39–41], а также с исследованием гибридных систем ферромагнетик/полупроводник [42], которые допускают интеграцию в современную полупроводниковую вычислительную базу.

Поиск новых физических процессов, связанных со спиновыми степенями свободы носителей заряда в низкоразмерных системах, занимает важное место в фундаментальных и прикладных исследованиях. Среди наиболее ярких направлений последнего десятилетия стоит выделить изучение систем, в которых спин-орбитальное взаимодействие приводит к формированию пространственно-упорядоченного распределения спиновой плотности, характеризующееся киральным порядком [43–45]. Термин киральность говорит о том, что некоторый объект (в данном случае спиновая конфигурация) при отражении в зеркале не переходит сам в себя. Образование в пространстве спиновых текстур с таким свойством сопровождается рядом новых явлений, среди которых особый интерес представляет топологический эффект Холла [46, 47]. Открытие и наблюдение кирального спинового порядка в разнообразных материальных системах указывают на новые фундаментальные вопросы, касающиеся спин-зависимых явлений в условиях киральных корреляций, а также предлагают новые концепции прикладного характера. Важнейший пример исследований в этом направлении связан с изучением физики магнитных скирмионов в ферромагнитных пленках и гетероструктурах [43–45]. Магнитный скирмион представляет собой киральное солитонное состояние поля намагниченности, характеризующееся компактным размером. Экспериментальная реализация контролируемого перемещения скирмионов по ферромагнитной ленте путем приложения электрического тока позволяет рассматривать данную схему в качестве нового инструмента по манипулированию информацией, закодированной в последовательности магнитных скирмионов [48, 49]. Стремительное развитие экспериментальных исследований киральных спиновых систем привело к накоплению большого числа теоретических проблем, решение которых необходимо как для фундаментального понимания совокупности спин-зависимых явлений, связанных с киральным спиновым порядком, так и для формирования теоретической базы прикладных вопросов детектирования киральных спиновых текстур.

Представленные сведения определяют актуальность темы диссертации.

Целью работы является теоретическое исследование кинетики электронного газа в системах с киральным спиновым порядком, а также описание механизмов кирального спинового упорядочения, актуальных для полупроводниковых наноструктур.

Научная новизна работы состоит в решении актуальных теоретических проблем, связанных с описанием транспортных явлений в системах с киральным спиновым порядком. В диссертации впервые построена теория асимметричного рассеяния носителей заряда на киральных спиновых текстурах, например магнитных скирмионах. Развитая теоретическая техника позволила установить существование различных режимов топологического эффекта Холла, а также впервые исследовать это явление в зависимости от специфики материальных систем и особенностей спиновых текстур. В работе впервые дается описание электросопротивления неупорядоченных систем с киральным спиновыми текстурами, а также исследуются новые механизмы кирального спинового упорядочения, обусловленные электростатическим беспорядком в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием.

Практическая значимость работы состоит в разработке теории транспортных явлений и, в частности, топологического эффекта Холла в системах с киральными спиновыми текстурами, например магнитными скирмионами. Полученные результаты являются основополагающими для вопросов детектирования кирального спинового порядка электрическими методами и поэтому могут быть положены в основу новых экспериментальных техник исследования спин-зависимых явлений, а также устройств спинтроники нового поколения, основанных на трэковой системе хранения информации в виде индивидуальных магнитных скирмионов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Пространственные корреляции между процессами переворота спина электрона в области кирального спинового порядка приводят к спин-независимому асимметричному

рассеянию, при котором во внешнем электрическом поле происходит генерация поперечного электрического тока в отсутствие спиновой поляризации электронного газа.

2. В зависимости от силы связи между спином электрона проводимости и магнитными центрами, формирующими киральную спиновую текстуру, топологический эффект Холла носит либо спиновый (режим сильной связи), либо зарядовый (режим слабой связи) характер. Поперечное сопротивление, связанное с топологическим эффектом Холла, демонстрирует немонотонную зависимость от размера спиновых текстур и энергии Ферми, обусловленную переключением между зарядовым и спиновым режимами явления.

3. При квазиклассическом рассеянии электронов на киральных спиновых текстурах возникает спиновый поперечный ток, амплитуда которого определяется топологией текстуры и не зависит от ее размера. Данный режим характерен для ферромагнитных пленок с магнитными скирмионами, размер которых лежит в области десяти нанометров.

4. Формирование киральных спиновых текстур в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием носит универсальный характер и возникает за счет электростатического беспорядка, например при локализации носителей заряда с образованием магнитных поляронов или непосредственно в спиновой плотности вырожденного электронного газа вблизи неоднородности электростатического потенциала.

Апробация работы. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались автором на следующих конференциях: International Conference and School Single Dopants (Санкт-Петербург, 2014), 11-th International School on theoretical physics "Symmetry and structural properties of condensed matter"(Жешув, Польша, 2014), 17-я Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и наноструктур, опто-и нано-электронике (Санкт-Петербург, 2015), 21-я уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Алапаевск, 2016), IEEE international magnetics conference INTERMAG Europe 2017 (Дублин, Ирландия, 2017), XIII-я Российская конференция по физике полупроводников (Екатеринбург, 2017), MISM-2017 (Москва, 2017), Зимняя школа по физике полупроводников (Зеленогорск, 2018), Spin Waves 2018 (Санкт-Петербург, 2018), 23-th international conference on High Magnetic Fields in Semiconductors (Тулуза, Франция, 2018), ICPS-2018 (Монпелье, Франция, 2018), Frontiers of 21-th century and Ioffe Institute (Санкт-Петербург, 2018), Совещание по теории твердого тела (Санкт-Петербург, 2019), 48th International School and Conference on the Physics of Semiconductors "Jaszowiec 2019"(Щирк, Польша, 2019), SPIE Spintronics XII (Сан Диего, США, 2019), Российская конференция по физике полупроводников (Новосибирск, 2019). Результаты исследований также обсуждались на семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе (Санкт-Петербург), Физического Института Академии Наук и Московского Государственного Университета (Москва).

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 8 статей в рецензируемых научных журналах. Список работ [1–8] представлен в Заключении.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из Введения, 4 глав, Заключения, списка обозначений и списка литературы. Общий объем диссертации 136 страниц текста, которые включают 40 рисунков, 1 таблицу, список обозначений на 5-ти страницах, список цитируемой литературы, включающий 218 наименований, на 15-ти страницах. Формулы и рисунки диссертации нумеруются по главам, нумерация литературы единая для всего текста.

Введение содержит актуальность работы, ее цели, научную новизну и практическую значимость, а также структуру диссертации.

В первой главе "Киральный спиновый порядок в веществе (обзор)"представлен обзор явлений физики конденсированного состояния, обусловленных киральным спиновым упорядочением в системе. Рассмотрены различные существующие формы кирального спинового порядка, а также механизмы, приводящие к формированию киральных спиновых текстур. Дано описание материальных систем, в которых наблюдаются магнитные скирмионы, также обсуждаются экспериментальные техники их детектирования. Особое внимание сосредоточено на теоретических проблемах, связанных с описанием топологического эффекта Холла, который представляет собой появление дополнительной поперечной разности потенциалов, обусловленной киральной структурой намагниченности системы. В главе обсуждается физическая природа этого явления, а также рассматриваются основные теоретические и экспериментальные работы, посвященные его исследованию.

Вторая глава "Теория асимметричного рассеяния носителей заряда на киральных спиновых текстурах"посвящена решению и исследованию задачи рассеяния носителей заряда на одиночных киральных спиновых текстурах. Показано, что киральный характер ориентации магнитных центров приводит к асимметрии рассеяния носителей заряда, при котором электронный газ демонстрирует поперечный отклик на внешнее электрическое поле. Установлено, что в режиме слабой связи между спином электрона проводимости и намагниченностью системы имеют место процессы рассеяния с переворотом спина, что приводит к генерации поперечного зарядового тока даже в случае нулевой спиновой поляризации электронного газа. Построена техника точного решения задачи рассеяния и показано, что в противоположном случае сильной связи реализуется спиновый режим топологического эффекта Холла, при котором имеет место генерация поперечного спинового тока. Теоретически исследовано переключение между спиновым и зарядовым режимами явления, которое происходит при изменении размера спиновых текстур или константы обменного взаимодействия. Обнаружено, что поведение поперечных спинового и зарядового токов в режиме кроссовера носит нетривиальный характер. Показано, что топологический эффект Холла существует вне зависимости от топологии индивидуальной спиновой текстуры.

В третьей главе "Электронный транспорт в неупорядоченных системах с киральным спиновым порядком"представлена теория кинетических явлений в неупорядоченных системах с киральными спиновыми текстурами. Получены выражения для поперечного сопротивления, соответствующего топологическому эффекту Холла, в системах с разреженным массивом спиновых текстур. Показано, что зарядовый и спиновый механизмы явления приводят к независимым вкладам в поперечное сопротивление разреженных систем. Исследовано поведение топологического эффекта Холла в зависимости от положения уровня Ферми электронного газа, размера и профиля спиновых текстур, а также соотношения между интенсивностью рассеяния на немагнитных примесях и спиновых текстурах. Показано, что в случае спиновых текстур, размер которых существенно превышает фермиевскую длину волны, имеет место насыщение топологического эффекта Холла, причем амплитуда поперечного сопротивления перестает зависеть от размера текстуры и определяется лишь топологией. Представлено квазиклассическое объяснения этого эффекта, а также установлены материальные системы, в которых реализуется данный режим топологического эффекта Холла.

В четвертой главе "Механизмы кирального спинового упорядочения в магнитных полупроводниках"приводится теоретическое описание механизмов кирального спинового упорядочения в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием в условиях электростатического беспорядка. Предложен микроскопический механизм, связанный с локализацией носителей заряда и формированием связанных магнитных поляронов. Построена теория кирального магнитного полярона в узкой квантовой яме в случае линейного по волновому вектору спин-орбитального расщепления спиновых подзон. Проанализированы условия, при которых топологический эффект Холла, обусловленный асимметричным рассеянием подвижных носителей на киральных магнитных поляронах, может наблюдаться в квантовых ямах на основе магнитных полупроводников. Предложен механизм генерации термодинамически равновесных киральных спиновых текстур в вырожденном электронном газе. Получены аналитические выражения для корреляционных функций типа спин-плотность двумерных систем с квазипараболическим и дираковским типами спектра, на основе которых проанализированы особенности спинового отклика электронного газа на электростатическое возмущение различного характера.

Глава 1

Киральный спиновый порядок в веществе (обзор)

1.1. Киральные спиновые текстуры

Спин-зависимые явления играют важную роль в физике конденсированного состояния. Происхождение целого ряда фундаментальных эффектов, таких как ферромагнетизм, сверхпроводимость и аномальный эффект Холла, связано со спиновыми корреляциями носителей заряда. Изучение закономерностей поведения спина в средах представляет глубокий фундаментальный интерес и имеет важное практическое значение для спинтроники, цель которой состоит в использовании спиновых степеней свободы для записи, хранения и считывания информации. Большое внимание современных исследований привлекают явления, связанные с формированием в среде пространственно-неоднородной киральной структуры спина. Киральный спиновый порядок имеет локальный характер и *не описывается* средней макроскопической величиной; в качестве меры кирального упорядочения выступает новая характеристика - спиновая киральность, впервые рассмотренная в работе Ч.Вена, Ф.Вильчека и А.Зи [50]. Спиновая киральность трех спинов $\boldsymbol{S}_i$, расположенных в различных узлах кристаллической решетки $i = (1, 2, 3)$, представляет собой смешанное произведение $\chi_{123} = \boldsymbol{S}_1 \cdot [\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$, построенное при обходе узлов против часовой стрелки. На рис. 1.1 представлены спиновые триады с положительной и отрицательной спиновой киральностью. Развитие в среде кирального спинового порядка влияет на наблюдаемые характеристики системы и приводит к ряду новых эффектов, что является предметом обсуждается в этой главе.

Помимо дискретных реализаций кирального спинового порядка, существующего на межатомном масштабе, большой интерес в физике спин-зависимых явлений вызывают непрерывные спиновые текстуры, в которых спиновая киральность сохраняется на пространственном масштабе существенно превышающем постоянную решетки. В настоящей диссертации основной интерес будет сосредоточен именно на таких квазидвумерных (2D) спиновых конфи-

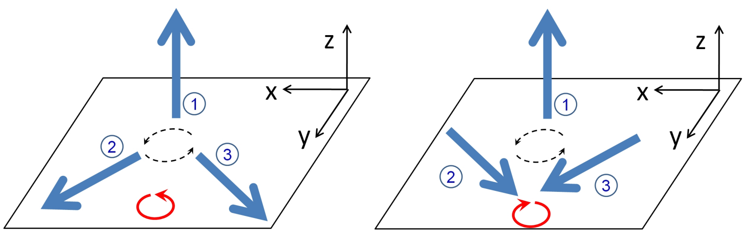

Рис. 1.1. Триады спинов с положительной и отрицательной киральностью.

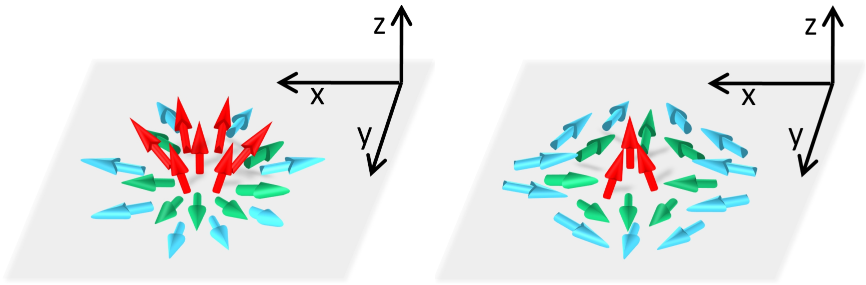

Рис. 1.2. Киральные спиновые текстуры ($\chi = \pm 1$).

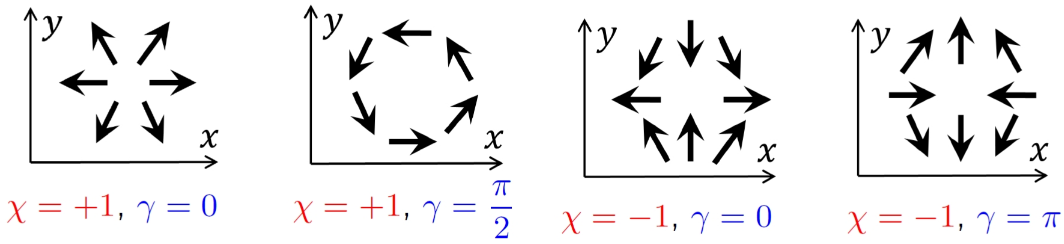

Рис. 1.3. Типы вращения киральных спиновых текстур в плоскости.

гурациях нанометрового размера. Примером подобной киральной текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ является следующее планарное распределение спина:

$$\boldsymbol{S}(r, \phi) = \begin{pmatrix} S_{\parallel}(r) \cos{(\chi\phi + \gamma)} \\ S_{\parallel}(r) \sin{(\chi\phi + \gamma)} \\ S_z(r) \end{pmatrix}. \tag{1.1}$$

Важным свойством $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ является вращение (xy) компонент спина в плоскости, оно описывается двумя параметрами: закрученность $\chi = \pm 1, \pm 2, \ldots$ принимает целые значения и определяет направление вращения (по или против часовой стрелки), спиральность γ является начальной фазой вращения и может принимать произвольные значения. Примеры киральных спиновых текстур с различными параметрами (χ, γ) представленны на рис. 1.2, 1.3. Значения параметров (χ, γ), а также пространственная зависимость профиля $S_{z,\parallel}(r)$ определяются конкретными механизмами формирования спиновой текстуры. Отметим, что подобное спиновое упорядочение может иметь место как в системе локализованных магнитных центров, так и в вырожденном электронном газе. Рассмотренные конфигурации являются естественным расширением элементарной триады спинов из рисунка 1.1 в крупномасштабную спиновую структуру; произвольные три неколлинеарных спина, лежащие внутри текстуры, характеризуются спиновой киральностью одного знака.

Важным частным случаем рассматриваемых киральных спиновых текстур являются конфигурации с ненулевым значением топологического инварианта Q, называемого числом намоток или "winding number". Инвариант Q применяется при топологической классификации непрерывного поля $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, абсолютная величина которого не меняется в пространстве $|\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})| = 1$ и которое, дополнительно, ориентировано перпендикулярно плоскости при удалении на бесконечность $\boldsymbol{S}(r \to \infty) = \boldsymbol{e}_z$. При сделанных предположениях функция $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ является отображением $S^2_R \to S^2_B$ двумерной плоскости (или ее стереографической проекции на сферу S^2_R) на сферу Блоха S^2_B. Топологически различные отображения $S^2_R \to S^2_B$ соответствуют разным дискретным значениям инварианта Q, который представляет собой полное число покрытий сферы Блоха при прохождении спина по всей плоскости [51]. Для вычисления Q используется следующая формула:

$$Q = \int \rho_{sk}(\boldsymbol{r}) d\boldsymbol{r}, \qquad \rho_{sk}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot \left[\partial_x \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \times \partial_y \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})\right]. \tag{1.2}$$

Величина ρ_{sk} (скирмионная плотность) представляет собой аналог дискретной спиновой киральности подходящий для описания непрерывного поля. Используя явный вид $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в формуле 1.1, получаем формулу для Q, выраженную через параметры спиновой текстуры:

$$Q = \frac{\chi}{2} \left(S_z(\infty) - S_z(0)\right) = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots. \tag{1.3}$$

Текстуры с нетривиальным значением $Q \neq 0$ терминологически называют скирмионами при положительном значении $\chi > 0$ и антискирмионами при отрицательном $\chi < 0$ (см. рисунок 1.2) значении закрученности; по аналогии с классификацией доменных стенок скирмионы с фазами вращения $\gamma = (0, \pi/2)$ называют блоховским и неелевским соответственно. Для топологической нетривиальности спиновой текстуры необходимо, чтобы ориентация спина в центре была противонаправлена ориентации спина на бесконечности. Отметим еще раз, что абсолютная величина спина $|\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})|$ всюду в пространстве считается постоянной, изменяется лишь его ориентация. Это условие ограничивает применимость топологического анализа для описания спиновых текстур, поскольку в природе могут реализовываться киральные конфигурации с неоднородной величиной амплитуды спина. Эффекты, обусловленные локальной спиновой киральностью, возникают для всего класса конфигураций в формуле 1.1, в то время как топология текстуры проявляется в специфический условиях.

Формирование кирального спинового порядка наблюдается в широком спектре материальных систем. Дискретная спиновая киральность, проиллюстрированная на рис. 1.1, реализуется в фрустрированных системах и решетках Кагоме антиферромагнетиков [52–58] (см. рис. 1.4), а также в неупорядоченных средах, например в спиновых стеклах [59–61]. Непрерывные спиновые текстуры, такие как магнитные скирмионы, образуются в ферромагнитных системах [43–45] с обменным взаимодействием Дзялошинского-Мории (DMI) [62, 63].

Существенный прогресс в детектировании магнитных скирмионов связан с использовани-

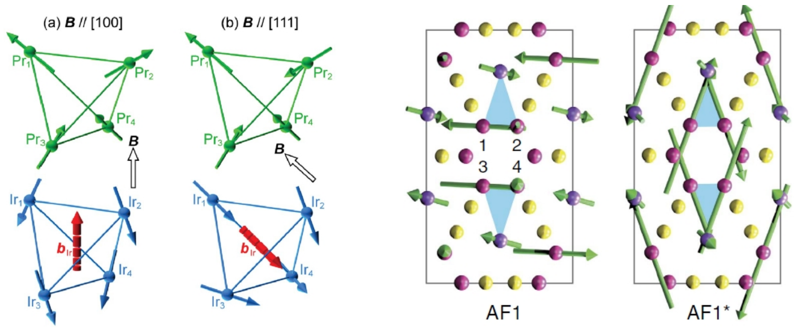

Рис. 1.4. Реализация дискретной спиновой киральности (a) фрустрированная Кондо решетка $Pr_2Ir_7O_7$ [57]; (b) антиферромагнетик Mn_5Si_3 [58].

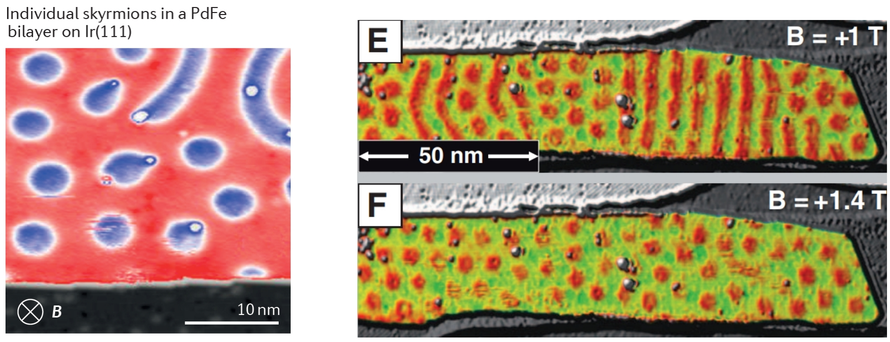

Рис. 1.5. Снимок поверхности PdFe/Ir(111) с помощью спин-поляризованного СТМ, (a) индивидуальные магнитные скирмионы [64]; (b) решетка магнитных скирмионов [65].

ем технологий диагностики поверхности методами сканирующей туннельной микроскопии (СТМ) [65], магнитно-силовой микроскопии (МСМ) [66, 67] и просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ)[68]. На рис. 1.5(a,b) представлены снимки поверхности двухслойной структуры PdFe на подложке Ir(111), полученные в группе Р. Вейзендангера [64, 65] с помощью СТМ со спиновым разрешением [69] (первое прямое наблюдение скирмионов данным методом описано в работе [70]). Области синего цвета на рис. 1.5(a) соответствуют магнитным скирмионам, характерный диаметр каждой частицы несколько нанометров. Стабилизация магнитных скирмионов в гетерослоях магнитных атомов и тяжелых спин-орбитальных элементов обусловлена сильным интерфейсным вкладом в DMI [71], при этом диапазон температур и внутренняя структура скирмионов оказываются крайне чувствительны к особенностям гетероструктуры [43–45]. Для системы PdFe/Ir(111), представленной на рис. 1.5(a,b), а также для подобных эпитаксиальных магнитных пленок (Fe,Co,Pd) атомарной толщины на подложке из тяжелых металлов (Pt,It) [65] магнитные скирмионы нанометрового размера стабилизируются лишь при низких температурах (несколько K). Для создания стабильных магнитных скирмионов при комнатной температуре используются многослойные структуры, содержащие большое количество повторяющихся стэков (например 20 слоев Ir/Fe/Co/Pt),

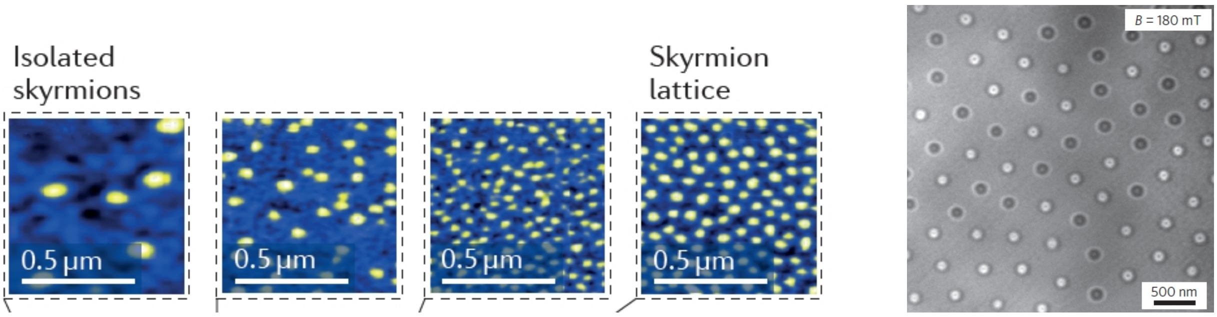

Рис. 1.6. (a) Снимок поверхности многослойных структур Pt/Co/Fe/Ir с помощью МСМ, переход от неупорядоченных индивидуальных магнитных скирмионов к скирмионной решетке при изменении состава стэка [44, 66]; (b) ПЭМ снимок решетки магнитных скирмионов в BaFe [43, 68].

данная технология была недавно реализована в группах А. Ферта [72–74], К. Панагополуса [66, 75] и др. [40, 76, 77]. Технологические достижения в вопросах детектирования, управления и манипулирования магнитными скирмионами при комнатной температуре обуславливают большой практический интерес использования топологических магнитных текстур в задачах хранения и обработки информации [48, 78].

Существуют различные формы геометрического упорядочения непрерывных спиновых текстур в пространстве. В системах типа PdFe/Ir(111) и многослойных стэках (Ir/Fe/Co/Pt), при изменение внешних условий (температуры и величины приложенного магнитного поля) или состава гетероструктуры происходит трансформация от неупорядоченного к плотноупакованному массиву магнитных скирмионов. На рис. 1.5(a,b) представлен СТМ снимок одиночных магнитных скирмионов и решетки на поверхности PdFe/Ir(111) [70]. На рис. 1.6(a) показан снимок поверхности многослойных гетероструктур (Ir/Fe/Co/Pt) [66], полученный с помощью МСМ, на котором наблюдается переход от неупорядоченного (крайняя левая панель) к плотно-упакованному (крайня правая панель) массиву скирмионов при варьировании состава стэков. Предельным случаем плотноупакованной геометрии является регулярная гексагональная решетка скирмионов. Подобный скирмионный кристалл реализуется в качестве самостоятельной термодинамической фазы (A-фаза) в системах-B20, таких как MnSi, MnGe, $Fe_{1-x}Co_xSi$ [79–82]. Скирмионная решетка может быть также стабилизирована в мультиферроиках [83] или за счет диполь-дипольного взаимодействия, на рис. 1.6(b) представлен снимок скирмионного кристалла в BaFe, полученный в работе [43, 68] с помощью ПЭМ. Стоит отметить, что существует также технология формирования массивов магнитных скирмионов произвольной геометрии искусственными методами, данная тематика развивается в работах группы из Нижнего Новгорода [84–87].

Имеются данные по наблюдению экзотических киральных спиновых текстур, таких как

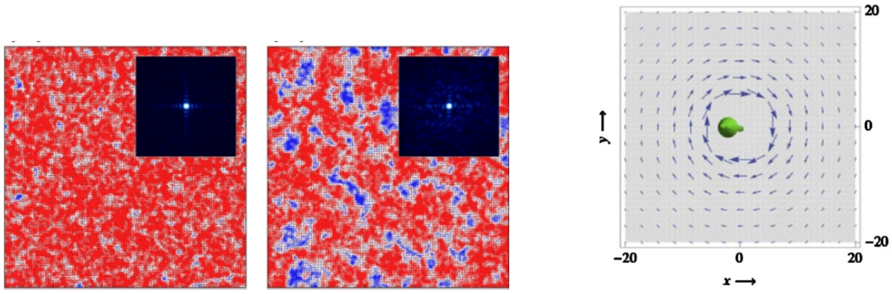

Рис. 1.7. (a) Киральные флуктуации намагниченности ферромагнетика с DMI, цвет показывает области с положительным (красный) и отрицательным (синий) значением S_z [93], (b) киральная спиновая текстура электронного газа вбили магнитной примеси на поверхности объемного топологического изолятора [94]

магнитные антискирмионы [88] и мероны [89], также активно исследуются антиферромагнитные скирмионы [90–92]. Среди прочих механизмов кирального спинового упорядочения широко обсуждаются киральные термические флуктуации намагниченности, на рис. 1.7 представлены результаты моделирования флуктуаций в работе [93]. Киральные спиновые текстуры формируются также в двумерном вырожденном электронном газе (2DEG) вблизи магнитным примесей. На рис. 1.7(b) представлено распределение спина 2DEG на поверхности объемного топологического изолятора, полученное в работе [94]. Пространственная структура термических флуктуаций и спиновой плотности 2DEG может приближенно описываться форм. 1.1, но понятие топологического заряда Q для таких конфигураций не определено.

Развитие кирального спинового порядка в системе сопряжено с рядом специфических эффектов. Локальное нарушение P, T симметрий киральными спиновыми триадами (см. рис. 1.1) соответствует действию эффективного магнитного поля и приводит к дополнительному холловскому сопротивлению (топологический эффект Холла), это явление подробно рассматривается в следующем разделе 1.2. При пропускании электрического тока наблюдается движение магнитных скирмионов под некоторым углом относительно направления вектора тока, т.е. происходит отклонение скирмионов в поперечном направлении - скирмионный эффект Холла [49, 95]. Концепция спиновой киральности имеет особенно важное значения для сильно коррелированных электронных систем [96, 97], в частности для моделей высокотемпературной сверхпроводимости [98–102], дробного квантового эффекта Холла и анионной статистики [103–105], а также для понятия киральной спиновой жидкости [50, 54]. Отметим в заключении, что спиновые скирмионы в 2DEG могут реализовываться в режиме квантового эффекта Холла [106].

1.2. Топологический эффект Холла

Транспорт носителей заряда в системах с киральным спиновым порядком существенным образом модифицируется в результате обменного взаимодействия между носителями заряда и неколлинеарно-ориентированными спинами. При исследовании электросопротивления киральных спиновых систем обнаруживается дополнительное падение напряжения на поперечных контактах - топологический эффект Холла (ТЭХ). Разность потенциалов в поперечном направлении относительно линии протекающего электрического тока описывается недиагональными элементами тензора электросопротивления ρ_{yx} (см. рис. 1.8). Естественно, что вклад от ТЭХ в холловское сопротивление ρ_{yx}^{T} обычно измеряется на фоне прочих механизмов поперечного отклика, а именно нормального $\rho_{yx}^{\mathcal{O}}$ и аномального $\rho_{yx}^{\mathcal{A}}$ эффектов Холла, при этом суммарное поперечное сопротивление определяется тремя вкладами $\rho_{yx} = \rho_{yx}^{\mathcal{O}} + \rho_{yx}^{\mathcal{A}} + \rho_{yx}^{T}$. Стоит подчеркнуть, что имеется существенное различие в симметрийной структуре коэффициентов поперечного сопротивления. Традиционные вклады $\rho_{yx}^{\mathcal{O}}, \rho_{yx}^{\mathcal{A}}$ определяются средними значениями определенных макроскопических величин. Нормальный эффект Холла $\rho_{yx}^{\mathcal{O}} = R_0 B_z$ обусловлен действием силы Лоренца на движущиеся носители заряда и определяется средним приложенным магнитным полем B_z, здесь R_0 - постоянная Холла. Аномальный эффект Холла $\rho_{yx}^{\mathcal{A}} = R_a M_z$ возникает в меру конечной намагниченности системы M_z, его микроскопическое происхождение связано со спин-орбитальным взаимодействием, коэффициент R_a определяется конкретными механизмами явления [107]. Построение аналогичного симметрийного соотношения для описания топологического эффекта Холла оказывается невозможным, поскольку киральный спиновый порядок не сводится к появлению макроскопической физической величины [50]. Напротив, наличие неколлинеарных спиновых триад представляет собой локальное нарушение T, P-симметрий и приводит к локальной генерации поперечного тока. Данная особенность заметно затрудняет анализ ТЭХ особенно с экспериментальной точки зрения. Отметим, что локальная спиновая киральность может быть преобразована в интегральную характеристику, описывающую топологию спиновой текстуры, например в топологический заряд Q (см. форм. 1.2). При определенных условиях описание ТЭХ сводится к топологическим характеристикам спиновой киральности и допускает представление в виде $\rho_{yx}^{T} \propto Q$ аналогичном симметрийным соотношениям для $\rho_{yx}^{\mathcal{O},\mathcal{A}}$. Это свойство определило терминологию явления - топологический [47]. В случае, когда топологическая картина не восстанавливается и эффект определяется лишь локальной спиновой киральностью применяется также термин киральный аномальный эффект Холла [108], геометрический эффект Холла [109, 110], либо говорят о вкладе в аномальный эффект Холла,

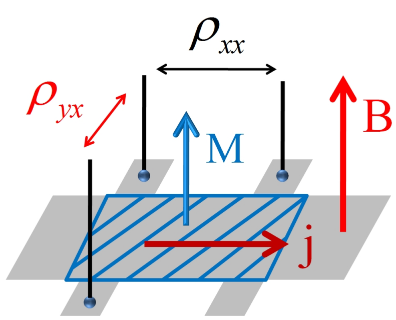

Рис. 1.8. Геометрия холловского мостика и поперечное сопротивление ρ_{yx}.

обусловленном спиновой киральностью [111–113]. Для единообразия в данной диссертации применяется термин ТЭХ даже в тех случаях, когда топология текстуры не существенна.

Локальное нарушение T, P-симметрий при киральном упорядочении спинов может быть интерпретировано на языке эффективного магнитного поля, что было отмечено в работе Ч.Вена, Ф.Вильчека и А.Зи [50]. Дуальность кирального спинового порядка некоторому эффективному магнитному полю является отправной точкой в микроскопическом описании топологического эффекта Холла. Утверждение о том, что спиновая киральность приводит к эффекту Холла и влияет на поперечное электросопротивление было впервые высказано в работе Дж. Йе [46] и прочих [114–116]. Остановимся подробнее на микроскопической модели, рассмотренной в этих работах. Пускай имеется решетка в узлах которой расположены неколлинеарно-ориентированные магнитные центры, будем говорить о движении электронов по такой решетке на языке метода сильной связи - амплитуда перехода между соседними i, j узлами с параллельной ориентацией спинов - t. Будем предполагать, что спин электрона на каждом узле со-направлен с локальным магнитным моментом атома $\boldsymbol{S}_i$, что соответствует бесконечному значению константы обменного взаимодействия между электронами проводимости и магнитными центрами (это также означает, что имеется лишь одна спиновая подзона и система полуметаллическая). Амплитуда прыжка электрона между соседними узлами i, j с несонаправленной ориентацией спинов имеет вид [116]:

$$t_{ij} = t \cos\left(\frac{\theta_{ij}}{2}\right) e^{i a_{ij}}, \qquad a_{ij} = \int\limits_{i \to j} \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r}, \qquad \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{r}) = i \langle \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) | \nabla_{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \rangle, \tag{1.4}$$

здесь θ_{ij} - угол между спинами $\boldsymbol{S}_{i,j}$ в узлах i, j, мы также считаем $|\boldsymbol{S}_i| = 1$. Отметим появление фазового множителя, содержащего связность Берри $\boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{r})$ и обусловленного несонаправленностью спинов. При прохождении замкнутой петли $i \to j \to k \to i$ через три узла (i, j, k) полная амплитуда процесса приобретает геометрическую фазу Берри [114]

$$\gamma_B = \frac{\Omega_B}{2} = \tan^{-1}\left[\frac{\boldsymbol{S}_i \cdot [\boldsymbol{S}_j \times \boldsymbol{S}_k]}{1 + \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{S}_j + \boldsymbol{S}_j \cdot \boldsymbol{S}_k + \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{S}_k}\right], \tag{1.5}$$

которая имеет смысл половины телесного угла, образованного тремя векторами спина $\boldsymbol{S}_{i,j,k}$ на единичной сфере Блоха. Наличие калибровочно-инвариантных фаз при прохождении электроном замкнутых траекторий неотличимо от действия истинного магнитного поля (эффект Ааронова-Бома) и означает появление эффекта Холла [117]. Отличие между истинным магнитным полем и полем, обусловленным киральным спиновым порядком, тем не менее, состоит в том, что спиновая киральность имеет пространственно неоднородное распределение - различные спиновые триады ориентированы нескоррелированным образом, что требует дополнительного теоретического анализа и определения условий, при которых киральный вклад не исчезает за счет усреднения, см. например работу [115]. Данная микроскопическая модель, основанная на эффективном магнитном поле в терминах адиабатической фазы Берри [118], применяется для *качественного* описания ТЭХ в полуметаллических системах с дискретной спиновой киральностью. В оригинальных работах [46, 114, 115] теория применялась для объяснения поведения ферромагнетиков с двойным-обменным взаимодействием, таких как материалы колоссального магнетосопротивления $La_{1-x}Ca_xMnO_3$, вблизи фазового перехода [114, 119] ферромагнетик-парамагнетик. Киральный спиновый порядок в этих системах развивается при генерации термических флуктуации намагниченности за счет спин-орбитального взаимодействия. В работах [57, 116] теория использовалась для описание ТЭХ в системах $Nd_2Mo_2O_7$ и $Pr_2Ir_2O_7$ [57, 113, 116], где неколлинарность магнитных моментов обеспечивается фрустрациями.

Условие бесконечно сильного обменного взаимодействия, или наличия лишь одной спиновой подзоны электронов, является достаточно жестким и заведомо не выполняется для большого числа систем. Помимо этого, оно упускает вопрос о том какую роль в формировании ТЭХ играют спиновая кинетика и спиновая поляризация электронного газа. Обобщение фазовой теории топологического эффекта Холла на случай двух частично заполненных спиновых подзон приводится в работах П.Бруно и В.Дугаева [47, 120]. В полуметаллическом режиме считалось, что спин электрона локально со-направлен с намагниченностью. При наличии двух спиновых подзон используется условие адиабатичности взаимодействия спина электрона с магнитной подсистемой. Будем считать, что ось квантования спина всюду совпадает с локальной ориентацией магнитных атомов, обе проекции спина электрона на ось квантования допустимы, а процессы переворота спина (т.е. межподзонное рассеяние) адиабатически подавлены. В рамках данной картины волновая функция электрона по-прежнему накапливает геометрическую фазу в области кирального спинового порядка, что интерпретируется как действие магнитного поля [117]. Важнейшей особенностью этого механизма является то, что фаза Берри, а вместе с ней и эффективное магнитное поле, имеет противоположный знак в двух спиновых подзонах. Электроны с различной проекцией спина отклоняются фиктивными магнитными полями в противоположных направлениях, что приводит к поперечному спиновому току (спиновый эффект Холла), который затем конвертируется в холловское электрическое напряжение (ТЭХ) за счет конечной спиновой поляризации электронного газа. Этот результат подчеркивает, что электронный транспорт в системах с киральным спиновым порядком определяется не только зарядовой, но и спиновой кинетикой. В частности, интерес приобретают исследования сопряженных спиновых явлений, например чисто спинового аналога ТЭХ [121, 122]. Отметим, что изложенная схема формирования ТЭХ аналогична микроскопической картине аномального эффекта Холла [1, 107], при которой спиновый эффект Холла возникает за счет спин-орбитального взаимодействия.

Адиабатическая теория ТЭХ, рассмотренная в работах [46, 47], применяется также при наличии непрерывных спиновых текстур. Фаза Берри в форм. 1.5, образованная тремя дискретными спинами в узлах решетки, в случае плавной спиновой текстуры определяет непрерывное эффективное магнитное поле $\boldsymbol{B}^T = \pm(\phi_0/2\pi)\,[\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{r})]$, которое действует на орбитальное движение носителей заряда; $\phi_0 = hc/|e|$ - квант магнитного потока. Знак поля определяется спиновым состоянием носителя, в соответствии с тем, что имеет место спиновый эффект Холла. Используя непрерывный аналог дискретной спиновой киральности - скирмионную плотность $\rho_{sk}(\boldsymbol{r})$ (см. форм. 1.2), выражение для z-компоненты $\boldsymbol{B}^T$ (ось z перпендикулярна плоскости движения носителей) может быть записано в виде [47, 117]:

$$B_z^T(\boldsymbol{r}) = \pm\phi_0\rho_{sk}(\boldsymbol{r}) = \pm\frac{\phi_0}{4\pi}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot [\partial_x\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \times \partial_y\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})]\,. \tag{1.6}$$

Отметим, что интерпретация данного выражения состоит в том, что на носителя заряда в точке $\boldsymbol{r}$ действует локальное эффективное магнитное поле, которое определяется местным значением киральности. Поскольку $\boldsymbol{B}^T$ имеет пространственно-неоднородную структуру, движение электронов носит сложный характер, что затрудняет количественный анализ ТЭХ в случае произвольной геометрии.

Теория ТЭХ, основанная на адиабатическом приближении и формуле 1.6, позволяет сделать простую количественную оценку холловского сопротивления ρ_{yx}^T для геометрии скирмионного кристалла [47, 112], когда существует ненулевое среднее значение топологического поля $\langle B_z^T\rangle = \pm(\phi_0/s_0)Q$, здесь s_0, Q - площадь и топологический заряд элементарной ячейки скирмионного кристалла соответственно. В этом случае мы имеем дело с постоянной силой Лоренца, обусловленной однородным магнитным полем $\langle B_z^T\rangle$, знак которой определяется спиновым состоянием частицы. В рамках теории электропроводности Друде поперечное

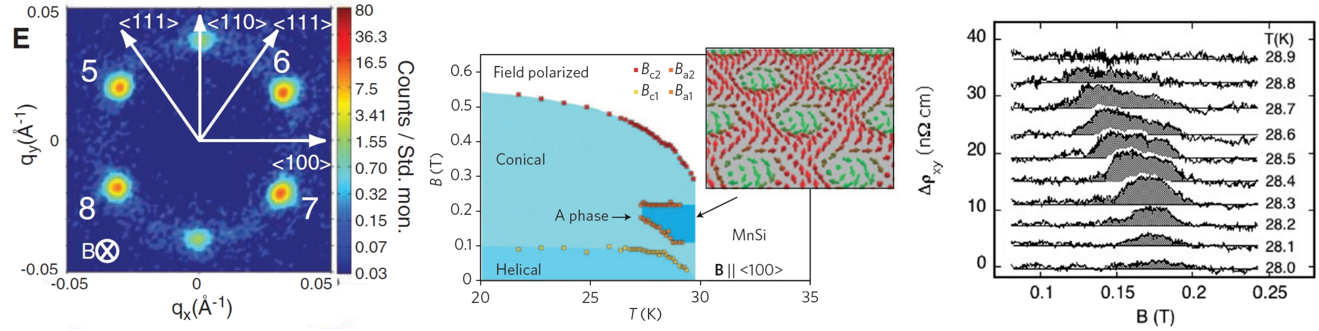

Рис. 1.9. (a) Распределение интенсивности малоуглового рассеяния нейтронов на MnSi [79], (b) фазовая диаграмма MnSi, A-фаза соответствует скирмионной решетке [43, 79] (c) поперечное сопротивление MnSi в A-фазе [123] отражает топологический эффект Холла.

сопротивление такой системы, с учетом спиновой поляризации P_s электронного газа:

$$\rho_{yx}^T = R_0 P_s \left(Q \frac{\phi_0}{s_0} \right), \tag{1.7}$$

здесь R_0 - постоянная Холла, соответствующая нормальному эффекту Холла. Отметим, что ρ_{yx}^T в скирмионном кристалле действительно определяется топологией спиновой текстуры. Форм. 1.7 широко применяется при описании ТЭХ в системах B20, таких как MnSi, MnGe, $Fe_{1-x}Co_xSi$, в диапазоне температур и магнитных полей, соответствующих A-фазе скирмионного кристалла. На рис. 1.9(a) представлена картина интенсивности малоуглового рассеяния нейтронов на MnSi, которая отражает формирование магнитной решетки гексагональной симметрии [79]; на рис. 1.9(b) представлена фазовая диаграмма MnSi, в области магнитных полей $0.21(T) \lesssim B \lesssim 0.12(T)$ и температур $29(K) \lesssim T \lesssim 28(K)$ реализуется скирмионный кристалл (A-фаза). На рис. 1.9(c) представлена наблюдавшееся в работе [123] холловское сопротивление $\Delta\rho_{yx}$ (после вычитания вкладов от нормального и аномального эффектов Холла) MnSi в области параметров, соответствующих A-фазе; заметное превышение сигнала имеет место лишь в области существования скирмионного кристалла, данный результат интерпретируется как топологический эффект Холла. Последующие экспериментальные исследования ТЭХ в скирмионных кристаллах, а также теоретическая интерпретация ρ_{yx}^T в рамках форм. 1.7 производились для различных соединений группы B20, например FeGe [124, 125] MnSi [126, 127], MnGe [128], $Mn_{1-x}Fe_xSi$ [129, 130]. Подробное комбинированное исследование аномального и топологического эффектов Холла было проделано в работе [131]. Существенное внимание в перечисленных работах сосредоточено на аккуратных оценках спиновой поляризации электронного газа, которая непосредственно влияет на величину эффекта.

Спиновая динамика электронного газа является важным фактором, определяющим транспортные свойства систем с киральным спиновым порядком. При воспроизведении теории ТЭХ в рамках фазы Берри требуется дополнительное предположение об адиабатичности взаимодействия спина электрона и поля намагниченности. Данное условие считается оправданным для систем с сильным обменным взаимодействием, в частности для ферромагнетиков класса B20. Киральный спиновый порядок наблюдается, однако, в том числе и в системах, где условие адиабатичности заведомо не выполняется в силу малой величины константы обменного взаимодействия. Носители заряда и магнитные центры в этом случае представляют собой слабо связанные и практически независимые подсистемы, в результате при движении электрона его спин не успевает подстраиваться под локальный магнитный порядок. Естественно, что спиновая динамика электронов в этой ситуации носит качественно иной характер по сравнению с адиабатическим картиной, что отражается на особенностях топологического эффекта Холла. Последовательная теория ТЭХ в режиме слабой связи, впервые рассмотренная в работах Г.Татары и Х.Кавамуры [111], основывается на теории возмущений. Теория, развитая в [111], сформулирована для описания ТЭХ в неупорядоченных системах с дискретной спиновой киральностью, образованной случайно ориентированными магнитными центрами $\boldsymbol{S}_i$. В рамках теории возмущений поправки к тензору проводимости определяются разложением по степеням константы обменного взаимодействия α_0, при этом холловская проводимость σ_{xy}^T впервые возникает в третьем порядке и выражается через комбинацию дискретной спиновой киральности в различных триадах:

$$\sigma_{xy}^T = \sigma_0 \left(\Omega\tau\right), \qquad \Omega = \alpha_0^3 \sum_{i,j,k} \boldsymbol{S}_i \cdot [\boldsymbol{S}_j \times \boldsymbol{S}_k] \cdot \tilde{F}_{ijk}, \tag{1.8}$$

здесь σ_0 - друдевская проводимость в нулевом магнитном поле, τ - время рассеяния на бесспиновым примесях, суммирование идет по местоположению магнитных центров, $\tilde{F}_{ijk}$ - некоторая функция параметров электронного газа и расстояний между (ijk) узлами с магнитными моментами. Важно отметить, что каждая триада спинов с ненулевым значением спиновой киральности χ_{ijk} вносит вклад в суммарную холловскую проводимость [111, 132]. Данная теория, также как и рассмотрение, основанное на адиабатических фазах в форм. 1.5, сталкивается с необходимостью дополнительного анализа условий, при которых вклады от различных спиновых триад не исчезают при усреднении по образцу. В рамках теории слабой связи и форм. 1.8 производится качественная интерпретация данных по магнетотранспортным измерениям мезоскопических образцов канонических спиновых стекл AuFe, $Fe_{1-x}Al_x$ [60, 108, 133]. Как и в случае материалов колосального магнетосопротивления [114], механизмом формирования ненулевой спиновой киральности в спиновых стеклах выступает спин-орбитальное взаимодействие [59, 111].

Закономерности поведения электронного транспорта в системах с киральным спиновым порядком, возникающие при переходе от режима слабой связи к адиабатическому движению электронного спина, исследованы крайне необстоятельно. На момент начала работы над диссертацией в 2014 г. освещение данного круга вопросов ограничивалось рядом теоретических работ, связанных с моделированием мезоскопических киральных систем и решеток магнитных скирмионов методом сильной связи [134–136]. Единое теоретическое описание ТЭХ, работающее для произвольной величины обменного взаимодействия и описывающее оба предельных случая пертурбативного и адиабатического режимов, отсутствовало. Микроскопическая механика топологического эффекта Холла связана со спиновой динамикой носителей заряда, движущихся в поле намагниченности. В переходной ситуации между адиабатическим и быстрым сценариями, когда происходит качественное изменение в характере движения электронного спина, стоит ожидать нетривильных особенностей в поведении ТЭХ. Построение единой теории, включающей в себя как зарядовую так и спиновую кинетику электронного газа, является принципиальным для понимания данных вопросов.

Стоит отметить, что существует также значительная неопределенность в понимании того, в какой степени топология непрерывных спиновых текстур влияет на ТЭХ. С одной стороны, рассмотренные выше теоретические модели наглядно демонстрируют, что как в адиабатическом (форм. 1.5), так и в пертурбативном режиме (форм. 1.8) генерация поперечного тока из-за спиновой киральности носит локальный характер. Величина топологического эффекта Холла определяется в дальнейшем при усреднении вкладов от различных спиновых триад. С другой стороны, холловское сопротивление ρ_{yx}^T в рамках теории скирмионного кристалла и форм. 1.7 определяется топологией решетки. Можно ли считать, что условие *неисчезновения* ρ_{yx}^T в макроскопическом объеме при усреднении спиновой киральности по различным триадами состоит в нетривиальности топологии текстур остается неясным.

Вопросы строгого анализа спиновой динамики электронов и топологии намагниченности в описании ТЭХ особенно значимы для систем, в которых киральный спиновый порядок обусловлен индивидуальными спиновыми текстурами. Примером таких систем являются неупорядоченные массивы магнитных скирмионов (см. рис. 1.5,1.6). Успеет ли электронный спин адиабатически подстроиться под локальную ориентацию спиновой текстуры и испытать действие фиктивного магнитного поля (форм. 1.6) существенно зависит от ее размера. Рассматривая быстрое движение электрона через объект малого масштаба можно сказать, что влияние области неоднородной намагниченности приводит к простому повороту спина частицы после пролета через текстуру, в этой ситуации электрон не располагает достаточным временем для адиабатического выравнивания своего спина вдоль локальной намагниченности. Корректное описание ТЭХ в данном классе киральных спиновых текстур требует

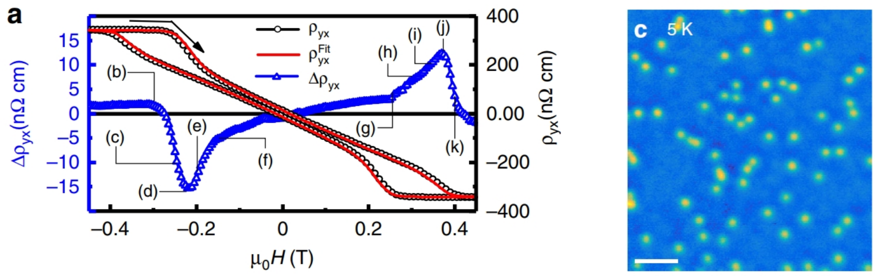

Рис. 1.10. (a) Холловское сопротивление многослойной структуры Ir/Fe/Co/Pt в зависимости от внешнего магнитного поля, синяя кривая соответствует ТЭХ; (b) МСМ снимок поверхности при температуре $T = 5K$, шкала масштаба 1 μ, данные взяты из статьи [75].

строгого анализа полной картины спиновой динамики электрона и, как было указано выше, имеет малую степень проработанности. Вопросы топологии индивидуальных спиновых текстур также имеют особое значение. Связан ли топологический эффект Холла *только* с топологически заряженными структурами (скирмионы и антискирмионы), или же текстуры с нулевым топологическим зарядом, а также конфигурации не подлежащие топологической классификации (см. раздел 1.1), при нескоррелированном упорядочении в пространстве также дают вклад в холловское сопротивление ρ^T_{yx} является открытой проблемой. Решение этого вопроса имеет большую важность, поскольку нечувствительность ТЭХ к топологии текстуры означало бы, что это явление должно иметь крайне широкое распространение и наблюдаться, например, в системах с киральными термическими флуктуациями намагниченности произвольной структуры, или со статическими стоячими спиновыми волнами в электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием (см. раздел 1.1).

Неупорядоченные системы с индивидуальными киральными спиновыми текстурами различной природы представляют собой наиболее распространенный класс материалов, в которых экспериментально наблюдается топологический эффект Холла. На рис. 1.10(a) представлены экспериментальные данные холловского сопротивления системы стэков Ir/Fe/Co/Pt [75]. Внешнее магнитное поле управляет структурой намагниченности системы, при $B \approx \pm 0.35T$ формируется неупорядоченный массив магнитных скирмионов; на рис. 1.10(b) представлен МСМ снимок поверхности в этом диапазоне магнитных полей, желтые участки соответствуют магнитным скирмионам. Транспортные измерения демонстрируют существенное превышение холловского напряжения над величиной $\rho^{\mathcal{O}}_{yx} + \rho^{\mathcal{A}}_{yx}$ в этой области ($\Delta\rho^T_{yx}$ на рис. 1.10(a)), что интерпретируется как топологический эффект Холла. Отметим эксперименты, указывающие на транспортное детектирование небольшого числа индивидуальных магнитных скирмионов в мезоскопических контактах [74, 137]. Имеются также данные по детектированию ТЭХ в магнитных полупроводниках EuO [138, 139], GaMnAs [140, 141], $(Bi_{1-x}Mn_x)_2Te_3$ [109, 142], оксидных соединениях (Ca,Ce)MnO_3 [143], $SrFeO_3$ [144–147], $Eu_{1-x}Sm_xTiO_3$ [148], MnNiGa [149], и даже Бозе-конденсатах [110]. Широта спектра материальных систем, в которых наблюдается топологический эффект Холла, указывает на многообразие микроскопических механизмов формирования киральных спиновых текстур.

В период работы над диссертацией (весна 2014г. - весна 2019г.) различными группами был опубликован ряд новых теоретических работ, посвященных исследованию особенностей топологического эффекта Холла. Поведение ТЭХ в скирмионных кристаллах и системах B20 подробно изложено в работах [136, 150, 151], вопросы описания ТЭХ при переходе между режимами сильной и слабой связи развиваются в [152, 153], нетривиальная роль влияния статического беспорядка и температурных флуктуаций обсуждаются в [152–156], прочие вопросы и моделирование можно найти в [157–159]. Обсуждение некоторых новых работ в контексте оригинальных результатов данной диссертации приводится в разделе 3.5.

Глава 2

Теория асимметричного рассеяния носителей заряда на киральных спиновых текстурах

2.1. Введение

Формирование в среде пространственно-неоднородных текстур с киральным спиновым порядком приводит к дополнительному поперечному электросопротивлению (топологический эффект Холла). Природа данного явления, а также проблемы, связанные с его теоретическим анализом, подробно обсуждаются в разделе 1.2. Данная глава посвящена исследованию рассеяния электронов на одиночных киральных спиновых текстурах, например магнитных скирмионах. В силу кирального характера распределения спинов внутри текстуры рассеяние электрона носит асимметричный характер, что приводит к генерации поперечных спинового и зарядового токов. Высокая симметрия киральных спиновых текстур позволяет обойти проблему усреднения поперечного отклика по различных спиновых триадам, что открывает возможность исследования важнейших закономерностей топологического эффекта Холла, описание которых было недоступно более ранними теоретическими методами. Подход, основанный на исследовании поперечного отклика электронов при рассеянии на индивидуальных спиновых текстурах, допускает анализ ТЭХ в случае произвольного характера спиновой динамики электрона в области кирального спинового порядка, при этом противоположные режимы сильной и слабой связи являются предельными случаями единой теории. В рамках задачи рассеяния также удается исследовать влияние топологии спиновых текстур на величину и характер поперечного отклика. Развитый теоретический подход, представленный в данной главе, используется в дальнейшем в главе 3 при построении теории транспортных явлений в неупорядоченных системах с индивидуальными спиновыми текстурами.

2.2. Задача рассеяния

2.2.1. Теоретическая модель

Будем рассматривать двумерную систему (2D) с простым параболическим электронным спектром, в которой имеется обменное взаимодействие Гейзенберговского типа между носителями заряда и статическим полем $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = (S_\parallel \cos{(\chi\varphi+\gamma)}, S_\parallel \sin{(\chi\varphi+\gamma)}, \eta S_z)$ киральной спиновой текстуры (форм. 1.1). Мы ввели параметр $\eta = \pm 1$, который описывает направление

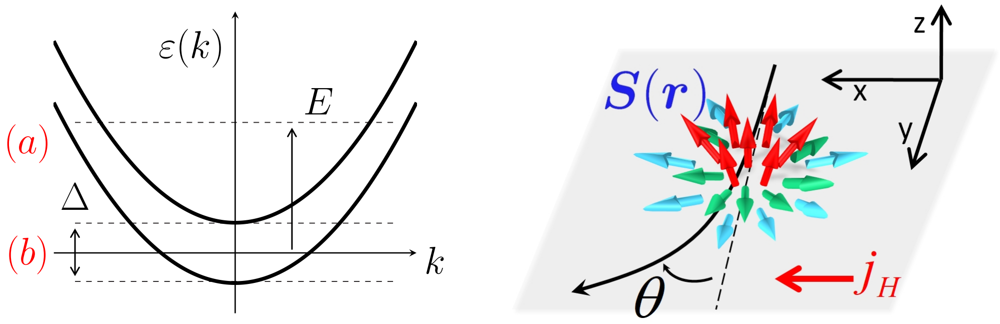

Рис. 2.1. (a) Спектр системы, величина спинового расщепления Δ (b) рассеяние электрона на киральной спиновой текстуре $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$.

z-компоненты спина и задает ориентацию спиновой текстуры, ось z направлена перпендикулярна плоскости движения (xy) электрона (см. рис. 2.1). Мы не учитываем обратное влияние электронов на спиновое поле $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ и не рассматриваем его динамику. Гамильтониан электрона в такой системе имеет вид:

$$\mathcal{H} = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m_0} - \alpha_0 \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \tag{2.1}$$

здесь m_0 - эффективная масса электрона в плоскости движения, $\boldsymbol{p}$ - оператор импульса в плоскости, α_0 - константа обменного взаимодействия, $\boldsymbol{\sigma}$ - оператор матриц Паули. Введем понятие размера спиновой текстуры a как области пространства, в которой отличны от нуля *все три* компоненты поля $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$. Спиновая текстура может быть сосредоточена в конечной области пространства ($\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \to 0$ при $r > a/2$), либо носить делокализованный характер, т.е. иметь постоянную компоненту $\boldsymbol{S}(r \to \infty) = \eta S_0 \boldsymbol{e}_z$ при $r > a/2$ (знак $\mathrm{sgn}(S_0) = +1$ считается фиксированным). В последнем случае величина $\eta S_0 \boldsymbol{e}_z$ влияет на спектр электрона и приводит к обменному расщеплению спиновых подзон. С учетом расщепления разделим полный Гамильтониан на две части:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + V(\boldsymbol{r}), \qquad \mathcal{H}_0 = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m_0} - \eta\frac{\Delta}{2}\hat{\sigma}_z, \qquad V(\boldsymbol{r}) = -\alpha_0 \delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \tag{2.2}$$

здесь $\mathcal{H}_0$ описывает невозмущенный спектр системы, $\Delta = 2\alpha_0 S_0$ - энергетическое расщепление между спиновыми подзонами, слагаемое $V(\boldsymbol{r})$ приводит к рассеянию электрона на отклонении спиновой текстуры $\delta\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) - \eta S_0 \boldsymbol{e}_z$ от однородной части.

Спектр системы, соответствующий свободному Гамильтониану $\mathcal{H}_0$ (см рис. 2.1a), представляет собой две параболы

$$\varepsilon_k^s = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} - s\eta\Delta, \tag{2.3}$$

раздвинутые на величину расщепления Δ (индекс $s = \pm 1/2$). Имеется два режима относительно положения энергии E: (a) движение возможно в обеих спиновых подзонах $E > \Delta/2$,

(b) движение возможно только в нижней подзоне $E < \Delta/2$, что соответствует случаю полуметалла. Всюду далее, если не указано обратное, мы предполагаем выполненным условие $E > \Delta/2$ и считаем, что оба спиновых состояния электрона доступны для движения. Импульс электрона с энергией E в спиновых подзонах различается в меру расщепления Δ:

$$(E > \Delta/2) \qquad k_s = \sqrt{2m_0(E + s\eta\Delta)/\hbar^2}, \quad s = \pm\frac{1}{2}. \tag{2.4}$$

Потенциал $V(\boldsymbol{r})$ приводит к *упругому* рассеянию электрона. Для спиновых текстур $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ из форм. 1.1 матрица потенциала рассеяния имеет вид:

$$V(r,\varphi) = -\alpha_0 \begin{pmatrix} \delta S_z(r) & e^{-i(\chi\varphi+\gamma)} S_\parallel(r) \\ e^{i(\chi\varphi+\gamma)} S_\parallel(r) & -\delta S_z(r) \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

Отметим, что наличие (x, y) компонент спиновой текстуры $S_{x,y}$ приводит к процессам рассеяния электрона с изменением своего спинового состояния. Важной особенностью матрицы $V(\boldsymbol{r})$ является гармоническая зависимость недиагональных компонентов от полярного угла, что приводит к асимметрии электронного рассеяния. Действительно, коммутатор потенциала и оператора углового момента $-i\partial_\varphi$ отличен от нуля

$$[V(\boldsymbol{r}), -i\partial_\varphi] = -\left[V(\boldsymbol{r}), \frac{\chi}{2}\sigma_z\right] \neq 0, \tag{2.6}$$

тем самым рассеяние в левую и правую полуплоскости происходит с разной вероятностью, т.е. асимметрично. При пропускании направленного потока электронов, например при приложении внешнего электрического поля, асимметричное рассеяние на киральных спиновых текстурах приводит к формированию потока электронов в поперечном направлении, что соответствует топологическому эффекту Холла. Исследование ТЭХ в рассматриваемой постановке состоит в изучении свойств асимметричного рассеяния.

Характер спиновой динамики электрона в поле киральной спиновой текстуры во многом определяет особенности асимметричного рассеяния; свойства ТЭХ в противоположных режимах слабой и сильной связи между электронным спином и $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ существенно различны. В случае, когда обменное расщепление Δ заметно меньше кинетической энергии E и обе спиновые подзоны доступны для свободного движения, поведение электронного спина можно описывать с помощью адиабатического параметра

$$\lambda_a = \omega_{ex}\tau, \tag{2.7}$$

здесь $\omega_{ex} = (2\alpha_0 S_0/\hbar)$, $\tau = a/v$ - время пролета через ядро структуру, a - диаметр спиновой текстуры, $v = \sqrt{2E/m_0}$ - средняя скорость частицы. Величина λ_a показывает успевает ли спин электрона при пролете через текстуру подстроиться под локальную ориентацию $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ (адиабатический режим $\lambda_a \gg 1$), или же действие поля сводится к небольшому повороту электронного спина после быстрого взаимодействия с $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ ($\lambda_a \lesssim 1$). Эту механику можно проиллюстрировать с помощью эволюции во времени двухуровневой системы, в которой ω_{ex} представляет собой частоту переходов между уровнями энергии, τ соответствует времени действия внешнего воздействия. Медленное возмущение ($\lambda_a \gg 1$), время действия которого τ существенно превосходит период собственных колебаний ω_{ex}^{-1} системы, не приводит к переходам между уровнями (спиновыми подзонами) в силу адиабатической теоремы [160]; спин налетающего на текстуру электрона после пролета через нее возвращается к своему начальному состоянию, тем самым рассеяние в каналах с переворотом спина подавлено. В рамках данной картины применима адиабатическая теория ТЭХ, основанная на фазе Берри [47]. В противоположном случае быстрого включения ($\lambda_a \lesssim 1$) возмущение приводит к переходам в двухуровневой системе; рассеяние электрона на спиновой текстуре сопровождается спин-флип процессами. Эта ситуация соответствует режиму слабой связи, когда применима теория ТЭХ, рассмотренная в работах [111]. Точное решение задачи рассеяния при произвольной величине λ_a составляет единое теоретическое описание ТЭХ, включающее в себя режимы слабой и сильной связи в качестве предельных случаев. Исследование свойств рассеяния электрона позволяет глубже понять процессы формирования асимметричного отклика, связанные с вращением спина в пространственной области кирального спинового упорядочения, и, в частности, дает возможность изучить поведение ТЭХ в случае промежуточных значений λ_a, когда происходит видоизменение движения электронного спина.

2.2.2. Параметры рассеяния

В данном разделе будут введены определенные параметры, описывающие рассеяние электрона на потенциале $V(\boldsymbol{r})$. Центральным объектом в задаче рассеяния является оператор T-матрицы, который удовлетворяет уравнению Липмана-Швингера [161]:

$$\hat{T}(z) = V + V\hat{G}_0(z)\hat{T}(z), \tag{2.8}$$

здесь $\hat{G}_0(z) = (z - \mathcal{H}_0)^{-1}$ - резольвента (гриновский оператор) свободного Гамильтониана $\mathcal{H}_0$, параметр z в уравнении 2.8 является произвольным комплексным числом, для которого определен оператор $\hat{G}_0(z)$. Потенциал рассеяния $V(\boldsymbol{r})$ является матрицей 2×2, так что в случае энергии электрона $E > \Delta/2$ имеются четыре канала рассеяния

$$|\uparrow\rangle \to |\uparrow\rangle \qquad |\downarrow\rangle \to |\downarrow\rangle \qquad\qquad |\uparrow\rangle \to |\downarrow\rangle \qquad |\downarrow\rangle \to |\uparrow\rangle, \tag{2.9}$$

два канала без изменения спинового состояния и два канала с переворотом спина. Для описания процессов упругого рассеяния электрона, т.е. переходов $(\boldsymbol{k}', s') \to (\boldsymbol{k}, s)$ с сохранением полной энергии E, требуется знать T-матрицу на энергетической поверхности:

$$T_{kk'}^{ss'} \equiv \lim_{\delta \to 0} \langle \boldsymbol{k} s | \hat{T}(E + i\delta) | \boldsymbol{k}' s' \rangle. \tag{2.10}$$

Нахождение T-матрицы путем итерационного решения уравнения 2.8 представляется уместным, когда применима теория возмущений. Другой подход основан непосредственно на решении уравнения Шредингера с полным гамильтонианом $\mathcal{H}$. В этом случае требуется определить асимптотическую форму стационарной волновой функции $\Psi(\boldsymbol{r})$, которая удовлетворяется уравнению:

$$\big(\mathcal{H}_0 + V(\boldsymbol{r})\big)\Psi(\boldsymbol{r}) = E\Psi(\boldsymbol{r}). \tag{2.11}$$

Вдали от рассеивателя ($r \gg a$) волновая функция $\Psi(\boldsymbol{r})$ имеет вид:

$$\begin{aligned} &\Psi(r, \varphi) = \psi_{in} + \psi_{sc}, \\ &\psi_{in} = \begin{pmatrix} e^{i\boldsymbol{k}'_\uparrow \boldsymbol{r}} u_\uparrow \\ e^{i\boldsymbol{k}'_\downarrow \boldsymbol{r}} u_\downarrow \end{pmatrix}, \qquad \psi_{sc}(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{r}} \begin{pmatrix} e^{ik_\uparrow r} \left(f_{\uparrow\uparrow} u_\uparrow + f_{\uparrow\downarrow} u_\downarrow\right) \\ e^{ik_\downarrow r} \left(f_{\downarrow\uparrow} u_\uparrow + f_{\downarrow\downarrow} u_\downarrow\right) \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{2.12}$$

здесь радиус вектор в полярных координатах $\boldsymbol{r} = (r, \varphi)$, функция ψ_{in} описывает плоскую налетающую волну с энергией E и направлением импульса $\boldsymbol{n}' = (\cos\varphi', \sin\varphi')$, величина волнового вектора различается для двух спиновых подзон $\boldsymbol{k}'_s = (k_s, \varphi')$, где k_s приведены в форм. 2.4, коэффициенты $u_{1,2}$ определяют начальную поляризацию электронной волны ($|u_1|^2 + |u_2|^2 = 1$). Второе слагаемое ψ_{sc} описывает расходящуюся цилиндрическую волну, величина $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ является амплитудой рассеяния, полярный угол φ понимается как направление рассеянной плоской волны $\boldsymbol{k}_s = (k_s, \varphi)$, угол рассеяния $\theta = \varphi - \varphi'$. Функция $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ определяется $V(\boldsymbol{r})$ и связана с T-матрицей на энергетической поверхности [162]:

$$T_{kk'}^{ss'} = -\frac{\hbar^2}{m_0} \sqrt{\frac{2\pi k_s}{i}} f_{ss'}(\varphi, \varphi'). \tag{2.13}$$

Представление T-матрицы через $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ особенно удобно при решении задачи в рамках фазовой теории рассеяния (см. раздел 2.4).

Наблюдаемые характеристики рассеяния представляют собой квадратичные формы $f_{ss'}$ или T-матрицы. Дифференциальное сечение рассеяния определяется по амплитуде рассеяния в каждом из четырех каналов следующим образом:

$$\begin{aligned} &\frac{d\sigma_{ss'}}{d\theta} = \frac{k_s}{k_{s'}} |f_{ss'}(\varphi, \varphi')|^2 \equiv G_{ss'}(\theta) + \Sigma_{ss'}(\theta), \\ &G_{ss'}(\theta) = G_{ss'}(-\theta), \qquad \Sigma_{ss'}(\theta) = -\Sigma_{ss'}(-\theta), \end{aligned} \tag{2.14}$$

здесь $\theta = \varphi - \varphi'$ - угол рассеяния, $G_{ss'}(\theta), \Sigma_{ss'}(\theta)$ являются четными и нечетными функциями угла θ соответственно. Киральный характер спиновой текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ приводит к появлению асимметричной части сечения рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$, которая определяет топологический эффект Холла. Отметим, что зависимость $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ по-отдельности от полярных углов φ, φ' при вычислении сечения рассеяния не проявляется, $d\sigma_{ss'}/d\theta$ зависит только от разницы $\theta = \varphi - \varphi'$ (подробнее см.разделы 2.4.1,2.3.2).

При описании транспортных свойств системы (см. раздел 3.2.3) удобно использовать темп рассеяния, т.е. число переходов в единицу времени, которое непосредственно связано с квадратом модуля T-матрицы. Безразмерный темп рассеяния имеет вид:

$$\nu^2 |T_{kk'}^{ss'}|^2 = \mathcal{G}_{ss'}(\theta) + \mathcal{J}_{ss'}(\theta), \qquad \nu = \frac{m_0}{2\pi\hbar^2}, \tag{2.15}$$
$$\mathcal{G}_{ss'}(\theta) = \mathcal{G}_{ss'}(-\theta) \qquad \mathcal{J}_{ss'}(\theta) = -\mathcal{J}_{ss'}(-\theta),$$

здесь ν - 2D плотность состояний. Преимущество описания асимметричного рассеяния в терминах темпов $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ по сравнению с языком сечений рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$ состоит в том, что через интегральные характеристики $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ непосредственно выражается холловское сопротивление ρ_{yx}^T, что накладывает дополнительную симметрию на поведение $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$.

2.2.3. Симметрия темпов рассеяния

Симметрия по отношению к инверсии времени ($\mathcal{T}$-симметрия) приводит к определенным соотношениям между темпами переходов ($\mathcal{G}_{ss'}, \mathcal{J}_{ss'}$) в различных каналах. Требование инвариантности рассеяния по отношению к $\mathcal{T}$-симметрии заключается в том, что число переходов в единицу времени, соответствующее процессу $(\boldsymbol{p}', s') \to (\boldsymbol{p}, s)$ с углом рассеяния $\theta = \varphi - \varphi'$ в спиновом поле $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, должно быть равно числу переходов в процессе $(-\boldsymbol{p}, \bar{s}) \to (-\boldsymbol{p}', \bar{s}')$ с противоположным $-\theta$, но происходящем в перевернутом спиновом поле $-\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ (индекс $\bar{s} = -s$ обозначает спиновое состояние, противоположное $s = \pm 1/2$). Переворот спиновой текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \to -\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ соответствует замене параметров следующим образом $\chi \to \chi$, $\gamma \to \gamma + \pi$, и $\eta \to -\eta$. В разделах (2.3.2,2.5.1) показывается, что наблюдаемые характеристики рассеяния не чувствительны к спиральности γ, таким образом влияние переворота поля $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \to -\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ на темпы рассеяния сводится к изменению ориентации η. В результате требование $\mathcal{T}$-симметрии имеет вид:

$$\mathcal{G}_{ss'}(\theta, \eta) + \mathcal{J}_{ss'}(\theta, \eta) = \mathcal{G}_{\bar{s}'\bar{s}}(-\theta, -\eta) + \mathcal{J}_{\bar{s}'\bar{s}}(-\theta, -\eta). \tag{2.16}$$

Учитывая, что $\mathcal{G}_{ss'}(\theta, \eta) = \mathcal{G}_{ss'}(-\theta, \eta)$ и $\mathcal{J}_{ss'}(\theta, \eta) = -\mathcal{J}_{ss'}(-\theta, \eta)$ получаем соотношения отдельно для четного и нечетного темпов рассеяния:

$$\begin{aligned}\mathcal{G}_{ss'}(\theta,\eta) &= \mathcal{G}_{\bar{s}'\bar{s}}(\theta,-\eta),\\ \mathcal{J}_{ss'}(\theta,\eta) &= -\mathcal{J}_{\bar{s}'\bar{s}}(\theta,-\eta).\end{aligned} \tag{2.17}$$

Соотношения (2.17) определяют симметрию между каналами рассеяния с противоположными спиновыми состояниями. Отметим, что интересующее нас асимметричное рассеяние дополнительно содержит отрицательный знак. Слагаемые $\mathcal{J}_{ss'}(\theta,\eta)$, удовлетворяющие условиям (2.17), допускают крайне удобное представление. Для каналов рассеяния без переворота спина имеем

$$\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta) = -\mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta,-\eta). \tag{2.18}$$

В силу соотношения 2.18 только две из четырех функций $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\pm1),\mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta,\pm1)$ являются независимыми. Введем симметричную и антисимметричную комбинацию величин $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta)$, $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,-\eta)$ по отношению к η:

$$\begin{aligned}\mathit{\Gamma}(\theta,\eta) &= \frac{1}{2}\left(\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta)-\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,-\eta)\right),\\ \Pi(\theta) &= \frac{1}{2}\left(\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta)+\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,-\eta)\right).\end{aligned} \tag{2.19}$$

Ориентация спиновой текстуры принимает только два значения $\eta=\pm1$, в результате функция $\Pi(\theta)$ не зависит от η, в то время как $\mathit{\Gamma}(-\eta)=-\mathit{\Gamma}(\eta)$. Выделим зависимость $\mathit{\Gamma}(\eta)$ от η в явном виде: $\mathit{\Gamma}(\eta,\theta)\equiv\eta\mathit{\Gamma}_1(\theta)$, где $\mathit{\Gamma}_1(\theta)$ больше не зависит от параметра η. Выражая обратно темпы рассеяния в каналах без переворота спина и используя симметрию (2.18), получаем следующее представление:

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta) &= \eta\mathit{\Gamma}_1(\theta)+\Pi(\theta),\\ \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta,\eta) &= \eta\mathit{\Gamma}_1(\theta)-\Pi(\theta).\end{aligned} \tag{2.20}$$

Каналы рассеяния с переворотом спина располагают дополнительной симметрией, связанной с эрмитовостью Гамильтониана $\mathcal{J}_{\uparrow\downarrow}(\theta,\eta)=\mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}(\theta,\eta)$; таким образом для спин-флип рассеяния можно ввести лишь одну независимую функцию. Слагаемые $\mathcal{J}_{\uparrow\downarrow}$ можно представить следующим образом:

$$\mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}(\theta,\eta) = \mathcal{J}_{\uparrow\downarrow}(\theta,\eta) = \eta\mathit{\Gamma}_2(\theta), \tag{2.21}$$

где $\mathit{\Gamma}_2(\theta)$ не зависит от η.

Полученные соотношения (2.20,2.21) имеют важную физическую интерпретацию. Слагаемое $\Pi(\theta)$ имеет противоположный знак для электронов с положительной и отрицательной проекцией спина. Это слагаемое описывает спин-зависимое асимметричное рассеяние, при котором происходит разделение спинов в поперечном направлении - спиновый эффект Холла.

Важно заметить, что помимо $\Pi(\theta)$ симметрия рассеяния на спиновой текстуре *допускает* существование слагаемых $\eta\Gamma_{1,2}(\theta)$, которые описывают асимметричное рассеяние электронов в определенном перпендикулярном направлении *независимо* от спинового состояния; этот процесс не сопровождается поперечным разделением спинов. Слагаемые $\eta\Gamma_{1,2}(\theta)$ по симметрии соответствуют нормальному эффекту Холла, знак эффекта определяется ориентацией η текстуры. Как будет показано дальше в диссертации, спиновый эффект Холла, обусловленный $\Pi(\theta)$ и актуальный для режима адиабатически медленного движения спина $\lambda_a \gg 1$, *сменяется* зарядовым откликом $\eta\Gamma_{1,2}(\theta)$ в режиме слабой связи $\lambda_a \lesssim 1$.

2.3. Теория возмущений и режим слабой связи

Режим слабой связи реализуется в случае малых значений адиабатического параметра $\lambda_a \lesssim 1$. При движении в поле киральной спиновой текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ происходит прецессия спина электрона, так что после вылета из области локализации текстуры электронный спин поворачивается на малый угол относительно начального положения. Если до взаимодействия с текстурой $\delta\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ электрон находился в состоянии $|\uparrow\rangle$, то спиновое состояние после рассеяния, соответствующее повернутому вектору спина, является суперпозицией спиноров $|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle$, т.е. имеют место процессы с переворотом спина. Предполагая константу обменного взаимодействия α_0 малой по сравнению с энергией E, мы будем искать асимметричную часть $\Sigma_{ss'}(\theta)$ сечения рассеяния в рамках теории возмущений, т.е. в виде разложения по степеням α_0/E. При расчете сечения рассеяния в рамках теории возмущений удобно пользоваться уравнением 2.8 на T-матрицу. Из форм. (2.13,2.14) получаем, что сечение рассеяния связано с $T^{ss'}_{kk'}$ следующим образом:

$$\frac{d\sigma_{ss'}}{d\theta} = \frac{m_0^2}{2\pi\hbar^4 k_{s'}}\left|T^{ss'}_{kk'}\right|^2. \tag{2.22}$$

Пространственные корреляции магнитных моментов киральной спиновой текстуры, приводящие к поперечному отклику, проявляются при двукратном рассеянии электрона на различных спиновых центрах с виртуальным распространением между ними, т.е. во втором порядке теории возмущений. T-матрица в этом приближении дается выражением:

$$T^{ss'}_{kk'} = V^{ss'}_{kk'} + \sum_{q,s''} V^{ss''}_{kq} G^{s''}_0(\boldsymbol{q}, E) V^{s''s'}_{qk'}, \tag{2.23}$$

$$G^s_0(\boldsymbol{q}, E) = \frac{1}{(E - \varepsilon^s_q + i0)},$$

где G_0^s - функция Грина свободного движения для Гамильтониана $\mathcal{H}_0$, преобразование Фурье потенциала рассеяния $V_{kk'}^{ss'}$ имеет вид:

$$V_{kk'}^{ss'} = \int d\boldsymbol{r} e^{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\cdot\boldsymbol{r}} V_{ss'}(\boldsymbol{r}). \tag{2.24}$$

Асимметричная часть сечения рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$ в режиме слабой связи допускает представление в виде комбинаций спиновой киральности в реальном пространстве, данные результаты излагаются в разделе 2.3.1. В разделе 2.3.2 приводится вычисление простого аналитического выражения $\Sigma_{ss'}(\theta)$ в приближении текстуры малого радиуса.

2.3.1. Связь $\Sigma_{ss'}(\theta)$ со спиновой киральностью, зарядовый поперечный отклик

Произведем вычисление $\Sigma_{ss'}(\theta)$, удерживая в $V_{kk'}^{ss'}$ представление спиновой текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в реальном пространстве. Мы покажем, что $\Sigma_{ss'}(\theta)$ определяется корреляционными функциями спиновой киральности, аналогичными формуле 1.8, полученной в работе [111]. Будем предполагать, что волновые вектора $k_\uparrow \approx k_\downarrow \equiv k = \sqrt{2m_0E/\hbar^2}$ и свободные функции Грина $G_0^\uparrow \approx G_0^\downarrow$ слабо различаются в спиновых подзонах, что допустимо в силу малости отношения α_0/E. Выразим $V_{kk'}^{ss'}$ в явном виде через спиновое поле $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в реальном пространстве

$$V_{kk'}^{ss'} = -\alpha_0 \int d\boldsymbol{r} e^{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\cdot\boldsymbol{r}} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{ss'} \tag{2.25}$$

и будем следить за различными симметрийными комбинациями $\boldsymbol{S}$; в этом приближении мы также не будем различать $\boldsymbol{S}$ и $\delta\boldsymbol{S}$. При возведении T-матрицы из форм. 2.23 по модулю в квадрат возникают слагаемые с различной степенью α_0. Слагаемые второго порядка α_0^2 являются доминирующими по величине, но не приводят к асимметрии рассеяния. Как показано в работе [111], топологический эффект Холла в режиме слабой связи пропорционален спиновой киральности $\boldsymbol{S}_1 \cdot [\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$, которая формируется *тремя* спинами, расположенными в различных точках пространства. Первое слагаемое в сечении рассеяния 2.22, связанное с тремя спинами, возникает в результате интерференции однократного и двукратного актов рассеяния в форм. 2.23 и появляется в третьем порядке α_0^3. Явное выражение для спин-киральной части сечения рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$ может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned}
&\Sigma_{ss'}(\theta) = A\mathrm{Im} \int d\boldsymbol{r}_1 d\boldsymbol{r}_2 G_0(r_{12}, E) e^{-i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_2)} \hat{K}_{ss'}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2), \qquad A = \alpha_0^3 \frac{m_0^2}{8\pi\hbar^4 k}, \\
&\hat{K}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \hat{I} g_z(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) + \hat{\sigma}_x \big(g_x(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) + g_y(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)\big), \\
&g_\alpha(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \int d\boldsymbol{r} \big[\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r}_1) \times \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r}_2)\big]_\alpha \boldsymbol{S}_\alpha(\boldsymbol{r}),
\end{aligned} \tag{2.26}$$

здесь $G_0(r, E)$ - свободная функция Грина в координатно-энергетическом представлении, $\hat{I}$ единичная матрица 2×2, $\hat{\sigma}_x$ - первая матрица Паули, g_α - корреляционные функции спиновой киральности, индекс $\alpha = (x, y, z)$.

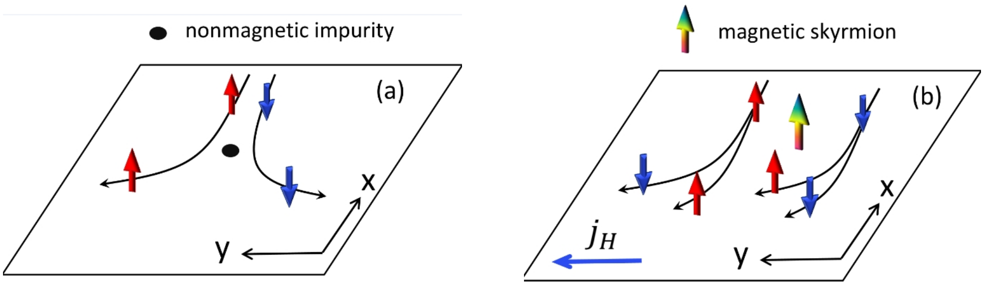

Рис. 2.2. Различные механизмы ρ_{yx}. (a) Аномальный эффект Холла, обусловленный спин-зависимым skew рассеянием. (b) Топологический эффект Холла, обусловленный спин-независимым асимметричным рассеянием на киральных спиновых текстурах.

Формулы 2.26 содержат *важнейшую* симметрийную информацию о холловском отклике, обусловленном киральным спиновым порядком среды. Оказывается, что асимметричная часть сечения рассеяния в различных каналах удовлетворяет следующим соотношениям

$$\Sigma_{\uparrow\uparrow}(\theta) = \Sigma_{\downarrow\downarrow}(\theta), \qquad \Sigma_{\uparrow\downarrow}(\theta) = \Sigma_{\downarrow\uparrow}(\theta), \tag{2.27}$$

из которых следует, что *независимо* от спинового состояния, электрон предпочтительно рассеивается в *уникальном* перпендикулярном направлении. Тип асимметрии рассеяния (знак слагаемых $\Sigma_{ss'}$ при $\theta \in [0,\pi]$) как в каналах без переворота спина, так и в каналах с переворотом спина, не зависит от начального спинового состояния электрона и определяется спиновой киральностью (функции g_α в форм. 2.26); в частности, знак эффекта меняется при замене $S_z \to -S_z$ (или $\eta \to -\eta$) или закрученности $\chi \to -\chi$. Рассматривая полученный результат в контексте симметрийного анализа темпов рассеяния (2.20,2.21), мы видим, что в режиме слабой связи асимметричное рассеяние определяется слагаемыми $\Gamma_{1,2}$.

Рассмотрим феноменологию холловского сопротивления ρ_{yx} в системах с киральными спиновыми текстурами. Подробное исследование ρ^T_{yx}, соответствующее вкладу от топологического эффекта Холла, приводится в главе; здесь мы остановимся на наиболее существенных свойствах ТЭХ, которые следуют из полученного результата для $\Sigma_{ss'}(\theta)$ в режиме слабой связи. Внешнее электрическое поле E_x, приложенное вдоль оси x, приводит как к продольному j_x, так и к поперечному току $j_y = \rho_{yx}E_x$. Поперечное сопротивление ρ_{yx} содержит различные вклады $\rho_{yx} = \rho^{\mathcal{O}}_{yx} + \rho^{\mathcal{A}}_{yx} + \rho^T_{yx}$, здесь $\rho^{\mathcal{O}}_{yx}$, $\rho^{\mathcal{A}}_{yx}$ соответствуют нормальному и аномальному эффектам Холла. Важно заметить, что существует фундаментальное различие между вкладами в холловское сопротивление $\rho^{\mathcal{A}}_{yx}, \rho^T_{yx}$, обусловленными намагниченностью среды.

Микроскопические механизмы аномального эффекта Холла связаны с релятивистским спин-орбитальным взаимодействием и обязательно приводят к поперечному *спиновому* току. В частности, skew-scattering механизм $\rho^{\mathcal{A}}_{yx}$ обусловлен асимметричным рассеянием электронов с различной проекцией спина в противоположных поперечных направлениях (см. рис. 2.2(a)), что создает спиновый поперечный ток. Наблюдение подобных эффектов спин-зависимого рассеяния в зарядовом транспорте возможно только в меру ненулевой спиновой поляризации электронного газа, которая конвертирует спиновый поперечный ток в зарядовый.

Топологический эффект Холла в режиме слабой связи, напротив, обусловлен процессами *спин-независимого* асимметричного рассеяния электронов; его знак определяется как ориентацией η, так и закрученностью χ спиновых текстур. В этом случае ρ^T_{yx} не связано со спиновой поляризацией 2DEG и остается конечной даже для абсолютно спин-неполяризованного газа. В частности, оказывается возможным экспериментально разделить вклады от аномального и топологического эффектов Холла; при инжекции спин-неполяризованных носителей в систему *только* спин-независимое асимметричное рассеяние, обусловленное спиновой киральностью, будет приводить к дополнительному поперечному напряжению. Отметим, что с точки зрения симметрии спиновая киральность триады центров χ_{123} представляет собой z-компоненту эффективного магнитного поля, тем самым в случае аналитической связи между ρ_{yx} и χ_{123} спиновая киральность должна приводить к поперечному току *независимо* от спинового состояния электрона, по аналогии с нормальным эффектом Холла и спин-независимым внешним магнитным полем.

Отметим, что ключевую роль в формировании асимметричного *зарядового* отклика при $\lambda_a \lesssim 1$ играют процессы с переворотом спина, характерные лишь для режима слабой связи. Рассмотрим в качестве иллюстрации рассеяние электрона на триаде одиночных спинов $\boldsymbol{S}_{1,2,3}$ (см рис.2.3(a)). В каналах рассеяния без изменения спинового состояния спиновая киральность $\boldsymbol{S}_1 \cdot [\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$ проявляется, например, при интерференции между однократным актом рассеяния без переворота спина на первом центре $\boldsymbol{S}_1$ и двукратного рассеяния с переворотом спина на оставшихся двух центрах $\boldsymbol{S}_{2,3}$. Соответствующие диаграммы для квадрата T-матрицы представлены на рис. 2.3(b). Важнейшей особенностью такого рода процессов является сохранение уникального знака для обоих проекций спина электрона $s = \pm 1/2$. Действительно, преобразование Фурье потенциала трех одиночных спинов имеет вид:

$$V_{kk'} = -\alpha_0 \big(\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma} + e^{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}_2} \boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma} + e^{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}_3} \boldsymbol{S}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma} \big), \tag{2.28}$$

мы предполагаем, что центр $\boldsymbol{S}_1$ находится в начале координат, $\boldsymbol{r}_{2,3}$ - положение $\boldsymbol{S}_{2,3}$. Амплитуда однократного рассеяния электрона без переворота спина на центре $\boldsymbol{S}_1$ описывается величиной $T^{ss}_{kk'} = -\alpha_0 (\sigma_z)_{ss} S_{1,z}$ и имеет разный знак для $s = \pm 1/2$ состояний. Вклад в амплитуду рассеяния, обусловленный процессами двукратного рассеяния электрона на оставшихся спиновых центрах $\boldsymbol{S}_{2,3}$ имеет вид:

$$\delta T_{kk'} = \alpha_0^2 G_0(r_{23}, E)\Big(e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_2} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_3} \left(\boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right)\left(\boldsymbol{S}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right) + e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_3} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_2} \left(\boldsymbol{S}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right)\left(\boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right)\Big). \tag{2.29}$$

Используя соотношение для матриц Паули

$$\left(\boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right)\left(\boldsymbol{S}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right) = \boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{S}_3 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right],$$

мы видим, что в амплитуде $\delta T_{kk'}$ присутствует киральное слагаемое $i\boldsymbol{\sigma} \cdot [\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$, обусловленное процессами двукратного спин-флип рассеяния на различных (x, y) компонентах $\boldsymbol{S}_{2,3}$; соответствующий вклад в амплитуду рассеяния для канала с сохранением спина дается:

$$\delta T_{kk'}^{ss} = i\alpha_0^2 G_0(r_{23}, E)\left(e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_2} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_3} - e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_3} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_2}\right)\left(\boldsymbol{\sigma}\right)_{ss} \cdot \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right] + \ldots \tag{2.30}$$

Амплитуда двукратного спин-флип рассеяния электрона на спиновых центрах $\boldsymbol{S}_{2,3}$, связанная с киральным слагаемым $[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$, также характеризуется противоположным знаком в различных спиновых подзонах. Смена знака для положительной и отрицательной проекции спина электрона в этом процессе происходит при обходе двух центров $\boldsymbol{S}_{2,3}$, формирующих векторное произведение $[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$. При возведении амплитуды рассеяния по модулю в квадрат в каналах без переворота спина знак амплитуды однократного и двукратного процессов рассеяния, связанных с киральным произведением $[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$, будет скомпенсирован; итоговое выражение, включающее вклад от спиновой киральности, имеет вид:

$$2\mathrm{Re}\left[T_{kk'}^{ss,*} \delta T_{kk'}^{ss}\right] = -\alpha_0^3 \Big(S_{1,z} \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right]_z\Big) 2\mathrm{Im}[G_0(r_{23}, E)(e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_2} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_3} - e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_3} e^{i\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}_2})] + \ldots \tag{2.31}$$

Слагаемое, чувствительное к $S_{1,z} \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right]_z$, не зависит от начального спинового состояния электрона. Рассмотрение этого механизма в каналах с переворотом спина носит аналогичный характер, знаки однократного спин-флип рассеяния и двукратного рассеяния с одним процессом сохранения спина в точности компенсируются, итоговое выражение для асимметричной части квадрата модуля T-матрицы связано с $(S_{1,x} \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right]_x + S_{1,y} \left[\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3\right]_y)$. Формула 2.26 является естественным обобщением результатов для спиновой триады на случай непрерывной спиновой текстуры, состоящей из большого числа спиновых центров.

2.3.2. Рассеяние на спиновой текстуре малого радиуса

Полученное выражение 2.26 для асимметричной части $\Sigma_{ss'}(\theta)$ сечения рассеяния в явном виде опирается на комбинации спиновой киральности в реальном пространстве. Более простую аналитическую формулу можно получить в случае спиновой текстуры малого радиуса $kr_0 \lesssim 1$. Вычисление будем производить для безразмерных темпов рассеяния $\mathcal{G}_{ss'}(\theta), \mathcal{J}_{ss'}(\theta)$

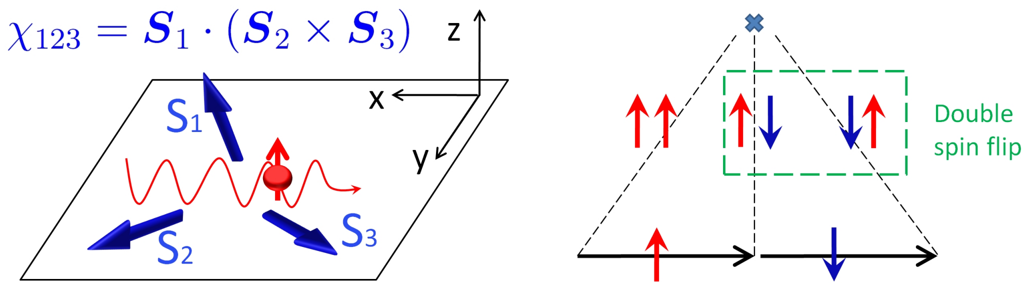

Рис. 2.3. (a) Рассеяние электрона на триаде неколлинеарных спинов. (b) Диаграмма процессов, приводящих к асимметричному рассеянию.

определенных в форм. 2.15; как и в предыдущем разделе будем считать, что волновые вектора в спиновых подзонах слабо отличаются $k_\uparrow \approx k_\downarrow \approx k = \sqrt{2m_0 E/\hbar^2}$. Мы также ограничимся наиболее распространенным случаем закрученности $\chi = \pm 1$. Выпишем еще раз уравнение для T-матрицы во втором порядке теории возмущений:

$$T_{kk'}^{ss'} = V_{kk'}^{ss'} + \sum_{k'',s''} \frac{V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'}}{E - \varepsilon_{k''}^{s''} + i0}.$$

Матричный элемент потенциала рассеяния $V(\boldsymbol{r})$ из форм. 2.5 имеет вид:

$$V_{kk'}^{ss'} = -\alpha_0 \begin{pmatrix} \delta S_z(q) & -ie^{-i(\chi\varphi_q+\gamma)} S_\parallel(q) \\ -ie^{i(\chi\varphi_q+\gamma)} S_\parallel(q) & -\delta S_z(q) \end{pmatrix}_{ss'}, \tag{2.32}$$

$$\delta S_z(q) = 2\pi \int_0^\infty r dr J_0(qr) \eta \delta S_z(r), \quad S_\parallel(q) = 2\pi \int_0^\infty r dr J_1(qr) S_\parallel(r),$$

здесь $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}' \equiv (q, \varphi_q)$, φ_q - полярный угол, $q = 2k|\sin\theta/2|$, $J_{0,1}$ - функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно. Фазовый множитель $e^{\pm i\chi\varphi_q}$ можно представить в виде:

$$e^{i\chi\varphi_q} = \frac{k}{|q|}\left(e^{i\chi\varphi} - e^{i\chi\varphi'}\right), \tag{2.33}$$

откуда следует, что матричный элемент $V_{kk'}^{ss'}$, а вместе с ним и амплитуда рассеяния, зависят *по-отдельности* от полярных углов φ, φ'. Нас интересует случай спиновой текстуры малого радиуса $kr_0 \lesssim 1$, тогда в интегралах для матричных элементов $\delta S_z, S_\parallel$ (форм. 2.25) можно заменить функции Бесселя их приближенным выражением в нуле $J_0(x) \approx 1$, $J_1(x) \approx x/2$:

$$\delta S_z(q) = 2\pi \int_0^{r_0} r dr \eta \delta S_z(r), \quad S_\parallel(q) = \pi q \int_0^{r_0} r^2 dr S_\parallel(r). \tag{2.34}$$

Выделим в явном виде размерные множители:

$$\delta S_z = 2\pi r_0^2 \mathcal{I}_z, \qquad \mathcal{I}_z = \eta \int\limits_0^1 x dx \delta S_z(r_0 x), \tag{2.35}$$

$$S_\parallel(q) = 2\pi |\sin\theta/2|(kr_0^3)\mathcal{I}_\parallel, \qquad \mathcal{I}_\parallel = \int\limits_0^1 x^2 dx S_\parallel(r_0 x).$$

Теперь вся зависимость от угла рассеяния θ и радиуса текстуры r_0 приводится в явном виде, конкретный вид профиля спинового распределения влияет на значение безразмерных интегралов $\mathcal{I}_{z,\parallel}$. Отметим, что в рассматриваемом приближении $\delta S_z(q)$ не зависит от θ.

В низшем порядке теории возмущений T-матрица совпадает с матричным элементом $T_{kk'}^{ss'} = V_{kk'}^{ss'}$. В этом приближении отсутствует асимметричное рассеяние $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$, симметричная часть $\mathcal{G}_{ss'}(\theta)$ дается:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\uparrow\uparrow}(\theta) = \mathcal{G}_{\downarrow\downarrow}(\theta) &= \left(\frac{\alpha_0}{2E}\right)^2 (kr_0)^4 \cdot \mathcal{I}_z^2 \\ \mathcal{G}_{\uparrow\downarrow}(\theta) = \mathcal{G}_{\downarrow\uparrow}(\theta) &= \left(\frac{\alpha_0}{2E}\right)^2 (kr_0)^6 \cdot \mathcal{I}_\parallel^2 \times \frac{1-\cos\theta}{2}. \end{aligned} \tag{2.36}$$

Рассеяние в каналах без переворота спина является изотропным, эта ситуация аналогична s-рассеянию на короткодействующем потенциале. Рассеяние в каналах с переворотом спина содержит угловую зависимость; в частности подавляется рассеяние на малые углы $\theta \approx 0°$. Отметим также, что величина темпов рассеяния с переворотом спина $\mathcal{G}_{\uparrow\downarrow}(\theta)$ параметрически меньше диагональных слагаемых $\mathcal{G}_{\uparrow\uparrow}(\theta)$ в меру дополнительного множителя $(kr_0)^2$.

Перейдем к вычислению асимметричных слагаемых $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$. Поправка к T-матрице во втором порядке теории возмущений имеет вид:

$$\delta T_{kk'}^{ss'} = \sum_{\boldsymbol{k''},s''} \frac{V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'}}{E - \varepsilon_{k''}^{s''} + i0} = \mathcal{P} \sum_{\boldsymbol{k''},s''} \frac{V_{kk''}^{ss''} V_{k''k}^{s''s'}}{E - \varepsilon_{k''}^{s''}} - i\pi \sum_{\boldsymbol{k}'',s''} \delta\left(E - \varepsilon_{\boldsymbol{k''}}^{s''}\right) V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'}. \tag{2.37}$$

Первое слагаемое, включающее интеграл в смысле главного значения $\mathcal{P}$, соответствует коррекции симметричного темпа рассеяния $\mathcal{G}_{ss'}$ более высокого порядка, им мы будет пренебрегать. Второе слагаемое с дельта функцией $\delta(x)$ при интерференции с амплитудой в первом борновском приближении $V_{kk'}^{ss'}$ приводит к появлению асимметричных слагаемых $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$:

$$\mathcal{J}_{kk'}^{ss'} = \nu^2 (2\pi) \mathrm{Im}\Big[\left(V_{kk'}^{ss'}\right)^* \sum_{\boldsymbol{k}'',s''} \delta\left(E - \varepsilon_{k''}^{s''}\right) V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'}\Big] = \nu^3 \sum_{s''} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi'' \mathrm{Im}\left[V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'} V_{k'k}^{s's}\right]. \tag{2.38}$$

При замене $k \leftrightarrow k'$, $s \leftrightarrow s'$ слагаемые $\mathcal{J}_{kk'}^{ss'}$ действительно меняют знак:

$$\mathcal{J}_{k'k}^{s's} = \nu^3 \sum_{s''} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi'' \mathrm{Im}\left[V_{k'k''}^{s's''} V_{k''k}^{s''s} V_{kk'}^{ss'}\right] = \nu^3 \sum_{s''} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi'' \mathrm{Im}\left[\left(V_{kk''}^{ss''} V_{k''k'}^{s''s'} V_{k'k}^{s's}\right)^*\right] = -\mathcal{J}_{kk'}^{ss'}. \tag{2.39}$$

Рассмотрим вначале рассеяние в каналах без переворота спина. Амплитуда рассеяния в первом борновском приближении $V^{ss}_{kk'}$ является чисто вещественной, мнимая часть произведения трех матричных элементов в форм.2.38 отлична от нуля только для процессов с двухкратным переворотом спина (например $\mathrm{Im}[V^{\uparrow\uparrow}_{kk'}V^{\uparrow\downarrow}_{kk''}V^{\downarrow\uparrow}_{k''k'}] \neq 0$), что находится в полном согласии с микроскопической картиной, изложенной в предыдущем разделе. Учитывая явную форму $V^{ss'}_{kk'}$ в приближении малого размера (форм. 2.32, 2.35), выражение для $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ принимает вид:

$$\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta) = \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta) = \left(\frac{\alpha_0}{2E}\right)^3 \frac{(kr_0)^8}{4} \left(\mathcal{I}_z\mathcal{I}_\parallel^2\right) \times \int\limits_0^{2\pi} d\varphi''\mathrm{Im}\left[(e^{-i\chi\varphi} - e^{-i\chi\varphi''})(e^{i\chi\varphi''} - e^{i\chi\varphi'})\right]. \quad (2.40)$$

Отметим, что противоположные знаки амплитуды рассеяния без переворота спина в первом борновском приближении в каналах $s = \pm 1/2$ компенсируются комплексно сопряженными выражением в аргументе мнимой части форм. 2.40. Интеграл по углу легко вычисляется:

$$\int\limits_0^{2\pi} d\varphi''\mathrm{Im}\left[(e^{-i\chi\varphi} - e^{-i\chi\varphi''})(e^{i\chi\varphi''} - e^{i\chi\varphi'})\right] = -2\pi\mathrm{Im}\left[1 + e^{-i\chi\theta}\right] = 2\pi\sin(\chi\theta).$$

В итоге для каналов без переворота спина имеем

$$\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta) = \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta) = \mathrm{sgn}(\chi)\frac{\pi}{2}\left(\frac{\alpha_0}{2E}\right)^3 (kr_0)^8 \left(\mathcal{I}_z\mathcal{I}_\parallel^2\right) \times \sin\theta. \quad (2.41)$$

Вычисление $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ для каналов с переворотом спина носит аналогичный характер, темп рассеяния также обусловлен интерференцией между одним актом рассеяния без переворота спина и двумя процессами рассеяния с изменением спинового состояния. Отличие состоит лишь в том, что теперь имеется два ненулевых вклада, различающихся местоположением процесса без переворота спина (например $\mathrm{Im}[(V^{\uparrow\downarrow}_{kk'})^*V^{\uparrow\uparrow}_{kk''}V^{\uparrow\downarrow}_{k''k'}]$ и $\mathrm{Im}[(V^{\uparrow\downarrow}_{kk'})^*V^{\uparrow\downarrow}_{kk''}V^{\downarrow\downarrow}_{k''k'}]$), в результате получаем соотношение:

$$\mathcal{J}_{\uparrow\downarrow}(\theta) = \mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}(\theta) = 2\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta). \quad (2.42)$$

Обсудим основные закономерности асимметричного рассеяния на киральной спиновой текстуре малого радиуса, представленные форм. (2.41,2.42). Как и следовало ожидать, угловая зависимость $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ при рассеянии на короткодействующем потенциале определяется минимальной угловой гармоникой, в данном случае $\sin\theta$. Тип асимметрии (знак префактора $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ перед $\sin\theta$) действительно одинаков во всех четырех каналах рассеяния, что соответствует чисто зарядовому поперечному отклику. Асимметрия рассеяния зависит как от закрученности $\chi = \pm 1$ текстуры, так и от знака z-компоненты спина внутри нее (множитель $\mathcal{I}_z$ входит в выражение 2.41 в первой степени). Заметим, что спиральность γ спиновой текстуры в ответ не входит и на рассеяние никак не влияет. Амплитуда $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ определяется третьей степенью отношения $\alpha_0/2E$ и, что менее тривиально, восьмой степенью параметра kr_0; при уменьшении радиуса текстуры асимметричное рассеяние крайне быстро подавляется. Информация о конкретном распределении спинов внутри текстуры содержится в $\mathcal{I}_{z,\parallel}$. Важно заметить, что интегралы $\mathcal{I}_{z,\parallel}$ отличны от нуля *независимо* от топологии спиновой текстуры; этот результат говорит о том, что топологический эффект Холла в режиме спин-флип рассеяния на одиночных спиновых текстурах не носит топологический характер. Отметим также, что темп асимметричного рассеяния в спин-флип каналах оказывается вдвое интенсивнее, чем в каналах без переворота спина.

2.4. Фазовая теория рассеяния

В предыдущем разделе было установлено, что топологический эффект Холла в режиме слабой связи $\lambda_a \lesssim 1$ носит чисто зарядовый характер и не сопровождается поперечным спиновом током. В то же время, в противоположном режиме $\lambda_a \gg 1$ адиабатически медленного движения электронного спина ТЭХ возникает в результате поперечного *спинового* отклика, когда имеет место спиновый эффект Холла (подробное обсуждение этого результата приводится в разделе 1.2 и форм. 1.6). Мы видим, что в физике топологического эффекта Холла реализуется крайне нетривиальная ситуация - характер движения спина электрона в поле киральной намагниченности влияет не только на количественную величину эффекта, но что гораздо важнее определяет симметрийные свойства явления. Внутри одного явления можно произвести симметрийное переключение холловского отклика путем соответствующего выбора параметров, влияющих на спиновую динамику электрона и величину адиабатического параметра λ_a. Исследование закономерностей ТЭХ при прохождении кроссовера между зарядовым и спиновым режимами требует точного решения задачи рассеяния.

В данной работе для точного решения задачи рассеяния на киральной спиновой текстуре развита техника, основанная на методе фазовых функций. Высокая симметрия потенциала рассеяния $V(\boldsymbol{r})$ допускает введение специального набора угловых гармоник и использования фазовой теории рассеяния для определения T-матрицы. Действительно, выпишем потенциал рассеяния в явном виде

$$V(r,\varphi) = -\alpha_0 \begin{pmatrix} \delta S_z(r) & e^{-i(\chi\varphi+\gamma)} S_\parallel(r) \\ e^{i(\chi\varphi+\gamma)} S_\parallel(r) & -\delta S_z(r) \end{pmatrix}. \tag{2.43}$$

Нетрудно заметить, что коммутатор $[V(\boldsymbol{r}), \hat{j}_z] = 0$, оператор $\hat{j}_z = -i\partial_\varphi + \chi\hat{\sigma}_z/2$ имеет смысл z-компоненты полного углового момента электрона - он включает в себя орбитальный и спиновый моменты. Коммутативность $V(\boldsymbol{r})$ и $\hat{j}_z$ позволяет разделить переменные (r,φ) в уравнении Шредингера 2.11, соответствующие угловые гармоники $\psi_m(\boldsymbol{r})$ имеют вид:

$$\psi_m(r,\varphi) = e^{im\varphi}\begin{pmatrix} a_m(r) \\ e^{i(\chi\varphi+\gamma)}b_m(r)\end{pmatrix}, \tag{2.44}$$

здесь $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ принимает целые значения, функции a_m, b_m зависят только от r. Легко убедиться в том, что ψ_m являются собственными функциями оператора $\hat{j}_z$ с собственными числами $m + \chi/2$.

Используя базис угловых гармоник ψ_m можно показать (см. раздел 2.4.1), что амплитуда рассеяния $f_{ss'}(\varphi,\varphi')$, соответствующая процессу $(\boldsymbol{k}'s') \to (\boldsymbol{k}s)$, и сопряженный с ней элемент T-матрицы $T^{ss'}_{kk'}$ представимы в виде:

$$T^{ss'}_{kk'} = -\frac{\hbar^2}{m_0}\sqrt{\frac{2\pi k_s}{i}}f_{ss'}(\varphi,\varphi') = \frac{i}{2\pi\nu}\sum_m e^{im\theta}\begin{pmatrix} S^{11}_m - 1 & S^{12}_m e^{-i(\chi\varphi'+\gamma')} \\ S^{21}_m e^{i(\chi\varphi+\gamma')} & e^{i\chi\theta}(S^{22}_m - 1)\end{pmatrix}_{ss'}, \tag{2.45}$$

здесь $\theta = \varphi - \varphi'$ угол рассеяния, $\gamma' = \gamma - \pi\chi/2$, параметры $S^{i,j}_m$ представляют собой элементы парциальных $\hat{S}_m$-матриц и определяются конкретным профилем спиновой текстуры. Решение задачи рассеяния в этой постановке состоит в нахождении коэффициентов $\hat{S}_m$. Численный расчет матриц $\hat{S}_m$ удается выполнить в рамках метода фазовых функций, подробное описание этой методики рассматривается в разделе 2.4.2, здесь мы ограничимся общей информацией об использовании этой техники. Коэффициенты $\hat{S}_m$ находятся путем решения матричного нелинейного дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{d\hat{S}_m(r)}{dr} = i\frac{\pi r}{4}\left(\hat{H}^-_m + \hat{S}_m\hat{H}^+_m\right)\omega_0\hat{W}(r)\left(\hat{H}^-_m + \hat{H}^+_m\hat{S}_m\right), \tag{2.46}$$

$$\hat{H}^\pm_m = \begin{pmatrix} H^\pm_m(k_\uparrow r) & 0 \\ 0 & H^\pm_{m+\chi}(k_\downarrow r)\end{pmatrix}, \qquad \hat{W}(r) = \begin{pmatrix}\delta S_z(r) & S_\parallel(r) \\ S_\parallel(r) & -\delta S_z(r)\end{pmatrix},$$

здесь $\omega_0 = 2m_0\alpha_0/\hbar^2$, $H^\pm_m$ - функции Ганкеля первого и второго рода соответственно, матрица $\hat{W}$ описывает пространственную часть потенциала рассеяния. Уравнения 2.46 дополняются начальным условием $\hat{S}_m(0) = \hat{I}$ и рассчитываются числено вплоть до границы спиновой текстуры $r = r_0$, значение $\hat{S}_m(r = r_0)$ соответствует матрице-коэффициенту $\hat{S}_m$ в форм. 2.45. Расчет $\hat{S}_m$ позволяет исследовать рассеяние электрона в случае произвольной величины λ_a.

Последующее изложение идет следующим образом: в разделе 2.4.1 приводится вывод разложения 2.45, в разделе 2.4.2 рассматривается метод фазовых функций и производится вывод уравнений 2.46, в последующих разделах представлены результаты численного расчета и исследование вопросов кроссовера между режимами слабой и сильной связи.

2.4.1. Разложение T-матрицы

Сложная угловая зависимость спинорных волных функций $\psi_m(\boldsymbol{r})$ в форм. 2.44 приводит к тому, что стандартная фазовая теория рассеяния, основанная на разложении T-матрицы по базису $e^{im\theta}$, модифицируется с учетом конкретной симметрии $V(\boldsymbol{r})$. В результате возникает специфическая аналитическая зависимость $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ от направлений импульсов в конечном φ и начальном φ' состояниях; недиагональные элементы в форм. 2.45, соответствующие каналам с переворотом спина, содержат дополнительные угловые факторы.

Перейдем к выводу форм. 2.45. Угловые гармоники ψ_m в форм. 2.44 содержат функции a_m, b_m, которые определяются явной формой спиновой текстуры $\delta S_z(r), S_\parallel(r)$. Анализируя поведение a_m, b_m вдали от потенциала рассеяния, можно установить форму разложения амплитуды рассеяния и ее связь с фазовыми параметрами, например фазами рассеяния, которые определяются конкретным видом потенциала. Двухкомпонентные функции $g_m(r) \equiv (a_m, b_m)^T$ удовлетворяют матричному дифференциальному уравнению

$$\hat{\mathcal{H}}_m g_m(r) = -\omega_0 \hat{W}(r) g_m(r), \tag{2.47}$$
$$\hat{\mathcal{H}}_m = \begin{pmatrix} \frac{1}{r}\partial_r r \partial_r - \frac{m^2}{r^2} + k_\uparrow^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r}\partial_r r \partial_r - \frac{(m+\chi)^2}{r^2} + k_\downarrow^2 \end{pmatrix}, \quad \hat{W}(r) = \begin{pmatrix} \delta S_z(r) & S_\parallel(r) \\ S_\parallel(r) & -\delta S_z(r) \end{pmatrix},$$

которое получается после разделения переменных и сокращения угловых частей в уравнении 2.11, здесь $\omega_0 = 2m_0\alpha_0/\hbar^2$. Левая часть уравнения соответствует свободному движению электрона, при этом состояния с положительной и отрицательной проекцией спина являются независимыми. Правая часть уравнения содержит потенциал рассеяния - матрицу с ненулевыми недиагональными элементами, которая перешивает спиновые состояния. Вне радиуса локализации спиновой текстуры $r > r_0$ потенциал $\hat{W}$ отсутствует; два независимых решения уравнения $g_m^{1,2}$ в этом случае определяются комбинациями функций Бесселя:

$$g_m^1 = \begin{pmatrix} J_m(k_\uparrow r) - \mathcal{K}_m^{11} Y_m(k_\uparrow r) \\ -\mathcal{K}_m^{21} Y_{m+\chi}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \qquad g_m^2 = \begin{pmatrix} -\mathcal{K}_m^{12} Y_m(k_\uparrow r) \\ J_{m+\chi}(k_\downarrow r) - \mathcal{K}_m^{22} Y_{m+\chi}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \tag{2.48}$$

здесь J_m, Y_m - функции Бесселя первого и второго рода соответственно, матрица $\hat{\mathcal{K}}_m$ постоянных коэффициентов $\mathcal{K}_m^{ij}$ определяется видом потенциала $\hat{W}$ при $r < r_0$. Отметим, что недиагональные коэффициенты $\mathcal{K}_m^{12}$ появляются в результате смешивания спиновых состояний потенциалом $\hat{W}$. Наша задача состоит в том, чтобы выразить T-матрицу через коэффициенты $\hat{\mathcal{K}}_m$-матрицы. Для этого воспользуемся представлением полной волной функцией $\Psi(\boldsymbol{r})$ в форм. 2.12, которая удовлетворяет уравнению 2.11, в виде разложения по базису точных угловых гармоник ψ_m:

$$\Psi(r,\varphi) = \sum_m i^m e^{-im\varphi'} \left(\mathcal{A}_m^1 \psi_m^1(\boldsymbol{r}) + \mathcal{A}_m^2 \psi_m^2(\boldsymbol{r})\right), \tag{2.49}$$

где $\mathcal{A}_m^{1,2}$ - коэффициенты разложения, угловые гармоники $\psi_m^{1,2}$ при $r > r_0$ соответствуют двум независимым решениям $g_m^{1,2}$ в форм. 2.48. Расходящиеся и сходящиеся части полной $\Psi = \Psi^+ + \Psi^-$ и налетающей $\psi_{in} = \psi_{in}^+ + \psi_{in}^-$ волновых функций в области $r > r_0$ имеют вид:

$$\psi_{in}^{\pm} = \frac{1}{2}\sum_m i^m e^{im\theta} \begin{pmatrix} u_1 H_m^{\pm}(k_\uparrow r) \\ u_2 H_m^{\pm}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \tag{2.50}$$

$$\Psi^{\pm} = \frac{1}{2}\sum_m i^m e^{im\theta} \left[\mathcal{A}_m^1 \begin{pmatrix} (1 \pm i\mathcal{K}_m^{11})\, H_m^{\pm}(k_\uparrow r) \\ e^{i(\chi\theta+\tilde{\gamma})}(\pm i\mathcal{K}_m^{21}) H_{m+\chi}^{\pm}(k_\downarrow r) \end{pmatrix} + \mathcal{A}_m^2 \begin{pmatrix} (\pm i\mathcal{K}_m^{12}) H_m^{\pm}(k_\uparrow r) \\ e^{i(\chi\theta+\tilde{\gamma})}\,(1 \pm i\mathcal{K}_m^{22})\, H_{m+\chi}^{\pm}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}\right],$$

здесь $\theta = \varphi - \varphi'$ угол рассеяния, он же полярный угол радиус вектора $\boldsymbol{r}$, отсчитанный от направления $\boldsymbol{n}' = (\cos\varphi', \sin\varphi')$ налетающей волны ψ_{in}, фаза $\tilde{\gamma} = \gamma + \chi\varphi'$, (u_1, u_2) - поляризация налетающего электрона. Рассеяная волна $\psi_{sc} = \Psi - \psi_{in}$ не содержит сходящихся функций H_m^-, откуда получаем систему уравнений на коэффициенты $\mathcal{A}_m^{1,2}$:

$$\begin{pmatrix} 1 - i\mathcal{K}_m^{11} & -i\mathcal{K}_m^{12} \\ -i\mathcal{K}_m^{21} & 1 - i\mathcal{K}_m^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{A}_m^1 \\ \mathcal{A}_m^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \qquad \delta = \pi\chi/2 - \gamma - \chi\varphi'. \tag{2.51}$$

Решение этого уравнения записывается в виде $(\mathcal{A}_m^1, \mathcal{A}_m^2)^T = \left(\hat{I} - i\hat{\mathcal{K}}_m\right)^{-1} (u_1, u_2 e^{i\delta})^T$. Обратим внимание на появление дополнительной фазы δ при коэффициенте u_2. Для определения амплитуды рассеяния $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$, которая входит в асимптотическое выражение для рассеянной волны ψ_{sc} в области $r \gg r_0$

$$\psi_{sc}(r,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{r}} \begin{pmatrix} e^{ik_\uparrow r}\,(f_{\uparrow\uparrow} u_\uparrow + f_{\uparrow\downarrow} u_\downarrow) \\ e^{ik_\downarrow r}\,(f_{\downarrow\uparrow} u_\uparrow + f_{\downarrow\downarrow} u_\downarrow) \end{pmatrix},$$

требуется сравнить эту формулу с представлением $\psi_{sc} = \Psi^+ - \psi_{in}^+$ через разложение по гармоникам 2.50, в которых взято асимптотическое выражение для функций Ганкеля $H_m^+(x) \to (-i)^m e^{ix}\sqrt{(2/i\pi x)}$. Сравнение формул приводит к следующему результату:

$$f_{ss'}(\varphi,\varphi') = \frac{1}{\sqrt{2\pi i}} \sum_m e^{im\theta} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_\uparrow}}\,(S_m^{11} - 1) & \frac{1}{\sqrt{k_\uparrow}} S_m^{12} e^{-i(\chi\varphi'+\gamma')} \\ e^{i(\chi\varphi+\gamma')}\frac{1}{\sqrt{k_\downarrow}} S_m^{21} & e^{i\chi\theta}\frac{1}{\sqrt{k_\downarrow}}(S_m^{22} - 1) \end{pmatrix}_{ss'},$$

где $\gamma' = \gamma - \pi\chi/2$, и мы ввели парциальные $\hat{S}_m$-матрицы согласно

$$\hat{S}_m = \left(\hat{I} + i\hat{\mathcal{K}}_m\right) \cdot \left(\hat{I} - i\hat{\mathcal{K}}_m\right)^{-1}. \tag{2.52}$$

Подобная связь между $\hat{S}_m$ и $\hat{\mathcal{K}}_m$ матрицами часто встречается в многоканальных задачах рассеяния [163]. Выражение для $f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ несимметричным образом содержит величины волновых векторов k_s в различных подзонах; парциальное разложение T-матрицы, представленное в форм. 2.45, имеет более симметричную форму.

2.4.2. Метод фазовых функций

Нахождение параметров рассеяния ($\hat{S}_m$-матриц) с помощью численного решения уравнения Шредингера сопряжено с рядом технических сложностей. Уравнение Шредингера - дифференциальное уравнение второго порядка, для его решения требуется два граничных условия. В задаче рассеяния граничные условия состоят в требовании ограниченности волновой функции в начале координат и в выборе определенного асимптотического вида волновых функций в области $r \gg r_0$. Последнее условие является крайне неудобным для численного анализа. Более рациональный подход состоит в том, чтобы избавиться от второго условия в области $r \gg r_0$ путем преобразования уравнения Шредингера к дифференциальному уравнению первого порядка с единственным граничным условием в $r = 0$. Преобразование уравнения Шредингера к задаче Коши составляет суть метода фазовых функций.

Запишем уравнение 2.47 для двухкомпонентной функции $g_m(r)$ в виде:

$$\left(\hat{\mathcal{H}}_m^0 + \hat{I} r^{-1} \partial_r r \partial_r\right) g_m(r) = -\omega_0 \hat{W}(r) g_m(r), \tag{2.53}$$

$$\hat{\mathcal{H}}_m^0 = \begin{pmatrix} -\frac{m^2}{r^2} + k_\uparrow^2 & 0 \\ 0 & -\frac{(m+\chi)^2}{r^2} + k_\downarrow^2 \end{pmatrix}, \quad \hat{W}(r) = \begin{pmatrix} \delta S_z(r) & S_\parallel(r) \\ S_\parallel(r) & -\delta S_z(r) \end{pmatrix}. \tag{2.54}$$

Действуя по аналогии с процедурой, изложенной в [163] для задачи многоканального рассеяния, представим волновую функцию $g_m(r)$ в следующем виде:

$$\begin{gathered} g_m(r) = \left[\hat{J}_m(r) - \hat{Y}_m(r) \hat{\mathcal{K}}_m(r)\right] \mathcal{C}(r), \\ \hat{J}_m(r) = \begin{pmatrix} J_m(k_\uparrow r) & 0 \\ 0 & J_{m+\chi}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \quad \hat{Y}_m(r) = \begin{pmatrix} Y_m(k_\uparrow r) & 0 \\ 0 & Y_{m+\chi}(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \end{gathered} \tag{2.55}$$

где матрица $\hat{\mathcal{K}}_m(r)$ и двухкомпонентных столбец $\mathcal{C}(r)$ зависят от r. Мы видели, что снаружи потенциала рассеяния $r > r_0$ функция $g_m(r)$ имеет вид 2.48, с матрицей постоянных коэффициентов $\hat{\mathcal{K}}_m$, не зависящих от r. Нормировочный столбец $\mathcal{C}$ в области $r > r_0$ описывает поляризационную структуру волновой функции. Для придания матрицам $\hat{\mathcal{K}}_m(r)$ смысла *истинных* параметров рассеяния на потенциале $\hat{W}(\tilde{r})\theta(r - \tilde{r})$, обрезанном в точке r, требуется наложить дополнительное условие для производной волновой функции:

$$\frac{dg_m}{dr} \equiv \left[\frac{d\hat{J}_m}{dr} - \frac{d\hat{Y}_m}{dr}\hat{\mathcal{K}}_m(r)\right]\mathcal{C}(r). \tag{2.56}$$

Матрицы $\hat{\mathcal{K}}_m(r)$, удовлетворяющие как уравнению Шредингера 2.55, так и вышеприведенному условию для производной g_m, и взятые на границе потенциала $r = r_0$ будут соответствовать истинным параметрам рассеяния и, в частности, позволят определить $\hat{S}_m$ по форм. 2.52. Введенные таким образом величины $\hat{\mathcal{K}}_m(r)$ называют фазовыми функциями.

Займемся выводом уравнения 2.46 для фазовых функций. Подставим волновую функцию g_m в уравнение 2.53 и учтем условие 2.56. Слагаемое, содержащее вторые производные от g_m, можно представить в виде:

$$\begin{aligned}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d}{dr}\left[\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{\mathcal{K}}_m\right]\mathcal{C} = \left[\left(\hat{J}''_m + \hat{J}'_m/r\right) - \left(\hat{Y}''_m + \hat{Y}'_m/r\right)\hat{\mathcal{K}}_m\right]\mathcal{C}+ \\ + \left[\hat{J}'_m - \hat{Y}'_m\hat{\mathcal{K}}_m\right]\frac{d\mathcal{C}}{dr} - \hat{Y}'_m\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}\mathcal{C}.\end{aligned} \tag{2.57}$$

Слагаемые в квадратных скобках сокращают член $\hat{\mathcal{H}}^0_m g_m$ в уравнении 2.53:

$$\left[\left(\hat{J}''_m + \hat{J}'_m/r + \hat{\mathcal{H}}^0_m\hat{J}_m\right) - \left(\hat{Y}''_m + \hat{Y}'_m/r + \hat{\mathcal{H}}^0_m\hat{Y}_m\right)\hat{\mathcal{K}}_m\right]\mathcal{C} = 0.$$

В результате уравнение на $\hat{\mathcal{K}}_m, \mathcal{C}$ не содержит вторых производных:

$$\left(\hat{J}'_m - \hat{Y}'_m\hat{\mathcal{K}}_m\right)\frac{d\mathcal{C}}{dr} - \hat{Y}'_m\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}\mathcal{C} = -\omega_0\hat{W}(r)\left(\hat{J}_m - \hat{Y}_m\mathcal{K}_m\right)\mathcal{C} \tag{2.58}$$

Следующий шаг состоит в том, чтобы выразить $d\mathcal{C}/dr$ через $d\hat{\mathcal{K}}_m/dr$. После умножения форм. 2.58 слева на $(\hat{J}_m - \hat{\mathcal{K}}_m\hat{Y}_m)$ и алгебраических преобразований получаем выражение для левой части уравнения:

$$\begin{aligned}&\left(\hat{J}'_m - \hat{\mathcal{K}}_m\hat{Y}'_m\right)\left(\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{\mathcal{K}}_m\right)\frac{d\mathcal{C}}{dr} - \left(\hat{J}_m - \hat{\mathcal{K}}_m\hat{Y}_m\right)\hat{Y}'_m\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}\mathcal{C} + \left[\hat{\mathcal{K}}_m, \hat{\mathcal{W}}_m\right]\frac{d\mathcal{C}}{dr}, \\ &\hat{\mathcal{W}}_m = \hat{Y}'_m\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{J}'_m.\end{aligned} \tag{2.59}$$

где $\left[\hat{\mathcal{K}}_m, \hat{\mathcal{W}}_m\right]$ - коммутатор двух матриц, здесь $\hat{\mathcal{W}}_m$ - матрица Вронскиана функций Бесселя. Условие 2.56 на производную g'_m эквивалентно выполнению следующего равенства

$$\left[\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{\mathcal{K}}_m\right]\frac{d\mathcal{C}}{dr} - \hat{Y}_m\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}\mathcal{C} = 0, \tag{2.60}$$

которое теперь позволяет выразить $(\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{\mathcal{K}}_m)d\mathcal{C}/dr$ в формуле 2.59 через $d\hat{\mathcal{K}}_m/dr$. В итоге получаем следующее уравнение:

$$-\hat{\mathcal{W}}_m\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}\mathcal{C} + \left[\hat{\mathcal{K}}_m, \hat{\mathcal{W}}_m\right]\frac{d\mathcal{C}}{dr} = -\omega_0\left(\hat{J}_m - \hat{\mathcal{K}}_m\hat{Y}_m\right)\hat{W}(r)\left(\hat{J}_m - \hat{Y}_m\hat{\mathcal{K}}_m\right)\mathcal{C}. \tag{2.61}$$

Осталось отметить, что Вронскиан является единичной матрицей $\hat{\mathcal{W}}_m = \hat{I} \times 2/\pi r$, так что $\left[\hat{\mathcal{K}}_m, \hat{\mathcal{W}}_m\right] = 0$ и мы получаем уравнение непосредственно на $\hat{\mathcal{K}}_m$-матрицу:

$$\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr} = \frac{\pi r}{2}\omega_0 \left(\hat{J}_m - \hat{\mathcal{K}}_m \hat{Y}_m\right) \hat{W}(r) \left(\hat{J}_m - \hat{Y}_m \hat{\mathcal{K}}_m\right). \tag{2.62}$$

Начальное условие $\hat{\mathcal{K}}_m(0) = 0$. Решая численно данное уравнение вплоть до границы спиновой текстуры $r = r_0$ можно восстановить значение $\hat{\mathcal{K}}(r_0)$ и найти $\hat{S}_m$.

Используя выражения (2.62,2.52) можно вывести уравнение непосредственно на парциальные $\hat{S}_m(r)$ матрицы. Отмечая, что $\hat{S}_m = \left(\hat{I} + i\hat{\mathcal{K}}_m\right) \cdot \left(\hat{I} - i\hat{\mathcal{K}}_m\right)^{-1}$, производную $\hat{\mathcal{K}}_m$ можно представить в виде:

$$i\frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr} = \frac{d\hat{S}_m}{dr}\left(\hat{I} - i\hat{\mathcal{K}}_m\right) - i\hat{S}_m \frac{d\hat{\mathcal{K}}_m}{dr}.$$

После прямолинейных алгебраических преобразований получам форм. 2.46:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\hat{S}_m(r)}{dr} = i\frac{\pi r}{4}\omega_0 \left(\hat{H}_m^- + \hat{S}_m \hat{H}_m^+\right) \hat{W}(r) \left(\hat{H}_m^- + \hat{H}_m^+ \hat{S}_m\right), \\
&\hat{H}_m^\pm = \begin{pmatrix} H_m^\pm(k_\uparrow r) & 0 \\ 0 & H_{m+\chi}^\pm(k_\downarrow r) \end{pmatrix}, \qquad \hat{W}(r) = \begin{pmatrix} \delta S_z(r) & S_\parallel(r) \\ S_\parallel(r) & -\delta S_z(r) \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Начальное условие $\hat{S}_m(0) = \hat{I}$. Уравнение на S-матрицу лучше подходит для численного решения, чем уравнение 2.62. Действительно, отметим, что в случае одноканального рассеяния параметр $\mathcal{K}_m = \tan\delta_m$ представляет собой просто тангенс парциальной фазы рассеяния δ_m. С увеличением размера потенциала фазы рассеяния также возрастают и, в частности, могут принимать значение $\delta_m = \pi/2$. Величина $\mathcal{K}_m$ в этом случае будет обращаться в бесконечность, в то время как $S_m = e^{2i\delta_m}$ остается конечным комплексным числом. Аналогичная ситуация имеет место и для многоканальной задачи рассеяния: при расчете уравнения 2.62 функции $\hat{\mathcal{K}}_m(r)$ могут обращаться в бесконечность в некоторых точках, в то время как уравнение 2.46 и функции $\hat{S}_m$ свободны от этого недостатка.

2.5. Зарядовый и спиновый режимы асимметричного рассеяния

2.5.1. Общие свойства рассеяния

Перейдем к обсуждению общих свойств рассеяния электрона на киральной спиновой текстуре. Развитая в диссертации техника позволяет исследовать рассеяние для всего класса различных спиновых конфигураций $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ форм. 1.1. Для большей определенности в этом разделе мы будем говорить о рассеянии на магнитном скирмионе. Спиновое поле $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в случае магнитного скирмиона остается постоянным по своей величине $\boldsymbol{S}^2(\boldsymbol{r}) = S_\parallel^2(\boldsymbol{r}) + S_z^2(\boldsymbol{r}) = 1$, так что $S_z, S_\parallel$ можно параметризовать с помощью одной фукнции:

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = \Big(\sin\Lambda(r)\cos(\chi\varphi+\gamma), \sin\Lambda(r)\sin(\chi\varphi+\gamma), \eta\cos\Lambda(r)\Big), \tag{2.63}$$

где функция $\Lambda(r)$ представляет собой угол наклона $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в плоскость в точке $\boldsymbol{r}$. Напомним, что параметр $\eta = \pm 1$ описывает ориентацию магнитного скирмиона ($\Lambda(r > r_0) = +1$). Ориентация η также влияет на взаимное положение электронных спиновых подзон на рис. 2.2, $k_s = \sqrt{2m_0(E + \eta\Delta/2)/\hbar^2}$, расщепление между подзонами $\Delta = 2\alpha_0$.

Темп рассеяния в каналах с переворотом спина, а также свойства асимметричного рассеяния, которые описываются параметрами $\Sigma_{ss'}(\theta)$, $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$, существенно зависят от значения адиабатического параметра λ_a. Вдали от дна верхней подзоны λ_a можно представить в виде произведения двух безразмерных параметров

$$\lambda_a = \frac{\Delta}{2E} ka, \tag{2.64}$$

здесь $a = 2r_0$ - диаметр скирмиона, $k = \sqrt{2m_0E/\hbar^2}$ средний волновой вектор электрона с энергией E. В зависимости от величины λ_a, которая определяется параметрами (a, E, Δ), реализуются качественно различные режимы асимметричного рассеяния: при $\lambda_a \lesssim 1$ (прецессия спина электрона, активированы спин-флип процессы) имеет место зарядовый поперечный отклик, в области $\lambda_a \gg 1$ (медленная спиновая динамика электрона, спин-флип рассеяние подавлено), напротив, поперечный отклик носит чисто спиновый характер (см. рис. 2.4). Произведение ka определяет количество угловых гармоник, которые вносят заметный вклад в амплитуду рассеяния форм. 2.45. Как мы видели в разделе 2.3.2, случай $ka/2 \ll 1$ соответствует s-рассеянию, когда основной вклад в $f_{ss'}$ происходит от гармоник с минимальным индексом m. В противоположной ситуации $ka > 1$ число угловых гармоник, играющих заметную роль, возрастает, что приводит к сложной угловой структуре сечения рассеяния. В области $ka \gg 1$ движение приобретает квазиклассический характер и диаграмма направленности рассеяния прижимается в область малых углов рассеяния θ. Увеличение размера скирмиона a дополнителньо приводит к росту величины сечения рассеяния.

Обсудим влияние параметров скирмионной текстуры (χ, γ, η) на асимметричную часть сечения рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$. Спиральность γ входит в недиагональные элементы амплитуды рассеяния $f_{ss'}$ в виде глобальных фазовых факторов $e^{i\gamma}$ и оказывается абсолютно несущественной при вычислении сечения $d\sigma_{ss'}/d\theta \propto |f_{ss'}|^2$; таким образом значение спиральности никак не влияет на рассеяние электрона. Знак χ определяет тип асимметрии рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta, \chi) \to -\Sigma_{ss'}(\theta, -\chi)$, о чем мы уже говорили в разделе 2.3.2. Роль ориентации скирмиона $\eta = \pm 1$ оказывается менее тривиальной, подробный симметрийный анализ асимметричного

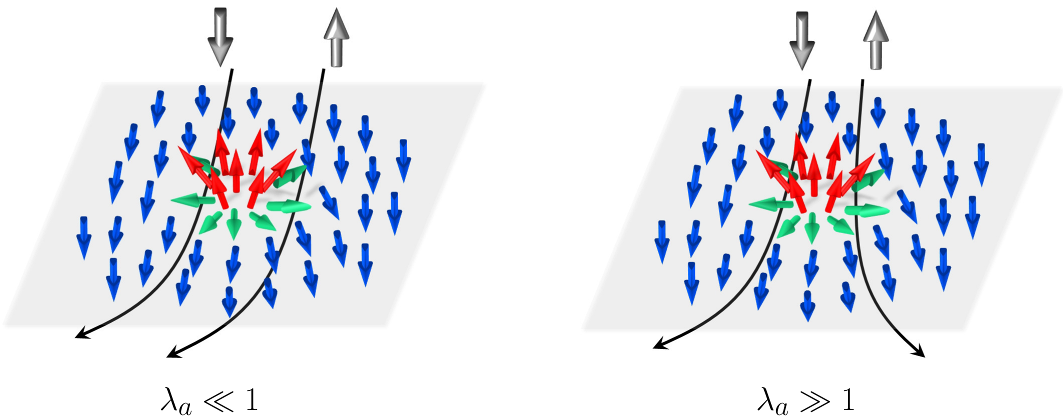

Рис. 2.4. Рассеяние электрона на киральной спиновой текстуре. (a) В режиме слабой связи и малого значения λ_a имеет место зарядовый поперечный отклик. (b) В режиме сильной связи и большого значения λ_a имеет место спиновый поперечный отклик.

рассеяния в зависимости от η представлен в разделе 2.2.3. Заметим, что в общем случае имеет место соотношение $\Sigma_{ss'}(\theta,\eta) = \Sigma_{\bar{s}'\bar{s}}(-\theta,-\eta)$ (здесь $\bar{s}$ соответствует спиновому индексу, противоположному s) из которого нельзя сделать вывод о том, происходит ли смена типа асимметрии рассеяния (смена знака $\Sigma_{ss'}(\theta)$) при перевороте скирмиона $\eta \to -\eta$. Влияние ориентации η на знак эффекта существенно различно в противоположных режимах рассеяния относительно величины λ_a.

Профиль спиновой текстуры и, в частности, конкретный вид функций $\Lambda(r)$ не влияют на качественное поведение асимметричного рассеяния. Существование режимов зарядового и спинового поперечных токов остается справедливыми не только для магнитных скирмионов ($\Lambda(0) = -\Lambda(a/2)$), но и для текстур с нулевым топологическим зарядом ($\Lambda(0) = \Lambda(a/2)$). Ниже в этом разделе мы обсуждаем результаты расчета для скирмиона с профилем

$$\Lambda(r) = \pi \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{2r}{a}\right]\right)\Theta\left(a/2 - r\right), \tag{2.65}$$

случай тривиальной киральной спиновой текстуры рассмотрен в разделе 2.5.3.

На рис. 2.5 представлена рассчитанная зависимость $\Sigma_{ss'}(\theta)$ от угла рассеяния θ для скирмиона с профилем 2.65 при различных значениях адиабатического параметра λ_a; положительные (отрицательные) значения $\Sigma_{ss'}(\theta)$ для положительной величины θ соответствуют предпочтительному рассеянию в левую (правую) полуплоскость относительно направления налетающего электрона. Сплошные (штрихованные) линии соответствуют положительной (отрицательной) ориентации скирмиона.

Панель 2.5(a) представляет поведение $\Sigma_{ss'}(\theta)$ в режиме слабой связи $\lambda_a = 0.6$ для скирмиона малого радиуса $ka = 2$. Хорошо видно, что каждый канал рассеяния характеризуется

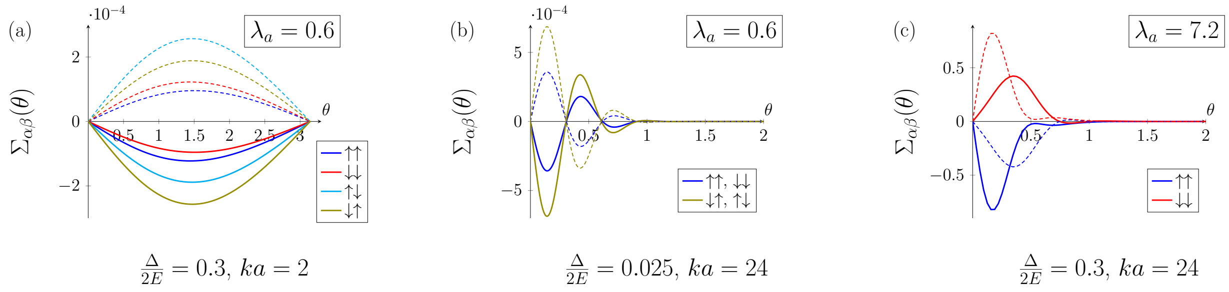

Рис. 2.5. Угловая зависимость $\Sigma_{ss'}(\theta)$ (в единицах $a/2$) в области малых (a,b) и больших (c) значений λ_a. Сплошные и штрихованные линии относятся к ориентации скирмиона $\eta = \pm 1$ соответственно.

общим знаком $\Sigma_{ss'}$, в результате электрон предпочтительно рассеивается в одном поперечном направлении, независимо от своего спинового состояния. Зависимость $\Sigma_{ss'}(\theta)$ на рис. 2.5(a) хорошо согласуется с полученными в 2.3.2 аналитическими результатами (2.41,2.42), сечение рассеяния действительно имеет форму синуса $\Sigma_{ss'}(\theta) \propto \sin\theta$, а рассеяние в спин-флип каналах приблизительно в два раза более интенсивное. Асимметричное рассеяние, представленное на рис. 2.5(b), соответствует режиму слабой связи ($\lambda_a = 0.6$) и скирмиону большого размера $ka = 24$, когда значительное количество гармоник отлично от нуля. В этом случае $\Sigma_{ss'}(\theta)$ локализуется в области малых углов и приобретает сложную осцилляционную структуру; в этом случае также приближенно выполняется равенство $\Sigma_{\uparrow\uparrow} = \Sigma_{\downarrow\downarrow}$ и $\Sigma_{\uparrow\downarrow} = \Sigma_{\downarrow\uparrow}$, в полном согласии с предсказаниями теории возмущений и форм. 2.27. Асимметричное рассеяние с переворотом спина в режиме слабой связи происходит интенсивнее, чем рассеяние в каналах с сохранением спина. При перевороте скирмиона $\eta \to -\eta$ происходит изменение типа асимметрии во всех четырех каналах рассеяния; соответственно знак топологического эффект Холла также меняется. Отметим, что для положительной ориентации скирмиона $\eta = +1$ асимметричное слагаемое $\Sigma_{ss'}$ оказывается отрицательным при $\theta > 0$. Согласно форм. 2.41 при рассеянии на скирмионе малого радиуса знак асимметричной части сечения рассеяния определяется следующим фактором:

$$\Sigma_{ss'}(\theta) \propto \operatorname{sgn}(\chi)\mathcal{I}_z \sin\theta, \qquad \mathcal{I}_z = \eta \int_0^1 x dx \delta S_z < 0.$$

Отклонение спиновой текстуры от фонового значения $\delta S_z = S_z(r) - 1 < 0$ в случае скирмиона является *отрицательным*, что приводит к отрицательному знаку $\Sigma_{ss'}$ на рис. 2.5(a).

Рис. 2.5(c) демонстрирует $\Sigma_{ss'}(\theta)$ в адиабатическом режиме $\lambda_a \gg 1$. На рисунке представлены только каналы без переворота спина, величина $\Sigma_{ss'}$ для спин-флип рассеяния при данном наборе параметров оказывается на порядок меньше. Хорошо видно, что электроны с различной проекцией спина преимущественно рассеиваются в различных перпендикулярных направлениях, что соответствует *спиновому* поперечному току. В отличие от режима слабой связи тип асимметрии рассеяния при $\lambda_a \gg 1$ однозначно определяется проекцией спина электрона и не зависит от ориентации скирмиона. На рис. 2.5(c) сплошные и штрихованные линии, соответствующие различной ориентации $\eta = \pm 1$, располагаются в одинаковых полуплоскостях для определенного спинового состояния электрона. Наблюдаемое в расчете поведение обусловлено действием эффективного адиабатического магнитного поля 1.6, знак которого определяется исключительно спиновым состоянием электрона и не зависит от ориентации намагниченности.

2.5.2. Кроссовер между зарядовым и спиновым режимами ТЭХ

Особенности топологического эффекта Холла существенным образом зависят от характера спиновой динамики электрона в поле киральной намагниченности. В противоположных условиях быстрой и медленной спиновой динамики холловский отклик носит зарядовый и спиновый характер соответственно. Существенным интерес представляет исследование поведения ТЭХ при переключении между зарядовым и спиновым режимами, происходящее по мере увеличения λ_a. Значение адиабатического параметра $\lambda_a = (\Delta/2E)(ka)$ определяется тремя параметрами: диаметр текстуры a, величина обменного взаимодействия Δ, и положение энергии E. Особенности кроссовера между режимами слабой и сильной связи зависят от того, какой из этих параметров управляет переключением.

На рис. 2.6 представлена эволюция асимметричной части сечения рассеяния $\Sigma_{ss'}(\theta)$, обусловленная изменением размера скирмиона a. Для наглядности $\Sigma_{ss'}(\theta)$ показаны только для каналов без переворота спина. Первая и последняя панели рис. 2.6(a,f) соответствуют предельным режимам, рассмотренным на рис. 2.5(a,c). При малых $\lambda_a \lesssim 1$ и ka рис. 2.6(a) электрон рассеивается преимущественно в уникальную полуплоскость вне зависимости от спинового состояния (для $\eta = +1$ это правая полуплоскость). При увеличении размера ka угловые гармоники с бо́льшим индексом $|m| > 1$ начинают давать вклад в амплитуду рассеяния, что проявляется в развитии осцилляционой структуры $\Sigma_{ss'}(\theta)$ рис. 2.6(b-d). Это поведение отражает сложный характер спиновой динамики электрона в режиме кроссовера; при рассеянии на потенциале $ka \approx 2\pi$ важную роль играют процессы интерференции электронных волн, существенно влияющие на переходы между спиновыми состояниями, так что поперечный отклик, связанный с движением электронного спина, приобретает сложную угловую структуру. Отметим, что данные особенности проявляются раньше (рис. 2.6b) в канале

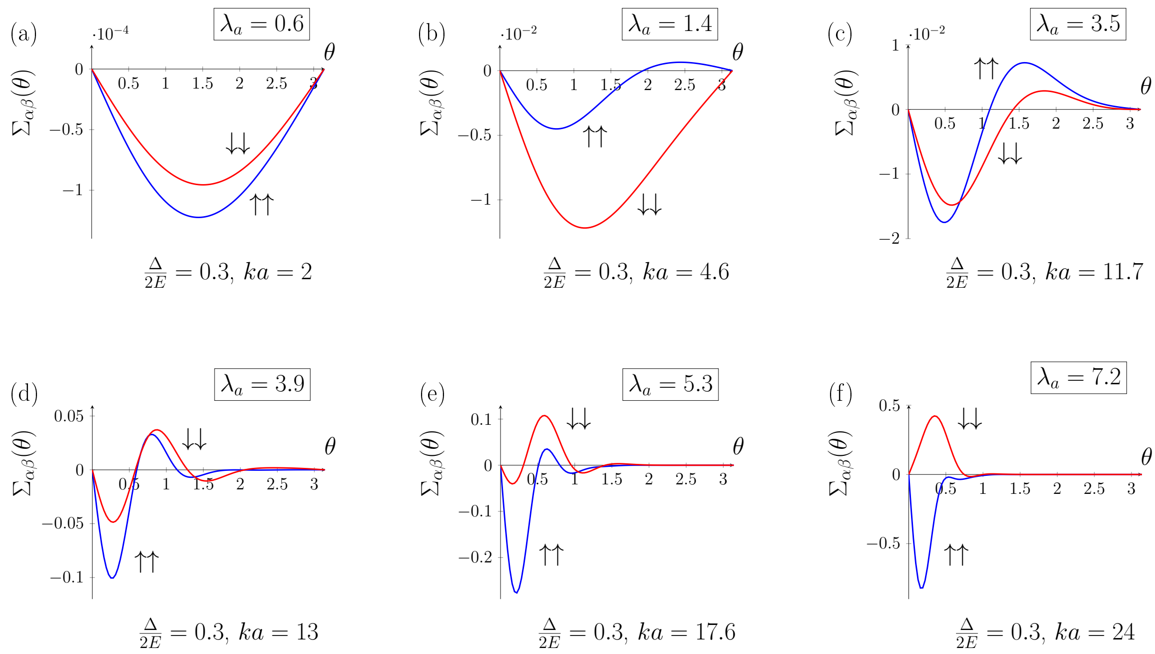

Рис. 2.6. Эволюция $\Sigma_{ss'}(\theta)$ (в единицах $a/2$), обусловленная увеличением размера скирмиона a.

$\Sigma_{\uparrow\uparrow}$, который соответствует проекции спина вдоль однородной намагниченности $\eta = +1$. Этот факт обусловлен большей величиной волнового вектора $k_\uparrow$ в подзоне с положительной проекцией спина и соответственно большим значением эффективного параметра $k_\uparrow a$. По мере дальнейшего увеличения ka происходит движение диаграммы направленности рассеяния в область малых углов рис. 2.6(d,e); при фиксированных E, Δ импульс, приобретаемый электроном при движении в плавном потенциале большого размера, с ростом a только уменьшается. Дальнейшее увеличение ka сопровождается подавлением асимметричного рассеяния в каналах с переворотом спина; в результате $\Sigma_{ss'}$ теряет осцилляционную структуру и система входит в адиабатический режим (рис. 2.6(f)), для которого характерно рассеяние спин вверх и спин вниз электронов в противоположные стороны. Отметим, что тип асимметрии рассеяния сохраняется по разные стороны от кроссовера для спинового состояния электрона со-направленного с η ориентацией текстуры (на рис. 2.6 $\eta = +1$ и знак $\Sigma_{\uparrow\uparrow}$ состояния $|\uparrow\rangle$ одинаков в режиме слабой и сильной связи).

На рис. 2.7 представлена эволюция асимметричной части сечения рассеяния, обусловленная изменением константы обменного взаимодействия $\Delta/2E$, прочие параметры a, E фиксированы. Отметим, что переключение между режимами сильной и слабо связи с помощью Δ возможно только при условии $ka \gg 1$. В этом случае диаграмма направленности имеет малоугловой характер уже в области $\lambda_a \lesssim 1$, а увеличение $\Delta/2E$ сопровождается переворотом асимметрии рассеяния в канале, противоположном η.

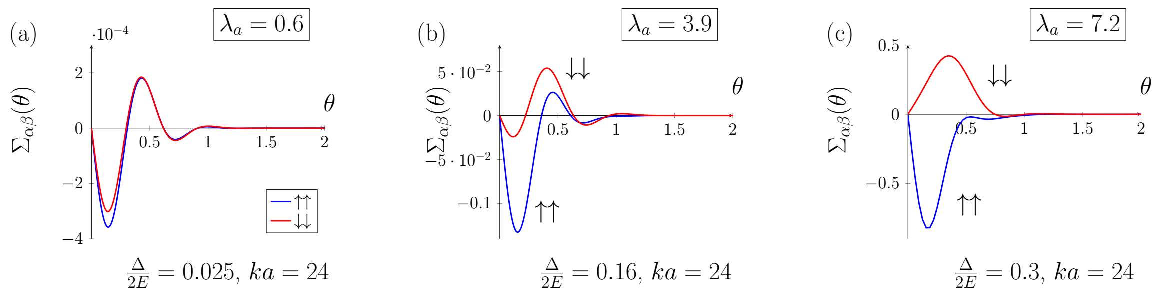

Рис. 2.7. Эволюция $\Sigma_{ss'}(\theta)$ (в единицах $a/2$), обусловленная увеличением Δ.

Топологический эффект Холла состоит в возникновении электрического тока в направлении, перпендикулярном приложенному электрическому полю. Поперечные токи определяются первой синус-гармоникой сечения рассеяния:

$$\Sigma^{tr}_{ss'} = \int_0^{2\pi} \Sigma_{ss'}(\theta) \sin\theta d\theta. \tag{2.66}$$

Поперечный ток электронов со спиновым состоянием s, обусловленный рассеянием из состояния s' с начальной скоростью $v_{s'} = \hbar k_{s'}/m_0$, можно также описывать с помощью введенных в разделах 2.2.2 темпов рассеяния:

$$\mathcal{J}_{ss'} = \int_0^{2\pi} \mathcal{J}_{ss'}(\theta) \sin\theta d\theta = \frac{k_{s'}}{2\pi} \Sigma^{tr}_{ss'}. \tag{2.67}$$

Как было показано в разделе 2.2.3, для спин-флип каналов рассеяния выполняется $\mathcal{J}_{\uparrow\downarrow} = \mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}$. Более того, темпы рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ обладают рядом дополнительных симметрий по сравнению с $\Sigma_{ss'}(\theta)$. В адиабатическом режиме $\lambda_a \gg 1$, когда спин-флип рассеяние полностью подавлено, должно выполняться следующее соотношение $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow} = -\mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}$. В противоположном режиме слабой связи $\lambda_a \lesssim 1$ асимметричное рассеяние не зависит от спина и мы имеем $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow} = \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}$. Асимметричное рассеяния с переворотом спина в согласии с форм. 2.42 в этом случае вдвое интенсивнее, чем рассеяние с сохранением спина $\mathcal{J}_{\uparrow\downarrow} = 2\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}$.

Для спин-неполяризованного пучка налетающих электронов можно ввести соответственно зарядовый j_H и спиновый j_{SH} полные поперечные токи следующим образом:

$$\begin{aligned} j_H &= \mathcal{J}_{\uparrow\uparrow} + \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow} + \mathcal{J}_{\uparrow\downarrow} + \mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}, \\ j_{SH} &= \mathcal{J}_{\uparrow\uparrow} - \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow} + \mathcal{J}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}. \end{aligned} \tag{2.68}$$

Поведение $\Sigma^{tr}_{ss'}$ и поперечных токов j_H, j_{SH} при прохождении кроссовера между режимами сильной и слабой связи за счет изменения размера магнитного скирмиона ka (постоянный параметр $\Delta/2E = 0.3$) показано на рис. (2.8,2.9) соответственно.

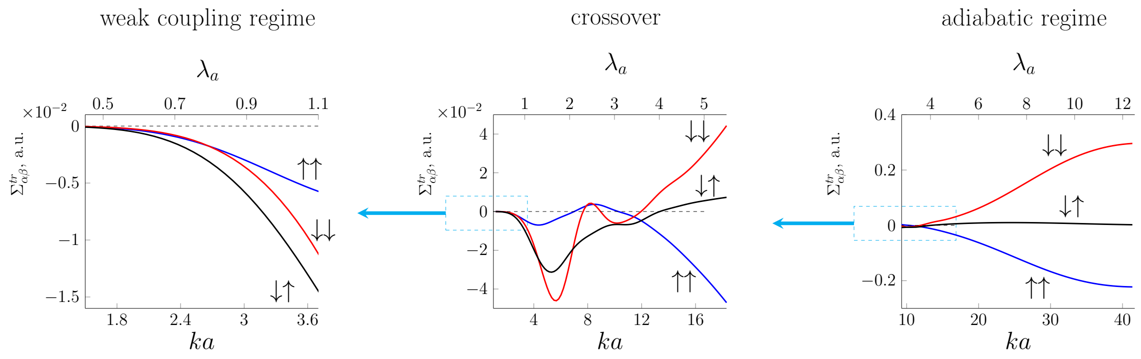

Рис. 2.8. Эволюция синус гармоники асимметричной части сечения рассеяния $\Sigma^{tr}_{ss'}$ при увеличении размера магнитного скирмиона. Обменное расщепление фиксировано $\Delta/2E = 0.3$, величина $\Sigma^{tr}_{ss'}$ дается в единицах $a/2$.

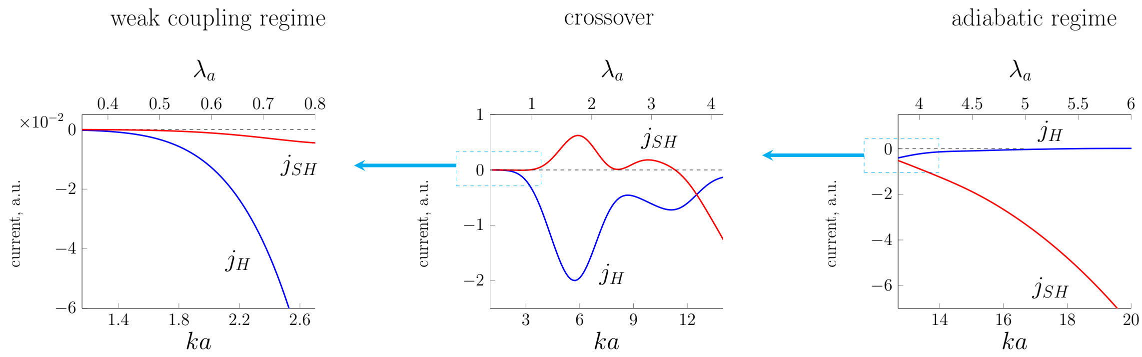

Рис. 2.9. Переключение между поперечным зарядовым током j_H при малых $\lambda_a \lesssim 1$ и спиновым током j_{SH} при больших $\lambda_a \gg 1$, обусловленное изменением размера магнитного скирмиона a. Обменное расщепление фиксировано $\Delta/2E = 0.3$.

В области малых значений $\lambda_a \lesssim 1$ (рис. 2.8-левая панель) тип асимметрии рассеяния не зависит от спинового состояния электрона и одинаков во всех четырех каналах рассеяния. В этом случае зарядовый поперечный ток j_H существенно превышает спиновый ток j_{SH}, как это видно на рис. 2.9(левая панель). В области $\lambda_a \gtrsim 5$ асимметричное рассеяние в каналах с переворотом спина подавлено, электроны с различной проекцией спина рассеиваются в противоположных направлениях (рис. 2.8-правая панель). В этой ситуации спиновый ток j_{SH} существенно доминирует над зарядовым j_H (рис. 2.9-правая панель). В режиме чисто спинового отклика, зарядовый поперечный ток может появиться только в результате конечной спиновой поляризации электронов. Отметим также, что в области $0 \lesssim \lambda_a \lesssim 15$ амплитуда сечения рассеяния $\Sigma^{tr}_{ss'}$ растет с увеличением ka. Поведение $\Sigma^{tr}_{ss'}$ и поперечных токов j_H, j_{SH} в режиме кроссовера, представленное на рис. (2.8,2.9)-средняя панель, носит нетривиальный характер, симметрийная перестройка системы сопровождается осцилляционной зависи-

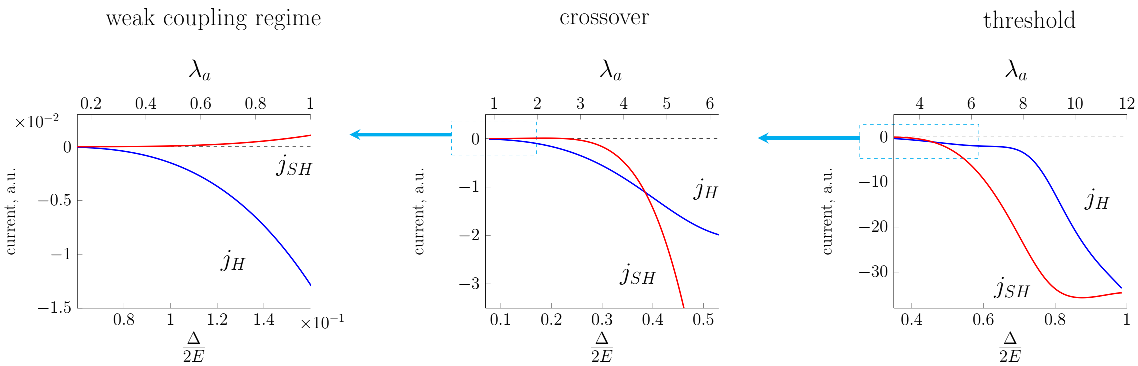

Рис. 2.10. Эволюция поперечных зарядового j_H и спинового j_{SH} токов при изменении величины обменного взаимодействия Δ. Размер скирмиона фиксирован $ka = 12$.

мостью интегральных величин от размера текстуры. Данная особенность тесна связана со сложной угловой зависимостью сечения $\Sigma_{ss}(\theta)$ в условиях подавления спин-флип процессов и интерференции электронных волн при $ka \approx 2\pi$. Важно отметить, что данная физика не имеет отношения к конкретному профилю спиновой текстуры $\Lambda(r)$, а значит обнаруженное сложное поведение j_H, j_{SH} в режиме кроссовера носит универсальный характер.

На рис. 2.10 представлена эволюция j_H, j_{SH}, обусловленная изменением константы обменного взаимодействия $\Delta = 2\alpha_0$ (размер скирмиона и энергия электрона фиксированы, параметр $ka = 12$). Отметим, что в этом случае поведение системы не демонстрирует осцилляционных особенностей, что обусловленно постоянством волнового параметра ka. В области малых $\lambda_a \lesssim 1$ зарядовый ток по-прежнему доминирует над спиновым. С увеличением $\Delta/2E$ спиновый ток возрастает; при достижении $\Delta \to 2E$ происходит опустошение верхней спиновой подзоны (в области $\Delta > 2E$ имеется лишь одна ветка энергий, доступная для свободного движения, см. рис. 2.1), зарядовый и спиновый ток в этой ситуации *совпадают*. что отражается на рис. 2.10(правая панель) вблизи $\Delta/2E \approx 1$.

2.5.3. Асимметричное рассеяние на киральной спиновой текстуре с нулевым топологическим зарядом

Микроскопическое происхождение топологического эффекта Холла обусловлено формированием *локального* кирального спинового порядка. В случае высокосимметричных киральных спиновых текстур $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ форм. 1.1 наличие поперечного отклика проявляется в том, что оператор углового момента $-i\partial_\varphi$ не коммутирует с потенциалом рассеяния $V(\boldsymbol{r})$ (см. форм. 2.6). Важно заметить, что некоммутативность $[-i\partial_\varphi, V(\boldsymbol{r})] \neq 0$ является общим свойством текстуры $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, которое не зависит от конкретного профиля распределения спинов

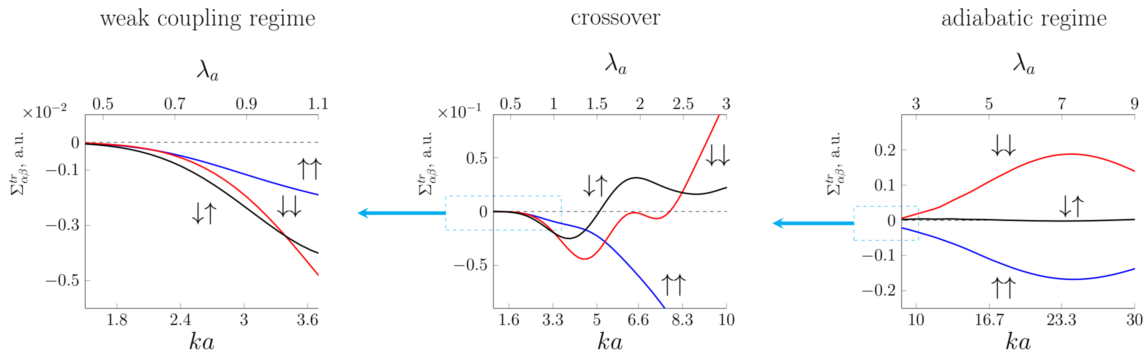

Рис. 2.11. Эволюция синус-гармоники асимметричной части сечения рассеяния $\Sigma^{tr}_{ss'}$ при увеличении размера спиновой текстуры с нулевым топологическим зарядом $Q = 0$. Обменное расщепление фиксировано $\Delta/2E = 0.3$, величина $\Sigma^{tr}_{ss'}$ дается в единицах $a/2$.

$S_{z,\|}(r)$ внутри конфигурации. Из этого следует, что рассеяние электрона на $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ носит асимметричный характер *вне зависимости* от структуры $S_{z,\|}(r)$ и, в частности, должно иметь место не только для топологически заряженных конфигураций с $Q \neq 0$, но и для киральных спиновых полей тривиальной топологии. Более того, все качественные особенности асимметричного рассеяния электрона на текстуре с $Q = 0$ повторяют поведение рассеяния на магнитном скирмионе.

На рис. 2.11 представлена эволюция синус-гармоники асимметричной части сечения рассеяния $\Sigma^{tr}_{ss'}$ на тривиальной спиновой текстуре с $Q = 0$ и $\chi = +1$, обусловленная изменением размера ka. Внутри области локализации $r < a/2$ профиль текстуры имеет вид $\Lambda(r) = 4\pi(r/a)(1 - 2r/a)$. Аналогично случаю магнитного скирмиона, в зависимости от величины параметра λ_a имеют место различные симметрийные режимы асимметричного рассеяния. При малых значения $\lambda_a \lesssim 1$ (рис. 2.11 - левая панель) имеет место зарядовый поперечный отклик, тип асимметрии рассеяния в каждом из четырех каналов рассеяния имеет одинаковый знак. В области $\lambda_a \gtrsim 4$ (рис. 2.11 - правая панель) асимметричное рассеяние в каналах с переворотом спина подавлено и имеет место спиновый эффект Холла. В области промежуточных значений $1 \lesssim \lambda_a \lesssim 4$ происходит перестройка системы, которая сопровождается осцилляциями в зависимости $\Sigma^{tr}_{ss'}$ от размера текстуры.

Развитая теория подчеркивает, что микроскопическое происхождение ТЭХ связано с локальным киральным спиновым порядком, нежели чем с топологией спиновой системы. Условие *неисчезновения* холловского сопротивления ρ^T_{yx} в макроскопическом объеме при усреднении спиновой киральности по различным триадами *не обязательно* состоит в нетривиальности топологии спинового поля; при формировании кирального спинового порядка в форме индивидуальных спиновых текстур топология последних не является необходимым требованием для наблюдения ТЭХ. Стоит отметить, однако, что топологический заряд индивидуальной текстуры существенно влияет на интенсивность асимметричного рассеяния в области параметров, соответствующих квазиклассическому движению электрона. Данные вопросы подробно рассматриваются в разделе 3.4.

2.6. Краткие итоги

- Разработана теория асимметричного рассеяния электрона на киральных спиновых текстурах и развита методика точного численного решения задачи рассеяния, основанная на методе фазовых функций.

- В рамках теории возмущений получены аналитические результаты для асимметричного темпа рассеяния в режиме слабой связи. Установлено, что асимметрия рассеяния в этом случае не зависит от спинового состояния электрона и носит чисто зарядовый характер.

- Проанализировано поведение асимметричной части сечения рассеяния на киральной спиновой текстуре в зависимости от величины адиабатического параметра λ_a. Показано, что зарядовый поперечный ток, реализующийся при малых значениях λ_a, сменяется спиновым поперечным током при $\lambda_a \gg 1$. Зависимость поперечных токов от размера спиновой текстуры при переключении между зарядовым и спиновым режимами асимметричного рассеяния носит немонотонный характер.

- Показано, что рассеяние электронов носит асимметричный характер не только в случае топологически заряженных конфигураций (магнитный скирмион), но и в случае спиновых текстур с тривиальной топологией. Все качественные особенности асимметричного рассеяния, такие как существование зарядового и спинового режимов, имеют универсальный характер и не зависят от топологии спинового поля.

Глава 3

Электронный транспорт в неупорядоченных системах с киральным спиновым порядком

3.1. Введение

Топологический эффект Холла наблюдается в широком спектре систем, где киральный спиновый порядок существует в форме неупорядоченного массива киральных спиновых текстур нанометрового масштаба. В зависимости от специфики материальной системы, индивидуальные текстуры представляют собой магнитные скирмионы или термические флуктуации намагниченности; подробнее данные вопросы изложены в разделах (1.1,1.2). В отсутствие геометрически регулярного пространственного расположения спиновых текстур взаимодействие электронов проводимости с областями кирального спинового упорядочения происходит случайным образом, а значит носит характер рассеяния. В данной главе представлена последовательная теория кинетических явлений и, в частности, топологического эффекта Холла в неупорядоченных системах с киральным спиновым порядком. Развитая теория строгим образом учитывает различные особенности рассеяния электрона на спиновых текстурах, рассмотренные подробно в главе 2. Теория применима для двумерных металлических систем с частично заполненными спиновыми подзонами, когда в зависимости от величины адиабатического параметра, описывающего динамику спина электрона в процессе рассеяния на спиновой текстуре, топологический эффект Холла может быть обусловлен как зарядовым, так и спиновым поперечными токами. Кинетические коэффициенты неупорядоченной системы рассчитываются с помощью уравнения Больцмана, при этом асимметричное рассеяние электронов на спиновых текстурах учитывается в интеграле столкновений. Данный подход позволяет связать кинетические коэффициенты системы с точными параметрами рассеяния на индивидуальных текстурах и исследовать транспорт электронов в случае текстур произвольной конфигурации и топологии. В главе также исследуются различные транспортные сценарии, которые имеют место в зависимости от относительной интенсивности рассеяния электронов на немагнитных примесях или спиновых текстурах и анализируются зарядовый и спиновый поперечные токи при различных режимах асимметричного рассеяния электрона в области кирального спинового порядка. На основе полученных результатов анализируются качественные особенности топологического эффекта Холла в различных реальных системах.

3.2. Кинетическая теория топологического эффекта Холла

3.2.1. Теоретическая модель и кинетическое уравнение

Кинетическая теория топологического эффекта Холла, представленная в этой главе, во многом опирается на модель, рассмотренную в разделе 2.2.1. Пускай имеется двумерный вырожденный электронный газ (2DEG), который описывается следующим Гамильтонианом

$$\mathcal{H}' = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m_0} - \alpha_0 \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \sum_i u(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i), \tag{3.1}$$

здесь параметры m_0 - эффективная масса электрона в плоскости движения (xy), $\alpha_0 > 0$ константа обменного взаимодействия со спиновым полем $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, последнее слагаемое описывает потенциальную энергию взаимодействия со случайно расположенными немагнитными примесями. Мы будем считать, что спиновой поле $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ содержит различные вклады:

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = \eta S_0 \boldsymbol{e}_z + \sum_j \delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j), \tag{3.2}$$

здесь первое слагаемое соответствует однородной компоненте намагничености, направленной вдоль оси z перпендикулярно плоскости 2DEG. Как обсуждалось в разделе 2.2.1, при $S_0 \neq 0$ однородная часть спинового поля приводит к спиновому расщеплению электронных подзон (см. рис 2.1а), Гамильтониан свободного движения электрона $\mathcal{H}_0$ из форм. 2.2 и спектр системы ε_p^s имеют вид:

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m_0} - \eta \frac{\Delta}{2} \sigma_z, \qquad \varepsilon_p^s = \frac{p^2}{2m_0} - s\eta\Delta,$$

индекс $s = \pm 1/2$, расстояние между параболами $\Delta = 2\alpha_0 S_0 > 0$, параметр $\eta = \pm 1$ соответствует ориентации спиновой текстуры. Всюду дальше мы предполагаем, что энергия Ферми больше обменного расщепления $E_F > \Delta/2$ и обе спиновые подзоны заселены электронами. Второе слагаемое в форм. 3.2 соответствует индивидуальным киральным спиновым текстурам нанометрового масштаба, расположенным в точках $\boldsymbol{r}_j$. Взаимодействие со спиновой текстурой приводит к упругому рассеянию электронов на отклонении спинового поля от однородной части $\delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j)$. Отметим, что в качестве спиновых текстур в форм. 3.2 можно рассматривать не только магнитные скирмионы, но также и киральные конфигурации с нулевым топологическим зарядом или компактные области кирального упорядочения без определенной топологии (см. раздел 1.1).

Мы развиваем транспортную теорию в классическом друдевском приближении, когда параметр $k_F \ell \gg 1$ ($k_F = \sqrt{2m_0 E_F}/\hbar$ фермиевский волновой вектор, ℓ - длина свободного пробега) и применимо кинетическое уравнение Больцмана:

$$\begin{aligned} &e\boldsymbol{E}\cdot\frac{\partial f_s(\boldsymbol{p})}{\partial \boldsymbol{p}} = \mathrm{St}\left[f_s(\boldsymbol{p})\right], \\ &\mathrm{St}\left[f_s(\boldsymbol{p})\right] = \sum_{\boldsymbol{p}',s'}\left(\mathcal{W}^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}f_{s'}(\boldsymbol{p}') - \mathcal{W}^{s's}_{\boldsymbol{p}'\boldsymbol{p}}f_s(\boldsymbol{p})\right), \end{aligned} \tag{3.3}$$

где $f_s(\boldsymbol{p})$ - функция распределения, $\boldsymbol{p}$ - 2D импульс электрона, $s = \pm 1/2$ индекс спиновой подзоны, $\boldsymbol{E}$ - электрическое поле, приложенное в плоскости 2DEG, $\mathcal{W}^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}$ - число переходов в единицу из состояния ($\boldsymbol{p}'$, s') в ($\boldsymbol{p}$, s) в результате упругого рассеяния, e - заряд электрона. Будем считать, что число переходов в единицу времени $\mathcal{W}^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}$, или темп рассеяния, содержит два вклада:

$$\mathcal{W}^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'} = \frac{2\pi}{\hbar}\left(n_i|u_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}|^2\delta_{ss'} + n_{sk}|T^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}|^2\right)\delta\left(\varepsilon^s_p - \varepsilon^{s'}_{p'}\right), \tag{3.4}$$

здесь первое слагаемов в скобках описывает спин-независимое рассеяние электронов на немагнитных примесях с двумерной концентрацией n_i, второе слагаемое обусловлено рассеянием на киральных спиновых текстурах с концентрацией n_{sk}; мы *пренебрегаем* интерференционными эффектами при одновременном рассеянии на немагнитных центрах и спиновой текстуре; матричный элемент $u_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}$ - преобразование Фурье потенциала примеси $u(\boldsymbol{r})$ из форм. 3.1, $T^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}$ - точная T-матрица рассеяния электрона на киральной спиновой текстуре (подробное описание свойств T-матрицы дается в главе 2), дельта-функция описывает закон сохранения энергии при упругом рассеянии. В согласии с форм. 2.15 квадрат модуля T-матрицы содержит четное $\mathcal{G}_{ss'}(\theta)$ и нечетное $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ слагаемые

$$\begin{aligned} &\nu^2|T^{ss'}_{\boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'}|^2 = \mathcal{G}_{ss'}(\theta) + \mathcal{J}_{ss'}(\theta), \\ &\mathcal{G}_{ss'}(\theta) = \mathcal{G}_{ss'}(-\theta) \quad \mathcal{J}_{ss'}(\theta) = -\mathcal{J}_{ss'}(-\theta). \end{aligned} \tag{3.5}$$

здесь $\theta = \varphi - \varphi'$ - угол рассеяния, φ, φ' - полярные угла импульсов $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}'$, $\nu = m_0/2\pi\hbar^2$. Отметим, что $\mathcal{G}_{ss'}(\theta)$, $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ также зависят от энергии электрона.

Киральный характер упорядочения спинов внутри текстуры $\delta\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ приводит к асимметричному рассеянию электронов, этот эффект описывается слагаемыми $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$. Наличие асимметричных членов $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ определяет структуру интеграла столкновений в форм. 3.3 и влияет на свойства различных кинетических коэффициентов, которые расчитываются при решении соответствующего кинетического уравнения 3.3.

3.2.2. Структура интеграла столкновений

Исследуем структуру интеграла столкновений с учетом наличия асимметричных слагаемых в темпе рассеяния при взаимодействии электронов со спиновыми текстурами. Функция распределения $f_s(\boldsymbol{p}) = f_s^0(\varepsilon) + g_s(\boldsymbol{p})$ содержит равновесную $f_s^0(\varepsilon)$ и неравновесную $g_s(\boldsymbol{p})$ части, здесь ε - энергия электрона. Неравновесные слагаемые обусловлены действием внешних сил, выводящих систему из термодинамического равновесия. Интеграл столкновений для неравновесной части функции распределения имеет вид:

$$\mathrm{St}\left[g_s(\boldsymbol{p})\right] = \sum_{\boldsymbol{p'},s'} \left(\mathcal{W}_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'} g_{s'}(\boldsymbol{p'}) - \mathcal{W}_{\boldsymbol{p'p}}^{s's} g_s(\boldsymbol{p}) \right), \tag{3.6}$$

Выделим зависимость $g_s(\boldsymbol{p})$ от полярного угла φ импульса $\boldsymbol{p} = (p, \varphi)$ в явном виде $g_s(\varphi)$ (зависимость от энергии ε в этой нотации опускается). Представим темп рассеяния в виде:

$$\mathcal{W}_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'} = \frac{1}{\nu} \mathcal{A}_{ss'}(\theta) \delta(\varepsilon_p^s - \varepsilon_{p'}^{s'}), \qquad \mathcal{A}_{ss'}(\theta) = \frac{2\pi}{\hbar} \nu \left(n_i |u_{\boldsymbol{pp'}}|^2 \delta_{ss'} + n_{sk} |T_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'}|^2 \right), \tag{3.7}$$

здесь $\theta = \varphi - \varphi'$ угол рассеяния, функции $\mathcal{A}_{ss'}$ также зависят от ε. Интегрирование форм. 3.6 по энергии электрона позволяет убрать дельта-функцию, в итоге получаем выражение:

$$\mathrm{St}\left[g_s(\varphi)\right] = \sum_{s'} \int \frac{d\varphi'}{2\pi} \Big(\mathcal{A}_{ss'}(\theta) g_{s'}(\varphi') - \mathcal{A}_{s's}(-\theta) g_s(\varphi) \Big). \tag{3.8}$$

Разложим $g_s(\varphi)$ и $\mathcal{A}_{ss'}(\theta)$ по базису угловых гармоник:

$$g_s(\varphi) = \sum_{n \geq 1} g_{s,n}^+ \cos n\varphi + g_{s,n}^- \sin n\varphi,$$

$$\mathcal{A}_{ss'}(\theta) = \ell_{0,ss'} + 2 \sum_{n \geq 1} \ell_{n,ss'}^+ \cos n\theta + \ell_{n,ss'}^- \sin n\theta, \tag{3.9}$$

где мы ввели следующие обозначения

$$\ell_{n,ss'}^+ = \frac{2\pi}{\hbar} \nu \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \cos n\theta \left(n_i |u_{\boldsymbol{pp'}}|^2 \delta_{ss'} + n_{sk} |T_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'}|^2 \right),$$

$$\ell_{0,ss'} = \frac{2\pi}{\hbar} \nu \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \left(n_i |u_{\boldsymbol{pp'}}|^2 \delta_{ss'} + n_{sk} |T_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'}|^2 \right), \qquad \ell_{n,ss'}^- = \frac{2\pi}{\hbar} \nu n_{sk} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \sin n\theta |T_{\boldsymbol{pp'}}^{ss'}|^2.$$

Коэффициенты $\ell_{n,ss'}^-$ приобретают особенно удобное представление при использовании введенного в форм. 2.15 безразмерного темпа рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$:

$$\ell_{n,ss'}^- = -\frac{e}{m_0 c} \left(n_{sk} \phi_0 \right) \int_0^{2\pi} \mathcal{J}_{ss'}(\theta) \sin n\theta d\theta, \tag{3.10}$$

здесь e - отрицательный заряд электрона, $\phi_0 = hc/|e|$ квант магнитного потока. После подстановки разложений 3.9 в интеграл столкновений 3.8 и интегрирования по углу φ' выражение для $\mathrm{St}[g_s]$ приобретает вид:

$$\mathrm{St}\left[g_s(\varphi)\right] = \sum_n \mathcal{I}_{s,n}^+ \cos n\varphi + \mathcal{I}_{s,n}^- \sin n\varphi, \tag{3.11}$$

$$\mathcal{I}_{s,n}^+ = \sum_{s'} \left[\ell_{n,ss'}^+ g_{s',n}^+ - \ell_{n,ss'}^- g_{s',n}^- - \ell_{0,s's} g_{s,n}^+ \right], \qquad \mathcal{I}_{s,n}^- = \sum_{s'} \left[\ell_{n,ss'}^+ g_{s',n}^- + \ell_{n,ss'}^- g_{s',n}^+ - \ell_{0,s's} g_{s,n}^- \right].$$

Слагаемые $\ell^-_{n,ss'}$, обусловленные асимметричным рассеянием на спиновых текстурах, смешивают четные $g^+_{s,n}$ и нечетные $g^-_{s,n}$ угловые части неравновесной функции распределения, что аналогично присутствию магнитного поля и влечет за собой формирование поперечной структуры кинетических коэффициентов.

3.2.3. Зарядовый и спиновый транспорт в электрическом поле

Перейдем к обсуждению зарядового и спинового транспорта электронов в линейном по электрическому полю режиме. Направим электрическое поле $\boldsymbol{E}$ вдоль оси x, полярный угол φ импульса $\boldsymbol{p}$ отсчитывается таким образом от направления электрического поля. Кинетическое уравнение с интегралом столкновений в форме 3.11 имеет вид:

$$eEv_s\frac{\partial f^0_s}{\partial\varepsilon}\cos\varphi = \sum_n \mathcal{I}^+_{s,n}\cos n\varphi + \mathcal{I}^-_{s,n}\sin n\varphi, \tag{3.12}$$

где $v_s = \sqrt{2(\varepsilon - s\eta\Delta)/m_0}$ - скорость электрона с энергией ε в s-й подзоне; количество ненулевых угловых гармоник $g^\pm_{n,s}$ функции распределения определяется транспортным сценарием. В случае линейного отклика на электрическое поле, когда мы пренебрегаем неравновесными слагаемыми в полевой части кинетического уравнения, левая часть 3.12 содержит только первую гармонику. В этом случае ($g^\pm_{s,n} = 0$, $\mathcal{I}^\pm_{s,n} = 0$) при $n \geq 2$ и только индекс $n = 1$ имеет значение; мы упростим обозначения и введем $g^\pm_s \equiv g^\pm_{1,s}$, при этом неравновесная часть $g_s(\boldsymbol{p})$ принимает вид:

$$g_s(\boldsymbol{p}) = g^+_s(\varepsilon)\cos\varphi + g^-_s(\varepsilon)\sin\varphi. \tag{3.13}$$

Слагаемые в интеграле столкновений с индексом $n = 1$ можно представить в форме:

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}^+_{s,1} &= -\tau_s^{-1}g^+_s + \Omega_{ss}g^-_s + \tau_{s\bar{s}}g^+_{\bar{s}} + \Omega_{s\bar{s}}g^-_{\bar{s}}\,,\\
\mathcal{I}^-_{s,1} &= -\tau_s^{-1}g^-_s - \Omega_{ss}g^+_s + \tau_{s\bar{s}}g^-_{\bar{s}} - \Omega_{s\bar{s}}g^+_{\bar{s}}\,,
\end{aligned} \tag{3.14}$$

где мы ввели $\tau_s^{-1} = \ell_{0,ss} - \ell^+_{1,ss} + \ell_{0,\bar{s}s}$, $\Omega_{ss'} = -\ell^-_{1,ss'}$, и $\tau^{-1}_{s\bar{s}} = \ell^+_{1,s\bar{s}}$; индекс $\bar{s}$ обозначает спиновое состояние, противоположное s. Явные выражение параметров $\tau_s, \tau_{s\bar{s}}, \Omega_{ss'}$ представлены ниже:

$$\begin{aligned}
&\tau_s^{-1} = \tau_0^{-1} + \omega_s; \quad \tau_0^{-1} = n_i\frac{2\pi}{\hbar}\nu\int_0^{2\pi}|u_{\boldsymbol{pp'}}|^2(1-\cos\theta)\frac{d\theta}{2\pi};\\
&\omega_s = n_{sk}\frac{2\pi}{\hbar}\int_0^{2\pi}\left[(1-\cos\theta)\,\mathcal{G}_{ss}(\theta) + \mathcal{G}_{\bar{s}s}(\theta)\right]\frac{1}{\nu}\frac{d\theta}{2\pi}; \qquad \tau^{-1}_{s\bar{s}} = n_{sk}\frac{2\pi}{\hbar}\int_0^{2\pi}\mathcal{G}_{s\bar{s}}(\theta)\cos\theta\frac{1}{\nu}\frac{d\theta}{2\pi};\\
&\Omega_{ss'} = \frac{eB_{ss'}}{m_0c}; \quad B_{ss'} = (n_{sk}\phi_0)\int_0^{2\pi}\mathcal{J}_{ss'}(\theta)\sin\theta d\theta.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Транспортные характеристики ($\tau_s, \tau_0, \omega_s, \Omega_{ss'}, \tau_{s\bar{s}}$) имеют следующий смысл. Параметр τ_s представляет собой полное транспортное время рассеяния, τ_0 - спин-независимое транспортное время рассеяния на немагнитных примесях, ω_s^{-1} и $\tau_{s\bar{s}}$ соответствуют транспортным временами рассеяния на спиновых текстурах. Параметр $\Omega_{ss'}$, обусловленный процессами асимметричного рассеяния, является аналогом циклотронной частоты; сопряженное эффективное магнитное поле $B_{ss'}$ определяется концентрацией спиновых текстур и безразмерным асимметричным темпом рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}$. Отметим, что в общем случае эффективное магнитное поле появляется во всех четырех каналах рассеяния.

Приравнивая $eEv_s\partial f_s^0/\partial\varepsilon = \mathcal{I}_{s,1}^+$, и $\mathcal{I}_{s,1}^- = 0$ в кинетическом уравнении 3.12, получаем систему уравнений на неизвестные коэффициенты $g_s^\pm$:

$$eE\begin{pmatrix} v_\uparrow \frac{\partial f_\uparrow^0}{\partial\varepsilon} \\ 0 \\ v_\downarrow \frac{\partial f_\downarrow^0}{\partial\varepsilon} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_\uparrow^{-1} & \Omega_{\uparrow\uparrow} & \tau_{\uparrow\downarrow}^{-1} & \Omega_{\uparrow\downarrow} \\ -\Omega_{\uparrow\uparrow} & -\tau_\uparrow^{-1} & -\Omega_{\uparrow\downarrow} & \tau_{\uparrow\downarrow}^{-1} \\ \tau_{\downarrow\uparrow}^{-1} & \Omega_{\downarrow\uparrow} & -\tau_\downarrow^{-1} & \Omega_{\downarrow\downarrow} \\ -\Omega_{\downarrow\uparrow} & \tau_{\downarrow\uparrow}^{-1} & -\Omega_{\downarrow\downarrow} & -\tau_\downarrow^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_\uparrow^+ \\ g_\uparrow^- \\ g_\downarrow^+ \\ g_\downarrow^- \end{pmatrix}. \tag{3.16}$$

Обращение данной матрицы 4×4 позволяет получить формальное решение этой системы $g_s^\pm$ при произвольных предположениях, относительно соотношений между параметрами ($\tau_s, \tau_0, \omega_s, \Omega_{ss'}, \tau_{s\bar{s}}$). Практический интерес, однако, представляют лишь специальные случаи, например режим разреженной скирмионной системы $\tau_0 \ll \omega_s^{-1}, \Omega_{ss'}, \tau_{s\bar{s}}$, который подробно рассматривается в разделе 3.3.

Слагаемые g_s^+, g_s^- определяют соответственно продольный и поперечный отклик электронного газа на электрическое поле. Действительно, учитывая, что $\boldsymbol{E}$ направлено вдоль x, мы получаем для плотности электрического тока $j_{x,y}$ и плотности потока z-компоненты спина $q_{x,y}^z$ в направлении (x, y) следующие выражения:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = e\sum_{\boldsymbol{p},s=\pm1/2} g_s(\boldsymbol{p})v \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} = e\frac{\nu}{2}\sum_{s=\pm1/2}\int v_s(\varepsilon)d\varepsilon \begin{pmatrix} g_s^+(\varepsilon) \\ g_s^-(\varepsilon) \end{pmatrix}, \tag{3.17}$$

$$\begin{pmatrix} q_x^z \\ q_y^z \end{pmatrix} = \sum_{\boldsymbol{p},s=\pm1/2} g_s(\boldsymbol{p})(s\cdot v) \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} = \frac{\nu}{2}\sum_{s=\pm1/2}\int s\cdot v_s(\varepsilon)d\varepsilon \begin{pmatrix} g_s^+(\varepsilon) \\ g_s^-(\varepsilon) \end{pmatrix}, \tag{3.18}$$

интегрирование здесь идет по энергии электрона ε. Поперечный электрический ток j_y (топологический эффект Холла), а также поперечный спиновый ток q_y^z (спиновый эффект Холла) связаны с коэффициентами g_s^-. Свойства зарядового и спинового поперечных откликов в значительной степени определяются особенностями рассеяния электрона на спиновых текстурах. В зависимости от характера динамики электронного спина внутри текстуры реализуются различные симметрийные режимы холловского транспорта. Совместное использование результатов точного расчета T-матрицы и асимметричных темпов рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$, представленных в главе 2, и развитой выше кинетическую теории, представленной форм. (3.16,3.17,3.18), составляет единое теоретическое описание транспортных явлений в системах с неупорядоченным массивом спиновых текстур, пригодное для любой величины адиабатического параметра λ_a и произвольного профиля спиновой текстуры $\delta\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$. Наиболее существенные частные случаи теории приводятся в последующих разделах.

3.3. Кинетика электронов в разреженном массиве спиновых текстур

Рассмотрим двумерную систему, содержащую малую концентрацию случайно расположенных киральных спиновых текстур, характеризующихся одинаковой закрученностью χ и уникальной ориентацией $\eta = +1$; последняя определяется направлением однородной части намагниченности. Будем предполагать, что темп рассеяния на спиновых текстурах существенно меньше, чем темп рассеяния на немагнитных примесях ($\omega_s\tau_0 \ll 1$, $\Omega_{ss'}\tau_0 \ll 1$), при этом транспортное время релаксации определяется $\tau_s = \tau_0$. Данный случай представляет собой *наибольший* интерес, поскольку при низких температурах в подавляющем числе систем проводимость лимитируется именно рассеянием на немагнитных центрах. Для нахождения коэффициентов g_s^-, определяющих холловское сопротивление, достаточно в системе уравнений 3.16 ограничиться ответом в низшем порядке по параметру $(\Omega_{ss'}\tau_0)$. Подробный вывод излагается в разделе 3.3.1, здесь мы остановимся на основных результатах для ρ_{yx}^T. Описание различных симметрийный режимов явления удобно производить с помощью разложения $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ форм. (2.20,2.21) по функциям $\mathit{\Gamma}_{1,2}$ и Π:

$$\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow}(\theta,\eta) = \eta\mathit{\Gamma}_1(\theta) + \Pi(\theta), \qquad \mathcal{J}_{\downarrow\downarrow}(\theta,\eta) = \eta\mathit{\Gamma}_1(\theta) - \Pi(\theta), \qquad \mathcal{J}_{\downarrow\uparrow}(\theta,\eta) = \mathcal{J}_{\uparrow\downarrow}(\theta,\eta) = \eta\mathit{\Gamma}_2(\theta),$$

Напомним, что $\mathit{\Gamma}_{1,2}, \Pi$ связаны со спин-независимым и спин-зависимым асимметричным рассеянием электрона соответственно. Используя функции $\mathit{\Gamma}_{1,2}$ и Π, поперечное сопротивление ρ_{yx}^T можно представить в виде суммы двух слагаемых (см. раздел 3.3.1):

$$\begin{aligned} &\rho_{yx}^T = \rho_c + \rho_a, \\ &\rho_c = R_0\left(\phi_0 n_{sk}\right)\int\limits_0^{2\pi}\left(\mathit{\Gamma}_1(\theta) + \mathit{\Gamma}_2(\theta)\right)\sin\theta d\theta, \qquad \rho_a = R_0 P_s\left(\phi_0 n_{sk}\right)\int\limits_0^{2\pi}\Pi(\theta)\sin\theta d\theta, \end{aligned} \tag{3.19}$$

здесь $R_0 = 1/nec$ соответствует постоянной Холла, $n = n_\uparrow + n_\downarrow$ обозначает суммарную плотность электронного газа, n_s - плотность в s-й спиновой подзоне, фактор P_s соответствует спиновой поляризации электронного газа

$$P_s = \frac{n_\uparrow - n_\downarrow}{n_\uparrow + n_\downarrow} = \frac{\Delta}{2E_F}. \tag{3.20}$$

Слагаемое ρ_c описывает холловский отклик, обусловленный зарядовым поперечным током, этот вклад не чувствителен к спиновой поляризации P_s. Слагаемое ρ_a описывает холловский отклик, обусловленный спиновым поперечным током, этот вклад возникает в меру конечной спиновой поляризации 2DEG $\rho_a \propto P_s$ при конверсии спинового тока в зарядовый. Относительная значимость двух вкладов ρ_a,ρ_c существенно зависит от параметров системы, влияющих на спиновую динамику электрона внутри спиновой текстуры. Подробнее поведение ρ^T_{yx} обсуждается в последующих разделах.

3.3.1. Решение кинетического уравнения и поперечные токи

Основной механизм рассеяния электронов в разреженной системе спиновых текстур связан с немагнитными примесями, мы можем считать, что $\tau_s \approx \tau_0 \ll \omega_s^{-1}, \Omega_{ss'}^{-1}$. Продольная часть функции распределения g_s^+ в этом случае с большой точностью определяется τ_0:

$$g_s^+ = \tau_0 e E v_s \left(-\frac{\partial f_s^0}{\partial \varepsilon} \right). \tag{3.21}$$

Поперечная часть g_s^- в низшем порядке по $\Omega_{ss'}\tau_0$ дается:

$$g_s^- = -\tau_0 \Big(\Omega_{ss} g_s^+ + \Omega_{s\bar{s}} g_{\bar{s}}^+ \Big), \tag{3.22}$$

здесь индекс $\bar{s}$ обозначает спиновую подзону, противоположную s. Плотности электрического $\boldsymbol{j}$ и спинового токов q_y^z, посчитанные в соответствии с форм. 3.17 имеют вид:

$$j_x = \sigma_0 E, \qquad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau_0}{m}, \tag{3.23}$$

$$j_y = \sigma^T_{yx} E, \qquad \sigma^T_{yx} = -\sigma_0 \sum_{s=\pm 1/2} \frac{n_s}{n} \left(\Omega_{ss} + \Omega_{s\bar{s}} \right) \tau_0,$$

$$q_y^z = \varkappa_{zyx} E, \qquad \varkappa_{zyx} = -\frac{1}{e}\sigma_0 \sum_{s=\pm 1/2} \frac{n_s}{n} s \cdot \left(\Omega_{ss} + \Omega_{s\bar{s}} \right) \tau_0, \tag{3.24}$$

где $n_s = \nu(E_F + s\Delta) = (1 \pm P_s)n/2$ - плотность электронов в s-й подзоне, $n = n_\uparrow + n_\downarrow$ - полная плотность электронов. Используя зарядовые $\mathit{\Gamma}_{1,2}(\theta)$ и спиновый $\Pi(\theta)$ поперечные вклады в асимметричное рассеяние, коэффициенты $\sigma^T_{yx}, \varkappa_{zyx}$ можно представить в форме:

$$\sigma^T_{yx} = -\sigma_0 \left(\Omega_{sk}\tau_0 \right) \Big(\mathit{\Gamma}_1 + \mathit{\Gamma}_2 + P_s \Pi \Big), \quad \varkappa_{zyx} = -\frac{1}{2e}\sigma_0 \left(\Omega_{sk}\tau_0 \right) \Big(\Pi + P_s \left(\mathit{\Gamma}_1 + \mathit{\Gamma}_2 \right) \Big), \tag{3.25}$$

$$\mathit{\Gamma}_{1,2} = \int_0^{2\pi} \mathit{\Gamma}_{1,2}(\theta) \sin\theta d\theta, \qquad \Pi = \int_0^{2\pi} \Pi(\theta) \sin\theta d\theta, \qquad \Omega_{sk} = \frac{e}{m_0 c}(\phi_0 n_{sk}).$$

Вклад спин-зависимого рассеяния Π в зарядовый ток и коэффициент σ^T_{yx} возможно лишь в меру поляризации электронного газа. В случае спинового тока и коэффициента $\varkappa_{zyx}$, напротив, спиновая поляризация определяет в какой степени спин-независимое рассеяние $\mathit{\Gamma}_{1,2}$ дает

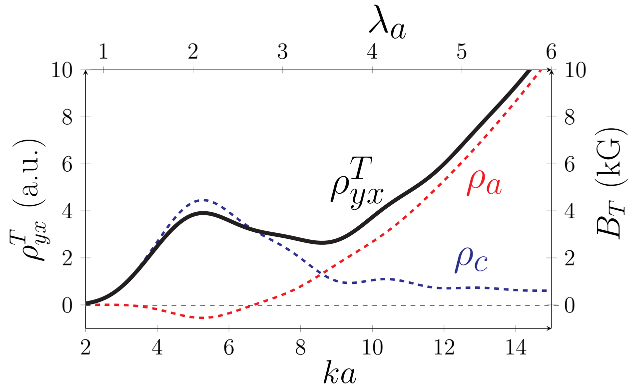

Рис. 3.1. Зависимость ρ_{yx}^T от размера магнитного скирмиона и кроссовер между зарядовым и спиновым механизмами ТЭХ. Параметры $P_s = 0.4$, $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

вклад в спиновый перечный ток; при $P_s = 0$ одинаковое число электронов с противоположным спином текут в одном направлении и спиновый ток возникает лишь в меру П.

Тензор электросопротивления $\hat{\rho}$ получается при обращении матрицы проводимости; удерживая лишь ведущие слагаемые относительно $\Omega_{ss'}\tau_0$ мы получаем:

$$\rho_{xx} = \sigma_0^{-1}, \quad \rho_{yx}^T = -\sigma_0^{-2}\sigma_{yx}^T = \rho_c + \rho_a, \tag{3.26}$$

где ρ_c, ρ_a представлены в форм. 3.19.

3.3.2. Кроссовер между зарядовым и спиновым режимами ТЭХ

Рассмотрим зависимость ρ_{yx}^T (форм. 3.19) от диаметра спиновой текстуры a. Будем предполагать, что энергия Ферми E_F заметно превосходит расщепление между спиновыми подзонами, так что спиновая поляризация носителей $P_s = \Delta/2E_F \ll 1$ существенно меньше 100%. Адиабатический параметр выразим в виде $\lambda_a = P_s(ka)$ согласно форм. 2.7; здесь $k = \sqrt{2E_F m_0/\hbar^2}$. Рис. 3.1 демонстрирует рассчитанную зависимость зарядового ρ_c, адиабатического ρ_a и полного ρ_{yx}^T холловских сопротивлений от диаметра магнитного скирмиона; профиль скирмиона $\Lambda_1(r) = \pi(1 - 2r/a)$ представлен на рис. 3.2(a). Кривые, представленные на рис. 3.1, соответствуют спиновой поляризации $P_s = 0.4$, и значению двумерной концентрации скирмионов $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ cm^{-2}. Темпы асимметричного рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}$ рассчитывались в рамках метода фазовых функций (см.раздел 2.4.2). Из рис. 3.1 видно, что для $\lambda_a \lesssim 1.8$ зарядовый вклад ρ_c существенно превосходит ρ_a, в этом режиме ρ_{yx}^T обусловлено генерацией поперечного зарядового тока. Для $\lambda_a \gtrsim 4.5$ адиабатический вклад доминирует $\rho_a \gg \rho_c$ и ρ_{yx}^T появляется в результате конверсии спинового поперечного тока в зарядовый. Изменение адиабатического параметра в рассматриваемом случае обусловлено увеличением размера

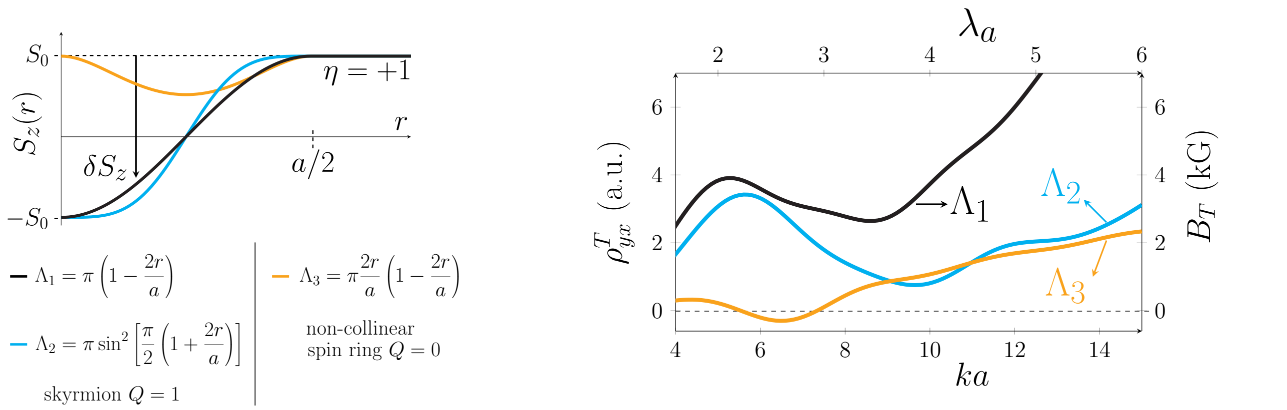

Рис. 3.2. (a) Профиль $S_z = S_0 \cos \Lambda(r)$ различных спиновых текстур. (b) Зависимость ρ^T_{yx} от размера спиновой текстуры в режиме кроссовера для различных конфигураций профиля текстуры $\Lambda(r)$. Параметры $P_s = 0.4$, $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

спиновой текстуры и волнового параметра ka, значение которого существенно влияет на особенности асимметричного рассеяния (см.раздел 2.5.2). В результате сопротивление ТЭХ ρ^T_{yx} демонстрирует нетривиальную зависимость от a в области параметров, соответствующих промежуточных значениям $4.5 \gtrsim \lambda_a \gtrsim 1.8$. По мере затухания асимметричного спин-флип рассеяния сперва имеет место уменьшение зарядового вклада ρ_c, и лишь чуть позже, когда процессы с переворотом спина в достаточной мере подавлены, начинает увеличиваться адиабатический вклад ρ_a. Этот эффект приводит к тому, что зависимость ρ^T_{yx} от размера скирмиона в режиме кроссовера обязательно содержит локальный минимум.

Поведение ρ^T_{yx} в режиме кроссовера крайне чувствительно к конкретной конфигурации спиновой текстуры. На рис. 3.2(a) представлена зависимость профиля z-компоненты спина $S_z(r) = S_0 \cos \Lambda(r)$ от расстояния до центра текстуры для трех различных спиновых конфигураций с $\eta = +1$ (мы считаем, что $\delta S^2_\parallel = S^2_0 - S^2_z$). Две конфигурации описывают магнитный скирмион ($\Lambda_1(r) = \pi(1 - 2r/a)$, $\Lambda_2(r) = \pi \sin^2 [(\pi/2)(1 + 2r/a)]$). Третий профиль ($\Lambda_3(r) = (2r/a)\pi(1 - 2r/a)$)) соответствует неколлинеарному спиновому кольцу, когда ориентация спина в центре параллельна однородной части S_0. Данная спиновая текстура имеет нулевой топологический заряд и также приводит к холловскому отклику (см. раздел 2.5.3). На рис. 3.2(b) представлена зависимость ρ^T_{yx} от a для трех различных спиновых текстур, показанных на левой панели. Мы видим, что структура осцилляционной зависимости ρ^T_{yx} от ka в режиме кроссовера крайне чувствительна к конкретному профилю спиновой текстуры и, в частности, существенно отлична для двух крайне близких скирмионных конфигураций Λ_1 и Λ_2. Сильная зависимость ρ^T_{yx} от $\Lambda(r)$ в режиме кроссовера обусловлена высокой интерференционной чувствительностью к профилю текстуры в области $ka \sim 2\pi$. Конфигурация, соответствующая Λ_2, характеризуется большим градиентом спинового поля, в результате адиабатический член ρ_a активируется при больших значениях ka и величина ρ_{yx}^T с профилем Λ_2 в режиме кроссовера оказывается меньше, чем в случае Λ_1. Подчеркнем еще раз, что холловское сопротивление ρ_{yx}^T отлично от нуля и в случае рассеяния на топологически тривиальной текстуре с профилем Λ_3. Более того, в области параметров $10 \lesssim ka \lesssim 16$ амплитуды ρ_{yx}^T в случае магнитного скирмиона Λ_2 и тривиального вихря Λ_3 сопоставимы.

Переключение между зарядовым и спиновым режимами топологического эффекта Холла должно иметь место при рассеянии носителей заряда на спиновых текстурах нанометрового масштаба, что характерно для квантовых ям магнитных полупроводников, или ферромагнитных атомарных пленок различного состава (см. разделы 3.4.2 и 4-й главы). Рассмотрим в качестве примера n-легированную квантовую яму $Cd_{1-x}Mn_xTe$ (эффективная масса электрона $m_0 = 0.11 \times 10^{-27}$ г, константа обменного взаимодействия $x \times 220$ мэВ) и киральную спиновую текстуру, чей размер определяется боровским радиусом примесного состояния (3 нм). При $x = 0.08$ и двумерной концентрации электронов $n_1 = 5 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ получаем $\lambda_a \approx 2.5$. При уменьшении концентрации вплоть до $n_2 = 1 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ или уменьшении доли Mn в составе до $x = 0.02$ адиабатический параметр может принимает $\lambda_a \approx 6$ и $\lambda_a \approx 0.8$, соответственно.

3.3.3. Величина и знак холловского сопротивления ρ_{yx}^T

Оценки топологического эффекта Холла и сопротивления ρ_{yx}^T удобно производить, используя эффективное магнитное поле B_T, определенное следующим образом:

$$\rho_{yx}^T = R_0 B_T, \qquad B_T = (\phi_0 n_{sk}) \int\limits_0^{2\pi} (\mathit{\Gamma}_1(\theta) + \mathit{\Gamma}_2(\theta) + P_s \Pi(\theta)) \sin\theta d\theta; \tag{3.27}$$

здесь $R_0 = 1/nec$ - постоянная Холла, вклад в поперечное сопротивление от нормального эффекта Холла имеет вид $\rho_{yx}^{\mathcal{O}} = R_0 B_0$. Поле B_T соответствует такой величине внешнего магнитного поля B_0 приложенного к системе, при которой сопротивление $\rho_{yx}^{\mathcal{O}}$ становится сравнимо с ρ_{yx}^T.

В виду отсутствия последовательной теории топологического эффекта Холла в системах неупорядоченных спиновых текстур широкое распространение приобрел способ оценки холловского сопротивления, согласно которому каждый магнитный скирмион соответствует кванту магнитного потока в ρ_{yx}^T, так что в адиабатическом режиме $|B_T| \approx P_s(\phi_0 n_{sk})Q$. Развитая в работе теория и, в частности, форм. 3.27 демонстрируют, что эта оценка не учитывает важные особенности рассеяния носителей заряда на спиновых текстурах. Согласно

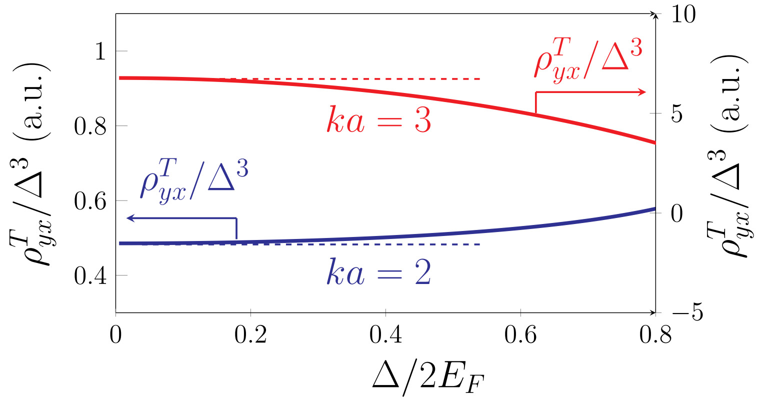

Рис. 3.3. Зависимость ρ^T_{yx}/Δ^3 от величины обменного взаимодействия $\Delta/2E_F$ при $ka = 2$ (синяя кривая) и $ka = 3$ (красная кривая) для скирмионной конфигурации Λ_1.

форм. 3.27 ρ^T_{yx} и B_T линейно зависят не только от плотности спиновых текстур $(\phi_0 n_{sk})$, но и от безразмерных темпов рассеяния $\varGamma_{1,2}, \Pi$. В общем случае имеет место перенормировка величины B_T и множителя $(\phi_0 n_{sk})$ в зависимости от режима асимметричного рассеяния.

Наиболее существенная перенормировка эффективного поля имеет место в режиме слабой связи ($\lambda_a \lesssim 1$), когда спиновая киральность индуцирует зарядовый отклик $\varGamma_{1,2}$ (см. раздел 2.3) в третьем порядке по обменному взаимодействию и B_T пропорционально Δ^3. На рис. 3.3 построена зависимость ρ^T_{yx}/Δ^3 для нескольких значений параметра $ka = 2, 3$. Из рис. 3.3 следует, что пропорциональность $\rho^T_{yx} \propto \Delta^3$ сохраняется вплоть до $\Delta/2E_F \approx 0.2$, при больших значениях Δ теория возмущений перестает быть применима и скейлинг третьей степени нарушается. Отметим, что несмотря на малую величину темпа асимметричного рассеяния $\varGamma_{1,2}$ в режиме слабой связи, (согласно форм. (2.41,2.42) темпы $\varGamma_{1,2} \propto (\Delta/2E_F)^3 (ka/2)^8$ при $\lambda_a, ka \lesssim 1$), величина B_T по прежнему может принимать большие значения в абсолютных единицах магнитного поля в силу высокой концентрации спиновых текстур n_{sk}. Действительно, для $n_{sk} = 5 \times 10^{12}$ см$^{-2}$ и $\lambda_a = 0.8$ ($ka = 2$, $P_s = 0.4$) получаем $B_T \approx 0.7$ Т.

Величина B_T в режимах кроссовера и сильной связи для концентрации $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ представлена на рис. (3.1,3.2,3.4). При $n_{sk}\phi_0 \approx 8$ Т значение B_T в области промежуточных величин λ_a имеет порядок нескольких кГ; в режиме сильной связи ($\lambda_a \gg 1$) величина B_T может достигать несколько Тесла. Важно заметить, что традиционная оценка $|B_T| \approx P_s(\phi_0 n_{sk})Q$ оказывается применима лишь в адиабатическом режиме $\lambda_a \gg 1$ и при больших размерах спиновой текстуры $ka \gg 1$. На рис. 3.4 представлена зависимость ρ^T_{yx} от ka в области $ka \gg 1$ для трех различных спиновых конфигураций из рис. 3.2(a). Заметим, что для текстур с ненулевым значеним топологического заряда ($\Lambda_{1,2}$) происходит *насыщение* B_T до своей максимальной величины $P_s(\phi_0 n_{sk})$ в области $ka \geq 35$. Холловское сопротивление

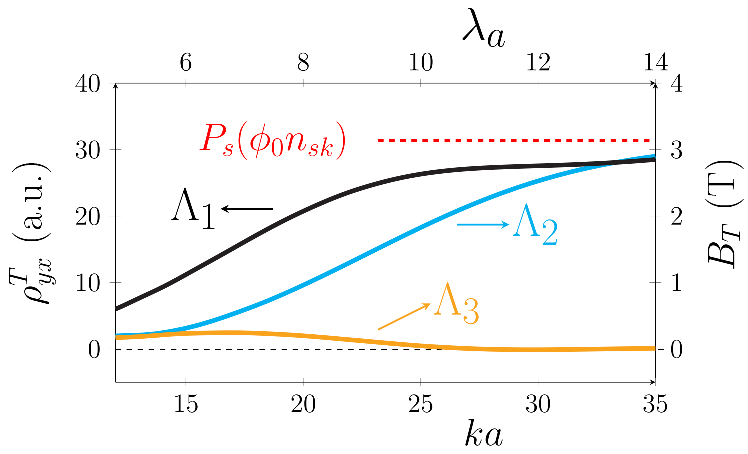

Рис. 3.4. Зависимость ρ^T_{yx} от размера спиновой текстуры ka для различных профилей Λ в адиабатическом режиме. Параметры $P_s = 0.4$, $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$. Эффективное магнитное поле в режиме насыщения $B_T = P_s(\phi_0 n_{sk}) \approx 3.3\ T$.

ρ^T_{yx} в случае тривиальных спиновых текстур (профиль Λ_3 с $Q = 0$), напротив, асимптотически падает до нуля. Мы видим, что величина топологического заряда становится существенной в области $ka \gg 1$, более подробно этот эффект рассматривается в разделе 3.4.

Перейдем к обсуждению знака топологического эффект Холла. Вклады в поперечное сопротивление, обусловленные топологическим и нормальным эффектами Холла, имеют вид $\rho^T_{yx} = R_0 B_T$, $\rho^{\mathcal{O}}_{yx} = R_0 B_0$; нас будут интересовать знаки соответствующих магнитных полей B_T и B_0. Будем предполагать, что однородная намагниченность S_0 ориентирована вдоль внешнего магнитного поля $B_0 > 0$. Отметим, что в общем случае знаки зарядового ρ_c, адиабатического ρ_a и полного ρ^T_{yx} сопротивлений могут быть произвольными. Действительно, на рис. 3.1 видно, что ρ_a меняет свой знак при увеличении ka. В зависимости от профиля спиновой текстуры, также может иметь место смена знака ρ^T_{yx}, что наблюдается для Λ_3 профиля на рис. 3.2(b). Знак компонент поперечного сопротивления удается однозначно определить лишь в предельных режимах ТЭХ, т.е. вдали как от полуметаллического режима $E_F \gg \Delta/2$ так и от режима кроссовера $\lambda_a \approx 1$. Рассмотрим режим слабой связи ($\lambda_a \lesssim 1$), в этом случае можно воспользоваться результатами (2.41,2.42); эффективное магнитное поле пропорционально спиновой киральности в виде $B_T \propto \mathrm{sgn}(\chi)\eta\mathcal{I}_z$. Для $\chi = +1$, $\eta = +1$ знак $\mathcal{I}_z < 0$ в силу $\delta S_z < 0$ (см. рис. 3.2(a)), в результате $B_T < 0$ и знак B_T оказывается противоположен B_0. В адиабатическом режиме ($\rho_a \gg \rho_c$) электроны с положительной проекцией спина (вдоль намагниченности S_0 и внешнего магнитного поля) сохраняют тот же тип асимметрии рассеяния, как и в случае слабой связи (см. рис. 2.4). Спиновая поляризация газа в этих условиях положительная ($P_s > 0$), поэтому эффективное магнитное поле также оказывается $B_T < 0$. Мы видим, что для спиновых текстур $\chi = +1, \eta = +1$ топологическое поле B_T обычно противоположно направлено внешнему полю B_0.

3.3.4. Положение уровня Ферми

Поведение ρ_{yx}^T при изменении положения энергии Ферми E_F также демонстрирует ряд отличительных особенностей. В случае $E_F < \Delta/2$ только нижняя спиновая подзона заполнена электрона и спиновая поляризация $P_s = 1$. Мы будем изучать холловское сопротивление в области $E_F \geq \Delta/2$, когда вторая спиновая подзона также начинает заселяться электронами. В дальнейшем рассмотрении параметры Δ и a считаются фиксированными, изменяется только E_F. Для анализа удобно составить из двух постоянных величин Δ, a один безразмерный параметр $\beta_{ex} = \lambda_a/\sqrt{P_s} = \sqrt{m_0\Delta/\hbar^2}a$, независящий от E_F. На рис. 3.5 представлена зависимость ρ_{yx}^T от E_F, рассчитанная для Λ_1 конфигурации скирмиона при трех различных значениях β_{ex}. Отметим, что зависимость ρ_{yx}^T от E_F носит *немонотоный* характер с ярко выраженным максимумом вблизи порога $E_F = \Delta/2$ и последующим затуханием в области больших E_F. Величина ρ_{yx}^T вблизи порога перехода в полуметаллический режим определяется размером скирмиона a. С уменьшением размера скирмиона система переходит в режим слабой связи, при котором поперечный отклик обусловлен процессами рассеяния с переворотом спина. В полуметаллическом режиме $E_F < \Delta/2$ такие процессы невозможны и поперечный отклик абсолютно подавлен; на рис. 3.5 наблюдается затухание ρ_{yx}^T at $E_F = \Delta/2$ при уменьшении a и, соответственно, β_{ex}. Подавление ρ_{yx}^T в противоположной области $E_F \gg \Delta$ происходит в силу двух факторов. С одной стороны имеет место уменьшение спиновой поляризации 2DEG, которое выключает адиабатический вклад ρ_a в холловское сопротивление. С другой стороны происходит уменьшение величины сечения рассеяния, обусловленное тем, что кинетическая энергия электрона начинает существенно превосходить масштаб потенциала рассеяния и в асимметричной части $\Sigma_{ss'}(\theta)$ развивается осцилляционная структура (см.рис. 2.5 при условии $\lambda_a \lesssim 1$).

Изменение положения энергии Ферми влияет на асимметричную часть сечения рассеяния посредством одновременно двух параметров ka и λ_a, что приводит к некоторым интересным особенностям в поведении поперечного сопротивления. Эти особенности продемонстрированы на рис. 3.6, где построены зависимости ρ_{yx}^T, ρ_c, и ρ_a от E_F при $\beta_{ex} = 3$ (малый размер скирмиона) и $\beta_{ex} = 6$ (большой размер скирмиона). Для $\beta_{ex} = 3$ (рис. 3.6(a)) адиабатический вклад ρ_a имеет отрицательный знак вдали от порога. Этот результат обусловлен сложной угловой зависимостью $\Sigma_{ss'}(\theta)$, которая типичным образом возникает в области про-

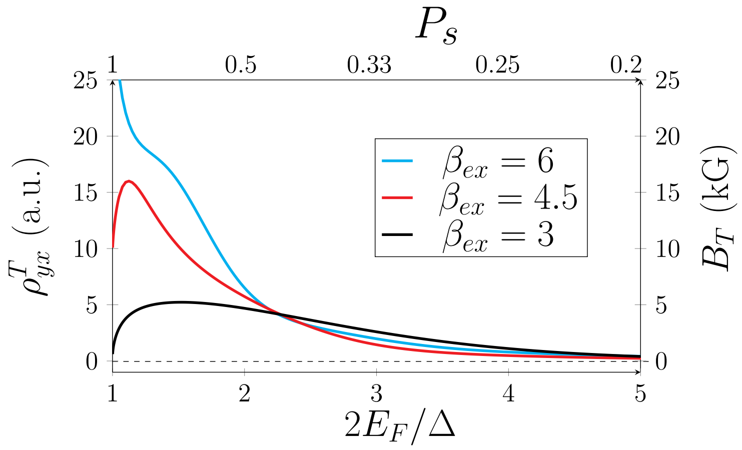

Рис. 3.5. Зависимость ρ_{yx}^T от энергии Ферми E_F при различных $\beta_{ex} = \sqrt{m\Delta/\hbar^2}a$ для профиля Λ_1, $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

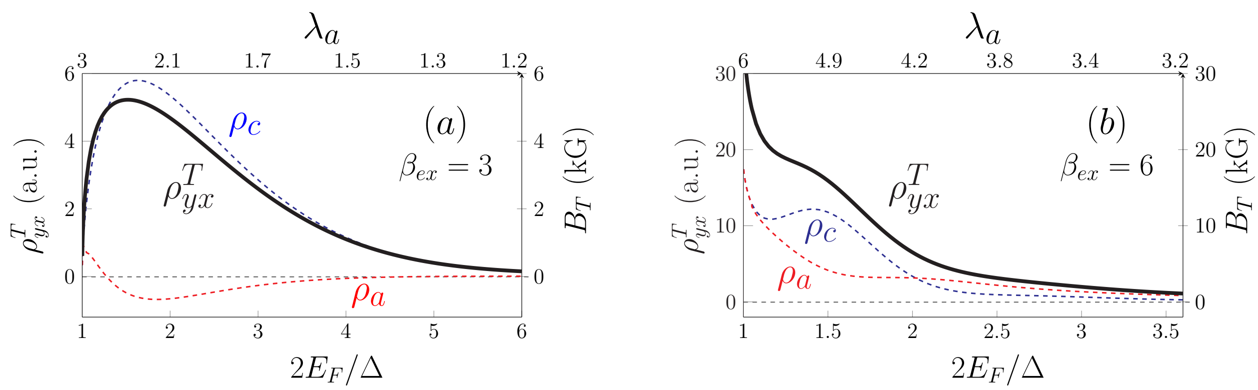

Рис. 3.6. Зависимость ρ_{yx}^T, ρ_c, ρ_a от энергии Ферми E_F для $\beta_{ex} = 3$ (a) и $\beta_{ex} = 6$ (b) профиль скирмиона Λ_1, $n_{sk} = 2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

межуточных значений адиабатического параметра ($1 \leq \lambda_a \leq 2$). Мы уже встречали ранее эту особенность на рис. 3.2, где ρ_a становится отрицательной в той же области значений параметра λ_a. В случае скирмиона большого размера $\beta_{ex} = 6$ (рис. 3.6(b)) λ_a также имеет большую величину, так что на общее подавление сопротивления с ростом E_F накладываются интерференционные осцилляции, характерные для режима кроссовера и промежуточных значений λ_a. Данные осцилляционные особенности видны на рис. 3.2 в области $4 \leq \lambda_a \leq 5$.

Рассмотрим подробнее поведение асимметричных темпов рассеяния $\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ вблизи порога перехода в полуметаллический режим $E_F \approx \Delta/2$. В области $E_F < \Delta/2$, имеется лишь один канал рассеяния (для $\eta = +1$ движение возможно лишь в состоянии $|\uparrow\rangle$), поэтому интенсивность рассеяния в каналах, которые являются закрытыми при $E_F < \Delta/2$, должна стремится в ноль при приближении к порогу $E_F \approx \Delta/2$. Данное требование приводит к следующим условиям $\mathit{\Gamma}_2(\theta) \approx 0$, и $\mathit{\Gamma}_1(\theta) \approx \Pi(\theta)$ вблизи $E_F \approx \Delta/2$. Темп рассеяния в единственном активном канале в этом случае принимает вид $\mathcal{J}_{\uparrow\uparrow} \approx 2\Pi(\theta)$, при этом $\rho_a \approx \rho_c$. Отметим, что соотношение $\rho_a \approx \rho_c$ выполняется вбилизи перехода в полуметаллический режим вне зависимости от величины адиабатического параметра.

3.4. Топологический эффект Холла в системах с магнитными скирмионами

Поведение топологического эффекта Холла в системах со спиновыми текстурами большого размера демонстрирует ряд уникальных особенностей. При исследовании величины поперечного сопротивления ρ^T_{yx} в разреженном массиве спиновых текстур мы видели (см. рис. 3.4), что при достижении $ka \gg 1$ амплитуда ρ^T_{yx} перестает зависеть от размера текстуры; зависимость ρ^T_{yx} от a носит характер насыщения с предельным значением $\rho^T_{xy} = R_0 P_s(\phi_0 n_{sk})Q$. Более того, в этом режиме особенную роль приобретает топология спиновой текстуры, а величина топологического заряда Q существенным образом влияет на ρ^T_{yx}. Топологический эффект Холла в неупорядоченных массивах спиновых текстур обусловлен процессами рассеяния электрона на индивидуальных текстурах, таким образом чувствительность ρ^T_{yx} к топологии спинового упорядочения в этих системах связана с особенностями рассеяния электрона на *одиночной* спиновой текстуре, нежели чем со специальным характером геометрического упорядочения текстур в пространстве, как в случае скирмионного кристалла (см. форм. 1.7).

Проанализируем подробнее рассеяние электрона на магнитном скирмионе в квазиклассическом режиме $ka \gg 1$. Будем использовать полный симметричный $\mathcal{G}_{ss'}$ и асимметричный $\mathcal{J}_{ss'}$ темпы рассеяния:

$$\mathcal{G}_{ss'} = \int\limits_0^{2\pi} \mathcal{G}_{ss'}(\theta)d\theta, \qquad \mathcal{J}_{ss'} = \int\limits_0^{2\pi} \mathcal{J}_{ss'}(\theta)\sin\theta d\theta. \tag{3.28}$$

На рис. 3.7(a) представлена зависимость $\mathcal{G}_{ss'}$ от размера магнитного скирмиона с профилем Λ_1 в различных каналах рассеяния. Темп рассеяния в канах с переворотом спина $\mathcal{G}_{\uparrow\downarrow}$ уменьшается по мере увеличения адиабатического параметра. Интенсивность рассеяния в каналах без переворота спина, напротив, увеличивается с ростом a, при этом величины $\mathcal{G}_{ss'}$ для противоположных проекций спина различны в меру разных значений волновых векторов в спиновых подзонах. Интегральный темп рассеяния электрона на двумерном потенциале большого масштаба $ka \gg 1$ в силу соображений размерности зависит линейно от размера потенциала, что и наблюдается на рис. 3.7(a). Темп асимметричного рассеяния в каналах без переворота спина представлен на рис. 3.7(b). Важно заметить, что зависимость $\mathcal{J}_{ss'}$ от

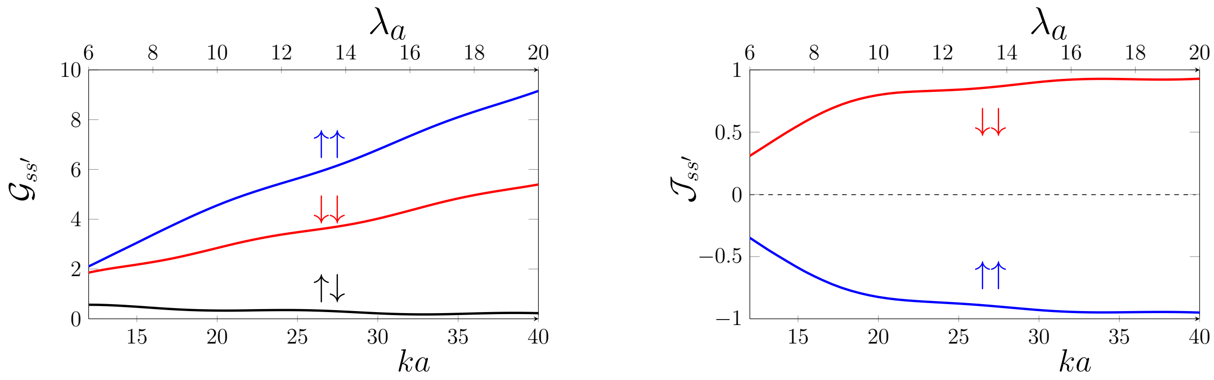

Рис. 3.7. Зависимость $\mathcal{G}_{ss'}$ и $\mathcal{J}_{ss'}$ от размера магнитного скирмиона; профиль скирмиона Λ_1, константа обменного взаимодействия $\Delta/2E = 0.5$.

ka не является линейной и, напротив, имеет место насыщение в области квазиклассического движения $ka \gg 1$; предельное значение $\mathcal{J}_{ss} \to \pm 1$. В случае спиновой текстуры тривиальной топологии насыщение $\mathcal{J}_{ss'}$ сменяется асимптотическим убывание к нулевому значению. Данные результаты находят объяснение в рамках квазиклассической картины рассеяния, представленной в разделе 3.4.1. Отметим, что обнаруженные особенности поведения топологического эффекта Холла имеют широкую практическую значимость: как обсуждается в разделе 3.4.2, подавляющее число ферромагнитных систем, в которых на сегодняшний день наблюдались магнитные скирмионы, характеризуются такими материальными параметрами, при которых реализуется режим насыщения асимметричных темпов рассеяния.

3.4.1. Квазиклассическая картина рассеяния

Покажем, что поперечный ток электронов при квазиклассическом рассеянии на киральной спиновой текстуре определяется топологическим зарядом текстуры и *не зависит* от ее размера. Будем предполагать, что движения электронного спина в поле намагниченности носит адиабатический характер $\lambda_a \gg 1$. Согласно рис. (3.7,3.4) насыщение асимметричных темпов $\mathcal{J}_{ss'}$ при $\lambda_a \gg 1$ наступает в области $ka \gg 1$. При фиксированном значении $\Delta/2E \leq 1$, соотношение $ka \gg 1$ является условием квазиклассичности движения электрона внутри спиновой текстуры. Решение задачи рассеяния в этом случае можно производить в рамках классической механики.

Пускай на некоторый рассеиватель вдоль оси X налетает однородный поток электронов с плотностью тока $v_0 n_e$, здесь v_0 - скорость налетающих электронов (при сопоставлении данной картины с рассеянием 2DEG электронов v_0 соответствует скорости Ферми v_F) и n_e - двумерная концентрация электронов. Поместим мысленно рассеиватель в центр квадрата

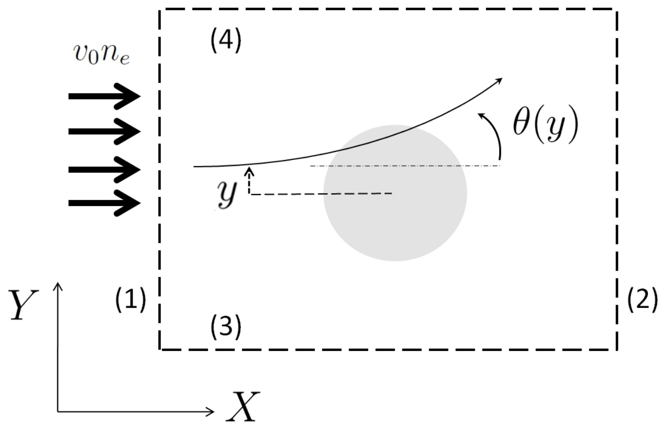

Рис. 3.8. Картина классического рассеяния потока электронов.

большого размера $L \gg a$ и рассчитаем *полное* число (ток) электронов $I_{x,y}$, покидающих квадрат в единицу времени в направлениях вдоль начального потока X и поперек него Y. Электрон, налетающий с левой границы квадрата (1) (см. рис. 3.8) на высоте y, соответствующей прицельному параметру, рассеивается на угол $\theta(y)$; скорость электрона вдоль осей X, Y после рассеяния $v_x = v_0 \cos\theta$, $v_y = v_0 \sin\theta$. Рассмотрим вначале ток электронов вдоль оси X; число электронов $I_{1,2}$, пересекающих стороны квадрата $(1,2)$ в единицу времени, дается:

$$I_{1,2} = \int dN_{1,2} v_x(y_{1,2}), \tag{3.29}$$

здесь $dN_{1,2}$ соответствует распределению электронов на сторонах квадрата (1,2) по вертикальным координатам $y_{1,2}$. В силу сохранения числа частиц до и после рассеяния подинтегральные выражения в форм. 3.29 удовлетворяют $dN_{1,2} v_x(y_{1,2}) = (n_e dy) v_x(y)$, где y - прицельный параметр; с учетом этого интегралы $I_{1,2}$ можно представить в виде:

$$I_2 = n_e v_0 \int\limits_{\theta\in[-\pi/2,\pi/2]} \frac{dy(\theta)}{d\theta}\cos\theta d\theta, \qquad I_1 = n_e v_0 \int\limits_{\theta\in[\pi/2,3\pi/2]} \frac{dy(\theta)}{d\theta}\cos\theta d\theta, \tag{3.30}$$

Отметим, что величина $dy/d\theta = d\sigma/d\theta$ представляет собой классическое дифференциальное сечение рассеяния в двумерном случае. Суммарный ток электронов из квадрата в направлении X определяется суммой $I_1 + I_2$; эта величина отличается от полного тока $I_x^0 = n_e v_0 L$, который имел бы место в отсутствии рассеивателя. Изменение полного тока $\Delta I_x = I_x^0 - I_1 - I_2$ электронов вдоль оси X, обусловленное наличием рассеивателя и соответствующее транспортному времени релаксации, можно представить в виде:

$$\Delta I_x = \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e v_0 dy - \int\limits_{0}^{2\pi} n_e v_0 \cos\theta \frac{d\sigma}{d\theta} d\theta = n_e v_0 \int\limits_{0}^{2\pi} d\sigma(\theta)(1-\cos\theta), \tag{3.31}$$

Величина $w_x \equiv \Delta I_x / n_e$ не зависит от концентрации электронов в пучке и определяется исключительно структурой заданного потенциала; именно параметр w_x нужно сравнивать с моментами темпов перехода в единицу времени, рассчитанными с помощью точной T-матрицы. Отметим, в частности, что транспортное время рассеяния τ_{tr}^{-1} электрона в системе со случайно расположенными рассеивателями с двумерной концентрацией n_{sk} определяется через w_x следующим образом: $\tau_{tr}^{-1} = n_{sk} w_x$. Аналогично форм. (3.29,3.30) полный ток электронов I_y из квадрата в поперечном направлении Y имеет вид:

$$I_y = I_3 + I_4 = \int dN_3 v_y(x_3) + \int dN_4 v_y(x_4) = n_e v_0 \int\limits_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\theta} \sin\theta d\theta, \tag{3.32}$$

где мы учли сохранение числа частиц до и после рассеяния: $dN_{3,4} v_y(x_{3,4}) = (n_e dy) v_y(y)$, здесь $x_{3,4}$ координаты на горизонтальных сторонах квадрата $(3,4)$. Характеристикой потенциала рассеяния является отношение $w_y \equiv (I_3 + I_4)/n_e$, не зависящее от концентрации электронов.

Применим данное описание для исследования рассеяния электрона на одиночной киральной спиновой текстуре. Нас будет интересовать полный асимметричный ток w_y^s из форм. 3.32 в s-й спиновой подзоне (скорость $v_s = \sqrt{2(E + s\Delta)/m_0}$ различается в спиновых подзонах), который мы представим в виде:

$$w_y^s = v_s \int\limits_0^{2\pi} \Sigma_{ss}(\theta) \sin\theta d\theta = v_s \Sigma_{ss}^{tr} = \frac{2\pi\hbar}{m_0} \mathcal{J}_{ss} \tag{3.33}$$

где $\Sigma_{ss}(\theta)$ - асимметричная часть сечения рассеяния в канале $s = \pm 1/2$ без переворота спина, $\mathcal{J}_{ss}$ - полный темп асимметричного рассеяния (см. форм. 3.28,2.67). Перейдем к вычислению w_y^s в рамках классической механики. Двигаясь внутри спиновой текстуры, каждый отдельный электрон испытывает действие силы [117]:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{|e|}{c} [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})] + \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{r}), \qquad B_z(\boldsymbol{r}) = \pm \phi_0 \rho_{sk}(\boldsymbol{r}) \tag{3.34}$$

здесь первое слагаемое - сила Лоренца, обусловленная эффективным геометрическим магнитным полем, которое возникает при адиабатическом движении электронного спина в области киральной намагниченности (форм. 1.6), слагаемое $\boldsymbol{F}_0$ соответствует радиально симметричной части спиновой текстуры. В результате рассеяния электрон, налетающий с прицельным параметром y, приобретает компоненту импульса в поперечном направлении:

$$p_y^s(y) = \mp \frac{|e|}{c} \int v_x(t) B_z(x(t), y(t)) dt + p_y^*, \tag{3.35}$$

второе слагаемое p_y^* обусловлено действием радиально-симметричной силы $\boldsymbol{F}_0$ и не приводит к асимметрии рассеяния, дальше мы его не рассматриваем. Интегрирование идет по времени движения электрона внутри спиновой текстуры, траектория частицы $(x(t), y(t))$. Нас интересует режим $\sqrt{2m_0 E/\hbar^2} a \gg 1$, когда рассеяние носит малоугловой характер и диаграмма направленности концентрируется в области малых углов рассеяния (см. рис. 2.5(c)). Приобретенный импульс в поперечном направлении $p_y(y)$ в этом случае является малой величиной, так что в интеграле 3.35 можно пренебречь изменением y координаты на истинной траектории и считать, что $y(t) = y$ не зависит от времени и определяется прицельным параметром. Выражение для компоненты скорости в поперечном направлении принимает вид:

$$v_y^s(y) = v_s \sin\theta(y) = \mp\frac{|e|}{m_0 c}\int\limits_{-\infty}^{\infty} B_z(x,y)dx. \tag{3.36}$$

Полученную скорость нужно подставить в форм. 3.32 для суммарного тока электронов в поперечном направлении:

$$w_y^s = (I_3^s + I_4^s)/n_e = \int\limits_{-\infty}^{\infty} v_y^s(y)dy, \tag{3.37}$$

где интегрирование идет по всем прицельным параметрам. Используя явный вид $v_y^s(y)$ приходим к следующему ответу:

$$w_y^s = \mp\frac{|e|}{m_0 c}\phi_0\int d\boldsymbol{r}\rho_{sk}(\boldsymbol{r}) = \mp\frac{|e|}{m_0 c}\phi_0 Q. \tag{3.38}$$

Мы видим, что асимметричный темп рассеяния при квазиклассическом движении электрона *в явном виде* определяется топологическим зарядом спиновой текстуры и не зависит от размера последней. Сравнивая результат w_y^s с форм. 3.33, получаем выражение для темпа рассеяния:

$$\mathcal{J}_{ss} \equiv \int\limits_0^{2\pi} \mathcal{J}_{ss}(\theta)\sin\theta d\theta = \mp\int d\boldsymbol{r}\rho_{sk}(\boldsymbol{r}) = \mp Q, \tag{3.39}$$

что находится в полном согласии с результатами численного расчета и рис. (3.7,3.4). Данное рассмотрение устанавливает природу и условия топологического квантования поперечного отклика электронов при рассеянии на киральных спиновых текстурах. Связь холловского тока с интегральной характеристикой Q спинового поля формируется в результате интегрирования уравнений движения в продольном направлении (вдоль начальной скорости в предположении малоуглового рассеяния) и усреднения по потоку электронов в поперечном направлении. Отметим, однако, еще раз, что в общем случае топология спинового поля не является ключевым фактором для формирования асимметрии рассеяния; в случае, когда условия $(ka, \lambda_a) \gg 1$ не выполнены асимметричный токовый отклик формируется независимо от топологии текстуры.

3.4.2. Топологический эффект Холла в ферромагнетных слоях с магнитными скирмионами

При квазиклассическом движении электрона ($ka \gg 1$) внутри спиновой текстуры и адиабатически медленной связи между спином электрона и полем намагниченности ($\lambda_a \gg 1$) поперечные спиновый и зарядовый токи перестают зависеть от размера текстуры и определяются ее топологией, поперечное сопротивление описывается формулой $\rho^T_{xy} = R_0(\phi_0 n_{sk})P_s Q$. Оценим реалистичность данной картины в реальных материальных системах с магнитными скирмионами. Характерный размер скирмионов, которые исследуются в группе К.Панагополуса [66, 71, 75] в многослойных стэках Ir/Fe/Co/Pt, лежит в диапазоне $40 - 80$ нм. Возьмем для оценки $a = 50$ нм, $\Delta = 0.6$ эВ, $E_F = 5$ эВ, эффективную массу электрона в плоскости слоев $m_0 = 10^{-27}$ г, в этом случае адиабатический параметр $\lambda_a \approx 30$ и волновой параметр $ka \approx 600$. Скирмионы, полученные в группах А.Ферта [44, 73] Ж.Година [164] в схожих мультислоях Co/Pt, имеют несколько бо́льший размер и достигают сотен нанометров; условия $(\lambda_a, ka) \gg 1$ в этих системах также хорошо выполняются. Важнейшая особенность топологического эффект Холла в области $(\lambda_a, ka) \gg 1$ состоит в том, что имеется лишь один параметр $P_s = \Delta/2E_F$, влияющий на абсолютную величину $\rho^T_{yx}/R_0 = B_T$ и связанный с характеристиками материала. Нахождение P_s в реальных металлических системах сопряжено с техническими трудностями, в частности оценки P_s для Co/Pt систем методами первопринципных расчетов указывают на $P_s \lesssim 10^{-1}$, что может свидетельствовать о слабом вкладе ТЭХ в общее холловское сопротивление системы, отмеченное в [74].

Практически во всех металлических системах магнитные скирмионы с диаметром, превышающим $a \gtrsim 10 - 20$ нанометров, автоматически соответствуют ситуации $ka \gg 1$; действительно, в типичных металлических системах фермиевская длина волны сравнима с постоянной решетки и лежит в диапазоне нескольких $\mathring{A}$, в то время как область локализации магнитного скирмиона составляет несколько десятков нанометров и покрывает большое число длин волн. Более тонкая ситуация реализуется для ультракомпактных магнитных скирмионов с диаметров порядка нескольких нанометров. Этот случай характерен для эпитаксиальных магнитных пленок (Fe,Co,Pd) атомарной ширины на подложках из тяжелых металлов (Pt,Ir); в этих системах наблюдается стабилизация магнитных скирмионов с размером в несколько нанометров [45, 165]. В случае подобных наноразмерных скирмионов ТЭХ приобретает острую чувствительность как к размеру скирмиона, так и к зонной структуре носителей заряда и, в частности, к величине параметра P_s. Если взять в качестве оценки $a = 5$ нм и $P_s = 0.5$, то $\lambda_a \approx 30$ и $ka \approx 15$, в то время как для состава слоя с отношением

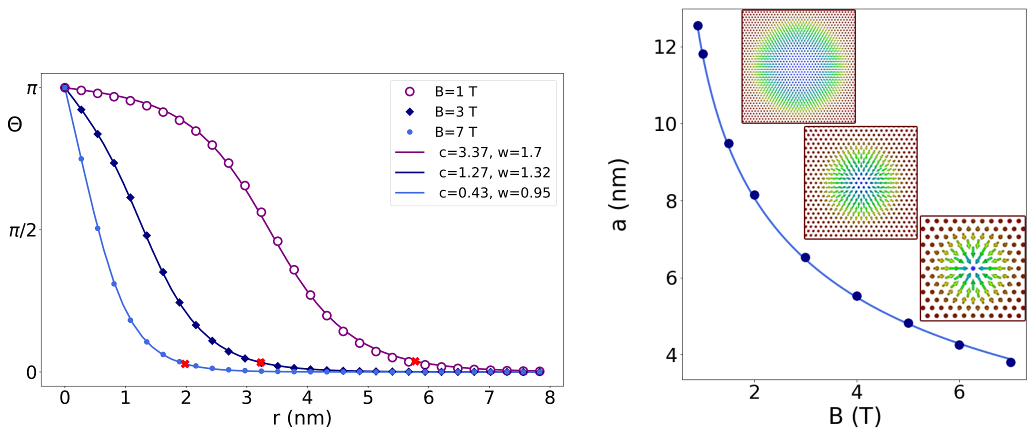

Рис. 3.9. (a) Профиль магнитного скирмиона при различных значениях внешнего магнитного поля B. (b) Зависимость диаметра магнитного скирмиона от B

$P_s = 0.06$ адиабатический параметр окажется в промежуточной области $\lambda_a \approx 3$ и топологический эффект Холла будет определять как зарядовым, так и спиновым поперечными токами; зависимость от размера скирмиона в этом случае носит принципиальный характер.

Топологический эффект Холла в системах с компактными магнитными скирмионами, размер которых не превышает десять нанометров, оказывается чувствителен к изменению внешних параметров, влияющих на структуру скирмионов. Рассмотрим в качестве примера влияние внешнего магнитного поля на свойства магнитных скирмионов и ТЭХ в модельной гетероструктуре PdFe/Ir(111). В отсутствии магнитного поля и при низких температурах ферромагнитный порядок в системе представляет собой спиральную спиновую структуру ("червяки"); приложение внешнего магнитного поля в диапазоне $2 \lesssim B \lesssim 5T$ стабилизирует индивидуальные магнитные скирмионы вплоть до температуры 8 K [166, 167]. На рис. 3.9(a) представлен рассчитанный в работе [6] профиль магнитного скирмиона $\Lambda(r)$ в PdFe/Ir(111) при различных значениях внешнего магнитного поля. Реальная структура скирмиона аппроксимируется функцией [168]:

$$\Lambda(r) = \pi + \sum_{t=\pm 1} \arcsin\left(\tanh\left(\frac{-r+tc}{w/2}\right)\right). \tag{3.40}$$

здесь c, w некоторые подгоночные параметры, значения c, w для трех значений магнитного поля $B = 1, 3, 7$Т представлены на рис. 3.9(a). На рис. 3.9(b) представлена рассчитанная зависимость диаметра магнитного скирмиона от величины внешнего магнитного поля. Диаметр скирмиона определялся как диаметр круга, на котором значение функции $\Lambda(a/2) = 0.1$, соответствующие точки показаны красным цветом на рис. 3.9(a). Панели на рис. 3.9(b) иллюстрируют скирмионную конфигурацию на дискретной решетке при различных значения магнитного поля $B = 1, 3, 7$Т. Стоит отметить, что представленная зависимость размера скирмиона от магнитного поля согласуется с прочими методиками расчета $a(B)$, а также описывает наблюдаемые экспериментальные закономерности в системе PdFe/Ir(111) [167, 169–171].

Изменение внешнего магнитного поля существенным образом сказывается на размере магнитных скирмионов. Скирмионы наименьшего размера реализуются в сильных магнитных полях, при этом имеет место конкуренция нормального и топологического эффектов Холла. Проанализируем поведение поперечной проводимости, соответствующее топологическому σ_{yx}^{T} и нормальному $\sigma_{yx}^{\mathcal{O}}$ эффектам Холла. Возьмем в качестве оценки следующие параметры электронного газа: $E_F = 1$ эВ, $\Delta = 1$ эВ, $m_0 = 0.6 \times 10^{-27}$ г. Адиабатический параметр для скирмионов наименьшего размера в этом случае $\lambda_a \gtrsim 7$, поэтому можно пренебречь зарядовыми вкладами $\mathit{\Gamma}_{1,2}$ в поперечный ток и считать, что σ_{yx}^{T} дается следующим выражением:

$$\sigma_{yx}^{T} = -\sigma_0 \left(\Omega_{sk}\tau_0\right) P_s \int\limits_0^{2\pi} \Pi(\theta) \sin\theta d\theta, \qquad \Omega_{sk} = \frac{e}{m_0 c}\phi_0 n_{sk}. \tag{3.41}$$

На рис. 3.10 представлены зависимости полной поперечной проводимости $\sigma_{yx} = \sigma_{yx}^{T} + \sigma_{yx}^{\mathcal{O}}$, а также σ_{yx}^{T} и $\sigma_{yx}^{\mathcal{O}}$ от внешнего магнитного поля. Топологический вклад σ_{yx}^{T} и, в частности, спин-зависимый темп рассеяния $\Pi(\theta)$ были рассчитаны в модели рассеяния электрона на скирмионе, с профилем $\Lambda(r)$ из форм. 3.40 и параметрами $E_F = 1$ эВ, $\Delta = 1$ эВ, $m_0 = 0.6 \times 10^{-27}$ г. Левая и правая панели на рис. 3.10 соответствуют концентрациям магнитных скирмионов $n_{sk} = 2.5 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ и $n_{sk} = 1.25 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ соответственно. При данном наборе параметров вклад в холловскую проводимость, обусловленный рассеянием на магнитных скирмионах, доминирует над нормальным эффектом Холла вплоть до магнитных полей $2-4$T. Как мы уже отмечали в разделе 3.3.3, знак топологического эффект Холла в случае магнитных скирмионов с положительной закрученностью $\chi = +1$ противоположен вкладу от нормального эффекта Холла. Отметим, что зависимость σ_{yx}^{T} от размера скирмионов и внешнего магнитного поля для выбранного набора параметров зонной структуры достаточно слабая, система находится вблизи порога насыщения и перехода в топологический режим; в этой ситуации амплитуда ТЭХ оказывается устойчивой по отношению к возмущениям, влияющим на структуру скирмионов.

3.4.3. Плотный массив скирмионов

В данном разделе мы применяем общую теорию, представленную формулами (3.16,3.17), для описания транспортных свойств систем с высокой концентрацией спиновых текстур. Данный режим реализуется, например, в ферромагнитных пленках вблизи фазового перехода ферромагнетик - парамагнетик, когда по мере приближения к точке фазового пере-

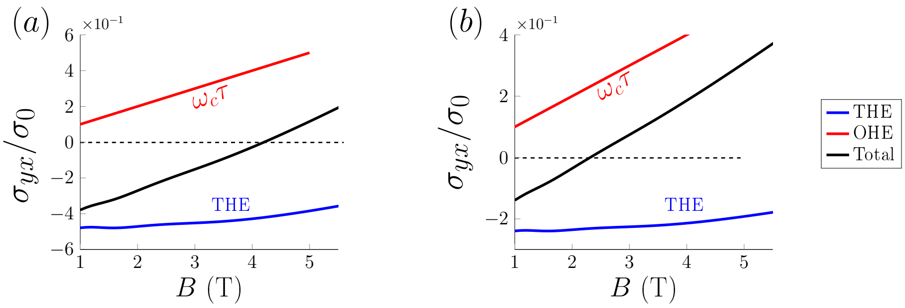

Рис. 3.10. Зависимость холловских проводимостей от внешнего магнитного поля, параметры (a) $n_{sk} = 2.5 \times 10^{11}$ см$^{-2}$, (b) $n_{sk} = 1.25 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

хода развиваются температурные критические флуктуации намагниченности. Взаимодействие носителей заряда с критическими флуктуациями приводит к дополнительному рассеянию и сопровождается пиком в продольном сопротивлении [46, 141, 172, 173], обусловленном переключением доминирующего механизма рассеяния с немагнитных примесей на флуктуации намагниченности. Наличие в магнитной подсистеме спин-орбитального взаимодействия приводит к киральной структуре критических флуктуаций, в результате можно ожидать усиления поперечного электросопротивления, обусловленного топологическим эффектом Холла [46, 115, 141]. В этом разделе мы сосредоточимся на описании универсальных транспортных закономерностей систем в режиме конкуренции между рассеянием электронов проводимости на немагнитных центрах и спиновых текстурах; применение теории к конкретным экспериментам (например к системам колоссального магнетосопротивления [115] или к GaMnAs [141]) требует дополнительного анализа частных моделей и в этой работе не рассматривается.

Будем рассматривать адиабатический режим рассеяния электрона на киральных спиновых текстурах, в этом случае рассеяние в каналах с переворотом спина полностью подавлено ($\Omega_{\uparrow\downarrow} = \tau_{\uparrow\downarrow}^{-1} = 0$) и топологический эффект Холла обусловлен спиновым поперечным током ($\rho_a \gg \rho_c$); будем также предполагать, что движение электрона внутри текстуры носит квазиклассический характер и $\mathcal{J}_{ss} = \pm\Pi \approx \mp Q$. Отсутствие рассеяния между спиновыми подзонами означает, что электроны с различной проекцией спина не перемешиваются в кинетическом уравнении 3.16 и вклад двух типов электронов в кинетические коэффициенты полностью независим. Мы не накладываем никаких ограничений на параметр $\omega_s\tau_0$ (здесь τ_0 - спин-независимое время рассеяния на немагнитных центрах, ω_s - спин-зависимое транспортное время рассеяния на магнитных скирмионах) и допускаем, что транспортное время рассеяния $\tau_s^{-1} = \tau_0^{-1} + \omega_s$ может определяться как рассеянием на немагнитных примесях, так

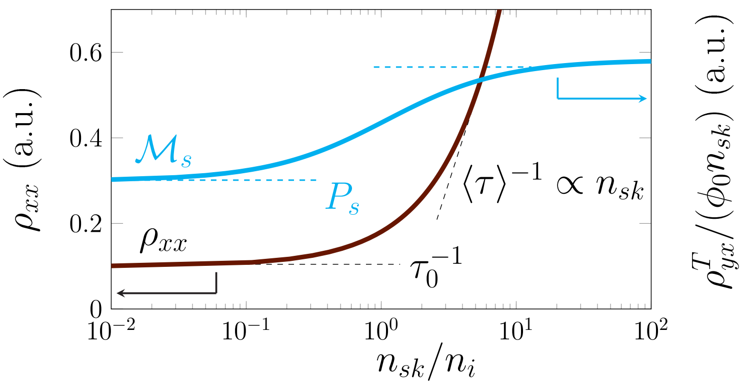

Рис. 3.11. Зависимость ρ_{xx} и $\mathcal{M}_s$ от концентрации киральных флуктуаций (скирмионов).

и на спиновых текстурах. В разреженной скирмионной системе $\omega_s\tau_0 \ll 1$ параметр $\Omega_{ss}\tau_0 \ll 1$ считается малым в силу быстрого темпа рассеяния на немагнитных центрах. В противоположной ситуации плотной скирмионной системы $\omega_s\tau_0 \gg 1$ произведение $\Omega_{ss}\tau_s \approx \Omega_{ss}/\omega_s$ *также* остается малым в силу того, что симметричное рассеяние с темпом $\mathcal{G}_{ss'}$ доминирует над асимметричным $\mathcal{J}_{ss'}$; на рис. 3.7 в рассматриваемой области квазиклассического движения $|\mathcal{J}_{ss}| \approx 1$, в то время как $\mathcal{G}_{ss} \gtrsim 10$. В силу того, что произведение $\Omega_{ss}\tau_s \ll 1$ остается малым независимо от величины параметра $\omega_s\tau_0$ кинетические уравнения 3.16 можно решать в низшем порядке по $\Omega_{ss}\tau_s$; в этом случае получаем выражения для g_s^+ и g_s^-:

$$g_s^+ = \tau_s eEv_s\left(-\frac{\partial f_s^0}{\partial\varepsilon}\right), \qquad g_s^- = -g_s^+\left(\Omega_s\tau_s\right). \tag{3.42}$$

Электрический ток $\boldsymbol{j}$ в этой системе, рассчитанный по форм. 3.17, имеет вид:

$$\begin{aligned} &j_x = \sigma_0 E, \qquad \sigma_0 = \sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow, \qquad \sigma_s = \frac{n_s e^2\tau_s}{m_0}, \\ &j_y = \sigma_{yx}^T E, \qquad \sigma_{yx}^T = \Big(\sigma_\uparrow\tau_\uparrow - \sigma_\downarrow\tau_\downarrow\Big)\Omega_{sk}, \qquad \Omega_{sk} = \frac{e}{m_0 c}(\phi_0 n_{sk}) \end{aligned} \tag{3.43}$$

здесь параметр Ω_{sk} определяет частоту асимметричного рассеяния на скирмионах с концентрацией n_{sk}; плотность электронов в s-й подзоне n_s, полная плотность $n = n_\uparrow + n_\downarrow$. Тензор электросопротивления в низшем порядке по параметру $\Omega_{sk}\tau_s$ имеет вид:

$$\begin{aligned} &\rho_{xx} = \sigma_{xx}^{-1} = \frac{m_0}{ne^2}\frac{1}{\langle\tau\rangle}, \qquad \rho_{yx}^T = -\sigma_{xx}^{-2}\sigma_{yx}^T = -R_0(\phi_0 n_{sk})\mathcal{M}_s Q \\ &\langle\tau\rangle = \frac{n_\uparrow}{n}\tau_\uparrow + \frac{n_\downarrow}{n}\tau_\downarrow, \qquad \mathcal{M}_s = \left[\frac{n_\uparrow}{n}\frac{\tau_\uparrow^2}{\langle\tau\rangle^2} - \frac{n_\downarrow}{n}\frac{\tau_\downarrow^2}{\langle\tau\rangle^2}\right], \end{aligned} \tag{3.44}$$

здесь мы ввели параметры $\langle\tau\rangle$ - среднее время рассеяния, и $\mathcal{M}_s$ определяет эффективность конверсии спинового поперечного тока в зарядовый.

На рис. 3.11 представлены зависимости ρ_{xx} и фактора спин-зарядовой конверсии $\mathcal{M}_s$ от концентрации магнитных скирмионов n_{sk}; при изменении параметра $\omega_s\tau$ происходит переход между доминирующими механизмами рассеяния, в области ($\omega_s\tau \ll 1$) рассеяние лимитируется немагнитными примесями, в области ($\omega_s\tau \gg 1$) магнитными скирмионами. Переключение между доминирующими механизмами рассеяния по мере увеличения концентрации скирмионов влияет на спин-зависимое транспортное время τ_s. В разреженной системе с малой концентрацией скирмионов $\omega_s\tau_0 \ll 1$, время τ_s не зависит от спинового состояния электрона и определяется рассеянием на примесях $\tau_s = \tau_0$. В этом случае ρ_{xx} не зависит от n_{sk}. При увеличении концентрации скирмионов система переходит в плотный режим $\omega_s\tau_0 \gg 1$, когда транспортное время полностью определяется спин-зависимым рассеянием на скирмионах $\tau_s = \omega_s^{-1}$; обратим внимание на рис. 3.7, где темп симметричного рассеяния $\mathcal{G}_{ss}$ и вместе с ним ω_s зависят от спинового состояния электрона. В этом режиме продольное сопротивление $\rho_{xx} \propto \langle\tau\rangle^{-1}$ линейно возрастает с концентрацией n_{sk}, см. рис. 3.11.

Согласно форм. 3.44 поперечное сопротивление $\rho^T_{yx} \propto n_{sk}\mathcal{M}_s$ пропорционально плотности скирмионов при любом значении параметра $\omega_s\tau_0$. Факт переключения между доминирующими механизмами рассеяния проявляет себя только в коэффициенте $\mathcal{M}_s$. В разреженной системе ($\omega_s\tau_0 \ll 1$) транспортное время рассеяния $\tau_s = \tau_0$ не зависит от спина электронов и $\mathcal{M}_s$ параметр совпадает со спиновой поляризацией электронного газа $\mathcal{M}_s = P_s$. В плотном режиме, напротив, время рассеяния $\tau_s = \omega_s$ оказывается спин-зависимым, что приводит к дополнительному дисбалансу между спиновыми состояниями электронов и лучшей конверсией спинового тока в зарядовый; происходит перенормировка $\mathcal{M}_s$, учитывающая $\tau_\uparrow \neq \tau_\downarrow$.

Отметим в заключении, что полученные выражения для ρ_{xx} и ρ^T_{yx} в адиабатическом режиме спиновой динамики применимы для произвольного спин-зависимого механизма рассеяния τ_s и не ограничиваются рассеянием на магнитных скирмионах $\tau_s = \omega_s$. Влияние спин-зависимого рассеяния на ρ^T_{yx} состоит в том, что вместо спиновой поляризации электронного газа P_s требуется использовать перенормированный $\mathcal{M}_s$ фактор.

3.5. Прочие теоретические исследования ТЭХ

Особенности транспортных явлений в системах с киральным спиновым порядком, представленные в главах 2,3 настоящей диссертации, также активно обсуждаются в прочих теоретических исследованиях, которые были опубликованны в период работы над диссертацией. В работах К.Накадзавы и Х.Коно [152–154] развивается диаграмматический подход к описанию холловской проводимости систем с киральным спиновым порядком. Диаграмматическая техника позволяет исследовать различные транспортные режимы относительно интенсивности рассеяния электронов на немагнитных примесях в условиях различной динамики электронного спина внутри спиновых текстур. Кинетическая теория, представленная в разделах (3.2.1,3.3), предполагает, что длина свободного пробега, обусловленная рассеянием на немагнитных примесях, *превышает* размер индивидуальных спиновых текстур $\ell \gg a$. В этом случае можно пренебречь многократных рассеянием электронов внутри спиновой текстуры на зарядовых центрах и не учитывать интерференции между процессами рассеяния и вращения электронного спина. В работах [152–154] исследован кроссовер между режимами сильной и слабой связи *при произвольном предположении* относительно параметра ℓ/a. Авторами было установлено, что в зависимости от параметра ℓ/a реализуются различные транспортные режимы топологического эффекта Холла. Теория, развитая в настоящей диссертации, применима в случае $\ell/a \gg 1$, что согласно [153] соответствует *нелокальной* связи между поперечным сопротивлением и спиновой киральностью. Как показано в диссертации, особенности ТЭХ в этом случае существенно зависят от характера связи между электронным спином и магнитными центрами спиновой текстуры. Противоположный случай $\ell/a \ll 1$, рассмотренный в [152–154], соответствует диффузионному движению электронов внутри спиновых текстур, при этом поперечная проводимость определяется локальным значением спиновой киральности, а эффект оказывается чувствителен к спиновой релаксации носителей заряда. Другой значимый результат работ [152, 153] состоит в том, что даже в режиме слабой связи (малая величина константы обменного взаимодействия α_0) кубический закон убывания $\rho_{yx} \propto \alpha_0^3$ при баллистическом нелокальном отклике (см. раздел 2.3) сменяется *линейным* режимом $\rho_{yx} \propto \alpha_0$ в случае диффузионного локального отклика, когда имеют место частые столкновения внутри текстуры. Этот результат можно интерпретировать следующим образом - при многократном рассеянии электрона внутри спиновой текстуры время нахождения электрона внутри текстуры определяется временем диффузии $a^2/D \approx (a/\ell)\cdot(a/v_F) \gg (a/v_F)$ (здесь $D = v_F^2\tau_0/2$ - коэффициент диффузии). В режиме частых столкновений происходит запирание электрона внутри текстуры, так что его спин успевает подстроиться под локальную намагниченность ($\alpha_0 a^2/D\hbar \gg 1$ даже при $\alpha_0 a/\hbar v_F \lesssim 1$), что приводит к установлению адиабатического режима, при котором холловская проводимость обусловлена конверсией спинового поперечного тока в зарядовый в меру спиновой поляризации $\alpha_0/2E_F$. Интерференция между рассеянием на спиновых текстурах и немагнитных примесях может также приводить к дополнительному поперечному отклику, данный механизм рассмотрен в работе [156]. Отметим в заключении, что эффект насыщения поперечного тока (см. раздел 3.4.1) также наблюдался в рамках моделирования мезоскопических систем с одиночными магнитными скирмионами методом сильной связи [121].

3.6. Краткие итоги

- Разработана теория кинетических явлений и, в частности, топологического эффекта Холла в неупорядоченных двумерных системах с киральными спиновыми текстурами.

- Показано, что в случае разреженного массива спиновых текстур имеется два вклада в поперечное сопротивление системы, обусловленных зарядовым и спиновым механизмам топологического эффекта Холла. Проанализировано влияние различных параметров электронного газа на зарядовую и спиновую части поперечного сопротивления, его знак и величину.

- Установлено, что в режиме квазиклассического движения носителей заряда внутри спиновой текстуры происходит насыщение поперечных зарядового и спинового токов, при этом амплитуда насыщения перестает зависеть от размера текстуры и определяется ее топологией. Показано, что данный режим реализуется в ферромагнитных системах с магнитными скирмионами, размер которых превышает десять нанометров.

Глава 4

Механизмы кирального спинового упорядочения в магнитных полупроводниках

4.1. Введение

Экспериментальные исследования топологического эффекта Холла и прочих явлений, связанных с киральным спиновым порядком, преимущественно ведутся в ферромагнитных системах с магнитными скирмионами (см. раздел 1.1). Как было установлено в предыдущих главах (см. 2,3), топологический эффект Холла демонстрирует богатую физику и является крайне чувствительным к особенностям материальной системы. Прямое экспериментальное исследование переключения между различными режимами явления, однако, испытывает затруднения. Для изучения данных вопросов требуется экспериментальное управление спином носителей заряда, что в ферромагнитных системах является сложной задачей. Контролируемое влияние на спиновую поляризацию носителей заряда, однако, можно осуществить в гетероструктурах и квантовых ямах на основе полупроводников, легированных магнитными примесями. Экспериментальные методы исследований спиновых явлений в этом классе систем характеризуются значительной гибкостью, что является крайне благоприятным фактором для изучения различных особенностей ТЭХ. В этом контексте особую значимость приобретают вопросы описания микроскопических механизмов формирования киральных спиновых текстур в парамагнитных системах. Отметим, что развитие кирального спинового порядка в форме магнитных скирмионов является исключительной особенностью вещества в *ферромагнитном* состоянии, тем самым механизмы кирального спинового упорядочения в парамагнитных системах *принципиально* носят иной характер. С целью подчеркнуть различия между этими системами в разделе 4.1.1 дополнительно приводится описание физики магнитных скирмионов; предложенные в диссертации механизмы рассматриваются в разделах 4.2 и 4.3. В данной главе показывается, что киральный спиновый порядок в магнитных системах универсальным образом возникает в результате электростатического беспорядка, присущего любой реальной структуре. В частности, различные кристаллические дефекты, такие как примесные центры, вакансии или флуктуации поверхности, являются источниками киральных спиновых текстур. Рассмотренный эффект проявляется либо посредством локализации носителей заряда и образовании магнитных поляронов (раздел 4.2), либо через делокализованные носители в спиновой плотности электронного газа (раздел 4.3).

4.1.1. О механизме образования магнитных скирмионов

Магнитные скирмионы возникают в *ферромагнитных* системах и представляют собой солитонное состояние намагниченности; при ее описании с помощью непрерывного поля $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ из форм. 1.1 последнее характеризуется нетривиальной топологией $Q \neq 0$. Концепция устойчивых солитонных состояний поля восходит к оригинальной работе Тони Скирма [174], в которой было показано существование топологически стабильных солитонных конфигураций в некотором классе нелинейных сигма моделей. Устойчивые солитонные возбуждения поля можно интерпретировать как стабильные квазичастицы, энергия которых лежит выше, чем энергия основного состояния системы. Время жизни солитонов (скирмионов) в нелинейной сигма модели является неограниченно долгим, что связано с топологической защитой данных конфигураций, под которой понимается существование энергетического барьера между полевыми конфигурациями различной топологии.

Представленная картина солитонных состояний поля, характеризующихся нетривиальной топологией и отделенных большим энергетическим барьером от основного состояния системы, также может наблюдаться в ферромагнетиках, что было показано в работе А. Белавина и А. Полякова [175]. Топологически заряженные конфигурации намагниченности в данном контексте называют *магнитными* скирмионами. В термодинамическом равновесии реализуются те полевые конфигурации намагниченности, которые соответствуют глобальному минимуму свободной энергии. В простейшем случае изотропного ферромагнетика, находящегося ниже температуры Кюри, глобальный минимум свободной энергии имеет место для однородного (топологически тривиального) распределения намагниченности. В работе [175] было отмечено, что в этом случае важную роль также могут играть *метастабильные* конфигурации поля, которым соответствуют локальные минимумы свободной энергии. Все метастабильные состояния намагниченности отделены от основного состояния (однородное распределение) конечным энергетическим барьером и характеризуются нетривиальной топологией. В силу того, что не существует непрерывного способа трансформировать конфигурации различной топологии друг в друга, то при нулевой температуре, когда роль термических флуктуаций незначительна, ферромагнетики допускают существование метастабильных квазичастиц - магнитных скирмионов.

Важной особенностью квазидвумерных ферромагнитных систем является возможность энергетической *стабилизации* скирмионных конфигураций намагниченности. В работе А. Богданова и Д. Яблонского [176] было отмечено, что учет релятивистского взаимодействия Дзялошинского-Мории (DMI) приводит к отрицательной величине энергии образования доменной стенки, что указывает на возможность реализации смешанного состояния намагниченности в виде решетки магнитных скирмионов. Данная ситуация аналогична смешанному состоянию сверхпроводника второго рода, при котором в некотором диапазоне внешних магнитных полей термодинамически выгодной является конфигурация решетки квантовых магнитных вихрей. Условие, при котором свободная энергия одиночного магнитного скирмиона оказывается *меньше*, чем энергия однородной конфигурации намагниченности, а значит открывается возможность перехода в смешанное состояние скирмионного кристалла, имеет вид: $\kappa = \pi D/4\sqrt{AK} > 1$, здесь κ - параметр стабильности, A - энергия неоднородности (величина обменного взаимодействия между магнитными центрами), K - величина магнитной анизотропии, D - параметр DMI-взаимодействия. Условие $\kappa \gtrsim 1$ возможно лишь в случае значительной величины DMI-взаимодействия.

Систематическое исследование фазовой диаграммы ферромагнетиков, изложенное в [171], показывает, что при $\kappa \gtrsim 1$ структура основного состояния существенным образом зависит от величины приложенного магнитного поля, так что в некотором диапазоне полей термодинамически выгодно реализовать скирмионную решетку. Важно заметить, что даже вне области термодинамической устойчивости скирмионной фазы, скирмионное упорядочение может продолжить свою существование уже в метастабильной форме [171, 177]. Действительно, переход скирмионной конфигурации (состояние локального минимума свободной энергии) в термодинамическую фазу с тривиальной топологией (глобальный минимум свободной энергии) может произойти лишь посредством преодоления конечного энергетического барьера. Преодоление данного барьера, разделяющего состояния различной топологии, возможно лишь в меру *существенной* деформации поля намагниченности. Данное соображение, в частности, говорит о возможности продолжительного существования метастибильных изолированных магнитных скирмионов даже вне области термодинамической стабильности и в случае слабого взаимодействия Дзялошинского-Мории [177, 178]; условие существования локального минимума свободной энергии, соответствующего скирмионной конфигурации, заключается в требовании $\kappa > 0$ [177]. Для описания времени жизни метастабильных скирмионов требуется применение методов статистической физики, для чего требуется использование решеточных моделей [169, 179]. Отметим в заключении, что имеется большое число современных теоретических исследований, посвященных описанию фазовых диаграмм различных ферромагнитных систем, допускающих существование скирмионных текстур.

4.2. Связанный магнитный поляроном в полупроводниковых квантовых ямах со спин-орбитальным взаимодействием

В данном разделе приводится описание механизма кирального упорядочения магнитных примесей, обусловленного локализацией носителей заряда в неупорядоченных парамагнитных системах, например в разбавленных магнитных полупроводниках (РМП). Показано, что спин-орбитальное взаимодействие приводит к киральной внутренней структуре связанного магнитного полярона (СМП), который представляет собой скоррелированное состояние локализованного носителя и магнитных примесей, находящихся в области его локализации (см. рис. 4.1). Формирование киральной структуры магнитного полярона приводит к тому, что рассеяние носителей заряда на поляронах приобретает асимметричный характер, что приводит к топологическому эффекту Холла. Влияние магнитных поляронов на поперечное сопротивление системы имеет место в той области внешних магнитных полей и температур, при которых существует киральная структура поляронов, а значит должен наблюдаться в слабых магнитных полях и при гелиевых температурах, когда киральная структура поляронов не разрушена. несет информацию о характере спин-орбитального взаимодействия, которое лежит в основе киральной структуры поляронов.

4.2.1. Теория связанного магнитного полярона

Будем рассматривать неупорядоченный массив *невзаимодействующих* магнитных примесей, которые находятся в контакте с носителями заряда. Обменное взаимодействие между носителем заряда и магнитными примесями имеет вид:

$$H_{ex} = -\alpha_{ex} \sum_{n} (\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{I}_n)\, \hat{\rho}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_n) \tag{4.1}$$

здесь α_{ex} - параметр обменного взаимодействия (отметим различие в обозначениях с α_0 из предыдущих разделов - размерность $[\alpha_{ex}] = [\alpha_0 L^3]$), $\hat{\rho}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_n) = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_n)$ - оператор плотности, $\boldsymbol{J}$ - оператор спина носителя заряда (в объемных полупроводниках со структурой цинковой обманки $J = 1/2$ для Γ_6 зоны проводимости, $J = 3/2$ для Γ_8 валентной зоны), $\boldsymbol{I}_n$ - оператор спина магнитной примеси, расположенной в точке $\boldsymbol{r}_n$. С одной стороны, обменное взаимодействие приводит к тому, что киральный характер упорядочения $\boldsymbol{I}_n$ влияет на движение носителей заряда и приводит к топологическому эффекту Холла. С другой стороны, обменное взаимодействие позволяет носителю заряда поляризовать магнитные моменты вдоль своего спина, что приводит к образованию магнитных поляронов. Мы развиваем общую теорию кирального магнитного полярона и топологического эффекта Холла, которая

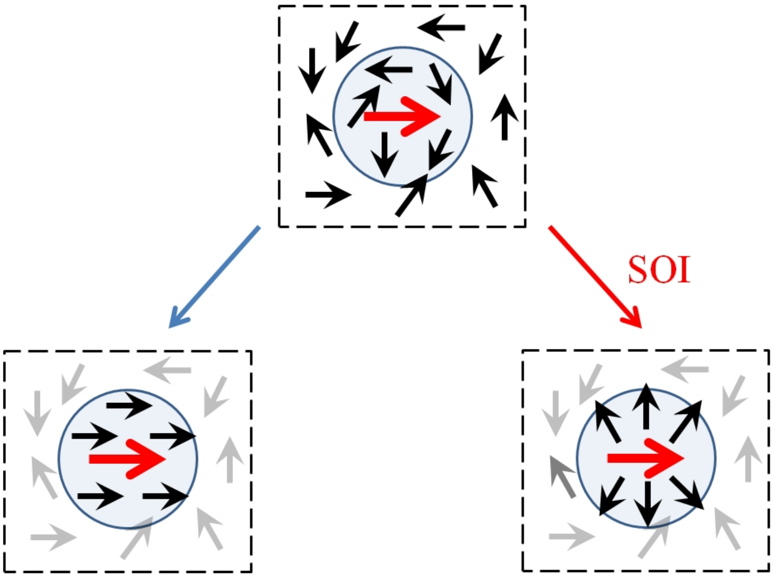

Рис. 4.1. Формирование магнитного полярона в коллективном режиме. Спин-орбитальное взаимодействие приводит к киральной внутренней структуре.

была бы пригодна для описания как электронных, так и дырочных состояний в полупроводниковых структурах.

Опишем формирование магнитных поляронов и исследуем их внутреннюю структуру в условиях спин-орбитального взаимодействия носителей заряда. В качестве примера будем рассматривать квантовые ямы (КЯ), выращенные из кубических полупроводников $\mathrm{A_2B_6}$, легированных атомами Mn. В зависимости от температуры реализуются либо флуктуационный, либо коллективный режимы магнитного полярона [180–183]. В первом случае температура системы высокая, так что имеют место заметные флуктуации намагниченности $\boldsymbol{I}_n$, которые приводят к переориентации носителей заряда. Во втором случае температура системы низкая и роль флуктуаций незначительная, в этих условиях случайно ориентированная система магнитных центров понижает свою энергию за счет коллективного выстраивания вместе с носителями заряда; влияние зонного спектра на пространственную структуру поляронов проявляются именно в этом случае. Для описания магнитного полярона в коллективном режиме требуется учесть влияние носителя заряда на ориентацию магнитных примесей. СМП обычно формируются вблизи центров локализации носителей заряда [184] (донор или акцептор), так что координатная часть волной функции частиц $\Psi_\nu(\boldsymbol{r})$ ($\nu = 1, 2$ соответствует крамерсову дублету состояний) определяется потенциалом локализующего центра; радиус-вектор $\boldsymbol{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$, где $\boldsymbol{\rho}$ - координата в плоскости квантовой ямы и z - координата вдоль оси роса КЯ. Носитель заряда в состоянии Ψ_ν создает эффективное обменное поле $\boldsymbol{B}^{\nu}_{ex}(\boldsymbol{r}_n)$, действующее на центр $\boldsymbol{I}_n$ в точке $\boldsymbol{r}_n$. Энергия магнитного полярона E_p^ν в состоянии ν:

$$E_p^\nu = -\sum_n g_0 \mu_B \boldsymbol{I}_n \cdot \boldsymbol{B}_{ex}^\nu(\boldsymbol{r}_n) \tag{4.2}$$

здесь $g_0 = 2$ - гиромагнитное отношение атома Mn, μ_B - магнетон Бора и сумма идет по всем магнитным примесям внутри области локализации. Мы будем рассматривать низкие температуры при которых реализуется коллективный режим СМП, а магнитные атомы $\boldsymbol{I}_n$ выстраиваются вдоль магнитного поля $\boldsymbol{B}_{ex}^\nu(\boldsymbol{r}_n)$ [184–186]. Энергия связи E_p^ν обычно существенно превышает температуру, при которых наблюдается формирование магнитных поляронов [184], так что это образование оказывается стабильным и может влиять на транспорт делокализованных носителей заряда.

Ориентация магнитных примесей $\boldsymbol{I}_n$ внутри магнитного полярона в коллективном режиме чувствительна к локальной структуре обменного поля. Для определения $\boldsymbol{B}_{ex}^\nu(\boldsymbol{r})$ нужно усреднить обменное взаимодействие (4.1) с волновой функцией носителя заряда $\Psi_\nu(\boldsymbol{r})$ и сравнить результат с видом энергии полярона в форм. 4.2. Обменное поле, определяющее распределение ориентации магнитных центров, дается:

$$\boldsymbol{B}_{ex}^\nu(\boldsymbol{r}) = \frac{\alpha_{ex}}{g_0 \mu_B} \Psi_\nu^\dagger(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{J} \Psi_\nu(\boldsymbol{r}). \tag{4.3}$$

В случае, когда в спектре носителей заряда отсутствует спин-орбитальное взаимодействие, спинорная часть Ψ_ν не имеет пространственной зависимости и направление обменного поля $\boldsymbol{B}_{ex}^\nu$ всюду одинаково. Все магнитные примеси внутри полярона сонаправлены [185], что показано на рис. 4.1. Наличие спин-орбитального взаимодействия приводит к тому, что спин носителя заряда больше не сохраняется [187, 188]; направление вектора $\boldsymbol{B}_{ex}^\nu(\boldsymbol{r})$ зависит от координаты [184, 189, 190], что приводит к киральному выстраиванию магнитных примесей внутри полярона (рис. 4.1). Для описания внутренней структуры магнитного полярона $\boldsymbol{B}_{ex}(\boldsymbol{r})$ требуется определить волновую функцию локализованного состояния $\Psi_\nu(\boldsymbol{r})$.

4.2.2. Волновая функция локализованного состояния в двумерной системе со спин-орбитальным взаимодействием

Движение носителя заряда в квантовой яме носит квазидвумерный характер и характеризуется вектором 1/2 псевдо-спина $\boldsymbol{j}$, который определен согласно $\boldsymbol{J}_\alpha = g_{\alpha\beta} \boldsymbol{j}_\beta$, здесь тензор $g_{\alpha\beta}$ связывает матричные элементы операторов $\boldsymbol{J}$ и $\boldsymbol{j}$ [183]. В качестве микроскопического механизма спин-орбитального взаимодействия будем рассматривать линейное по волновому вектору спин-орбитальное расщепление Рашбы [191, 192] или Дрессельхауза [193] $\boldsymbol{j}$-подзон

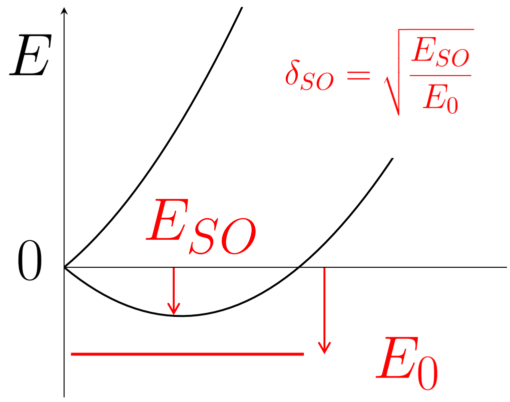

Рис. 4.2. Спектр системы со спин-орбитальным взаимодействием H_{SO}. Уровень E_0 соответствует локализованному состоянию.

носителя. В координатной системе $x||[100], y||[010]$, $z||[001]$ (ось роста КЯ - z) спин-орбитальная часть Гамильтониана имеет вид:

$$H^R_{so} = \beta_{SO}\left(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x\right), \qquad H^D_{so} = \beta_{SO}\left(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y\right), \tag{4.4}$$

здесь β_{SO} - константа спин-орбитального взаимодействия, $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{\sigma}/2$. Отметим, что слагаемое H^D_{so} совпадает с H^R_{so} при замене $k_x \leftrightarrow k_y$. В дальнейшем мы будем описывать оба типа спин-орбитального взаимодействия единым образом, в частности спин-орбитальную часть Гамильтониана можно представить в полярных координатах следующим образом:

$$H_{SO}(\boldsymbol{k}) = \beta_{SO} k \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\chi_{so}\varphi_k - i\gamma_k} \\ e^{i\chi_{so}\varphi_k + i\gamma_k} & 0 \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

где $\boldsymbol{k} = (k, \varphi_k)$ - волновой вектор носителя заряда в плоскости квантовой ямы, $\chi_{so} = \pm 1$ для взаимодействий Рашбы и Дрессельзауза соответственно, параметр $\gamma_k = -(1+\chi_{so})\pi/4$. Отметим, что H_{SO} приводит к вращению вектора псевдо-спина в $\boldsymbol{k}$-пространстве, направление вращения определяется χ_{so}. Естественно, что структура вращения, обусловленная спин-орбитальным взаимодействием $\chi_{so} = \pm 1$, наследуется внутренней структурой магнитного полярона.

Ограничимся случаем узкой квантовой ямы, толщина которой $d_{QW} < a_B$ меньше, чем боровский радиус a_B связанного состояния; в этом случае можно пренебречь влиянием потенциала вдоль z-координаты и использовать эффективную двумерную моделью. Рассмотрим частицу (электрон или дырка), находящуюся на низшей подзоне размерного квантования и локализованную потенциалом $V_0(\rho)$. Огибающая волновая функция $\Psi_\nu(\boldsymbol{r}) = \psi_\nu(\boldsymbol{\rho})/\sqrt{d_{QW}}$ содержит планарную компоненту $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$, которая удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 + H_{SO} + V_0(\rho) - E_0\right)\psi_\nu(\boldsymbol{\rho}) = 0 \tag{4.6}$$

здесь первое слагаемое соответствует параболической дисперсии свободного движения с эффективной массой в плоскости КЯ m_0, энергия связанного состояния E_0 отсчитывается от дна подзоны при $\beta_{SO} = 0$ (см. рис. 4.2). В работе [194] показано, что в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием имеется серия локализованных состояний; в нашем рассмотрении мы ограничимся наинизшим крамерсовым дублетом, при этом энергия этой пары уровней E_0 будет считаться независимым параметром ($E_0 < E_{so} = -m\beta_{SO}^2/2\hbar^2$). Мы также пренебрегаем эффектом слабого магнитного поля на спектр системы. В силу того, что слагаемое H_{so}^D получается из H_{so}^R заменой $k_x \leftrightarrow k_y$ (или $\chi_{so} \to -\chi_{so}$), мы приведем вывод волновой функции $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ для взаимодействия Рашбы; ответ в случае H_{so}^D получается тривиальным путем после замены $k_x \leftrightarrow k_y$. Общий вид волновых функций $\tilde{\psi}_\nu(\boldsymbol{\rho})$ низшей пары крамерсовых состояний имеет вид:

$$\tilde{\psi}_1(\boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} a(\rho) \\ e^{i\varphi} b(\rho) \end{pmatrix}, \quad \tilde{\psi}_2(\boldsymbol{\rho}) = -i\sigma_y \tilde{\psi}_1^*(\boldsymbol{\rho}) \tag{4.7}$$

здесь φ - полярный угол, отсчитанный от оси $x||[100]$, $\boldsymbol{\rho} = (\rho, \varphi)$, функции $a(\rho), b(\rho)$ определяются видом потенциала $V_0(\rho)$.

Нас будет интересовать случай короткодействующей примеси, область действия потенциала которой ограничена межатомным масштабом. Радиус локализации носителя a_B на этой примеси определяется энергией E_0 и, вообще говоря, существенно превышает область действия потенциала; таким образом поле дефекта $V_0(\rho)$ является незначительным практически во всей области локализации. Для нахождения волновых функций в этих условиях можно использовать метод потенциала нулевого радиуса, согласно которому функции $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ определяются свободным Гамильтонианом 4.6 (без потенциала), в котором энергия связанного состояния E_0 является параметром (для ее независимого определения и учета потенциала V_0 вводится дополнительное граничное условие в $\rho \to 0$; в нашей модели мы будем рассматривать E_0 как независимый параметр). Уравнение на функцию $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ имеет вид:

$$\begin{gathered} \left(\frac{1}{\rho}\partial_\rho \rho \partial_\rho - \frac{1}{\rho^2}\partial_\varphi^2 - q_0^2 + H_{SO}\right)\psi_\nu(\boldsymbol{\rho}) = 0, \\ H_{SO} = 2q_{SO} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\varphi}\left(-\partial_\rho + \frac{i}{\rho}\partial_\varphi\right) \\ e^{i\varphi}\left(\partial_\rho + \frac{i}{\rho}\partial_\varphi\right) & 0 \end{pmatrix}, \end{gathered} \tag{4.8}$$

где $q_0^2 = 2m_0|E_0|/\hbar^2$, $q_{SO} = m_0\beta_{SO}/\hbar^2$, мы также будем использовать параметр $\delta_{SO} = q_{SO}/q_0$. Общее решение этого уравнения $\tilde{\psi}_1$, убывающее при удалении от центра, дается комбинацией функций Макдональда K_0, K_1:

$$\tilde{\psi}_1(\boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} c_1 K_0(q\rho) \\ c_2 e^{i\varphi} K_1(q\rho) \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

здесь параметр q (комплексное число с положительной реальной частью) и коэффициенты $c_{1,2}$ определяются из секулярного уравнения:

$$\begin{pmatrix} q^2 - q_0^2 & 2qq_{SO} \\ -2qq_{SO} & q^2 - q_0^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = 0.$$

Два комплексных собственных числа $q_\pm = \sqrt{q_0^2 - q_{SO}^2} \pm iq_{SO}$ соответствуют двум линейно независимым функциям [194]:

$$\psi_1^\pm(\boldsymbol{\rho}) = q_\pm \begin{pmatrix} K_0(q_\pm \rho) \\ \mp ie^{i\varphi} K_1(q_\pm \rho) \end{pmatrix}.$$

Истинные волновые функции $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$, описывающие некоторое примесное состояние, должны даваться нормализованными комбинациями $\psi_1^\pm(\boldsymbol{\rho})$:

$$\psi_1(\boldsymbol{\rho}) = c_0 \begin{pmatrix} \mathrm{Re}\left[q_+ K_0(q_+ r)\right] \\ e^{i\varphi}\mathrm{Im}\left[q_+ K_1(q_+ r)\right] \end{pmatrix}, \quad \psi_2(\boldsymbol{\rho}) = -i\sigma_y \psi_1^*(\boldsymbol{\rho}), \tag{4.10}$$

нормировочная постоянная может быть получена в явном виде

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{q_+ - q_-}{2(q_+ + q_-)} \ln \frac{q_+}{q_-}\right)^{-1/2}.$$

Отметим, что функции ψ_ν могут быть также получены с помощью Фурье-преобразования уравнения 4.6, в котором в качестве потенциала $V_0(\boldsymbol{\rho}) \propto \delta(\boldsymbol{\rho})$ выступает дельта-функция [195]; данный способ также является одной из формулировок метода потенциала нулевого радиуса.

Волновые функции системы со спин-орбитальным взаимодействием Дрессельхауза получаются из форм. 4.10 заменой $\varphi \to \pi/2 - \varphi$, которая соответствует $k_x \leftrightarrow k_y$ в исходном Гамильтониане. Функции $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ в общем случае произвольного спин-орбитального взаимодействия могут быть представлены в виде:

$$\psi_1(\boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} a(\rho) \\ e^{i\chi_{so}\varphi + i\gamma'} b(\rho) \end{pmatrix}, \quad \psi_2(\boldsymbol{\rho}) = -i\sigma_2 \psi_1^*(\boldsymbol{\rho}), \tag{4.11}$$

$$a(\rho) = c_0 \mathrm{Re}\left[q_+ K_0(q_+\rho)\right], \qquad b(\rho) = c_0 \mathrm{Im}\left[q_+ K_1(q_+\rho)\right], \qquad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{q_+ - q_-}{2(q_+ + q_-)} \ln \frac{q_+}{q_-}\right)^{-1/2}.$$

здесь $\gamma' = (1 - \chi_{so})\pi/4$, $q_+ = q_0 \left(\sqrt{1 - \delta_{SO}^2} + i\delta_{SO}\right)$. Закрученность $\chi_{so} = \pm 1$ соответствует спин-орбитальному взаимодействию Рашбы и Дрессельхауза. Отметим, что спин-орбитальное взаимодействие приводит к появлению мнимой части q_+, которая отвечает за сложную спинорную структуру волновых функций.

γ	$\chi=+1$	$\chi=-1$
$\eta=+1$	0	$\pi/2$
$\eta=-1$	π	$-\pi/2$

Таблица 4.1. Фаза γ вращения спина магнитного полярона в плоскости квантовой ямы в зависимости от ориентации $\eta=\pm1$ и закрученности χ полярона.

4.2.3. Киральная структура магнитного полярона

Рассмотрим пространственную спиновую структуру связанного магнитного полярона, обусловленную сложным видом волновых функций $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ в форм. 4.11 локализованного носителя. В рамках эффективной двумерной модели обменное поле $\boldsymbol{B}_{ex}(\boldsymbol{\rho})$ зависит только от радиус-вектора $\boldsymbol{\rho}$ в плоскости квантовой ямы. Используя $\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ из форм. 4.11 и выражение для обменного поля 4.3 получаем:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{B}^x_{ex}(\boldsymbol{\rho}) &= \zeta_0 g_\parallel a(\rho)b(\rho)\cos\left(\chi\varphi+\gamma\right),\\
\boldsymbol{B}^y_{ex}(\boldsymbol{\rho}) &= \zeta_0 g_\parallel a(\rho)b(\rho)\sin\left(\chi\varphi+\gamma\right),\\
\boldsymbol{B}^z_{ex}(\rho) &= \zeta_0 g_z \frac{(-1)^\nu}{2}\left(b^2(\rho)-a^2(\rho)\right),
\end{aligned} \tag{4.12}$$

где $\zeta_0=(\alpha_{ex}/g_0\mu_B d_{QW})$, γ начальная фаза вращения, отсчитанная от $x||[100]$. Величины $g_\parallel, g_z$ являются диагональными компонентами тензора $g_{\alpha\beta}$. Мы рассматриваем квантовую яму, выращенную вдоль кубической оси $z||[001]$, в этом случае недиагональные элементы равны нулю, а конкретные значения $g_\parallel, g_z$ определяются типом носителей заряда:

$$g_z^e = g_\parallel^e = 1, \qquad g_z^{hh}=3, g_\parallel^{hh}=0, \qquad g_z^{lh}=1, g_\parallel^{lh}=2, \tag{4.13}$$

где индекс e соответствует электрону зоны проводимости Γ_6, hh, lh относятся к состояниям тяжелой и легкой дырок валентной зоны Γ_8, расщепленной в квантовой яме при $k=0$. Вращение обменного поля в плоскости и формирование киральной спиновой структуры магнитного полярона имеет место при условии, что $g_\parallel\neq 0$. Отметим, что характер вращения поля в плоскости определяется типом спин-орбитального взаимодействия $\chi\equiv\chi_{so}$, при этом фаза γ зависит как от χ_{so}, так и от направления z-компоненты спина магнитного полярона в его центра (см. таблицу 4.1, где $\eta=\pm1$ соответствует двум ориентациям полярона).

4.2.4. Асимметричное рассеяние на магнитных поляронах

Представим распределение спина внутри магнитного полярона в виде:

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}) = \left(I_\parallel(\rho,z)\cos\Phi(\varphi), I_\parallel(\rho,z)\sin\Phi(\varphi), I_z(\rho,z)\right) \tag{4.14}$$

здесь $I_\parallel, I_z$ представляют собой компоненты в плоскости квантовой ямы и поперек нее соответственно, функция $\Phi(\varphi) = (\chi\varphi + \gamma)$ описывает вращение спина с закрученностью χ и начальной фазой γ; эти параметры зависят от типа спин-орбитального взаимодействия. В форм. 4.14 мы оставили дополнительную зависимость спина полярона $\boldsymbol{I}$ от z, которая может иметь место при отклонении от выше-рассмотренной квазидвумерной модели (например, в случае, когда толщина квантовой ямы $d_{QW} \gtrsim a_B$ сравнима с боровским радиусом).

Спиновое распределение в форм. 4.14 представляет собой киральную спиновую структуру, рассмотренную в разделе 1.1, которая способствует асимметричному рассеянию носителей заряда и топологическому эффекту Холла. Наша цель состоит в том, чтобы расширить описание модели рассеяния, представленной в разделе 2.2.1, на случай произвольного типа носителя заряда (электрон либо легкая/тяжелая дырки) с учетом специфики квантовых ям магнитных полупроводников. Рассмотрим движение свободного носителя заряда с 1/2 псевдоспином $\boldsymbol{j}$ в статическом поле магнитных примесей $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r})$ (4.14) индивидуального магнитного полярона. После усреднения $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r})$ в форм.4.1 с огибающей функцией свободного носителя заряда вдоль оси z и учета $\boldsymbol{S}_\alpha = g_{\alpha\beta}\boldsymbol{j}_\beta$ получаем матрицу 2×2 потенциала рассеяния внутри одной подзоны размерного квантования

$$V_{sc}(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{1}{2}\alpha_{ex}n_m \begin{pmatrix} g_z\langle\delta I_z(\rho)\rangle & e^{-i(\chi\varphi+\gamma)}g_\parallel\langle I_\parallel(\rho)\rangle \\ e^{i(\chi\varphi+\gamma)}g_\parallel\langle I_\parallel(\rho)\rangle & -g_z\langle\delta I_z(\rho)\rangle \end{pmatrix}, \tag{4.15}$$

где $n_m = x_{\mathrm{Mn}}N_0$ - плотность магнитных примесей (N_0 число катионов в элементарной ячейку, x_{Mn} доля атомов Mn), δI_z - отклонение z-компоненты спина от однородной намагниченности, и $g_\parallel, g_z$ - диагональные компоненты тензора $g_{\alpha\beta}$ (см. форм. 4.13), угловые скобки соответствуют усреднению

$$\langle I_{z,\parallel}(\rho)\rangle \equiv \int_0^{d_{QW}} I_{z,\parallel}(\rho, z)|\psi_n(z)|^2 dz,$$

здесь $\psi_n(z)$ - огибающая волновая функция n-й подзоны размерного квантовая вдоль оси роста квантовой ямы. Параметр $(\alpha_{ex}N_0)$, определяющий префактор в $V_{sc}(\boldsymbol{\rho})$, является характеристикой магнитных полупроводников, его значение с большой точностью экспериментально измерены в большом числе соединений [183]. Потенциал рассеяния имеет киральную структуру, аналогичную форм. 2.5, что приводит к асимметричному рассеянию делокализованных носителей заряда. Важно отметить, что асимметрия рассеяния оказывается подавлена в случае $g_\parallel = 0$, который соответствует состояниям тяжелой дырки в квантовой яме; ТЭХ для этого типа носителей не наблюдается. В случае легкой дырки, напротив, $g_\parallel^{lh} = 2$ и должно иметь место усиление асимметричного рассеяния.

Наблюдение топологического эффекта Холла в полупроводниковых квантовых ямах возможно лишь при условии, что внутренняя структура магнитного полярона сохраняет киральную упорядоченность. Подавление последней происходит при приложении внешнего магнитного поля, которое стремится ориентировать магнитные примеси однородно вдоль своего направления, либо с увеличением температуры, когда бо́льшее значение приобретают термические флуктуации намагниченности. Данная механика позволяет идентифицировать вклад в холловское сопротивление ρ_{yx}^T, обусловленный ТЭХ. Действительно, в отличие от $\rho_{yx}^{\mathcal{O},\mathcal{A}}$ вклад в поперечное сопротивление ρ_{yx}^T исчезает при некоторых критических значениях внешнего магнитного поля B_* и температуры T_*.

Стоит отметить, что знак асимметрии рассеяния зависит от закрученности магнитного полярона $\chi = \pm 1$, тем самым поляроны Рашбы и Дрессельхауза соответствуют *различным* знакам ρ_{yx}^T, а топологический эффект Холла несет информацию о структуре спин-орбитального взаимодействия, ответственного за формирование кирального спинового порядка.

4.2.5. Магнитный полярон во внешнем поле

В данном разделе рассматривается подавление киральной структуры магнитных поляронов внешним магнитным полем или температурой и, в частности, определяются типичные значения критических параметров B_*, T_*, при которых еще можно наблюдать ТЭХ. Пусть внешнее магнитное поле $\boldsymbol{B}_0 || z$ направлено вдоль оси роста квантовой ямы. Крамерсова пара состояний ν соответствует двум независимым конфигурациям магнитного полярона, характеризующихся противоположной ориентацией спина $\eta = \pm 1$ в его центре относительно приложенного поля $\boldsymbol{B}_0$. Наличие магнитного поля $\boldsymbol{B}_0$, которое стремится ориентировать магнитные примеси вдоль своего направления (соответствующая энергия примеси в поле $-g_0 \mu_B \boldsymbol{I}_n \cdot \boldsymbol{B}_0$), снимает крамерсово вырождение состояний магнитного полярона, так что конфигурации $\eta = \pm 1$ приобретают различную энергию. Основное состояние соответствует конфигурации $\eta = 1$, для которой большая часть магнитных примесей находится в суммарном поле $\boldsymbol{B}_{ex} + \boldsymbol{B}_0$ большей интенсивности. Отметим, что начальная фаза вращения спинов в плоскости γ зависит как от η, так и от χ, соответствующие значения для эффективной двумерной модели, рассмотренной в предыдущих разделах, представлены в табл. 4.1.

При низких температурах реализуется коллективный режим магнитного полярона, когда магнитные примеси внутри области локализации носителя заряда ориентированы вдоль обменного магнитного поля $\boldsymbol{B}_{ex}$. Проанализируем структуру полярона в реальных полупроводниковых системах в зависимости от величин спин-орбитального β_{SO} и обменного взаимодействий $\alpha_{ex} N_0$. Рассмотрим в качестве иллюстрации распределение магнитных примесей в пределе $T \to 0$, при этом будем считать, что спиновое поле $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\rho})$ описывает согласно:

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\boldsymbol{B}_{ex}(\boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{B}_0}{|\boldsymbol{B}_{ex}(\boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{B}_0|}. \tag{4.16}$$

Отметим, что ориентация магнитных примесей снаружи магнитного полярона зависит от соотношения между величинами внешнего магнитного поля и температуры. Распределение в форм. 4.16, вообще говоря, не соответствует реальной ситуации при $T \to 0$, поскольку в случае, когда снаружи полярона намагниченность достигает значения насыщения, перестает работать приближение, в рамках которого были получены волновые функции ψ_ν в форм. 4.10. Данная картина, однако, крайне удобна для количественного описания влияния магнитного поля *именно* на киральную структуру магнитного полярона. На рис.4.3 представлена структура $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\rho})$, рассчитанная согласно форм. 4.16, вблизи магнитного полярона в состоянии $\eta = 1$, образованного легкой дыркой (эффективная масса $m_0 = 0.4 \times 10^{-27}$г [196]) локализованной на акцепторе ($E_0 = -20$ мэВ) в узкой квантовой яме ($d_{QW} = 2$ нм) со спин-орбитальным взаимодействием Дрессельхауза [197] ($\beta_{SO} = 250$ мэВ$\cdot\mathring{A}$, $\delta_{SO} = 0.3$). Константа обменного взаимодействия взята для CdMnTe $\alpha_{ex} = \alpha_0/3$, где $\alpha_0 N_0 = -880$ мэВ [184], $I = 5/2$ для Mn, магнитное поле $B_0 = 50$ мТ. Пространственные координаты даны в единицах постоянной решетки CdTe: $a_0 = 0.64$ нм. Компоненты g-тензора для состояний легкой дырки $g_\parallel = 2$, $g_z = 1$. Отметим, что связанное состояние легкое дырки можно реализовать в *деформированных* квантовых ямах, когда напряжение инвертирует нормальный порядок следования тяжелой и легкой дырок. Поларон, представленный на рис.4.3, имеет структуру кирального спинового кольца с ярковыраженным наклоном намагниченности (максимальный угол наклона $\phi_{max} \approx 60^\circ$), который наблюдается на расстоянии $2 - 4$ нм от центра.

Представленная картина распределения форм. 4.16 позволяет определить критические параметры (B_*, T_*), при которых может наблюдаться топологический эффект Холла, а также установить их зависимость от величин спин-орбитального β_{SO} и обменного взаимодействий $\alpha_{ex} N_0$. Действительно, киральная структура магнитного полярона подавляется с увеличением B_0 или T. Подавление происходит в тот момент, когда B_0, T становятся сравнимы с величиной обменного поля в области пространства, где спин-орбитальное взаимодействие приводит к наклону $\boldsymbol{I}$ в плоскость квантовой ямы. Для рассмотренных двумерных моделей полярона Рашбы или Дрессельхауза местоположение этой области определяется параметром $\delta_{SO} = q_{SO}/q_0$ ($\boldsymbol{B}_{ex}^{\parallel} \sim a(\rho) b(\rho)$, где $b(\rho) \sim \mathrm{Im}\left[q_+ K_1(q_+ \rho)\right]$ отличен от нуля в меру $\delta_{SO} \neq 0$). Обменное поле локализованного носителя убывает при удалении от центра локализации, поэтому для наблюдения киральной структуры при разумных значениях (B_0, T) требуется

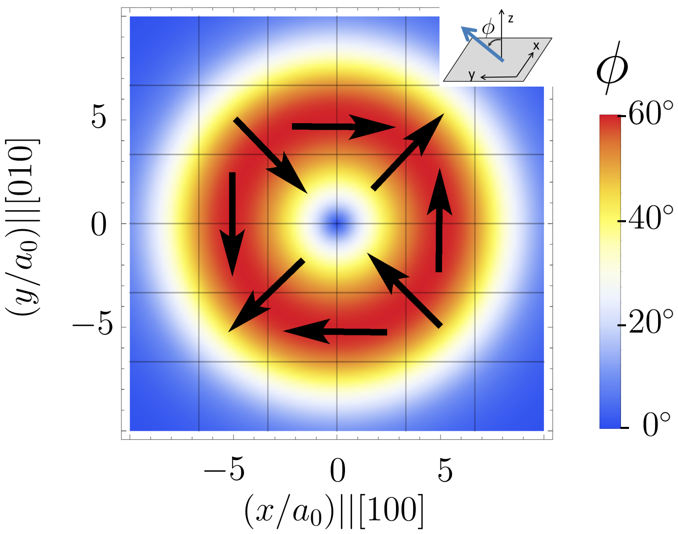

Рис. 4.3. Угловое распределение $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r})$ внутри кирального магнитного полярона, образованного легкой дыркой; параметры $m_0 = 0.4 \times 10^{-27}$г, $E_0 = -20$ мэВ, $B_0 = 50$ мТ, $d_{QW} = 2$ нм.

сдвинуть область наклона намагниченности ближе к центру локализации, для чего требуется сильное спин-орбитальное взаимодействие (в двумерном случае это определяется параметром δ_{SO}).

На рис.4.4 представлена зависимость максимального угла $\phi_{\max}$ наклона намагниченности $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\rho})$ из форм. 4.16 в плоскость квантовой ямы внутри магнитного полярона в основном состоянии при различных значениях магнитного поля B_0 и величины спин-орбитального взаимодействия β_{SO} (δ_{SO}); прочие параметры такие же, как на рис. 4.3. Данное распределение демонстрирует, что с увеличением спин-орбитального взаимодействия повышается степень киральности магнитного полярона и растет характерная величина внешнего поля B_0 (либо температуры T), при котором наступает потеря вращения спинов в плоскости квантовой ямы. При малых значениях δ_{SO} область неколлинеарной намагниченности оказывается вне боровского радиуса, тем самым киральная структура подавляется в крайне слабых магнитных полях B_0. При большиих значениях спин-орбитального расщепления ($\beta_{SO} = 250$ мэВ$\cdot\mathring{A}$, $\delta_{SO} = 0.3$) вращение обменного поля происходит уже внутри боровского радиуса (см рис.4.3), при этом максимально достижимый угол наклона равен $\phi_{max} \approx 60°$ при $B_0 = 50$ мТ, либо $\phi_{max} \approx 15°$ при $B_0 = 0.3$ Т. Величина обменного поля в области магнитного полярона, где происходит наклон спина магнитных примесей в плоскость КЯ, определяет критические параметры B_* и T_*. В рамках рассмотренной модели можно оценить верхнюю границу значений (B_*, T_*) в типичных магнитных полупроводниках как $B_* \approx 0.5$ Т, и $T_* \approx 4$K.

Картина распределения $\phi_{\max}$ на рис. 4.4 соответствует основному состоянию магнитного

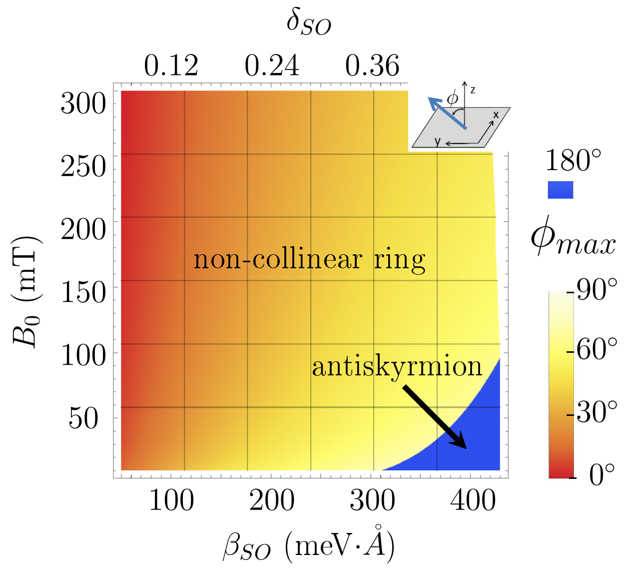

Рис. 4.4. Зависимость максимального угла наклона намагниченности в плоскость квантовой ямы от β_{SO} и внешнего магнитного поля B_0. Параметры соответствуют рис. 4.3

полярона. Основным в данном случае считается то состояние, полная энергия которого

$$E_p^{\nu} = -g_0 \mu_B \sum_m \boldsymbol{I}_n \cdot (\boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_{ex}^{\nu}(\boldsymbol{\rho}))$$

минимальна при условии распределения спинов $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\rho})$ вдоль суммарного поля $\boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_{ex}^{\nu}(\boldsymbol{\rho})$. Мы уже отмечали, что данная модель носит скорее вспомогательный характер и ее применимость ограничивается тем, что с ее помощью можно определять характерные амплитуды деориентриующих полей. Стоит заметить, однако, что в рамках модели существует интересная особенность. При больших величинах спин-орбитального взаимодействия и параметра δ_{SO} основное состояние магнитного полярона переключается в конфигурацию $\eta = -1$, при которой магнитные примеси в центре полярона оказываются противонаправленны внешнему магнитному полю (см. области $\phi_{max} = -\pi$ на рис. 4.4) и реализуется топологически заряженная спиновая текстура. Этот эффект связан с тем, что знак z-проекции обменного поля в случае сильного спин-орбитального взаимодействия изменяется в пространстве, и наибольший выигрыш в энергии достигается за счет большого числа примесей, находящихся на перефирии магнитного полярона в суммарном поле большей амплитуды. Интересным вопросом является возможность реализации данного эффекта , в реальной системе. Отметим также, что скирмионная конфигурация может иметь место в случае свободных магнитных поляронов [198].

4.2.6. Особенности экспериментального наблюдения топологического эффекта Холла в системах с магнитными поляронами

Киральная структура магнитных поляронов, представленная форм. 4.14, естественным образом возникает в широком классе магнитных полупроводников со спин-орбитальным взаимодействием. Помимо рассмотренных в данной работе поляронов Рашбы и Дрессельхауза в узких квантовых ямах, схожие киральные спиновые текстуры могут реализовываться в широких квантовых ямах с Γ_8-акцепторным поляроном [184, 186], в структурах с инвертированным спектром (например квантовые ямы HgTe/CdTe) [199], или в топологических изоляторах [200]. Данное наблюдение открывает возможность исследования топологического эффекта Холла, обусловленного различными спиновыми конфигурациями, на единой платформе: с помощью дизайна полупроводниковой гетероструктуры можно управлять типом и характером киральной спиновой текстуры. Более того, системы на основе разбавленных магнитных полупроводников позволяют манипулировать спиновой поляризацией электронного газа P_s. Действительно, в парамагнитном состоянии средняя намагниченность $\langle I_z \rangle$ системы во внешнем магнитном поле B_0 при температуре T определяется формулой Бриллюэна:

$$\langle I_z \rangle = I \cdot B_I \left(\frac{g_0 \mu_B I B_0}{kT} \right), \tag{4.17}$$

где B_I - функция Бриллюэна. Изменяя параметр $\mu_B g_0 B_0 I/kT$ можно экспериментально контролировать статическую намагниченность, которая, в свою очередь, определяет спиновую поляризацию электронного газа в силу эффекта гигантского зеемановского расщепления:

$$H_{ex} = -(N_0 \alpha_{ex}) x_{\mathrm{Mn}} \hat{J}_z \cdot \langle I_z \rangle.$$

Возможность гибкого управления спиновой поляризацией электронного газа особенно существена для исследования различных режимов топологического эффекта Холла.

Свойства асимметричного рассеяния носителей заряда на киральных магнитных поляронах существенно зависят от величины адиабатического параметра λ_a. В случае потенциала рассеяния V_{sc}, полученного для носителей в квантовой яме форм. 4.15, адиабатический параметр можно представить в виде $\lambda_a = |\alpha_{ex} N_0| x_{\mathrm{Mn}} (I/2) \cdot a/v_F$, где a - боровский радиус примеси, v_F - скорость Ферми. В адиабатическом режиме $\lambda_a \gg 1$ поперечное сопротивление согласно форм. 3.19 связано со спиновой поляризацией газа $\rho_{yx}^T \sim P_s$. В противоположном режиме $\lambda_a \lesssim 1$, асимметрия рассеяния носителей заряда определяется ориентацией магнитных поляронов $\eta \pm 1$ (см. форм. 2.41). В этом случае конечный холловский сигнал, который можно наблюдать даже в спин-неполяризованном газе, возникает лишь в меру различного числа поляронов противоположной ориентации. Отметим, что в нулевом внешнем магнитном поле и в термодинамическом равновесии среднее число поляронов обоих типов одинаково и $\rho_{yx}^T = 0$. При приложении внешнего поля энергии связи поляронов различаются и происходит термическое заселение конфигурации $\eta = +1$, которая соответствует основному состоянию. Управление намагниченностью $\langle I_z \rangle$ за счет изменения параметра $\mu_B g_0 B_0 I/kT$, а также контроль уровня Ферми в электронном газе позволяют исследовать переключение между зарядовым и спиновым режимами топологического эффекта Холла.

Опишем некоторые возможные типы полупроводниковых гетероструктур, подходящие для исследования рассматриваемых явлений. Мы предлагаем рассматривать квантовые ямы, основанные на соединениях A_2B_6, легированные как атомами марганца так и дополнительными акцепторами, вокруг которых происходит формирование магнитных поляронов. Величина $\rho_{yx}^T \propto (n_{sk}\phi_0)$ прямо пропорциональна концентрации поляронов n_{sk}, которая определяется акцепторами ; в согласии с результатами раздела 3.2.2, значимая величина сопротивления рекомендуемый уровень легирования составляет $n_{sk} \gtrsim 10^{10}$ см$^{-2}$. Проводящий канал удобно создать за счет дополнительного барьерного легирования, при этом можно управлять уровнем Ферми. Контроль величины адиабатического параметра λ_a осуществляется за счет изменения концентрации подвижных носителей заряда (как электронов n_e так и дырок n_h) и доли атомов марганца в квантовой яме x_{Mn}. В случае одиночной квантовой ямы CdMnTe ($d_{QW} = 2$ нм) и магнитных поляронов размера 6 нм, адиабатический режим характер для 2DHG ($\lambda_a = 16$ при $x_{\text{Mn}} = 0.1$, энергия Ферми легких дырок $E_F = 2.3$ мэВ, $n_h = 5 \times 10^{11}$ см$^{-2}$, эффективная масса $m_h = 0.4 m_0$), в то время как режим слабой связи реализуется при малых x_{Mn} в неплотном 2DEG газе ($\lambda_a = 0.7$ при $x_{\text{Mn}} = 0.035$, энергия Ферми электронов $E_F = 18.5$ мэВ, $n_e = 10^{11}$ см$^{-2}$, $m_e = 0.1 m_0$).

4.3. Киральное спиновое упорядочение электронного газа в электростатическом беспорядке

В данном разделе приводится описание механизма генерации равновесных киральных спиновых текстур *делокализованными* носителями заряда в условиях электростатического беспорядка. Будем рассматривать двумерный вырожденный электронный газ (2DEG) в условиях, когда имеется нарушение симметрии по отношению к инверсии времени ($\mathcal{T}$-симметрия).

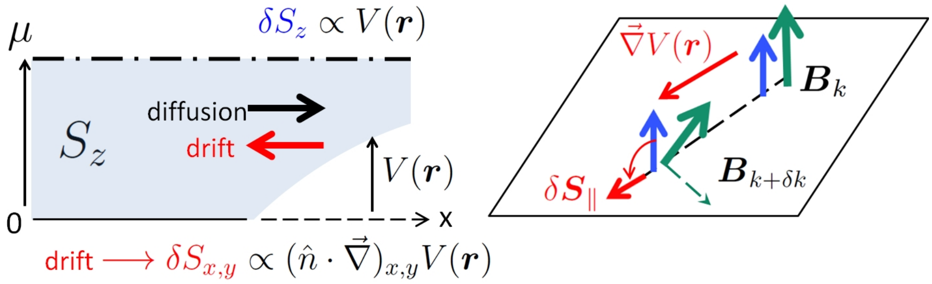

Рис. 4.5. Физика возникновения равновесных киральных спиновых текстур

Введем эффективное магнитное поле, действующее на спин электронов в k-пространстве:

$$\boldsymbol{B}_k = \begin{pmatrix} \lambda k \cos(\chi\varphi_k + \gamma) \\ \lambda k \sin(\chi\varphi_k + \gamma) \\ h \end{pmatrix}, \tag{4.18}$$

где $\boldsymbol{k} = (k, \varphi_k)$ - вектор импульса электрона с величиной k и полярным углом φ_k (всюду в этом разделе мы предполагаем $\hbar \equiv 1$). Параметр $h > 0$ описывает компоненту магнитного поля, перпендикулярную плоскости движения электронов, которая приводит к расщеплению спиновых подзон при $k = 0$, именно этот параметр ответственен за нарушение $\mathcal{T}$-симметрии. Компоненты поля $\boldsymbol{B}_k$ в плоскости соответствуют линейному по k спин-орбитальному взаимодействию, λ - константа спин-орбитального взаимодействия. Мы развиваем теорию в случае произвольных параметров $\chi = \pm 1$ и γ, конкретные значения χ, γ определяются типом спин-орбитального взаимодействия.

Предположим, что в системе присутствует электростатический беспорядок. В случае, когда имеется нарушение $\mathcal{T}$-симметрии, пространственное распределение равновесной спиновой плотности электронного газа чувствительно к неоднородной структуре потенциальной энергии $U(\boldsymbol{r})$ (см. рис. 4.5). Действительно, при $h \neq 0$ электронный газ приобретает спиновую поляризацию, направленную перпендикулярно плоскости движения (ось z). Локальный сдвиг $U(\boldsymbol{r})$ приводит к перераспределению электронов и, тем самым, к изменению равновесной спиновой плотности δS_z. Наличие спин-орбитального взаимодействия ($\lambda \neq 0$), приводит к тому, что в области неоднородного потенциала возникает, дополнительно, спиновая плотность $\delta S_{x,y}$, компоненты которой лежат в плоскости движения электронов. В результате формируется киральное пространственное распределение электронного спина, характеризующееся скирмионо-подобной структурой.

Важно отметить, что физическое происхождение термодинамически равновесного отклика $\delta S_{x,y}$ в ответ на электростатический потенциал принципиально отличается от механики δS_z. В силу того, что в области однородного потенциала $U(\boldsymbol{r}) = \mathrm{const}$ спиновая плотность электронного газа направлена перпендикулярно плоскости и не содержит x, y компонент, поляризация вдоль этих направлений $\delta S_{x,y}$ может возникать лишь в меру *градиента* потенциальной энергии. В качестве иллюстрации можно рассмотреть следующую квазиклассическую картину, представленную на рис. 4.5. Пусть в начальный момент времени имеется электрон с импульсом $\boldsymbol{k}$, спин которого ориентирован вдоль эффективного магнитного поля $\boldsymbol{B}_k$ (эта ситуация соответствует равновесию). При движение вдоль некоторой траектории происходит изменение импульса этого электрона $\boldsymbol{k} + \delta \boldsymbol{k}$ в меру градиента потенциальной энергии $\nabla U(\boldsymbol{r})$, что приводит к наклону эффективного магнитного поля $\boldsymbol{B}_{k+\delta k}$ в плоскость движения. Этот процесс запускает прецессию электронного спина вокруг нового направления магнитного поля, что создает дополнительную спиновую плотность (x, y)-компонент. В термодинамическом равновесии *полный* ток электронов в неоднородном электростатическом потенциале отсутствует, так как дрейфовый и диффузионный потоки полностью скомпенсированы. Отметим, однако, что само наличие дрейфового потока обусловленно изменением импульса каждой отдельной частицы, что, в согласии с представленной картиной, обязательно сопровождается генерацией спиновой плотности в плоскости движения.

Формирование равновесных спиновых текстур в электронном газе за счет пространственно-неоднородного электростатического потенциала описывается статической корреляционной функцией типа спин-плотность:

$$\mathcal{F}_\alpha(\boldsymbol{q}) = \sum_{k,s,s'} \langle u_k^s | \hat{S}_\alpha | u_{k+q}^{s'} \rangle \langle u_{k+q}^{s'} | u_k^s \rangle \frac{f_s(\boldsymbol{k}) - f_{s'}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q})}{\varepsilon_k^s - \varepsilon_{k+q}^{s'} + i0}, \tag{4.19}$$

где $\hat{S}_\alpha$ - оператор спина вдоль оси $\alpha = (x, y, z)$, индекс $s = \pm$ обозначает две спиновые подзоны ($s = +$ и $s = -$ отвечают подзонам, в которых спин электрон соответственно сонаправлен либо противонаправлен магнитному полю), ε_k^s и $|u_k^s\rangle$ - энергия и блоховская амплитуда электрона в состоянии $(\boldsymbol{k}, s)$, $f_s(\boldsymbol{k})$ равновесная функция распределения (мы дальше предполагаем вырожденный газ при нулевой температуре). Используя функции $\mathcal{F}_\alpha(\boldsymbol{q})$, можно анализировать спиновую плотность $\delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, которая возникает вблизи дефекта, или примесного центра, характеризующегося потенциалом $U(\boldsymbol{r})$:

$$\delta \boldsymbol{S}_\alpha(\boldsymbol{r}) = \int \frac{d\boldsymbol{q}}{(2\pi)^2} e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}} \mathcal{F}_\alpha(\boldsymbol{q}) U(\boldsymbol{q}), \tag{4.20}$$

здесь $U(\boldsymbol{q})$ - Фурье-образ $U(\boldsymbol{r})$, электрон-электронное взаимодействие не учитывается. В частности, функции $\mathcal{F}_\alpha(\boldsymbol{q})$ позволяют определить, имеет ли спиновый отклик локальный характер, или же спиновая плотность также распространяется вне области действия потенциала.

Рассмотрим общие свойства спинового отклика системы на электростатический потенциал. Как было указано ранее, поведение z-компоненты спина аналогично поведению плотности (число частиц) электронного газа. В отсутствии пространственной дисперсии (условия этого режима будут сформулированы позже при обсуждении явного вида корреляционных функций) имеет место локальная связь $\delta S_z(\boldsymbol{r}) = \varkappa_z U(\boldsymbol{r})$ с потенциальной энергией. Компоненты спиновой плотности (x, y), напротив, обусловленны механизмом прецессии, который активируется в меру градиента потенциальной энергии, так что в режиме локальной связи имеет место $\delta S_{x,y} = \varkappa_\| (\hat{n} \cdot \nabla)_{x,y} U(\boldsymbol{r})$, где матрица $\hat{n}$ представляет собой матрицу поворота, ее структура определяется типом спин-орбитального взаимодействия. Коэффициенты $\varkappa_{z,\|}$ зависят от энергетического спектра системы. Фурье-образ градиента потенциала $\nabla U(\boldsymbol{r})$ содержит дополнительную мнимость $i\boldsymbol{q}U(\boldsymbol{q})$, таким образом $\mathcal{F}_{x,y}(\boldsymbol{q})$ должны быть чисто мнимыми, мы представим их в виде:

$$\mathcal{F}_{x,y}(\boldsymbol{q}) = i \left(\hat{n} \boldsymbol{e}_q\right)_{x,y} \mathcal{F}_\|(q), \qquad \hat{n} = \begin{pmatrix} \sin\gamma & (-1)^\chi \cos\gamma \\ -\cos\gamma & (-1)^\chi \sin\gamma \end{pmatrix}, \tag{4.21}$$

где вещественная функция $\mathcal{F}_\|(q)$ зависит только от абсолютной величины аргумента q, $\boldsymbol{e}_q = \boldsymbol{q}/q$ - единичный вектор вдоль $\boldsymbol{q}$. Отметим также, что $\mathcal{F}_\|(q) \propto q$ при $q \to 0$.

Киральное спиновое упорядочение возникает в области неоднородной потенциальной энергии электронов. В случае радиально-симметричного потенциала $U(r)$ дополнительная спиновая плотность $\delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ в 2DEG имеет форму:

$$\delta \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} \delta S_\|(r) \cos\left(\chi\varphi_r + \gamma'\right) \\ \delta S_\|(r) \sin\left(\chi\varphi_r + \gamma'\right) \\ \delta S_z(r) \end{pmatrix}, \qquad \delta S_{z,\|}(r) = \int \frac{q dq}{2\pi} J_{0,1}(qr) \mathcal{F}_{z,\|}(q) U(q), \tag{4.22}$$

где $\boldsymbol{r} = (r, \varphi_r)$, $\delta S_\|, \delta S_z$ зависят от модуля r, $J_{0,1}$ - функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно, $\gamma' = \gamma + \pi/2$. Возникающая конфигурация является типичной киральной спиновой текстурой, рассмотренной в разд. 1.1 и форм. 1.1. Отметим, что спиральность текстуры γ', которая соответствует вращению спина в реальном пространстве, сдвинута относительно γ импульсного пространства на величину $\pi/2$. Этот факт отражает прецессионный механизм генерации спина в плоскости - дополнительная спиновая поляризация должна быть перпендикулярна как оси z, так и направлению спин-орбитального поля.

Особенности кирального спинового отклика естественным образом зависят от конкретного спектра электронов $\varepsilon_k^\pm$. В работе анализируются общие свойства исследуемого явления на примере двух типичных модельных систем различной симметрии. Ниже представлены

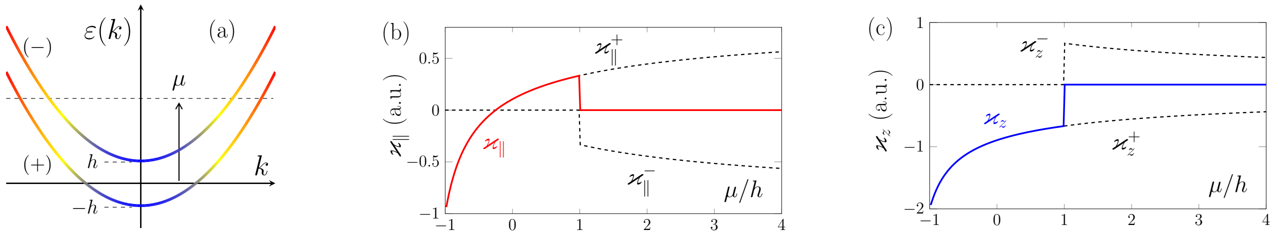

Рис. 4.6. (a) Квазипараболический спектр элетронов, (b,c) Зависимость коэффициентов локальной связи $\varkappa_{z,\parallel}^{\pm}$ от энергии Ферми μ для $\xi = 0.5$.

результаты расчета $\mathcal{F}_{z,\parallel}(q)$ и анализ отклика в реальном пространстве в случае квазипараболического и дираковского спектров.

4.3.1. Квазипараболический спектр

Рассмотрим следующий Гамильтониан $\mathcal{H}_k$ и спектр ε_k^s свободного движения электронов

$$\mathcal{H}_k = \frac{k^2}{2m_0} - \boldsymbol{B}_k \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \qquad \varepsilon_k^{\pm} = \frac{k^2}{2m_0} \mp B_k, \quad B_k = \sqrt{h^2 + (\lambda k)^2}, \tag{4.23}$$

здесь m_0 - эффективная масса электронов в отсутствии магнитного поля B_k (напомним, что предполагается $\hbar$=1). Будем считать, что параметр $\xi = m_0\lambda^2/h < 1$, в этом случае нижняя ветвь энергетического спектра монотонно зависит от волнового вектора. Спектр системы показан на рис. 4.6(a), цвет внутри каждой подзоны показывает величину параметра $\zeta_s = \lambda k_s/h$, который имеет смысл наклона спина электрона в плоскость движения (синий цвет соответствует $\zeta_s \ll 1$, красный показывает $\zeta_s \gg 1$).

Корреляционные функции определяются вкладами от двух подзон $\mathcal{F}_{z,\parallel}(q) = \mathcal{F}_{z,\parallel}^{+} + \mathcal{F}_{z,\parallel}^{-}$. Мы получили явные аналитические выражения для функций $\mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm}$ из форм. 4.19 в случае спектра из форм.4.23 при условии $\xi < 1$. В формулах, представленных ниже, используются следующие обозначения: $\xi = m_0\lambda^2/h < 1$, $\zeta_\pm = \lambda k_\pm/h$, $k_\pm$ - фермиевский волновой вектор в соответствующей подзоне, $a_0 = \lambda/2h$ - параметр размерности длина. Отметим, что $\mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm}$ для каждой подзоны представляется суммой внутри- и межподзонных вкладов $\mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm} = \mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm\pm} + \mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm\mp}$. Внутриподзонные слагаемые $\mathcal{F}_{z,\parallel}^{\pm\pm}(q)$ даются

$$\mathcal{F}_{\parallel}^{\pm\pm}(q) = \frac{m_0}{4\pi}\frac{1}{y(q)}\Big(\Theta[2k_\pm - q]\Phi_1(q) + \Theta[q - 2k_\pm]\Phi_2^{\pm}(q) - \Phi_3^{\pm}(q)\Big), \tag{4.24}$$

$$y(q) = \sqrt{1 + (qa_0)^2 - \xi^2}, \qquad \Phi_1(q) = \ln\sqrt{1 + (qa_0)^2}, \qquad \Phi_3^{\pm}(q) = \tanh^{-1}\left(\frac{qa_0}{y(q)}\right) + \ln\frac{y(q) \pm \xi(qa_0)}{\sqrt{1-\xi^2}},$$

$$\Phi_2^{\pm}(q) = \tanh^{-1}\left(\frac{a_0}{y(q)}\sqrt{q^2 - 4k_\pm^2}\right) + \ln\left[y(q)\sqrt{1+\zeta_\pm^2} \pm \xi a_0\sqrt{q^2 - 4k_\pm^2}\right] - \frac{1}{2}\ln\left[1 + \zeta_\pm^2 - \xi^2\right].$$

$$\mathcal{F}_z^{\pm\pm}(q) = \mp\frac{m_0}{4\pi}\frac{1}{y(q)}\frac{\xi}{qa_0}\Big(\Theta[2k_\pm - q]\Lambda_1^\pm(q) + \Theta[q-2k_\pm]\Lambda_2^\pm(q) - \Lambda_3^\pm(q)\Big), \qquad (4.25)$$

$$\Lambda_1^\pm(q) = y(q)\frac{\pi}{2\xi} \mp \ln\sqrt{1+(qa_0)^2}, \quad \Lambda_3^\pm(q) = \frac{y(q)}{\xi}\tan^{-1}\left(\frac{1}{qa_0}\right) \mp \ln\left[1 + qa_0\frac{y(q)+qa_0}{1\mp\xi}\right],$$

$$\Lambda_2^\pm(q) = \frac{y(q)}{\xi}\tan^{-1}\left(\frac{1}{a_0}\sqrt{\frac{1+\zeta_\pm^2}{q^2-4k_\pm^2}}\right) \mp \ln\left[\frac{1+(qa_0)^2 + y(q)a_0\sqrt{q^2-4k_\pm^2} \mp \xi\sqrt{1+\zeta_\pm^2}}{\sqrt{1+\zeta_\pm^2}\mp\xi}\right],$$

здесь $\Theta[x]$ - функция Хевисайда. Оказывается, что имеет место дополнительная связь между z и $\|$ межподзонными корреляционными функциями $\mathcal{F}_z^{\pm\mp}(q) = (2m_0\lambda/q)\mathcal{F}_\|^{\pm\mp}(q)$. Функции $\mathcal{F}_\|^{\pm\mp}(q)$ имеют вид:

$$\mathcal{F}_\|^{+-}(q) = \frac{m_0}{4\pi}\frac{1}{y(q)}\begin{cases}\mathcal{J}_+(q,1), & \zeta_+ < 2\sqrt{\xi+\xi^2}\\ \Theta[q_1^+ - q]\mathcal{J}_+(q,1) + \Theta[q-q_1^+]\Theta[q_2^+ - q]\mathcal{J}_+(q,x_+(q)) + \Theta[q-q_2^+]\mathcal{J}_+(q,1), & \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_\|^{-+}(q) = \frac{m_0}{4\pi}\frac{1}{y(q)}\Big(\Theta[q_1^- - q]\mathcal{J}_-(q,1) + \Theta[q-q_1^-]\Theta[q_2^- - q]\mathcal{J}_-(q,|x_-(q)|) + \Theta[q-q_2^-]\mathcal{J}_-(q,1)\Big),$$

$$\mathcal{J}_\pm(q,x) = [\mathrm{sgn}(q-q_0)]^{\frac{(1\mp1)}{2}}\ln\left[\frac{1+\sqrt{F_\pm(q,0)}}{1+\sqrt{F_\pm(q,x)}}\frac{\Delta_\pm(x)}{\Delta_\pm(0)}\right], \qquad q_0 = \frac{1}{a_0}\sqrt{\xi+\xi^2}, \qquad (4.26)$$

$$F_\pm(q,x) = 1 + \xi\left(\frac{\Delta_\pm(x)}{y(q)}\right)^2\left[\left(\frac{2k_\pm}{q}\right)^2 - \left(\frac{\zeta_\pm}{\xi}\right)^2\right], \qquad \Delta_\pm(x) = \frac{\xi}{\zeta_\pm^2}\left[\xi \mp \sqrt{1+\zeta_\pm^2x^2}\right],$$

$$q_{1,2}^\pm = k_\pm\left[(-1)^{1,2}\right]^{\frac{(1\mp1)}{2}}\left(1 + (-1)^{1,2}\sqrt{1+4\Delta_\pm(1)}\right), \qquad x_\pm(q) = \mathrm{Re}\left[\frac{q}{2k_\pm} \pm \frac{2m_0\lambda}{\zeta_\pm}\frac{y(q)}{\sqrt{q^2-(2m_0\lambda)^2}}\right].$$

Рассмотрим сперва режим локальной связи, когда $\delta S_{x,y}(\boldsymbol{r}) = \varkappa_\|(\hat{n}\cdot\nabla)_{x,y}U(\boldsymbol{r})$ и $\delta S_z(\boldsymbol{r}) = \varkappa_z U(\boldsymbol{r})$. Коэффициенты $\varkappa_{z,\|} = \varkappa_{z,\|}^+ + \varkappa_{z,\|}^-$ можно найти из поведения $\mathcal{F}_{z,\|}^\pm$ в пределе $q\to 0$:

$$\varkappa_z^\pm = \mp\frac{m_0}{4\pi}\frac{\Theta[\mu\pm h]}{\sqrt{1+\zeta_\pm^2}\mp\xi}, \qquad \varkappa_\|^s = \pm\frac{1}{8\pi\lambda}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_\pm^2}\mp\xi}\right)\Theta[\mu\pm h]. \qquad (4.27)$$

Отметим, что коэффициент $\varkappa_z^\pm$ представляет собой произведение электронной плотности состояний в $\pm$ подзоне на величину z-проекции спина, взятой на уровне Ферми μ. Зависимость $\varkappa_{z,\|}^\pm$ от μ показана на рис. 4.6(b,c). Спиновый отклик в локальном режиме отличен от нуля только в случае, когда энергия Ферми $\mu < h$ находится ниже дна верхней спиновой подзоны. Этот результат обусловлен особенностями рассмотренной квазипараболической модели, в рамках которой равновесная спиновая плотность $S_z^0 = (m_0h/4\pi)$ остается постоянной и не зависит от энергии Ферми при $\mu > h$.

Из явных выражений для корреляционных функций $\mathcal{F}_{z,\|}^\pm$ следует, что режим локальной связи реализуется при условии, что фурье компоненты $U(\boldsymbol{q})$ локализованы в области $q \ll \min[k_\pm, a_0^{-1}]$, где $a_0 = \lambda/2h$. Для подобного рода плавных потенциалов корреляционные функции $\mathcal{F}_z$, $\mathcal{F}_\|/q$ теряют зависимость от q, что означает отсутствие пространственной дисперсии и, тем самым, подавление нелокального отклика. Отметим, что помимо традиционного масштаба, задаваемого фермиевским волновым вектором $k_\pm$, существует *дополнительная* пространственная шкала $a_0 = \lambda/2h$, которая контролирует наступление пространственной дисперсии спинового отклика. Этот новый масштаб связан с прецессионными процессами, которые приводят к генерации спиновой плотности в плоскости движения электронов.

Перейдем к описанию нелокального спинового отклика. Рассмотрим сперва случай, когда заполненной является лишь $(+)$ спиновая подзона, при этом энергия Ферми лежит в области $(-h < \mu < h)$. Зависимость $\mathcal{F}^{+}_{z,\parallel}$ и парциальных компонент $\mathcal{F}^{+\pm}_{z,\parallel}$ от $q/2k_+$ представлена на рис. 4.7(a,b). Как мы уже отмечали ранее, корреляционные функции при $q \to 0$ ведут себя согласно $\mathcal{F}^{+}_{z} \approx \varkappa^{+}_{z}$, $\mathcal{F}^{+}_{\parallel} \approx \varkappa^{+}_{\parallel} q$. Другая общая закономерность состоит в том, что внутри- и междподзонные вклады $\mathcal{F}^{++}_{z,\parallel}$,$\mathcal{F}^{+-}_{z,\parallel}$ имеют разный знак, что частично уменьшает величину результирующего отклика. Пространственный профиль $\delta S_{z,\parallel}(r)$, возникающий вокруг отталкивающего короткодействующего потенциала $U(r) = \alpha_0 \delta(\boldsymbol{r})$, показан на рис. 4.7(c). Спиновая плотность наибольшей величины локализована на масштабе фермиевской длины волны $(2k_+ r \lesssim 2)$, в то время как при удалении от центра происходит убывание $S_{z,\parallel}(r)$ и наблюдаются фриделевские осцилляции с периодом $2k_+$ (вставка на рис.4.7(c)).

В случае $\mu > h$ обе спиновые подзоны частично заполнены электронами. Отметим, что не смотря на то, что локальный спиновый отклик в этом случае подавлен ($\varkappa_{z,\parallel} = 0$), пространственная дисперсия корреляционных функций восстанавливает конечный эффект и приводит к формированию киральных спиновых текстур. На рис. 4.7(d-g) представлена зависимость полученных в форм. (4.24,4.25,4.26) корреляционных функций $\mathcal{F}^{\pm}_{z,\parallel}(q)$. Внутриподзонные слагаемые $\mathcal{F}^{\pm\pm}_{z,\parallel}$ содержат одиночный спайк в точке $q = 2k_\pm$, при этом межподзонные слагаемые $\mathcal{F}^{\pm\mp}_{z,\parallel}$ характеризуются двумя спайками, положение которых определяется двумя nesting-векторам поверхности Ферми, соответствующими межподзонным переходам. Наличие нескольких nesting-векторов приводит к более сложной пространственной структуре спинового отклика в реальном пространстве. На рис. 4.7(h,i) представлена зависимость $\delta S_{z,\parallel}(r)$ от расстояния до центра в случае короткодействующего потенциала $U(q) = \alpha_0$. Пространственный масштаб дан в единицах $x = k_F r$, где k_F - средний фермиевский волновой вектор. Фриделевские осцилляции в этом случае, реализующиеся вдали от центра $x \gg 1$, представляют собой суперпозицию различных частот.

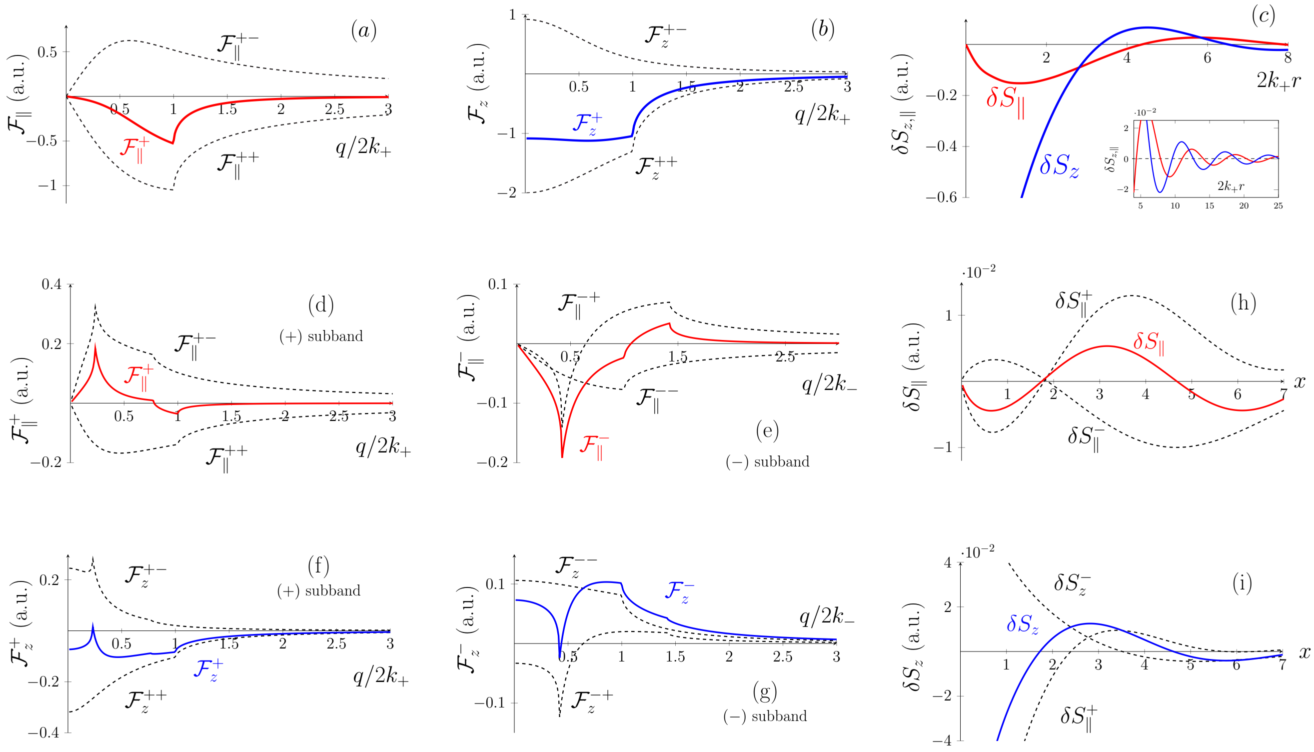

Рис. 4.7. (a,b) Корреляционные функции и $\delta S_{z,\parallel}(r)$ вблизи короткодействующей примеси (c) в случае одной спиновой подзоны ($\xi = 0.5$, $\mu = -0.4h$, $\zeta_+ = 1$), (d-g) корреляционные функции и $\delta S_{z,\parallel}(r)$ (h,i) в случае двух спиновых подзон ($\xi = 0.5$, $\mu = 3.5h$, $\zeta_+ = 2.5$, $\zeta_- = 1.4$).

4.3.2. Дираковский спектр

Рассмотрим Гамильтониан, соответствующий дираковскому спектру электронов:

$$\mathcal{H}_k = -\boldsymbol{B}_k \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad \varepsilon_k^{\pm} = \mp\sqrt{h^2 + (\lambda k)^2}. \tag{4.28}$$

Эта модель описывает, например, киральные поверхностные состояния трехмерного топологического изолятора (параметры спин-орбитального взаимодействия в этом случае $\chi = 1$, $\gamma = \pi$). На рис. 4.8(a) показан спектр системы (форм.4.28), который состоит из двух подзон, разделенных магнитной щелью $2h$. Фундаментальное отличие этой системы, от случая квазипараболического спектра состоит в дополнительной электрон-дырочной симметрии ($\mathcal{C}$-симметрия). Наличие $\mathcal{C}$-симметрии существенным образом модифицирует отклик электронного газа на внешние возмущения [201–204].

Расположим энергию Ферми $\mu > 0$ выше точки электронейтральности, при этом нижняя (+) подзона полностью заполненна, а верхняя (−) заполнена лишь частично. Расчет корреляционных функций в форм. 4.19 со спектром 4.28 показывает, что полностью заполненная нижняя подзона не дает вклада в отклик z-компоненты спиновой плотности ($\mathcal{F}_z^+ = 0$), при

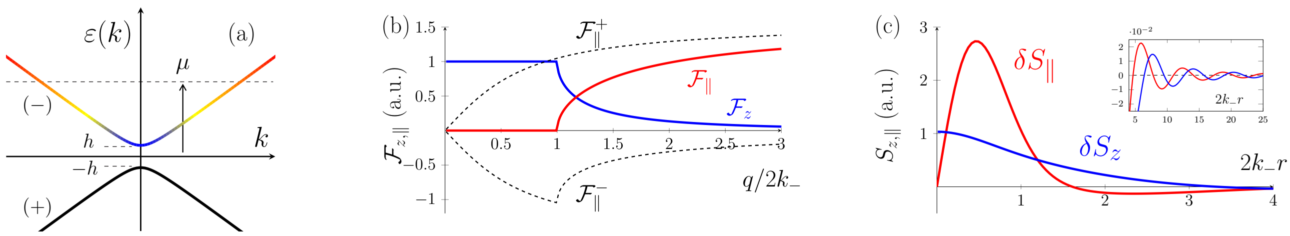

Рис. 4.8. (a) Дираковский спектр элетронов, (b) корреляционные функции (c) пространственная структура спиновой плотности. Параметры $\mu = 2h$, $\zeta_- = 1.7$, $a_v k_- = 0.3$

этом корреляционная функция верхней $(-)$ подзоны совпадает с традиционной функцией Линдхарда в двумерном случае:

$$\mathcal{F}_z^-(q) = \frac{m_g}{4\pi}\left(1 - \Theta[q - 2k_-]\sqrt{1 - 4k_-^2/q^2}\right), \tag{4.29}$$

где $m_g = h/\lambda^2$ соответствует эффективной массе вблизи дна подзоны, $k_- = \sqrt{\mu^2 - h^2}/\lambda$ - фермиевский волновой вектор. Этот результат представляется достаточно любопытным, поскольку функция Линдхарда традиционно описывает отклик плотности системы с простым параболическим спектром.

Другая важна особенность $\mathcal{F}_z^-$, представленная форм. 4.29, заключается в том, что ее амплитуда не зависит от энергии Ферми μ. Этот результат отличается от поведения корреляционных функций для квазипараболического спектра. Действительно, в последнем случае увеличение μ приводит к подавлению спинового отклика согласно $\mathcal{F}_z^{\pm} \propto 1/\zeta_{\pm}$ at $\zeta_{\pm} \gg 1$. Этот эффект обусловлен тем, что энергетическая плотность состояний в случае дираковского спектра $\nu_- = B_k/2\pi\lambda^2$ растет с увеличением μ. Подавление z-проекции спина при больших значениях μ ($n_k \equiv h/2B_k \propto 1/\zeta_-$ при $\mu \gg h$) в точности компенсируется ростом плотности состояний $\nu_-(\mu)$. В частности, в режиме локальной связи $\delta S_z = \varkappa_z U(\boldsymbol{r})$ спиновый отклик в явном виде определяется произведением $\varkappa_z^- = \nu_-(\mu) \cdot n_k = (m_g/4\pi)$, которое не зависит от μ.

Отклик компонент спиновой плотности в плоскости движения электронов также характеризуется рядом нетривиальных особенностей. Полученные выражения для функций $\mathcal{F}_{\parallel}^{\pm}(q)$ имеют вид:

$$\mathcal{F}_{\parallel}^{+}(q) = \frac{m_g}{4\pi}\tan^{-1}(qa_0), \qquad \mathcal{F}_{\parallel}^{-}(q) = -\mathcal{F}_{\parallel}^{+}(q) + \frac{m_g}{4\pi}\Theta[q - 2k_-]\tan^{-1}\left(a_0\sqrt{\frac{q^2 - 4k_-^2}{1 + \zeta_-^2}}\right). \tag{4.30}$$

Отметим, что имеется *ненулевой* отклик от полностью заполненной нижней $(+)$ подзоны. Этот факт не являются удивительным, поскольку в системах с $\mathcal{C}$-симметрией имеется связь $(+)$ и $(-)$ подзон, открывающая возможность дополнительных межподзонных процессов. Нетривиальной чертой отклика спин-плотность является то, что функция $\mathcal{F}_{\parallel}^{+}/q$ остается конечной даже в пределе $qa_0 \ll 1$. Это поведение, в частности, не типично для отклика плотности (+) подзоны, который оказывается подавлен в случае плавного потенциала, локализованного в k-пространстве на масштабе $q \ll a_0^{-1}$. Действительно, межподзонные переходы, ответственные за отклик плотности в (+) подзоне, оказываются подавлены в случае $qa_0 \ll 1$ в силу конечной энергетической щели $2h$. Отклик компонент спиновой плотности в плоскости движения, напротив, остается конечным. Этот результат связан со специфическим микроскопическим происхождением этого эффекта. Действительно, согласно рис. 4.5 $\delta S_{x,y}$ возникает в результате прецессии спина при наличии дрейфового потока электронов. В системах с $\mathcal{C}$-симметрией дрейфовый поток остается конечным даже при наличии щели в спектре в меру клейновского туннелирования.

Спиновый отклик частично заполненной (−) подзоны описывается функцией $\mathcal{F}_{\|}^{-}(q)$ (см. форм. 4.30), которая содержит как μ-независимое слагаемое, противоположное функции отклика (+) подзоны, так и μ-зависимый вклад, ответственный за фриделевские осцилляции с пространственным периодом $2k_-$. Полная корреляционная функция $\mathcal{F}_{\|} = \mathcal{F}_{\|}^{+} + \mathcal{F}_{\|}^{-}$, а также ее парциальные вклады $\mathcal{F}_{\|}^{\pm}$ показаны на рис. 4.8(b). Отметим, что имеет место полное сокращение вкладов от (±) подзон при $q < 2k_-$, так что $\mathcal{F}_{\|}$ обращается в ноль в этой области. Этот результат приводит к тому, что при нахождении энергии Ферми выше точки электронейтральности локальный спиновый отклик $\delta S_{x,y}$ на плавный потенциал отсутствует.

Нелокальный спиновый отклик при наличии $\mathcal{C}$-симметрии также приобретает ряд специфических особенностей. Зависимость показанной на рис. 4.8(b) функции $\mathcal{F}_{\|}(q) = \mathcal{F}_{\|}^{+} + \mathcal{F}_{\|}^{-}$ от волнового вектора имеет характер насыщения в области $q \gg k_-$, где обычно корреляционные функции обращаются в ноль. Отметим, однако, что отклик $\|$ компонент спина возникает в меру градиента потенциальной энергии, поэтому подавление в области больших аргументов не является обязательным условием функции $\mathcal{F}_{\|}(q)$; напротив это условие должно иметь место для функции $\mathcal{F}_{\|}(q)/q$, которая действительно затухает как $1/q$ при $q \to \infty$. На рис. 4.8(c) представлена пространственная зависимость $\delta S_{z,\|}$, обусловленная короткодействующим потенциалом $U(q) = \alpha_0 \exp[-(qa_v/2)^2]$, a_v - радиус действия потенциала. Как видно на рис. 4.8(c), амплитуда компонент спиновой плотности в плоскости $\delta S_{\|}$ вблизи дефекта оказывается существенно больше, чем в случае квазипараболического спектра, что связано с насыщением функции $\mathcal{F}_{\|}(q)$ в области больших импульсов (малых расстояний). Это поведение подчеркивает, что в системах с дираковским спектром киральное спиновое упорядочение электронного газа особенно эффективно индуцируется короткодействующим беспорядком.

4.3.3. Обсуждение

Развитая теория демонстрирует, что формирование киральных спиновых текстур в условиях электростатического беспорядка является универсальным явлением для двумерных систем со спин-орбитальным взаимодействием. Различные магнитные системы, такие как магнитны топологические изоляторы [205–208], магнитные слои Рашбы [41, 209–211], а также разбавленные магнитные полупроводники (DMS) [212–217] могут содержать многочисленные киральные спиновые текстуры, пинингованные вблизи дефектов структуры. Это явление открывает новые возможности по исследованию эффектов, обусловленных киральным спиновым порядком. Отметим, что киральное возмущение электронной плотности может проявляется различными способами. В частности, детектирование спиновой плотности электронного газа методом спин-поляризованной туннельной микроскопии [69] позволит определить новые параметры электронного поверхностного газа. Киральное спиновая структура электронного газа может быть унаследована магнитной подсистемой, расположенной либо в том же слое, либо в другом слое гетероструктуры. Отметим в заключении, что в магнитных системах со спин-орбитальным взаимодействием ожидается активация топологического эффекта Холла в результате асимметричного рассеяния носителей на пинингованных киральных спиновых текстурах. Данный механизм, в частности, может быть ответственен за наблюдемый ТЭХ в топологических изоляторах и магнитных полупроводниках [140, 142, 218].

4.4. Краткие итоги

- Построена теория и дано описание киральной структуры связанного магнитного полярона в квантовых ямах магнитных полупроводников со спин-орбитальным взаимодействием. Получены точные волновые функции локализованного состояния на короткодействующем потенциале в двумерной системе с линейным по волновому вектору спин-орбитальным расщеплением спиновых подзон.

- Проанализированы особенности топологического эффекта Холла в полупроводниковых квантовых ямах, обусловленные асимметричным рассеянием носителей на киральных магнитных поляронах, в частности установлена область внешних магнитных полей и температур, при которых данное явление может наблюдаться.

- Установлено, что электростатический беспорядок приводит к формированию термодинамически равновесных киральных спиновых текстур в электронном газе. Получены точные аналитические выражения для корреляционных функций, описывающих данный эффект, в случае квазипараболического и дираковского двумерных спектров. Проанализированы локальный и нелокальный спиновый отклики, а также обнаружена аномальная чувствительность киральной спиновой плотности электронного газа на короткодействующий потенциал в системах с электрон-дырочной симметрией.

Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Установлено, что в режиме слабой связи электронного спина с полем намагниченности асимметрия рассеяния электрона в области кирального порядка не зависит от спинового состояния частицы. Приложение внешнего электрического поля приводит к поперечному электрическому току даже при нулевой спиновой поляризации электронного газа. В рамках теории возмущений получены аналитические выражения для асимметричной части сечения рассеяния на спиновых текстурах малого радиуса.

- Развита техника точного решения задачи рассеяния электрона на киральных спиновых текстурах. Разработанная схема основывается на методе фазовых функций и позволяет численно рассчитать сечение рассеяния и исследовать его асимметричную часть в случае произвольного профиля спиновых текстур. Показано, что асимметрия рассеяния имеет место вне зависимости от топологии киральной спиновой текстуры.

- Продемонстрировано существование различных режимов топологического эффекта Холла. В зависимости от силы связи между электронным спином и киральной спиновой текстурой асимметричное рассеяние носит либо зарядовый (режим слабой связи), либо спиновый характер (режим сильной связи). Переключение между этими режимами, обусловленное изменением размера спиновых текстур, сопровождается осцилляционными особенностями поперечных спинового и зарядового токов.

- Развито теоретическое описание кинетических явлений в неупорядоченных системах с киральными спиновыми текстурами. Получено выражение для тензора электросопротивления металлической системы с разреженным массивом спиновых текстур. Поперечное сопротивление этой системы немонотонно зависит как от энергии Ферми, так и размера спиновых текстур.

- Продемонстрировано, что в ферромагнитных системах с магнитными скирмионами, размер которых значительно превышает фермиевскую длину волны, поперечное сопротивление, обусловленное топологическим эффектом Холла, не зависит от размера скирмионов. В рамках классической физики предложена интерпретация этой особенности и, в частности, показано, что амплитуда насыщения поперечного спинового тока в квазиклассическом режиме рассеяния определяется лишь топологией спинового поля.

- Построена теория, описывающая формирование равновесных киральных спиновых текстур за счет электростатического беспорядка в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием и нарушением симметрии по отношению к инверсии времени. Получены аналитические выражения для корреляционных функций типа спин-плотность в случае квазипараболического и дираковского спектров с обменным расщеплением.

- Предложен механизм кирального спинового упорядочения в системах на основе магнитных полупроводников, основанный на локализации носителей заряда и формировании магнитных поляронов в условиях спин-орбитального взаимодействия.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

1. Денисов К. С., Аверкиев Н. С. Особенности намагниченности двумерного разбавленного магнитного полупроводника с сильным спин-орбитальным взаимодействием // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 99, № 7. — С. 467.
2. Electron scattering on a magnetic skyrmion in the nonadiabatic approximation / K. S. Denisov, I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, E. Lähderanta // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Jul. — Vol. 117. — P. 027202.
3. A nontrivial crossover in topological Hall effect regimes / K. S. Denisov, I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, E. Lähderanta // Scientific Reports. — 2017. — Vol. 7. — P. 17204.
4. Denisov K. S., Averkiev N. S. Hall effect driven by non-collinear magnetic polarons in diluted magnetic semiconductors // Appl. Phys. Lett. — 2018. — Vol. 112, no. 16. — P. 162409.
5. General theory of the topological Hall effect in systems with chiral spin textures / K. S. Denisov, I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, E. Lähderanta // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98, no. 19. — P. 195439.
6. Topological Hall effect for electron scattering on nanoscale skyrmions in external magnetic field / K. S. Denisov, I. V. Rozhansky, M. N. Potkina et al. // Phys. Rev. B. — 2018. — Dec. — Vol. 98. — P. 214407.
7. Chiral spin ordering of electron gas in solids with broken time reversal symmetry / K.S. Denisov, I.V. Rozhansky, N.S. Averkiev, E Lahderanta // Scientific Reports. — 2019. — Vol. 9. — P. 10817.
8. Topological and chiral spin Hall effects / I. V. Rozhansky, K. S. Denisov, M.B. Lifshits et al. // Physica Status Solidi B. — 2019. — Vol. 20. — P. 1900033.

Заключительное слово.

Работа над диссертацией составила существенную часть прошедших пяти лет. Мне приятно отметить, что, собрав полученные в этот период результаты воедино, я обнаружил себя в хорошем настроении и даже воодушевлении. Дело не только в том, что, как мне кажется, в проделанном исследовании действительно удалось сформулировать небольшое, но все же *новое* знание об окружающем мире, причем сделать это в теоретическом стиле, на который я ориентировался еще в студенчестве. Этот первый успех стал теперь неотделимой частью моего сознания. Моя радость, во многом, связана именно с тем, как проходила и продолжает идти наша работа вместе с Никитой Сергеевичем Аверкиевым и Игорем Владимировичем Рожанским. Моим коллегам и учителям удалось создать неповторимую, дружественную атмосферу научной свободы, которая позволила мне полностью погрузится в мир физики. Энтузиазм и любопытство, с которыми я встречал обсуждение любых новых идей, в конечном счете и привели нас к новой тематике транспорта в киральных спиновых системах. Работая вместе, мне удалось испытать несколько особенно ярких моментов (успешное применение метода фазовых функций; момент, когда я впервые запустил численный расчет, подтверждающий существование зарядового и спинового режимов асимметричного рассеяния на скирмионе; открытие роли топологии спиновых текстур за кофепитием, и, конечно, получение аналитических формул для корреляционных функций). Значимость этих событий для меня исключительна еще и по той причине, что им обязательно предшествовал период, когда было совершенно неясно в каком направлении двигаться и стоят ли наши усилия потраченного времени. Видимо, мне сильно повезло, потому что рядом со мной всегда находилась Полина Аф, которая сохраняла мой жизненный оптимизм в эти моменты и относилась с понимаем ко всем моим трудностям. Полина вдохновляла, верила в меня и совершенно искренне сопереживала всем успехам моей кампании. Без тебя ничего бы не вышло. Я искренне благодарен моим родителям, моим друзьям и всей моей большой семье за поддержку. Теперь, когда "труд" носит оконченный характер, мне особенно ясно стала видна та заметная роль, которую сыграло обсуждение работы с участниками чайного и низкоразмерного семинаров, без их внимательной и беспристрастной оценки получившееся исследование было бы совершенно неполным. Мне приятно отметить, что участие в семинарах во многом сформировало мое научное мировоззрение, впрочем, как и умеренное чувство самоиронии. Я счастлив, что прошедшие пять лет были наполнены духом романтики и авантюризма. Если бы не регламент, то я бы с большим удовольствием добавил к основным результатам кандидатской диссертации то обстоятельство, что все события, которые имели место, позволили мне лучше понять свое положение в мире и мое отношение к нему.

Список сокращений и условных обозначений

$\rho_{sk}(\boldsymbol{r}) = (4\pi)^{-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})\cdot[\partial_x \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) \times \partial_y \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})]$ — скирмионная плотность

(u_1, u_2) — спинор начальной поляризации электрона

α_0 — константа обменного взаимодействия

$\alpha_{ex}N_0$ — экспериментально измеряемая величина обменного взаимодействия

α_{ex} — параметр обменного взаимодействия между носителем заряда и магнитными примесями в объемных полупроводниках

β_{ex} — безразмерный параметр, связанный с размером текстуры и обменным расщеплением

β_{SO} — константа спин-орбитального взаимодействия

$\boldsymbol{\mathcal{A}}(\boldsymbol{r})$ — связность Берри

$\boldsymbol{B}^T$ — эффективное магнитное поле

$\boldsymbol{j}$ — вектор 1/2 псевдо-спина носителей заряда в квантовой яме

$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ — киральная спиновая текстура

$\boldsymbol{B}_k$ — эффективное магнитное поле, действующее на спин электронов в k-пространстве

$\boldsymbol{B}^{\nu}_{ex}(\boldsymbol{r}_n)$ — эффективное обменное поле локализованного носителя

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r})$ — спиновое поле внутри кирального магнитного полярона

$\boldsymbol{I}_n$ — спин магнитной примеси, расположенной в точке $\boldsymbol{r}_n$

χ — закрученность спиновой текстуры

$\chi_{123} = \boldsymbol{S}_1 \cdot [\boldsymbol{S}_2 \times \boldsymbol{S}_3]$ — спиновая киральность

χ_{so} — киральность спин-орбитального взаимодействия

$\Delta = 2\alpha_0 S_0$ — Обменное расщепление спектра

$\delta\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}) - \eta S_0 \boldsymbol{e}_z$ — отклонение спинового поля от однородной части

δ_{SO} — безразмерный параметр спин-орбитального взаимодействия

ℓ — длина свободного пробега

$\ell^{\pm}_{n,ss'}$ — коэффициенты разложения $\mathcal{A}_{ss'}$ по базису угловых гармоник

η — ориентация спиновой текстуры

γ — спиральность спиновой текстуры

$\hat{\mathcal{K}}_m$ — парциальная матрица параметров рассеяния

$\hat{\rho}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_n)$ — оператор плотности

$\hat{G}_0(z)$ — резольвента Гамильтониана $\mathcal{H}_0$

$\hat{I}$ — единичная матрица 2×2

$\hat{j}_z$ — оператор z компоненты полного углового момента электрона

$\hat{n}$ — матрица поворота, обусловленная спин-орбитальным взаимодействием

$\hat{S}_m$ — парциальная S-матрица

$\hat{T}$ — оператор T-матрицы

$\hat{W}(r)$ — пространственная часть матрицы потенциала рассеяния

λ — параметр спин-орбитального взаимодействия эффективного поля $\boldsymbol{B}_k$

$\Lambda(r)$ — профиль спиновой текстуры; угол наклона спинового поля в плоскость

λ_a — адиабатический параметр

$\langle\tau\rangle$ — среднее время спин-зависимого рассеяния

$\mathcal{A}_{ss'}(\theta)$ — угловая часть темпа рассеяния $\mathcal{W}_{pp'}^{ss'}$

$\mathcal{C}$-симметрия — электрон-дырочная симметрия

$\mathcal{F}_\alpha(\boldsymbol{q})$ — корреляционные функции, описывающие отклик $\alpha = (x, y, z)$ компонент спиновой плотности на электростатический потенциал

$\mathcal{F}_{z,\parallel}(q)$ — корреляционные функции спин-плотность

$\mathcal{G}_{ss'}$ — полный симметричный темп рассеяния

$\mathcal{G}_{ss'}(\theta)$ — симметричная часть темпа рассеяния

$\mathcal{H}$ — полный Гамильтониан электрона в поле спиновой текстуры

$\mathcal{H}_0$ — Гамильтониан свободного движения электрона

$\mathcal{H}_k$ — Гамильтониан электронов с учетом эффективного магнитного поля $\boldsymbol{B}_k$

$\mathcal{I}_{s,n}^{\pm}$ — коэффициенты разложения интеграла столкновений по базису угловых гармоник

$\mathcal{J}_{ss'}$ — интегральный поперечный темп рассеяния

$\mathcal{J}_{ss'}(\theta)$ — асимметричная часть темпа рассеяния

$\mathcal{M}_s$ — коэффициент конверсии спинового поперечного тока в зарядовый

$\mathcal{T}$-симметрия — симметрия по отношению к инверсии времени

$\mathcal{W}_{\boldsymbol{pp}'}^{ss'}$ — число переходов в единицу времени, темп рассеяния

μ — энергия Ферми

μ_B — магнетон Бора

∇ — оператор набла

$\nu = m_0/2\pi\hbar^2$ — 2D плотность электронных состояний

ν_s — энергетическая плотность состояний в s-й спиновой подзоне

$\omega_0 = 2m_0\alpha_0/\hbar^2$ — приведенная константа обменного взаимодействия

ω_s^{-1} — транспортное время внутризонного рассеяния на спиновых текстурах в s-й подзоне

Ω_{sk} — эффективная частота асимметричного рассеяния

$\Omega_{ss'}$ — частота асимметричного рассеяния на спиновых текстурах

ϕ_0 — квант магнитного потока

$\phi_{\max}$ — максимальный угол наклона намагниченности в плоскость квантовой ямы

$\Pi(\theta)$ — спин-зависимая часть асимметричных темпов рассеяния

$\Psi(\boldsymbol{r})$ — полная стационарная волновая функция с Гамильтонианом $\mathcal{H}$

$\psi_\nu(\boldsymbol{\rho})$ — планарная часть волновой функции Ψ_ν

$\Psi_\nu(\boldsymbol{r})$ — волновая функция локализованного состояния электрона

$\psi_m(\boldsymbol{r})$ — угловая гармоника, собственная функция оператора $\hat{j}_z$

ψ_{in} — падающая плоская волна

ψ_{sc} — рассеянная цилиндрическая волна

ρ_a — вклад в поперечное сопротивление, связанный со спиновым механизмом ТЭХ

ρ_c — вклад в поперечное сопротивление, связанный с зарядовым механизмом ТЭХ

ρ_{xx} — продольное сопротивление

$\rho_{yx}^{\mathcal{A}}$ — вклад в поперечное сопортивление, связанный с аномальным эффектом Холла

$\rho_{yx}^{\mathcal{O}}$ — вклад в поперечное сопортивление, связанный с нормальным эффектом Холла

ρ_{yx}^{T} — вклад в поперечное сопортивление, связанный с топологическим эффектом Холла

σ_0 — друдевская проводимость

$\Sigma_{ss'}(\theta)$ — асимметричная часть дифференциального сечения рассеяния

$\Sigma_{ss'}^{tr}$ — синус-гармоника дифференциального сечения рассеяния

σ_{yx}^{T} — поперечная проводимость, связанная с топологическим эффектом Холла

$\sigma_{yx}^{\mathcal{O}}$ — поперечная проводимость, связанная с нормальным эффектом Холла

τ — время пролета электрона через спиновую текстуру

τ_0 — время спин-независимой релаксации импульса

τ_s — полное транспортное время рассеяния в s-й подзоне

$\tau_{s\bar{s}}$ — транспортное время межподзонного рассеяния на спиновых текстурах

$\theta = \varphi - \varphi'$ — угол рассеяния

ε_k^s — спектр энергий электрона

$\mathit{\Gamma}_{1,2}(\theta)$ — спин-независимая часть асимметричных темпов рассеяния

$\varkappa_{z,\parallel}$ — коэффициенты локальной связи спиновой плотности 2DEG с потенциалом

$\varkappa_{zyx}$ — кинетический коэффициент, соответствующий спиновому эффекту Холла

ξ — параметр квазипараболического спектра

ζ_0 — амплитуда эффективного обменного поля $\boldsymbol{B}_{ex}^{\nu}$

ζ_s — наклон спина электрона в плоскость движения

a — диаметр спиновой текстуры

a_0 — масштаб прецессии электронного спина

a_B — боровский радиус локализованного состояния

B_0 — внешнее магнитное поле

B_* — критическое магнитное поле

B_I — функция Бриллюэна

$B_k = \sqrt{h^2 + (\lambda k)^2}$ — величина эффективного магнитного поля $\boldsymbol{B}_k$

B_T — величина эффетивного магнитного поля, соответствующее ТЭХ

$B_{ss'}$ — эффективное магнитное поле, связанное с рассеянием на спиновых текстурах

$d\sigma_{ss'}/d\theta$ — дифференциальное сечение рассеяния

d_{QW} — толщина квантовой ямы

E — энергия электрона

E_0 — энергия локализованного состояния

E_F — энергия Ферми

E_p^ν — энергия магнитного полярона в состоянии ν

E_{so} — сдвиг спектра энергии засчет спин-орбитального взаимодействия

$f_s(\boldsymbol{p})$ — функция распределения

f_s^0 — рановесная часть функции распределения

$f_{ss'}(\varphi, \varphi')$ — амплитуда рассеяния

g_0 — гиромагнитное отношение атома Mn

$G_0(r, E)$ — свободная функция Грина в координатно-энергетическом представлении

G_0^s — функция Грина Гамильтониана $\mathcal{H}_0$

$g_\alpha(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ — корреляционные функции спиновой киральности

$g_m(r)$ — координатная часть угловой гармоники ψ_m

$g_s(\varphi)$ — нерановесная часть функции распределения

$g_{\parallel,z}$ — диагональные компоненты тензора связи $g_{\alpha\beta}$

$g_{s,n}^\pm$ — коэффициенты разложения g_s по базису угловых гармоник

$G_{ss'}(\theta)$ — симметричная часть дифференциального сечения рассеяния

h — z-комнонента поля $\boldsymbol{B}_k$, данный параметр приводит к нарушению $\mathcal{T}$-симметрии

$H_m^\pm$ — функция Ганкеля первого (второго) рода

H_{ex} — обменное взаимодействие между носителем заряда и магнитными примесями

$H_{so}^{R,D}$ — спин-орбитальное взаимодействие Рашбы или Дрессельхауза

j_H — зарядовый поперечный ток в задаче рассеяния

J_m, Y_m — функции Бесселя первого и второго рода

j_{SH} — спиновый поперечный ток в задаче рассеяния

$j_{x,y}$ — плотность электрического тока в направлении (x, y)

k_F — фермиевский волновой вектор

k_s — волновой вектор электрона в s-подзоне

$K_{0,1}$ — функция Макдональда нулевого (первого) порядка

m_0 — эффективная масса электрона

m_g — эффективная масса вблизи дна дираковской подзоны

n — полная плотность 2DEG

n_i — двумерная концентрация немагнитных примесей

n_m — концентрация магнитных примесей

n_s — плотность электронов в s-й подзоне

n_{sk} — двумерная концентрация киральных спиновых текстур

P_s — спиновая поляризация электронного газа

Q — топологический заряд, winding number

q_+ — комплексный волновой вектор локализованного состояния

q_0 — волновой вектор локализованного состояния

q_{SO} — волновой вектор, связанный со спин-орбитальным взаимодействием

R_0 — постоянная Холла

s_0 — площадь элементарной ячейки скирмионного кристалла

$S_{z,\parallel}$ — профиль спиновой текстуры

T_* — критическая температура

$U(\boldsymbol{r})$ — потенциал электростатического взаимодействия

$V(\boldsymbol{r})$ — потенциал рассеяния на спиновой текстуре

V_0 — потенциал локализации

$V_{kk'}^{ss'}$ — преобразование Фурье потенциала рассеяния $V(\boldsymbol{r})$

$V_{sc}(\boldsymbol{\rho})$ — потенциал рассеяния на киральном магнитном поляроне

$\boldsymbol{J}$ — оператор спина носителя заряда в объемном полупроводнике

$\mathrm{St}[f]$ — интеграл столкновений

$q_{x,y}^z$ — плотность потока z компоненты спина в направлении (x, y)

$T_{kk'}^{ss'}$ — T-матрица на энергетической поверхности

2DEG — двумерный вырожденный электронный газ

DMI — обменное взаимодействие Дзялошинского-Мории

МСМ — магнитно-силовая микроскопия

ПЭМ — просвечивающая электронная микроскопия

РМП — разбавленный магнитный полупроводник

СМП — связанный магнитный поляррон

СТМ — сканирующая туннельная микроскопия

ТЭХ — топологический эффект Холла

Список литературы

1. Dyakonov M. // Spin Physics in Semiconductors. — Springer, 2008.
2. Ivchenko E. L., Pikus G. Superlattices and other heterostructures: symmetry and optical phenomena. — Springer Science & Business Media, 2012. — Vol. 110.
3. Semiconductor spintronics / J. Fabian, A. Matos-Abiague, C. Ertler et al. // Acta Physica Slovaca. Reviews and Tutorials. — 2007. — Vol. 57, no. 4-5. — P. 565–907.
4. Дьяконов М. И., Перель В. Спиновая релаксация электронов проводимости в полупроводниках без центра инверсии // ФТТ. — 1971. — Т. 13. — С. 3581.
5. Huertas-Hernando D., Guinea F., Brataas A. Spin-orbit-mediated spin relaxation in graphene // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Sep. — Vol. 103. — P. 146801.
6. Oscillatory Dyakonov – Perel spin dynamics in two-dimensional electron gases / W. J. H. Leyland, R. T. Harley, M. Henini et al. // Phys. Rev. B. — 2007. — Nov. — Vol. 76. — P. 195305.
7. Дьяконов М. И., Перель В. И. О спиновой ориентации электронов при межзонном поглощении света в полупроводниках. — 1971.
8. Захарченя Б. П., Майер Ф. Оптическая ориентация. — Наука. Ленингр. отд-ние, 1989.
9. Spin-layer locking effects in optical orientation of exciton spin in bilayer WSe_2 / A. M. Jones, H. Yu, J.S. Ross et al. // Nature Physics. — 2014. — Vol. 10, no. 2. — P. 130.
10. Glazov M., Golub L. Spin-orbit interaction and weak localization in heterostructures // Semiconductor Science and Technology. — 2009. — Vol. 24, no. 6. — P. 064007.
11. Weak antilocalization and spin precession in quantum wells / W. Knap, C. Skierbiszewski, A. Zduniak et al. // Phys. Rev. B. — 1996. — Feb. — Vol. 53. — P. 3912–3924.
12. Impurity effect on weak antilocalization in the topological insulator Bi_2Te_3 / Hong-Tao He, G. Wang, T. Zhang et al. // Physi. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106, no. 16. — P. 166805.
13. Giant spin-orbit splitting in a HgTe quantum well / Y. S. Gui, C. R. Becker, N. Dai et al. // Phys. Rev. B. — 2004. — Sep. — Vol. 70. — P. 115328.
14. Ol'shanetskiP S. I., Dorozhkinand E. B. Distinctive features of the Shubnikov – deHaas oscillations in 2D systems with a strong spin-orbit coupling and holes at the Si (110) surface // JETP Lett. — 1987. — Vol. 46, no. 10.
15. Dyakonov M. I. Magnetoresistance due to edge spin accumulation // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Sep. — Vol. 99. — P. 126601.
16. Aronov A. G., Lyanda-Geller Y. B. Spin-orbit Berry phase in conducting rings // Phys. Rev.

Lett. — 1993. — Jan. — Vol. 70. — P. 343–346.

17. Zhu S.-L., Wang Z., Hu L. Conductance of a quantum point contact in the presence of spin–orbit interaction // Journal of applied physics. — 2002. — Vol. 91, no. 10. — P. 6545–6552.
18. Moroz A. V., Barnes C. H. W. Effect of the spin-orbit interaction on the band structure and conductance of quasi-one-dimensional systems // Phys. Rev. B. — 1999. — Nov. — Vol. 60. — P. 14272–14285.
19. Importance of spin-orbit coupling in hybrid organic/inorganic perovskites for photovoltaic applications / J. Even, L. Pedesseau, J.M. Jancu, C. Katan // The Journal of Physical Chemistry Letters. — 2013. — Vol. 4, no. 17. — P. 2999–3005.
20. Spin-polarized exciton quantum beating in hybrid organic–inorganic perovskites / P. Odenthal, W. Talmadge, N. Gundlach et al. // Nature Physics. — 2017. — Vol. 13, no. 9. — P. 894.
21. Electronic structures and theoretical modelling of two-dimensional group-VIB transition metal dichalcogenides / G.B. Liu, D. Xiao, Y. Yao et al. // Chemical Society Reviews. — 2015. — Vol. 44, no. 9. — P. 2643–2663.
22. Spin-orbit engineering in transition metal dichalcogenide alloy monolayers / G. Wang, C. Robert, A. Suslu et al. // Nature communications. — 2015. — Vol. 6. — P. 10110.
23. Дьяконов М. И., Перель В. И. О возможности ориентации электронных спинов током // Письма в ЖЭТФ. — 1971. — Т. 13. — С. 657.
24. Dyakonov M. I., Perel V. I. Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors // Physics Letters A. — 1971. — Vol. 35, no. 6. — P. 459–460.
25. Observation of the spin Hall effect in semiconductors / Y.K. Kato, R.C. Myers, A.C. Gossard, D.D. Awschalom // Science. — 2004. — Vol. 306, no. 5703. — P. 1910.
26. Spin Hall effects / J. Sinova, S.O. Valenzuela, J. Wunderlich et al. // Rev. Mod. Phys. — 2015. — Oct. — Vol. 87. — P. 1213–1260.
27. Zero-bias spin separation / S.D. Ganichev, V.V. Bel’kov, S.A. Tarasenko et al. // Nature Physics. — 2006. — Vol. 2, no. 9. — P. 609.
28. Hirsch J. E. Spin Hall effect // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Aug. — Vol. 83. — P. 1834–1837.
29. Detection and quantification of inverse spin Hall effect from spin pumping in permalloy/normal metal bilayers / O. Mosendz, V. Vlaminck, J. E. Pearson et al. // Phys. Rev. B. — 2010. — Dec. — Vol. 82. — P. 214403.
30. Аверкиев Н., Дьяконов М. Ток, обусловленный неоднородностью спиновой ориентации электронов в полупроводнике // ФТП. — 1983. — Т. 17, № 4. — С. 629.
31. Datta S., Das B. Electronic analog of the electro-optic modulator // Appl. Phys. Lett. — 1990. — Vol. 56, no. 7. — P. 665–667.

32. Awschalom D. D., Epstein R., Hanson R. The diamond age of spintronics // Scientific American. — 2007. — Vol. 297, no. 4. — P. 84–91.

33. Resonant addressing and manipulation of silicon vacancy qubits in silicon carbide / D. Riedel, F. Fuchs, H. Kraus et al. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Nov. — Vol. 109. — P. 226402.

34. Anomalous Hall effect / N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda et al. // Rev. Mod. Phys. — 2010. — May. — Vol. 82. — P. 1539–1592.

35. Abakumov V. N., Yassievich I. N. Anomalous Hall effect for polarized electrons in semiconductors // Soviet JETP. — 1972. — Vol. 34. — P. 1375.

36. Ферт А. Происхождение, развитие и перспективы спинтроники // Успехи физических наук. — 2008. — Т. 178, № 12. — С. 1336–1348.

37. Грюнберг П. А. От спиновых волн к гигантскому магнетосопротивлению и далее // Успехи физических наук. — 2008. — Т. 178, № 12. — С. 1349.

38. Thompson S. M. The discovery, development and future of GMR: The Nobel prize 2007 // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2008. — Vol. 41, no. 9. — P. 093001.

39. Symmetry and magnitude of spin-orbit torques in ferromagnetic heterostructures / K. Garello, I.M. Miron, C.O. Avci et al. // Nature nanotechnology. — 2013. — Vol. 8, no. 8. — P. 587.

40. Room-temperature creation and spin–orbit torque manipulation of skyrmions in thin films with engineered asymmetry / G. Yu, P. Upadhyaya, X. Li et al. // Nano letters. — 2016. — Vol. 16, no. 3. — P. 1981.

41. Current-driven spin torque induced by the Rashba effect in a ferromagnetic metal layer / I.M. Miron, G. Gaudin, S. Auffret et al. // Nature materials. — 2010. — Vol. 9, no. 3. — P. 230.

42. Захарченя Б. П., Коренев В. Л. Интегрируя магнетизм в полупроводниковую электронику // Успехи физических наук. — 2005. — Т. 175, № 6. — С. 629–635.

43. Nagaosa N., Tokura Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions // Nature Nanotechnoloy. — 2013. — Vol. 8. — P. 899.

44. Fert A., Reyren N., Cros V. Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications // Nature Reviews Materials. — 2017. — Vol. 2, no. 7. — P. 17031.

45. Wiesendanger R. Nanoscale magnetic skyrmions in metallic films and multilayers: a new twist for spintronics // Nature Reviews Materials. — 2016. — Vol. 1, no. 7. — P. 16044.

46. Berry phase theory of the anomalous Hall effect: Application to colossal magnetoresistance manganites / J. Ye, Y.B. Kim, A. J. Millis et al. // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Nov. — Vol. 83. — P. 3737–3740.

47. Bruno P., Dugaev V. K., Taillefumier M. Topological Hall effect and Berry phase in magnetic nanostructures // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Aug. — Vol. 93. — P. 096806.

48. Magnetic skyrmion transistor: skyrmion motion in a voltage-gated nanotrack / X. Zhang, Y. Zhou, M. Ezawa et al. // Scientific reports. — 2015. — Vol. 5. — P. 11369.
49. Direct observation of the skyrmion Hall effect / W. Jiang, X. Zhang, G. Yu et al. // Nature Physics. — 2017. — Vol. 13, no. 2. — P. 162.
50. Wen X. G., Wilczek F., Zee A. Chiral spin states and superconductivity // Phys. Rev. B. — 1989. — Jun. — Vol. 39. — P. 11413–11423.
51. Braun H.-B. Topological effects in nanomagnetism: from superparamagnetism to chiral quantum solitons // Advances in Physics. — 2012. — Vol. 61, no. 1. — P. 1–116.
52. Spin chirality on a two-dimensional frustrated lattice / D. Grohol, K. Matan, J.H. Cho et al. // Nature materials. — 2005. — Vol. 4, no. 4. — P. 323.
53. Chiral Kagome lattice from simple ditopic molecular bricks / U. Schlickum, R. Decker, F. Klappenberger et al. // Journal of the American Chemical Society. — 2008. — Vol. 130, no. 35. — P. 11778–11782.
54. Fractionalized excitations in the spin-liquid state of a Kagome-lattice antiferromagnet / T.H. Han, J.S. Helton, S. Chu et al. // Nature. — 2012. — Vol. 492, no. 7429. — P. 406.
55. Spin-chirality-driven ferroelectricity on a perfect triangular lattice antiferromagnet / H. Mitamura, R. Watanuki, K. Kaneko et al. // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Oct. — Vol. 113. — P. 147202.
56. Metallic spin-liquid behavior of the geometrically frustrated Kondo lattice $Pr_2Ir_2O_7$ / S. Nakatsuji, Y. Machida, Y. Maeno et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Mar. — Vol. 96. — P. 087204.
57. Unconventional anomalous Hall effect enhanced by a noncoplanar spin texture in the frustrated Kondo lattice $Pr_2Ir_2O_7$ / Y. Machida, S. Nakatsuji, Y. Maeno et al. // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Jan. — Vol. 98. — P. 057203.
58. Large topological Hall effect in the non-collinear phase of an antiferromagnet / C. Sürgers, G. Fischer, P. Winkel, H.V. Löhneysen // Nature communications. — 2014. — Vol. 5.
59. Kawamura H. Chirality scenario of the spin-glass ordering // Journal of the Physical Society of Japan. — 2010. — Vol. 79, no. 1. — P. 011007.
60. Direct observation of chiral susceptibility in the canonical spin glass AuFe / T. Taniguchi, K. Yamanaka, H. Sumioka et al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 246605.
61. Dynamical spin chirality and spin anisotropy in $Sr_{14}Cu_{24}O_{41}$: a neutron polarization analysis study / J. E. Lorenzo, C. Boullier, L. P. Regnault et al. // Phys. Rev. B. — 2007. — Feb. — Vol. 75. — P. 054418.
62. Dzyaloshinsky I. E. A thermodynamic theory of “weak” ferromagnetism of antiferromagnetics // Journal of Physics and Chemistry of Solids. — 1958. — Vol. 4, no. 4. — P. 241–255.

63. Moriya T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism // Physical Review. — 1960. — Vol. 120, no. 1. — P. 91.
64. Field-dependent size and shape of single magnetic skyrmions / N. Romming, A. Kubetzka, C. Hanneken et al. // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 114, no. 17. — P. 177203.
65. Writing and deleting single magnetic skyrmions / N. Romming, C. Hanneken, M. Menzel et al. // Science. — 2013. — Vol. 341, no. 6146. — P. 636–639.
66. Tunable room-temperature magnetic skyrmions in Ir/Fe/Co/Pt multilayers / A. Soumyanarayanan, M. Raju, A.L.G. Oyarce et al. // Nature materials. — 2017. — Vol. 16, no. 9. — P. 898.
67. Unwinding of a skyrmion lattice by magnetic monopoles / P. Milde, D. Köhler, J. Seidel et al. // Science. — 2013. — Vol. 340, no. 6136. — P. 1076–1080.
68. Magnetic stripes and skyrmions with helicity reversals / X. Yu, M. Mostovoy, Y. Tokunaga et al. // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2012. — Vol. 109, no. 23. — P. 8856–8860.
69. Wiesendanger R. Spin mapping at the nanoscale and atomic scale // Rev. Mod. Phys. — 2009. — Nov. — Vol. 81. — P. 1495–1550.
70. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions / S. Heinze, K. Von Bergmann, M. Menzel et al. // Nature Physics. — 2011. — Vol. 7, no. 9. — P. 713.
71. Emergent phenomena induced by spin–orbit coupling at surfaces and interfaces / A. Soumyanarayanan, N. Reyren, A. Fert, C. Panagopoulos // Nature. — 2016. — Vol. 539, no. 7630. — P. 509.
72. Additive interfacial chiral interaction in multilayers for stabilization of small individual skyrmions at room temperature / C. Moreau-Luchaire, C. Moutafis, N. Reyren et al. // Nature nanotechnology. — 2016. — Vol. 11, no. 5. — P. 444.
73. Room-temperature current-induced generation and motion of sub-100 nm skyrmions / W. Legrand, D. Maccariello, N. Reyren et al. // Nano letters. — 2017. — Vol. 17, no. 4. — P. 2703–2712.
74. Electrical detection of single magnetic skyrmions in metallic multilayers at room temperature / D. Maccariello, W. Legrand, N. Reyren et al. // Nature Nanotechnology. — 2018. — P. 1748–3395.
75. The evolution of skyrmions in Ir/Fe/Co/Pt multilayers and their topological Hall signature / M. Raju, A. Yagil, A. Soumyanarayanan et al. // Nature Communications. — 2019. — Vol. 10, no. 1. — P. 696.
76. Observation of room-temperature magnetic skyrmions and their current-driven dynamics in

ultrathin metallic ferromagnets / S. Woo, K. Litzius, B. Krüger et al. // Nature materials. — 2016. — Vol. 15, no. 5. — P. 501.

77. Discrete Hall resistivity contribution from Néel skyrmions in multilayer nanodiscs / K. Zeissler, S. Finizio, K. Shahbazi et al. // Nature nanotechnology. — 2018. — Vol. 13, no. 12. — P. 1161.

78. A strategy for the design of skyrmion racetrack memories / R. Tomasello, E. Martinez, R. Zivieri et al. // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 6784.

79. Skyrmion lattice in a chiral magnet / S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz et al. // Science. — 2009. — Vol. 323, no. 5916. — P. 915.

80. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal / X.Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa et al. // Nature. — 2010. — Vol. 465, no. 7300. — P. 901.

81. Skyrmion lattice in the doped semiconductor $Fe_{1-x}Co_xSi$ / W. Münzer, A. Neubauer, T. Adams et al. // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81, no. 4. — P. 041203.

82. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe / X.Z. Yu, N. Kanazawa, Y. Onose et al. // Nature materials. — 2011. — Vol. 10, no. 2. — P. 106.

83. Observation of skyrmions in a multiferroic material / S. Seki, X.Z. Yu, S. Ishiwata, Y. Tokura // Science. — 2012. — Vol. 336, no. 6078. — P. 198–201.

84. Sapozhnikov M., Ermolaeva O. Two-dimensional skyrmion lattice in a nanopatterned magnetic film // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91, no. 2. — P. 024418.

85. Artificial dense lattice of magnetic bubbles / M.V. Sapozhnikov, S.N. Vdovichev, O.L. Ermolaeva et al. // Appl. Phys. Lett. — 2016. — Vol. 109, no. 4. — P. 042406.

86. Skyrmion states in multilayer exchange coupled ferromagnetic nanostructures with distinct anisotropy directions / A.A. Fraerman, O.L. Ermolaeva, E.V. Skorohodov et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2015. — Vol. 393. — P. 452–456.

87. Sapozhnikov M. Skyrmion lattice in a magnetic film with spatially modulated material parameters // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2015. — Vol. 396. — P. 338–344.

88. Magnetic antiskyrmions above room temperature in tetragonal Heusler materials / A.K. Nayak, V. Kumar, T. Ma et al. // Nature. — 2017. — Vol. 548, no. 7669. — P. 561.

89. Transformation between meron and skyrmion topological spin textures in a chiral magnet / X.Z. Yu, W. Koshibae, Y. Tokunaga et al. // Nature. — 2018. — Vol. 564, no. 7734. — P. 95.

90. Choi J., Kwon W., Shin Y. Observation of topologically stable 2D skyrmions in an antiferromagnetic spinor Bose – Einstein condensate // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Jan. — Vol. 108. — P. 035301.

91. Zhang X., Zhou Y., Ezawa M. Antiferromagnetic skyrmion: stability, creation and manipulation // Scientific reports. — 2016. — Vol. 6. — P. 24795.

92. Control and manipulation of antiferromagnetic skyrmions in racetrack / H. Xia, C. Jin, C. Song et al. // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2017. — Vol. 50, no. 50. — P. 505005.
93. Thermally driven topology in chiral magnets / W.T. Hou, J.X. Yu, M. Daly, J. Zang // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96, no. 14. — P. 140403.
94. Biswas R. R., Balatsky A. V. Impurity-induced states on the surface of three-dimensional topological insulators // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81, no. 23. — P. 233405.
95. Everschor-Sitte K., Sitte M. Real-space Berry phases: Skyrmion soccer // Journal of Applied Physics. — 2014. — Vol. 115, no. 17. — P. 172602.
96. Chen X., Gu Z.-C., Wen X.-G. Local unitary transformation, long-range quantum entanglement, wave function renormalization, and topological order // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82, no. 15. — P. 155138.
97. Frustration and chiral orderings in correlated electron systems / C.D. Batista, S.Z. Lin, S. Hayami, Y. Kamiya // Reports on Progress in Physics. — 2016. — Vol. 79, no. 8. — P. 084504.
98. Lee P. A., Nagaosa N. Gauge theory of the normal state of high-T_c superconductors // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46, no. 9. — P. 5621.
99. Ioffe L. B., Kalmeyer V., Wiegmann P. B. Hall coefficient of the doped Mott insulator: A signature of parity violation // Phys. Rev. B. — 1991. — Jan. — Vol. 43. — P. 1219–1222.
100. Ioffe L. B., Lesovik G. B., Millis A. J. Hall voltage fluctuations as a diagnostic of internal magnetic field fluctuations in high temperature superconductors and the half-filled Landau level // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Aug. — Vol. 77. — P. 1584–1587.
101. Kallin C., Berlinsky J. Chiral superconductors // Reports on Progress in Physics. — 2016. — Vol. 79, no. 5. — P. 054502.
102. Nandkishore R., Levitov L., Chubukov A. Chiral superconductivity from repulsive interactions in doped graphene // Nature Physics. — 2012. — Vol. 8, no. 2. — P. 158.
103. Kalmeyer V., Laughlin R. B. Equivalence of the resonating-valence-bond and fractional quantum Hall states // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Nov. — Vol. 59. — P. 2095–2098.
104. Yang K., Warman L., Girvin S. Possible spin-liquid states on the triangular and Kagome lattices // Phys. Rev. Lett. — 1993. — Vol. 70, no. 17. — P. 2641.
105. Kitaev A. Anyons in an exactly solved model and beyond // Annals of Physics. — 2006. — Vol. 321, no. 1. — P. 2–111.
106. Skyrmions and the crossover from the integer to fractional quantum Hall effect at small Zeeman energies / S.L. Sondhi, A. Karlhede, S.A. Kivelson, E.H. Rezayi // Phys. Rev. B. — 1993. — Vol. 47, no. 24. — P. 16419.
107. Anomalous Hall effect / N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda et al. // Rev. Mod. Phys. —

2010. — May. — Vol. 82. — P. 1539–1592.

108. Chiral anomalous Hall effect in reentrant AuFe alloys / F. Wolff Fabris, P. Pureur, J. Schaf et al. // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 74. — P. 214201.

109. Geometric Hall effects in topological insulator heterostructures / K. Yasuda, R. Wakatsuki, T. Morimoto et al. // Nature Physics. — 2016. — Vol. 12, no. 6. — P. 555.

110. Observation of a geometric Hall effect in a spinor Bose − Einstein condensate with a skyrmion spin texture / J. Choi, S. Kang, S.W. Seo et al. // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Dec. — Vol. 111. — P. 245301.

111. Tatara G., Kawamura H. Chirality driven anomalous Hall effect in weak coupling regime // J. Phys. Soc. of Japan. — 2002. — Nov. — Vol. 71. — P. 2613.

112. Binz B., Vishwanath A. Chirality induced anomalous-Hall effect in helical spin crystals // Physica B: Condensed Matter. — 2008. — Vol. 403, no. 5-9. — P. 1336–1340.

113. Magnetic field induced sign reversal of the anomalous Hall effect in a pyrochlore ferromagnet $Nd_2Mo_2O_7$: evidence for a spin chirality mechanism / Y. Taguchi, T. Sasaki, S. Awaji et al. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Jun. — Vol. 90. — P. 257202.

114. Magnetotransport in manganites and the role of quantal phases: Theory and experiment / S. H. Chun, M. B. Salamon, Y. Lyanda-Geller et al. // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Jan. — Vol. 84. — P. 757–760.

115. Charge transport in manganites: Hopping conduction, the anomalous Hall effect, and universal scaling / Y. Lyanda-Geller, S. H. Chun, M. B. Salamon et al. // Phys. Rev. B. — 2001. — Apr. — Vol. 63. — P. 184426.

116. Spin chirality, Berry phase, and anomalous Hall effect in a frustrated ferromagnet / Y. Taguchi, Y. Oohara, H. Yoshizawa et al. // Science. — 2001. — Vol. 291, no. 5513. — P. 2573–2576.

117. Aharonov Y., Stern A. Origin of the geometric forces accompanying Berry's geometric potentials // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Vol. 69. — P. 3593–3597.

118. Berry M. V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes // Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences. — 1984. — Vol. 392, no. 1802. — P. 45–57.

119. Hall effect of the colossal magnetoresistance manganite $La_{1-x}Ca_xMnO_3$ / P. Matl, N. P. Ong, Y. F. Yan et al. // Phys. Rev. B. — 1998. — May. — Vol. 57. — P. 10248–10251.

120. Anomalous Hall effect due to spin chirality in the Kagome lattice / M. Taillefumier, B. Canals, C. Lacroix et al. // Phys. Rev. B. — 2006. — Aug. — Vol. 74. — P. 085105.

121. Ndiaye P. B., Akosa C. A., Manchon A. Topological Hall and spin Hall effects in disordered

skyrmionic textures // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — P. 064426.
122. Topological spin Hall effect resulting from magnetic skyrmions / G. Yin, Y. Liu, Y. Barlas et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 024411.
123. Topological Hall effect in the A phase of MnSi / A. Neubauer, C. Pfleiderer, B. Binz et al. // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 186602.
124. Huang S. X., Chien C. L. Extended skyrmion phase in epitaxial FeGe(111) thin films // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Jun. — Vol. 108. — P. 267201.
125. Skyrmion lattice topological Hall effect near room temperature / M. Leroux, M.J. Stolt, S. Jin et al. // Scientific reports. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 15510.
126. Robust formation of skyrmions and topological Hall effect anomaly in epitaxial thin films of MnSi / Yufan Li, N. Kanazawa, X. Z. Yu et al. // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Mar. — Vol. 110. — P. 117202.
127. Current-driven dynamics of skyrmions stabilized in MnSi nanowires revealed by topological Hall effect / D. Liang, J.P. DeGrave, M.J. Stolt et al. // Nature communications. — 2015. — Vol. 6.
128. Large topological Hall effect in a short-period helimagnet MnGe / N. Kanazawa, Y. Onose, T. Arima et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106, no. 15. — P. 156603.
129. Real-space and reciprocal-space Berry phases in the Hall effect of $Mn_{1-x}Fe_xSi$ / C. Franz, F. Freimuth, A. Bauer et al. // Phys. Rev. Lett. — 2014. — May. — Vol. 112. — P. 186601.
130. Stability of two-dimensional skyrmions in thin films of $Mn_{1-x}Fe_xSi$ investigated by the topological Hall effect / T. Yokouchi, N. Kanazawa, A. Tsukazaki et al. // Phys. Rev. B. — 2014. — Feb. — Vol. 89. — P. 064416.
131. Helical magnetic structure and the anomalous and topological Hall effects in epitaxial B20 $Fe_{1-y}Co_yGe$ films / C.S. Spencer, J. Gayles, N.A. Porter et al. // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 97. — P. 214406.
132. Tatara G., Kohno H. Permanent current from noncommutative spin algebra // Phys. Rev. B. — 2003. — Mar. — Vol. 67. — P. 113316.
133. Anomalous Hall effect of reentrant spin glass system $Fe_{1-x}Al_x$ ($x \sim 0.3$) / T. Kageyama, N. Aito, S. Iikubo, M. Sato // Journal of the Physical Society of Japan. — 2003. — Vol. 72, no. 6. — P. 1491–1494.
134. Metalidis G., Bruno P. Topological Hall effect studied in simple models // Phys. Rev. B. — 2006. — Jul. — Vol. 74. — P. 045327.
135. Ohe J.-i., Ohtsuki T., Kramer B. Mesoscopic Hall effect driven by chiral spin order // Phys. Rev. B. — 2007. — Jun. — Vol. 75. — P. 245313.

136. Hamamoto K., Ezawa M., Nagaosa N. Quantized topological Hall effect in skyrmion crystal // Phys. Rev. B. — 2015. — Sep. — Vol. 92. — P. 115417.

137. Discretized topological Hall effect emerging from skyrmions in constricted geometry / N. Kanazawa, M. Kubota, A. Tsukazaki et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Jan. — Vol. 91. — P. 041122.

138. Topological Hall effect in thin films of the Heisenberg ferromagnet EuO / Y. Ohuchi, Y. Kozuka, M. Uchida et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 245115.

139. Role of La doping for topological Hall effect in epitaxial EuO films / Yu Yun, Yang Ma, Tang Su et al. // Phys. Rev. Materials. — 2018. — Mar. — Vol. 2. — P. 034201.

140. Berry phase mechanism of the anomalous Hall effect in a disordered two-dimensional magnetic semiconductor structure / L. N. Oveshnikov, V. A. Kulbachinskii, A. B. Davydov et al. // Scientific Reports. — 2015. — Vol. 5. — P. 17158.

141. Oveshnikov L., Nekhaeva E. Quantum corrections to the conductivity and anomalous Hall effect in InGaAs quantum wells with a spatially separated Mn impurity // Semiconductors. — 2017. — Vol. 51, no. 10. — P. 1313–1320.

142. Dimensional crossover-induced topological Hall effect in a magnetic topological insulator / C. Liu, Y. Zang, W. Ruan et al. // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 119. — P. 176809.

143. Giant topological Hall effect in correlated oxide thin films / L. Vistoli, W. Wang, A. Sander et al. // Nature Physics. — 2019. — Vol. 15, no. 1. — P. 67.

144. Multiple helimagnetic phases and topological Hall effect in epitaxial thin films of pristine and Co-doped $SrFeO_3$ / S. Chakraverty, T. Matsuda, H. Wadati et al. // Phys. Rev. B. — 2013. — Dec. — Vol. 88. — P. 220405.

145. Versatile helimagnetic phases under magnetic fields in cubic perovskite $SrFeO_3$ / S. Ishiwata, M. Tokunaga, Y. Kaneko et al. // Phys. Rev. B. — 2011. — Aug. — Vol. 84. — P. 054427.

146. Spin-glass-like behavior and topological Hall effect in $SrRuO_3/SrIrO_3$ superlattices for oxide spintronics applications / B. Pang, L. Zhang, Y.B. Chen et al. // ACS applied materials & interfaces. — 2017. — Vol. 9, no. 3. — P. 3201–3207.

147. Interface-driven topological Hall effect in $SrRuO_3 - SrIrO_3$ bilayer / J. Matsuno, N. Ogawa, K. Yasuda et al. // Science advances. — 2016. — Vol. 2, no. 7. — P. e1600304.

148. Ahadi K., Galletti L., Stemmer S. Evidence of a topological Hall effect in $Eu_{1-x}Sm_xTiO_3$ // Appl. Phys. Lett. — 2017. — Vol. 111, no. 17. — P. 172403.

149. Large topological Hall effect in nonchiral hexagonal MnNiGa films / B. Ding, Y. Li, G. Xu et al. // Appl. Phys. Lett. — 2017. — Vol. 110, no. 9. — P. 092404.

150. Unconventional topological Hall effect in skyrmion crystals caused by the topology of the

lattice / B. Göbel, A. Mook, J. Henk, I. Mertig // Phys. Rev. B. — 2017. — Mar. — Vol. 95. — P. 094413.

151. The family of topological Hall effects for electrons in skyrmion crystals / B. Göbel, A. Mook, J. Henk, I. Mertig // The European Physical Journal B. — 2018. — Vol. 91, no. 8. — P. 179.

152. Nakazawa K., Bibes M., Kohno H. Topological Hall effect from strong to weak coupling // Journal of the Physical Society of Japan. — 2018. — Vol. 87, no. 3. — P. 033705.

153. Nakazawa K., Kohno H. Weak coupling theory of topological Hall effect. — 2018. — 1808.04543.

154. Nakazawa K., Kohno H. Effects of vertex correction on the chirality driven anomalous Hall effect // J. Phys. Soc. of Japan. — 2014. — May. — Vol. 83. — P. 073707.

155. Ishizuka H., Nagaosa N. Spin chirality induced skew scattering and anomalous Hall effect in chiral magnets // Science Advances. — 2018. — Vol. 4, no. 2. — P. eaap9962.

156. Ishizuka H., Nagaosa N. Impurity-induced vector spin chirality and anomalous Hall effect in ferromagnetic metals // New Journal of Physics. — 2018. — Vol. 20, no. 12. — P. 123027.

157. Jalil M. B., Tan S. G. Robustness of topological Hall effect of nontrivial spin textures // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 5123.

158. Zhang S. S.-L., Heinonen O. Topological Hall effect in diffusive ferromagnetic thin films with spin-flip scattering // Phys. Rev. B. — 2018. — Apr. — Vol. 97. — P. 134401.

159. Araki Y., Nomura K. Skyrmion-induced anomalous Hall conductivity on topological insulator surfaces // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96, no. 16. — P. 165303.

160. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, том 3, квантовая механика (нерелятивистская теория). — Москва : Физматлит, 2008. — С. 188,244.

161. Тейлор Д. Теория рассеяния, квантовая теория нерелятивистских столкновений. — Москва : Мир, 1975.

162. Adhikari S. K. Quantum scattering in two dimensions // American Journal of Physics. — 1986. — Vol. 54, no. 4. — P. 362–367.

163. Бабиков В. В. Метод фазовых функций в квантовой механике. — Москва : Наука, 1976.

164. Room-temperature chiral magnetic skyrmions in ultrathin magnetic nanostructures / O. Boulle, J. Vogel, H. Yang et al. // Nature nanotechnology. — 2016. — Vol. 11, no. 5. — P. 449.

165. Inducing skyrmions in ultrathin Fe films by hydrogen exposure / P.J. Hsu, L. Rózsa, A. Finco et al. // Nature communications. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 1571.

166. Stability of single skyrmionic bits / J Hagemeister, N Romming, K Von Bergmann et al. // Nature communications. — 2015. — Vol. 6. — P. 8455.

167. The properties of isolated chiral skyrmions in thin magnetic films / A.O. Leonov, T.L. Monchesky, N. Romming et al. // New Journal of Physics. — 2016. — Vol. 18, no. 6. — P. 065003.
168. Büttner F., Lemesh I., Beach G. S. Theory of isolated magnetic skyrmions: From fundamentals to room temperature applications // Scientific reports. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 4464.
169. Lifetime of racetrack skyrmions / P.F. Bessarab, G.P. Müller, I.S. Lobanov et al. // Scientific reports. — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 3433.
170. Energy surface and lifetime of magnetic skyrmions / V.M. Uzdin, M.N. Potkina, I.S. Lobanov et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2018. — Vol. 459. — P. 236–240.
171. Bogdanov A., Hubert A. Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals // Journal of magnetism and magnetic materials. — 1994. — Vol. 138, no. 3. — P. 255–269.
172. Shacklette L. W. Specific heat and resistivity of iron near its Curie point // Phys. Rev. B. — 1974. — Vol. 9. — P. 3789–3792.
173. Determining Curie temperatures in dilute ferromagnetic semiconductors: high Curie temperature (Ga, Mn)As / M. Wang, R.A. Marshall, K.W. Edmonds et al. // Appl. Phys. Lett. — 2014. — Vol. 104, no. 13. — P. 132406.
174. Skyrme T. H. R. A unified field theory of mesons and baryons // Nuclear Physics. — 1962. — Vol. 31. — P. 556–569.
175. Belavin A., Polyakov A. Metastable states of two-dimensional isotropic ferromagnets // JETP lett. — 1975. — Vol. 22, no. 10. — P. 245–248.
176. Bogdanov A. N., Yablonskii D. Thermodynamically stable "vortices" in magnetically ordered crystals. The mixed state of magnets // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1989. — Vol. 95, no. 1. — P. 178.
177. Bogdanov A. N., Hubert A. The properties of isolated magnetic vortices // Physica Status Solidi (b). — 1994. — Vol. 186, no. 2. — P. 527–543.
178. Bogdanov A., Hubert A. The stability of vortex-like structures in uniaxial ferromagnets // Journal of magnetism and magnetic materials. — 1999. — Vol. 195, no. 1. — P. 182–192.
179. Lobanov I. S., Jónsson H., Uzdin V. M. Mechanism and activation energy of magnetic skyrmion annihilation obtained from minimum energy path calculations // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94, no. 17. — P. 174418.
180. Bound magnetic polarons below T = 1K / E. D. Isaacs, D. Heiman, M. J. Graf et al. // Phys. Rev. B. — 1988. — Apr. — Vol. 37. — P. 7108–7111.
181. M. Averous (auth.) Michel Averous M. B. e. P.A. Wolff in Semiconductors and Semimetals.

Ettore Majorana International Science Series 55. — Springer US, 1991.

182. Nonmagnetic ground state of Fe^{2+} in CdSe: absence of bound magnetic polaron / D. Heiman, A. Petrou, S.H. Bloom et al. // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Vol. 60, no. 18. — P. 1876.

183. Gaj J. A., Kossut J. Introduction to the Physics of Diluted Magnetic Semiconductors. — Springer, 2010.

184. Berkovskaya Y., Gel'mont B., Tsidil'kovskii E. Free magnetic polaron in semiconductors with degenerated band // Sov. Phys.-Semiconductors. — 1998. — Vol. 22. — P. 539.

185. Merkulov I. A., Kavokin K. V. Two-dimensional magnetic polarons: Anisotropic spin structure of the ground state and magneto-optical properties // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 52. — P. 1751–1758.

186. The magnetopolaron effect in acceptor bound states in semimagnetic semiconductors / Yu.F. Berkovskaya, E.M. Vakhabova, B.L. Gel'mont, I.A. Merkulov // JETP. — 1988. — Vol. 67. — P. 750.

187. Smirnov D. S., Golub L. E. Electrical spin orientation, spin-galvanic, and spin-Hall effects in disordered two-dimensional systems // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Mar. — Vol. 118. — P. 116801.

188. Kavokin K. Spin relaxation of localized electrons in n-type semiconductors // Semiconductor Science and Technology. — 2008. — Vol. 23, no. 11. — P. 114009.

189. Kavokin K. V. Symmetry of anisotropic exchange interactions in semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. — 2004. — Vol. 69. — P. 075302.

190. Kavokin K. V. Anisotropic exchange interaction of localized conduction-band electrons in semiconductors // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 64. — P. 075305.

191. Bychkov Y. A., Rashba É. I. Properties of a 2D electron gas with lifted spectral degeneracy // JETP lett. — 1984. — Vol. 39, no. 2. — P. 78.

192. Rashba E. I. Properties of semiconductors with an extremum loop. I. cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop // Soviet Physics, Solid State. — 1960. — Vol. 2. — P. 1109–1122.

193. Dresselhaus G. Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures // Physical Review. — 1955. — Vol. 100, no. 2. — P. 580.

194. Chaplik A. V., Magarill L. I. Bound states in a two-dimensional short range potential induced by the spin-orbit interaction // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Mar. — Vol. 96. — P. 126402.

195. Conversion of hole states by acoustic solitons / I. V. Rozhansky, M. B. Lifshits, S. A. Tarasenko, N. S. Averkiev // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 085314.

196. The structural dependence of the effective mass and Luttinger parameters in semiconductor

quantum wells / Fei Long, W. E. Hagston, P Harrison, T Stirner // Journal of applied physics. — 1997. — Vol. 82, no. 7. — P. 3414–3421.

197. Durnev M. V., Glazov M. M., Ivchenko E. L. Spin-orbit splitting of valence subbands in semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89. — P. 075430.

198. Brey L. Magnetic skyrmionic polarons // Nano Letters. — 2017. — Vol. 17, no. 12. — P. 7358–7363.

199. Kurilovich P. D., Kurilovich V. D., Burmistrov I. S. Indirect exchange interaction between magnetic impurities in the two-dimensional topological insulator based on CdTe/HgTe/CdTe quantum wells // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — P. 155408.

200. Giant anisotropic magnetoresistance in a quantum anomalous Hall insulator / A. Kandala, A. Richardella, S. Kempinger et al. // Nature communications. — 2015. — Vol. 6. — P. 7434.

201. Hwang E. H., Das Sarma S. Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 205418.

202. Dynamical polarization of graphene at finite doping / B. Wunsch, T. Stauber, F. Sols, F. Guinea // New Journal of Physics. — 2006. — Vol. 8, no. 12. — P. 318.

203. Electrically controllable surface magnetism on the surface of topological insulators / J.J. Zhu, D.X. Yao, S. Zhang, K. Chang // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Feb. — Vol. 106. — P. 097201.

204. Dirac-fermion-mediated ferromagnetism in a topological insulator / J.G. Checkelsky, J. Ye, Y. Onose et al. // Nature Physics. — 2012. — Vol. 8, no. 10. — P. 729.

205. Tokura Y., Yasuda K., Tsukazaki A. Magnetic topological insulators // Nature Reviews Physics. — 2019. — Vol. 1. — P. 126.

206. Direct observation of broken time-reversal symmetry on the surface of a magnetically doped topological insulator / Y. Okada, C. Dhital, W. Zhou et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — May. — Vol. 106. — P. 206805.

207. Exchange-coupling-induced symmetry breaking in topological insulators / P. Wei, F. Katmis, B.A. Assaf et al. // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Apr. — Vol. 110. — P. 186807.

208. Massive Dirac fermion on the surface of a magnetically doped topological insulator / Y.L. Chen, J.H. Chu, J.G. Analytis et al. // Science. — 2010. — Vol. 329, no. 5992. — P. 659–662.

209. Perpendicular switching of a single ferromagnetic layer induced by in-plane current injection / I.M. Miron, K. Garello, G. Gaudin et al. // Nature. — 2011. — Vol. 476, no. 7359. — P. 189.

210. New perspectives for Rashba spin–orbit coupling / A. Manchon, H.C. Koo, J. Nitta et al. // Nature materials. — 2015. — Vol. 14, no. 9. — P. 871.

211. Observation of spin-orbit magnetoresistance in metallic thin films on magnetic insulators /

L. Zhou, H. Song, K. Liu et al. // Science advances. — 2018. — Vol. 4, no. 1. — P. eaao3318.

212. Quantum anomalous Hall effect in $Hg_{1-y}Mn_yTe$ quantum wells / C.X. Liu, X.L. Qi, Xi Dai et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101, no. 14. — P. 146802.

213. Quantized anomalous Hall effect in magnetic topological insulators / R. Yu, W. Zhang, H.J. Zhang et al. // Science. — 2010. — Vol. 329, no. 5987. — P. 61–64.

214. Evidence for reversible control of magnetization in a ferromagnetic material by means of spin-orbit magnetic field / A. Chernyshov, M. Overby, X. Liu et al. // Nature Physics. — 2009. — Vol. 5, no. 9. — P. 656.

215. Band structure of semimagnetic $Hg_{1-x}Mn_yTe$ quantum wells / E.G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth et al. // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72, no. 3. — P. 035321.

216. Spin-dependent phenomena and device concepts explored in $(\mathrm{Ga}, \mathrm{Mn})\mathrm{As}$ / T. Jungwirth, J. Wunderlich, V. Novák et al. // Rev. of Mod. Phys. — 2014. — Vol. 86, no. 3. — P. 855.

217. Tailoring spin-orbit torque in diluted magnetic semiconductors / H. Li, X Wang, F. Dogan, A. Manchon // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 102, no. 19. — P. 192411.

218. Crossover of quantum anomalous Hall to topological Hall effect in magnetic topological insulator sandwich heterostructures / J. Jiang, D. Xiao, F. Wang et al. // arXiv:1901.07611. — 2019.