

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе  
Российской академии наук

---

*на правах рукописи*

Смирнов Дмитрий Сергеевич

СПИНОВАЯ ДИНАМИКА И КВАНТОВЫЕ  
КОРРЕЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ЯДЕР  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

**Специальность:**

1.3.11. «Физика полупроводников»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2026

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>6</b>
<b>1 Оптическая ориентация в магнитном поле</b>	<b>16</b>
1.1 Влияние магнитного поля на оптическую ориентацию . . . . .	16
1.1.1 Эффекты восстановления поляризации и Ханле . . . . .	19
1.1.2 Роль анизотропии сверхтонкого взаимодействия . . . . .	21
1.1.3 Роль времени корреляции . . . . .	24
1.2 Резонансное спиновое усиление в геометрии Фарадея . . . . .	26
1.2.1 Предел короткого времени жизни триона . . . . .	26
1.2.2 Учёт спиновой динамики триона . . . . .	31
1.3 Спиновая инерция локализованных электронов . . . . .	34
1.3.1 Общая теория спиновой инерции . . . . .	34
1.3.2 Моноэкспоненциальная спиновая релаксация . . . . .	38
1.3.3 Учёт ядерных спиновых флуктуаций . . . . .	40
1.4 Динамическая спиновая поляризация ядер сильно локализованными электронами . . . . .	44
1.4.1 Введение . . . . .	44
1.4.2 Микроскопическая модель . . . . .	46
1.4.3 Энергия зеемановского резервуара . . . . .	48

1.4.4	Отогрев диполь-дипольного резервуара . . . . .	51
1.4.5	Магнитополевые зависимости ядерной спиновой поляризации	54
1.4.6	Ограничения и следствия . . . . .	57
1.5	Краткие итоги . . . . .	61
<b>2</b>	<b>Динамическая спиновая поляризация электронов</b>	<b>62</b>
2.1	Введение . . . . .	62
2.2	Оптическое возбуждение квантовых точек . . . . .	64
2.2.1	Модель . . . . .	64
2.2.2	Сопоставление с экспериментом . . . . .	70
2.2.3	Нерезонансное возбуждение трионов . . . . .	77
2.3	Циркулярная поляризация электролюминесценции . . . . .	79
2.3.1	Введение . . . . .	79
2.3.2	Спин-диод на эффекте динамической спиновой поляризации электронов . . . . .	80
2.3.3	Источник одиночных циркулярно поляризованных фотонов .	87
2.4	Динамическая долинная поляризация в муаровых квантовых точках	93
2.4.1	Введение . . . . .	93
2.4.2	Нейтральные квантовые точки . . . . .	94
2.4.3	Заряженные квантовые точки . . . . .	98
2.5	Краткие итоги . . . . .	101
<b>3</b>	<b>Спиновый шум</b>	<b>102</b>
3.1	Обзор теории спектроскопии спиновых флуктуаций в наносистемах	102
3.2	Спиновый шум в условиях динамической поляризации ядер . . . . .	106
3.2.1	Модель . . . . .	106

3.2.2	Результаты . . . . .	109
3.2.3	Сопоставление с экспериментом . . . . .	112
3.3	Спиновые флуктуации в существенно неравновесных условиях . . . . .	114
3.4	Конкуренция спинового и зарядового шумов . . . . .	118
3.5	Косвенная спектроскопия спинового шума . . . . .	125
3.5.1	Модель . . . . .	125
3.5.2	Спектры комбинационного рассеяния и флуктуаций спиновых сигналов . . . . .	131
3.5.3	Обсуждение . . . . .	133
3.6	Краткие итоги . . . . .	135
<b>4</b>	<b>Квантовое обратное действие в спиновых системах</b>	<b>137</b>
4.1	Общая постановка задачи . . . . .	137
4.2	Измерение флуктуаций спина в микрорезонаторе . . . . .	139
4.2.1	Модель . . . . .	139
4.2.2	Корреляции пропускания света . . . . .	143
4.2.3	Квантовый эффект Зенона . . . . .	147
4.3	Роль измерения поляризации спинового ансамбля . . . . .	158
4.3.1	Модель . . . . .	158
4.3.2	Управление скоростью спиновой релаксации . . . . .	161
4.3.3	Сопоставление теории и эксперимента . . . . .	164
4.4	Краткие итоги . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Запутывание спинов</b>	<b>169</b>
5.1	Спиновые запутанные состояния в полупроводниках . . . . .	169
5.1.1	Введение . . . . .	169

5.1.2	Двухчастичная запутанность . . . . .	170
5.1.3	Примеры . . . . .	172
5.1.4	Многочастичная запутанность . . . . .	175
5.2	Генерация сжатых и запутанных состояний ядер . . . . .	176
5.2.1	Ядерная спиновая динамика . . . . .	176
5.2.2	Многочастично запутанные ядерные спиновые состояния . . . . .	181
5.3	Генерация тёмных и запутанных состояний ядер . . . . .	185
5.3.1	Теоретическая модель . . . . .	185
5.3.2	Экспериментальная реализация . . . . .	190
5.4	Роль оптической анизотропии в генерации фотонных кластерных состояний . . . . .	193
5.4.1	Модель . . . . .	193
5.4.2	Возбуждение триона . . . . .	197
5.4.3	Рекомбинация триона . . . . .	200
5.4.4	Многофотонная запутанность . . . . .	202
5.5	Скрытая анизотропия в генерации запутанных фотонов . . . . .	204
5.5.1	Спин-фотонное запутывание с учётом конечного времени жизни триона . . . . .	204
5.5.2	Сопоставление с экспериментом . . . . .	208
5.6	Краткие итоги . . . . .	212
	<b>Заключение</b>	<b>213</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>219</b>

Как повелось от корней,  
Ратную службу несут,  
Всяк на своем рубеже,  
Инок, воин и шут.

---

Алиса

## Введение

Традиционно считается, что современная химия возникла на основе алхимии — протонаучной области с более чем тысячелетней историей. Для превращения неблагородных металлов в золото была разработана дорожная карта, согласно которой необходимо развить четыре технологии: Nigredo (чернение), Albedo (беление), Citrinitas (желтение) и Rubedo (краснение). Все они до некоторой степени были успешно реализованы.

Злоязычные скептики укажут на аналогию с критериями Ди Венченцо для создания квантового компьютера [1], каждый из которых тоже уже реализован [2]. А смиренные сердцем обратят внимание на то, что хотя превращение свинца в стабильные изотопы золота, реализованное лишь в XX веке [3], оказалось экономически совершенно невыгодным, сегодня просто невозможно представить цивилизованное общество без повсеместно используемых достижений химии. Поэтому не столько вопреки, сколько благодаря кичливой шумихе вокруг квантовой информатики во многих институтах мира ведутся важные фундаментальные исследования новых квантовых эффектов, в том числе в полупроводниковых наноструктурах. И несмотря на то, что с каждым годом создание универсального квантового компьютера становится всё более эфемерным [4], развитие квантовой информатики и изучение квантовых корреляций, вероятно, выльется со временем в широкую и

практически важную ветвь физики твёрдого тела.

Наиболее естественным выбором двухуровневой системы, претендующей на роль кубита в полупроводниковых наноструктурах, является спин локализованного электрона [5]. Исследования, проводившиеся в течение последних нескольких десятилетий, выявили исключительное богатство и разнообразие физических эффектов, связанных с одиночными спинами [6].

Ключевую роль в спиновой динамике локализованных электронов играет сверхтонкое взаимодействие с ядрами кристаллической решётки [7], которое тем сильнее, чем меньше длина локализации. Так как в типичных условиях электрон взаимодействует с огромным числом ядер (до сотен тысяч), то спиновые многочастичные эффекты ярко проявляются даже в одиночных квантовых точках. Например, это приводит к немарковости спиновой релаксации электрона [8] и эффекту восстановления поляризации в малых магнитных полях [9]. Также важное место в изучении электрон-ядерных эффектов занимает передача углового момента как от электронов ядрам, так и обратно [10]. Сложная многочастичная спиновая динамика может ярко раскрываться в спектрах спиновых флуктуаций электронов и ядер [11], а также приводить к проявлению многочастичных квантовых корреляций [12, 13].

Исследования этих явлений находятся ещё на ранней стадии, но уже являются многообещающими. Это обуславливает актуальность изучения спиновой поляризации локализованных электронов и дырок с учётом сверхтонкого взаимодействия, внешнего магнитного поля и оптической накачки; эффектов передачи спинового углового момента между электронами и ядрами в неравновесных условиях; спектров спиновых флуктуаций носителей заряда, а также необходимость построения теории эффектов квантового обратного действия при взаимодействии излучения с квантовыми точками и теории генерации многочастично запутанных состояний спинов электронов, ядер кристаллической решётки и фотонов.

Разнообразие физических эффектов обогащается благодаря множеству полу-

проводниковых систем с локализованными электронами и постоянному появлению новых типов полупроводниковых наноструктур.

Цель работы состоит в теоретическом исследовании спиновой динамики и квантовых спиновых корреляций, а также проявлений спиновых эффектов в оптических свойствах полупроводниковых систем с локализованными электронами: ансамблей доноров в объёмных полупроводниках, одиночных квантовых точек I и II типов, а также их массивов, перовскитов, муаровых квантовых точек из монослоёв дихалькогенидов переходных металлов и структур с квантовыми микрорезонаторами.

Научная новизна работы состоит в построении теории новых физических явлений в полупроводниковых низкоразмерных системах: спиновой инерции и глубокого охлаждения сильно связанной электрон-ядерной спиновой системы, магнитопольевых осцилляций спиновой поляризации в геометрии Фарадея, динамической поляризации электронных спинов в малых магнитных полях, а также в развитии теории квантовых и классических флуктуаций локализованных спинов в равновесных и неравновесных условиях, квантового обратного действия при оптическом измерении спинов в квантовых точках, генерации многочастичной запутанности спинов ядер, электронов и фотонов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В условиях периодической импульсной оптической накачки спиновая поляризация локализованных электронов осциллирует как функция магнитного поля в геометрии Фарадея, когда направления поля и распространения света совпадают. Эффект возникает за счёт флуктуаций спинов ядер кристаллической решётки.
2. Динамическая спиновая поляризация электронов в квантовых точках, возникающая в магнитном поле при оптической или электрической инжекции неполяризованных носителей заряда, в условиях конкуренции обменного электрон-дырочного и сверхтонкого взаимодействий на несколько порядков

превышает их тепловую поляризацию.

3. Спектр флуктуаций фарадеевского вращения зондирующего луча, обусловленных спиновым шумом магнитных примесей в разбавленных магнитных полупроводниках, содержит вклады спиновых корреляционных функций не только второго, но и более высоких порядков.
4. Измерение спиновой поляризации локализованных электронов линейно поляризованным светом приводит к квантовому обратному действию, а именно, к подавлению поперечной составляющей спиновой поляризации. В зависимости от величины ядерных спиновых флуктуаций это вызывает замедление или ускорение спиновой дефазировки электронов.
5. Сверхтонкое взаимодействие электрона и ядер кристаллической решётки позволяет создавать состояния ядерных спинов с многочастичной квантовой запутанностью путём управления спиновой поляризацией электрона оптическими методами.

Апробация работы. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались на Российских конференциях по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2013, 2024; Москва, 2015; Екатеринбург, 2017; Новосибирск, 2019; Нижний Новгород, 2022), симпозиумах “Наноп физика и наноэлектроника” (Нижний Новгород, 2017, 2024), Сове щаниях по теории твёрдого тела (Санкт-Петербург, 2016, 2019, 2021, 2023), международных конференциях по физике полупроводников ICPS (Пекин, Китай, 2016; Монпелье, Франция, 2018), “Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures” (Бюрцбург, Германия, 2017), “50 years of optical orientation in semiconductors: From the original discovery to new horizons” (Париж, Франция, 2018), “Optics of Excitons in Confined Systems” (Санкт-Петербург, 2019; онлайн, 2021), “11th International Conference on Quantum Dots” (онлайн, 2020), “Landau Week” (Ереван, Армения, 2023), “Quantum Light & Nanophysics” (Абу-Даби, Объединенные Арабские Эмираты, 2024), а также в качестве приглашённого

ных лекций на Зимней школе по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2023), Школе-конференции по теоретической физике конденсированного состояния и неравновесных процессов (Саров, 2024) и Летней школе фонда “БАЗИС” “Современные проблемы физики конденсированного состояния” (Московская область, 2024). Результаты исследований обсуждались также на семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербургского политехнического университета, Санкт-Петербургского государственного университета, Московского государственного университета, Московского физико-технического института, Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН (Черноголовка, Московская область), Института физики твёрдого тела РАН (Черноголовка, Московская область), университетов Дортмунда и Ганновера (Германия). Основное содержание диссертации опубликовано в 21 научной статье.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из Введения, пяти глав, Заключения и списка литературы. Она содержит 246 страниц текста, включая 62 рисунка и 1 таблицу. Список цитируемой литературы содержит 354 наименования.

Во введении обоснована актуальность проведённых исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации развита теория магнитолевых зависимостей спиновой поляризации электронов и ядер в условиях оптической накачки. Рассчитаны кривые Ханле и восстановления спиновой поляризации носителей заряда в поперечном и продольном магнитных полях с учётом как анизотропии сверхтонкого взаимодействия, так и конечного времени корреляции электронов. Показано, что разработанная теория позволяет описать с единых позиций широкий класс экспериментальных кривых и может быть использована для определения параметров экспериментальных структур. Описан эффект резонансного усиления спиновой поляризации электронов под действием последовательности возбуждающих импульсов в продольном магнитном поле. Показано, что резонансное спиновое усиление

ние возникает в геометрии Фарадея в меру величины ядерных спиновых флуктуаций, которые приводят к отклонению оси прецессии спина от направления магнитного поля. Из сопоставления теоретических предсказаний и экспериментальных данных по этому эффекту определены параметры ансамбля самоорганизованных квантовых точек. Затем построена теория эффекта спиновой инерции локализованных электронов, возникающего при оптической ориентации светом с переменной во времени степенью циркулярной поляризации. Предсказано возникновение М-образных кривых восстановления спиновой поляризации в квантовых точках  $p$ -типа, которые были обнаружены экспериментально. В последней части главы представлена теория динамической спиновой поляризации ядер, расположенных в области локализации электронов с учётом их длинного времени корреляции. Показано, что в этом случае происходит сильная перенормировка локального поля спин-спиновых взаимодействий ядер, а темп отогрева ядер неполяризованными электронами более чувствителен к внешнему магнитному полю, чем при коротком времени корреляции электронов.

Вторая глава посвящена теории эффекта динамической спиновой поляризации электронов, возникающего в квантовых точках с подавленным обменным взаимодействием электрона и дырки под действием неполяризованного оптического возбуждения в малом внешнем магнитном поле. Развита микроскопическая теория этого эффекта для экситонов и описаны экспериментальные результаты по его обнаружению. Также рассмотрен случай нерезонансного возбуждения и спиновой поляризации заряженных квантовых точек. Затем предложено применение эффекта динамической спиновой поляризации электронов для создания спинового диода, излучающего циркулярно поляризованный свет при пропускании электрического тока. В конце главы описан эффект динамической спиновой поляризации электронов в нейтральных и заряженных муаровых квантовых точках, формирующихся в скрученных гетеробислоях дихалькогенидов переходных металлов.

В третьей главе диссертации развита теория оптически детектируемых спино-

вых флуктуаций носителей заряда в различных неравновесных условиях. Сначала рассмотрен случай выведения из равновесия ядерной спиновой подсистемы за счёт эффекта динамической спиновой поляризации ядер и показано, что пики в спектрах спинового шума могут не только сдвигаться по спектру, но и существенно сужаться в условиях подавления ядерных спиновых флуктуаций. Предложен протокол спектроскопии спиновых флуктуаций с временным разрешением, позволяющий измерять спиновую динамику ядер в условиях, близких к равновесным. Этот протокол был реализован на практике, и экспериментальные результаты подтвердили теоретические предсказания. Построена теория спиновых флуктуаций для случая выведения из равновесия электронной спиновой системы из-за поглощения света в квантовых точках и показано, что спектры спинового шума содержат в этом случае информацию о спиновой динамике не только в основном, но и в возбуждённом трионном состоянии. Также продемонстрировано, что во внешнем продольном магнитном поле спектры флуктуаций фарадеевского вращения кроме вклада от спиновых флуктуаций содержат вклад от зарядового шума в квантовых точках. Развитая теория применена к описанию экспериментов, выполненных для ансамблей квантовых точек  $n$ - и  $p$ -типа, а также для одиночной заряженной квантовой точки. В конце главы построена теория “косвенной” спектроскопии спинового шума, в которой детектируются флуктуации спинов электронов, не участвующих напрямую в оптических переходах. Установлена связь спектров флуктуаций оптических сигналов со спектрами комбинационного рассеяния света и показано, что для косвенной спектроскопии спинового шума (например, в разбавленных магнитных полупроводниках) спектры флуктуаций оптических сигналов содержат информацию о спиновых корреляторах высоких порядков.

Четвёртая глава посвящена теории эффектов квантового обратного действия при оптическом измерении спинов локализованных электронов. Обратное действие заключается в частичной или полной ориентации спинов вдоль оптической оси структуры и релаксации поперечных компонент спинов, не коммутирующих с

продольной измеряемой компонентой, при поглощении зондирующего света. Теория этих эффектов развита для нульмерного микрорезонатора с одиночной заряженной квантовой точкой. Показано, что фотонная корреляционная функция второго порядка для циркулярно поляризованного света, проходящего через такую структуру (или отражённого от неё), содержит информацию о спиновой динамике электрона, что может быть интерпретировано, как ориентация спина электрона проективным измерением циркулярно поляризованного фотона за счёт квантового обратного действия. Развита микроскопическая теория влияния измерений на спиновую динамику электрона и получено аналитическое выражение для так называемой силы измерений, которая описывает темп подавления поперечных компонент спиновой поляризации. Эта модель затем обобщена на измерения ансамбля квантовых точек без микрорезонатора. Описано влияние квантового обратного действия на спиновую релаксацию электронов за счёт сверхтонкого взаимодействия. Показано, что в зависимости от мощности зондирующего света может происходить как замедление, так и ускорение спиновой релаксации в силу квантовых эффектов Зенона и анти-Зенона, соответственно. Описаны эксперименты по обнаружению обоих этих эффектов.

Пятая глава посвящена теории генерации многочастично запутанных спиновых состояний, обладающих негауссовой статистикой. В первой половине главы описано создание “сжатых” ядерных спиновых состояний. Для этого найдено точное решение задачи о спиновой динамике ядер для однородного сверхтонкого взаимодействия в пределе большого количества ядер. Показано, как в ходе свободной эволюции электрон-ядерной спиновой системы из определённых начальных состояний могут возникать либо сжатые, либо максимально запутанные спиновые состояния ядер. Также описана ядерная спиновая динамика под действием импульсного возбуждения и показана возможность генерации “тёмных” запутанных состояний ядер в условиях измерения спиновой инерции. Эти состояния приводят к модификации кривой восстановления спиновой поляризации во внешнем маг-

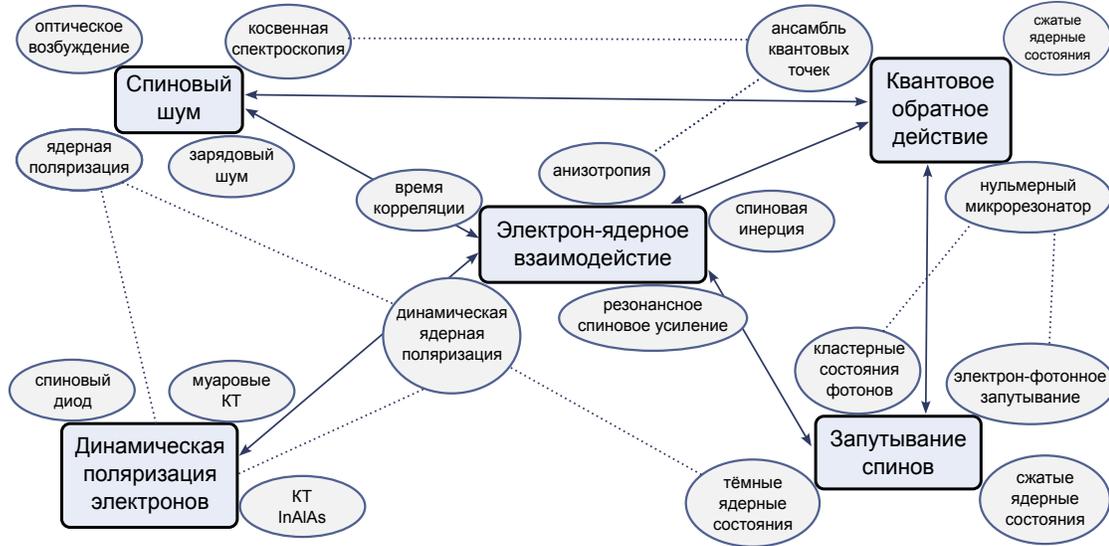


Рис. 1: Схема содержания диссертации. Прямоугольные блоки соответствуют главам, а эллипсы — разделам. Стрелки и линии показывают логические связи между ними.

нитном поле, что позволило обнаружить их в экспериментах с кристаллом галогенидного перовскита. Во второй половине главы описана генерация многочастично запутанных фотонных состояний. При этом учтена оптическая анизотропия микрорезонатора, испускающего фотоны и показано, что подстройка частоты трионного резонанса квантовой точки позволяет реализовать как полную инверсию заселённости квантовой точки под действием одиночного импульса, так и полное запутывание поляризации испущенного фотона со спином электрона. Описана генерация фотонных кластерных состояний в такой системе. Также описан эффект скрытой анизотропии спин-фотонного запутывания, связанный с поперечным  $g$ -тензором тяжёлой дырки и существенно влияющий на точность (fidelity) генерируемых запутанных состояний в эксперименте.

На рис. 1 представлена схема глав диссертации (прямоугольные блоки) и их основных разделов (эллипсы). Стрелки указывают связь между главами, а пунктирные линии — между разделами разных глав. Помимо оригинальных результатов каждая глава содержит краткий обзор современного состояния исследований по её тематике.

В заключении обобщены основные результаты работы.

# Глава 1

## Оптическая ориентация в магнитном поле

### 1.1 Влияние магнитного поля на оптическую ориентацию

Спин-орбитальное взаимодействие для электронов неизбежно содержит релятивистскую малость. Однако для электронов в атомах его вклад может быть сопоставим с энергией прямого кулоновского взаимодействия электронов друг с другом и с ядром. При этом роль спин-орбитального взаимодействия тем сильнее, чем тяжелее атомы. Поэтому и в полупроводниках спиновые эффекты зачастую оказываются исключительно важными.

В частности, спин-орбитальное взаимодействие приводит к эффекту оптической ориентации. Считается, что история изучения этого эффекта начинается с работы Ж. Лампеля [14], в которой была реализована оптическая ориентация и электронов, и ядер основной решётки. Так как эффект Ханле [15] к этому времени был уже хорошо известен, то приложение магнитного поля в геометрии Фойгта и измерение степени циркулярной поляризации фотолюминесценции вскоре стало основным методом измерения времени спиновой релаксации [16–18].

В стационарных условиях зависимость спиновой поляризации вдоль оптиче-

ской оси  $S_z$  от магнитного поля  $B$  описывается функцией Лоренца [19]:

$$S_z = \frac{S_0}{1 + (\Omega_L \tau_s)^2}, \quad (1.1)$$

где  $S_0$  — спиновая поляризация в нулевом поле,  $\Omega_L = g\mu_B B/\hbar$  — частота лармовской прецессии,  $g$  — эффективный  $g$ -фактор,  $\mu_B$  — магнетон Бора, а  $\tau_s$  — время жизни спина. В это время вносит вклад как время жизни носителей заряда, так и собственно времени спиновой релаксации. Вывод этой формулы предполагает изотропию спиновой релаксации. В случае анизотропного зеемановского взаимодействия и совпадения одной из главных осей  $g$ -тензора с направлением магнитного поля,  $g$ -фактор в этой формуле должен быть заменён на соответствующую компоненту  $g$ -тензора.

Спиновая релаксация всегда может описываться как результат действия на спин  $\mathbf{S}$  случайного эффективного магнитного поля с определёнными корреляционными свойствами. Наиболее распространёнными причинами спиновой релаксации в полупроводниках являются механизмы Эллиота–Яфета [20, 21], Дьяконова–Переля [22, 23] и Бира–Аронова–Пикуса [24]. Все они характеризуются малым временем корреляции случайного поля, так что угол поворота спина за это время много меньше единицы. В результате спиновая релаксация может считаться марковским процессом и, соответственно, является моноэкспоненциальной. В этом случае темп спиновой релаксации свободных электронов не зависит от малого продольного магнитного поля, в котором угол поворота спина за время корреляции случайного магнитного поля мал [19, 25]. Противоположный случай больших углов поворота спина может реализовываться для дырок в объёмных полупроводниках [26] и электронов в квантовых ямах [27–30].

Для локализованных электронов механизмы спиновой релаксации, связанные с орбитальным движением, подавляются, так что главную роль начинает играть сверхтонкое взаимодействие с ядрами кристаллической решётки  $\mathbf{I}_i$  [6, 8, 31], см.

левую вставку на рис. 1.1. Его гамильтониан имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{h.f.}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i \hat{A}_i \mathbf{S} \equiv \hbar \Omega_N \mathbf{S}, \quad (1.2)$$

где  $\hat{A}_i$  — тензоры констант сверхтонкого взаимодействия, а  $N$  — число ядерных спинов, эффективно взаимодействующих с данным носителем заряда. Расчёт тензоров  $\hat{A}_i$  требует микроскопического анализа блоховских волновых функций. Он был выполнен для многих полупроводников, например, для электронов [32] и дырок [33–36] в GaAs [37, 38], Si [38, 39], InAs [40], AlAs [40, 41], для перовскитов [42], монослоёв дихалькогенидов переходных металлов [43, 44]. Для электронов в полупроводниках типа GaAs тензор сверхтонкого взаимодействия сводится к скаляру ( $A$ ). Также в (1.2) введена частота ларморовской прецессии  $\Omega_N$  спина электрона в поле ядер.

Ядра почти всех атомов в полупроводниках типа  $A_3B_5$  (Ga, As, In, Al, N) имеют ненулевой спин. Поэтому число  $N$  огромно, и лежит, как правило, в диапазоне от десятков тысяч до нескольких миллионов. Большое количество ядер, взаимодействующих с одним электроном, а также малость ядерных магнитных моментов приводят к тому, что спины ядер меняют своё направление достаточно медленно [6, 19, 45]. В то же время большинство теоретических работ по описанию оптической ориентации в магнитном поле основывается на приближении короткого времени корреляции и моноэкспоненциальной спиновой релаксации носителей заряда [7, 46]. Поэтому важной и актуальной задачей является построение последовательной микроскопической теории спиновой динамики локализованных электронов и дырок во внешнем магнитном поле в условиях оптического возбуждения с учётом длинного времени корреляции.

В системе взаимодействующих спинов электронов и ядер существует выраженное разделение временных масштабов. Самой быстрой является спиновая дефазировка электронов, за ней идёт необратимая спиновая релаксация, а самой медленной является спиновая динамика ядер. Все три временных масштаба будут последовательно рассмотрены в разделах этой главы, и в каждом из них будут

описаны качественно новые эффекты, требующие учёта длинного времени корреляции электронов. Так, в разделе 1.2 будет представлена теория резонансного усиления спиновой поляризации в продольном магнитном поле, раздел 1.3 посвящён теории эффекта спиновой инерции для локализованных электронов, а в разделе 1.4 будет развита микроскопическая теория ядерной спиновой термодинамики в условиях сильной локализации электронов.

Важно, что из-за большой области локализации носителей заряда по сравнению с постоянной решётки, иерархия временных масштабов оказывается аналогичной и во многих других системах: полупроводниках  $A_2B_6$ , перовскитах, монослоях ди-халькогенидов переходных металлов. В то же время, каждая из систем обладает своими особенностями, которые будут описаны в других главах диссертации.

### 1.1.1 Эффекты восстановления поляризации и Ханле

В большинстве экспериментальных ситуаций степень ядерной спиновой поляризации существенно меньше единицы. Тогда в виду большого количества ядер и в силу центральной предельной теоремы функция распределения ларморовской частоты  $\Omega_N$  имеет вид

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \frac{1}{\pi^{3/2}\delta_x\delta_y\delta_z} \exp \left[ - \sum_{\alpha} \frac{(\Omega_{N,\alpha} - \langle \Omega_{N,\alpha} \rangle)^2}{\delta_{\alpha}^2} \right], \quad (1.3)$$

где  $\alpha = x, y, z$ ,  $\langle \Omega_{N,\alpha} \rangle$  — средние значения компонент  $\Omega_N$ , и

$$\delta_{\alpha}^2 = \frac{2}{3\hbar^2} \sum_i I_i(I_i + 1)A_{i,\alpha}^2. \quad (1.4)$$

Мы считаем, что оси  $x, y, z$  являются собственными для тензоров  $\hat{A}_i$ , а соответствующие их элементы обозначаем как  $A_{i,\alpha}$ .

Как было указано выше, ядерные спины можно считать замороженными на временах, соответствующих электронной спиновой динамике [8]. Прецессия спина электрона в поле случайных статических ядерных спиновых флуктуаций приводит к частичной дефазировке электронного спина. В результате в стационарных

условиях степень спиновой ориентации определяется выражением

$$\langle S_z \rangle = \left\langle \frac{\Omega_z^2}{\Omega^2} \right\rangle S_0, \quad (1.5)$$

где  $\Omega = \Omega_N + \Omega_L$  — суммарная частота прецессии в ядерном и внешнем магнитных полях, а усреднение выполняется по функции распределения (1.3).

Если спины ядер не поляризованы, а сверхтонкое взаимодействие изотропно, то функция распределения принимает вид [47, 48]

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\delta)^3} e^{-\Omega_N^2/\delta^2}. \quad (1.6)$$

Приложение продольного магнитного поля в геометрии Фарадея приводит к подавлению этой дефазировки и восстановлению спиновой поляризации [9, 49, 50], как показано красной кривой на рис. 1.1 и на соответствующей ей вставке справа сверху. Эта зависимость описывается выражением [51]

$$\langle S_z \rangle = \left[ 1 - \frac{\delta^2}{\Omega_L^2} + \frac{\delta^3}{\Omega_L^3} D\left(\frac{\Omega_L}{\delta}\right) \right] S_0, \quad (1.7)$$

где  $D(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(y^2) dy$  — функция Доусона. Как видно из графика, спиновая поляризация в магнитном поле увеличивается до трёх раз, то есть спиновая дефазировка в нулевом поле подавляет 1/3 от спиновой поляризации  $S_0$ . На практике удобно использовать простое аналитическое приближение для этого выражения [50]

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{1}{3} \frac{2\delta^2 + 3\Omega_L^2}{2\delta^2 + \Omega_L^2}, \quad (1.8)$$

которое работает с точностью порядка 1% [52], см. красную пунктирную кривую на рис. 1.1.

По аналогичной причине в поперечном магнитном поле спиновая поляризация убывает до нуля в силу эффекта Ханле и может быть также приближённо описана выражением:

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{2}{3} \frac{\delta^2}{2\delta^2 + \Omega_L^2} \equiv \frac{1}{3} \frac{1}{1 + (\Omega_L T_2^*)^2}. \quad (1.9)$$

Здесь по аналогии с (1.1) мы ввели время спиновой дефазировки электрона

$$T_2^* = \frac{1}{\sqrt{2}\delta}. \quad (1.10)$$

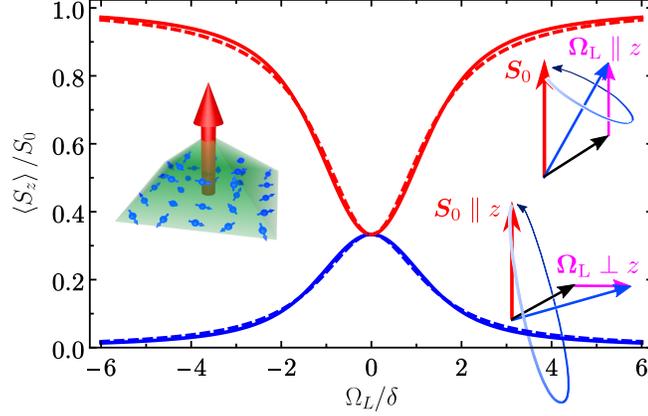


Рис. 1.1: Зависимости спиновой поляризации от продольного (красные кривые) и поперечного (синие) магнитных полей, рассчитанные точно по уравнению (1.7) (сплошные кривые) и приближённо по формулам (1.8) и (1.9). Правая верхняя и нижняя вставки иллюстрируют механизмы эффектов восстановления поляризации и Ханле, соответственно. Левая вставка показывает взаимодействие электронного спина (красная стрелка) со спинами ядер (синие стрелки).

Через него функция распределения  $\Omega_N$  выражается как

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} T_2^* \right)^3 \exp \left[ -2(\Omega_N T_2^*)^2 \right]. \quad (1.11)$$

Зависимость спиновой поляризации от поперечного магнитного поля показана синей кривой на рис. 1.1.

### 1.1.2 Роль анизотропии сверхтонкого взаимодействия

Блоховские волновые функции электронов в полупроводниках типа GaAs в основном состоят из  $s$  орбиталей, так что сверхтонкое взаимодействие является ферми-контактным и изотропным. Однако во многих случаях это не так [6], и в случае простейшей анизотропии функция распределения поля Оверхаузера принимает вид (1.3) с  $\langle \Omega_N \rangle = 0$ ,  $\delta_x = \delta_y = \delta$  и  $\delta_z = \lambda \delta$ , где  $\lambda$  — параметр анизотропии. Такой случай реализуется, например, для лёгких и тяжёлых дырок [33–36], а также для монослоёв дихалькогенидов переходных металлов [44].

В этом случае спиновая поляризация в нулевом поле описывается выражени-

ем [6, 44]

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \begin{cases} \frac{\lambda^2 (\sqrt{\lambda^2 - 1} - \arctan \sqrt{\lambda^2 - 1})}{(\lambda^2 - 1)^{3/2}}, & \lambda > 1 \\ 1/3, & \lambda = 1 \\ \frac{\lambda^2 (-\sqrt{1 - \lambda^2} + \operatorname{arctanh} \sqrt{1 - \lambda^2})}{(1 - \lambda^2)^{3/2}}, & \lambda < 1 \end{cases}, \quad (1.12)$$

причём случаи  $\lambda > 1$  и  $\lambda < 1$  переходят друг в друга аналитическим продолжением. Зависимость спиновой поляризации от параметра анизотропии показана на рис. 1.2. Видно, что она монотонно возрастает от нуля до  $S_0$  при увеличении  $\lambda$  от нуля до бесконечности.

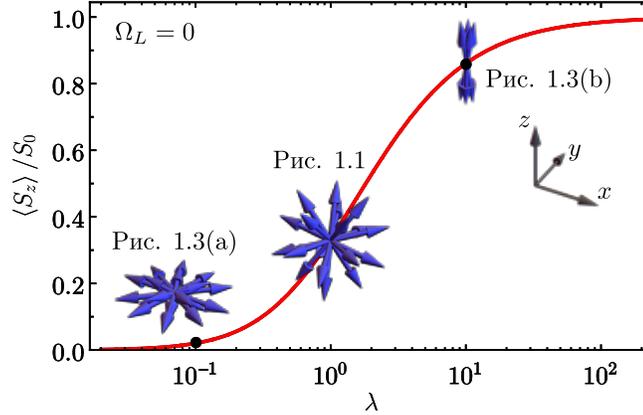


Рис. 1.2: Зависимость спиновой поляризации в нулевом магнитном поле от параметра анизотропии  $\lambda$ , рассчитанная по формуле (1.12). На вставках показаны примеры анизотропных функций распределения ядерных спиновых флуктуаций.

В общем случае получить аналитические выражения для магнитополевых зависимостей не удаётся, поэтому можно рассмотреть несколько предельных случаев. Если  $\lambda \ll 1$ , то ядерные спиновые флуктуации в основном направлены в плоскости, поперечной оптической оси, как показано на вставке к рис. 1.2. Тогда эффекты Ханле и восстановления поляризации описываются выражениями [A1]

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \lambda^2 [\ln(2/\lambda) - 1] \exp\left(-\frac{\Omega_L^2}{\delta_z^2}\right), \quad (1.13a)$$

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{|\Omega_L|}{\delta} \left\{ \sin\left(\frac{|\Omega_L|}{\delta}\right) \operatorname{Ci}\left(\frac{|\Omega_L|}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{|\Omega_L|}{\delta}\right) \left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{Si}\left(\frac{|\Omega_L|}{\delta}\right)\right] \right\}, \quad (1.13b)$$

соответственно, где  $\text{Si}(x)$  и  $\text{Ci}(x)$  — интегральные синус и косинус. Эти выражения показаны на рис. 1.3(a) пунктирными кривыми и хорошо описывают результаты численного расчёта (сплошные кривые). В нулевом поле, как обсуждалось выше, спиновая поляризация мала. Форма кривой Ханле гауссова, а форма кривой восстановления поляризации довольно острая. Обе магнитополевые зависимости имеют ширину порядка  $\delta$ , так как магнитное поле, соответствующее частоте  $\Omega_L$  меньшей чем  $\delta$ , слабо влияет на спиновую динамику на фоне ядерных спиновых флуктуаций.

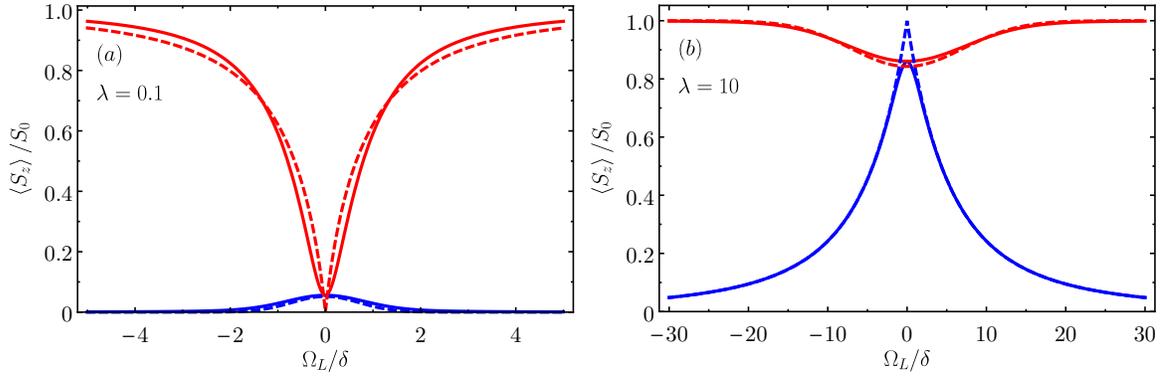


Рис. 1.3: Кривые Ханле (синие) и восстановления поляризации (красные), рассчитанные точно по уравнению (1.5) (сплошные кривые) и по приближённым формулам (1.13) и (1.14) для степени анизотропии сверхтонкого взаимодействия  $\lambda = 0.1$  (a) и 10 (b), соответственно.

В противоположном пределе  $\lambda \gg 1$  мы получаем [A1]

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = 1 - \sqrt{\pi} \frac{|\Omega_L|}{\delta_z} \exp\left(-\frac{\Omega_L^2}{\delta_z^2}\right) \text{erfc}\left(\frac{|\Omega_L|}{\delta_z}\right), \quad (1.14a)$$

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = 1 - \frac{\pi}{2\lambda} \exp\left(-\frac{\Omega_L^2}{\delta_z^2}\right), \quad (1.14b)$$

для поперечного и продольного магнитного поля, соответственно, где  $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$  — дополнительная функция ошибок. В этом пределе спиновая поляризация в нулевом поле близка к 1, а ширины обеих магнитополевых зависимостей порядка  $\lambda\delta$ . Можно сказать, что формы кривых Ханле и восстановления поляризации в этом пределе меняются местами по сравнению со случаем  $\lambda \ll 1$ , как видно из рис. 1.3(b).

В общем случае при трёх разных значениях  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ , и  $\delta_z$  ширины магнитопольных зависимостей определяются большим из них. Также в эксперименте могут проявляться одновременно спиновые поляризации и электронов, и дырок.

### 1.1.3 Роль времени корреляции

Выражения (1.8) и (1.9) описывают предельный случай, когда спиновая дефазировка за счёт прецессии в случайном поле Оверхаузера гораздо быстрее, чем необратимая спиновая релаксация и характерное время спиновой динамики ядер. Такое приближение часто является оправданным [51, 53, 54]. Но оно может и нарушаться из-за множества факторов: например, квадрупольного взаимодействия спинов ядер с полями деформаций, приводящего к спиновой динамике ядер, неупругих прыжков электронов между центрами локализации, туннелирования электронов и спиновой диффузии [46, 55]. Все эти процессы можно модельно описывать временем корреляции  $\tau_c$  ядерного поля, действующего на данный электрон [47, 56]. Тогда зависимость спиновой поляризации электронов от продольного магнитного поля принимает вид [56]

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{\tau}{\tau_s} \frac{\mathcal{A}}{1 - \frac{\tau}{\tau_c} \mathcal{A}}, \quad (1.15)$$

где

$$\mathcal{A} = \left\langle \frac{1 + \Omega_z^2 \tau^2}{1 + \Omega^2 \tau^2} \right\rangle \quad (1.16)$$

с  $1/\tau = 1/\tau_c + 1/\tau_s$ . Кроме времени корреляции поля Оверхаузера, здесь также учтена дополнительная изотропная спиновая релаксация со временем  $\tau_s$ , не связанная со сверхтонким взаимодействием [57, 58] (она, как правило, слабо зависит от магнитного поля). Усреднение в (1.16) по функции распределения (1.6) может быть выполнено аналитически в общем случае [A1]:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} - \frac{\delta^2}{2\Omega_L^2} + \frac{\sqrt{\pi}\delta}{2\Omega_L^2} \left( \frac{1}{\tau} + i \frac{\delta^2}{2\Omega_L} \right) \operatorname{erfcx}(\xi) + \text{с.с.}, \quad (1.17)$$

где  $\xi = 1/(\delta\tau) + i\Omega_L/\delta$ , а  $\operatorname{erfcx}(\xi) = e^{\xi^2} \operatorname{erfc}(\xi)$ .

В поперечном магнитном поле спиновая поляризация описывается более громоздким выражением:

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{\tau_c \mathcal{A} \tau_c / \tau - \mathcal{A}^2 - \mathcal{B}^2}{\tau_s (\tau_c / \tau - \mathcal{A})^2 + \mathcal{B}^2}, \quad (1.18)$$

где  $\mathcal{A}$  по-прежнему определяется формулой (1.16), а

$$\mathcal{B} = \frac{\tau}{\Omega_L} \left\langle \frac{\Omega \Omega_L}{1 + \Omega^2 \tau^2} \right\rangle. \quad (1.19)$$

Для геометрии Фойгта усреднение также может быть выполнено аналитически [A1]:

$$\mathcal{A} = \frac{\delta^2}{4\Omega_L^2} + \frac{\sqrt{\pi}\delta^3}{8\Omega_L^3} \left( \frac{4i\Omega_L^2}{\delta^4\tau^2} - 2\frac{\Omega_L}{\delta^2\tau} - i \right) \operatorname{erfcx}(\xi) + \text{c.c.}, \quad (1.20a)$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{2\Omega_L\tau} - \frac{\sqrt{\pi}}{2\Omega_L\tau} \left( \frac{1}{\delta\tau} + \frac{i\delta}{2\Omega_L} \right) \operatorname{erfcx}(\xi) + \text{c.c.}. \quad (1.20b)$$

Здесь мы исправили опечатки, содержащиеся в предыдущих работах [6, A1, 56].

В предельном случае длинного времени корреляции,  $\tau_c \gg \tau_s$ , эти выражения переходят, как и следовало ожидать, в (1.8) и (1.9). В противоположном пределе  $\tau_c \ll \delta^{-1}$  спиновая релаксация происходит по механизму, аналогичному механизму Дьяконова-Переля, так что кривая восстановления поляризации очень широкая и имеет малую амплитуду. Переход между этими двумя режимами происходит немонотонным образом [A1].

Экспериментальные зависимости спиновой поляризации от магнитного поля в геометриях Фарадея и Фойгта для доноров в ZnSe [A1] и InAs квантовых точек, выращенных методом капельной (droplet) эпитаксии, [55] свидетельствуют о важности учёта в них конечного времени корреляции и были подогнаны теоретически в модели, описываемой формулами (1.15) и (1.18).

Отметим, что в продольном и поперечном магнитных полях средний электронный спин направлен вдоль поля и в перпендикулярной ему плоскости, соответственно. Поэтому в наклонном магнитном поле средняя спиновая поляризация вдоль оптической оси может быть получена линейной комбинацией выражений (1.15) и (1.18) с коэффициентами  $\cos^2 \theta_B$  и  $\sin^2 \theta_B$ , где  $\theta_B$  — угол между магнитным полем и осью  $z$ .

## 1.2 Резонансное спиновое усиление в геометрии Фарадея

Эффект резонансного спинового усиления (resonant spin amplification) состоит в накоплении спиновой поляризации в условиях кратности периода следования импульсов накачки и периода спиновой прецессии электрона в поперечном магнитном поле [59–62]. В этом разделе мы опишем проявление этого эффекта для геометрии Фарадея [A2], когда его трудно было бы ожидать. Резонансное спиновое усиление происходит на коротких временных масштабах порядка времени электронной спиновой дефазировки в поле ядерных спиновых флуктуаций. Сначала будет приведена минимальная теоретическая модель, соответствующая предельно короткому времени жизни оптически возбуждённого состояния квантовой точки. Затем будут представлены экспериментальные результаты по реализации этого эффекта и описана более сложная модель, которая позволяет добиться количественного согласия теории и эксперимента.

### 1.2.1 Предел короткого времени жизни триона

Экспериментально изучать спиновую динамику часто оказывается удобно методом накачка-зондирование, в котором система возбуждается и измеряется короткими оптическими импульсами (характерная длительность порядка 1.5 пс) с заданным периодом повторения  $T_R$  [63]. Для достижения максимальной эффективности накачки и зондирования спинов используется трионный резонанс квантовой точки. Импульсы зондирования, как правило, слабо влияют на спиновую динамику, поэтому мы учтём только эффекты, связанные с существенным возбуждением квантовых точек импульсами накачки. Импульсы,  $\sigma^+$  поляризованного света приводят к следующему изменению спиновой поляризации [A2, 64]:

$$S_x^+ = QS_x^-, \quad S_y^+ = QS_y^-, \quad S_z^+ = S_z^- - \frac{1-Q^2}{2} \left( \frac{1}{2} + S_z^- \right) \mathcal{S}. \quad (1.21)$$

Здесь верхний индекс “–” обозначает компоненты спина до действия импульса, а “+” — после рекомбинации триона. Параметр  $Q$  является амплитудой вероятности

не возбудить основное состояние, и для резонансных импульсов даётся формулой

$$Q = \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_\pi}} \right), \quad (1.22)$$

где  $P$  — мощность возбуждающего импульса, а  $P_\pi$  — мощность  $\pi$ -импульса. Наконец,  $\mathcal{S}/2$  — вероятность переворота спина триона за время его жизни (переворотами спина электрона за то же время мы пренебрегаем). При сохранении спина триона, продольная поляризация электрона не меняется,  $S_z^+ = S_z^-$ , в силу жёстких правил отбора для оптических переходов. Перевороты спина триона приводят к дисбалансу спинов и оптической ориентации [63].

Как указывалось выше, между последовательными импульсами электронный спин подчиняется уравнению Блоха

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_s}. \quad (1.23)$$

Так как под действием достаточно длительной последовательности импульсов устанавливается стационарный режим спиновой динамики, то из решения этого уравнения можно выразить спин  $\mathbf{S}^-$  перед очередным импульсом через спин  $\mathbf{S}^+$  после действия предыдущего импульса. Таким образом, из совместного решения этой связи и уравнений (1.21) можно найти всю установившуюся спиновую динамику электронов под действием импульсного возбуждения [64–66].

Как правило, измерение спиновой поляризации производится непосредственно перед действием импульсов накачки, чтобы минимизировать вклад возбуждённых состояний, так что экспериментально наблюдаемой величиной является  $\langle S_z^- \rangle$ . Проще всего вычислить её в сильном продольном магнитном поле, когда роль ядерных спиновых флуктуаций подавлена, так что уравнение (1.23) даёт

$$S_z^- = S_z^+ e^{-T_R/\tau_s}, \quad (1.24)$$

и из (1.21) мы получаем

$$S_0 = \frac{Q^2 - 1}{4} \frac{\mathcal{S}}{e^{T_R/\tau_s} - 1 + \frac{1-Q^2}{2} \mathcal{S}}. \quad (1.25)$$

Для простоты мы будем считать в этом разделе, что  $\mathcal{S}$  достаточно мало, так что эффекты насыщения можно не учитывать и  $S_z(t) \propto \mathcal{S}$ .

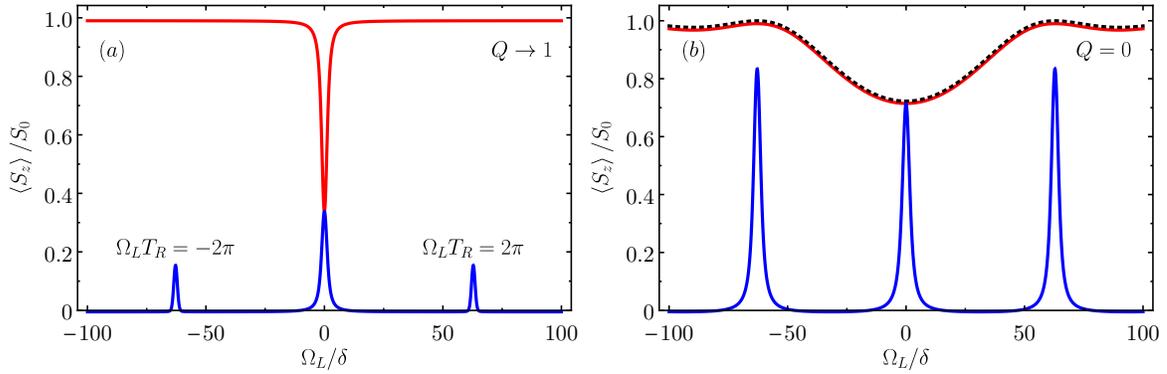


Рис. 1.4: Кривые Ханле (синие) и восстановления поляризации (красные) при  $T_R \delta = 0.1$  и  $\tau_s \delta = 10$  для случаев (а) слабых ( $Q \rightarrow 1$ ) и (б) сильных ( $Q = 0$ ) импульсов возбуждения. Чёрный пунктир показывает выражение (1.29).

Наглядным, но довольно малореалистичным случаем является предел  $T_R \delta \ll 1$ . Соответствующие магнитопольные зависимости показаны на рис. 1.4 для случаев слабых импульсов,  $Q \rightarrow 1$  (а), и сильных,  $Q = 0$  (б) [A2]. Кривая восстановления поляризации в первом случае описывается, как и прежде, уравнением (1.8). В кривой Ханле кроме пика в малых магнитных полях, описываемого выражением (1.9), появляются пики при

$$\Omega_L = 2\pi k / T_R, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.26)$$

В соответствующих поперечных магнитных полях спин электрона поворачивается на угол, кратный  $2\pi$ , между последовательными импульсами возбуждения, и возникает эффект резонансного спинового усиления. Он заключается именно в появлении пиков на синей кривой на рис. 1.4(а).

Согласно рис. 1.4(б) с увеличением мощности  $P$  до  $Q = 0$  амплитуды пиков резонансного спинового усиления увеличиваются. В то же время кривая восстановления поляризации в продольном магнитном поле уширяется, и в ней появляются осцилляции с тем же периодом. Для их описания можно заметить, что в соответствующих магнитных полях спин электрона прецессирует между импульсами

вокруг оси близкой, к оси  $z$ , так что

$$S_z^- = S_z^+ \left\{ 1 - \frac{\Omega_{\perp}^2}{\Omega_L^2} [1 - \cos(\Omega_L T_R)] \right\} e^{-T_R/\tau_s}, \quad (1.27)$$

где  $\Omega_{\perp}^2 = \Omega_{N,x}^2 + \Omega_{N,y}^2$ . Такое малое изменение спина между импульсами равносильно спиновой релаксации с темпом

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{\Omega_{\perp}^2 T_R}{2} [1 - \cos(\Omega_L T_R)]. \quad (1.28)$$

Тогда из описанного выше метода легко найти среднюю спиновую поляризацию

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = -\nu \exp(\nu) \text{Ei}(-\nu), \quad \nu = \frac{\Omega_L^2 T_R}{\tau_s \delta^2 [1 - \cos(\Omega_L T_R)]}, \quad (1.29)$$

где  $\text{Ei}(x) = -\int_{-x}^{\infty} \exp(-t)/t dt$  — интегральная показательная функция. Этот ответ показан чёрной пунктирной кривой на рис. 1.4(b).

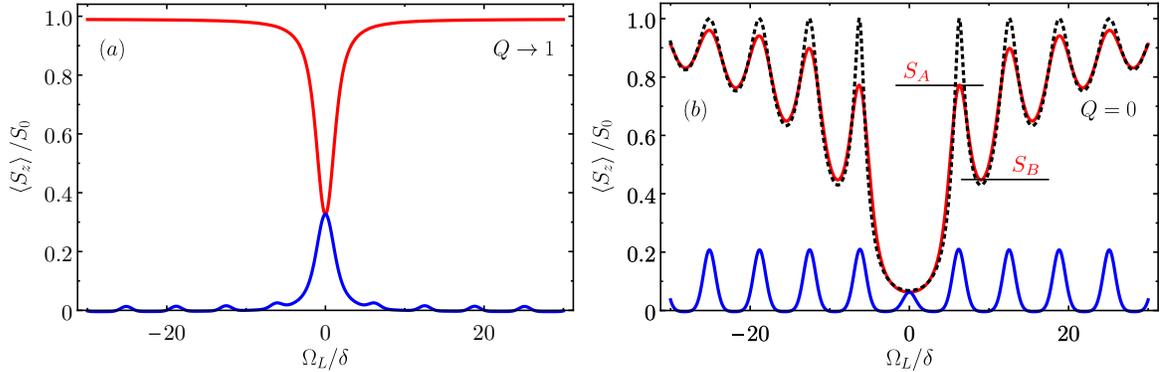


Рис. 1.5: То же, что на рис. 1.4, но для  $T_R \delta = 1$  (и  $\tau_s \delta = 100$ ).

Амплитуда осцилляций в продольном магнитном поле может быть гораздо больше при значениях произведения  $T_R \delta$  порядка единицы. Это показано на рис. 1.5. Здесь для слабых импульсов [панель (a)] осцилляции магнитопольевых зависимостей фактически отсутствуют как в геометрии Фарадея, так и в геометрии Фойгта, зато для мощных импульсов [панель (b)] осцилляции в продольном поле даже более выражены, чем в поперечном.

Причина эффекта резонансного спинового усиления в продольном магнитном поле видна из выражения (1.27). За счёт наличия поперечных компонент ядерных

спиновых флуктуаций спин электрона прецессирует в немного скошенном поле, но с частотой, определяемой в основном внешним магнитным полем. В результате эффективная скорость спиновой релаксации между импульсами (1.29) зависит от того, сделает ли спин целое число оборотов или нет [A2]. При этом в отличие от геометрии Фойгта важна не только кратность периодов спиновой прецессии и следования импульсов, но и мощность импульсов накачки, так что этот эффект является нелинейным по мощности.

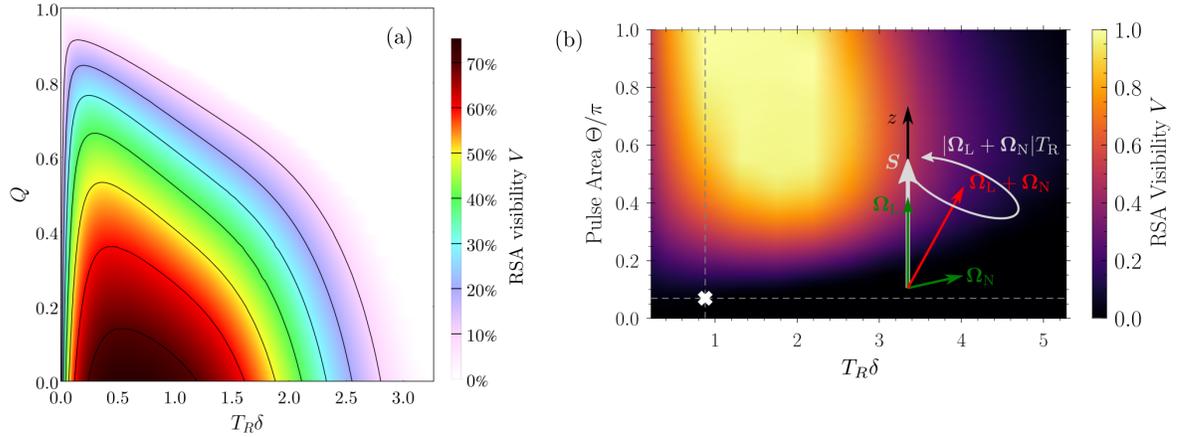


Рис. 1.6: (а) Видность эффекта продольного резонансного спинового усиления (1.30), рассчитанная численно для  $\tau_s\delta = 100$ . (б) Видность продольного резонансного спинового усиления в той же модели и для тех же параметров, что и подгонка на рис. 1.7. Косой крестик показывает экспериментальное значение величин  $T_R\delta$  и площади импульсов накачки  $\Theta = \pi\sqrt{P/P_\pi}$ . Вставка иллюстрирует микроскопическую причину возникновения эффекта.

Для количественной характеристики эффекта продольного резонансного спинового усиления можно ввести параметр “видности” по формуле

$$V = \frac{S_A - S_B}{S_A}, \quad (1.30)$$

где  $S_A$  и  $S_B$  — значения спиновой поляризации в первом максимуме и в первом минимуме, как показано на рис. 1.5(b). Видность показана в форме цветной карты на рис. 1.6(a) как функция мощности возбуждающих импульсов и периода их следования. Видно, что для наблюдения этого эффекта требуются достаточно мощные импульсы и промежуточные длительности интервалов времени между ни-

ми,  $T_R \sim 1/\delta$ . При оптимальных условиях видность  $V$  продольного резонансного спинового усиления может превышать 70%.

### 1.2.2 Учёт спиновой динамики триона

Теоретическое предсказание продольного эффекта резонансного спинового усиления было вскоре реализовано экспериментально [67]. Для этого был использован образец с квантовыми точками (In,Ga)As/GaAs, содержащими одиночные электроны, а возбуждение и измерение спиновой поляризации производилось импульсами с периодом повторения 1 нс.

Результаты измерений показаны на рис. 1.7 для различных мощностей импульсов накачки. Видно, что для достаточно мощных импульсов в кривой восстановления спиновой поляризации в продольном магнитном поле возникают небольшие максимумы. Их положение соответствует условию фазового синхронизма (1.26) (вертикальные линии), что указывает на проявление в них эффекта продольно-го резонансного спинового усиления. Однако время жизни триона в квантовых точках  $\tau_0$  составляет порядка 400 пс [68, 69] (рекомбинация в основном радиационная), что сопоставимо с  $T_R$ . Поэтому для количественного описания эксперимента необходимо было развить микроскопическую теорию, учитывающую спиновую динамику неспаренного носителя в оптически возбуждённом трионном состоянии.

В силу правил отбора для междузонных оптических переходов с тяжёлой дыркой спиновая динамика электрона в квантовой точке между импульсами возбуждения описывается уравнением [70]

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_s} + \frac{J_z}{\tau_0} \mathbf{e}_z \quad (1.31a)$$

вместо (1.23), где  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор вдоль оптической оси, а  $\mathbf{J}$  — псевдоспин триона. Он удовлетворяет аналогичному уравнению

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = (\boldsymbol{\Omega}_N^T + \boldsymbol{\Omega}_L^T) \times \mathbf{J} - \frac{\mathbf{J}}{\tau_s^T} - \frac{\mathbf{J}}{\tau_0}, \quad (1.31b)$$

где верхний индекс “ $T$ ” отличает параметры спиновой динамики тяжёлой дырки в трионе. Компоненты действующего на неё случайного поля Оверхаузера

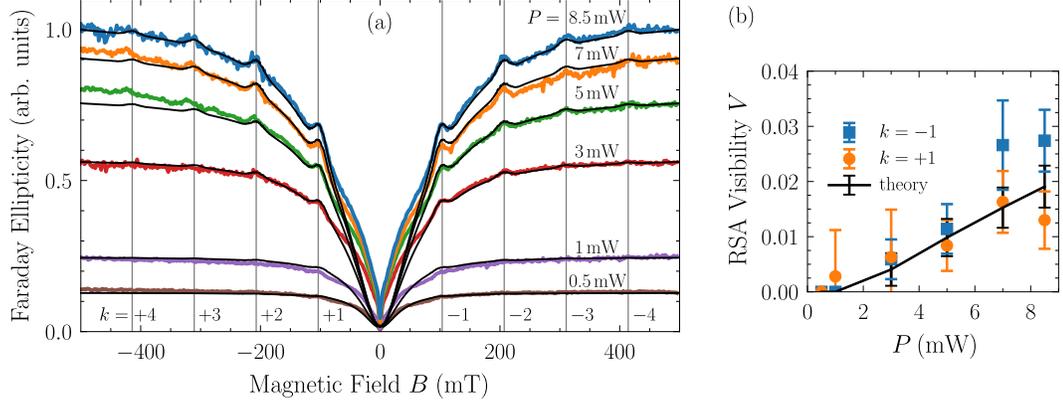


Рис. 1.7: (a) Зависимость спиновой поляризации электронов в квантовых точках (In,Ga)As/GaAs от продольного магнитного поля для различных мощностей импульсов накачки, указанных на графике [67]. Цветные кривые — эксперимент, чёрные — теоретическая подгонка. Тонкие вертикальные линии показывают положения резонансов продольного эффекта спинового усиления. (b) Зависимость видности эффекта продольного резонансного спинового усиления от мощности импульсов. Точки — эксперимент, сплошная кривая — теория.

можно считать пропорциональными соответствующим компонентам  $\Omega_N$ . Частоты ларморовской прецессии связаны аналогично через соотношения  $g$ -факторов:  $\Omega_L/\Omega_L^T = g_{zz}/g_{zz}^T$ .

Очевидно, заселённости основного и возбуждённого состояний удовлетворяют уравнениям

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n_T}{\tau_0}, \quad \frac{dn_T}{dt} = -\frac{n_T}{\tau_0}, \quad (1.31c)$$

соответственно, а их сумма равна единице.

С учётом конечного отношения  $\tau_0/T_R$  и возможной отстройкой частоты импульсов накачки от трионного резонанса уравнения, описывающие действие импульсов накачки, необходимо видоизменить как [67]

$$S_x^+ = Q \cos(\Phi) S_x^- + \mathcal{P} Q \sin(\Phi) S_y^-, \quad (1.32a)$$

$$S_y^+ = Q \cos(\Phi) S_y^- - \mathcal{P} Q \sin(\Phi) S_x^-, \quad (1.32b)$$

$$S_z^+ = -\mathcal{P} \frac{1-Q^2}{4} (n^- - n_T^-) + \frac{1+Q^2}{2} S_z^- + \frac{1-Q^2}{2} J_z^- \quad (1.32c)$$

$$J_x^+ = Q \cos(\Phi) J_x^- - \mathcal{P} Q \sin(\Phi) J_y^-, \quad (1.33a)$$

$$J_y^+ = Q \cos(\Phi) J_y^- + \mathcal{P} Q \sin(\Phi) J_x^-, \quad (1.33b)$$

$$J_z^+ = \mathcal{P} \frac{1-Q^2}{4} (n^- - n_T^-) + \frac{1+Q^2}{2} J_z^- + \frac{1-Q^2}{2} S_z^-, \quad (1.33c)$$

$$n^+ = \frac{1+Q^2}{2} n^- + \frac{1-Q^2}{2} n_T^- - \mathcal{P}(1-Q^2)(S_z^- - J_z^-), \quad (1.34a)$$

$$n_T^+ = \frac{1+Q^2}{2} n_T^- + \frac{1-Q^2}{2} n^- + \mathcal{P}(1-Q^2)(S_z^- - J_z^-). \quad (1.34b)$$

Здесь  $\mathcal{P} = \pm 1$  отвечает  $\sigma^\pm$  поляризации импульсов, а параметр  $\Phi$  описывает повороты спина за счёт отстройки несущей частоты импульсов накачки от резонанса [64]. При выводе этих уравнений мы считали, что в момент прихода импульса отсутствует когерентность между основным и трионным состояниями. Пользуясь, как и раньше, периодичностью спиновой динамики, приведённые уравнения позволяют найти временные зависимости всех компонент спина электрона и триона, и, в частности, разность  $S_z - J_z$ , которая определяет измеряемый спиновый сигнал.

Из рис. 1.7(a) видно, что можно хорошо теоретически описать экспериментальные результаты и, в частности, зависимость видности эффекта продольного резонансного спинового усиления от мощности импульсов, рис. 1.7(b). Важно, что положения пиков в магнитолевой зависимости определяются только условием (1.26), поэтому их положения позволяют надёжно определить величину продольного  $g$ -фактора электрона. В этом эксперименте она оказалась равной  $g_e = -0.69$ , и определить её другими методами, не прикладывая сильных магнитных полей, было бы затруднительно.

Несмотря на усилия по оптимизации экспериментальных условий, видность эффекта относительно невелика. Рис. 1.6(b) показывает значение использованных в эксперименте параметров на цветной карте видности эффекта продольного резонансного спинового усиления, рассчитанной для условий эксперимента. Наиболее прямым методом усиления эффекта было бы увеличение мощности импульсов. Однако сделать это на практике при столь высокой частоте повторения импульсов невозможно из-за разогрева образца.

## 1.3 Спиновая инерция локализованных электронов

Эффект, описанный в предыдущем подразделе, связан со спиновой прецессией электронов на временах, меньших чем время спиновой дефазировки  $T_2^*$ . В этом разделе речь пойдёт в основном о временах, сопоставимых с гораздо более длинным временем продольной спиновой релаксации  $\tau_s$ , которое может достигать микросекунд [51, 71].

Несмотря на обилие экспериментальных методов изучения спиновой динамики локализованных электронов, непосредственное измерение времени продольной спиновой релаксации в малых магнитных полях существенно затруднено быстрой спиновой дефазировкой. Для преодоления этой трудности был предложен метод спиновой инерции [72]. Он заключается в модуляции поляризации возбуждающего света с различными частотами и основан на том, что при увеличении частоты модуляции спиновая поляризация электронов начинает уменьшаться, когда частота превосходит темп спиновой релаксации [73–75]. Это позволяет определить время спиновой релаксации в простейшем случае, когда она моноэкспоненциальна. Однако в наиболее интересном случае локализованных электронов это не так, поэтому требуется построение последовательной теории спиновой инерции в условиях сверхтонкого взаимодействия [A3].

### 1.3.1 Общая теория спиновой инерции

Спин электрона удовлетворяет линейному уравнению общего вида

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \mathcal{R}\{\mathbf{S}\} + \mathbf{\Gamma}(t), \quad (1.35)$$

где  $\mathcal{R}$  — линейный, не зависящий от времени оператор, который описывает спиновую релаксацию и прецессию в поле ядер и внешнем магнитном поле,  $\mathbf{\Gamma}(t)$  описывает оптическую ориентацию спинов. Эффекты насыщения в уравнении (1.35) не учитываются, но они будут кратко обсуждены в следующем подразделе. Реше-

ние этого уравнения может быть формально записано с помощью функции Грина  $G_{\alpha\beta}(\tau)$  ( $\alpha, \beta = x, y, z$ ) как

$$S_{\alpha}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\alpha\beta}(\tau) \Gamma_{\beta}(t - \tau) d\tau. \quad (1.36)$$

В силу принципа причинности  $G_{\alpha\beta}(\tau) = 0$  при  $\tau < 0$ .

Далее мы будем считать, что импульсы накачки приходят в моменты времени  $t = KT_R$ , где  $K$  — целое число, так что темп накачки может быть представлен в виде

$$\Gamma(t) = e_z \sum_K \Gamma_p(t - KT_R) P_K, \quad (1.37)$$

где  $\Gamma_p(t)$  описывает накачку от одного  $\sigma^+$  поляризованного импульса, а  $P_K$  — степень циркулярной поляризации  $K$ -го импульса ( $-1 \leq P_K \leq 1$ ). В экспериментах по измерению спиновой инерции поляризация переключается между  $+1$  и  $-1$  с частотой  $\omega_m$ .

Измерение спиновой поляризации производится также при помощи импульсов зондирования, следующих с задержкой  $\tau_d$  относительно импульсов накачки. Длительность импульсов гораздо короче всех других временных масштабов задачи, так что наблюдаемый в экспериментах сигнал с точностью до множителя имеет вид [72]

$$L = \frac{1}{M} \left| \sum_{K=1}^M S_z(KT_R + \tau_d) e^{i\omega_m(KT_R + \tau_d)} \right|. \quad (1.38)$$

Здесь  $M \gg 1$  — общее число импульсов, используемых для одного эксперимента. Его типичная величина порядка  $10^7$ .

Ориентация спинов в основном состоянии имеет два вклада: (i) от мгновенного (пикосекундного) возбуждения синглетного триона и (ii) от рекомбинации поляризованного по спину триона [63, 64]. Соответственно, темп генерации имеет вид (при  $0 \leq \tau < T_R$ )

$$\Gamma_p(\tau) = \Gamma_0 \delta(\tau) + \frac{J_z(\tau)}{\tau_0}, \quad (1.39)$$

где  $4\Gamma_0$  — вероятность возбуждения триона одиночным импульсом. Она считается малой,  $\Gamma_0 \ll 1$ .

Спиновая динамика триона под действием каждого импульса описывается уравнением, аналогичным (1.35):

$$\frac{d\mathbf{J}}{d\tau} = \mathcal{R}^T \{\mathbf{J}\} - \frac{\mathbf{J}}{\tau_0} - \Gamma_0 \mathbf{e}_z \delta(\tau). \quad (1.40)$$

Здесь  $\mathcal{R}^T$  — линейный, не зависящий от времени оператор, аналогичный  $\mathcal{R}$ . Из сопоставления с (1.39) можно видеть, что импульс ориентирует спин в основном и трионном состояниях в противоположные стороны [64]. Далее, по аналогии с уравнением (1.36) введём функцию Грина трионной спиновой динамики  $G_{\alpha\beta}^T(\tau)$  как решение уравнения

$$\frac{d\mathbf{J}}{d\tau} = \mathcal{R}^T \{\mathbf{J}\} + \delta(\tau).$$

Тогда решение (1.40), очевидно, имеет вид

$$J_z(\tau) = -\Gamma_0 G_{zz}^T(\tau) e^{-\tau/\tau_0}, \quad (1.41)$$

где мы явно выделили экспоненту со временем жизни триона.

Таким образом, из (1.39) мы получаем выражение для накачки спина в основном состоянии:

$$\Gamma_p(\tau) = \Gamma_0 [\delta(\tau) - G_{zz}^T(\tau) e^{-\tau/\tau_0}]. \quad (1.42)$$

Подстановка этого выражения вместе с (1.36) и (1.37) в (1.38) даёт

$$L = \frac{\Gamma_0}{M} \left| \sum_{K=1}^M \sum_{K'=-\infty}^{\infty} e^{i\omega_m(KT_R + \tau_d)} P_{K-K'} \times \left[ G_{zz}(K'T_R + \tau_d) - \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\tau_0} e^{-\tau/\tau_0} G_{zz}^T(\tau) G_{zz}(\tau_d + K'T_R - \tau) \right] \right|. \quad (1.43)$$

Здесь учтено, что время  $\tau_0$  короче, чем временной масштаб спиновой динамики локализованных электрона и дырки ( $\tau_0 \ll |G_{zz}(\tau)/G'_{zz}(\tau)|, |G_{zz}^T(\tau)/G'^T_{zz}(\tau)|$ ), что позволяет распространить интегрирование по  $\tau$  до бесконечности. Выражение в скобках может быть переписано как

$$\mathcal{G} = \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\tau_0} e^{-\tau/\tau_0} [G_{zz}(t) - G_{zz}^T(\tau) G_{zz}(t - \tau)], \quad (1.44)$$

где  $t = K'T_R + \tau_d$ . Так как  $G_{zz}^T(\tau)$  близко к единице, а  $|G_{zz}(t) - G_{zz}(t - \tau)| \ll |G_{zz}(t)|$  при  $\tau$  порядка  $\tau_0$ , то в (1.44) можно отделить два малых вклада  $G_{zz}(t) - G_{zz}(t - \tau)$  и  $G_{zz}^T(\tau) - 1$ , а оставшиеся слагаемые опустить:

$$\mathcal{G} = \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau_0} e^{-\tau/\tau_0} \{G_{zz}(t) - G_{zz}(t - \tau) + G_{zz}(t)[1 - G_{zz}^T(\tau)]\}. \quad (1.45)$$

Далее сделаем преобразования Фурье

$$P_K = \sum_{N=-\infty}^{\infty} \tilde{P}_N e^{-iN\omega_m K T_R}, \quad (1.46a)$$

$$G_{zz}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{zz}(\omega) e^{-i\omega\tau} \frac{d\omega}{2\pi}, \quad (1.46b)$$

и аналогично разложим  $\tilde{G}_{zz}^T(\tau)$ . Для типичного случая прямоугольной модуляции поляризации [см. рис. 1.8(a)]

$$\tilde{P}_N = \frac{2 \sin(\pi N/2)}{\pi N}. \quad (1.47)$$

Теперь считая, что частоты модуляции  $\omega_m$  и повторения импульсов  $\omega_R = 2\pi/T_R$  не соизмеримы, из уравнения (1.43) при помощи (1.45) в пределе  $M \rightarrow \infty$  получим [A3]

$$L = \frac{\Gamma_0}{T_R} \left| \tilde{P}_1 \sum_{N=-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{zz}(\nu_N) e^{-iN\omega_R \tau_d} \left( \mathcal{S} - \frac{i\nu_N \tau_0}{1 - i\nu_N \tau_0} \right) \right|, \quad (1.48)$$

где  $\nu_N = \omega_m + N\omega_R$ , а

$$\mathcal{S} = \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau_0} [1 - G_{zz}^T(\tau)] e^{-\tau/\tau_0}, \quad (1.49)$$

как и ранее, описывает вероятность переворота спина триона за его время жизни.

Два слагаемых в скобках в (1.48) описывают два механизма спиновой ориентации. Первый связан с переворотом спина триона, а второй — с переворотом спина в основном состоянии. Первый механизм обычно доминирует. Предполагая также, что период повторения импульсов  $T_R$  гораздо короче, чем временной масштаб спиновой динамики, выражение (1.48) упрощается до

$$L = \frac{2\Gamma_0}{\pi T_R} \left| \tilde{G}_{zz}(\omega_m) \mathcal{S} \right|, \quad (1.50)$$

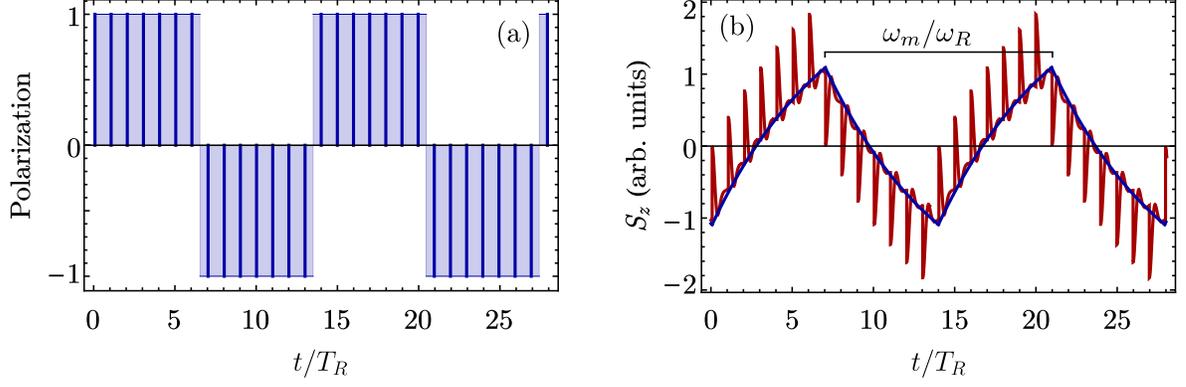


Рис. 1.8: (а) Поляризация импульсов накачки  $P_K = \pm 1$  при  $\omega_m = \omega_R/14$ . Вертикальные линии показывают моменты прибытия импульсов. (б) Спиновая динамика (коричневая кривая), рассчитанная по уравнениям (1.36) и (1.58) для параметров  $\tau_s = 100$  нс,  $\delta = 0.534$  нс $^{-1}$ ,  $T_R = 13.2$  нс. Синяя кривая показывает приближение (1.61).

то есть остаётся только слагаемое с  $N = 0$ . Отсюда наглядно видно, что сигнал спиновой инерции определяется гармоникой функции Грина на частоте модуляции поляризации.

### 1.3.2 Моноэкспоненциальная спиновая релаксация

В простейшем модельном случае спиновая релаксация как в основном, так и в трионном состояниях описывается соответствующими временами жизни:  $\mathcal{R}\{S_z \mathbf{e}_z\} = -S_z \mathbf{e}_z / \tau_s$  и  $\mathcal{R}^\Gamma\{S_{z,\Gamma} \mathbf{e}_z\} = -S_{z,\Gamma} \mathbf{e}_z / \tau_s^\Gamma$ . Тогда функции Грина имеют следующий вид

$$G_{zz}(\tau) = \exp(-\tau/\tau_s)\Theta(\tau), \quad (1.51a)$$

$$G_{zz}^\Gamma(\tau) = \exp(-\tau/\tau_s^\Gamma)\Theta(\tau), \quad (1.51b)$$

где  $\Theta(\tau)$  — функция Хевисайда. Подстановка этих выражений в (1.43) даёт сигнал спиновой инерции

$$L = \frac{2\Gamma_0}{\pi} \left| \frac{\tau_0}{\tau_s^\Gamma} - \frac{\tau_0}{\tau_s} \right| \left| \frac{e^{-\tau_d/\tau_s}}{1 - (1 + i\omega_m T_R)e^{-T_R/\tau_s}} \right|, \quad (1.52)$$

где два члена под первым модулем соответствуют двум механизмам оптической ориентации, описанным выше. Во втором модуле можно учесть, что обычно

$\tau_d, T_R \ll \tau_s$ , так что мы приходим (с точностью до общего множителя) к стандартному выражению [72]

$$L = \frac{2\Gamma_0}{\pi T_R} \left| \frac{\tau_0}{\tau_s^\Gamma} - \frac{\tau_0}{\tau_s} \right| \frac{\tau_s}{\sqrt{1 + (\omega_m \tau_s)^2}}. \quad (1.53)$$

Здесь выражение под модулем описывает генерацию спина за счёт переворотов спина либо в основном, либо в возбуждённом состоянии за время жизни триона, а последний множитель отражает природу эффекта спиновой инерции: при частоте модуляции поляризации возбуждения больше, чем обратное время спиновой релаксации спиновая поляризация не накапливается и  $L$  малó.

Нелинейные по спиновой поляризации эффекты могут быть учтены при помощи уравнений (1.21), если ввести темп генерации спина, зависящий от спиновой поляризации:

$$\Gamma(t) = - \sum_K \{ \mathbf{e}_z [P(t) + 2S_z(t)] + 2\mathbf{e}_x S_x(t) + 2\mathbf{e}_y S_y(t) \} \Gamma_0 \delta(t - KT_R) + \mathbf{e}_z \frac{J_z(t)}{\tau_0}, \quad (1.54)$$

где  $\mathbf{e}_{x,y}$  — единичные векторы вдоль соответствующих осей. При малой степени поляризации электронов и  $P(t) = -1$  этот темп естественно переходит в (1.39).

Наиболее наглядным является предельный случай  $\tau_0 \ll \tau_d, T_R, \tau_s^\Gamma \ll \tau_s, \omega_m^{-1}$ , когда можно пользоваться континуальным приближением для спиновой динамики электрона:

$$\frac{dS_z}{dt} = - \frac{\Gamma_0 \tau_0}{T_R \tau_s^\Gamma} [P(t) + 2S_z] - \frac{S_z}{\tau_s}. \quad (1.55)$$

Из него видно, что достаточно мощные импульсы накачки эффективно перенормируют темп спиновой релаксации на [A3]

$$\frac{1}{\tau_s^*} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{2\Gamma_0 \tau_0}{T_R \tau_s^\Gamma}. \quad (1.56)$$

Теперь, оставляя только первую гармонику в (1.48), получим ту же частотную зависимость сигнала спиновой инерции (1.53), что и раньше, но с перенормированным темпом спиновой релаксации. Линейная экстраполяция темпа спиновой

релаксации к нулевой мощности часто используется при обработке экспериментальных результатов, но вводится обычно феноменологически. Уравнение (1.56) строго обосновывает этот подход для квантовых точек.

### 1.3.3 Учёт ядерных спиновых флуктуаций

Спиновая инерция особенно удобна при изучении медленных времён спиновой релаксации, характерных для локализованных носителей заряда. Однако для них же существенную роль в спиновой динамике играют ядерные спиновые флуктуации, так что спиновая релаксация неэкспоненциальна.

Функция Грина в продольном магнитном поле с учётом конечного времени корреляции ядерного поля имеет вид, аналогичный (1.15):

$$\tilde{G}_{zz}(\omega) = \frac{\tau_\omega \mathcal{A}}{1 - \mathcal{A} \tau_\omega / \tau_c}, \quad (1.57)$$

где  $1/\tau_\omega = 1/\tau_s + 1/\tau_c - i\omega$ , а  $\mathcal{A}$  определяется выражением (1.16) с заменой  $\tau$  на  $\tau_\omega$  [56].

Преобразование Фурье позволяет вычислить также и функцию Грина во временном представлении. В частности, при бесконечном времени корреляции мы приходим к классическому ответу [8]

$$G_{\alpha\beta}(\tau) = \left\{ \frac{2}{3} \left[ 1 - \frac{(\delta\tau)^2}{2} \right] e^{-(\delta\tau)^2/4} + \frac{1}{3} \right\} e^{-\tau/\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \Theta(\tau). \quad (1.58)$$

Он позволяет наглядно построить зависимость спиновой поляризации от времени в условиях измерения эффекта спиновой инерции на рис. 1.8(b).

Эффективное время спиновой релаксации можно определить как

$$T_1 = \left| \tilde{G}_{zz}(0) \right|, \quad (1.59)$$

то есть через интеграл под всей кривой спиновой релаксации во временном представлении. Например, для изотропного сверхтонкого взаимодействия в нулевом магнитном поле с учётом выполняющегося обычно неравенства  $\delta\tau_c \gg 1$  получим, что

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{\tau_s} + \frac{2}{\tau_c} \quad (1.60)$$

Из этого выражения видно, что время спиновой релаксации фактически определяется более коротким из двух времён  $\tau_c$  и  $\tau_s$ . Однако часть спиновой поляризации дополнительно теряется за счёт прецессии в случайном ядерном поле, что отражается коэффициентами 2 и 3 в числителях. В частности, для длинного времени корреляции  $T_1 = \tau_s/3$ , и функция Грина может быть заменена выражением

$$G_{\alpha\beta}(\tau) = \frac{1}{3}e^{-\tau/\tau_s}\delta_{\alpha\beta}\Theta(\tau). \quad (1.61)$$

На рис. 1.8(b) показано, что это приближение действительно хорошо описывает плавную часть зависимости спиновой поляризации от времени при модуляции поляризации возбуждения.

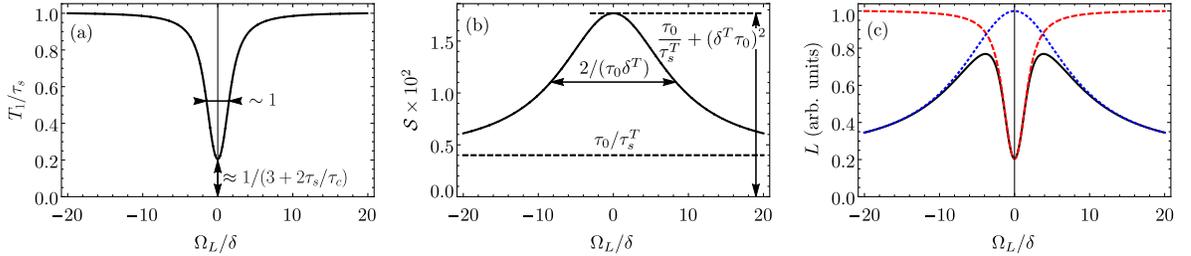


Рис. 1.9: Магнитополевые зависимости (a) эффективного времени спиновой релаксации  $T_1$  [(1.59)], (b) темпа спиновой генерации  $\mathcal{S}$  (1.62), (c) сигнала спиновой инерции  $L$  на нулевой частоте (чёрная сплошная кривая). Красная пунктирная и синяя точечная кривые дублируют зависимости с панелей (a) и (b), соответственно. Параметры расчёта:  $\tau_c\delta = 30$ ,  $\tau_s\delta = 30$ ,  $\lambda = \lambda^T = 1$ ,  $\delta/g_{zz} = \delta^T/g_{zz}^T$ ,  $\tau_0\delta^T = 0.12$ ,  $\tau_s\delta^T = 30$  и  $\omega_m = 0$ .

Приложение же продольного магнитного поля  $\Omega_L \gtrsim \delta$  приводит к подавлению роли ядерных спиновых флуктуаций, так что  $T_1$  возрастает до  $\tau_s$ . Эта зависимость изображена на рис. 1.9(a). Легко видеть, что в рамках модели, обсуждавшейся в подразделе 1.1.3, кривая восстановления поляризации описывается просто как  $\langle S_z \rangle / S_0 = T_1 / \tau_s$ . Это позволяет интерпретировать кривую восстановления поляризации как зависимость эффективного времени спиновой релаксации от магнитного поля.

Те же формулы применимы и для спиновой динамики триона с точностью до добавочного темпа релаксации  $1/\tau_0$ , обусловленного конечностью его времени

жизни. Поэтому из (1.49) мы получаем

$$\mathcal{S} = \frac{(\delta^T/\lambda^T)^2\tau_0^2}{1 + (\Omega_L^T\tau_0)^2} + \frac{\tau_0}{\tau_s^T}. \quad (1.62)$$

Зависимость темпа спиновой генерации от магнитного поля показана на рис. 1.9(b). В соответствии с (1.62) она состоит из двух вкладов. Один не зависит от магнитного поля и не связан с ядерными спиновыми флуктуациями. А второй проявляется только при не слишком коротком времени жизни триона  $\tau_0$  и подавляется достаточно сильным магнитным полем при  $\Omega_L^T\tau_0 \gtrsim 1$ .

Сигнал спиновой инерции может быть теперь вычислен по формуле (1.50). Его зависимость от магнитного поля в пределе нулевой частоты показана на рис. 1.9(c) и является, фактически, произведением  $T_1$  на  $\mathcal{S}$ . Анализ уравнений (1.57) и (1.16) показывает, что при частотах  $\omega \ll \delta$  функция Грина приблизительно равна  $\tilde{G}_{zz}(\omega) = T_1/(1 - i\omega T_1/\mathcal{A})$ , причём частотная зависимость  $\mathcal{A}$  несущественна. Поэтому сигнал спиновой инерции имеет вид [A3]

$$L(\omega_m) \propto \frac{\mathcal{S}T_1}{\sqrt{1 + (\omega_m T_1/\mathcal{A})^2}}. \quad (1.63)$$

Следовательно, скорость его спадания с частотой определяется отношением  $T_1/\mathcal{A}$  и зависит от магнитного поля. Напомним, что  $\mathcal{A}$  даётся выражением (1.16) с заменой  $\tau$  на  $\tau_\omega$ .

Интересной особенностью является то, что произведение  $T_1\mathcal{S}$  может немонотонно зависеть от магнитного поля, как показано на рис. 1.9(c). Причина этого, как следует из предыдущих рассуждений, состоит в конкуренции увеличения времени спиновой релаксации  $T_1$  при  $\Omega_L \sim \delta$  и подавлении эффективности оптической ориентации при  $\Omega_L^T\tau_0 \sim 1$ .

Получающаяся М-образная магнитополевая зависимость сигнала спиновой инерции наблюдалась в работе [76] в ансамблях квантовых точек. При этом исследовались два образца,  $n$ - и  $p$ -типа легирования. Спиновая динамика триона в них определялась неспаренным спином дырки и электрона соответственно. Так как

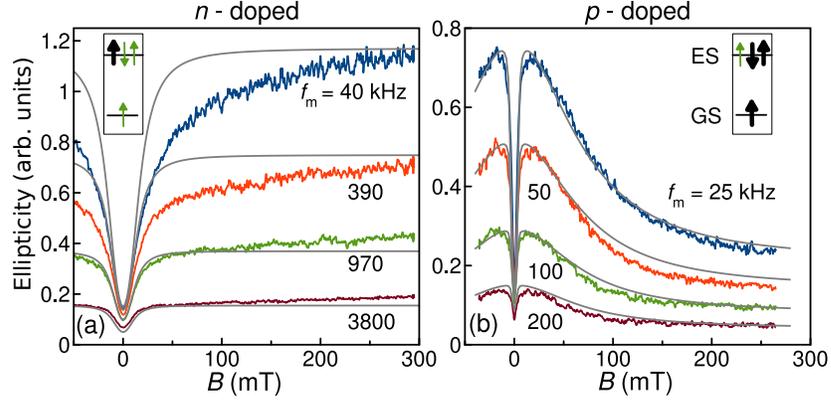


Рис. 1.10: Спиновая поляризация ансамблей квантовых точек, легированных электронами (a) и дырками (b) в зависимости от магнитного поля в условиях измерения эффекта спиновой инерции при частотах модуляции поляризации, указанных на графиках [76]. Серые кривые показывают теоретический расчёт для параметров из таблицы 1.1. Вставки условно показывают основное и возбуждённое трионное состояния квантовых точек: тонкие зелёные стрелки — это спины электронов, а жирные чёрные — дырок.

Таблица 1.1: Параметры спиновой динамики электронов и дырок в квантовых точках, полученные из подгонки данных на рис. 1.10.

	$g_{zz}$	$\omega_N$ (МГц)	$\lambda$	$\tau_c$ (мкс)	$\tau_s$ (мкс)	$\tau_s^T$ (мкс)
Электроны	-0.61	70	1	0.2	0.5	< 1
Дырки	-0.45	16	5	0.26	5.2	0.035

для дырок сверхтонкое взаимодействие слабее, то второе слагаемое в (1.62) доминирует и магнитолевая зависимость в ансамбле квантовых точек, заряженных электронами, имеет V-образный вид, характерный для кривой восстановления поляризации, как показано на рис. 1.10(a).

Для точек  $p$ -типа, напротив, сверхтонкое взаимодействие в трионе существенно, так что в (1.62) доминирует первое слагаемое. Оно зависит от поля, что приводит к M-образной зависимости спиновой поляризации от магнитного поля на рис. 1.10(b). Подгонка экспериментальных данных по развитой теории позволяет определить общие параметры спиновой динамики электронов и дырок для двух образов [76]. Подгонка показана серыми кривыми на рис. 1.10, а её параметры приведены в таблице 1.1.

Интересно также отметить, что повышение температуры увеличивает тем-

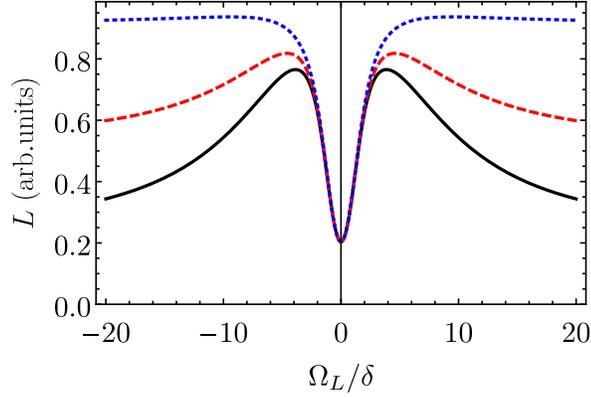


Рис. 1.11: Зависимость сигнала спиновой инерции от магнитного поля в пределе нулевой частоты для различных времён спиновой релаксации триона:  $\tau_s^T \delta^T = 30$  (чёрная сплошная кривая), 8 (красная пунктирная кривая) и 1 (синяя точечная кривая). Остальные параметры те же, что на рис. 1.9.

пы спиновой релаксации с участием электрон-фононного взаимодействия  $1/\tau_s$  и  $1/\tau_s^T$  [57, 58], так что вклад в темп спиновой генерации (1.62), не зависящий от магнитного поля, возрастает. Соответственно, M-образная магнитополевая зависимость может переходить в V-образную. Это показано на рис. 1.11. Переключение между двумя режимами происходит при  $\tau_s^T \delta^T \sim 1$ . Такой эффект переключения также наблюдался в работе [76] для квантовых точек *p*-типа.

## 1.4 Динамическая спиновая поляризация ядер сильно локализованными электронами

В этом заключительном разделе первой главы мы рассмотрим спиновую динамику на самом медленном временном масштабе задачи, соответствующем спиновой поляризации и релаксации ядер кристаллической решётки [A4].

### 1.4.1 Введение

Динамическая спиновая поляризация ядер представляет собой частный случай эффекта Оверхаузера [77], в котором электронные спины ориентируются циркулярно поляризованной оптической накачкой [45]. В ходе релаксации к равновесию

они передают угловой момент ядрам кристаллической решётки (а энергию — фононам), что позволяет достичь существенной поляризации ядер даже в малых магнитных полях.

Этот эффект впервые наблюдался в кремнии Лампелем [14], а в прямозонных полупроводниках — Екимовым и Сафаровым [78]. Его классическая теория была сформулирована Дьяконовым и Перелем [79], она используется для описания большинства экспериментов до настоящего времени [6]. Ключевым предположением этой теории является малость времени корреляции  $\tau_c$  по сравнению с временем электронной спиновой дефазировки  $T_2^*$ . Это предположение хорошо выполняется в классических структурах, таких как объёмные полупроводники, эпитаксиальные слои и квантовые ямы [19]. Однако как указывалось в разделе 1.1, время корреляции может быть существенно более длинным, например, в различных типах квантовых точек [80–85], а также для локализованных носителей заряда в галогенидных перовскитах [86]. В этом случае развитая ранее теория не применима. Чтобы заполнить этот пробел, в этом разделе будет построена последовательная микроскопическая теория динамической спиновой поляризации ядер сильно локализованными электронами.

Для описания ядерной спиновой динамики недостаточно ограничиться центральной спиновой моделью, как это делалось в предыдущих разделах, потому что на соответствующем длинном временном масштабе важную роль начинает играть спин-спиновое, как правило, магнитное диполь-дипольное, взаимодействие между ядрами. Оно является анизотропным и приводит к релаксации всех возможных спиновых корреляций, но сохраняет полную энергию. В результате на временах больших, чем время спин-спиновых взаимодействий  $T_{2,N}$ , ядерная спиновая система характеризуется эффективной температурой  $\theta_N$ , которая может быть как положительной, так и отрицательной и отличаться по абсолютной величине от температуры решётки на несколько порядков. Эффективная температура определяет средние значения всех наблюдаемых величин, поэтому её расчёт является

главной задачей этого раздела.

## 1.4.2 Микроскопическая модель

Гамильтониан ядерной спиновой системы на одном центре локализации (в квантовой точке) имеет вид

$$\mathcal{H}_n = \mathcal{H}_Z + \mathcal{H}_{SS}, \quad (1.64)$$

где  $\mathcal{H}_Z = -\hbar\gamma_N B J_z$  — зеемановский гамильтониан во внешнем магнитном поле, приложенном вдоль оси  $z$ ,  $\mathbf{J} = \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i$  — суммарный спин всех ядер в квантовой точке,  $\gamma_N$  — ядерное гиромагнитное отношение, а  $k_B$  — постоянная Больцмана.  $\mathcal{H}_{SS}$  — гамильтониан ядерных спин-спиновых взаимодействий. Для чисто диполь-дипольного взаимодействия он имеет вид

$$\mathcal{H}_{SS} = (\hbar\gamma_N)^2 \sum_{(i,j)} \frac{\mathbf{I}_i \mathbf{I}_j R_{i,j}^2 - 3 (\mathbf{I}_i \mathbf{R}_{i,j}) (\mathbf{I}_j \mathbf{R}_{i,j})}{R_{i,j}^5}, \quad (1.65)$$

где суммирование идёт по всем парам спинов ядер  $(i, j)$  с расстояниями между ними  $\mathbf{R}_{i,j}$ . Соответственно, полную энергию ядерной спиновой системы можно рассматривать как сумму энергий зеемановского и спин-спинового “резервуаров”.

Мы будем считать, что электроны приходят в данную квантовую точку с темпом  $1/\tau_R$  и небольшим средним спином  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , а уходят с характерным временем  $\tau_c \ll \tau_R$  (см. рис. 1.12<sup>1</sup>), так что среднее заполнение квантовой точки  $f = \tau_c/\tau_R$  малó. В присутствии электрона гамильтониан системы имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_n + \hbar\gamma_e B S_z + \mathcal{H}_{hf}, \quad (1.66)$$

где  $\gamma_e = g\mu_B/\hbar$  — гиромагнитное отношение электрона и

$$\mathcal{H}_{hf} = a \mathbf{J} \mathbf{S} \quad (1.67)$$

— гамильтониан сверхтонкого взаимодействия (1.2), в котором все константы положены равными  $a$ . Однородное сверхтонкое взаимодействие (“приближение ящика”), также как и малость  $f$  не являются критическими для теории и предполагаются лишь для упрощения выкладок.

<sup>1</sup>Этой образной иллюстрацией я обязан сыну (©САД).

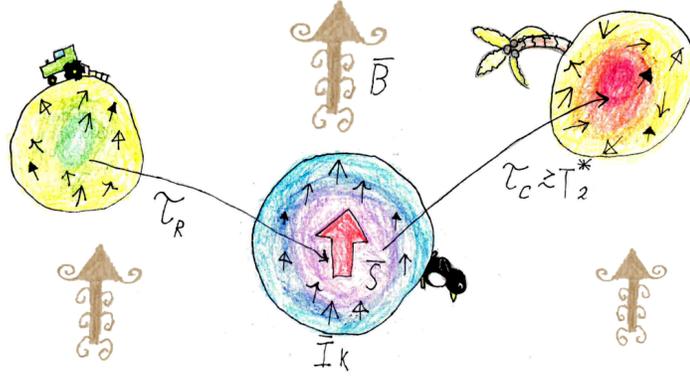


Рис. 1.12: Иллюстрация охлаждения и отогрева ядерных спинов  $\mathbf{I}_k$  (маленькие чёрные стрелки) в квантовых точках сильно локализованным электронным спином  $\mathbf{S}$  (большая красная стрелка) во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}$  (красивые коричневые стрелки). Более холодные ядерные спины лучше ориентируются вдоль  $\mathbf{B}$ , чем более горячие спины. Времена прихода электрона в данную квантовую точку,  $\tau_R$ , и ухода из неё,  $\tau_c$ , могут быть порядка или больше, чем время электронной спиновой дефазировки  $T_2^*$ .

В момент прихода электрона в квантовую точку ядерная спиновая матрица плотности имеет вид

$$\rho_0 = \exp(-\beta \mathcal{H}_n) \approx 1 - \beta \mathcal{H}_n, \quad (1.68)$$

где  $\beta = 1/(k_B \theta_N)$  — обратная спиновая температура. При вычислениях мы ограничиваемся первым порядком по  $\beta$ , то есть используем высокотемпературное приближение. Также мы для краткости опускаем нормировочный множитель, равный обратному следу единичной матрицы, и учитываем, что  $\text{Tr} \mathcal{H}_n = 0$ , как видно из (1.64) и (1.65). Средний ядерный спин, соответствующий матрице плотности (1.68), равен

$$\langle I_z \rangle = \frac{I(I+1)}{3k_B \theta_N} \hbar \gamma_N B. \quad (1.69)$$

Мы для простоты будем считать спины всех ядер  $I$  равными.

Сверхтонкое взаимодействие приводит к следующей эволюции матрицы плотности ядер:

$$\rho(t) = e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} \rho_0 e^{i\mathcal{H}t/\hbar}. \quad (1.70)$$

В частности, энергия ядерных спинов меняется как

$$E_n(t) = \text{Tr} [\mathcal{H}_n \rho(t)]. \quad (1.71)$$

Так как электрон меняет энергию ядерных спинов в течение времени своего пребывания в квантовой точке порядка  $\tau_c$ , то среднее изменение энергии может быть вычислено как

$$\langle \Delta E_n \rangle = \int_0^{\infty} E_n(t) e^{-t/\tau_c} \frac{dt}{\tau_c} - E_n(0). \quad (1.72)$$

Средний поток тепла равняется  $q = \langle \Delta E_n \rangle / \tau_R$  и содержит вклады, соответствующие зеемановскому и спин-спиновому резервуарам энергии. Для определения ядерной спиновой температуры необходимо вычислить каждый из них.

### 1.4.3 Энергия зеемановского резервуара

Охлаждение и отопрев зеемановского резервуара происходят за время, не превышающее время спиновой дефазировки электрона  $T_2^*$ . На этом временном масштабе  $\mathcal{H}_{SS}$  не играет роли, так что гамильтониан (1.66) сводится к центральной спиновой модели, детально обсуждавшейся в предыдущих разделах.

Так как суммарный спин вдоль магнитного поля  $S_z + J_z$  сохраняется, то изменение зеемановской энергии ядер  $E_Z = -\hbar\gamma_N B J_z$  может быть вычислено как

$$\Delta E_Z(t) = \hbar\gamma_N B [S_{0,z}(t) - S(0)]. \quad (1.73)$$

Если ввести время спиновой релаксации электронов на ядрах  $T_{1,e}^N$  через соотношение

$$\frac{S(0)}{T_{1,e}^N} = \frac{1}{\tau_c} \int [S(0) - \langle S_{0,z}(t) \rangle] e^{-t/\tau_c} \frac{dt}{\tau_c}, \quad (1.74)$$

то из (1.73) поток тепла из зеемановского ядерного резервуара будет равен

$$q_Z^\uparrow = \frac{f \langle S_z \rangle}{T_{1,e}^N} \hbar\gamma_N B. \quad (1.75)$$

Видно, что наличие среднего спина у электронов приводит к охлаждению ядерной спиновой системы.

В центральной спиновой модели спиновая динамика описывается уравнением (1.23) без спиновой релаксации. Ядерные спины на временах  $t \ll \hbar/a$ , как и

прежде, можно считать замороженными, так что решение уравнения для спиновой прецессии имеет вид

$$\mathbf{S}_0(t) = [\mathbf{S}(0)\mathbf{n}] \mathbf{n} + \{\mathbf{S}(0) - [\mathbf{S}(0)\mathbf{n}] \mathbf{n}\} \cos(\Omega t) + [\mathbf{S}(0) \times \mathbf{n}] \sin(\Omega t), \quad (1.76)$$

где  $\mathbf{n} = \boldsymbol{\Omega}/\Omega$ . Тогда из (1.74) мы получаем темп спиновой релаксации электронов на ядрах

$$\frac{1}{T_{1,e}^N} = \left\langle \frac{\Omega_{\perp}^2 \tau_c}{1 + \Omega^2 \tau_c^2} \right\rangle. \quad (1.77)$$

В частности, при коротком времени корреляции усреднение даёт

$$T_{1,e}^N = 2T_2^{*2}(1 + \Omega_B^2 \tau_c^2)/\tau_c, \quad (1.78)$$

где

$$T_2^* = \frac{\hbar}{a\sqrt{N_I}} \quad (1.79)$$

с  $N_I = 4NI(I+1)/3$  в согласии с (1.4) и (1.10) (заметим, что  $N_I = N$  при  $I = 1/2$ ).

В противоположном пределе длинных времён корреляции

$$T_{1,e}^N = \tau_c / \langle \Omega_{\perp}^2 / \Omega^2 \rangle, \quad (1.80)$$

что в согласии с (1.9) приводит к

$$\frac{1}{T_{1,e}^N} = \frac{2}{3\tau_c} \frac{1}{1 + \Omega_B^2 T_2^{*2}}. \quad (1.81)$$

Эти выражения описывают на микроскопическом уровне скорость охлаждения ядерной спиновой системы.

Чтобы найти скорость отогрева зеемановского резервуара, необходимо найти поправку  $\delta\mathbf{S}$  к спиновой динамике (1.76) в следующем порядке разложения по  $1/\sqrt{N}$ . Из (1.23) видно, что она удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\delta\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}(0) \times \delta\mathbf{S} + \delta\boldsymbol{\Omega}_N \times \mathbf{S}_0, \quad (1.82)$$

где  $\delta\boldsymbol{\Omega}_N = \boldsymbol{\Omega}_N(t) - \boldsymbol{\Omega}_N(0)$ . Вычислить  $\delta\boldsymbol{\Omega}_N$  позволяет уравнение для динамики полного ядерного спина

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_N \times \mathbf{J} \quad (1.83)$$

с частотой ядерной спиновой прецессии  $\boldsymbol{\omega}_N = -\gamma_N \mathbf{B} + a\mathbf{S}/\hbar$ , как следует из гамильтониана (1.66) в пренебрежении спин-спиновыми взаимодействиями. Как уже упоминалось, энергия зеемановского резервуара меняется на временах порядка  $T_2^*$ , когда изменение направления ядерного спина  $\delta\mathbf{J} = \mathbf{J}(t) - \mathbf{J}(0)$  мало. Так что оно может быть вычислено просто путём интегрирования (1.83), считая  $\mathbf{J}$  в правой части постоянным. Затем мы подставляем  $\delta\boldsymbol{\Omega}_N = (a/\hbar)\delta\mathbf{J}$  в (1.82) и учитываем, что спиновая поляризация электронов мала. Затем мы находим из этого уравнения  $\delta\mathbf{S}(t)$ , используя (1.76). Наконец, средняя поправка к электронному спину вычисляется как

$$\langle \delta\mathbf{S} \rangle = \left\langle \int_0^\infty \delta\mathbf{S}(t) \frac{e^{-t/\tau_c}}{\tau_c} dt \right\rangle. \quad (1.84)$$

В результате  $\langle \delta S_{x,y} \rangle = 0$  и

$$\langle \delta S_z \rangle = \left\langle \frac{a^2 \tau_c^2 [J_z (1 + \Omega_{e,z}^2 \tau_c^2) + \hbar \Omega_{e,z} \Omega_{e,\perp}^2 \tau_c^2 / a]}{2\hbar^2 (1 + \Omega_e^2 \tau_c^2)^2} \right\rangle. \quad (1.85)$$

Промежуточные выкладки мы не приводим ввиду их громоздкости.

Усреднение в (1.85) должно быть выполнено по ядерной спиновой матрице плотности (1.68), которая соответствует функции распределения поля Оверхаузера (1.3) с  $\delta_x = \delta_y = \delta_z = \delta = 1/(\sqrt{2}T_2^*)$  и  $\langle \boldsymbol{\Omega}_N \rangle = a \langle \mathbf{J} \rangle / \hbar$ . Средний суммарный спин ядер равен  $\langle \mathbf{J} \rangle = N \langle I_z \rangle \mathbf{e}_z$  и определяется ядерной спиновой температурой согласно (1.69). То есть здесь в отличие от всех предыдущих мест необходимо учитывать первый порядок по  $1/\theta_N$ , чтобы найти скорость отогрева ядер.

Можно показать, что (1.85) может быть выражено как

$$\langle \delta S_z \rangle = \frac{\langle J_z \rangle}{N_I} \left\langle \frac{\Omega_\perp^2 \tau_c^2}{1 + \Omega^2 \tau_c^2} \right\rangle, \quad (1.86)$$

а в силу сохранения  $S_z + J_z$ , суммарный ядерный спин изменяется на  $-\langle \delta S_z \rangle$ . Поэтому можно определить скорость спиновой релаксации ядер на электронах  $T_{1,N}^e$  соотношением

$$\frac{\langle J_z \rangle}{T_{1,N}^e} = \frac{\langle \delta S_z \rangle}{\tau_R}. \quad (1.87)$$

Подставляя сюда (1.86) и сравнивая с (1.77), получим, что

$$T_{1,N}^e = \frac{N_I}{f} T_{1,e}^N. \quad (1.88)$$

Так как поток тепла в ядерный спиновый зеемановский резервуар

$$q_Z^\downarrow = \frac{N \langle I_z \rangle}{T_{1,N}^e} \hbar \gamma_N B \quad (1.89)$$

определяется скоростью переворотов спинов, то используя (1.88), его можно переписать как

$$q_Z^\downarrow = \frac{3f \langle I_z \rangle}{4I(I+1)T_{1,e}^N} \hbar \gamma_N B. \quad (1.90)$$

Из этого вывода видно, что отогрев ядер происходит за счёт прецессии спинов ядер в случайном поле Найта, создаваемом электронами.

Этот же ответ можно получить более просто, заметив, что в отсутствие спин-спиновых взаимодействий обмен энергией электронов и ядер стремится уравновесить их спиновые температуры, что соответствует  $\langle I_z \rangle = \langle S_z \rangle \cdot 4I(I+1)/3$ . В то же время, скорость отогрева  $q_Z^\downarrow$ , очевидно, пропорциональна спиновой поляризации ядер  $\langle I_z \rangle$ , так что условие равенства спиновых температур однозначно определяет префактор в согласии с (1.90).

#### 1.4.4 Отогрев диполь-дипольного резервуара

Взаимодействие с электронами не приводит к охлаждению, а лишь к отогреву диполь-дипольного (спин-спинового) энергетического резервуара. Так как выражение (1.71) обнуляется в первом порядке по  $\mathcal{H}_{SS}$ , то для отыскания потока тепла  $q_{SS}^\downarrow$  необходимо рассмотреть второй порядок:

$$E_{SS}(t) = -\beta \text{Tr} \left\{ \mathcal{H}_{SS} \mathcal{H}_{SS}(t) + \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' (\mathcal{H}_{SS} [\mathcal{H}_{SS}(t'), \mathcal{H}_Z(t)] + [\mathcal{H}_Z, \mathcal{H}_{SS}(t')] \mathcal{H}_{SS}(t)) \right. \\ \left. + \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' \int_{t'}^t dt'' [\mathcal{H}_Z, \mathcal{H}_{SS}(t')] [\mathcal{H}_Z(t), \mathcal{H}_{SS}(t'')] \right\}. \quad (1.91)$$

Здесь временная зависимость соответствует представлению взаимодействия по отношению к гамильтониану  $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_Z + \hbar\gamma_e B S_z + \mathcal{H}_{hf}$ .

В случае отогрева на относительно небольших временах  $t \ll \hbar/a$  угол поворота ядерных спинов мал, так что можно ограничиться лишь четвёртым порядком по полному гамильтониану  $\mathcal{H}$ . Легко показать, что это эквивалентно представлению

$$E_{SS}(t) = -\beta \text{Tr} \left\{ \mathcal{H}_{SS} \mathcal{T} \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \int_0^t \mathcal{H}_{hf}(t') dt' \right] \mathcal{H}_{SS} \bar{\mathcal{T}} \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t \mathcal{H}_{hf}(t') dt' \right] \right\}, \quad (1.92)$$

где  $\mathcal{T}$  и  $\bar{\mathcal{T}}$  обозначают прямое и обратное временное упорядочение. Из этого выражения становится видно, что при описании ядерной спиновой динамики в этом случае можно ограничиваться прецессией ядер за счёт сверхтонкого взаимодействия  $\mathcal{H}_{hf}(t)$  и игнорировать прецессию в магнитном поле. Физически это связано с тем, что  $\mathcal{H}_Z$  уже учитывается в стационарной матрице плотности (1.68), и с тем, что повороты спинов на малые углы коммутируют.

Подстановка (1.76) в (1.92) даёт

$$\langle \Delta E_{SS} \rangle = \frac{\beta(\hbar\gamma_N \tilde{B}_L \tau_c)^2}{24T_2^*} \left( 1 + \left\langle \frac{2}{1 + \Omega_e^2 \tau_c^2} \right\rangle \right), \quad (1.93)$$

где

$$\tilde{B}_L^2 = -\frac{2}{N_I(\hbar\gamma_N)^2} \text{Tr} [\mathbf{J}, \mathcal{H}_{SS}]^2 \quad (1.94)$$

— кинетическое локальное поле. Прямое вычисление с гамильтонианом (1.65) показывает, что оно связано с термодинамическим локальным полем  $B_L$  как  $\tilde{B}_L = \sqrt{3}B_L$  [45, 87]. Напомним, что по определению

$$B_L^2 = \frac{4}{N_I(\hbar\gamma_N)^2} \text{Tr} \mathcal{H}_{SS}^2. \quad (1.95)$$

Видно, что изменение энергии ядерных спин-спиновых взаимодействий в этом пределе можно оценить, пользуясь золотым правилом для переходов между точными ядерными собственными спиновыми состояниями под действием импульсов случайного поля Найта длительностью порядка  $\tau_c$ .

Изменение энергии (1.93) позволяет найти поток тепла

$$q_{SS}^\downarrow = \Phi N \frac{I(I+1)}{3} (\gamma_N B_L)^2 a^2 \tau_c^2 \beta / \tau_R, \quad (1.96)$$

где

$$\Phi = \left\langle \frac{1}{1 + \Omega_e^2 \tau_c^2} \right\rangle + \frac{1}{2}. \quad (1.97)$$

Однако такой простой вывод работает, как указывалось, для не слишком длинных времён. Описание же случая  $t \gtrsim \hbar/a$  на основании (1.91) затруднительно. Тем не менее, можно заметить, что в пренебрежении зеемановским расщеплением для ядер мы вновь приходим к выражению (1.92), которое описывает в общем случае поворот всех ядерных спинов на один и тот же угол  $\varphi$  вокруг некоторого направления. Соответствующая энергия спин-спиновых взаимодействий принимает вид

$$E_{SS} = -\frac{N_I \beta}{20} [1 + 2 \cos(\varphi) + 2 \cos(2\varphi)] (\hbar \gamma_N B_L)^2. \quad (1.98)$$

Для малого времени корреляции  $\varphi = at/(2\hbar)$ , так что (1.98) сводится к (1.93), где  $\Omega \tau_c \gg 1$ . Напротив, для длинного времени корреляции, когда  $at/(2\hbar) \gg 1$  можно пренебречь осциллирующими слагаемыми в (1.98), что приводит к потоку тепла в виде (1.96) с

$$\Phi = \frac{4}{5} \left( \frac{\hbar}{a \tau_c} \right)^2. \quad (1.99)$$

Физически ясно, что в этом случае изменение энергии спин-спинового резервуара порядка его среднего значения, так как все спины поворачиваются на большой угол.

Другой точный результат может быть получен в пределе  $\Omega_B T_{2,e}^* \gg 1$ , когда внешнее поле сильнее, чем флуктуации поля Оверхаузера. Уравнение (1.91) тогда сводится к

$$E_{SS}(t) = -\beta \text{Tr} \left[ \mathcal{H}_{SS}^2 - \frac{1}{2} \sum_{\pm} \left( \frac{\omega_e}{\omega_e \pm \omega_B} \right)^2 \left( \mathcal{H}_{SS}^2 - \mathcal{H}_{SS} e^{i(\omega_e \pm \omega_B) J_z t} \mathcal{H}_{SS} e^{-i(\omega_e \pm \omega_B) J_z t} \right) \right], \quad (1.100)$$

где  $\omega_e = a/(2\hbar)$  и  $\omega_B = -\gamma_N \mathbf{B}$  — частоты ядерной спиновой прецессии в поле Найта и во внешнем магнитном поле, соответственно. Видно, что случай  $\omega_B = 0$

согласуется с (1.92) и (1.98), где  $\varphi = at/(2\hbar)$ , что приводит к

$$\Phi = \frac{2}{5} \left( \frac{\hbar}{a\tau_c} \right)^2 \left( 2 - \frac{1}{1 + (a\tau_c/\hbar)^2} - \frac{4}{4 + (a\tau_c/\hbar)^2} \right). \quad (1.101)$$

Это выражение позволяет провести интерполяцию между (1.97) и (1.99):

$$\Phi = \left\langle \frac{1}{1 + \Omega_e^2 \tau_c^2} \right\rangle + \frac{2}{5} \left( \frac{\hbar}{a\tau_c} \right)^2 \left( 2 - \frac{1}{1 + (a\tau_c/\hbar)^2} - \frac{4}{4 + (a\tau_c/\hbar)^2} \right), \quad (1.102)$$

с помощью которой можно рассчитать скорость отогрева спин-спинового резервуара при произвольном времени корреляции.

### 1.4.5 Магнитополевые зависимости ядерной спиновой поляризации

Ядерная спиновая температура определяется из баланса потоков тепла:

$$q_Z^\uparrow = q_Z^\downarrow + q_{SS}^\downarrow, \quad (1.103)$$

которые даются выражениями (1.75), (1.90) и (1.96). Используя также связь спиновой температуры и спиновой поляризации (1.69), можно найти обратную спиновую температуру [A4]

$$\beta = \frac{4 \langle S_z \rangle B / (\hbar \gamma_N)}{B^2 + \Phi \frac{T_{1,e}^{T_N}}{\tau_c} (\tau_c / T_2^*)^2 B_L^2}. \quad (1.104)$$

В частности, при коротком времени корреляции уравнения (1.78) и (1.97) приводят к результату Дьяконова и Переля [88]:

$$\beta = \frac{4 \langle S_z \rangle}{\hbar \gamma_N} \cdot \frac{B}{B^2 + \tilde{B}_L^2}. \quad (1.105)$$

В частности, в нулевом магнитном поле спиновая температура бесконечна, а спиновая поляризация отсутствует. С ростом магнитного поля обратная спиновая температура сначала возрастает, а затем убывает, в то время как спиновая поляризация монотонно возрастает и выходит на насыщение. Это показано сплошными чёрными кривыми на рис. (1.13).

С ростом времени корреляции время спиновой релаксации электронов на ядрах, как видно из (1.81), становится равным  $3\tau_c/2$ , потому что перед каждым

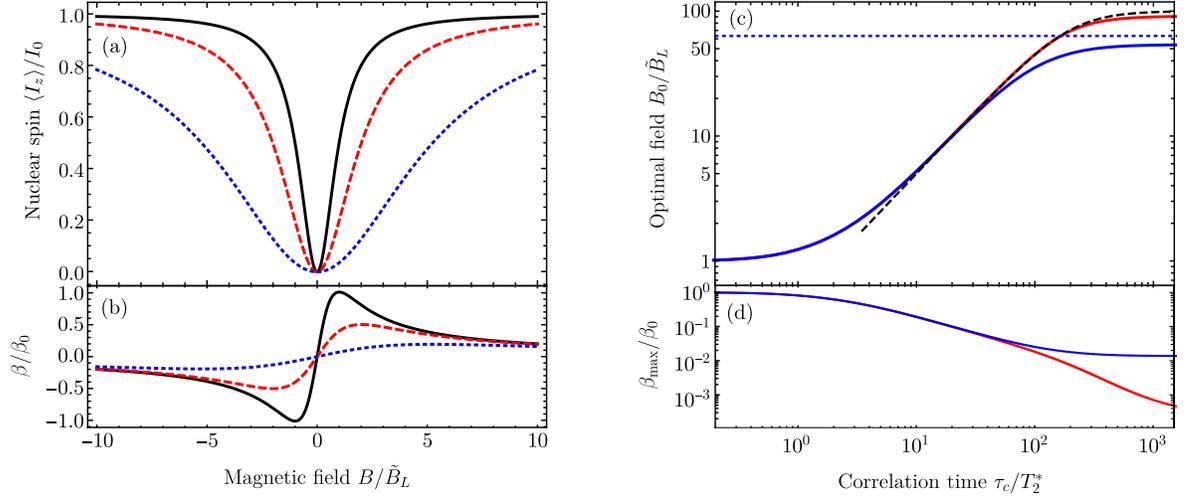


Рис. 1.13: Зависимости ядерной спиновой поляризации (а) и обратной спиновой температуры (б) от магнитного поля, рассчитанные по формулам (1.69), (1.97) и (1.104) для разных времён корреляции:  $\tau_c \rightarrow 0$  (чёрные сплошные кривые),  $\tau_c = 3T_2^*$  (красные пунктирные кривые) и  $10T_2^*$  (синие точечные кривые). Зависимости оптимального поля  $B_0$  (с), в котором достигается максимум обратной температуры, величина которого показана на панели (d), от времени корреляции, рассчитанные по уравнениям (1.104) и (1.102) с параметрами  $N_I = 10^6$  (красные кривые) и  $N_I = 10^4$  (синие кривые), а также  $\Delta_B = 100\tilde{B}_L$ . Черная пунктирная кривая на (с) построена по формуле (1.107).

прыжком спиновая дефазировка в поле ядерных спиновых флуктуаций приводит к потере  $2/3$  спиновой поляризации. Также функция  $\Phi$  согласно (1.97) убывает в три раза, так как отогрев диполь-дипольного резервуара происходит только за счёт прецессии спинов ядер в поле Найта, направленном вдоль оси  $z$ , а другие компоненты поля Найта быстро прецессируют и не отогревают ядра. Соответственно, обратная спиновая температура (1.104) принимает вид

$$\beta = \frac{4 \langle S_z \rangle B / (\hbar \gamma_N)}{B^2 + (\tau_c / T_2^*)^2 B_L^2 / 4}. \quad (1.106)$$

Это выражение составляет основной результат этого раздела.

Согласно (1.106) при длинном времени корреляции  $\tau_c \gg T_2^*$ , характерном для сильно локализованных электронов, магнитополевая зависимость ядерной спиновой поляризации и температуры остаётся качественно той же, что и в классической теории Дьяконова–Переля (1.105), как показано на рис. 1.13(а,б). Однако локальное поле эффективно перенормируется в большое число раз  $\sim \tau_c / T_2^*$ . Это происхо-

дит из-за того, что отогрев ядерного диполь-дипольного энергетического резервуара происходит в течение всего времени пребывания электрона в квантовой точке  $\sim \tau_c$ , а охлаждение ограничено временем передачи спина  $\sim T_2^*$ . Соответственно этому, требуется гораздо большее магнитное поле, чтобы роль зеемановского резервуара стала преобладать над ролью диполь-дипольного.

Количественно этот эффект можно охарактеризовать значением оптимального магнитного поля  $B_0$ , в котором достигается максимум обратной ядерной спиновой температуры, равный  $\beta_{\max}$ . Зависимость этих двух параметров от времени корреляции показана на рис. 1.13(c,d) для различного количества ядерных спинов  $N_I = 10^6$  (красные кривые) и  $10^4$  (синие кривые). Во всех случаях магнитопольная зависимость обратной спиновой температуры хорошо описывается выражением  $2BB_0\beta_{\max}/(B^2 + B_0^2)$ .

При коротких временах корреляции  $B_0$  равняется  $\tilde{B}_L$ . Для достаточно большого количества ядер,  $N_I \gg (T_2^*\gamma_e B_L)^{-2}$ , при длинных временах корреляции,  $\tau_c \gg T_2^*$ , из (1.81) получим, что

$$B_0 = \frac{1/T_2^*}{\sqrt{\gamma_e^2 + 4/(\tau_c \tilde{B}_L)^2}}. \quad (1.107)$$

Эта зависимость показана чёрной пунктирной кривой на рис. 1.13(c) и хорошо согласуется с красной сплошной кривой. В частности,  $B_0$  линейно растёт с  $\tau_c$  и насыщается на значении  $1/(\gamma_e T_2^*)$ . В случае же меньшего числа ядер, как видно из (1.99),  $B_0$  насыщается на  $\sqrt{2N_I/5}\tilde{B}_L$  [синяя точечная кривая на рис. 1.13(c)]. Это соответствует максимальному значению потока тепла в диполь-дипольный резервуар  $q_{SS}^\downarrow \sim N(\hbar\gamma_N B_L)^2\beta/\tau_R$ , то есть полному разрушению диполь-дипольных корреляций за время пребывания электрона в квантовой точке. Как видно из рис. 1.13(c), увеличение времени корреляции приводит к возрастанию поля, необходимого для эффективного охлаждения ядер, в десятки раз для реалистичных параметров.

## 1.4.6 Ограничения и следствия

Для описания предельно длинных времён корреляции  $\tau_c$  мы использовали выражение (1.101), полученное в достаточно сильном магнитном поле. Ядерная спиновая динамика в общем случае будет более подробно обсуждаться в разделе 5.2. Здесь же мы отметим, что соответствующий численный расчёт почти идеально совпадает с кривыми на рис. 1.13(c,d) [A4].

Также стоит отметить, что в сильных магнитных полях, когда  $\omega_B \gg \omega_e$ , и при длинных временах корреляции, когда углы поворота ядерных спинов не малы, изменение энергии ядерных спин-спиновых взаимодействий (1.100) подавляется в меру  $(\omega_e/\omega_B)^2$  из-за вклада  $\mathcal{H}_Z$  в начальную ядерную спиновую матрицу плотности (1.68). В зависимости от количества ядер в квантовой точке и ядерного гиромагнитного отношения это может приводить к появлению дополнительного максимума в зависимости  $\beta(B)$  в больших магнитных полях, соответствующего дополнительному подавлению отогрева спин-спинового резервуара.

Применимость развитой теории может ограничиваться предположением об установлении ядерной спиновой температуры [83]. Соответствующее время  $T_{2,N} \sim 1/(\gamma_N B_L)$  должно быть короче, чем время поляризации ядер электронами  $T_{1,N}^e$  (1.88). Последнее увеличивается с ростом магнитного поля и немонотонно зависит от времени корреляции. Расчёт показывает, что минимальное значение  $T_{1,N}^e$  составляет примерно  $5N_I T_2^*/f$  и достигается при  $\tau_c \approx 0.88T_2^*$ . В квантовых точках на основе материалов типа GaAs  $aN \sim 100$  мкэВ и  $T_{2,N} \sim 0.1$  мс. Поэтому ядерная спиновая температура устанавливается при  $N^{3/2}/f > 10^7$ . Это условие оказывается всегда выполнено при  $N = 10^6$ , а при  $N = 10^4$  требует неравенства  $f < 0.1$ . Таким образом можно сказать, что ядерная спиновая температура устанавливается практически во всех экспериментах.

Исключение может составлять случай сильных магнитных полей. Однако экспериментально этого не происходит [89, 90], возможно из-за упругих напряжений и неоднородности сверхтонкого взаимодействия.

Ввиду большого количества численных расчётов гамильтоновой динамики в центральной спиновой модели интересно рассмотреть роль учёта в ней ядерных спин-спиновых взаимодействий хотя бы для небольшого количества ядер.

Чтобы сделать наглядным сопоставление численного расчёта и развитой выше аналитической теории, мы учтём неупругие процессы прихода электрона в квантовую точку и ухода из неё методом уравнения Линдблада для матрицы плотности:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \rho] - \frac{1}{\tau_c} \sum_{\sigma=\pm} [a_\sigma a_\sigma^\dagger \rho + \rho a_\sigma a_\sigma^\dagger - 2a_\sigma^\dagger \rho a_\sigma] - \sum_{\sigma=\pm} \gamma_R^\sigma [a_\sigma^\dagger a_\sigma \rho + \rho a_\sigma^\dagger a_\sigma - 2a_\sigma \rho a_\sigma^\dagger]. \quad (1.108)$$

Здесь Гамильтониан  $\mathcal{H}$  даётся по-прежнему выражением (1.66), операторы  $a_\pm$  уничтожают электрон со спином вверх/вниз в квантовой точке, а операторы  $a_\pm^\dagger$  добавляют соответствующий электрон в квантовую точку, но только если она пуста. Электроны приходят в квантовую точку со спин-зависимыми скоростями  $\gamma_R^\pm = \tau_R^{-1} (1/2 \pm \langle S_z \rangle)$ , которые гораздо меньше  $1/\tau_c$ , так что квантовая точка пуста большую часть времени.

Чтобы исключить обратное действие ядерной спиновой поляризации на спиновую динамику электрона, мы рассматриваем предел  $\langle S_z \rangle \rightarrow 0$ . Соответственно, матрица плотности всей системы может быть разложена как  $\rho = \rho_0 + \delta\rho$ , где  $\rho_0$  — произведение единичной матрицы плотности ядер на матрицу плотности не поляризованного по спину электрона с вероятностью нахождения в квантовой точке равной  $\tau_c/(\tau_R + \tau_c)$ , а  $\delta\rho \propto \langle S_z \rangle$ . В стационарном состоянии производная по времени в (1.108) равна нулю, так что поправка к матрице плотности удовлетворяет уравнению

$$0 = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \delta\rho] - \frac{1}{\tau_c} \sum_{\sigma=\pm} (a_\sigma a_\sigma^\dagger \delta\rho + \delta\rho a_\sigma a_\sigma^\dagger - 2a_\sigma^\dagger \delta\rho a_\sigma) - \frac{1}{\tau_R} \sum_{\sigma=\pm} \left[ \frac{1}{2} (a_\sigma^\dagger a_\sigma \delta\rho + \delta\rho a_\sigma^\dagger a_\sigma - 2a_\sigma \delta\rho a_\sigma^\dagger) + \langle S_z \rangle \sigma (a_\sigma^\dagger a_\sigma \rho_0 + \rho_0 a_\sigma^\dagger a_\sigma - 2a_\sigma \rho_0 a_\sigma^\dagger) \right]. \quad (1.109)$$

Его решение позволяет найти средний ядерный спин как  $\langle J_z \rangle = N \langle I_z \rangle = \text{Tr} (J_z \delta\rho)$ .

Результат расчёта показан на рис. 1.14 в зависимости от магнитного поля для 6 ядерных спинов [A4]. Так как обычно флуктуации поля Оверхаузера гораздо

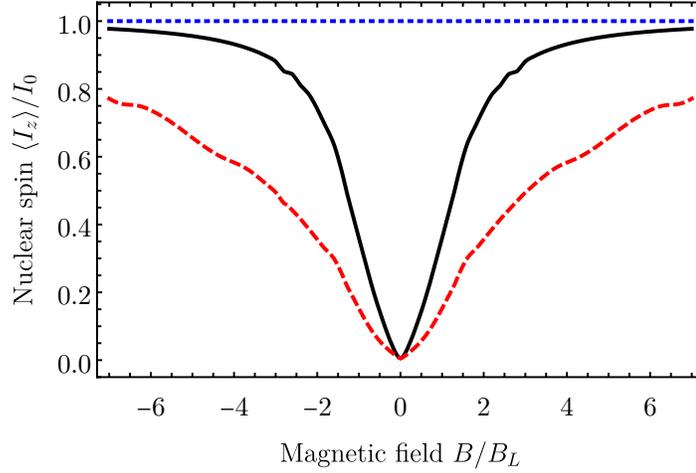


Рис. 1.14: Магнитолевая зависимость ядерной спиновой поляризации, рассчитанная численно на основании уравнения (1.109) для  $N = 6$  ядерных спинов  $1/2$  с параметрами  $\hbar\gamma_N B_L/A = 0.1$ ,  $\tau_R A/\hbar = 10^3$ , а также  $\tau_c A/\hbar = 0.1$  (сплошная чёрная кривая) и  $\tau_c A/\hbar = 10$  (красная пунктирная кривая). Синяя точечная кривая показывает результат расчёта без диполь-дипольного взаимодействия, который описывается формулой  $\langle I_z \rangle \equiv \langle S_z \rangle = I_0$ .

больше локального поля  $B_L$ , мы положили в расчёте  $\gamma_e = 0$ . Для вычисления диполь-дипольного взаимодействия ядерные спины были расположены в вершинах куба, что с учётом (1.65) приводит к тому же отношению локальных полей  $\tilde{B}_L/B_L = \sqrt{3}$ , что и в объёмном кубическом кристалле.

Чёрная сплошная и красная пунктирная кривые на рис. 1.14 рассчитаны для короткого и длинного времён корреляции, соответственно. Видно, что их форма хорошо согласуется с аналитической теорией, а длинное время корреляции уширяет магнитолевую зависимость. Уширение может быть оценено как  $\sqrt{N}$ , поэтому оно не так велико, как на рис. 1.13. Точная же форма кривой отличается от лоренциана в меру конечного значения  $N$ . Синяя точечная кривая рассчитана без учёта диполь-дипольного взаимодействия и подчёркивает, что провал связан именно с термодинамикой спин-спиновой резервуара.

Обсудив применимость нашей модели, заметим, что она позволяет также легко описать отогрев ядерной спиновой системы, происходящий после того как оптическая накачка выключается и электроны теряют свою спиновую поляризацию. Действительно, скорость изменения обратной спиновой температуры определяет-

ся потоками тепла в зеемановский и спин-спиновый резервуары:

$$\dot{\beta} = \frac{q_Z^\downarrow + q_{SS}^\downarrow}{\partial E_{NSS} / \partial \beta}, \quad (1.110)$$

где

$$-\frac{\partial E_{NSS}}{\partial \beta} = N_I (\hbar \gamma_N / 2)^2 (B^2 + B_L^2) \quad (1.111)$$

— теплоёмкость ядерной спиновой системы [91]. Это позволяет найти общее выражение для обусловленной электронами скорости ядерной спин-решёточной релаксации:

$$\frac{1}{T_\mathcal{E}} = -\frac{\dot{\beta}}{\beta} = \frac{f}{N_I (B^2 + B_L^2)} \left( \frac{B^2}{T_{1,e}^N} + \frac{\Phi \tau_c B_L^2}{T_{2,e}^{*2}} \right). \quad (1.112)$$

Она показана на рис. 1.15 в зависимости от магнитного поля. Для короткого времени корреляции (чёрная кривая) она согласуется с классической теорией, а именно, убывает в три раза в полях порядка локальных. При увеличении времени корреляции темп  $1/T_\mathcal{E}$  в нулевом поле уменьшается в три раза, а также начинает многократно убывать с приложением магнитного поля.

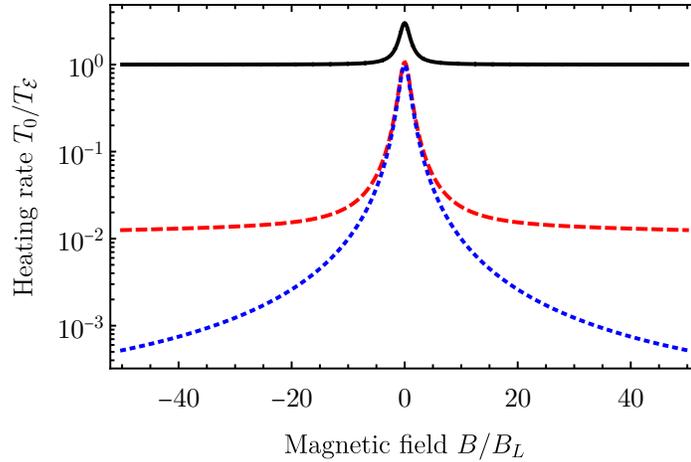


Рис. 1.15: Скорость отогрева ядер (1.112), нормированная на  $T_0^{-1} = f \tau_c / (2 N_I T_2^{*2})$  при  $\tau_c \rightarrow 0$  (чёрная сплошная кривая),  $\tau_c = 10 T_{2,e}^*$  (красный пунктир) и  $100 T_{2,e}^*$  (синяя точечная кривая).

Столь сильное подавление энергетической релаксации ядер “в темноте” с магнитным полем действительно наблюдалось экспериментально [92, 93]. Однако для

выявления роли сильной локализации электронов и ядерной спиновой диффузии в этих работах [94] требуются дополнительные эксперименты.

## 1.5 Краткие итоги

В главе 1 получены следующие основные результаты:

- Описаны формы кривых Ханле и восстановления поляризации при анизотропном сверхтонком взаимодействии и конечном времени корреляции случайного поля Оверхаузера.
- Предсказан эффект резонансного спинового усиления в продольном магнитном поле, возникающий за счёт ядерных спиновых флуктуаций. Количественно описаны эксперименты по его измерению.
- Построена теория спиновой инерции локализованных электронов в условиях сильного сверхтонкого взаимодействия.
- Описаны термодинамические свойства ядерной спиновой системы с учётом конкуренции диполь-дипольного взаимодействия со сверхтонким взаимодействием с сильно локализованными электронами. Показано, что длинное время корреляции электронов по сравнению со временем спиновой дефазировки приводит к уширению на 1-2 порядка магнитопольных зависимостей ядерной спиновой поляризации и ядерной спиновой температуры, а также к более резкой зависимости темпа энергетической релаксации ядер от магнитного поля, чем при коротком времени корреляции.

## Глава 2

# Динамическая спиновая поляризация электронов

### 2.1 Введение

Обсуждавшиеся в первой главе методы исследования спиновой физики локализованных электронов и дырок основаны на эффекте оптической ориентации [45], то есть на передаче углового момента от фотонов электронам. Другим распространённым методом создания спиновой поляризации, используемым, например, при измерении электронного парамагнитного и ядерного магнитного резонансов, является тепловая ориентация во внешнем поле [95]. Для неё требуется приложение достаточно сильного магнитного поля при низкой температуре, такого, чтобы зеемановская энергия была сопоставима с тепловой энергией или превышала её. Тогда в термодинамическом равновесии заселённости спиновых подуровней будут определяться больцмановской экспонентой и определять величину поляризации.

Однако в неравновесных условиях отношение заселённостей спиновых подуровней может быть существенно другим [95—98]. В частности, динамическая спиновая поляризация ядер во внешнем магнитном поле может намного превышать равновесную, как это описывалось, например, в разделе 1.4. Эта глава посвящена аналогичному эффекту для электронных спинов, и мы будем называть его динамической спиновой поляризацией электронов.

В качестве конкретных систем, в которых может реализовываться этот эффект,

мы рассмотрим полупроводниковые квантовые точки. В них, как указывалось в предыдущей главе, важную роль в спиновой динамике электронов играет сверхтонкое взаимодействие с ядрами кристаллической решётки. Мы покажем, что их спины могут быть не только причиной спиновой релаксации, но и источником неравновесного углового момента для электронов во внешнем магнитном поле.

В разделе 2.2 будет рассмотрен случай выведения квантовых точек из равновесия неполяризованным и нерезонансным оптическим возбуждением, приводящем к рождению неполяризованных по спину экситонов. Возникающая в ходе их спиновой динамики неравновесная поляризация может напрямую измеряться по степени циркулярной поляризации фотолюминесценции. Это позволило экспериментально наблюдать эффект динамической спиновой поляризации электронов.

В разделе 2.3 будет рассмотрен режим электрической накачки квантовой точки дырками и электронами. При этом квантовая точка может содержать от нуля до трёх (трионное состояние) носителей заряда одновременно. В этом случае возникает не только спиновая поляризация экситонов, но и поляризация одиночного носителя заряда в квантовой точке. Экспериментально она проявляется в значительной степени циркулярной поляризации электролюминесценции, то есть позволяет создать устройство, называемое спин-диод [99]. Интересно, что его интеграция в нульмерный микрорезонатор позволяет детерминистически генерировать одиночные циркулярно поляризованные фотоны под действием электрических импульсов.

Простым, но интересным обобщением этого эффекта является динамическая долинная поляризация в монослоях дихалькогенидов переходных металлов, где спиновая и долинная степени свободы связаны. Для них в разделе 2.4 будет рассмотрено нерезонансное оптическое возбуждение как заряженных, так и нейтральных муаровых квантовых точек в скрученных гетеробислоях.

## 2.2 Оптическое возбуждение квантовых точек

### 2.2.1 Модель

В отличие от первой главы, в этом подразделе мы рассмотрим нейтральные квантовые точки, в которых под действием циркулярно поляризованного света могут рождаться экситоны, рис. 2.1(a). Состояния экситонного квадруплета в квантовой точке из полупроводника типа GaAs характеризуются проекциями спина электрона  $S_z = \pm 1/2$  и тяжёлой дырки  $J_z = \pm 3/2$  на ось роста  $z$  [100]. Суммарный угловой момент экситона вдоль этой оси  $F_z = S_z + J_z$  может равняться либо  $\pm 1$  для светлых экситонов, либо  $\pm 2$  для тёмных, как показано на рис. 2.1(b).

Рассмотрим экситонный гамильтониан вида

$$\mathcal{H} = g_e \mu_B (\mathbf{B} + \mathbf{B}_N) \mathbf{S} + g_h \mu_B B J_z - \frac{2}{3} \delta_0 S_z J_z. \quad (2.1)$$

Здесь  $g_e$  и  $g_h$  — электронный и дырочный  $g$ -факторы, соответственно,  $\mathbf{B}_N = \hbar \boldsymbol{\Omega}_N / (g_e \mu_B)$  — случайное поле Оверхаузера, действующее на электрон (сверхтонким взаимодействием для дырки мы здесь пренебрегаем в силу его малости), а  $\delta_0$  — величина обменного расщепления между светлыми и тёмными экситонами. Мы учитываем короткодействующее обменное взаимодействие [101, 102], но пренебрегаем дальнедействующим [103, 104], поскольку оно подавляет спиновую ориентацию экситонов [105–109]. Такой режим характерен, например, для непрямозонных квантовых точек (In,Al)As/AlAs, поскольку дальнедействующее обменное взаимодействие связано с силой осциллятора оптического перехода и сильно подавляется в таких структурах.

Неупругие процессы учтём в рамках формализма спиновой матрицы плотности  $\rho(t)$ , которая удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \rho] - \mathcal{L}\{\rho\}, \quad (2.2)$$

с линдблاديаном  $\mathcal{L}$ . Он описывает нерезонансную генерацию экситонов с темпом  $G$ , спиновую релаксацию электрона и дырки в экситоне с временами  $\tau_s^e$  и  $\tau_s^h$ , соответственно, перевороты спинов светлых и тёмных экситонов с временами  $\tau_1$  и  $\tau_2$ ,

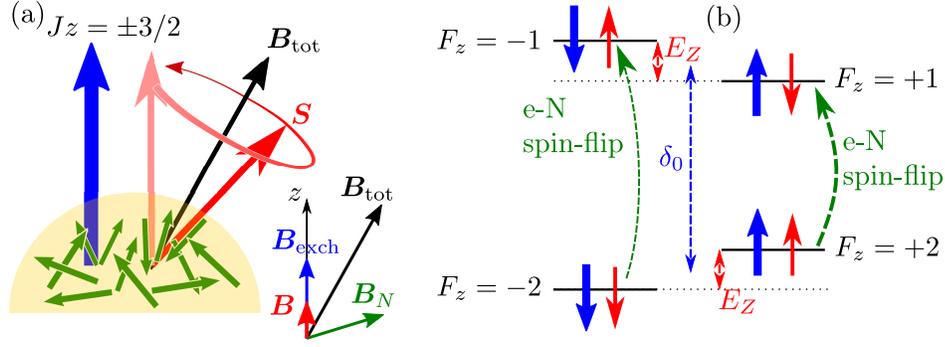


Рис. 2.1: (a) Квантовая точка со случайно ориентированными спинами ядер (зелёные стрелки) и экситоном со спином дырки (синяя стрелка) и спином электрона (красная стрелка), который прецессирует в суммарном магнитном поле (чёрная стрелка), складывающемся, как показано на вставке, из внешнего поля (красная стрелка), случайного поля Оверхаузера (зелёная стрелка) и обменного поля (синяя стрелка). (b) Тонкая структура экситонного квадруплета, расщеплённого по энергии короткодействующим обменным взаимодействием ( $\delta_0$ ) и внешним магнитным полем (на величину  $E_Z = g_e \mu_B B$ ), так что перевороты спина электрона за счёт сверхтонкого взаимодействия (зелёные стрелки) идут с разными скоростями для двух тёмных состояний, что приводит к динамической спиновой поляризации электронов.

соответственно, излучательную рекомбинацию светлых экситонов со временем  $\tau_R$  и безызлучательную тёмных со временем  $\tau_{NR}$ .

Матрица плотности может параметризоваться количеством светлых и тёмных экситонов в квантовой точке,  $N_b$  и  $N_d$ , соответственно, средним спином электрона в экситоне,  $\mathbf{S}$ , и средней проекцией спина тяжёлой дырки,  $J_z$ , а также электрон-дырочными корреляторами

$$\mathbf{Q} = \frac{2}{3} \mathbf{S} J_z, \quad (2.3)$$

причём  $Q_z = (N_d - N_b)/2$ . Эти величины удовлетворяют следующим уравнениям [110, 111]:

$$\frac{dN_b}{dt} = \frac{G}{2} - \frac{N_b}{\tau_R} + Q_z \left( \frac{1}{\tau_s^h} + \frac{1}{\tau_s^e} \right) - Q_y \Omega_x + Q_x \Omega_y, \quad (2.4a)$$

$$\frac{dN_d}{dt} = \frac{G}{2} - \frac{N_d}{\tau_{NR}} - Q_z \left( \frac{1}{\tau_s^h} + \frac{1}{\tau_s^e} \right) + Q_y \Omega_x - Q_x \Omega_y, \quad (2.4b)$$

$$\frac{dS_x}{dt} = -S_x \left( \frac{1}{2\tau_b} + \frac{1}{2\tau_d} + \frac{1}{\tau_s^e} \right) - S_y \Omega_z + S_z \Omega_y + Q_y \frac{\delta_0}{\hbar}, \quad (2.4c)$$

$$\frac{dS_y}{dt} = -S_y \left( \frac{1}{2\tau_b} + \frac{1}{2\tau_d} + \frac{1}{\tau_s^e} \right) + S_x \Omega_z - S_z \Omega_x - Q_x \frac{\delta_0}{\hbar}, \quad (2.4d)$$

$$\frac{dS_z}{dt} = -\frac{S_z}{\tau_s^e} - \frac{S_z - J_z/3}{2\tau_b} - \frac{S_z + J_z/3}{2\tau_d} - S_x \Omega_y + S_y \Omega_x, \quad (2.4e)$$

$$\frac{dJ_z}{dt} = -\frac{J_z}{\tau_s^h} - \frac{J_z - 3S_z}{2\tau_b} - \frac{J_z + 3S_z}{2\tau_d}, \quad (2.4f)$$

$$\frac{dQ_x}{dt} = -Q_x \left( \frac{1}{2\tau_b} + \frac{1}{2\tau_d} + \frac{1}{\tau_s^e} + \frac{1}{\tau_s^h} \right) - Q_y \Omega_z + Q_z \Omega_y + S_y \frac{\delta_0}{\hbar}, \quad (2.4g)$$

$$\frac{dQ_y}{dt} = -Q_y \left( \frac{1}{2\tau_b} + \frac{1}{2\tau_d} + \frac{1}{\tau_s^e} + \frac{1}{\tau_s^h} \right) - Q_z \Omega_x + Q_x \Omega_z - S_x \frac{\delta_0}{\hbar}, \quad (2.4h)$$

где  $1/\tau_b = 1/\tau_R + 1/\tau_1$  и  $1/\tau_d = 1/\tau_{NR} + 1/\tau_2$ . Эти уравнения могут применяться как для нахождения стационарного решения, так и для описания спиновой динамики экситонов после возбуждения коротким оптическим импульсом, если рассмотреть дельта-функциональную зависимость  $G$  от времени.

Считая время корреляции ядерного поля длинным, решение необходимо усреднить по функции распределения случайного поля Оверхаузера

$$\mathcal{F}_B(\mathbf{B}_N) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\Delta_B)^3} \exp\left(-\frac{B_N^2}{\Delta_B^2}\right) \quad (2.5)$$

с  $\Delta_B = \hbar\delta/(g_e\mu_B)$ , ср. (1.6). В частности, степень спиновой поляризации электрона может быть вычислена по формуле

$$P_e = \frac{2\langle S_z \rangle}{\langle N_b + N_d \rangle}. \quad (2.6)$$

Интенсивности  $\sigma^\pm$  поляризованных компонент света, излучаемого по нормали к структуре, определяются заселённостями соответствующих светлых экситонных состояний и имеют вид

$$I_\pm \propto \left\langle \frac{N_b}{2} \pm \frac{1}{2} \left( \frac{J_z}{3} - S_z \right) \right\rangle \frac{1}{\tau_R}. \quad (2.7)$$

Кинетические уравнения существенно упрощаются, если пренебречь переворотами спинов светлых и тёмных экситонов ( $\tau_1$  и  $\tau_2$ ), а также дырки ( $\tau_s^h$ ). Тогда

экситоны со спином дырки  $J_z = \pm 3/2$  можно рассматривать независимо. Их количество равно  $N^\pm = (N_b + N_d)/2 \mp J_z/3$ , а спин электрона в этих состояниях  $\mathbf{S}^\pm = (\mathbf{S} \mp \mathbf{Q})/2$ . Кинетические уравнения для этих величин имеют простой вид:

$$\frac{dN^\pm}{dt} = \frac{G}{2} - \frac{N^\pm}{2} \left( \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_{NR}} \right) \pm S_z^\pm \left( \frac{1}{\tau_R} - \frac{1}{\tau_{NR}} \right), \quad (2.8a)$$

$$\frac{d\mathbf{S}^\pm}{dt} = \boldsymbol{\Omega}^\pm \times \mathbf{S}^\pm - \frac{\mathbf{S}^\pm}{2} \left( \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_{NR}} + \frac{2}{\tau_s^e} \right) \pm \frac{N^\pm}{4} \left( \frac{1}{\tau_R} - \frac{1}{\tau_{NR}} \right) \mathbf{e}_z, \quad (2.8b)$$

где  $\boldsymbol{\Omega}^\pm = g_e \mu_B \mathbf{B}_{\text{tot}}/\hbar$  — частоты спиновой прецессии электрона в этих двух состояниях в эффективном магнитном поле  $\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B} + \mathbf{B}_N + \mathbf{B}_{\text{exch}}$ , которое складывается из внешнего, ядерного и обменного  $\mathbf{B}_{\text{exch}} = -(2/3)\delta_0 J_z \mathbf{e}_z / (g_e \mu_B)$  полей [112], как показано на вставке к рис. 2.1(a).

Далее будем считать, что спиновая прецессия — самый быстрый процесс в экситонной спиновой динамике:  $\Omega^\pm \gg 1/\tau_{R,NR}, 1/\tau_s^e$ . Тогда на более длинных временах сохраняется только компонента спина  $\mathbf{S}^\pm$ , параллельная  $\boldsymbol{\Omega}^\pm$ , которую мы обозначим  $S_\parallel^\pm$ . Через неё кинетические уравнения записываются как

$$\frac{dN^\pm}{dt} = \frac{G}{2} - \frac{N^\pm}{2} \left( \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_{NR}} \right) \pm S_\parallel^\pm \cos \theta_\pm \left( \frac{1}{\tau_R} - \frac{1}{\tau_{NR}} \right), \quad (2.9a)$$

$$\frac{dS_\parallel^\pm}{dt} = -\frac{S_\parallel^\pm}{2} \left( \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_{NR}} + \frac{2}{\tau_s^e} \right) \pm \frac{N^\pm \cos \theta_\pm}{4} \left( \frac{1}{\tau_R} - \frac{1}{\tau_{NR}} \right), \quad (2.9b)$$

где  $\theta_\pm$  — углы между  $\boldsymbol{\Omega}^\pm$  и осью  $z$ .

Видно, что в типичном случае, когда среди неупругих процессов самый быстрый — радиационная рекомбинация ( $\tau_R \ll \tau_{NR}, \tau_s^e$ ), стационарное решение уравнений (2.9) определяется соотношением магнитных полей  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B}_N$  и  $\mathbf{B}_{\text{exch}}$ , а также безразмерным параметром

$$\mathcal{R} = \frac{\tau_R B_{\text{exch}}^2}{\Delta_B^2} \left( \frac{2}{\tau_{NR}} + \frac{1}{\tau_s^e} \right). \quad (2.10)$$

Этот параметр описывает конкуренцию двух механизмов рекомбинации светлых экситонов в нулевом магнитном поле за счёт неупругих процессов и смешивания со светлыми экситонами за счёт ядерных спиновых флуктуаций.

В пределе  $\mathcal{R} \ll 1$  достаточно учитывать только излучательную рекомбинацию:

$$\frac{dN^\pm}{dt} = \frac{G}{2} - \frac{N^\pm}{2\tau_b} \pm \frac{S_{\parallel}^\pm \cos \theta_\pm}{\tau_b}, \quad (2.11a)$$

$$\frac{dS_{\parallel}^\pm}{dt} = -\frac{S_{\parallel}^\pm}{2\tau_b} \pm \frac{N^\pm \cos \theta_\pm}{4\tau_b}. \quad (2.11b)$$

В стационарном режиме решение этих уравнений с использованием (2.6) даёт степень спиновой поляризации электронов

$$P_e = \frac{-2BB_{\text{exch}}}{B_{\text{exch}}^2 + \Delta_B^2/2 + B^2}. \quad (2.12)$$

Это простое выражение наглядно отражает суть эффекта [A5].

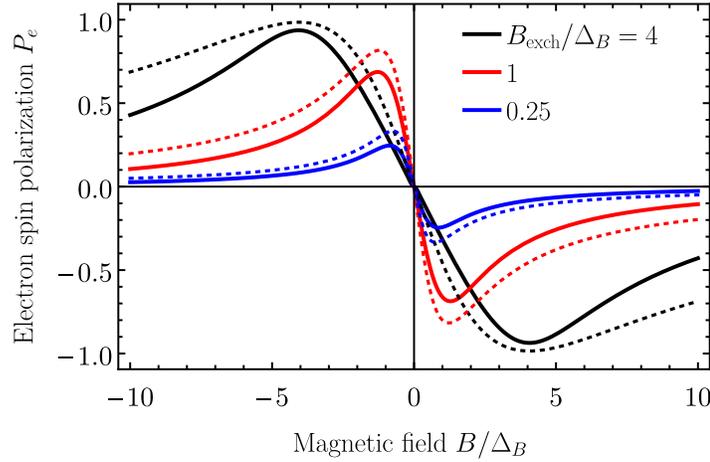


Рис. 2.2: Зависимость динамической спиновой поляризации электрона от магнитного поля, рассчитанная для различных величин обменного взаимодействия, указанных в легенде, по формуле (2.12) (пунктирные кривые) и из уравнений (2.8) при  $\delta\tau_R = 10^3$ ,  $\tau_s^e/\tau_R = 10^3$ ,  $\tau_{NR} = \infty$  (сплошные кривые).

Соответствующие ему магнитополевые зависимости спиновой поляризации электрона показаны пунктирными кривыми на рис. 2.2. Сплошные кривые на графике рассчитаны по более общим уравнениям (2.8), которые хорошо согласуются с пунктирными, но указывают на медленную логарифмическую сходимость к предельным выражениям. Из рисунка видно, что спиновая поляризация — нечётная функция магнитного поля в согласии с симметрией к инверсии времени. В отличие от тепловой спиновой поляризации, динамическая поляризация имеет максимум

при поле  $B \approx \sqrt{\Delta_B^2 + B_{\text{exch}}^2}$ . Если при этом  $B_{\text{exch}} \gtrsim \Delta_B$ , то максимальная поляризация приближается к 100%.

Качественно механизм возникновения динамической поляризации электронов можно пояснить следующим образом. Светлые экситоны рекомбинируют гораздо быстрее тёмных, за время  $\tau_R$ . В пределе  $\tau_s^e, \tau_{NR} \rightarrow \infty$  рекомбинация тёмных экситонов требует подмешивания светлых. Это происходит в меру взаимных переворотов спина электрона и ядер, как показано на рис. 2.1(b). Темпы рекомбинации тёмных экситонов со спином  $F_z = \pm 2$  можно вычислить во втором порядке теории возмущений:

$$\frac{1}{\tau_{\pm 2}} = \frac{1}{\tau_b} \frac{B_{N,x}^2 + B_{N,y}^2}{(B_z + B_{N,z} \mp B_{\text{exch}})^2}, \quad (2.13)$$

в согласии с (2.9). Затем заселённости тёмных состояний даются средними по ядерным спиновым флуктуациям,  $N_{\pm 2} = (G/4) \langle \tau_{\pm 2} \rangle$ , и существенно превосходят заселённости светлых экситонных состояний. В результате, спиновая поляризация электронов равняется  $P_e = (N_{+2} - N_{-2}) / (N_{+2} + N_{-2})$  и возникает в меру различия средних от двух времён жизни тёмных экситонов. Из (2.13) видно, что это различие требует, во-первых, внешнего магнитного поля, а во-вторых, обменного взаимодействия между электроном и дыркой. Понятно также, что при импульсном возбуждении экситонов, формирование динамической спиновой поляризации требует рекомбинации светлых экситонов, то есть происходит через время больше, чем  $\tau_R$ .

Из приведённых рассуждений становится ясной нетривиальная роль ядерных спиновых флуктуаций. С одной стороны, как видно из (2.13), они необходимы для рекомбинации тёмных экситонов, а с другой, из (2.12) получается, что чем они меньше, тем больше степень поляризации. Это кажущееся противоречие снимается тем, что по ходу вывода мы предполагали параметр  $\mathcal{R}$  (2.10) малым.

Чтобы яснее раскрыть этот аспект, на рис. (2.3) показана модификация магнитополевой зависимости динамической поляризации электронов при сильном обменном взаимодействии с ростом этого параметра. Когда ядерные спиновые флук-

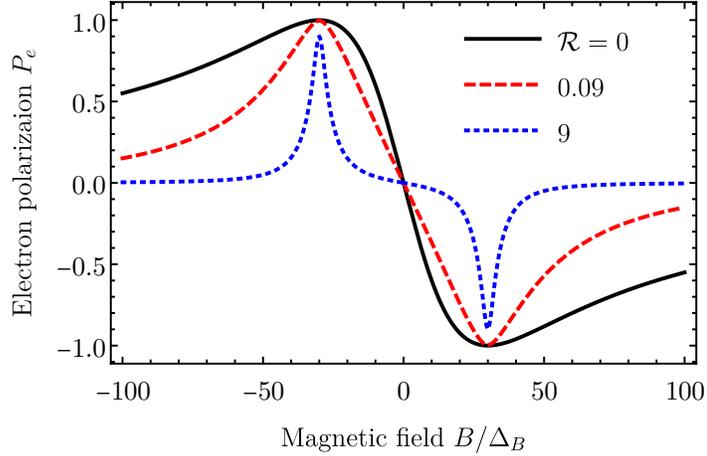


Рис. 2.3: Зависимость динамической спиновой поляризации электрона от магнитного поля, рассчитанная для различных величин параметра  $\mathcal{R}$ , указанных в легенде, из уравнений (2.9) при  $B_{\text{exch}}/\Delta_B = 30$  и  $\tau_{NR} = \infty$ .

туации становятся настолько малы, что параметр  $\mathcal{R}$  превышает единицу, зависимость из плавной превращается в два отдельных пика в полях  $B = \pm B_{\text{exch}}$ . Этот режим хорошо известен как эффект магнитной циркулярной поляризации фотолуминесценции [113–115] и будет обсуждаться более подробно дальше в этой главе. Физически он соответствует пересечению уровней светлого и тёмного экситонов в магнитном поле (сила их смешивания в этом режиме недостаточна для реализации антипересечения). С дальнейшим ослаблением сверхтонкого взаимодействия амплитуда пиков уменьшается, так что поляризация электронов совсем пропадает.

Также близкими по духу эффектами являются динамическая самополяризация ядер [96] и химически индуцированная магнитная поляризация электронов и ядер [98].

## 2.2.2 Сопоставление с экспериментом

Развитая теория динамической поляризации электронов показывает, что для наблюдения этого эффекта необходимо, во-первых, подавление дальнедействующего обменного взаимодействия, ответственного за расщепление радиационного

дублета экситонов на линейно поляризованные состояния, во-вторых, не слишком сильное короткодействующее обменное взаимодействие, чтобы в соответствующем магнитном поле динамическая поляризация превышала тепловую, а также достаточно сильное сверхтонкое взаимодействие, чтобы оно было основной причиной рекомбинации тёмных экситонов.

Оказывается, что все эти факторы удачно сочетаются в непрямозонных квантовых точках InAlAs/AlAs. Их зонная диаграмма схематически показана на вставке к рис. 2.4(a). Основное состояние дырки находится в  $\Gamma$  долине, а электрона — в одной из  $X$  долин (междолинными переходами можно пренебречь). В результате радиационное время жизни оказывается порядка микросекунды [116], дальнедействующее обменное взаимодействие фактически пропадает [103, 104], и короткодействующее обменное взаимодействие сильно ослабляется либо за счёт отличной структуры блоховских волновых функций в  $X$  долине [40, 41], либо за счёт неполного перекрытия волновых функций электрона и дырки в реальном пространстве.

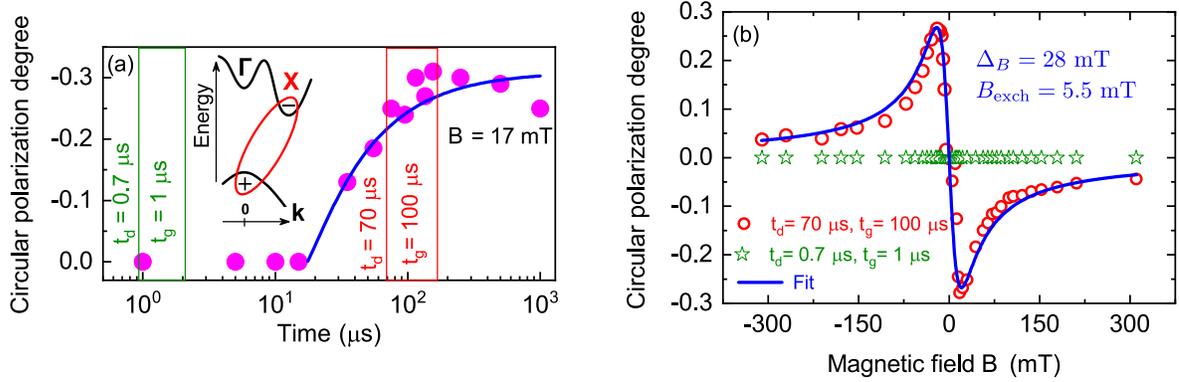


Рис. 2.4: (a) Динамика циркулярной поляризации фотолуминесценции квантовых точек InAlAs/AlAs в магнитном поле 17 мТл при температуре 2 К после нерезонансного и неполяризованного оптического возбуждения. Вертикальные линии показывают временные интервалы для измерения магнитополевых зависимостей на панели (b). Синяя сплошная кривая рассчитана из уравнений (2.11) с параметрами  $\Delta_B = 28$  мТл,  $B_{\text{exch}} = 6.6$  мТл и  $\tau_R = 2$  мкс. Вставка показывает зонную диаграмму квантовых точек. (b) Магнитополевые зависимости циркулярной поляризации фотолуминесценции, измеренные при задержках 0.7 мкс (зелёные звёздочки) и 70 мкс (красные кружки) во временных интервалах длительностью 1 и 100 мкс, соответственно, как показано на панели (a). Синяя кривая рассчитана по формуле (2.12) с параметрами, указанными на рисунке.

Рисунок 2.4(a) показывает динамику циркулярной поляризации фотолюминесценции экситонов, измеренную в магнитном поле 17 мТл, после импульсного нерезонансного и неполяризованного оптического возбуждения [A5]. На временах примерно до 10 мкс фотолюминесценция неполяризована, а потом поляризация возникает, достигает значения примерно  $-30\%$  и сохраняется на временах вплоть до миллисекунды, когда интенсивность фотолюминесценции настолько низкая, что измерить её поляризацию становится затруднительно. Панель (b) показывает зависимость степени поляризации от магнитного поля на субмикросекундных временах (зелёные звёздочки) и на временах порядка 100 мкс (красные кружки). На коротких временах поляризации нет ни в каком магнитном поле, а на длинных она ведёт себя именно так, как предсказывает теория на рис. 2.2. Соответствующая подгонка по простой формуле (2.12) (синяя кривая) очень хорошо описывает эксперимент с минимальным набором подгоночных параметров:  $\Delta_B$  и  $B_{\text{exch}}$ . Кроме того, кинетические уравнения (2.11) позволяют также описать и временную динамику поляризации (синяя кривая на панели (a)).

Важно отметить, что величина сверхтонкого взаимодействия  $\Delta_B = 28$  мТл хорошо согласуется с измерениями кривых Ханле и восстановления поляризации в аналогичных образцах [40, 117]. Также используя электронный  $g$ -фактор  $g = 2$  [118, 119] можно пересчитать обменное поле  $B_{\text{exch}} = 5.5$  мТл в величину расщепления светлых и тёмных экситонов  $\delta_0 = 0.6$  мкэВ.

Дополнительно были проведены измерения поляризованной фотолюминесценции при более высоких температурах и в более сильных магнитных полях [A5]. При этом было обнаружено, что поляризация практически постоянна при температурах от 2 до 7 К, а затем убывает из-за ускорения спиновой релаксации за счёт электрон-фононного взаимодействия. В высоких магнитных полях оказалось, что тепловая поляризация возникает при  $B > 1$  Т и имеет знак, противоположный динамической спиновой поляризации.

Всё это в целом позволяет уверенно утверждать, что эффект динамической

спиновой поляризации электронов реализован экспериментально. Однако измерения этого эффекта трудно провести для одиночной квантовой точки, поэтому изучался их неоднородный ансамбль. При этом параметры квантовых точек довольно чувствительно зависят от длины волны детектирования люминесценции [116, 117]. Более того, даже на данной длине волны из-за флуктуаций состава квантовых точек и их размеров параметры могут быть неоднородны. В особенности, это касается радиационного времени жизни экситонов, потому что оно определяется силой смешивания состояний  $X$  и  $\Gamma$  долин зоны проводимости. В результате в зависимости от выбранной длины волны, величины магнитного поля и задержки после импульса возбуждения магнитополевые зависимости динамической поляризации электронов могут существенно отличаться от предельного выражения (2.12) [A6].

Чтобы проиллюстрировать эти различия, мы будем считать по аналогии с выводом уравнений (2.9), что спиновая прецессия электрона в поле  $\mathbf{B}_{\text{tot}}$  — самый быстрый процесс. Тогда можно ввести числа квази-светлых и квази-тёмных экситонов [A6]

$$\mathcal{B}^{\pm} = \frac{1}{2}N^{\pm} \mp \mathbf{S}^{\pm} \mathbf{e}_{\Omega}^{\pm}, \quad (2.14a)$$

$$\mathcal{D}^{\pm} = \frac{1}{2}N^{\pm} \pm \mathbf{S}^{\pm} \mathbf{e}_{\Omega}^{\pm}, \quad (2.14b)$$

где  $\mathbf{e}_{\Omega}^{\pm} = \text{sign}(\Omega_z^{\pm}) \mathbf{\Omega}^{\pm} / |\mathbf{\Omega}^{\pm}|$  — единичный вектор вдоль  $\mathbf{\Omega}^{\pm}$  с положительной компонентой вдоль оси  $z$ . Таким образом, спин электрона параллелен своей оси прецессии в этих состояниях, а при  $\mathbf{\Omega}^{\pm}$ , направленном вдоль оси  $z$ , числа (2.14) переходят в числа светлых и тёмных экситонов.

Теперь из уравнений (2.4) можно получить довольно громоздкие кинетические

уравнения, учитывающие все неупругие процессы:

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathcal{B}^\pm}{dt} = & - \left( \frac{1 + \cos \alpha_\pm}{\tau_R} + \frac{1 - \cos \alpha_\pm}{\tau_{NR}} + \frac{1}{\tau_s^e} + \frac{1}{\tau_s^h} \right) \frac{\mathcal{B}^\pm}{2} + \frac{\mathcal{D}^\pm}{2\tau_s^e} + \frac{1 - \cos \beta}{4\tau_s^h} \mathcal{B}^\mp + \frac{1 + \cos \beta}{4\tau_s^h} \mathcal{D}^\mp \\
& - \left( \frac{1}{\tau_1} - \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)^2}{4\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} - \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)^2}{4\tau_2} \right) \frac{\mathcal{B}^\pm}{2} + \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{\sin^2 \alpha_\pm}{8} \mathcal{D}^\pm \\
& + \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)(1 + \cos \alpha_\mp)}{8\tau_1} \mathcal{B}^\mp + \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)(1 - \cos \alpha_\mp)}{8\tau_2} \mathcal{B}^\mp \\
& + \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)(1 - \cos \alpha_\mp)}{8\tau_1} \mathcal{D}^\mp + \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)(1 + \cos \alpha_\mp)}{8\tau_2} \mathcal{D}^\mp, \quad (2.15a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathcal{D}^\pm}{dt} = & - \left( \frac{1 - \cos \alpha_\pm}{\tau_R} + \frac{1 + \cos \alpha_\pm}{\tau_{NR}} + \frac{1}{\tau_s^e} + \frac{1}{\tau_s^h} \right) \frac{\mathcal{D}^\pm}{2} + \frac{\mathcal{B}^\pm}{2\tau_s^e} + \frac{1 + \cos \beta}{4\tau_s^h} \mathcal{B}^\mp + \frac{1 - \cos \beta}{4\tau_s^h} \mathcal{D}^\mp \\
& - \left( \frac{1}{\tau_1} - \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)^2}{4\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} - \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)^2}{4\tau_2} \right) \frac{\mathcal{D}^\pm}{2} + \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{\sin^2 \alpha_\pm}{8} \mathcal{B}^\pm \\
& + \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)(1 + \cos \alpha_\mp)}{8\tau_1} \mathcal{B}^\mp + \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)(1 - \cos \alpha_\mp)}{8\tau_2} \mathcal{B}^\mp \\
& + \frac{(1 - \cos \alpha_\pm)(1 - \cos \alpha_\mp)}{8\tau_1} \mathcal{D}^\mp + \frac{(1 + \cos \alpha_\pm)(1 + \cos \alpha_\mp)}{8\tau_2} \mathcal{D}^\mp, \quad (2.15b)
\end{aligned}$$

где  $\beta$  — угол между осями  $\mathbf{\Omega}^\pm$ , а  $\alpha_\pm$  — между  $\mathbf{\Omega}^\pm$  и осью  $z$ . Так как это углы между осями, а не направлениями, то они лежат в диапазоне от 0 до  $\pi/2$  и, в частности,  $\alpha_\pm$  не всегда совпадает с  $\theta_\pm$ . В пренебрежении временами  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $\tau_s^h$  эти уравнения эквивалентны (2.9).

Интенсивности  $\sigma^\pm$  поляризованных компонент фотолюминесценции могут быть вычислены из этих уравнений как

$$I_\pm \propto \frac{1 + \cos \alpha_\pm}{2\tau_R} \mathcal{B}^\pm + \frac{1 - \cos \alpha_\pm}{2\tau_R} \mathcal{D}^\pm. \quad (2.16)$$

Пример расчёта степени циркулярной поляризации фотолюминесценции для разных задержек после импульса накачки представлен на рис. 2.5.

В частности, на панели (а) видно, что поляризация на коротких временах может быть не только отрицательна, но и положительна. Это связано с тем, что когда спиновая релаксация дырки неэффективна, то полная интенсивность  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  света одинакова и определяется только заселённостью спиновых подуровней

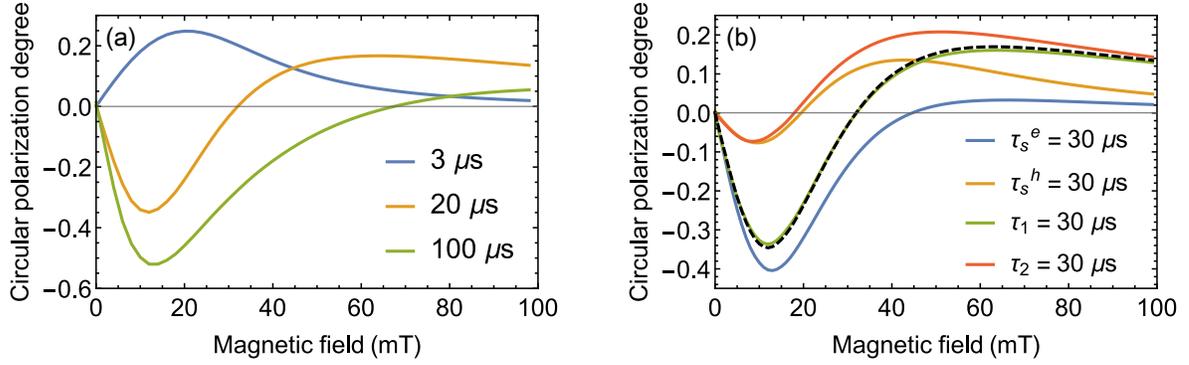


Рис. 2.5: (а) Магнитополевая зависимость циркулярной поляризации фотолуминесценции экситонов для разных времён задержки, указанных в легенде, с параметрами  $\Delta_B = B_{\text{ex}} = 10$  мТл,  $\tau_R = 1$  мкс,  $\tau_{NR} = 100$  мкс,  $\tau_s^e = \tau_s^h = \tau_1 = \tau_2 = 1$  мс. (б) Чёрная пунктирная кривая повторяет оранжевую кривую с панели (а), остальные кривые отличаются изменением одного из параметров спиновой релаксации, указанных в легенде.

тяжёлой дырки. В результате в положительном магнитном поле, как видно из рис. 2.1, на коротких временах преобладает  $\sigma^+$  поляризация, а на длинных —  $\sigma^-$ . Однако с ростом магнитного поля при  $B \gtrsim \Delta_B$  положительная часть сдвигается в область более длинных времён. В результате при фиксированной задержке можно наблюдать, как поляризация меняет знак в зависимости от величины поля.

Рис. 2.5(б) иллюстрирует роль различных неупругих процессов, темп одного из них сокращается для каждой кривой с 1 мс до 30 мкс. Во-первых, голубая кривая показывает, что ускорение спиновой релаксации электрона приводит к подавлению положительной поляризации в больших магнитных полях. Красная и оранжевая кривая показывают, что спиновая релаксация дырки и тёмного экситона влияют похожим друг на друга образом: подавляют отрицательную поляризацию в малых полях. Наконец, зелёная кривая показывает, что время спиновой релаксации светлого экситона фактически не играет роли из-за его быстрой радиационной рекомбинации.

Уравнения (2.15) позволяют также провести расчёт эффекта динамической спиновой поляризации электронов в наклонном магнитном поле. Рисунок 2.6 показывает, что малый угол наклона поля практически не влияет на отрицательную поляризацию люминесценции, а её положительная часть в больших магнитных по-

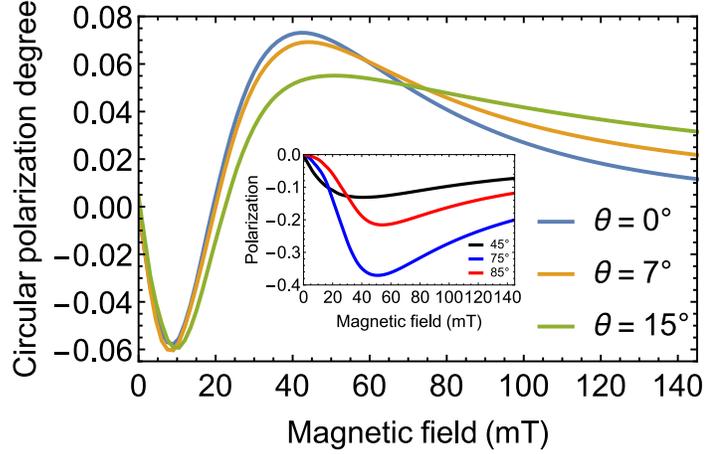


Рис. 2.6: Циркулярная поляризация фотолюминесценции, проинтегрированная в диапазоне задержек от 15 до 30 мкс для различных углов наклона внешнего магнитного поля относительно оси  $z$ , как указано в легендах основного графика и вставки, при параметрах  $B_{\text{exch}} = 7$  мТл,  $\Delta_B = 10$  мТл,  $\tau_s^e = 40$  мкс,  $\tau_2 = 20$  мкс и остальных параметрах таких же, как на рис. 2.5.

лях становится более пологой. Этот эффект наблюдался экспериментально [А6]. Вставка на рисунке показывает, что при больших углах наклона минимум поляризации сдвигается в сторону больших полей и становится более глубоким. Его положение качественно отслеживает равенство  $z$  компоненты магнитного поля и  $\Delta_B$ , что связано с подавлением радиационной рекомбинации квази-тёмных экситонов при  $B_z \gtrsim \Delta_B$ . Так как наклонное поле смешивает тёмные и светлые экситоны, то оно само может играть роль случайного ядерного поля в эффекте динамической спиновой поляризации электронов.

В заключение этого подраздела приведём нетривиальный пример сопоставления теории и эксперимента на рис. 2.7. Здесь, чтобы описать одновременно магнитополевые зависимости на коротких и длинных задержках необходимо учесть разброс параметров квантовых точек. Для этого в моделировании были сложены интенсивности фотолюминесценции двух подансамблей. Параметры одного из них были выбраны  $\tau_R = 0.27$  мкс,  $\tau_s^e = 20$  мкс,  $\tau_{NR} = 150$  мкс,  $\tau_2 = 10^3$  мкс,  $\tau_s^h = \tau_1 = \tau_{NR} = \infty$ ,  $\Delta_B = 4.7$  мТл и  $B_{\text{ex}} = 5$  мТл, а для второго подансамбля  $\tau_R = 24$  мкс и  $\tau_s^e = \infty$  при прочих тех же параметрах. При этом мы выбрали

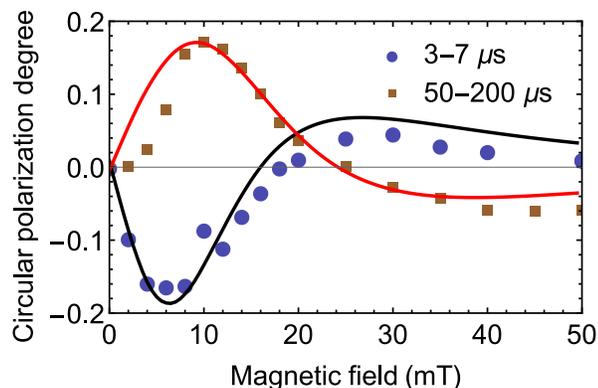


Рис. 2.7: Подгонка экспериментальных зависимостей степени циркулярной поляризации люминесценции квантовых точек, измеренной в диапазонах задержек, указанных в легенде, с подгонками в модели двух подансамблей [A6] с параметрами, указанными в тексте.

величину вклада первого подансамбля в 1.7 раза больше, чем второго. Видно, что сильный разброс радиационного времени жизни позволяет хорошо описать даже такие сложные магнитополевые зависимости.

### 2.2.3 Нерезонансное возбуждение трионов

Эффект динамической спиновой поляризации электронов в экситонах в нейтральных квантовых точках может быть обобщён и на случай квантовых точек, заряженных электронами. Для них оптическое возбуждение приводит к рождению локализованных трионов [A5]. Однако в типичных условиях возбуждения синглетного триона два электрона в нём имеют противоположный спин, так что обменное взаимодействие с дыркой обнуляется и динамическая поляризация не возникает. Поэтому необходимо возбуждение триплетных трионов. Такие состояния могут заселяться либо в ходе энергетической релаксации после нерезонансного возбуждения, либо в многодолинных полупроводниках, где два электрона могут находиться в разных долинах.

Мы рассмотрим шесть триплетных трионных состояний в квантовой точке, как показано на рис. 2.8, аналогичном рис. 2.1(b) для экситонов. Трион характеризуется спином тяжёлой дырки  $J_z = \pm 3/2$  и спинами двух электронов  $S_z = \pm 1/2$ ,

которые находятся в триплетном состоянии. Чёрные стрелки показывают оптическое нерезонансное возбуждение системы, для которого мы считаем, что спины фоторождённых электрона и дырки быстро теряются в ходе энергетической релаксации.

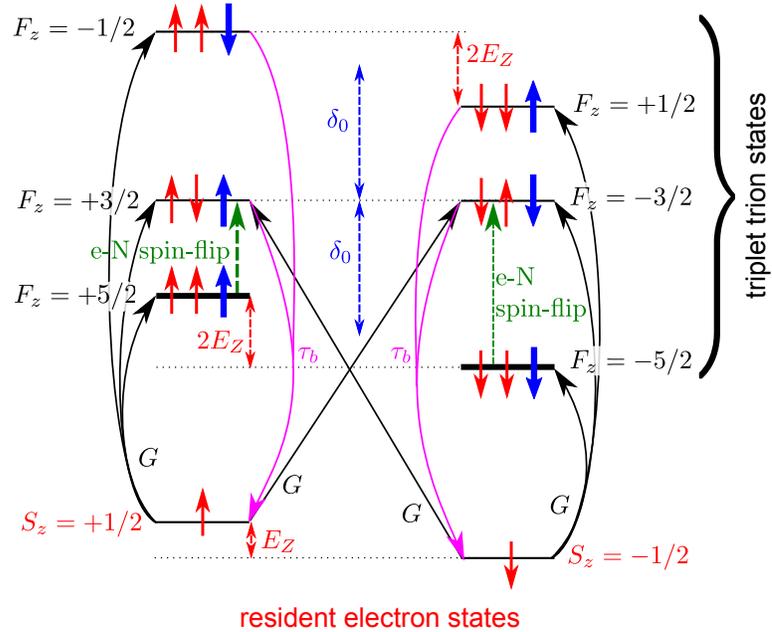


Рис. 2.8: Механизм динамической спиновой поляризации электронов в заряженных квантовых точках (для  $g_h = 0$ ). Красные и синие стрелки обозначают спины электронов и дырки, соответственно, чёрные линии — возбуждение квантовых точек, розовые — радиационная рекомбинация трионов, зелёные стрелки — взаимные перевороты спинов электронов и ядер. Различные толщины стрелок иллюстрируют разные интенсивности процессов.

Для радиационной рекомбинации (розовые стрелки) мы считаем, что тяжёлая дырка может прорекомбинировать с любым из электронов и унести из системы угловой момент  $\pm 1$ . Поэтому состояния триона с полным угловым моментом  $F_z = \pm 5/2$  являются тёмными и именно они наиболее заселяются в стационарных условиях. Их радиационная рекомбинация возможна за счёт смешивания с состояниями с  $F_z = \pm 3/2$  в силу взаимных переворотов спина электрона и одного из ядер.

В продольном магнитном поле разницы энергий в этих парах состояний отли-

чаются на  $2E_Z$  также как для экситонов. Поэтому, например, при  $B > 0$  (и  $g_e > 0$ ) трионы с  $F_z = +5/2$  рекомбинируют быстрее, что приводит к более активному заселению спинового подуровня  $S_z = +1/2$  основного состояния электрона.

Таким образом, оптическое возбуждение заряженных квантовых точек позволяет добиться динамической спиновой поляризации резидентных электронов за счёт сверхтонкого взаимодействия с ядерными спиновыми флуктуациями. Это указывает на потенциальную возможность поляризации электронов и при электрической накачке носителей заряда. Подробной теории этого эффекта посвящён следующий раздел этой главы.

## 2.3 Циркулярная поляризация электролюминесценции

### 2.3.1 Введение

Эффект динамической спиновой поляризации электронов можно ожидать не только при оптической, но и при электрической накачке квантовых точек. Так как его проявлением является циркулярная поляризация люминесценции, то получившееся устройство можно классифицировать как спин-диод [99].

Вообще разработка компактных источников циркулярно поляризованного света привлекает к себе значительное внимание [120–123]. Наиболее компактные устройства основаны на инжекции поляризованных по спину носителей заряда в квантовые ямы или квантовые точки из ферромагнитных контактов [124, 125] или из закрученных органических молекул [126, 127]. В этом разделе мы теоретически покажем возможность реализации спинового фотодиода (spin-LED) на основе эффекта динамической спиновой поляризации электронов, то есть с электрической инжекцией неполяризованных по спину носителей заряда [A7].

### 2.3.2 Спин-диод на эффекте динамической спиновой поляризации электронов

Рассмотрим фотодиод на основе квантовых точек, как схематично изображено на рис. 2.9(а). Электроны и дырки инжектируются в квантовые точки из областей  $n$ - и  $p$ -типа, расположенных с двух противоположных сторон, с темпами  $\gamma_e$  и  $\gamma_h$ , соответственно. Мы ограничимся рассмотрением только основного размерно квантованного состояния для электронов и дырок. Кроме того, мы будем пренебрегать двукратно заряженными состояниями квантовой точки (два электрона без дырки или две дырки без электрона), считая их сильно энергетически невыгодными из-за кулоновского отталкивания носителей заряда.

Кроме этих неупругих процессов, мы учтём ещё лишь один — радиационную рекомбинацию светлых экситонов с темпом  $\gamma_0 = 1/\tau_R$ . Так как состояния и электрона, и дырки двукратно вырождены по спину, то всего система может находиться в одном из 13 состояний (4 трионных, 4 экситонных, 4 однократно заряженных и 1 пустое). Чтобы ещё немного упростить задачу, мы будем считать, что

$$\gamma_0 \gg \gamma_e \gg \gamma_h, \quad (2.17)$$

то есть, что радиационная рекомбинация самая быстрая, а электроны инжектируются быстрее, чем дырки (например, из-за меньшей эффективной массы).

Возможные в такой модели переходы между состояниями квантовой точки показаны на рис. 2.9(б). Их обсуждение удобно начать с пустого состояния квантовой точки ( $\emptyset$ ). В силу предположения (2.17) в таком состоянии сначала произойдёт захват электрона (синие пунктирные стрелки) со случайным спином вверх или вниз. Затем, так как кулоновское отталкивание блокирует захват второго электрона, произойдёт захват дырки (красные точечные стрелки), и в квантовой точке сформируется экситон. Если экситон получится светлый, то он быстро радиационно прорекомбинирует (жёлтые волнистые стрелки). А если тёмный, то он будет жить, пока не захватится ещё один электрон. Так как одно из спиновых состояний запрещено принципом Паули, то этот захват будет происходить с темпом  $\gamma_e/2$ .

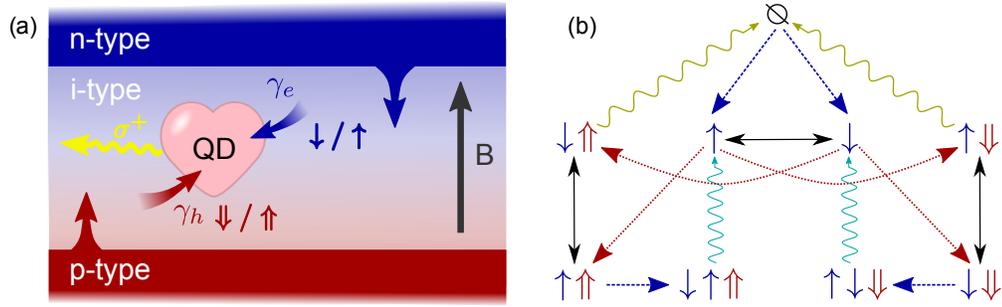


Рис. 2.9: (а) Электрическая инжекция электронов (синий цвет) и дырок (красный) в квантовую точку (сердце устройства), приводящая к циркулярной поляризации люминесценции (жёлтая волнистая стрелка) за счёт эффекта динамической спиновой поляризации электронов в магнитном поле (чёрная прямая стрелка). (б) Схема возможных переходов между состояниями квантовой точки, описываемая в основном тексте.

После этого сформируется синглетный отрицательно заряженный трион, который быстро радиационно прорекомбинирует (голубые волнистые стрелки) и оставит за собой резидентный электрон.

В дополнение к неупругим процессам когерентная эволюция системы описывается той же моделью, что в предыдущем разделе, а именно: прецессией спина (в данной квантовой точке) в эффективном магнитном поле  $\mathbf{B}_{\text{tot}}$  (чёрные двойные стрелки на рис. 2.9(b)). Единственная разница в том, что для резидентного электрона нет обменного поля дырки  $\mathbf{B}_{\text{exch}}$ . Так же как в предыдущем разделе, будем считать спиновую прецессию более быстрой, чем радиационная рекомбинация (и все прочие процессы), так что динамику системы можно описывать кинетическими уравнениями в базисе собственных состояний дырки  $J_z = \pm 3/2$  и собственных состояний спина электрона по и против поля  $\mathbf{B}_{\text{tot}}$ .

Так как захват дырки — самый медленный процесс в системе, то большую часть времени она находится в состоянии с одним резидентным электроном. Заселённости собственных состояний электрона мы обозначим  $p_{\uparrow}$  и  $p_{\downarrow}$ , их сумма примерно равна единице. Так как оси квантования спина резидентного электрона ( $\mathbf{B} + \mathbf{B}_N$ ) и электрона в экситоне ( $\mathbf{B} + \mathbf{B}_N + \mathbf{B}_{\text{exch}}$ ) вообще говоря не параллельны, то захват дырки приводит к перевороту спина электрона в терминах собственных состояний с вероятностью  $(1 - \cos \beta_{\pm})/2$ , где  $\beta_{\pm}$  — угол между полями  $\mathbf{B}_{\text{tot}}$  с дыркой

$J_z = \pm 3/2$  и без неё.

Если после захвата дырки формируется квази-светлый экситон, то он рекомбинирует радиационно, после чего квантовая точка захватывает электрон со случайным спином. Если же формируется квази-тёмный экситон с дыркой  $J_z = \pm 3/2$ , то темп его радиационной рекомбинации в соответствии с (2.11) равен

$$\gamma_{\pm} = \gamma_0 \frac{1 - \cos \theta_{\pm}}{2}. \quad (2.18)$$

Если угол  $\theta_{\pm}$  мал, то этот темп может оказываться сопоставим со скоростью захвата второго электрона  $\gamma_e/2$ . Конкуренция этих двух процессов приводит к формированию триона с вероятностью  $\gamma_e/(\gamma_e + 2\gamma_{\pm})$ . Поэтому скорость излучения  $\sigma^{\pm}$  поляризованного света трионами равняется

$$I_{\pm}^{\text{tr}} = \frac{\gamma_h \gamma_e / 4}{\gamma_e / 2 + \gamma_{\pm}} \left( p_{\uparrow/\downarrow} \frac{1 + \cos \beta_{\pm}}{2} + p_{\downarrow/\uparrow} \frac{1 - \cos \beta_{\pm}}{2} \right). \quad (2.19)$$

После рекомбинации триона спин оставшегося электрона в силу правил отбора параллелен спину дырки, которая прорекомбинировала. Это состояние не собственное, так что можно сказать, что рекомбинация триона после формирования квази-тёмного экситона приводит к перевороту спина резидентного электрона с вероятностью  $(1 - \cos \alpha)/2$ , где  $\alpha$  — угол между полем  $\mathbf{B} + \mathbf{B}_N$  и осью  $z$ . Таким образом, динамика заселённостей собственных спиновых состояний электрона подчиняется уравнениям

$$\frac{dp_{\uparrow/\downarrow}}{dt} = \pm \frac{1}{2} [\gamma_h (p_{\downarrow} - p_{\uparrow}) + \cos \alpha (I_{+}^{\text{tr}} - I_{-}^{\text{tr}})]. \quad (2.20)$$

Детальный анализ этих уравнений приведён в приложении к статье [A7]. Здесь мы ограничимся рассмотрением предела  $B_{\text{exch}} \gg \Delta_B$ . Важной особенностью этого режима является то, что учёт дальнедействующего обменного взаимодействия может повлиять лишь на область магнитных полей намного меньших чем  $B_{\text{exch}}$  из-за его малости по сравнению с короткодействующим обменным взаимодействием, так что общий ход кривых в более широком диапазоне магнитных полей нечувствителен к дальнедействующему обменному взаимодействию.

В этом режиме при решении уравнений (2.20) можно считать, что поле  $\mathbf{B} + \mathbf{B}_N$  параллельно оси  $z$ , так что  $\alpha = 0$  и  $\beta_{\pm} = \theta_{\pm}$ . Кроме того, в силу предположения  $\gamma_0 \gg \gamma_e$  формирование трионов происходит только тогда, когда смешивание светлых и тёмных экситонов мало ( $\theta_{\pm} \ll 1$ ), поэтому можно положить  $\cos \beta_{\pm} = 1$ . Получающаяся схема переходов между состояниями квантовой точки показана на рис. 2.10.

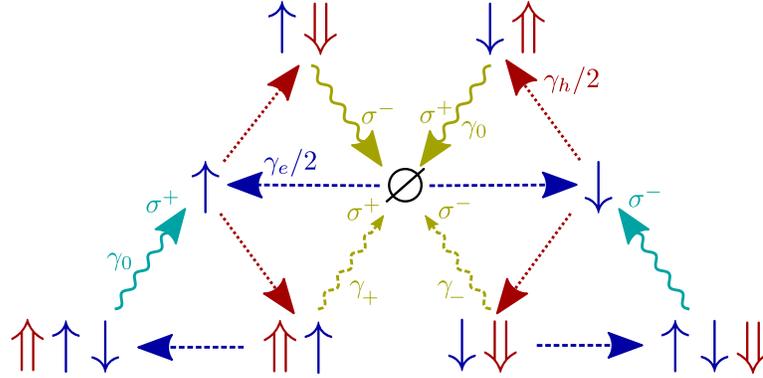


Рис. 2.10: Переходы между состояниями квантовой точки при электрической инжекции носителей заряда, полученные из рис. 2.9(b) в пределе  $B_{\text{exch}} \gg \Delta_B$ .

Из неё видно, что темпы испускания  $\sigma^{\pm}$  фотонов трионами (2.19) сводятся к

$$I_{\pm}^{\text{tr}} = \frac{p_{\uparrow/\downarrow} \gamma_e \gamma_h / 4}{\gamma_e / 2 + \gamma_{\pm}}, \quad (2.21)$$

а заселённости спиновых состояний электрона вместо уравнений (2.20) удовлетворяют более простым уравнениям

$$\frac{dp_{\uparrow/\downarrow}}{dt} = \pm \frac{1}{2} [\gamma_h (p_{\downarrow} - p_{\uparrow}) + I_{+}^{\text{tr}} - I_{-}^{\text{tr}}]. \quad (2.22)$$

Также из рис. 2.10 видно, что темпы испускания  $\sigma^{\pm}$  фотонов экситонами равны  $I_{\pm}^{\text{ex}} = \gamma_h / 2 - I_{\pm}^{\text{tr}}$  (полная стационарная электролюминесценция неполяризована).

Темп радиационной рекомбинации тёмных экситонов (2.18) тоже упрощается и принимает вид

$$\gamma_{\pm} = \gamma_0 \frac{B_{N,x}^2 + B_{N,y}^2}{4(B \pm B_{\text{exch}})^2}. \quad (2.23)$$

Он, очевидно, может быть получен в этом случае просто по теории возмущений во втором порядке по  $B_N$ .

Решение уравнений (2.22) с (2.21) и (2.23) позволяет найти стационарные заселённости спиновых состояний  $p_{\uparrow}$  и  $p_{\downarrow}$  и вычислить среднюю поляризацию электрона  $P_e = \langle p_{\uparrow} - p_{\downarrow} \rangle$  усреднением по распределению ядерных полей (2.5). Точно так же можно вычислить и поляризацию электролюминесценции экситонов и трионов

$$P_{\text{ex/tr}} = \frac{\langle I_+^{\text{ex/tr}} \rangle - \langle I_-^{\text{ex/tr}} \rangle}{\langle I_+^{\text{ex/tr}} \rangle + \langle I_-^{\text{ex/tr}} \rangle}. \quad (2.24)$$

Все эти поляризации определяются лишь двумя безразмерными параметрами:  $B/B_{\text{exch}}$  и  $\mathcal{R} = \gamma_e B_{\text{exch}}^2 / (\gamma_0 \Delta_B^2)$  (ср. (2.10)).

Оказывается, что усреднение можно выполнить аналитически в общем случае и получить

$$\langle I_{\pm}^{\text{tr}} \rangle = \frac{(1 \pm b)^2 \mathcal{R} \gamma_h}{4} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \left( \frac{1 \pm 4b + b^2}{\sqrt{1 + 34b^2 + b^4}} - \sigma \right) \exp(a_{\sigma}) \text{Ei}(-a_{\sigma}), \quad (2.25)$$

где  $b = B/B_{\text{exch}}$  и

$$a_{\sigma} = \frac{\mathcal{R}}{2} \left( 3 + 3b^2 - \sigma \sqrt{1 + 34b^2 + b^4} \right). \quad (2.26)$$

Эти выражения позволяют выразить также интенсивности экситонной люминесценции и поляризации электрона по соотношениям, приведённым выше.

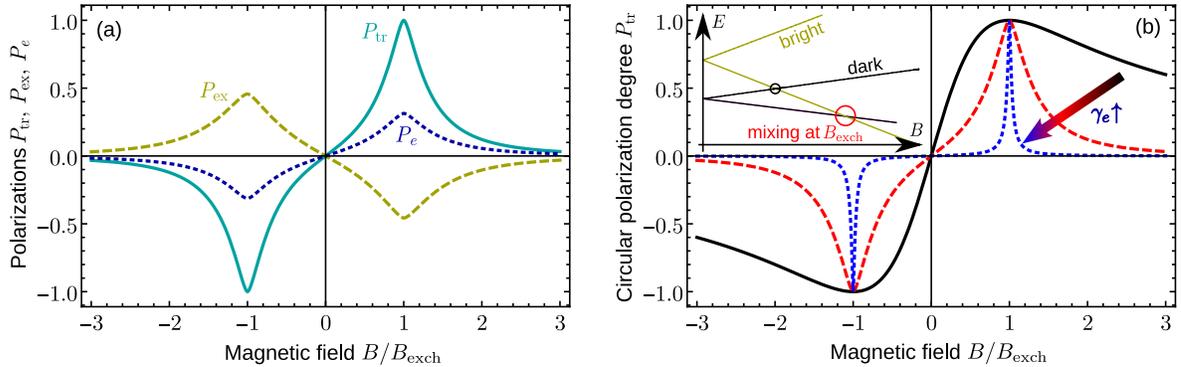


Рис. 2.11: (а) Поляризация трионной электролюминесценции (сплошная голубая кривая), экситонной электролюминесценции (жёлтая пунктирная) и спина электрона (синие точки). Расчёт выполнен на основании уравнений (2.25) при  $\mathcal{R} = 2.5$ . (б) Изменение поляризации трионной электролюминесценции с ростом темпа инжекции электронов:  $\mathcal{R} \rightarrow 0$  (чёрная сплошная кривая),  $\mathcal{R} = 2.5$  (красная пунктирная) и  $\mathcal{R} = 250$  (синяя точечная). Вставка показывает тонкую структуру экситонов в магнитном поле.

Магнитополевые зависимости спиновой поляризации электрона и циркулярных поляризаций электролюминесценции на двух частотах (экситона и триона) показаны на рис. 2.11(a). Видно, что они очень похожи на рис. 2.3 из предыдущего раздела. В частности, поляризация максимальна при  $B = \pm B_{\text{exch}}$ , когда смешивание тёмных и светлых экситонов наиболее эффективно, см. вставку на рис. 2.11(b). Спиновая поляризация электрона в этой модели не превосходит  $1/3$ , а поляризация электролюминесценции экситона не больше  $1/2$ . Зато излучение на энергии триона может быть поляризовано вплоть до 100%. Так как оно легко отделимо от излучения на экситонной энергии, то его мы и будем обсуждать более подробно ниже.

В частности, в пределе  $\mathcal{R} \rightarrow 0$  уравнения (2.25) дают

$$P_{\text{tr}} = \frac{2BB_{\text{exch}}}{B_{\text{exch}}^2 + B^2}, \quad (2.27)$$

в полной аналогии с (2.12) для динамической спиновой поляризации при оптическом возбуждении.

В противоположном пределе  $\mathcal{R} \rightarrow \infty$  находим

$$P_{\text{tr}} = \sum_{\sigma=\pm} \sigma \left[ \frac{18}{6 + \delta_{\sigma}^2 e^{\delta_{\sigma}^2/3} \text{Ei}(-\delta_{\sigma}^2/3)} - 2 \right], \quad (2.28)$$

где  $\delta_{\sigma} = 2(B + \sigma B_{\text{exch}})\sqrt{\mathcal{R}}$ . Это выражение может быть численно описано простой приближённой формулой

$$P_{\text{tr}} \approx \sum_{\sigma=\pm} \frac{\sigma}{1 + |\delta_{\sigma}|^{3/2}} \quad (2.29)$$

с точностью 2%.

Модификация магнитополевой зависимости поляризации трионной электролюминесценции с ростом параметра  $\mathcal{R}$  (темпом инжекции электронов) показана на рис. 2.11(b). В частном случае  $\mathcal{R} \gg 1$  этот эффект сводится к магнитной циркулярной поляризации люминесценции [114], который происходит резонансно в узкой окрестности поля  $B = B_{\text{exch}}$ . В следующем подразделе мы опишем источник одиночных фотонов, работающий именно в этом режиме.

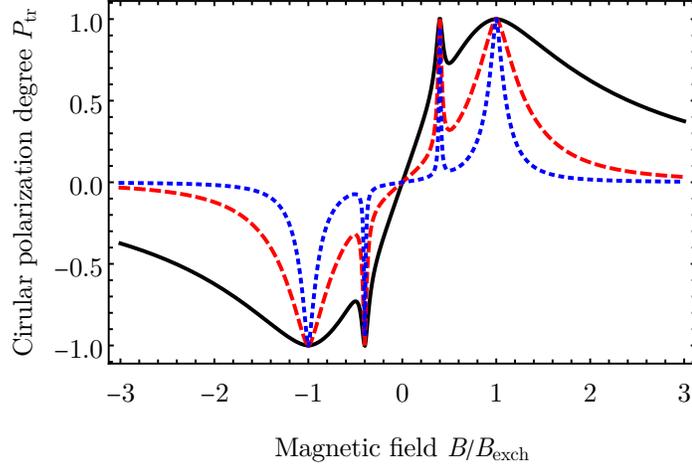


Рис. 2.12: Влияние сверхтонкого взаимодействия дырки на динамическую поляризацию электролюминесценции, учтённого с помощью уравнения (2.30) с  $\alpha = 0.1$  и  $\beta = 0.4$  при  $\mathcal{R} = 0.25$  (чёрная сплошная кривая), 2.5 (красный пунктир) и 25 (синяя точечная кривая).

В заключение этого подраздела обратим внимание на то, что, как видно из вставки на рис. 2.11(b), пересечение уровней экситона происходит не только в поле  $B = B_{\text{exch}}$ , но и в поле, которое отличается множителем  $\beta = g_e/g_h^{\parallel}$  (отмечено чёрным кружком), где  $g_h^{\parallel}$  — продольный дырочный  $g$ -фактор. Однако соответствующие экситонные состояния отличаются направлением спина дырки, а не электрона. Это означает, что эффект от этого пересечения возникает лишь в меру переворотов спина дырки, которыми до сих пор пренебрегалось. Однако их легко учесть заменой темпов  $\gamma_{\pm}$  в (2.23) на

$$\gamma_{\pm} = \frac{1}{4}\gamma_0 (B_{N,x}^2 + B_{N,y}^2) \left[ \frac{1}{(B \pm B_{\text{exch}})^2} + \frac{\alpha^2}{(B \pm \beta B_{\text{exch}})^2} \right], \quad (2.30)$$

где  $\alpha$  — отношение поперечных констант сверхтонкого взаимодействия тяжёлой дырки и электрона. Получающиеся при этом магнитополевые зависимости степени циркулярной поляризации трионной электролюминесценции показаны на рис. 2.12 для различных значений параметра  $\mathcal{R}$ . Видно, что на них возникают дополнительные узкие пики, в которых степень поляризации также достигает 100%. Экспериментально дополнительные пики сложно ожидать увидеть из-за слабого поперечного сверхтонкого взаимодействия дырок и разброса параметров в ансамбле

квантовых точек, приводящего к смазыванию узких особенностей.

### 2.3.3 Источник одиночных циркулярно поляризованных фотонов

#### Стационарная корреляционная функция

Хотя простейшей реализацией предложенного спин-диода является обычная вертикальная гетероструктура, изображённая на рис. 2.9(а), современные технологии позволяют создать структуру с квантовой точкой в нульмерном микрорезонаторе, как показано на рис. 2.13(а). Спиновая динамика электронов и дырок в ней точно такая же, как описывалось в предыдущем подразделе, поэтому поляризация трионной электролюминесценции может также достигать 100%. Роль микрорезонатора сводится к увеличению эффективности детектирования фотонов и дополнительной фильтрации излучения частоте определённого (трионного или экситонного) резонанса.

Мы опишем статистику испускания одиночных полностью циркулярно поляризованных фотонов в режиме резонансного пересечения экситонных уровней:  $\mathcal{R} \gg 1$  и  $B = B_{\text{exch}}$ . Из (2.23) видно, что в этом случае

$$\gamma_+ \ll \gamma_e \ll \gamma_- . \quad (2.31)$$

В силу этого уравнение (2.21) переходит в

$$I_+^{\text{tr}} = \frac{\gamma_h}{2} p_{\uparrow}, \quad I_-^{\text{tr}} = 0, \quad (2.32)$$

откуда явно видно, что трионная электролюминесценция полностью  $\sigma^+$  поляризована. Также кинетические уравнения (2.22) упрощаются до

$$\frac{dp_{\uparrow/\downarrow}}{dt} = \pm \gamma_h \left( \frac{1}{2} p_{\downarrow} - \frac{1}{4} p_{\uparrow} \right). \quad (2.33)$$

Чтобы интерпретировать эти формулы, на рис. 2.13(б) приведена упрощённая схема переходов между состояниями квантовой точки для этого режима. Из неё видно, что три из четырёх экситонных состояний рекомбинируют радиационно, а

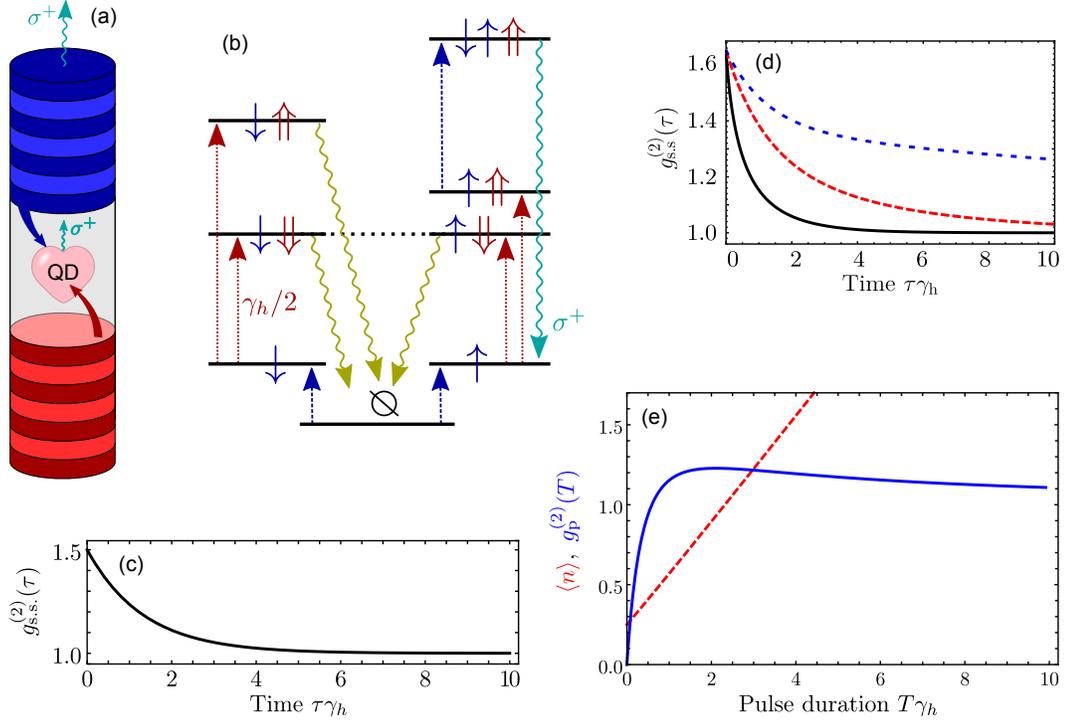


Рис. 2.13: (а) Нульмерный микрорезонатор с одиночной квантовой точкой, в которую электрически инжектируются электроны и дырки. (б) Упрощённая схема переходов между состояниями квантовой точки с рис. 2.10 для случая  $B = B_{\text{exch}}$  и  $\mathcal{R} \gg 1$ . (с) Стационарная корреляционная функция фотонов второго порядка в этом режиме, рассчитанная по формуле (2.35). (d) То же, что на панели (с), но при  $\mathcal{R} = 1/8$  и  $B = B_{\text{exch}}/2$  с учётом спиновой динамики ядер (формулы (2.38) и (2.39)), описываемой временем спиновой релаксации  $\tau_s^n = 1/\gamma_h$  (чёрная сплошная кривая),  $10/\gamma_h$  (красный пунктир) и  $100/\gamma_h$  (синяя точечная кривая). (е) Среднее число испущенных фотонов (красный пунктир) и импульсная корреляционная функция фотонов (сплошная синяя кривая), рассчитанные по формулам (2.43) и (2.44), соответственно.

одно тёмное переходит в синглетный трион, который затем испускает  $\sigma^+$  фотон. После этого в квантовой точке остаётся электрон со спином вверх, а из такого состояния вероятность попасть в трион составляет  $1/2$  в согласии с (2.32). После рекомбинации экситона в квантовую точку приходит неполяризованный по спину электрон, для которого вероятность превратиться в трион составляет уже  $1/4$  в согласии с (2.33).

Теперь можно вычислить фотонную корреляционную функцию второго порядка в стационарных условиях  $g_{s.s.}^{(2)}(\tau)$ . Для этого решим уравнения (2.33) с начальными условиями  $p_{\uparrow}(0) = 1$  и  $p_{\downarrow}(0) = 0$ , соответствующими испусканию первого фотона. Решение имеет вид

$$p_{\uparrow}(t) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}e^{-3t\gamma_h/4}. \quad (2.34)$$

Далее, используя (2.32), найдём

$$g_{s.s.}^{(2)}(\tau) = \frac{p_{\uparrow}(\tau)}{p_{\uparrow}(\infty)} = 1 + \frac{1}{2}e^{-3|\tau|\gamma_h/4}. \quad (2.35)$$

Это выражение построено на рис. 2.13(с), из которого видно, что фотоны испытывают эффект группировки (bunching):  $g_{s.s.}^{(2)}(0) > 1$ . Его причина заключается в более высокой вероятности найти электрон со спином вверх вскоре после рекомбинации триона, чем в среднем, как обсуждалось выше.

Этот эффект проявляется только на временах  $\sim 1/\gamma_h$ , так как уравнения (2.33), которые использовались при его выводе, верны только для времени  $t \gg 1/\gamma_e$ . На более коротких временах фотоны разгруппированы, как обычно при люминесценции квантовых точек.

### Роль ядерной спиновой динамики

Интересно, что ядерная спиновая динамика, происходящая типично на временах в сотни микросекунд [6], может проявляться в фотонной корреляционной функции, если темп  $\gamma_h$  достаточно мал. Это связано с тем, что именно ядерные спиновые флуктуации определяют темпы  $\gamma_{\pm}$  (2.23).

Этот эффект может быть описан феноменологически в духе уравнения Фоккера–Планка, если ввести функции распределения поля Оверхаузера  $f_{\uparrow/\downarrow}(t, \mathbf{B}_N)$  для состояний электрона со спином вверх и вниз, которые удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial f_{\uparrow/\downarrow}}{\partial t} = \pm \frac{1}{2} [\gamma_h(f_{\downarrow} - f_{\uparrow}) + I_+^{\text{tr}} - I_-^{\text{tr}}] + \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{B}_N}{\tau_s^n} f_{\uparrow/\downarrow} \right) + D \Delta f_{\uparrow/\downarrow}. \quad (2.36)$$

Здесь  $\nabla = \partial/(\partial \mathbf{B}_N)$ ,  $\Delta = \nabla^2$ ,  $\tau_s^n$  — феноменологическое время спиновой релаксации ядер (порядка  $T_{2,N}$ ), а  $D = \Delta_B^2/(2\tau_s^n)$  — коэффициент ядерной спиновой диффузии в пространстве плотности вероятности. Интенсивности люминесценции трионов здесь должны быть вычислены по формуле (2.21), но с заменой  $p_{\uparrow/\downarrow}$  на  $f_{\uparrow/\downarrow}$ . Темпы же  $\gamma_{\pm}$  вычисляются по формуле (2.23) в каждой отдельной точке пространства вероятностей.

Средние интенсивности трионной электролюминесценции в стационарном случае даются выражениями

$$\langle I^{\text{tr}} \rangle = \sum_s \int I_s^{\text{tr}} f_s^{(0)}(\mathbf{B}_N) d\mathbf{B}_N, \quad (2.37)$$

где  $s = \pm$  соответствует обозначениям для спина электрона  $\uparrow / \downarrow$ , а  $f_s^{(0)}(\mathbf{B}_N)$  — стационарное решение уравнений (2.36). Фотонная корреляционная функция (при  $\tau > 0$ ) может быть найдена как

$$g_{s,s'}^{(2)}(\tau) = \sum_{s,s'} \iint f_s^{(0)}(\mathbf{B}_N) I_s^{\text{tr}}(\mathbf{B}_N) I_{s'}^{\text{tr}}(\mathbf{B}'_N) G_{s,s'}(\tau, \mathbf{B}_N, \mathbf{B}'_N) d\mathbf{B}_N d\mathbf{B}'_N, \quad (2.38)$$

где  $G_{s,s'}(\tau, \mathbf{B}_N, \mathbf{B}'_N)$  — функция Грина уравнения (2.36).

Будем считать для простоты, что  $\gamma_h \tau_s^n \gg 1$ , так что  $f_s^{(0)}(\mathbf{B}_N) = p_s^{(0)} \mathcal{F}_B(\mathbf{B}_N)$  с вероятностями  $p_{\uparrow/\downarrow}^{(0)}$ , следующими из стационарного решения уравнений (2.22). Также функция Грина на временах  $\tau \sim 1/\gamma_h$  даётся решением уравнений (2.22), а при  $\tau \sim \tau_s^n$  это функция Грина уравнения диффузии:

$$G_{s,s'}(\tau, \mathbf{B}_N, \mathbf{B}'_N) = \frac{p_{s'}^{(0)}}{[\sqrt{\pi} \Delta(\tau)]^3} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{B}'_N - \mathbf{B}_N e^{-\tau/\tau_s^n})^2}{\Delta^2(\tau)} \right] \quad (2.39)$$

$$с \Delta(\tau) = \Delta_B \sqrt{1 - \exp(-2\tau/\tau_s^n)}.$$

Эти выражения позволяют аналитически рассчитать стационарную корреляционную функцию фотонов. В режиме  $\mathcal{R} \gg 1$  она не чувствительна к спиновой динамике ядер из-за выполнения условий (2.31). Поэтому на рис. 2.13(d) построена корреляционная функция при  $\mathcal{R} = 1/8$  и  $B = B_{\text{exch}}/2$  для разных времён спиновой релаксации ядер. Видно, что медленная спиновая релаксация ядер затягивает группировку фотонов на длинных временах. Таким образом, благодаря эффекту динамической спиновой поляризации появляется уникальная возможность изучать равновесную ядерную спиновую динамику по корреляционной функции фотонов.

### Антигруппировка фотонов в импульсном режиме

Эффект антигруппировки (antibunching), необходимый для генерации одиночных фотонов, может быть реализован в условиях импульсной накачки на сравнительно длинных временах. Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим режим, когда дырки инжектируются постоянно с малым темпом  $\gamma_h$ , а инжекция электронов с быстрым темпом  $\gamma_e$  включается только на время  $T \gg 1/\gamma_e$ . В таких условиях по крайней мере один электрон точно инжектируется в квантовую точку.

Статистика фотонов описывается вероятностями  $P_n(t)$  излучения трионами  $n$  фотонов за время  $t$ . Импульсная корреляционная функция второго порядка определяется как

$$g_p^{(2)}(T) = \frac{\langle n(n-1) \rangle}{\langle n \rangle^2}, \quad (2.40)$$

где угловые скобки означают усреднение с вероятностями  $P_n(t)$  в пределе  $t \rightarrow \infty$ .

Чтобы вычислить её, разобьём вероятности на две

$$P_n(t) = P_n^\uparrow(t) + P_n^\downarrow(t), \quad (2.41)$$

где верхний индекс отражает направление спина электрона в момент  $t$ . Из уравнений (2.32) и (2.33) следует, что

$$\frac{dP_n^\uparrow}{dt} = \frac{\gamma_h}{2} P_{n-1}^\uparrow + \frac{\gamma_h}{2} P_n^\downarrow - \frac{3}{4} \gamma_h P_n^\uparrow, \quad (2.42a)$$

$$\frac{dP_n^\downarrow}{dt} = \frac{\gamma_h}{4} P_n^\uparrow - \frac{\gamma_h}{2} P_n^\downarrow \quad (2.42b)$$

при  $0 < t < T$ . Начальные условия для этих уравнений соответствуют инжекции первого электрона в квантовую точку с неполяризованной по спину дыркой и последующей её рекомбинацией:  $P_n^\uparrow(0) = \frac{1}{4}\delta_{n,1} + \frac{3}{8}\delta_{n,0}$ ,  $P_n^\downarrow(0) = \frac{3}{8}\delta_{n,0}$ .

Из решения уравнений (2.42) легко найти общее количество фотонов, испущенных трионами [A7]

$$\langle n \rangle = \frac{T\gamma_h}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{36}e^{-3T\gamma_h/4}. \quad (2.43)$$

Его зависимость от длительности импульса показана красным пунктиром на рис. 2.13(е) и почти линейна. Аналогично можно вычислить среднее значение  $\langle n(n-1) \rangle$  и найти по формуле (2.40) фотонную корреляционную функцию второго порядка [A7]:

$$g_p^{(2)}(T) = 12 \frac{4[3(T\gamma_h)^2 + 8T\gamma_h - 2] + (T\gamma_h + 8)e^{-3T\gamma_h/4}}{(12T\gamma_h + 8 + e^{-3T\gamma_h/4})^2}. \quad (2.44)$$

Это выражение показано синей кривой на рис. 2.13(е) и демонстрирует антигруппировку фотонов при  $T < 0.6/\gamma_h$  в отличие от группировки в стационарном режиме. В частности, для коротких импульсов антигруппировка может быть сильной:  $g_p^{(2)}(T) \ll 1$ .

Физическим ограничением для антигруппировки является возможность подачи коротких электрических импульсов и условие, что  $\gamma_h$  должно быть больше, чем фоновая скорость утечки электронов в квантовую точку из контакта  $n$ -типа. С другой стороны, частота испускания фотонов также определяется темпом  $\gamma_h$ , который не должен превышать  $\gamma_0$ . Для реалистичных систем это означает, что частота испускания одиночных циркулярно поляризованных фотонов может достигать нескольких мегагерц.

## 2.4 Динамическая долинная поляризация в муаровых квантовых точках

### 2.4.1 Введение

Общность механизма динамической поляризации люминесценции и резидентных электронов позволяет проявиться ему в довольно экзотических системах, где присутствует сверхтонкое взаимодействие, а обменное взаимодействие ослаблено. Примерами могут служить локализованные пространственно не прямые экситоны на гетеропереходах II типа [128–130], в нанокристаллах перовскитов [131], в органических полупроводниках [132] и на латеральных гетеропереходах между монослоями дихалькогенидов переходных металлов [133, 134]. В этом разделе мы рассмотрим более подробно другой пример — муаровые квантовые точки в скрученных бислоях дихалькогенидов переходных металлов [A8].

При наложении двух монослоёв дихалькогенидов переходных металлов друг на друга из-за относительного угла поворота и разницы постоянных решётки взаимное расположение атомов (регистр) двух монослоёв квазипериодически меняется в пространстве [135]. Это приводит к возникновению так называемого муарового потенциала, который существенно влияет на оптические свойства [136–139], а также приводит к возможности реализации экзотических сильно коррелированных электронных состояний [140–143].

Когда период муарового потенциала гораздо больше, чем постоянная решётки, происходит релаксация положений атомов, в результате которой формируются области с фиксированными атомными регистрами [144, 145]. В областях с минимальной энергией происходит локализация носителей заряда и они называются муаровыми квантовыми точками [146–149], см. рис. 2.14(a).

Для конкретики мы рассмотрим скрученный антипараллельный (2H) гетеробислой  $\text{MoSe}_2/\text{WSe}_2$ , в котором электронам энергетически более выгодно находиться в слое  $\text{MoSe}_2$ , а дыркам — в  $\text{WSe}_2$ . Монослои дихалькогенидов переходных металлов — прямозонные полупроводники с минимумами зоны проводимости

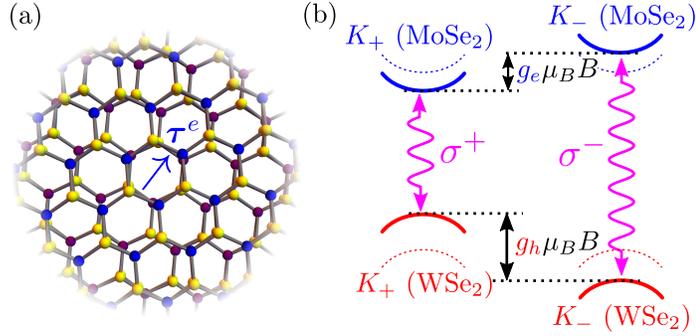


Рис. 2.14: (а) Муаровая квантовая точка в 2Н гетеробислое  $\text{MoSe}_2/\text{WSe}_2$ . Фиолетовые, синие и жёлтые шарики показывают атомы W, Mo и Se, соответственно. (b) Основные электронные и дырочные состояния и правила отбора для оптических переходов между ними. Тонкие точечные и толстые сплошные кривые соответствуют нулевому и конечному магнитному полю.

и максимумами валентной зоны в  $K_+$  и  $K_-$  точках зоны Бриллюэна [150], как показано на рис. 2.14(b). Из-за отсутствия центра инверсии в этих материалах и выраженного спин-орбитального взаимодействия спиновая и долинная степени свободы оказываются жёстко связаны между собой при данной энергии. Мы ограничимся рассмотрением только состояний электрона со спином вверх/вниз в долинах  $K_+/K_-$ , соответственно, и наоборот — для дырки. Следуя терминологии принятой в этой области, мы будем называть дыркой незанятое место в валентной зоне. Также мы будем считать энергетическую релаксацию быстрой, так что можно ограничиваться рассмотрением только низшего размерно квантованного состояния для электронов и дырок аналогично предыдущим разделам.

## 2.4.2 Нейтральные квантовые точки

В силу жёсткой связи спина и долины, динамика экситонов может описываться в терминах долинных псевдоспинов электрона и дырки  $\tau^e$  и  $\tau^h$ . Экситонный гамильтониан, аналогичный (2.1), с учётом обменного взаимодействия ( $J$ ) [151—156], внешнего и случайного ядерного магнитных полей имеет вид

$$\mathcal{H} = -J\tau_z^e\tau_z^h + g_e\mu_B(B\tau_z^e + \mathbf{B}_N^e\boldsymbol{\tau}^e) + g_h\mu_B(B + \mathbf{B}_N^h)\tau_z^h. \quad (2.45)$$

Здесь электронный и дырочный  $g$ -факторы складываются из долинного и спинного  $g$ -факторов [157, 158].

Из неупругих процессов мы учтём нерадиационную рекомбинацию междолинных экситонов с темпом  $\gamma$  и радиационную внутрислоинных экситонов с темпом  $\gamma_0 \gg \gamma$  и правилами отбора как на рис. 2.15. То есть экситоны в  $K_{\pm}$  долинах излучают свет в  $\sigma^{\pm}$  поляризации [159, 160]. Генерация экситонов может происходить оптически посредством неполяризованного возбуждения внутрислоевых экситонов. Однако при пространственном разделении электрона и дырки и энергетической релаксации долинная корреляция может частично сохраниться. Поэтому скорости генерации внутрислоинных и междолинных экситонов можно записать как  $G(1 \pm C)/2$ , где  $C$  — степень долинной корреляции. Генерация экситонов показана чёрными стрелками на рис. 2.15.

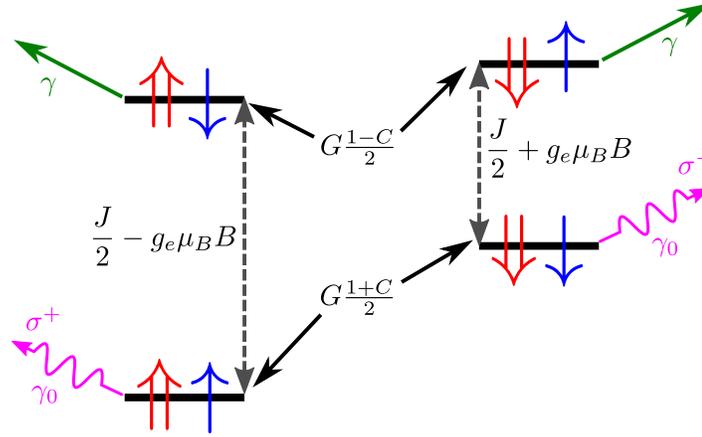


Рис. 2.15: Экситонные уровни, расщепления между ними, накачка экситонов (черные стрелки), радиационная рекомбинация (розовые волнистые стрелки) и нерадиационная (зелёные стрелки). Двойная красная стрелка показывает долинный псевдоспин дырки, а синяя — долинный псевдоспин электрона.

Особенностью сверхтонкого взаимодействия для монослоёв дихалькогенидов переходных металлов является то, что дырки взаимодействует только с продольной компонентой ядерных спинов, которая не смешивает различные долины<sup>1</sup>. А

<sup>1</sup>При расчёте тензора междолинного сверхтонкого взаимодействия в [43] была допущена симметричная ошибка, которая была исправлена в [44].

для электронов распределение поля Оверхаузера является анизотропным [44]:

$$\mathcal{F}(\mathbf{B}_N^e) = \frac{1}{2(\sqrt{\pi}\Delta_B)^3} \exp \left[ -\frac{(B_{N,x}^e)^2 + (B_{N,y}^e)^2}{\Delta_B^2} - \frac{(B_{N,z}^e)^2}{(2\Delta_B)^2} \right]. \quad (2.46)$$

В силу своей короткодействующей природы оно смешивает электронные состояния в двух долинах с противоположными спинами.

Однако сверхтонкое взаимодействие довольно слабое [43], так что параметр  $\mathcal{R} = \gamma B_{\text{exch}}^2 / (\gamma_0 \Delta_B^2)$ , введённый в предыдущих разделах, большой. Это соответствует режиму резонансного пересечения уровней тонкой структуры экситона в магнитном поле. Тогда по аналогии с выводом (2.23) в предыдущем разделе темп рекомбинации междолинных экситонов с псевдоспином дырки  $\tau_z^h = \pm 1/2$  равен [114, 161]

$$\gamma_{\pm} = \frac{B_{N,x}^2 + B_{N,y}^2}{4(B_{\text{exch}} \pm B)^2 + B_0^2} \gamma_0, \quad (2.47)$$

где

$$B_0 = \hbar \gamma_0 / (|g_e| \mu_B) \quad (2.48)$$

— поле, пропорциональное скорости радиационной рекомбинации. Оно входит в знаменатель (2.47) в реалистичном режиме, когда  $\Delta_B \ll B_0 \ll B_{\text{exch}}$  (в отличие от предыдущих разделов).

В стационарном случае заселённости экситонных состояний определяются произведением темпа генерации на время их жизни:

$$n_{\downarrow\downarrow} = n_{\uparrow\uparrow} = \frac{G(1+C)}{2\gamma_0}, \quad n_{\downarrow\uparrow} = \frac{G(1-C)}{2(\gamma + \gamma_-)}, \quad n_{\uparrow\downarrow} = \frac{G(1-C)}{2(\gamma + \gamma_+)}, \quad (2.49)$$

где двойная и одинарная стрелка в индексах обозначают псевдоспин дырки и электрона, соответственно. Полная интенсивность люминесценции (количество излучаемых фотонов в единицу времени) определяется выражением

$$I = \gamma_0(n_{\uparrow\uparrow} + n_{\downarrow\downarrow}) + \langle \gamma_+ n_{\uparrow\downarrow} + \gamma_- n_{\downarrow\uparrow} \rangle, \quad (2.50)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по функции распределения (2.46).

В условиях пересечения экситонных уровней разгорается радиационная рекомбинация междолинных экситонов, так что интенсивность люминесценции возрастает на величину  $\Delta I = I(B) - I(0)$  [A8]. Она показана чёрной кривой на рис. 2.16 для случая  $C = 0$ . Видно, что люминесценция может усиливаться на величину до 50%, потому что половина междолинных экситонов получает возможность прорекомбинировать радиационно.

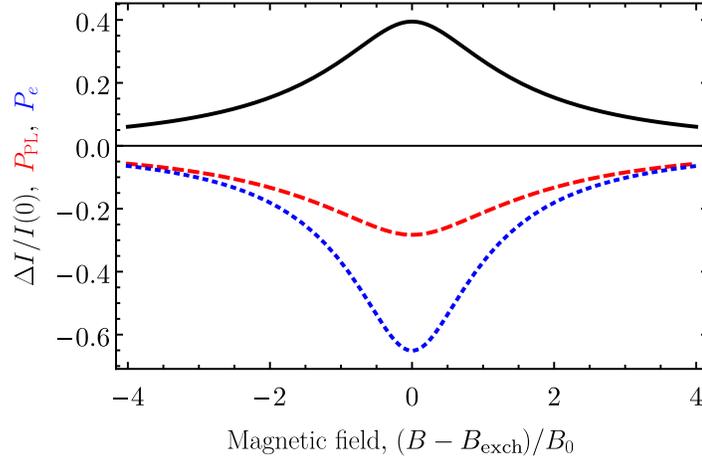


Рис. 2.16: Относительное усиление интенсивности люминесценции  $\Delta I/I(0)$  (сплошная чёрная кривая), поляризация люминесценции  $P_{\text{PL}}$  (красный пунктир) и электронная долинная поляризация  $P_e$  (синяя точечная кривая) в зависимости от магнитного поля в окрестности  $B_{\text{exch}}$  при  $C = 0$ ,  $\gamma/\gamma_0 = 10^{-3}$  и  $\Delta_B/B_0 = 0.1$ .

В тех же условиях возникает циркулярная поляризация люминесценции со степенью

$$P_{\text{PL}} = \langle \gamma_+ n_{\uparrow\downarrow} - \gamma_- n_{\downarrow\uparrow} \rangle / I, \quad (2.51)$$

которая показана красным пунктиром на рис. 2.16. В оптимальных условиях поляризация может достигать  $1/3$ .

Электрон (как и дырка) также становится поляризованными по долине, его степень поляризации равна

$$P_e = \frac{\langle n_{\uparrow\uparrow} + n_{\downarrow\uparrow} - n_{\downarrow\downarrow} - n_{\uparrow\downarrow} \rangle}{\langle n_{\uparrow\uparrow} + n_{\downarrow\uparrow} + n_{\downarrow\downarrow} + n_{\uparrow\downarrow} \rangle}. \quad (2.52)$$

Она имеет тот же знак, что и поляризация люминесценции, и, что интересно, может достигать 100% в условиях, когда нерadiационное время жизни междолинных

экситонов достаточно длинное.

В силу симметрии к инверсии времени  $\Delta I$  является чётной функцией магнитного поля, а поляризации  $P_{\text{PL}}$  и  $P_e$  — нечётными. Характерные ширины резонансов в магнитополевых зависимостях равны  $B_0$  в согласии с (2.47). Ещё можно отметить, что с ростом степени долиной корреляции электрона и дырки  $C$  генерация междолинных экситонов подавляется, так что все эффекты становятся более слабыми.

Расчёты на рис. 2.16 выполнены для реалистичных безразмерных параметров. В реальных структурах они могут соответствовать, например,  $1/\gamma_0 = 10$  нс [162, 163],  $1/\gamma = 10$  мкс [163] и  $\hbar/(|g_e|\mu_B\Delta_B) = 100$  нс [44]. Из-за пространственного разделения электрона и дырки подавляется как радиационная рекомбинация, так и обменное взаимодействие примерно в одинаковое число раз порядка  $10^3$ . Поэтому обменное поле можно оценить как  $B_{\text{exch}} \sim 20$  мТл для  $J = 6$  мкэВ [155] с  $g_e = -5.6$  [160, 164, 165]. Отметим, что тепловая поляризация люминесценции при температуре 2 К и тех же параметрах составляет всего лишь несколько процентов.

### 2.4.3 Заряженные квантовые точки

Эффекты, описанные в предыдущем подразделе, аналогичны эффекту магнитной циркулярной поляризации экситонов [114], но с учётом связи спина и долины и более маленьких магнитных полей, в которых проявляются эти эффекты. В этом же подразделе мы рассмотрим заряженные муаровые квантовые точки, для которых опишем эффект динамической долиной поляризации резидентных электронов [A8], не имеющий прямой аналогии с предыдущими работами других авторов.

Квантовые точки могут быть заполнены электронами либо из-за легирования, либо из-за приложения соответствующего затворного напряжения. Мы для простоты будем считать, что туннелирование электронов с доноров или из контактов настолько слабое, что его можно не учитывать при описании долиной динамики. Будем рассматривать случай, когда нерезонансное возбуждение приводит к рож-

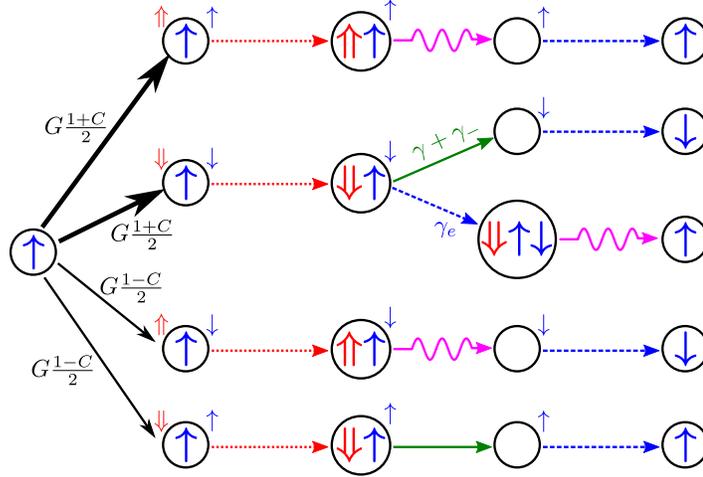


Рис. 2.17: Принцип динамической долинной поляризации резидентных электронов в муровых квантовых точках. Стрелки внутри кружков и рядом с ними показывают псевдоспины электронов и дырок внутри квантовой точки и вблизи неё. Чёрные стрелки — фотовозбуждение, красные точечные — захват дырки, а синие пунктирные — захват электрона. Розовые волнистые и зелёные прямые стрелки показывают рекомбинацию внутридолинных и междолинных экситонов, соответственно.

дению дополнительного электрона и дырки вблизи данной квантовой точки, как показано стрелками сверху справа и слева от состояний на рис. 2.17. В согласии с предыдущим разделом мы считаем, что кулоновское взаимодействие блокирует немедленный захват второго электрона в квантовую точку, поэтому первой захватывается дырка. Если при этом формируется внутридолинный экситон, то он быстро рекомбинирует радиационно, а затем в пустую квантовую точку захватывается оставшийся электрон с темпом  $\gamma_e \ll \gamma_0$ . Однако для одного из двух возможных междолинных экситонов процесс рекомбинации (с темпом  $\gamma$ ) может конкурировать с захватом второго электрона и формированием триона, как показано на рис. 2.17.

Описанные процессы приводят по аналогии с (2.20) к кинетическим уравнениям на заселённости электронных долинных состояний

$$\frac{dn_{\uparrow/\downarrow}}{dt} = \pm G \frac{1-C}{2} (n_{\downarrow} - n_{\uparrow}) \pm G \frac{1+C}{2} \left( \frac{\gamma + \gamma_+}{\gamma_e + \gamma + \gamma_+} n_{\downarrow} - \frac{\gamma + \gamma_-}{\gamma_e + \gamma + \gamma_-} n_{\uparrow} \right). \quad (2.53)$$

Тут первое слагаемое соответствует рождению внутридолинного, а второе — междолинного экситона вблизи квантовой точки.

Из стационарного решения этих уравнений поляризация электрона вычисляется как  $P_e = \langle n_\uparrow - n_\downarrow \rangle / \langle n_\uparrow + n_\downarrow \rangle$ . Она показана на рис. 2.18 для случаев нулевой и полной долинных корреляций при фотовозбуждении. Она, как и следовало ожидать, возникает в окрестности поля  $B_{\text{exch}}$ .

Качественно динамическая поляризация возникает из-за дисбаланса переворота долинного псевдоспина вверх и вниз на верхней зелёной стрелке на рис. 2.17. Если долинные корреляции отсутствуют,  $C = 0$ , то электронная поляризация равна  $P_e = \langle (\gamma_+ - \gamma_-) / (2\gamma_e + 3\gamma_+ + 3\gamma_-) \rangle$ . Эта величина показана красным пунктиром на рис. 2.18 и не превосходит по модулю  $1/3$ .

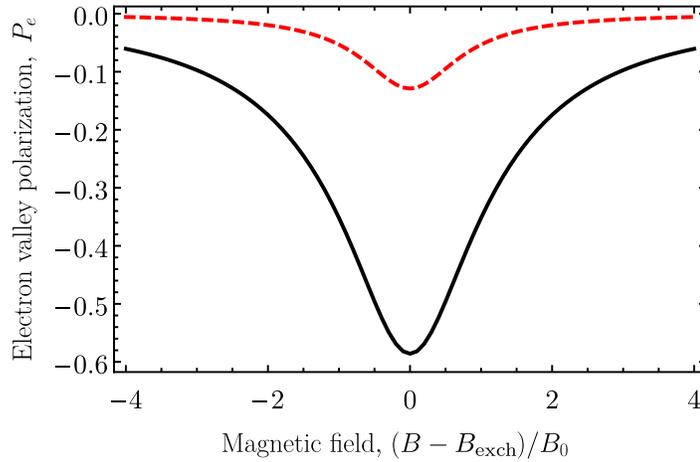


Рис. 2.18: Степень динамической долинной поляризации резидентного электрона, рассчитанная из уравнения (2.53), как функция магнитного поля для  $C = 0$  (красный пунктир) и  $C = 1$  (чёрная сплошная кривая) при  $\gamma_e/\gamma_0 = 10^{-2}$  и других параметрах как на рис. 2.16.

Чёрная сплошная кривая на рис. 2.17 соответствует полному сохранению долинной корреляции фотоэлектрона и дырки,  $C = 1$ . В этом режиме при  $\gamma \ll \gamma_e$  степень долинной поляризации электрона равна

$$P_e = - \left\langle \frac{\gamma_-}{2\gamma + \gamma_-} \right\rangle. \quad (2.54)$$

Видно, что для медленной радиационной рекомбинации,  $\gamma \ll \gamma_-$ , степень поляризации резидентного электрона может приближаться (по модулю) к 100%.

В заключение раздела интересно отметить, что эффект динамической долинной поляризации в муаровых квантовых точках, предсказанный в работе [A8], вероятно, наблюдался экспериментально в работе [166]. В ней, в частности, измерялась магнитополевая зависимость циркулярного дихроизма отражения света от гетероструктуры  $WS_2/WSe_2$  R типа с фактором заполнения  $1/7$ , и её форма хорошо соответствовала предсказаниям для динамической спиновой поляризации, как, например, на рис. 2.2. Однако для полной уверенности требуется проведение более детальных исследований, в частности с временным разрешением.

## 2.5 Краткие итоги

В главе 2 получены следующие основные результаты:

- Построена теория динамической спиновой поляризации электронов в квантовых точках в малом магнитном поле при неполяризованном и нерезонансном оптическом возбуждении и описаны эксперименты по наблюдению предсказанного эффекта.
- Предложен дизайн спинового фотодиода, излучающего циркулярно поляризованный свет за счёт этого эффекта, при электрической накачке.
- Сформулирован протокол электрического возбуждения одиночной квантовой точки в нульмерном микрорезонаторе электрическими импульсами, позволяющий генерировать одиночные циркулярно поляризованные фотоны и рассчитана временная зависимость фотонной корреляционной функции второго порядка.
- Описан эффект динамической долинной поляризации экситонов и резидентных электронов в муаровых квантовых точках в скрученных гетеробислоях дихалькогенидов переходных металлов.

# Глава 3

## СПИНОВЫЙ ШУМ

### 3.1 Обзор теории спектроскопии спиновых флуктуаций в наносистемах

В первых двух главах была развита теория спиновой поляризации под действием оптической накачки. Спиновый отклик системы на внешнее возбуждение определяются её внутренними параметрами, такими как, например, время спиновой релаксации, величина  $g$ -фактора и сила сверхтонкого взаимодействия. Согласно флуктуационно-диссипационной теореме [167] те же параметры определяют свойства неизбежно присутствующих даже в термодинамическом равновесии спиновых флуктуаций электронов  $\delta S_z(t)$ . Спиновый шум может напрямую измеряться экспериментально по флуктуациям фарадеевского вращения зондирующего луча (рис. 3.1):

$$\delta\theta_F(t) \propto \delta S_z(t). \quad (3.1)$$

Здесь  $z$  — направление распространения света, эффектами запаздывания мы пренебрегаем. Нас в основном будет интересовать случай, когда средняя спиновая поляризация отсутствует,  $\langle S_\alpha(t) \rangle = 0$ , ( $\alpha = x, y, z$ ), так что  $\delta\mathbf{S}$  может быть заменено на  $\mathbf{S}$ .

Объектом исследования спектроскопии спинового шума являются спиновые корреляционные функции. Наибольший интерес представляет коррелятор второго

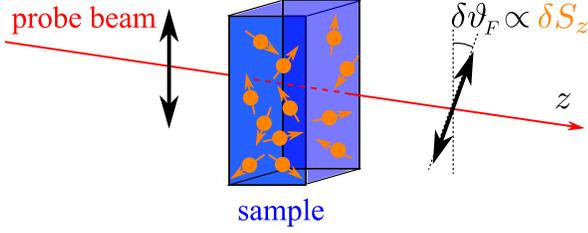


Рис. 3.1: Детектирование спиновых флуктуаций  $\delta S_z(t)$  (оранжевые стрелки) по флуктуациям фарадеевского вращения  $\delta\theta_F(t)$  плоскости поляризации света, распространяющегося вдоль оси  $z$  (двойные чёрные стрелки).

порядка в стационарных условиях

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \langle S_\alpha(t + \tau)S_\beta(t) \rangle. \quad (3.2)$$

Здесь уместно отметить, что усреднение может пониматься как в классическом смысле по времени  $t$  при фиксированном  $\tau$ , так и в квантовомеханическом смысле с матрицей плотности [167, 168]. В последнем случае произведение спиновых операторов должно быть, вообще говоря, симметризовано для получения величины, пропорциональной коррелятору углов фарадеевского вращения  $\langle \theta_F(t + \tau)\theta_F(t) \rangle$ . Для сравнения, несимметризованные спиновые корреляционные функции определяют стоксовы и антистоксовы компоненты спектров комбинационного рассеяния света на спиновых флуктуациях.

Наиболее удобно измерять в эксперименте и рассчитывать в теории фурье-образ спиновых корреляторов

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega) = (S_\alpha S_\beta)_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_\alpha(t + \tau)S_\beta(t) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau, \quad (3.3)$$

пропорциональный спектру шумов спиновых сигналов. В силу определения (3.2)

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega) = \tilde{C}_{\beta\alpha}^*(\omega) = \tilde{C}_{\beta\alpha}(-\omega), \quad (3.4a)$$

а при наличии магнитного поля  $\mathbf{B}$  в силу симметрии к инверсии времени

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega; \mathbf{B}) = \tilde{C}_{\beta\alpha}(\omega; -\mathbf{B}). \quad (3.4b)$$

Эти равенства называются соотношениями Онзагера и описывают симметрию кинетических коэффициентов [167, 169].

Спиновый коррелятор несёт информацию о спиновых свойствах системы уже хотя бы в силу флуктуационно-диссипационной теоремы, связывающей его со спиновой восприимчивостью в равновесных условиях. Спектры спиновых флуктуаций в полупроводниках впервые были описаны Е.Л. Ивченко уже более полувека назад [11]. А первое измерение спиновых флуктуаций и соответственно восприимчивости в шумах фарадеевского вращения было выполнено Е.Б. Александровым и В.С. Запасским в 1980-х годах для атомного газа [170]. В то время этот эксперимент не вызвал яркого резонанса, но его фактическое повторение примерно двумя десятилетиями позже [171—173] привело к широкому распространению этой методики по всему миру.

Спектроскопия спинового шума оказалась особенно удобна для изучения сложной и медленной спиновой динамики, характерной для полупроводниковых систем. Измерения спиновых флуктуаций были проведены как для объёмных полупроводников [174—176], так и для низкоразмерных структур [177—180]. Разным аспектам этой тематики посвящены главы в книгах и отдельные обзоры [19, 181—184].

Наиболее современное и полное описание теории оптически детектируемых спиновых флуктуаций в наносистемах представлено в обзоре [A9]. В нём содержится описание таких методов расчёта спектров спиновых флуктуаций, как метод случайных сил Ланжевена [167, 185—187], использование флуктуационно-диссипационной теоремы в равновесии [6, 167], точная диагонализация гамильтониана [167, 188] и решение системы уравнений для спиновых корреляционных функций  $C_{\alpha\beta}(\tau)$  в стационарных неравновесных условиях [111, 189]. Существует также тесная связь между спектрами спинового шума и спектрами комбинационного рассеяния с переворотом спинов [190, 191].

Перечисленные теоретические подходы позволили вычислить спектры равно-

весного спинового шума локализованных электронов в модели центрального спина несколькими методами [52, 179, 192, 193]. Было исследовано влияние на спектры спиновых флуктуаций обменного взаимодействия электронов [188], их прыжков [56, 194, 195] и квантовомеханического туннелирования [A9]. Также были проведены исследования спиновых флуктуаций для одномерных систем [196, 197] и спиновых цепочек [A9]. Для двумерных электронов было изучено влияние спин-орбитального взаимодействия на временные и пространственные спектры спинового шума [189, 198], а также роль приложения электрического поля [199, 200].

Примечательно, что в неравновесных условиях, когда флуктуационно-диссипационная теорема не применима, спектры спинового шума могут содержать существенно больше информации о спиновых свойствах системы, чем в равновесии. Однако, теория неравновесных спиновых флуктуаций находится ещё лишь в зачаточном состоянии [189, 201]. Поэтому в этой главе будет построена теория спинового шума в системах с локализованными электронами в различных неравновесных условиях, а также будут теоретически предложены новые подходы к оптическому измерению спиновых флуктуаций.

В разделе 3.2 будет рассмотрено выведение из равновесия спинов ядер кристаллической решётки и описан протокол спектроскопии спинового шума с временным разрешением. Раздел 3.3 будет посвящён спиновому шуму электронов в сильно неравновесных условиях под действием оптической накачки. В разделе 3.4 будет показано, что возбуждение квантовой точки позволяет исследовать также возникающую при этом нетривиальную зарядовую динамику и оже-процессы. В разделе 3.5 будет рассмотрена ситуация промежуточная между спиновыми флуктуациями резидентных электронов и ядер кристаллической решётки, а именно, спиновый шум валентных электронов магнитных примесей (марганца). Для его детектирования может быть применена методика, названная нами косвенной спектроскопией спинового шума и основанная на сильном обменном взаимодействии с фотовозбуждёнными носителями. Будет показано, что в этой системе возможно

детектирование в спектрах фарадеевского вращения спиновых корреляционных функций высокого порядка и флуктуаций, который могут быть названы существенно квантовыми. Глава будет заключена подведением кратких итогов в разделе 3.6.

## 3.2 Спиновый шум в условиях динамической поляризации ядер

### 3.2.1 Модель

Как уже указывалось в первой главе, спиновая динамика ядер происходит на временах гораздо больших, чем время спиновой релаксации электронов. Поэтому мы предлагаем следующий протокол измерения спинового шума локализованных электронов в условиях динамической спиновой поляризации ядер [A10]. Сначала производится охлаждение ядерной спиновой системы циркулярно поляризованным светом в продольном магнитном поле до температуры  $\theta_N$ . Затем за время гораздо короче времени отогрева ядер  $T_E$  магнитное поле может быть адиабатически быстро выключено или переориентировано, так что энтропия ядерной спиновой системы остаётся неизменной. Далее выполняется измерение спектров спиновых флуктуаций электронов слабым светом линейной поляризации. Такой протокол позволяет пронаблюдать отогрев ядерной спиновой системы по динамике спектров спиновых флуктуаций, измеряемых с временным разрешением.

В случае малой спиновой поляризации ядер степень поляризации определяется выражением (1.69). Если же охлаждение достаточно глубокое, то общее выражение для поляризации имеет вид [202]

$$P = \frac{\langle I_{z'} \rangle}{I} = \mathcal{B}_I(B/B_{\theta_N}), \quad (3.5)$$

где  $\mathcal{B}_I$  — функция Бриллюэна, а  $B_{\theta_N} = k_B \theta_N / (\hbar \gamma_N I)$  — величина, пропорциональная обратной ядерной спиновой температуре, и мы обозначаем ось магнитного поля как  $z'$ . Зависимость поляризации от  $B/B_{\theta_N}$  показана на вставке к рис. 3.2

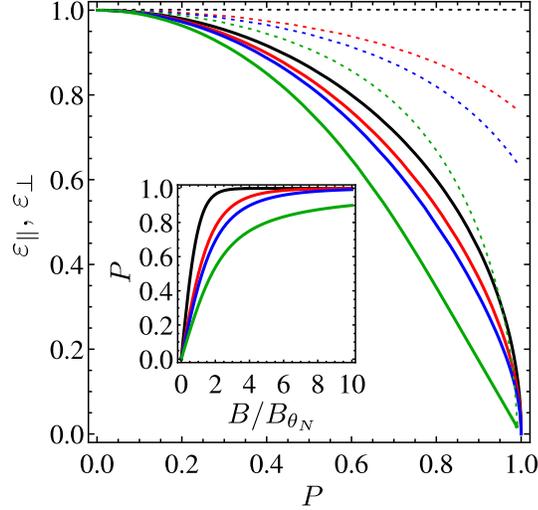


Рис. 3.2: Параметры подавления продольных (сплошные кривые) и поперечных (пунктирные) ядерных спиновых флуктуаций, рассчитанные по формулам (3.7) и (3.5), как функции ядерной спиновой поляризации для ядерных спинов  $I = 1/2$  (чёрный цвет),  $3/2$  (красный),  $5/2$  (синий) и  $I \rightarrow \infty$  (зелёный). Вставка показывает соответствующими цветами зависимости поляризации от обратной ядерной спиновой температуры.

для разных величин ядерных спинов.

Так как число ядер, взаимодействующих с каждым электроном, велико, то распределение поля Оверхаузера в каждый момент времени имеет вид, аналогичный (1.3):

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\Omega}_N) = \frac{1}{\pi^{3/2} \varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp}^2 \delta^3} \exp \left[ -\frac{\Omega_{N,x'}^2 + \Omega_{N,y'}^2}{\varepsilon_{\perp}^2 \delta^2} - \frac{(\Omega_{N,z'} - \langle \Omega_{N,z'} \rangle)^2}{\varepsilon_{\parallel}^2 \delta^2} \right], \quad (3.6)$$

со средним значением  $\langle \Omega_{z'} \rangle = \sum_i A_i I_i P / \hbar$ . При этом важно, что ориентация ядерных спинов подавляет продольные и поперечные спиновые флуктуации по сравнению с состоянием равновесия в меру  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$ , соответственно. Считая, что ядерная спиновая температура превышает энергию ядерных спин-спиновых (и квадрупольных) взаимодействий, параметры подавления ядерных спиновых флуктуаций равны [A10]

$$\varepsilon_{\parallel} = \sqrt{-\frac{3I}{I+1} \frac{B_{\theta_N}^2}{B} \frac{\partial P}{\partial B_{\theta_N}}}, \quad (3.7a)$$

$$\varepsilon_{\perp} = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{3IP^2}{2(I+1)} - \frac{\varepsilon_{\parallel}^2}{2}}. \quad (3.7b)$$

Этот вывод требует выполнения неравенства  $1 - P \gg 1/N$ , чтобы выполнялись условия центральной предельной теоремы [203]. Зависимости подавления ядерных спиновых флуктуаций от степени поляризации ядер показаны на рис. 3.2. Довольно естественно, что поперечные ядерные спиновые флуктуации подавляются слабее, чем продольные:  $\varepsilon_{\perp} > \varepsilon_{\parallel}$ . Кроме того, подавление становится заметным лишь при  $P$  порядка единицы.

Выражения для функции Бриллюэна известны при любом заданном  $I$ , но, вообще говоря, довольно громоздки. Они существенно упрощаются в пределе большого  $I$ , а также для  $I = 1/2$ . В последнем случае

$$P = \text{th}(B/B_{\theta_N}), \quad \varepsilon_{\parallel} = \sqrt{1 - P^2}, \quad \varepsilon_{\perp} = 1. \quad (3.8)$$

Таким образом, поперечные ядерные спиновые флуктуации в этом случае вообще не подавляются, так как квадраты матриц Паули являются единичными матрицами.

Перейдём теперь непосредственно к расчёту спектров спиновых флуктуаций. Проще всего воспользоваться для этого квантовой регрессионной теоремой [204], утверждающей, что спиновые корреляционные функции удовлетворяют тем же уравнениям движения (1.23), что и средние значения операторов при  $\tau > 0$ :

$$\frac{dC_{\alpha\beta}}{d\tau} + \sum_{\gamma,\delta} \epsilon_{\alpha\gamma\delta} C_{\gamma\beta} \Omega_{\delta} + \frac{C_{\alpha\beta}}{\tau_s} = 0. \quad (3.9)$$

Их общее решение имеет вид (1.76).

Начальные значения для спиновых корреляторов при  $\tau = 0$  следуют из коммутационных соотношений для операторов спина. Так как спиновой поляризацией мы пренебрегаем, то начальные условия имеют вид

$$\langle S_{\alpha} S_{\beta} \rangle = \delta_{\alpha,\beta} / 4. \quad (3.10)$$

Здесь достаточно рассмотреть спиновые флуктуации одного электрона, так как для ансамбля электронов они независимы и аддитивны.

Из начальных условий следует, например, что корреляционная функция  $\langle S_z(t)S_z(t + \tau) \rangle$  (при  $\tau > 0$ ) пропорциональна выражению (1.58). Проще, однако, ввести фурье-образы корреляторов в области  $\tau > 0$ :

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}^+(\omega) = \int_0^{\infty} C_{\alpha\beta}(\tau)e^{i\omega\tau} d\tau, \quad (3.11)$$

которые удовлетворяют системе алгебраических уравнений

$$-i\omega\tilde{C}_{\alpha\beta}^+ + \sum_{\gamma,\delta} \epsilon_{\alpha\gamma\delta}\tilde{C}_{\gamma\beta}^+\Omega_\delta + \tilde{C}_{\alpha\beta}^+/\tau_s = \delta_{\alpha\beta}/4. \quad (3.12)$$

Полные же спектры спиновых флуктуаций можно рассчитать с помощью соотношений Онзагера (3.4) как

$$\tilde{C}_{zz}(\omega) = 2 \operatorname{Re} \tilde{C}_{zz}^+(\omega), \quad (3.13)$$

где необходимо усреднить решение (3.12) по распределению (3.6).

В результате получим спектр спинового шума (нормированный на один электрон) в виде

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \int d\Omega_N \mathcal{F}(\Omega_N) \left\{ \cos^2(\theta)\Delta(\omega) + \sin^2(\theta) \frac{\Delta(\omega - \Omega) + \Delta(\omega + \Omega)}{2} \right\}, \quad (3.14)$$

где  $\theta$  — угол между  $\Omega$  и осью  $z$ , а

$$\Delta(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_s}{1 + (x\tau_s)^2} \quad (3.15)$$

— уширенная  $\delta$ -функция.

### 3.2.2 Результаты

В нулевом магнитном поле, когда спиновая поляризация ядер отсутствует, удобно воспользоваться пределом  $\tau_s\delta \gg 1$  (как обсуждалось в первой главе) и заменить уширенную  $\delta$ -функцию во втором слагаемом в (3.14) на настоящую. Тогда интегрирование выполняется тривиально и даёт ответ

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{6} \Delta(\omega) + \frac{2\sqrt{\pi}\omega^2}{3\delta^3} e^{-\omega^2/\delta^2}. \quad (3.16)$$

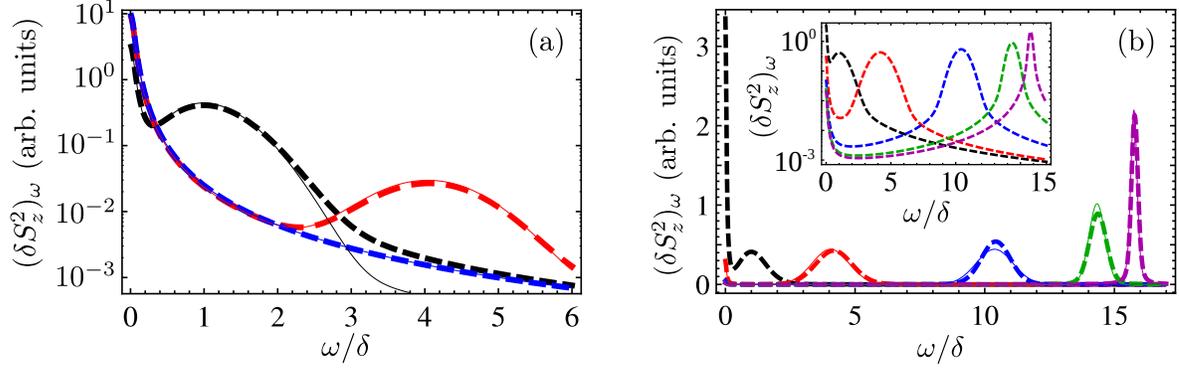


Рис. 3.3: Спектры спинового шума локализованных электронов в условиях динамической ядерной спиновой поляризации, рассчитанные по формуле (3.14) для  $N = 500$ ,  $\tau_s \delta = 20$  и  $\Omega_L = \delta/10$ . (а) Поляризация в геометрии Фарадея  $P = 0$  (чёрная жирная пунктирная кривая), 25% (красная) и 90% (синяя). Тонкие сплошные кривые показывают приближения (3.16)–(3.18), для тех же случаев, соответственно. (б) То же для геометрии Фойгта для  $P = 0$  (чёрная жирная пунктирная кривая), 25% (красная), 65% (синяя), 90% (зелёная) и 99% (фиолетовая). Вставка показывает те же кривые в логарифмическом масштабе. Тонкие сплошные линии рассчитаны по формулам (3.19) для  $P = 25\%$ , 65%, по (3.20) для  $P = 90\%$  и по (3.21) для  $P = 99\%$ .

Соответствующий спектр показан чёрными кривыми на рис. 3.3. Видно, что он состоит из двух пиков: узкого и высокого (с большой амплитудой) на нулевой частоте, а также широкого и низкого (с малой амплитудой) на частоте  $\sim \delta$ , отражающего функцию распределения абсолютной величины ядерного поля в равновесии [192, 205]. Первый соответствует релаксации компоненты спина, сонаправленной с  $\Omega$ , а второй — прецессии поперечных компонент.

Рассмотрим далее случай ненулевой ядерной спиновой поляризации. Так как число ядер велико, то в нём есть два режима: (а) “режим добавочного поля”, когда  $P \ll 1$ , так что подавления ядерных спиновых флуктуаций не происходит, но среднее значение поля Оверхаузера  $\langle \Omega_N \rangle$  может быть порядка или больше случайных флуктуаций  $\delta$ ; и (б) режим подавления ядерных спиновых флуктуаций  $P \lesssim 1$ , когда среднее значение поля Оверхаузера заведомо больше его флуктуаций.

Начнём с геометрии Фарадея. В режиме добавочного поля суммарное поле  $\Omega$ , действующее на электрон, прижимается к оси  $z$  и происходит эффект восстановления поляризации. Соответственно, пик на нулевой частоте возрастает, а прецес-

сионный пик подавляется, как видно из рис. 3.3(а). В расчёте намеренно взято не слишком большое число ядер, чтобы показать изменения спектра более наглядно.

Когда среднее поле Оверхаузера достаточно сильное,  $|\langle \Omega_N \rangle| \gg \delta$ , опять удобно рассмотреть реалистичный случай  $\tau_s \delta \gg 1$  и получить из (3.14)

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\Omega_{\text{tot}}^2} \right) \Delta(\omega) + \frac{\sqrt{\pi} \delta}{4\Omega_{\text{tot}}^2} \exp \left( -\frac{(\omega - \Omega_{\text{tot}})^2}{\delta^2} \right), \quad (3.17)$$

где  $\Omega_{\text{tot}} = \langle \Omega_{z'} \rangle + \Omega_L$  — средняя частота спиновой прецессии. Это выражение показано тонкой красной кривой на рис. 3.3(а). Видно, что прецессионный пик подавляется и смещается к большей частоте  $\Omega_{\text{tot}}$ .

Как видно, площадь прецессионного пика в этом режиме гораздо меньше, чем пика на нулевой частоте. Поэтому при  $\Omega_{\text{tot}} \gg \delta$  им можно пренебречь и получить

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \Delta(\omega). \quad (3.18)$$

Видно, что амплитуда пика возросла в три раза по сравнению с (3.16) в соответствии с теорией эффекта восстановления поляризации. Это предельное выражение показано синей тонкой сплошной кривой на рис. 3.3(а). Так как ядерные флуктуации в этом режиме не проявляются, то и их подавление не играет роли [A10].

Перейдём теперь к анализу наиболее интересной геометрии Фойгта. Модификация спектров спинового шума в этом случае показана на рис. 3.3(б). В режиме дополнительного поля мы получим вместо (3.17)

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\pi \delta^2}{4\Omega_{\text{tot}}^2} \Delta(\omega) + \frac{\sqrt{\pi}}{4\delta} \left( 1 - \frac{\delta^2}{2\Omega_{\text{tot}}^2} \right) \exp \left( -\frac{(\omega - \Omega_{\text{tot}})^2}{\delta^2} \right). \quad (3.19)$$

Это выражение показано тонкими сплошными красной и синей кривыми на рис. 3.3(б). Оно описывает подавление пика на нулевой частоте в соответствии с эффектом Ханле и смещение прецессионного пика к более высоким частотам без изменения его ширины.

Подавление же флуктуаций проявляется в геометрии Фойгта при  $P \lesssim 1$ . В этом режиме пик на нулевой частоте уже несущественен, суммарное поле, действующее

на электрон, можно считать направленным вдоль внешнего магнитного поля, так что усреднение по ядерным спиновым флуктуациям приводит к

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\sqrt{\pi}}{4\varepsilon_{\parallel}\delta} \exp\left(-\frac{(\omega - \Omega_{\text{tot}})^2}{\varepsilon_{\parallel}^2\delta^2}\right). \quad (3.20)$$

Это выражение показано зелёной тонкой кривой на рис. 3.3(b) и описывает сужение спектра спинового шума в меру  $\varepsilon_{\parallel}$  из-за подавления ядерных спиновых флуктуаций.

Так как подавление может быть достаточно сильным, то при  $\varepsilon_{\parallel} \lesssim 1/(\tau_s\delta)$  уже нельзя заменять уширенную  $\delta$ -функцию в (3.14) на предельную, так что спектр спинового шума имеет форму профиля Фойгта:

$$(S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{4} V(\omega - \Omega_{\text{tot}}; \varepsilon_{\parallel}\delta, 1/\tau_s), \quad (3.21)$$

где

$$V(x; \sigma, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x'^2/\sigma^2}}{\sigma\sqrt{\pi}} \frac{\gamma dx'}{\pi[(x - x')^2 + \gamma^2]}.$$

Это выражение показано тонкой фиолетовой линией на рис. 3.3(b).

Таким образом, спектр спинового шума электронов в геометрии Фойгта напрямую отражает эффект подавления ядерных спиновых флуктуаций при динамической спиновой поляризации ядер [A10].

### 3.2.3 Сопоставление с экспериментом

Эксперименты по спектроскопии спинового шума с временным разрешением по протоколу, описанному в подразделе 3.2.1, были выполнены в лабораториях СПбГУ и университета г. Монпелье (Франция) [206]. Измерения были проведены как для локализованных электронов, так и для свободных электронов в квантовых ямах GaAs. В первом случае ядерная спиновая релаксация немоноэкспоненциальна, поэтому мы приведём результаты для второго случая.

На рис. 3.4(b,d) показаны спектры спинового шума электронов, измеренные с временным разрешением для отрицательной и положительной ядерной спиновой

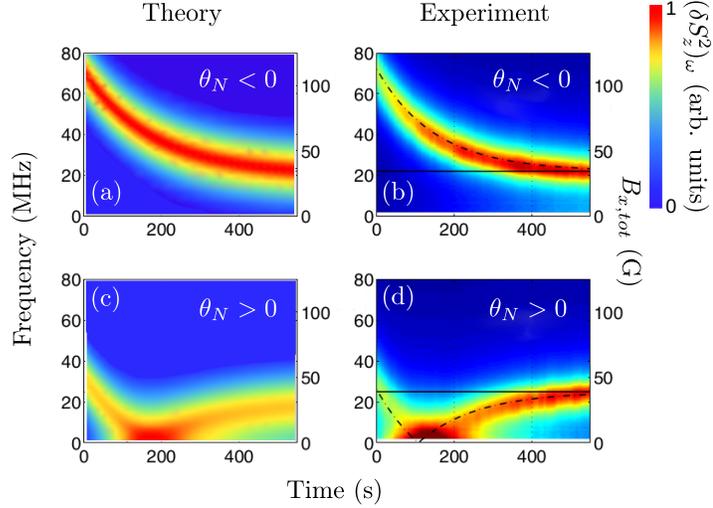


Рис. 3.4: Спектры спинового шума электронов с временным разрешением в условиях релаксации ядерной спиновой поляризации. Цветом показана относительная интенсивность спинового шума. Панели (a,c) — теория, (b,d) — эксперимент из работы [206]. На панелях (a,b) ядерная спиновая температура отрицательна, а на (c,d) — положительна.

температуры  $\theta_N$  в поперечном магнитном поле величиной 40 Гс. На панелях (a,c) показаны результаты численного расчёта, которые очень хорошо соответствуют эксперименту.

Так как гиромангнитные отношения ядер и константы сверхтонкого взаимодействия положительны, а электронный  $g$ -фактор отрицателен, то отрицательные ядерные спиновые температуры соответствуют полям Оверхаузера, сонаправленным с внешним магнитным полем, а положительные — противонаправленным. Для делокализованных электронов ядерные спиновые флуктуации не играют роли, так что спектр спинового шума представляет собой единственный лоренциан, центрированный на частоте спиновой прецессии  $\Omega_{\text{tot}}$ . Максимальная поляризация ядер в этом эксперименте составляла порядка 0.15%. Для экспоненциальной ядерной спиновой релаксации, зависимость частоты прецессии от времени имеет вид

$$\Omega_{\text{tot}}(t) = \Omega_L + \langle \Omega_N(0) \rangle e^{-t/T_{1,N}}, \quad (3.22)$$

где  $T_{1,N}$  — время спиновой релаксации ядер (в поле, много большем локального). Из этого выражения видно, что в зависимости от начального направления

поля Оверхаузера  $\langle \Omega_N(0) \rangle$ , то есть от знака ядерной спиновой температуры, суммарная частота прецессии  $\Omega_{\text{tot}}$  может либо оставаться знакопостоянной, как на рис. 3.4(a,b), либо проходить через ноль, как на панелях (c) и (d). Из подгонки было определено время спиновой релаксации ядер  $T_{1,N} = 150$  с.

Интересным обобщением этой методики является одновременная поляризация ядер и измерение спинового шума при помощи эллиптически поляризованного луча [207]. В этом случае можно наблюдать напрямую в спектрах спинового шума не только отогрев, но и охлаждение спинов ядер [45]. Интересной особенностью таких экспериментов стало наблюдение скачка в частоте спиновой прецессии электронов при переключении поляризации зондирующего луча с эллиптической на линейную. Этот скачок связан с дополнительным “оптическим” полем эллиптически поляризованного луча, направленном вдоль оптической оси, и возникающим из-за динамического эффекта Зеемана [208, 209], усиленного квантовым микрорезонатором, использовавшимся в этой структуре.

### 3.3 Спиновые флуктуации в существенно неравновесных условиях

В этом разделе мы рассмотрим наиболее естественную ситуацию, когда из равновесия выводится именно электронная спиновая система. Оказывается, что широкий класс экспериментов можно описать в рамкой так называемой четырёхуровневой модели, развитой в работах [210, 211, A11]. Фактически, она уже использовалась нами в разделе 1.2.2 при описании роли трионов в измерениях эффекта спиновой инерции.

Единственным отличием здесь является то, что для измерения спектров спинового шума используется непрерывный лазерный свет, так что генерация трионов происходит постоянно. С учётом этого уравнения (1.31) принимают вид

$$\frac{dn}{dt} = -Gn + Rn_T, \quad \frac{dn_T}{dt} = Gn - Rn_T, \quad (3.23a)$$

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_s} - G\mathbf{S} + G\mathbf{J} + \frac{J_z}{\tau_0}\mathbf{e}_z, \quad (3.23b)$$

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}^T \times \mathbf{J} - \frac{\mathbf{J}}{\tau_s^T} - R\mathbf{J} + G\mathbf{S}, \quad (3.23c)$$

где  $\boldsymbol{\Omega}^T = \boldsymbol{\Omega}_L^T + \boldsymbol{\Omega}_N^T$  — частота спиновой прецессии триона,  $G$  — темп генерации, и мы считаем, что темп рекомбинации имеет вид  $R = G + 1/\tau_0$ .

Обычно возбуждение и рекомбинация трионов происходят гораздо быстрее, чем спиновая динамика в каждом из этих состояний. Поэтому заселённости основного и трионного состояний быстро (за время  $\sim 1/R$ ) принимают свои стационарные значения

$$n = \frac{R}{R+G}, \quad n_T = \frac{G}{R+G}. \quad (3.24)$$

Соответственно, удобно перейти от  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{J}$  к переменным

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} + \mathbf{J}, \quad \tilde{\mathbf{F}} = n_T\mathbf{S} - n\mathbf{J} \quad (3.25)$$

со стационарными значениями  $n$  и  $n_T$ . Тогда, как видно из (3.23), величина  $\tilde{\mathbf{F}}$  будет быстро релаксировать к нулю, поэтому на частотах, много меньших чем  $1/R$ ,

$$(S_z^2)_\omega = n^2(F_z^2)_\omega, \quad (3.26)$$

то есть спектр спинового шума определяется только флуктуациями полного спина  $\mathbf{F}$  в основном и возбуждённом состояниях [A11].

Для его вычисления необходимо воспользоваться по аналогии с предыдущим подразделом начальными условиями для корреляторов при совпадающих временах. Они следуют из стационарной матрицы плотности, которая имеет диагональный вид с заселённостями основного и возбуждённого состояний (3.24):

$$\langle F_z F_\alpha \rangle = \frac{\delta_{z,\alpha}}{4}. \quad (3.27)$$

Лучше всего развитый формализм иллюстрирует простой случай, в котором спиновая динамика сводится к релаксации с временами  $\tau_s$  и  $\tau_s^T$  в основном и возбуждённом состояниях, а спиновая прецессия отсутствует [A11]. В этом случае из

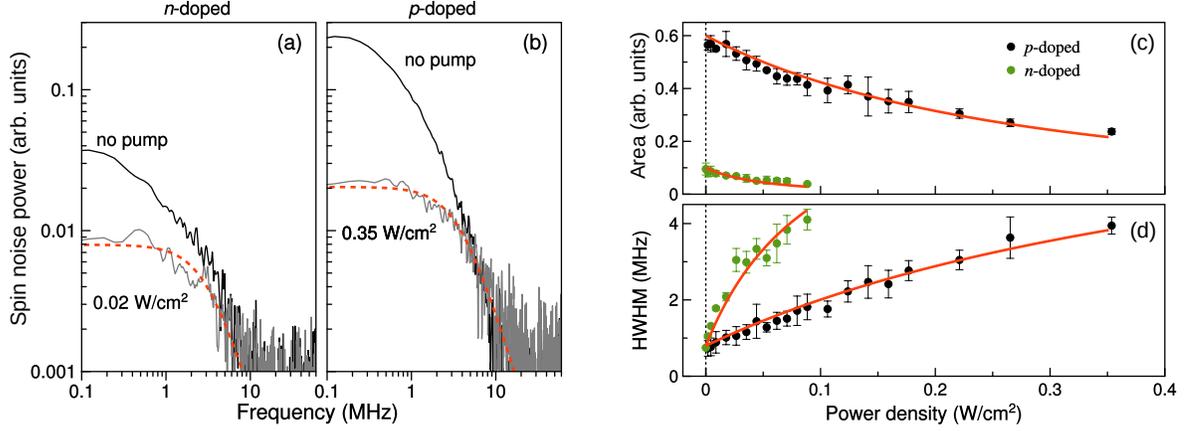


Рис. 3.5: (a,b) Спектры спинового шума, измеренные на образцах  $n$ - и  $p$ -типа в работе [A11] при наличии и в отсутствие нерезонансной подсветки, как указано в подписях. Красный пунктир показывает подгонку функцией Лоренца. (c,d) Зависимости площади под спектром спинового шума и его полуширины на полувысоте от мощности нерезонансной подсветки. Сплошные кривые показывают подгонки по формулам (3.24) и (3.29).

уравнений (3.23) следует, что

$$\frac{dF_z}{dt} = -\frac{F_z}{\tau_s^*}, \quad (3.28)$$

где

$$\frac{1}{\tau_s^*} = \frac{n}{\tau_s} + \frac{n_T}{\tau_s^T} \quad (3.29)$$

и мы положили  $\tilde{F}_z = 0$  в силу его быстрой релаксации. Таким образом, суммарный спин релаксирует со средним взвешенным темпом релаксаций в основном и возбуждённом состояниях с их заселённостями. Соответственно, спектр спинового шума с учётом (3.26) принимает вид

$$(S_z^2)_\omega = \frac{n^2}{2} \frac{\tau_s^*}{1 + (\tau_s^* \omega)^2}, \quad (3.30)$$

то есть имеет вид лоренциана с шириной  $1/\tau_s^*$ .

Такой простой режим спиновой динамики был реализован в ансамбле квантовых точек InGaAs/GaAs [A11]. Были исследованы два образца, легированные номинально электронами и дырками. При измерении спинового шума система специально выводилась из равновесия дополнительной нерезонансной высокоэнергетической подсветкой. Она приводила к генерации дополнительных электронов и дырок в системе.

Примеры спектров спинового шума для двух образцов показаны на рис. 3.5(a,b). Спектры в исследованном диапазоне частот представляют собой лоренцианы, центрированные на нулевой частоте, как показано красными пунктирными кривыми. Прецессионный пик для локализованных электронов и дырок, описанный в разделе 3.2.2, наблюдался в этих же образцах на более высоких частотах без дополнительной подсветки [52].

Рис. 3.5(c,d) показывает зависимости площади под спектром и его ширины от мощности подсветки. Видно, что её увеличение приводит к уменьшению площади и уширению спектров для обоих образцов. Эти эффекты могут быть описаны при помощи развитой выше четырёхуровневой модели.

Нерезонансная подсветка приводит к тому, что квантовая точка может стать двукратно заряженной, содержать экситон, трион или быть пустой. Феноменологически можно заменить всё множество возможных возбуждённых состояний на одно, двукратно вырожденное по спину. Тогда процессы его заселения и опустошения можно описать уравнениями (3.23), в которых возможное несохранение спина при рекомбинации может быть учтено как перенормировка времени  $\tau_s^T$ .

Мы будем считать, что темп рекомбинации постоянен, а темп возбуждения пропорционален мощности нерезонансной подсветки. Тогда из выражения (3.30) видно, что площадь спектра определяется квадратом стационарной заселённости основного состояния  $n^2$ . Зависимость от мощности, рассчитанная по уравнению (3.24), показана на рис. 3.5(c) сплошными кривыми. Также на рис. 3.5(d) показана подгонка ширины спектра спинового шума по формуле (3.29).

В целом, можно сделать вывод, что четырёхуровневая модель очень хорошо описывает экспериментальные результаты. Из подгонки были определены, в частности, времена спиновой релаксации в основном и возбуждённом состояниях, которые оказались равны  $\tau_s = 200$  нс и  $\tau_s^T = 19$  нс для обоих образцов. Во-первых, спиновая релаксация в возбуждённом состоянии получилась более быстрая, чем в основном, как и следовало ожидать. Во-вторых, удивительно, что эти време-

на оказались одинаковыми для двух разных образцов. Возможно, это связано с ненамеренным фоновым дырочным легированием образца  $n$ -типа, которое было обнаружена ранее [52].

Очевидно, что также как усредняется темп спиновой релаксации (3.29), в принципе, может усредняться и частота ларморовской прецессии, если рекомбинация триона достаточно сохраняет спиновую поляризацию. Этот эффект наблюдался недавно при измерении спинового шума дырок в кристалле галогенидного перовскита [212].

В заключение этого раздела отметим, что хотя в условиях эксперимента [A11] возможно формирование экситонов в квантовых точках, спиновый шум от них не наблюдался. Теория спиновых флуктуаций экситонов была развита в работе [111]. Также была построена теории спинового шума экситонных поляритонов [213, 214], который наблюдался экспериментально [215, 216].

### 3.4 Конкуренция спинового и зарядового шумов

В предыдущем разделе, как и в первой главе, процессы генерации и рекомбинации были введены феноменологически. Такой подход может быть обоснован микроскопически [A12]. Для этого рассмотрим для конкретики квантовую точку, заряженную дыркой, к которой приложено внешнее продольное магнитное поле  $B$ , подавляющее роль ядерных спиновых флуктуаций в силу эффекта восстановления поляризации и увеличивающее время спиновой релаксации. Гамильтониан может быть представлен в виде

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_0 a_{s1/2}^\dagger a_{s1/2} + \frac{\hbar}{2} (\boldsymbol{\Omega}^h \cdot \boldsymbol{\sigma})_{ss'} a_{s3/2}^\dagger a_{s'3/2} + \frac{\hbar}{2} (\boldsymbol{\Omega}^e \cdot \boldsymbol{\sigma})_{ss'} a_{s1/2}^\dagger a_{s'1/2} + \left( \hbar \mathcal{E}_s e^{-i\omega t} a_{s1/2}^\dagger a_{s3/2} + \text{H.c.} \right), \quad (3.31)$$

где суммирование идёт по индексам  $s, s' = \pm$ ,  $a_{\pm 3/2}$  — операторы уничтожения дырки с соответствующим спином,  $a_{\pm 1/2}$  — операторы уничтожения синглетного триона с соответствующим спином неспаренного электрона,  $\omega_0$  — резонансная ча-

стота возбуждения триона,  $\Omega^{e(h)} = \mu_B g^{e(h)} \mathbf{B} / \hbar$  — ларморовские частоты прецессии электрона и дырки с соответствующими продольными  $g$ -факторами  $g^{e(h)}$  (в этом разделе удобно использовать именно такие обозначения),  $\boldsymbol{\sigma}$  — вектор из матриц Паули,  $\mathcal{E}_\pm$  — матричные элементы оптических переходов в  $\sigma^\pm$  поляризациях под действием зондирующего луча с частотой  $\omega$ , а Н.с. обозначает эрмитово сопряжённые слагаемые. Обозначения состояний квантовой точки проиллюстрированы на рис. 3.6, который будет описан более подробно далее.

Неупругие процессы можно учесть аналогично (1.108) методом уравнения Линдблада. В результате можно получить аналогично (2.4) систему уравнений на средние значения, которыми параметризуется матрица плотности [A12]:

$$\dot{n} = 2\mathcal{E}d_x'' + \gamma_0 n_T, \quad (3.32a)$$

$$\dot{n}_T = -2\mathcal{E}d_x'' - \gamma_0 n_T, \quad (3.32b)$$

$$\dot{S}_z = -\mathcal{E}d_y' + \gamma_0 J_z, \quad (3.32c)$$

$$\dot{J}_z = \mathcal{E}d_y' - \gamma_0 J_z, \quad (3.32d)$$

$$\dot{d}_x' = -\Delta d_x'' - \Omega d_y'/2 - \gamma d_x', \quad (3.32e)$$

$$\dot{d}_x'' = \mathcal{E}(n_T - n_h)/2 + \Delta d_x' - \Omega d_y''/2 - \gamma d_x'', \quad (3.32f)$$

$$\dot{d}_y' = \mathcal{E}(S_z - J_z) - \Delta d_y'' + \Omega d_x'/2 - \gamma d_y', \quad (3.32g)$$

$$\dot{d}_y'' = \Delta d_y' + \Omega d_x''/2 - \gamma d_y''. \quad (3.32h)$$

Здесь, как и прежде,  $n = \langle a_{+3/2}^\dagger a_{+3/2} + a_{-3/2}^\dagger a_{-3/2} \rangle$  — заселённость основного состояния,  $n_T = \langle a_{+1/2}^\dagger a_{+1/2} + a_{-1/2}^\dagger a_{-1/2} \rangle$  — трионного,  $S_z = \langle a_{+3/2}^\dagger a_{+3/2} - a_{-3/2}^\dagger a_{-3/2} \rangle / 2$  — спин основного состояния (дырки),  $J_z = \langle a_{+1/2}^\dagger a_{+1/2} - a_{-1/2}^\dagger a_{-1/2} \rangle$  — спин триона (неспаренного электрона), точка означает производную по времени,  $\Omega = \Omega_z^e - \Omega_z^h$  — разница частот ларморовской прецессии в основном и возбуждённом состояниях, определяющая расщепление оптических переходов в  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  поляризациях,  $\gamma$  — темп дефазировки оптического перехода,

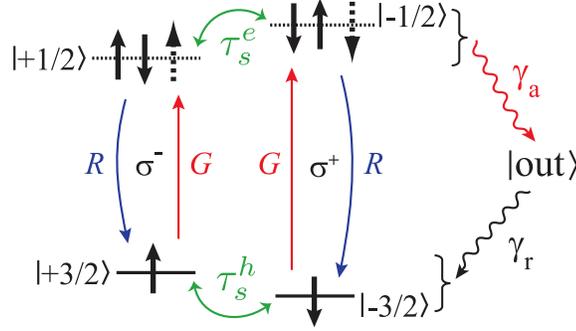


Рис. 3.6: Переходы между основными и возбуждёнными состояниями положительно заряженной квантовой точки и уход дырки из неё из-за оже-процессов.

а  $\Delta = \omega - \omega_0$  — отстройка от трионного резонанса. Также тут введены величины, пропорциональные компонентам дипольного момента в каноническом базисе [217]:

$$d_x = \frac{-d_+ + d_-}{\sqrt{2}}, \quad d_y = -i \frac{d_+ + d_-}{\sqrt{2}}, \quad (3.33)$$

где  $d_{\pm} = \langle a_{\pm 3/2}^{\dagger} a_{\pm 1/2} \rangle$ , а один и два штриха в (3.32) обозначают вещественную и мнимую части, соответственно. Для линейно поляризованного зондирующего света две циркулярные компоненты имеют вид  $\mathcal{E}_{\pm} = \mp \mathcal{E} / \sqrt{2}$  где  $\mathcal{E}$  будем считать вещественным. В этом случае компоненты дипольного момента с одним штрихом синфазны с падающим полем, а с двумя — сдвинуты на  $90^\circ$ . Поэтому сигналы фарадеевского вращения и эллиптичности определяются  $d''_y$  и  $d'_y$ , соответственно [64].

Уравнения (3.32) учитывают только самые быстрые процессы такие как генерация трионов, рекомбинация и сбой фазы, а более медленные процессы могут быть затем учтены адиабатически. В частности, стационарное решение согласуется с уравнением (3.24), полученным ранее из феноменологической теории, если положить

$$G = \frac{\mathcal{E}^2 \gamma}{\gamma^2 + \Delta^2}. \quad (3.34)$$

Аналогично отношение спинов в основном и трионном состояниях определяется из

$$\frac{J_z}{F_z} = \frac{G}{G + R}, \quad (3.35)$$

а темп спиновой релаксации определяется временем  $\tau_s^*$  (3.29).

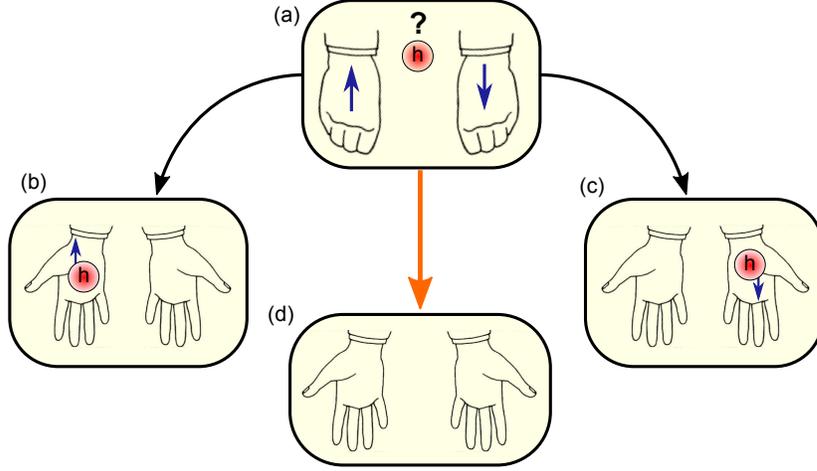


Рис. 3.7: Измерение спиновых и зарядовых шумов аналогично игре с ребёнком, в которой он угадывает, в каком кулаке спрятана игрушка. (a) Две руки соответствуют состояниям носителя заряда (дырки) со спином вверх и вниз. В каждом измерении можно обнаружить дырку в квантовой точке со спином вверх (b) или со спином вниз (c), а иногда квантовая точка может оказаться пустой (d).

Микроскопический дипольный момент, определяющий величину фарадеевского вращения, имеет вид

$$d_y'' = \frac{\mathcal{E}\Delta}{\gamma_1^2 + \Delta^2} F_z + \frac{\mathcal{E}(\gamma_1^2 - \Delta^2)}{4(\gamma_1^2 + \Delta^2)^2} n_{\text{tot}} \Omega, \quad (3.36)$$

где  $\gamma_1 = \gamma\sqrt{1 + 2\mathcal{E}^2/(\gamma\gamma_0)}$  — ширина резонанса, перенормированная насыщением оптического перехода, а  $n_{\text{tot}} = n + n_T$ . Из этого уравнения видно, что во внешнем магнитном поле флуктуации фарадеевского вращения определяются не только флуктуациями полного спина  $F_z$ , но и флуктуациями заселённости квантовой точки  $n_{\text{tot}}$  [A12].

Этот факт проиллюстрирован на рис. 3.7. При измерении спинового шума экспериментатор как будто угадывает каждый раз, в каком состоянии дырка: со спином вверх или со спином вниз. Но оказывается, что иногда дырки может вообще не быть в квантовой точке, и это согласно (3.36) также может вносить вклад во флуктуации фарадеевского вращения.

У зарядового шума в квантовой точке есть несколько ключевых отличий от спинового шума. Во-первых, как видно из (3.36), его детектирование в шумах

фарадеевского вращения требует наличия внешнего продольного магнитного поля (в согласии с симметрией к обращению времени). Во-вторых, интенсивность шума от этого вклада определяется выражением

$$\langle \delta d_y''^2 \rangle_{ON} = \frac{\mathcal{E}^2(\gamma_1^2 - \Delta^2)^2}{16(\gamma_1^2 + \Delta^2)^4} \Omega^2 \langle \delta n_{\text{tot}}^2 \rangle, \quad (3.37a)$$

где флуктуации заселённости равны  $\langle \delta n_{\text{tot}}^2 \rangle = \langle n_{\text{tot}} \rangle (1 - \langle n_{\text{tot}} \rangle)$ . А интенсивность шума от вклада спиновых флуктуаций равна

$$\langle \delta d_y''^2 \rangle_{ON} = \left( \frac{\mathcal{E} \Delta}{\gamma_1^2 + \Delta^2} \right) \frac{\langle n_{\text{tot}} \rangle}{4}. \quad (3.37b)$$

Из сравнения (3.37a) и (3.37b) видно, что флуктуации фарадеевского вращения, вызванные флуктуациями спина, обнуляются в резонансе ( $\Delta = 0$ ), в то время как флуктуации заселённости квантовой точки в этих условиях максимальны.

Наконец, зарядовые флуктуации характеризуются своими собственными временами, не связанными, вообще говоря, с  $\tau_s^*$ . Простейшая модель, которая позволяет их описать, показана на рис. 3.6. В ней учитывается оже-процесс для триона с темпом  $\gamma_a$ , в котором при нерадиационной рекомбинации электрон-дырочной пары оставшаяся дырка получает большую энергию и выбрасывается из квантовой точки. Если же квантовая точка пуста, то она может обратно захватить дырку с темпом  $\gamma_r$ . Более сложная модель зарядовой динамики развита в работе [218].

В рассматриваемой модели зарядовая динамика описывается уравнением

$$\dot{n}_{\text{tot}} = -\frac{G\gamma_a}{R+G}n_{\text{tot}} + \gamma_r(1 - n_{\text{tot}}), \quad (3.38)$$

где мы учли отношение заселённостей основного и трионного состояний (3.24). Из этого уравнения видно, что среднее заполнение квантовой точки равняется

$$\langle n_{\text{tot}} \rangle = \frac{\gamma_r(G+R)}{\gamma_r(G+R) + \gamma_a G}, \quad (3.39)$$

а его флуктуации релаксируют с темпом

$$\gamma_n = \frac{G}{R+G}\gamma_a + \gamma_r \quad (3.40)$$

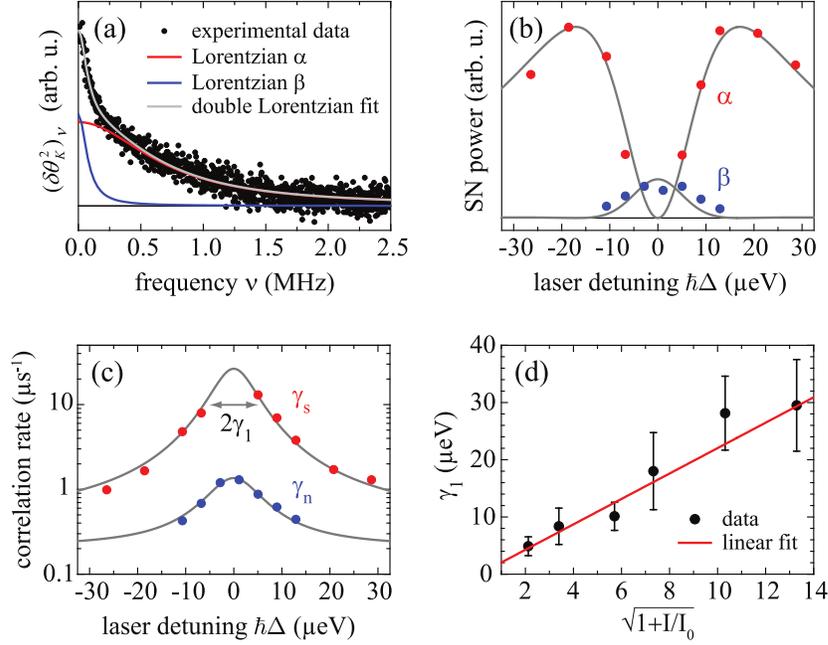


Рис. 3.8: (а) Спектр шумов керровского вращения одиночной квантовой точки при мощности возбуждения  $I = 1.1$  мкВт/мкм<sup>2</sup> и отстройке  $\hbar\Delta = 9$  мкэВ от трионного резонанса, а также его подгонка суммой двух лоренцианов. (б) Зависимости площадей двух лоренцианов от отстройки. Сплошные линии — феноменологическая подгонка для наглядности. (с) Зависимости ширин двух лоренцианов от отстройки и их подгонка лоренцианами с шириной  $\gamma_1$  по формулам (3.29) и (3.40). (д) Зависимость параметра  $\gamma_1$  от мощности возбуждения и его подгонка по формуле (3.41). Параметры подгонки приведены в тексте.

по аналогии с (3.29).

Уникальный эксперимент по измерению спинового шума одиночной положительно заряженной квантовой точки (в микрорезонаторе) был выполнен в университете Ганновера [A12]. На рис. 3.8(а) показан типичный спектр флуктуаций керровского вращения в продольном магнитном поле 31 мТл. Он состоит из широкого ( $\alpha$ ) и узкого ( $\beta$ ) лоренцианов, центрированных на нулевой частоте, как показано сплошными линиями.

Зависимости площадей этих двух вкладов от частоты зондирующего луча показаны на рис. 3.8(б). При нулевой отстройке ( $\Delta = 0$ ) широкий вклад пропадает, а площадь узкого вклада максимальна. Это позволяет интерпретировать их на основании уравнений (3.37) как спектры спинового и зарядового шумов соответственно. Дополнительные измерения зависимости от величины магнитного поля

подтвердили эту интерпретацию.

Рис. 3.8(с) показывает ширины спектров спинового и зарядового шумов от отстройки между зондирующим лучом и трионным резонансом квантовой точки. Они описываются формулами (3.29) и (3.40). При этом из (3.24) и (3.34) видно, что ширина соответствующих функций Лоренца равна

$$\gamma_1 = \gamma \sqrt{1 + 2\mathcal{E}^2/(\gamma\gamma_0)}. \quad (3.41)$$

Соответствующие подгонки показаны сплошными линиями на рис. 3.8(с) и из них определены времена спиновой релаксации дырки  $\tau_s = 2.5$  мкс, электрона в трионе  $\tau_s^T = 33$  нс, темп оже-рекомбинации  $\gamma_a = 2.9$  мкс<sup>-1</sup> и темп захвата дырки в квантовую точку  $\gamma_r = 0.21$  мкс<sup>-1</sup>. Здесь снова видно, что скорость спиновой релаксации в трионе гораздо выше, чем в основном состоянии, а также то, что дырка медленно захватывается обратно в квантовую точку. Поэтому при мощном возбуждении средняя заселённость квантовой точки существенно уменьшается.

Как видно из (3.41), ширины зависимостей, изображённых на рис. 3.8(с), вообще говоря зависят от мощности возбуждения  $I$ . Эту зависимость можно представить в виде  $\gamma_1 = \gamma \sqrt{1 + I/I_0}$ , где  $I_0$  — интенсивность просветления квантовой точки. Подгонка экспериментально измеренной зависимости  $\gamma_1(I)$  показана на рис. 3.8(d). Из неё определена интенсивность просветления  $I_0 = 0.07$  мкВт/мкм<sup>2</sup> и однородная неперенормированная ширина трионного резонанса  $\hbar\gamma = 2.2$  мкэВ.

В заключение раздела обсудим дополнительные возможные вклады в спектры флуктуаций фарадеевского вращения. Во-первых, это может быть спиновый шум ядер. Он экспериментально измерялся в работе [219], а близкий по механизму шум магнитных примесей будет обсуждаться в следующем разделе. В этом эксперименте такая интерпретация была исключена измерением зависимости от магнитного поля (для спинового шума ядер её быть не должно в отличие от (3.37а)). Во-вторых, возможен вклад от флуктуаций энергии трионного резонанса [180], но он исключается зависимостью от отстройки, в которой тогда должен был бы наблюдаться минимум при  $\Delta = 0$ , а не максимум как на рис. 3.8(b). Ещё интересно

отметить, что в гиротропных системах флуктуации фарадеевского вращения могут содержать информацию о шуме электрического и спинового токов [220].

## 3.5 Косвенная спектроскопия спинового шума

### 3.5.1 Модель

Измерение спинового шума основано на измерении индуцируемых им флуктуаций фарадеевского вращения непрерывного зондирующего луча. Эта связь происходит из спин-орбитального взаимодействия, которое определяет правила отбора для оптических переходов, показанных, например, на рис. 3.6. В случае резидентных электронов или дырок спин носителя заряда определяет циркулярную поляризацию света, в которой может происходить оптический переход с участием этого электрона или дырки. Таковую распространённую ситуацию можно назвать прямой спектроскопией спинового шума.

В этом разделе мы построим теорию косвенной спектроскопии спиновых флуктуаций [A13]. Она основана на измерении спинового шума электронов, не участвующих напрямую в оптических переходах, например, спинов магнитных примесей. Целью теории является расчёт спектров флуктуаций фарадеевского вращения во внешнем магнитном поле и установление его связи со спектром спинового шума магнитных примесей.

Такая постановка задачи может показаться лишь несущественным развитием предыдущих теорий. Однако, мы покажем, что для косвенной спектроскопии спинового шума нарушается упоминавшийся ранее принцип соответствия спектров спинового шума спектрам комбинационного рассеяния света с переворотом спинов [190, 191]. В прямой спектроскопии спинового шума в отсутствие спиновой поляризации спектры комбинационного рассеяния и спиновых флуктуаций совпадают. В то же время, хорошо известно, что для полупроводниковых наносистем, легированных марганцем, наблюдается до 15 пиков в спектрах комбинационного рассеяния света с частотами, кратными частоте ларморовской прецессии спинов

во внешнем магнитном поле [221—223]. Динамика же спиновых флуктуаций содержит только одну гармонику на ларморовской частоте, как обсуждалось выше применительно к спиновым флуктуациям электронов. Поэтому связь спектров спинового шума и спектров неупругого рассеяния света на спиновых флуктуациях для случая косвенной спектроскопии спинового шума заведомо нелинейная в противоположность прямой спектроскопии.

Нами будет развита конкретная модель для детектирования спиновых флуктуаций ионов  $\text{Mn}^{2+}$ , однако полученные теоретические результаты для косвенной спектроскопии спинового шума применимы для множества других систем, как будет показано в подразделе 3.5.3. Электроны  $d$ -оболочки марганца формируют полный спин  $5/2$  и не участвуют напрямую в оптических переходах. Но они эффективно обменно взаимодействуют с фотовозбуждёнными электронами и дырками. Мы рассмотрим типичную ситуацию, когда поглощение света приводит к рождению локализованного экситона с тяжёлой дыркой, например, в квантовой яме или квантовой точке. Кроме того, будем считать, что система находится во внешнем магнитном поле, приложенном в геометрии Фойгта вдоль оси  $x$ . Это поле определяет направление квантования электронного спина, но пренебрежимо слабо влияет на спин тяжёлой дырки [224].

В области локализации экситона может находиться порядка сотни ионов  $\text{Mn}^{2+}$ . Основной вклад в их обменное взаимодействие с экситонами вносит  $sp$ - $d$  обмен с дырками. Мы представим его гамильтониан в виде

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \hbar\omega_{\text{ex}} \frac{2}{3} S_z^h I_z, \quad (3.42)$$

где  $\hbar\omega_{\text{ex}}$  — константа обменного взаимодействия,  $S_z^h$  — проекция спина тяжёлой дырки, а

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_i \quad (3.43)$$

— суммарный спин  $N$  ионов  $\text{Mn}^{2+}$  в области локализации экситона. Обменное взаимодействие (3.42) расщепляет экситонные оптические переходы в  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$

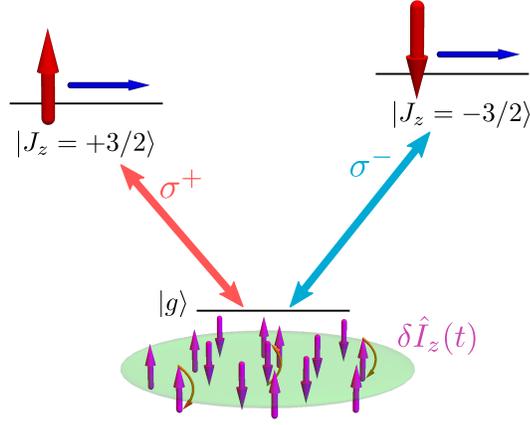


Рис. 3.9: Флуктуации спинов  $\text{Mn}^{2+}$  (розовые стрелки) расщепляют экситонные резонансы в поляризациях  $\sigma^\pm$  с тяжёлой дыркой  $J_z = \pm 3/2$  (красные стрелки) и спином электрона вдоль магнитного поля.

поляризациях, как показано на рис. 3.9.

В представлении Гейзенберга циркулярные компоненты оператора поляризации  $P_\pm = (\mp P_x - iP_y)/\sqrt{2}$  удовлетворяют уравнениям [A13]

$$\frac{dP_\pm(t)}{dt} = -i[\omega_0 \pm \omega_{ex}I_z(t) - i\gamma] P_\pm(t) + \frac{i}{\hbar}|d|^2 E_\pm e^{-i\omega_p t}, \quad (3.44)$$

где  $\omega_0$  — частота экситонного резонанса,  $I_z(t)$  — гейзенберговский оператор суммарного спина  $\text{Mn}^{2+}$ ,  $\gamma$  — однородная ширина резонанса,  $d$  — дипольный момент оптического перехода,  $E_\pm$  — циркулярные компоненты падающего света с частотой  $\omega_p$ . В поперечном магнитном поле, очевидно,  $I_z(t) = I_z \cos(\Omega_L t) + I_y \sin(\Omega_L t)$ , где  $\Omega_L$  — ларморовская частота  $\text{Mn}^{2+}$ . Не умаляя общности, мы ограничимся рассмотрением только одного экситонного резонанса с фиксированным спином электрона по/против магнитного поля.

Общее решение (3.44) имеет вид

$$P_\pm(t) = i \frac{|d|^2}{\hbar} E_\pm e^{-i\omega_p t} \int_0^\infty e^{i(\omega_p - \omega_0)\tau - \gamma\tau} \mathcal{T} \exp \left[ \mp i\omega_{ex} \int_0^\tau I_z(t - \tau') d\tau' \right] d\tau, \quad (3.45)$$

где символ  $\mathcal{T}$  обозначает, как и ранее, упорядочение по времени.

Осциллирующая поляризация (3.45) индуцирует вторичное излучение, которое приводит к эффекту фарадеевского вращения и его флуктуациям. Для падающего

поля, поляризованного вдоль оси  $x$ , сигналы фарадеевского вращения  $\mathcal{F}$  и эллиптичности  $\mathcal{E}$  пропорциональны компоненте поляризации  $P_y$  [64]:

$$\mathcal{F} + i\mathcal{E} \propto P_y e^{i\omega_p t}. \quad (3.46)$$

Можно сказать, что зондирующий луч производит гомодинирование более слабого света, излучаемого экситонной поляризацией. Соответственно, спектры флуктуаций фарадеевского вращения и эллиптичности определяются в согласии с разделом 3.1 симметризованной корреляционной функцией компонент  $P_y$ .

В то же время спектры комбинационного рассеяния света также определяются преобразованием Фурье от компонент поля, излучённого поляризацией  $P_\alpha$ :

$$S(\omega) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \langle P_\alpha^*(0) P_\alpha(\tau) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (3.47)$$

Таким образом, они действительно тесно связаны со спектрами флуктуаций фарадеевского вращения и эллиптичности, но последние связаны со спиновыми флуктуациями, как видно из (3.45), нелинейным образом.

Чтобы охарактеризовать эту связь точнее, удобно ввести безразмерную (и медленно меняющуюся) поляризацию

$$\mathbf{p}(t) = -\frac{\hbar\gamma}{|d|^2 E_0} \mathbf{P}(t) e^{i\omega_p t}, \quad (3.48)$$

где  $E_0$  — амплитуда падающей электромагнитной волны. Тогда уравнение (3.45) принимает вид

$$p_\pm(t) = \frac{E_\pm}{E_0} \int_0^\infty e^{-i\delta k - k\mathcal{T}} \exp[\mp i\mathcal{J}(t)] dk, \quad (3.49)$$

где

$$\delta = (\omega_0 - \omega_p)/\gamma \quad (3.50)$$

— безразмерная отстройка, и

$$\mathcal{J}(t) = \int_0^k m(t - k'/\gamma) dk' \quad (3.51)$$

выражается через безразмерное расщепление экситонного резонанса намагниченностью  $\text{Mn}^{2+}$ :

$$m(t) = \frac{\omega_{ex}}{\gamma} I_z(t). \quad (3.52)$$

Если падающий свет имеет циркулярную поляризацию, то рассеянный свет будет так же поляризован. При вычислении спектров удобно воспользоваться тем, что обычно экситонный резонанс сильно неоднородно уширен, так что наблюдаемые величины должны быть усреднены по отстройке  $\delta$ . В частности, спектры комбинационного рассеяния в циркулярных поляризациях определяются коррелятором

$$\overline{\langle p_{\pm}^*(0) p_{\pm}(\tau) \rangle} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle p_{+}^*(0) p_{+}(\tau) \rangle d\delta = \int_0^{\infty} e^{-2k} \langle [\overline{\mathcal{T}} e^{i\mathcal{J}(0)}] [\mathcal{T} e^{-i\mathcal{J}(\tau)}] \rangle dk, \quad (3.53)$$

где мы воспользовались (3.49). Подынтегральная корреляционная функция представляет собой экспоненту от производящей функции кумулянтов  $\kappa(\mathcal{J}^{l_1}(0), \mathcal{J}^{l_2}(\tau))$  [225], так что она может быть переписана в виде

$$\langle [\overline{\mathcal{T}} e^{i\mathcal{J}(0)}] [\mathcal{T} e^{-i\mathcal{J}(\tau)}] \rangle = \exp \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{2n} \frac{(-1)^{(n-l)}}{l!(n-l)!} \kappa(\mathcal{J}^l(0), \mathcal{J}^{2n-l}(\tau)) \right], \quad (3.54)$$

где мы учли, что все кумулянты нечётных порядков равны нулю. При усреднении здесь необходимо использовать прямое временное упорядочение для операторов  $I_z(t)$  в  $\mathcal{J}(\tau)$  и обратное для  $\mathcal{J}(0)$ , а также ставить все операторы, относящиеся к  $\mathcal{J}(0)$ , левее, чем относящиеся к  $\mathcal{J}(\tau)$ . Тем не менее, из этого выражения вместе с определением (3.51) наглядно видно, что спектры определяются вообще говоря корреляционными функциями спина  $m(t)$  всех порядков (всех степеней) [A13].

Далее, чтобы получить более наглядные выражения, мы сделаем два дополнительных предположения. Во-первых, будем считать количество магнитных примесей большим,  $N \gg 1$ , так что флуктуации полного спина системы являются нормальными (гауссовыми). В этом случае кумулянты четвёртого порядка и вы-

ше можно положить равными нулю. Это приводит к

$$\overline{\langle p_+^*(0)p_+(\tau) \rangle} = \int_0^\infty e^{-2k + \langle \mathcal{J}(0)\mathcal{J}(\tau) \rangle - \langle \mathcal{J}^2(0) \rangle} dk. \quad (3.55)$$

Во-вторых, удобно использовать адиабатическое приближение  $\Omega_L \ll \gamma$ , в котором, как видно из (3.51),  $\mathcal{J}(t) = km(t)$ . Это приводит к

$$\overline{\langle p_+^*(0)p_+(\tau) \rangle} = \int_0^\infty \exp(-2k - k^2 \langle m^2 \rangle + k^2 \langle m(0)m(\tau) \rangle) dk. \quad (3.56)$$

Интеграл, очевидно, может быть выражен через функцию ошибок, но для дальнейшего удобно оставить его в таком виде.

Фурье-образ этого коррелятора определяет согласно (3.47) спектр комбинационного рассеяния циркулярно поляризованного света. В случае линейно поляризованного зондирующего луча из (3.49) следуют выражения для декартовых компонент безразмерной поляризации

$$p_x(t) = \int_0^\infty e^{-i\delta k - k} \mathcal{T} \cos[\mathcal{J}(t)] dk, \quad (3.57a)$$

$$p_y(t) = - \int_0^\infty e^{-i\delta k - k} \mathcal{T} \sin[\mathcal{J}(t)] dk, \quad (3.57b)$$

где мы ввели “прозрачные” обозначения

$$\mathcal{T} \cos(x) = \frac{\mathcal{T} e^{ix} + \mathcal{T} e^{-ix}}{2}, \quad \mathcal{T} \sin(x) = \frac{\mathcal{T} e^{ix} - \mathcal{T} e^{-ix}}{2i}. \quad (3.58)$$

Далее снова воспользуемся приближением гауссовых флуктуаций и адиабатического режима, чтобы получить средние значения корреляторов в виде

$$\begin{bmatrix} \overline{\langle p_x^*(0)p_x(\tau) \rangle} \\ \overline{\langle p_y^*(0)p_y(\tau) \rangle} \end{bmatrix} = \int_0^\infty dk e^{-2k - k^2 \langle m^2 \rangle} \begin{bmatrix} \text{ch}(k^2 \langle m(0)m(\tau) \rangle) \\ \text{sh}(k^2 \langle m(0)m(\tau) \rangle) \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Фурье-образ первой из этих строчек определяет кополяризованный спектр комбинационного рассеяния, а второй — кроссполяризованный.

Аналогичные корреляторы описывают шумы фарадеевского вращения и эллиптичности. Из выражения (3.46) после усреднения по отстройке получим, что спектры флуктуаций сигналов фарадеевского вращения и эллиптичности совпадают:

$$\overline{\mathcal{F}_\omega^2} = \overline{\mathcal{E}_\omega^2} \propto \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\langle p_y^*(0)p_y(\tau) \rangle_s} e^{i\omega\tau} d\tau, \quad (3.60)$$

и определяются коррелятором, отличающимся от второй строчки (3.59) лишь симметризацией.

### 3.5.2 Спектры комбинационного рассеяния и флуктуаций спиновых сигналов

После вывода общих выражений для спектров комбинационного рассеяния в различных поляризациях и спектров шумов спиновых сигналов фарадеевского вращения и эллиптичности можно перейти к их явному вычислению.

Средний спин ансамбля  $\text{Mn}^{2+}$  определяется в согласии с (3.5) выражением

$$\langle I_x \rangle = N s \mathcal{B}_s \left( \frac{\hbar \Omega_L s}{k_B T} \right), \quad (3.61)$$

где  $s = 5/2$  — спин  $\text{Mn}^{2+}$ . Средние значения произведений компонент спина равны

$$\langle I_y I_z \rangle = -\langle I_z I_y \rangle = \frac{i}{2} \langle I_x \rangle, \quad (3.62a)$$

$$\langle I_z^2 \rangle = \langle I_y^2 \rangle = \frac{N}{2} [s(s+1) - \langle s_x^2 \rangle], \quad (3.62b)$$

где  $\langle s_x^2 \rangle$  вычисляется аналогично (3.7a). Можно сказать, что первая из этих двух строчек ответственна за квантовую часть спиновых флуктуаций, потому что она зависит от порядка произведения двух операторов.

Из этих корреляционных функций и уравнения Блоха для спиновых корреляторов следует, что

$$\langle I_z(0)I_z(\tau) \rangle = \frac{1}{2} \left[ \left( \langle I_z^2 \rangle + \frac{\langle I_x \rangle}{2} \right) e^{i\Omega_L \tau} + \left( \langle I_z^2 \rangle - \frac{\langle I_x \rangle}{2} \right) e^{-i\Omega_L \tau} \right] e^{-|\tau|/\tau_s}, \quad (3.63)$$

или в терминах безразмерной намагниченности (3.52)

$$\langle m(0)m(t) \rangle = (\mu_+ e^{-i\Omega_L t} + \mu_- e^{i\Omega_L t}) e^{-|t|/\tau_s}, \quad (3.64)$$

где

$$\mu_{\pm} = \frac{\omega_{ex}^2}{2\gamma^2} \left( \langle I_z^2 \rangle \mp \frac{\langle I_x \rangle}{2} \right). \quad (3.65)$$

Этот коррелятор напрямую определяет корреляционные функции поляризации, входящие в выражения для спектров.

В частности, при циркулярной поляризации возбуждения можно разложить (3.56) как

$$\overline{\langle p_+^*(0)p_+(\tau) \rangle} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\langle m(0)m(\tau) \rangle - \langle m^2 \rangle}{2} \right]^n (2n-1)!! . \quad (3.66)$$

Видно, что подстановка сюда коррелятора (3.64) приводит к спектру в форме набора пиков на частотах, кратных частоте ларморовской прецессии:

$$\mathcal{S}_{++}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\langle p_+^*(0)p_+(\tau) \rangle} e^{i\Omega\tau} d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\pm} \mathcal{P}_n^{\pm}(\Omega \mp n\Omega_L). \quad (3.67)$$

Здесь  $\Omega$  — сдвиг частоты при комбинационном рассеянии, а  $P_n^{\pm}(\Omega)$  — описывает симметричные пики на частотах  $\pm n\Omega_L$  [A13]. Например, в пределе малых флуктуаций,  $m(t) \ll 1$ ,

$$\mathcal{S}_{++}(\Omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\pm} \frac{(2n-1)!!}{2^n} \mu_{\pm}^n \frac{\tau_s/n}{1 + [(\Omega/n \mp \Omega_L)\tau_s]^2}. \quad (3.68)$$

Стоит лишний раз отметить, что спектр спинового шума (фурье-образ коррелятора (3.64)) содержит пики только на частотах  $\pm\Omega_L$ . Из выражений (3.65) видно, что спектры рассеяния удовлетворяют обычному соотношению

$$\frac{\mathcal{S}_{++}(\Omega)}{\mathcal{S}_{++}(-\Omega)} = e^{-\hbar\Omega/(k_B T)}. \quad (3.69)$$

При линейно поляризованном возбуждении спектры комбинационного рассеяния определяются корреляторами (3.59), поэтому они вместо (3.67) описываются

$$\mathcal{S}_{xx}(\Omega) = \mathcal{S}_{yy}(\Omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\pm} \mathcal{P}_{2k}^{\pm}(\Omega \mp 2k\Omega_L), \quad (3.70a)$$

$$\mathcal{S}_{xy}(\Omega) = \mathcal{S}_{yx}(\Omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\pm} \mathcal{P}_{2k+1}^{\pm}(\Omega \mp (2k+1)\Omega_L). \quad (3.70b)$$

То есть состоят по отдельности из чётных и нечётных пиков спектра в циркулярных поляризациях.

Пример спектров комбинационного рассеяния с переворотом спинов показан на рис. 3.10. При нулевой температуре они состоят из множества пиков при  $\Omega = -n\Omega_L$ . В циркулярных поляризациях  $n$  пробегает всё множество натуральных чисел (зелёная кривая на панели (а)), в совпадающих линейных поляризациях  $n$  чётно (синяя кривая), а в скрещенных — нечётно (красная кривая). Множество пиков соответствует рассеянию света с одновременным переворотом  $n$  спинов  $\text{Mn}^{2+}$  (изменению проекции  $I_x$  на  $n$ ). Микроскопически эти процессы обусловлены косвенным обменным взаимодействием  $\text{Mn}^{2+}$  через спин тяжёлой дырки. Можно сказать, что пик на частоте  $\pm n\Omega_L$  обусловлен спиновым коррелятором порядка не ниже, чем  $n$ .

Спектры же флуктуаций фарадеевского вращения и эллиптичности, как видно из (3.60), имеют вид

$$\mathcal{S}_{FR}(\Omega) = \frac{\mathcal{S}_{xy}(\Omega) + \mathcal{S}_{xy}(-\Omega)}{2}, \quad (3.71)$$

то есть представляют собой симметризованные спектры комбинационного рассеяния в скрещенных линейных поляризациях. Такой спектр показан чёрной кривой на рис. 3.10(а).

С ростом температуры спектры комбинационного рассеяния становятся более симметричными в соответствии с (3.69), как показано на рис. 3.10(б). В то же время пики в спектрах становятся несколько менее выраженными. Асимметрия спектров при конечной температуре возникает из-за отличия множителей  $\mu_{\pm}$  (3.65), то есть связана именно с квантовыми корреляторами (3.62а).

### 3.5.3 Обсуждение

При вычислении спектров мы делали предположение о нормальности (гауссовости) спиновых флуктуаций  $\text{Mn}^{2+}$ . Это предположение может существенно на-

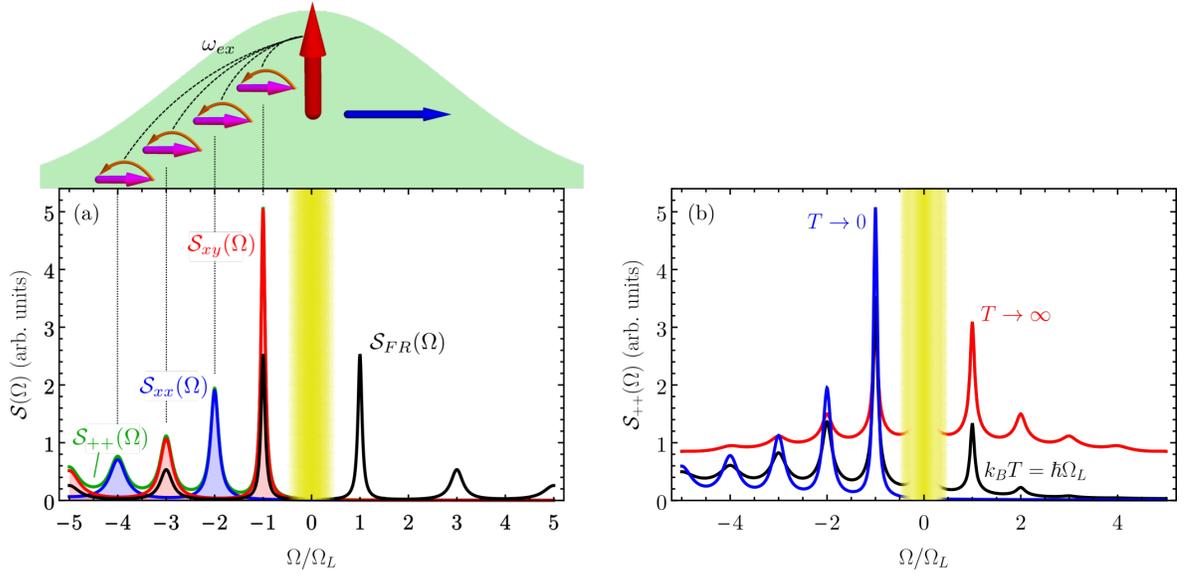


Рис. 3.10: (а) Спектры флуктуаций фарадеевского вращения  $\mathcal{S}_{FR}(\Omega)$  (чёрная кривая) и комбинационного рассеяния в циркулярной поляризации  $\mathcal{S}_{++}(\Omega)$  (зелёная кривая), а также в ко-  $\mathcal{S}_{xx}(\Omega)$  (синяя кривая) и кросс-  $\mathcal{S}_{xy}(\Omega)$  (красная кривая) линейных поляризациях при нулевой температуре. Жёлтая полоска закрывает область низких частот (маленького стоковского сдвига). Над графиком схематично изображена волновая функция экситона, в которой взаимодействие с дыркой приводит к множественным переворотам спинов  $\text{Mn}^{2+}$ . (б) Спектр комбинационного рассеяния в циркулярной поляризации  $\mathcal{S}_{++}(\Omega)$  при различных температурах, указанных на графике. Параметры расчёта  $\sqrt{N}\omega_{ex}/\gamma \gg 1$  и  $\tau_s\Omega_L = 20$  [A13].

рушаться, если методом косвенной спектроскопии спинового шума измеряются флуктуации одиночных спинов. Физически это может быть, например, одиночный ион  $\text{Mn}^{2+}$  в квантовой точке или глубокая примесь с ненулевым спином ядра. В этом случае корреляционные функции любого порядка можно вычислить, просто пользуясь конечностью соответствующего гильбертова пространства. В результате для полного спина  $I$  в спектрах флуктуаций спиновых сигналов и комбинационного рассеяния оказываются разрешены пики лишь с  $|n| \leq 2I$  [A13]. Это, очевидно, соответствует тому, что энергия магнитных примесей при рассеянии не может поменяться больше, чем на  $2I\hbar\Omega_L$ .

Косвенная спектроскопия спинового шума уже реализовывалась при измерении флуктуаций спинов магнитных примесей [226], ядер кристаллической решёт-

ки [219] и резидентных электронов в нанокристаллах перовскитов [227]. Однако, в этих работах типичное расщепление оптических резонансов  $\sqrt{N}\omega_{ex}$  было гораздо меньше, чем их ширина  $\gamma$ , то есть параметр  $m(t)$  (3.52) был мал. Соответственно, спектры флуктуаций спиновых сигналов сводились, как обычно, к спектрам спинового шума, то есть содержали только пики на  $\Omega = \pm\Omega_L$ .

Выход за пределы этого режима требует более сильного расщепления экситонного резонанса  $\sqrt{N}\omega_{ex} > \gamma$ , так что фарадеевское вращение и эллиптичность будут связаны с флуктуациями намагниченности нелинейно. В адиабатическом приближении это наиболее наглядно видно из решения (3.44), которое принимает вид

$$P_{\pm}(t) = \frac{|d|^2 E_{\pm}}{\hbar} \frac{e^{-i\omega_p t}}{\omega_0 \pm \omega_{ex} I_z(t) - \omega_p - i\gamma}. \quad (3.72)$$

В частности, это означает, что при измерении спиновой динамики методом накачка-зондирование в геометрии Фойгта спиновые сигналы будут зависеть от времени не гармонически, а более сложным образом. Этот эффект уже наблюдался в Лаборатории спиновых и оптических явлений в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе.

## 3.6 Краткие итоги

В главе 3 получены следующие основные результаты:

- Предложена методика спектроскопии спинового шума с временным разрешением для измерения медленной ядерной спиновой динамики и предсказано резкое сужение пика в спектре спиновых флуктуаций электронов при существенной ядерной спиновой поляризации.
- Построена четырёхуровневая модель для описания неравновесных спиновых флуктуаций электронов и дырок, показана возможность описания с её помощью спектров спинового шума ансамбля квантовых точек в условиях нерезонансной накачки.

- Теоретически продемонстрировано, что спектры флуктуаций фарадеевского вращения пробного луча, близкого по энергии к трионному резонансу квантовой точки, содержат во внешнем магнитном поле информацию как о спиновой, так и о зарядовой динамике.
- Развита теория косвенной спектроскопии спинового шума электронов, не участвующих непосредственно в оптических переходах. Показано, что при достаточно сильном обменном взаимодействии этих электронов с фотовозбуждёнными экситонами спектры флуктуаций спиновых сигналов Фарадея и эллиптичности тесно связаны со спектрами комбинационного рассеяния света и не сводятся к спектру спинового шума, а содержат вклады от спиновых корреляторов высоких порядков.

## Глава 4

# Квантовое обратное действие в спиновых системах

### 4.1 Общая постановка задачи

Детектирование спиновых флуктуаций, описанное в предыдущей главе, может показаться парадоксальным способом обхода одного из принципов квантовой механики, утверждающего невозможность измерения состояния системы без выведения её из равновесия. Ведь хорошо известно, что взаимодействие квантовомеханической системы с измерительным прибором неизбежно приводит к возмущению, называемому квантовым обратным действием [228, 229].

Наиболее известным его проявлением служит квантовый эффект Зенона, чьё название восходит к апории Зенона Элейского про летящую стрелу [230]. Эффект заключается в замедлении релаксации квантовой системы при достаточно частом её измерении [231]. Этот эффект наблюдался, например, для ионов в ловушках [232], холодных атомов [233], спинов ядер [234] и сверхпроводящих кубитов [235]. Однако квантовое обратное действие на спиновую динамику локализованных электронов не изучалось ранее ни экспериментально, ни теоретически.

Для общего феноменологического описания квантового обратного действия могут быть использованы формализмы сильных проективных измерений фон Неймана, слабых измерений или операторов Крауса, позволяющих описать переход между режимами сильных и слабых измерений [229, 236–238]. Эти подходы позво-

лили не только описать квантовый эффект Зенона [239], но и обратный к нему так называемый квантовый эффект анти-Зенона [240—242], заключающийся в ускорении релаксации квантовой системы под действием измерений.

В то же время уравнения квантовой механики являются полными, так что разделение всей системы на измеряемую и прибор условно. Их совместная динамика описывается обычным уравнением Шрёдингера без привлечения каких-либо дополнительных построений [243—245]. Поэтому в этой главе мы опишем влияние оптических измерений на спиновую динамику локализованных электронов с двух точек зрения: феноменологической и микроскопической. Это позволит не только установить соответствие между ними, но и определить довольно общие правила и описать новые физические эффекты, вызванные квантовым обратным действием.

Квантовое обратное действие возникает при измерении спина электрона. Для его наблюдения спиновая поляризация может быть создана в начальный момент времени в силу эффекта оптической ориентации. Мы же рассмотрим теоретически более простую постановку задачи, когда система только лишь измеряется непрерывным светом. При этом обратное действие проявляется в спиновых корреляционных функциях, которые были рассмотрены в предыдущей главе.

В разделе 4.2 будет описана наиболее наглядная ситуация измерения спинового шума одиночного электрона. Будет показана возможность реализации сильных проективных измерений спина в режиме сильной спин-фотонной связи в нульмерном микрорезонаторе, а также вычислена сила квантового обратного действия линейно поляризованного зондирующего луча. Мы покажем, что в зависимости от мощности луча могут реализоваться квантовые эффекты Зенона и анти-Зенона во внешнем магнитном поле. Затем в разделе 4.3 будет показана возможность управления временем спиновой релаксации электронов в квантовых точках за счёт этих эффектов, в том числе будет описана экспериментальная реализация этой возможности. В заключительном разделе 4.4 полученные результаты будут кратко резюмированы.

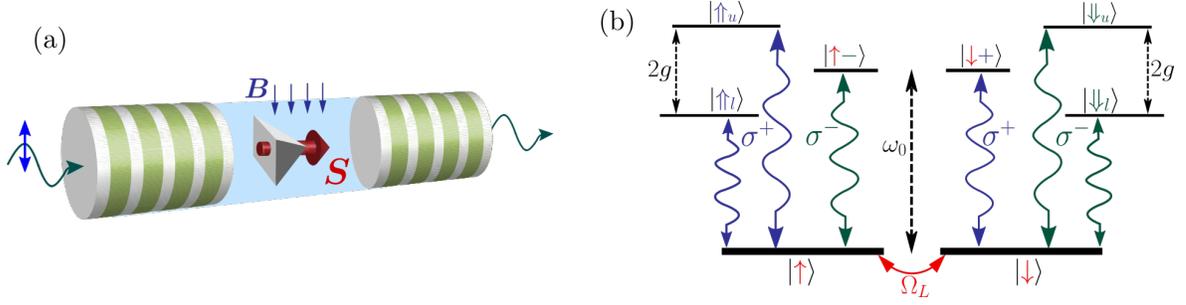


Рис. 4.1: (а) Нульмерный микрорезонатор с квантовой точкой, заряженной электроном, во внешнем магнитном поле. (б) Схема нижних собственных состояний и переходы между ними под действием  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  поляризованной когерентной накачки.

## 4.2 Измерение флуктуаций спина в микрорезонаторе

### 4.2.1 Модель

Чтобы максимально упростить описание квантового обратного действия, удобно рассмотреть систему с квантованным электромагнитным полем. Таковой является нульмерный (столбчатый) микрорезонатор с брэгговскими зеркалами, который описывался в разделе 2.3.3. Будем считать, что внутри микрорезонатора находится одиночная квантовая точка, заряженная электроном, как показано на рис. 4.1(а).

Такая система привлекает большое количество исследователей в качестве интерфейса между стационарным кубитом (спином электрона) и распространяющимся кубитом (спином фотона) [246, 247]. Генерация квантовой запутанности в такой системе будет обсуждена в следующей главе.

Гамильтониан системы во внешнем поперечном магнитном поле под действием постоянного измеряющего света лазера имеет вид, аналогичный (3.31), но с учётом квантования поля [248]:

$$\mathcal{H} = \sum_{\pm} \left[ \hbar\omega_c c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm} + \hbar\omega_0 a_{\pm 3/2}^{\dagger} a_{\pm 3/2} + \frac{\hbar\Omega_L}{2} a_{\pm 1/2}^{\dagger} a_{\mp 1/2} + \left( \hbar g c_{\pm}^{\dagger} a_{\pm 1/2}^{\dagger} a_{\pm 3/2} + \hbar \mathcal{E}_{\pm} e^{-i\omega t} c_{\pm}^{\dagger} + \text{H.c.} \right) \right]. \quad (4.1)$$

Здесь  $\omega_c$  — частота фотонной моды микрорезонатора, вырожденной по поляризации света,  $c_{\pm}$  — операторы уничтожения  $\sigma^{\pm}$  поляризованных фотонов в этой моде, а  $g$  — константа связи трионного резонанса с фотонной модой. Действием поперечного магнитного поля на синглетный трион со спином тяжёлой дырки мы, как и ранее, пренебрегаем.

Неупругие процессы описываются в формализме уравнения для матрицы плотности системы  $\rho(t)$

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = i[\rho(t), \mathcal{H}] - \mathcal{L}\{\rho(t)\}, \quad (4.2)$$

с оператором Линдблада

$$\mathcal{L}\{\rho(t)\} = \sum_{i=1}^7 \gamma_i (\mathcal{O}_i^{\dagger} \mathcal{O}_i \rho(t) + \rho(t) \mathcal{O}_i^{\dagger} \mathcal{O}_i - 2\mathcal{O}_i \rho(t) \mathcal{O}_i^{\dagger}), \quad (4.3)$$

где  $\mathcal{O}_1 = c_+$ ,  $\mathcal{O}_2 = c_-$ ,  $\mathcal{O}_3 = a_{+1/2}^{\dagger} a_{+3/2}$ ,  $\mathcal{O}_4 = a_{-1/2}^{\dagger} a_{-3/2}$ ,  $\mathcal{O}_5 = a_{+1/2}^{\dagger} a_{-1/2}/2$ ,  $\mathcal{O}_6 = a_{-1/2}^{\dagger} a_{+1/2}/2$  и  $\mathcal{O}_7 = (a_{+1/2}^{\dagger} a_{+1/2} - a_{-1/2}^{\dagger} a_{-1/2})/2$ . Мы учитываем темпы следующих процессов:  $\gamma_{1,2} = \varkappa$  — уход фотонов из микрорезонатора,  $\gamma_{3,4} = \gamma$  — рекомбинация триона, не связанная с испусканием фотона в основную моду микрорезонатора,  $\gamma_{5,6} = 1/\tau_s$  и  $\gamma_7 = 1/(2\tau_s)$  — спиновая релаксация электрона. Спиновой релаксацией триона мы для простоты пренебрегаем, эффекты сверхтонкого взаимодействия будут рассмотрены в следующем разделе. Фотоны могут уходить из микрорезонатора через левое зеркало, правое зеркало или через боковые поверхности. Темп ухода состоит соответственно из трёх вкладов:  $\varkappa = \varkappa_1 + \varkappa_2 + \varkappa_0$ . Для конкретики мы будем считать, что зондирующий луч падает на левое зеркало.

Измерение спиновой динамики происходит косвенно через детектирование фотонов, выходящих из микрорезонатора. Обычно в экспериментах используется геометрия на отражение, в которой необходимо учитывать интерференцию выходящих фотонов с отражёнными от левого зеркала. Мы же, чтобы упростить задачу, рассмотрим геометрию пропускания, когда детектируются только фотоны, вышедшие из основной моды микрорезонатора. Амплитуда вышедшего поля пропорциональна (с множителем  $\propto \sqrt{\varkappa_2}$ ) полю внутри микрорезонатора, так что

наблюдаемые величины напрямую определяются операторами  $c_{\pm}$ . Так как детекторы измеряют одиночные выходящие фотоны, то корреляторы фарадеевского вращения  $\theta_F$  и эллиптичности  $\theta_E$  для линейно поляризованного зондирующего луча определяются средним от нормального временного упорядочения [204, 249]:

$$\langle \theta_F(\tau) \theta_F(0) \rangle = \frac{\text{Re} \left\langle c_+^\dagger(0) c_-^\dagger(\tau) c_+(\tau) c_-(0) - c_+^\dagger(0) c_+^\dagger(\tau) c_-(\tau) c_-(0) \right\rangle}{8 \langle c_+^\dagger c_+ \rangle^2}, \quad (4.4a)$$

$$\langle \theta_E(\tau) \theta_E(0) \rangle = \frac{\left\langle c_+^\dagger(0) c_+^\dagger(\tau) c_+(\tau) c_+(0) - c_+^\dagger(0) c_-^\dagger(\tau) c_-(\tau) c_+(0) \right\rangle}{8 \langle c_+^\dagger c_+ \rangle^2}. \quad (4.4b)$$

Можно сказать, что при такой постановке задачи в общем случае измеряется коррелятор четвёртого порядка поля в микрорезонаторе.

Для упрощения анализа и выделения ключевых эффектов мы сделаем ряд дополнительных упрощений модели. Во-первых, будем считать, что частота моды резонатора и трионного резонанса совпадают:  $\omega_c = \omega_0$ . Отстройку от резонанса будем обозначать как  $\delta = \omega - \omega_0$ . Во-вторых, ограничимся рассмотрением наиболее наглядного режима сильной связи в микрорезонаторе:  $g \gg \kappa, \gamma$ , а также будем считать измерение слабым, а спиновую динамику медленной:  $\mathcal{E}_{\pm}, \Omega_L, \tau_s^{-1} \ll \kappa$ .

В этом случае хорошо определёнными собственными состояниями системы являются поляритоны, которые формируются с учётом правил отбора. Четыре типа поляритонных состояний можно представить как

$$\Psi_{\uparrow/\downarrow, n, m}^+ = \frac{a_{\pm 1/2}^\dagger (c_{\pm}^\dagger)^n + a_{\pm 3/2}^\dagger (c_{\pm}^\dagger)^{n-1}}{\sqrt{2}} (c_{\mp}^\dagger)^m |0\rangle, \quad (4.5a)$$

$$\Psi_{\uparrow/\downarrow, n, m}^- = \frac{a_{\pm 1/2}^\dagger (c_{\pm}^\dagger)^n - a_{\pm 3/2}^\dagger (c_{\pm}^\dagger)^{n-1}}{\sqrt{2}} (c_{\mp}^\dagger)^m |0\rangle, \quad (4.5b)$$

соответственно, где  $|0\rangle$  — вакуумное состояние. Энергии этих состояний равны  $(n + m)\hbar\omega_0 + \sqrt{n}\hbar g$  и  $(n + m)\hbar\omega_0 - \sqrt{n}\hbar g$ , соответственно. Нижние собственные состояния изображены на рис. 4.1(b). Подчеркнём, что здесь в отличие от раздела 2.3.3 рассматриваются оптическое возбуждение и режим сильной связи в микрорезонаторе, так что схема уровней принципиально отличается от рис. 2.13(b).

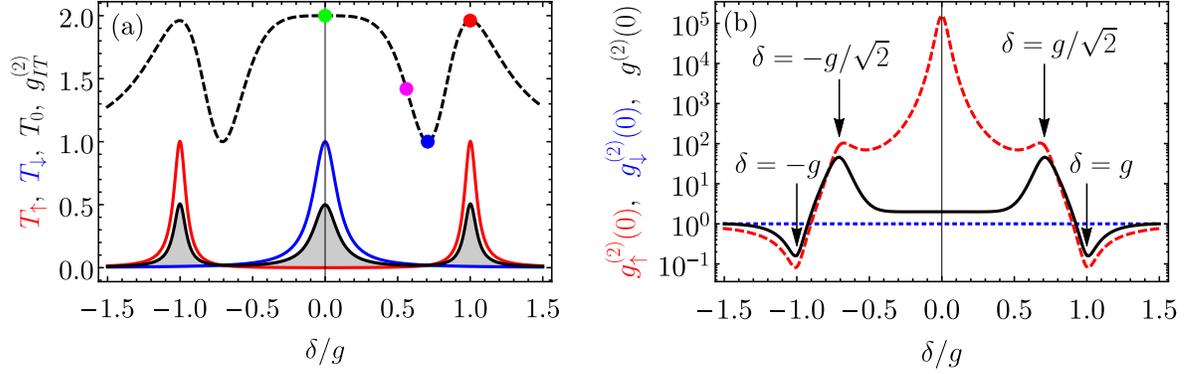


Рис. 4.2: (а) Спектры коэффициентов пропускания  $T_0$  (4.6) (синяя кривая),  $T_1$  (4.7) (красная кривая),  $\bar{T}$  (чёрная кривая с серой заливкой) и корреляционной функции фотонов  $g_{TT}^{(2)}$  на промежуточных временах (4.15) (чёрная пунктирная кривая). Цветные точки на ней обозначают отстройки, для которых вычислялись корреляторы на рис. 4.3. (б) Спектры корреляционных функций при нулевой задержке:  $g^{(2)}(0)$  (чёрная сплошная кривая),  $g_{\uparrow}^{(2)}(0)$  (синяя точечная кривая) и  $g_{\downarrow}^{(2)}(0)$  (4.14) (красная пунктирная кривая). Параметры расчёта  $g = 10\kappa$  и  $\gamma = 0$ .

Коэффициент пропускания света через микрорезонатор определяется поляризацией фотонов и ориентацией спина электрона. Например, в случае  $\sigma^{\pm}$  света и электрона со спином вниз/вверх правила отбора запрещают возбуждение триона и формирование поляритонов. Поэтому амплитудный коэффициент прохождения определяется стандартным выражением [100]

$$t_0 = \frac{i\kappa}{\omega - \omega_0 + i\kappa}. \quad (4.6)$$

Квадрат его модуля  $T_0 = |t_0^2|$  показан синей кривой на рис. 4.2(а) и имеет пик на нулевой отстройке  $\delta = 0$ .

Для противоположного случая  $\sigma^{\pm}$  света и электронного спина вверх/вниз поляритоны формируются. При этом коэффициент пропускания сильно зависит от интенсивности света, а в пределе малой мощности он равен [250, 251]

$$t_1 = \frac{i\kappa}{\omega - \omega_0 + i\kappa - \frac{g^2}{\omega - \omega_0 + i\gamma}}. \quad (4.7)$$

Квадрат его модуля  $T_1 = |t_1^2|$  показан красной кривой на рис. 4.2(б). Он имеет пики на частотах нижних поляритонных состояний  $\delta = \pm g$ .

Обобщая эти два случая, коэффициент прохождения  $\sigma^\pm$  света равен

$$T_\pm = \bar{T} \pm \Delta T S_z, \quad (4.8)$$

где  $\Delta T = T_1 - T_0$ , а  $\bar{T} = (T_0 + T_1)/2$  — коэффициент пропускания для неполяризованного света или неполяризованного по спину электрона. Он показан чёрной кривой на рис. 4.2(а) и состоит из трёх пиков.

## 4.2.2 Корреляции пропускания света

Чтобы упростить анализ корреляторов типа (4.4), рассмотрим падение на микрорезонатор слабого циркулярно поляризованного ( $\sigma^+$ ) света:  $\mathcal{E}_+ = \mathcal{E}$  и  $\mathcal{E}_- = 0$ . Так как коэффициент пропускания  $T_+(t)$  (4.8) зависит от направления спина, то его флуктуации  $\delta T(t) = T_+(t) - \bar{T}$  отражают спиновую динамику электрона [A14]. Выражение для его корреляционной функции имеет особенно простой вид

$$C(\tau) \equiv \frac{\langle \delta T(t) \delta T(t + \tau) \rangle}{\bar{T}^2} = g^{(2)}(\tau) - 1. \quad (4.9)$$

Здесь

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_+^\dagger(t) c_+^\dagger(t + \tau) c_+(t + \tau) c_+(t) \rangle}{\langle c_+^\dagger(t) c_+(t) \rangle^2} \quad (4.10)$$

— обычная корреляционная функция второго порядка для циркулярно поляризованного света.

Она может быть вычислена стандартными методами квантовой оптики [204]. Мы же воспользуемся аналогично разделу 3.3 типичным разделением временных масштабов фотонной  $\sim \kappa^{-1}$  и спиновой  $\sim \tau_s, \Omega_L^{-1}$  динамики.

### Быстрая фотонная динамика

Для начала будем считать, что  $\tau \ll \tau_s, \Omega_L^{-1}$ , так что состояние спина электрона фиксировано. Так как в системе не происходит смешивания состояний с различным направлением электронного спина, то  $g^{(2)}(\tau)$  можно разделить на два вклада

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{T_1^2 g_\uparrow^{(2)}(\tau) + T_0^2}{2\bar{T}^2}, \quad (4.11)$$

где  $g_{\uparrow}^{(2)}(\tau)$  — фотонный коррелятор в случае электрона со спином вверх, а для спина вниз мы учли, что  $g_{\downarrow}^{(2)}(\tau) = 1$ , так как в этом случае  $\sigma^+$  свет проходит через микрорезонатор, не взаимодействуя с квантовой точкой.

Расчёт  $g_{\uparrow}^{(2)}(\tau)$  соответствует детектированию двух фотонов. Поэтому в разложении по степеням падающего поля  $\mathcal{E}$  можно ограничиться рассмотрением состояний с не более чем двумя фотонами. А именно, состояний  $a_{+1/2}^{\dagger}|0\rangle$ ,  $\Psi_{\uparrow,1,0}^{\pm}$  и  $\Psi_{\uparrow,2,0}^{\pm}$ . Амплитуды этих состояний обозначим  $C_0$ ,  $C_1^{\pm}$  и  $C_2^{\pm}$ , соответственно.

Тогда из гамильтониана (4.1) уравнение Шрёдингера, соответствующее теории возмущений по  $\mathcal{E}$ , даёт

$$\dot{C}_0 = 0, \quad (4.12a)$$

$$i\dot{C}_1^{\pm} = (\omega_0 \pm g - i\frac{\gamma + \varkappa}{2})C_1^{\pm} + \frac{C_0}{\sqrt{2}}\mathcal{E}e^{-i\omega t}, \quad (4.12b)$$

$$i\dot{C}_2^{\pm} = (2\omega_0 \pm \sqrt{2}g - i\frac{\gamma + 3\varkappa}{2})C_2^{\pm} + \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{2}C_1^{\pm} + \frac{\sqrt{2} - 1}{2}C_1^{\mp}\right)\mathcal{E}e^{-i\omega t}. \quad (4.12c)$$

Точно такой же вид имеют уравнения для недиагональных компонент матрицы плотности.

Далее мы будем рассматривать реалистичный случай  $\gamma \ll \varkappa$ . Стационарное решение уравнений (4.12) имеет вид  $C_0 = 1$ ,

$$C_1^{\pm} = \frac{1}{\delta \mp g + i\varkappa/2} \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} e^{-i\omega t}, \quad (4.13a)$$

$$C_2^{\pm} = \frac{(\sqrt{2} + 1)C_1^{\pm} + (\sqrt{2} - 1)C_1^{\mp}}{2\delta \mp \sqrt{2}g + 3i\varkappa/2} \frac{\mathcal{E}}{2} e^{-i\omega t}. \quad (4.13b)$$

Это решение позволяет найти, например, амплитудный коэффициент прохождения  $t_1$ , так как  $\langle c_+ \rangle = (C_1^+ + C_1^-) C_0^*/\sqrt{2}$ , а коэффициент  $T_1$  описывается средним  $\langle c_+^{\dagger} c_+ \rangle = |(C_1^+ + C_1^-)/\sqrt{2}|^2$ .

Точно так же  $\langle (c_+^{\dagger})^2 c_+^2 \rangle = |C_2^+ + C_2^-|^2$  определяет фотонный коррелятор второго порядка

$$g_{\uparrow}^{(2)}(0) = 4 \frac{|C_2^+ + C_2^-|^2}{|C_1^+ + C_1^-|^4}. \quad (4.14)$$

Его спектральная зависимость показана красной пунктирной линией на рис. 4.2(b). Его подстановка в (4.11) позволяет найти корреляционную функцию фотонов  $g^{(2)}(0)$  с учётом обоих спиновых состояний. Она показана чёрной кривой на рис. 4.2(b).

Спектр  $g^{(2)}(0)$  наследует особенности спектра  $g_{\uparrow}^{(2)}(0)$ . В частности, провалы при отстройках  $\delta = \pm g$  соответствуют антигруппировке фотонов. Она возникает из-за того, что расщепление между верхними поляритонными состояниями равно  $\sqrt{2}g$ , так что только нижние поляритоны возбуждаются резонансно и система ведёт себя эффективно как двухуровневый атом. Аналогично при отстройках  $\delta = \pm g/\sqrt{2}$  хорошо возбуждаются верхние поляритонные состояния, а нижние плохо. В результате возникает антигруппировка — фотоны излучаются из микрорезонатора парами. Наконец, при нулевой отстройке для спина вверх все состояния являются нерезонансными, поэтому  $g^{(2)}(0)$  не содержит особенности.

Для нахождения  $g_{\uparrow}^{(2)}$  при конечной задержке необходимо решить нестационарные уравнения (4.12) с волновой функцией в начальный момент времени, пропорциональной  $c_+ \Psi$ , где  $\Psi$  — стационарная волновая функция (4.13). Получающиеся выражения не сложны, но и не наглядны [A14]. Результат расчёта  $g^{(2)}(\tau)$  в рамках этого подхода представлен на рис. 4.3(a) вместе с более длинными временами, которые будут обсуждаться ниже. В зависимости от отстройки коррелятор содержит осцилляции на частотах  $2g$  и  $|g \pm \delta|$ , которые соответствуют биениям между собственными состояниями.

### Корреляции на промежуточных и длинных временах

При  $\tau \gg 1/\varkappa$ , коррелятор  $g_{\uparrow}^{(2)}(\tau)$  стремится к единице, так что  $g^{(2)}(\tau) \equiv g_{IT}^{(2)}$  не зависит от задержки и равняется

$$g_{IT}^{(2)} = 1 + \left( \frac{T_1 - T_0}{2T} \right)^2. \quad (4.15)$$

Этот ответ также следует напрямую из (4.8) и (4.9). Действительно,  $\delta T = \Delta T S_z$ , а так как  $S_z = \pm 1/2$ , то  $\delta T^2 = \Delta T^2/4$ . Спектр выражения (4.15) показан чёрной

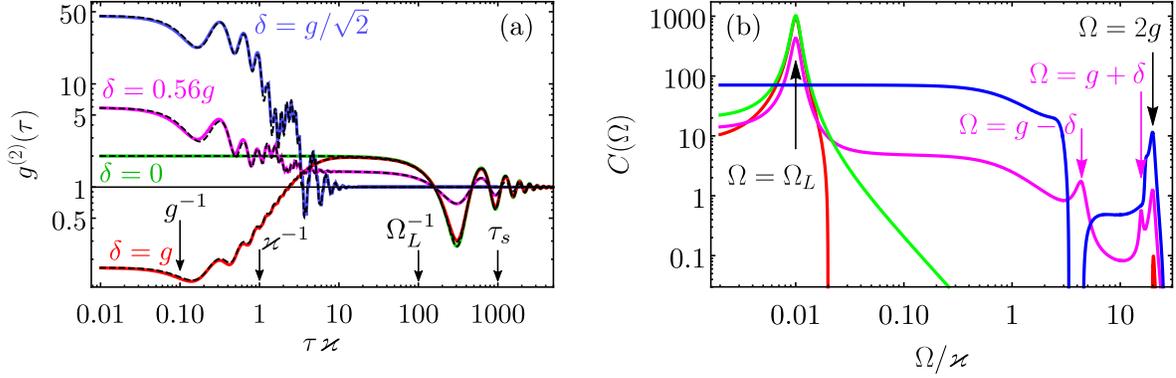


Рис. 4.3: (а) Фотонная корреляционная функция второго порядка при различных отстройках, указанных на графике. Эти же отстройки отмечены на рис. 4.2(а). Чёрные пунктирные кривые — аналитический расчёт, а сплошные цветные — численное решение уравнения Линдблада [A14]. (б) Спектры корреляционной функции, рассчитанные для тех же отстроек. Параметры расчёта те же, что на рис. 4.2, и  $\Omega_L/\chi = 0.01$ ,  $\Omega_L\tau_s = 10$ .

пунктирной кривой на рис. 4.2.

На более длинных временах фотонная система адиабатически следует за направлением спина электрона, поэтому во внешнем поперечном магнитном поле

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \left( \frac{T_1 - T_0}{2\bar{T}} \right)^2 \cos(\Omega_L\tau) e^{-\tau/\tau_s}. \quad (4.16)$$

Таким образом, фотонный коррелятор осциллирует с ларморовской частотой и затухает со временем  $\tau_s$  вслед за спиновым коррелятором. На рис. 4.3(а) показано сопоставление аналитического расчёта фотонной корреляционной функции с численным решением уравнения Линдблада при разных отстройках. Видно хорошее согласие между ними.

В режиме сильной связи, который мы рассматриваем, коэффициент пропускания  $\bar{T}$  имеет максимумы, как обсуждалось выше, при отстройках  $\delta = 0, \pm g$ . На этих частотах  $\bar{T} = |\Delta T| = 1/2$ . Как видно из (4.8), в этом случае коэффициент пропускания равняется нулю или единице в зависимости от ориентации спина электрона. Таким образом, флуктуации коэффициента пропускания света, вызванные одиночным спином электрона, являются макроскопически большими.

Также это означает, что детектирование одного прошедшего фотона при отстройке  $\delta = 0$  или  $\pm g$  однозначно говорит о состоянии электрона со спином вниз

или вверх, соответственно. Поэтому можно сказать, что для электрона, находящегося вообще говоря в когерентной суперпозиции двух состояний, детектирование одиночного фотона является разрушающим измерением. Такое измерение фон Неймана (или сильное измерение) разрушает когерентность и переводит электрон в чистое состояние со спином вверх или вниз. После этого начинается прецессия спина во внешнем магнитном поле, которая отражается в осцилляциях фотонной корреляционной функции (4.16) на рис. 4.3(a).

Такой подход к ориентации электронного спина сильными проективными измерениям был успешно реализован экспериментально [252].

Чтобы установить связь с предыдущей главой, можно вычислить спектр флуктуаций коэффициента прохождения  $C(\Omega)$  [A14]. Он показан на рис. 4.3(b) и состоит из пика на низкой ларморовской частоте, который отражает электронную спиновую динамику и имеет ширину, определяемую временем спиновой релаксации, а также из пиков на более высоких частотах поляритонных биений, которые отражают быструю фотонную динамику.

Отметим также, что в режиме динамической спиновой поляризации зависимость электролюминесценции одиночной квантовой точки от ядерных спиновых флуктуаций позволяет эффективно создавать неравновесные ядерные спиновые функции распределения за счёт квантового обратного действия [A7].

### 4.2.3 Квантовый эффект Зенона

В представленном расчёте фотонной корреляционной функции  $g^{(2)}(\tau)$  фактически пренебрегается возможностью поглощения и испускания фотонов в течение времени  $\tau$  в силу малой интенсивности падающего света. Однако, так как время спиновой релаксации электрона считается большим, то даже при выполнении условия  $\mathcal{E}_{\pm} \ll \kappa$  за время  $\tau_s$  несколько фотонов зондирующего луча могут поглотиться и излучиться из микрорезонатора. В этом подразделе мы опишем результат квантового обратного действия от таких событий [A15].

Мы по-прежнему будем считать интенсивность света малой, как описано в раз-

деле 4.1. Единственным отличием будет выбор линейной поляризации зондирующего луча,  $\mathcal{E}_\pm = \mathcal{E}$ , чтобы избежать возникновения оптической ориентации. Такая постановка задачи соответствует слабым непрерывным измерениям спиновой поляризации в квантовой точке. Квантование электромагнитного поля в рассматриваемой системе позволяет сравнить три подхода к описанию спиновой динамики: феноменологический, численный и аналитический.

### Феноменологическое описание

Слабое непрерывное измерение спиновой прецессии в поперечном магнитном поле можно феноменологически описать уравнением на спиновую матрицу плотности

$$\dot{\rho}^s(t) = -\frac{i}{\hbar}[\mathcal{H}_0, \rho^s(t)] - \frac{\lambda}{2}[\sigma_z, [\sigma_z, \rho^s(t)]], \quad (4.17)$$

где  $\sigma_{x,y,z}$  — матрицы Паули,  $\mathcal{H}_0 = \hbar\Omega_L\sigma_x/2$  — гамильтониан спиновой прецессии в поперечном поле, а  $\lambda$  — феноменологическая “сила измерения” [253, 254]. Она описывает затухание недиагональных компонент матрицы плотности, соответствующих поперечным компонентам спина, с темпом  $2\lambda$  из-за их некоммутативности с непрерывно измеряемой продольной компонентой спина [255]. Микроскопически такое слагаемое соответствует быстро меняющемуся продольному магнитному полю, имитирующему действие измерительного прибора [256].

Спиновая корреляционная функция в этом подходе может быть вычислена в формализме операторов Крауса [236, 257, 258]

$$K(s) = \left(\frac{2\eta}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\eta(s-S_z)^2}, \quad (4.18)$$

где  $s$  — вещественный параметр, описывающий возможный результат измерения, а  $\eta$  — параметр, характеризующий точность измерений. При  $\eta \rightarrow \infty$  измерения проективные (сильные), а при  $\eta \ll 1$  — слабые.

Стационарная матрица плотности  $\rho_0^s$  — это половина единичной матрицы. Измерение спина в начальный момент описывается  $\rho(0) = K(s_1)\rho_0^s K(s_1)$  и служит на-

чальным условием для (4.17). После его решения спиновая корреляционная функция, измеренная для задержки  $\tau$ , может быть вычислена как

$$\langle S_z(0)S_z(\tau) \rangle = \iint s_1 s_2 \text{Tr}[K(s_2)\rho^s(\tau)K(s_2)] ds_1 ds_2, \quad (4.19)$$

в пределе  $\eta \rightarrow 0$ . Она равняется

$$\langle S_z(0)S_z(t) \rangle = \frac{1}{4} \left[ \cos(\Omega t) + \frac{\lambda}{\Omega} \sin(\Omega|t|) \right] e^{-\lambda|t|}, \quad (4.20)$$

где  $\Omega = \sqrt{\Omega_L^2 - \lambda^2}$  — перенормированная частота спиновой прецессии.

Тот же ответ может быть получен стандартными методами, описанными в главе 3, с учётом того, что уравнение (4.17) соответствует уравнениям для спиновой динамики [258, 259]

$$\dot{S}_x = -2\lambda S_x, \quad \dot{S}_y = -\Omega_L S_z - 2\lambda S_y, \quad \dot{S}_z = \Omega_L S_y. \quad (4.21)$$

Эти уравнения описывают спиновую прецессию в условиях анизотропной спиновой релаксации. Её причиной является “прокачка” электронного спина через трионное состояние, при которой в силу правил отбора сохраняется  $z$  компонента спина, но теряются поперечные компоненты [260]. Из (4.21) видно, что динамика  $z$  компоненты спина описывается двумя собственными частотами пары последних двух уравнений

$$\Omega_{\pm}^* = \pm \sqrt{\Omega_L^2 - \lambda^2} - i\lambda. \quad (4.22)$$

Так как их вещественная часть обнуляется при  $\lambda = \Omega_L$ , то говорят, что при этом происходит квантовый динамический фазовый переход [261, 262]. Он может быть также описан в терминах изменения группы кос спектра соответствующего неэрмитового гамильтониана [263].

## Численные результаты

Спиновая поляризация в квантовой точке измеряется не напрямую, а по поляризации фотонов, выходящих из микрорезонатора. Как видно из (4.8), спин электрона пропорционален циркулярной поляризации прошедшего света. Поэтому наблюдаемой величиной является корреляционная функция от  $\Delta n(t) = c_+^\dagger(t)c_+(t) -$

$c_-^\dagger(t)c_-(t)$ . В соответствии с (4.4b) она может быть вычислена как

$$\langle \Delta n(0)\Delta n(t) \rangle = 2 \left( \left\langle c_+^\dagger(0)c_+^\dagger(t)c_+(t)c_+(0) \right\rangle - \left\langle c_+^\dagger(0)c_-^\dagger(t)c_-(t)c_+(0) \right\rangle \right). \quad (4.23)$$

Для этого можно воспользоваться квантовой регрессионной теоремой [204]. А именно, по стационарному решению  $\rho_0$  уравнения (4.2) нужно построить матрицу  $\rho(0) = c_+\rho_0c_+^\dagger$ . Затем используя её как начальное условие найти решение  $\rho(t)$  уравнения (4.2), по которому искомым коррелятор может быть вычислен как

$$\langle \Delta n(0)\Delta n(t) \rangle = 2 \left\{ \text{Tr} \left[ c_+^\dagger c_+ \rho(t) \right] - \text{Tr} \left[ c_-^\dagger c_- \rho(t) \right] \right\}. \quad (4.24)$$

Такой подход может быть легко реализован численно при любых значениях параметров системы.

На рис. 4.4(a) символами представлены результаты расчёта фотонного коррелятора при различных мощностях падающего света [A15]. При малой мощности корреляционная функция осциллирует и медленно затухает (чёрные кружки). С увеличением мощности частота осцилляций уменьшается, а скорость затухания увеличивается (красные квадраты), а затем осцилляции вовсе пропадают (синие ромбы).

Такое поведение в точности соответствует предсказаниям феноменологической теории (4.20). Оно может быть описано подгоночной функцией вида

$$\text{Re} \left( A e^{-i\Omega^* t} \right) \quad (4.25)$$

с комплексными параметрами  $A$  и  $\Omega^*$ , как показано кривыми соответствующего цвета. Вещественная и мнимая части комплексной частоты  $\Omega^*$  описывают частоту осцилляций и темп затухания, соответственно. Они показаны на рис. 4.4(b) как функции амплитуды падающего поля. Видно, что частота прецессии  $\text{Re}(\Omega^*)$  монотонно уменьшается и с определённого момента обращается в ноль. Скорость же спиновой релаксации  $-\text{Im}(\Omega^*)$  меняется немонотонно. Она сперва возрастает, а затем убывает. Такое поведение в точности соответствует формуле (4.22).

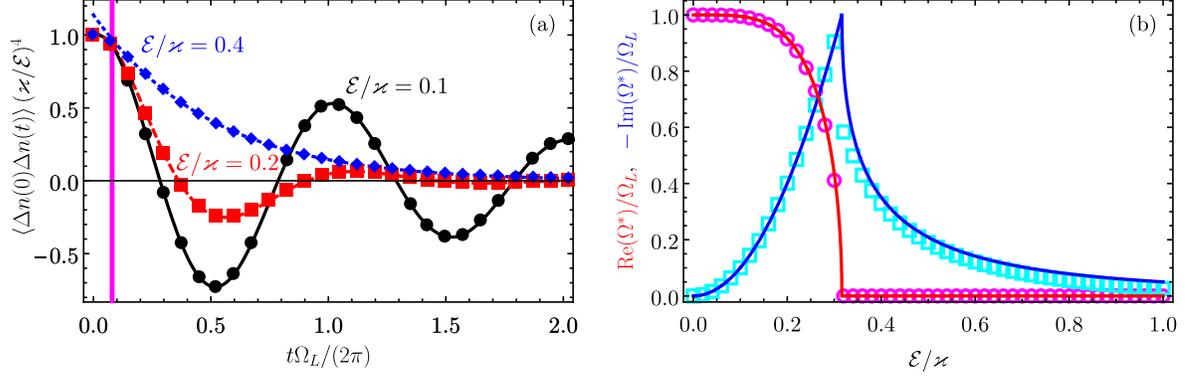


Рис. 4.4: (a) Корреляционная функция циркулярной поляризации прошедших фотонов, рассчитанная численно по формуле (4.24) при  $\omega = \omega_0$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\Omega_L = \varkappa/10$  в пределе  $g \rightarrow \infty$  и  $1/\tau_s \rightarrow 0$  для различных амплитуд зондирующего света, указанных в легенде, (символы). Кривые соответствующего цвета показывают подгонку по формуле (4.25). Розовая вертикальная линия показывает время  $5/\varkappa$ . (b) Вещественная и мнимая части комплексной частоты  $\Omega^*$ , определяемой из подгонки, как показано на панели (a), в зависимости от амплитуды зондирующего света (символы). Сплошные кривые построены по формулам (4.22) и (4.30).

Более того, немонотонная зависимость темпа спиновой релаксации  $-\text{Im}(\Omega^*)$  от интенсивности измерения является общим следствием теории слабых измерений. Ускорение спиновой релаксации с  $\mathcal{E}$  происходит из-за подавления поперечных компонент спина при непрерывных измерениях и является проявлением квантового эффекта анти-Зенона. Убывание темпа релаксации с  $\mathcal{E}$  связано с подавлением спиновой прецессии и “замораживанием” спина в одном из состояний вверх или вниз вследствие квантового эффекта Зенона.

Спиновые кумулянты более высоких порядков могут быть рассчитаны аналогично выражению (4.19) [A9]. В частности, ненулевой кумулянт четвёртого порядка показывает, что в пределе сильных измерений спиновые флуктуации не являются гауссовыми, а обладают статистикой телеграфного шума [A15]. Физически это соответствует тому, что в режиме эффекта Зенона электронный спин находится в каждый момент времени в состоянии вверх или вниз и скачками переключается между этими состояниями.

## Аналитическое описание

Численный подход позволяет учесть много поляритонных состояний и описать эффект измерений при произвольном соотношении  $\mathcal{E}/\varkappa$ . В случае, когда это отношение малó, можно воспользоваться теорией возмущений для описания спиновой динамики. Её результаты, как мы покажем, можно распространять вплоть до  $\mathcal{E}/\varkappa \sim 1$ .

В первом порядке теории возмущений по  $\mathcal{E}$  компоненты матрицы плотности удовлетворяют, согласно (4.2), уравнениям

$$\dot{\rho}_{\Downarrow u, \uparrow} = -i(\omega_0 + g)\rho_{\Downarrow u, \uparrow} - \frac{\varkappa}{2}(\rho_{\Downarrow u, \uparrow} - \rho_{\Downarrow l, \uparrow}) - \frac{\gamma}{2}(\rho_{\Downarrow u, \uparrow} + \rho_{\Downarrow l, \uparrow}) - \frac{i\mathcal{E}e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}}\rho_{\downarrow, \uparrow}, \quad (4.26a)$$

$$\dot{\rho}_{\Downarrow l, \uparrow} = -i(\omega_0 - g)\rho_{\Downarrow l, \uparrow} - \frac{\varkappa}{2}(\rho_{\Downarrow l, \uparrow} - \rho_{\Downarrow u, \uparrow}) - \frac{\gamma}{2}(\rho_{\Downarrow u, \uparrow} + \rho_{\Downarrow l, \uparrow}) + \frac{i\mathcal{E}e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}}\rho_{\downarrow, \uparrow}, \quad (4.26b)$$

$$\dot{\rho}_{\downarrow, \uparrow} = -i\omega_0\rho_{\downarrow, \uparrow} - \varkappa\rho_{\downarrow, \uparrow} - \frac{i\mathcal{E}e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}}\rho_{\downarrow, \uparrow}, \quad (4.26c)$$

где индексы  $\uparrow, \downarrow, \uparrow-, \downarrow+, \uparrow_u, \uparrow_l, \downarrow_u, \downarrow_l$ , относятся к состояниям  $a_{\pm 1/2}^\dagger |0\rangle, a_{\pm 1/2}^\dagger c_- |0\rangle, a_{\pm 1/2}^\dagger c_+ |0\rangle, \Psi_{\uparrow, 1, 0}^+, \Psi_{\uparrow, 1, 0}^-, \Psi_{\downarrow, 1, 0}^+, \Psi_{\downarrow, 1, 0}^-$ , соответственно.

Во втором же порядке теории возмущений уравнения имеют вид

$$\dot{\rho}_{\uparrow_u, \downarrow+} = -ig\rho_{\uparrow_u, \downarrow+} + i\mathcal{E} \left( e^{i\omega t} \rho_{\uparrow_u, \downarrow} - \frac{e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} \rho_{\uparrow, \downarrow+} \right) - \frac{\gamma}{2}(\rho_{\uparrow_u, \downarrow+} + \rho_{\uparrow_l, \downarrow+}) - \frac{\varkappa}{2}(3\rho_{\uparrow_u, \downarrow+} - \rho_{\uparrow_l, \downarrow+}), \quad (4.27a)$$

$$\dot{\rho}_{\uparrow_l, \downarrow+} = ig\rho_{\uparrow_l, \downarrow+} + i\mathcal{E} \left( e^{i\omega t} \rho_{\uparrow_l, \downarrow} + \frac{e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} \rho_{\uparrow, \downarrow+} \right) - \frac{\gamma}{2}(\rho_{\uparrow_l, \downarrow+} + \rho_{\uparrow_u, \downarrow+}) - \frac{\varkappa}{2}(3\rho_{\uparrow_l, \downarrow+} - \rho_{\uparrow_u, \downarrow+}). \quad (4.27b)$$

Эти уравнения необходимо решать в адиабатическом приближении, то есть считая элементы матрицы плотности между состояниями  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  независящими от времени. Из этого решения (с учётом очевидных соотношений симметрии) можно найти уравнение для спиновой динамики в основном состоянии как

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\uparrow, \downarrow} = & \frac{i\Omega_L}{2}(\rho_{\uparrow, \uparrow} - \rho_{\downarrow, \downarrow}) + \sqrt{2}\varkappa(\rho_{\uparrow_u, \downarrow+} + \rho_{\uparrow-, \downarrow_u} - \rho_{\uparrow_l, \downarrow+} - \rho_{\uparrow-, \downarrow_l}) \\ & - \frac{i\mathcal{E}}{\sqrt{2}} \left[ e^{-i\omega t}(\rho_{\uparrow, \downarrow_l} - \rho_{\uparrow, \downarrow_u} - \sqrt{2}\rho_{\uparrow, \downarrow+}) + e^{i\omega t}(\rho_{\uparrow_u, \downarrow} - \rho_{\uparrow_l, \downarrow} + \sqrt{2}\rho_{\uparrow-, \downarrow}) \right]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

А именно, подстановка адиабатического решения приводит к уравнениям (4.21), в которых сила измерения равна

$$\lambda = \frac{\mathcal{E}^2}{\varkappa} |t_0 - t_1|^2 \left( 1 + \frac{\gamma [(\omega - \omega_0)^2 + \varkappa^2]}{g^2 \varkappa} \right). \quad (4.29)$$

В реалистичном случае малой скорости затухания трионов  $\gamma \ll \varkappa$  сила измерения принимает простой вид

$$\lambda = \frac{\mathcal{E}^2}{\varkappa} |t_0 - t_1|^2. \quad (4.30)$$

На рис. 4.4(b) сплошные кривые показывают расчёт комплексной частоты  $\Omega^*$  на основании этого выражения с подгонкой численного моделирования. Видно, что они очень хорошо согласуются.

Простой вид формулы (4.30) указывает на возможность её вывода без решения микроскопического уравнения Линдблада.

### Квантовый предел скорости измерения спина

“Макроскопический” вывод силы измерения  $\lambda$  может быть выполнен на основании общих принципов квантовой информатики. А именно, пользуясь тем, что темп дефазировки квантовой системы  $\Gamma_{\text{deph}}$  всегда больше или равен скорости измерения  $\Gamma_{\text{meas}}$  [229, 264, 265]:

$$\Gamma_{\text{deph}} \geq \Gamma_{\text{meas}}. \quad (4.31)$$

Это общее соотношение можно применить к рассматриваемой системе следующим образом.

Рассмотрим случай, когда магнитное поле равно нулю. Тогда при непрерывном измерении спиновой поляризации линейно поляризованным светом  $z$  компонента спина сохраняется, а недиагональные компоненты спиновой матрицы плотности релаксируют с темпом дефазировки

$$\Gamma_{\text{deph}} = 2\lambda. \quad (4.32)$$

Чтобы определить скорость измерения спина  $\Gamma_{\text{meas}}$  нужно предположить, что в начальный момент времени  $t = 0$  спин электрона был ориентирован в неизвестном направлении: либо по, либо против оси  $z$ . Тогда детектирование фотонов с поляризационным разрешением в течение времени  $t$  позволяет найти условные вероятности  $P_{\pm}(t)$  нахождения электрона в состояниях со спином  $S_z = \pm 1/2$ . Они определяют квантостатистически среднюю информационную энтропию

$$\mathcal{I}(t) = - \sum_{\pm} \overline{P_{\pm}(t) \ln[P_{\pm}(t)]}, \quad (4.33)$$

которая является “мерой незнания” спинового состояния электрона. Скорость измерения спина определяется как её производная в начальный момент времени:

$$\Gamma_{\text{meas}} = -\dot{\mathcal{I}}(0). \quad (4.34)$$

Несмотря на схожесть названий скорость измерения  $\Gamma_{\text{meas}}$  принципиально отличается от феноменологической силы измерения  $\lambda$ .

Как видно, определение  $\Gamma_{\text{meas}}$  основано лишь на макроскопических наблюдаемых величинах. Поэтому при нахождении условий при которых в (4.31) достигается равенство, можно определить скорость дефазировки, то есть силу измерения  $\lambda$ . Такие условия называются квантовым пределом для эффективности измерения [229].

Амплитудные коэффициенты прохождения света через микрорезонатор по аналогии с (4.8) имеют вид

$$t_{\pm} = \frac{t_0 + t_1}{2} \pm (t_1 - t_0)S_z, \quad (4.35)$$

как может быть показано также из приведённого выше решения уравнения Шрёдингера. Соответственно, в зависимости от направления электронного спина параметры Стокса прошедшего света в каноническом базисе равняются

$$\xi_{1,\pm} = \pm \frac{2 \operatorname{Im}(t_1 t_0^*)}{|t_1^2| + |t_0^2|}, \quad \xi_{2,\pm} = \pm \frac{|t_1^2| - |t_0^2|}{|t_1^2| + |t_0^2|}, \quad \xi_{3,\pm} = - \frac{2 \operatorname{Re}(t_1 t_0^*)}{|t_1^2| + |t_0^2|}. \quad (4.36)$$

Из этих выражений видно, что наибольшая чувствительность к направлению спина достигается для линейной комбинации фарадеевского вращения и эллиптич-

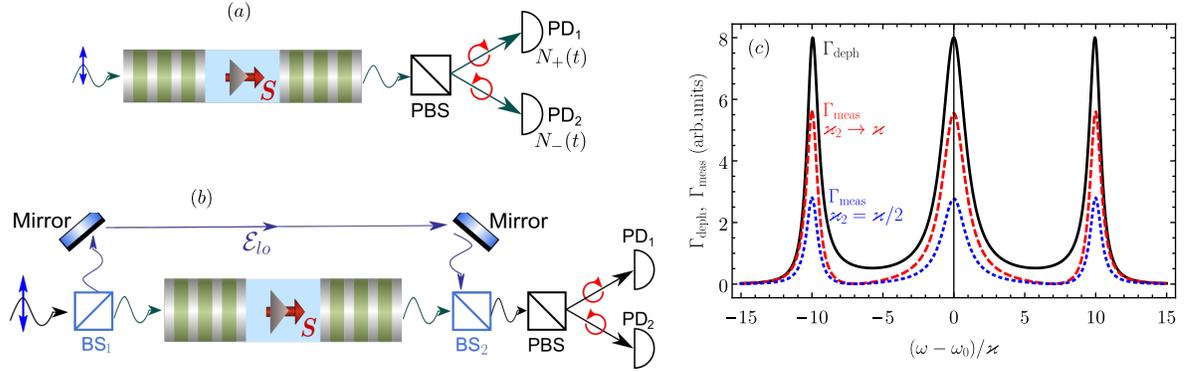


Рис. 4.5: (а) Измерение спиновой поляризации в квантовой точке по числу прошедших  $\sigma^\pm$  фотонов  $N_\pm$  в течение времени  $t$  с использованием поляризационного делителя (PBS) и фотодетекторов ( $PD_{1,2}$ ). (б) Гомодинирование зондирующего луча опорным лучом (локальным осциллятором), создаваемого при помощи светоделителей ( $BS_{1,2}$ ). (в) Темпы дефазировки и измерения, рассчитанные по формулам (4.32) и (4.41) при тех же параметрах, что на рис. 4.4, для симметричного и асимметричного микрорезонатора, как указано в подписи.

ности. В общем случае при помощи конверсии поляризации можно осуществить поворот сферы Пуанкаре в новые (штрихованные) оси, для которых

$$\xi_{1',\pm} = 0, \quad \xi_{2',\pm} = \pm\xi, \quad \xi_{3',+} = \xi_{3',-}, \quad (4.37)$$

причём

$$\xi = \sqrt{\xi_{1,\pm}^2 + \xi_{2,\pm}^2} = \frac{|t_1^2 - t_0^2|}{|t_1^2| + |t_0^2|}. \quad (4.38)$$

Измерение второго параметра Стокса в этих осях наиболее чувствительно к ориентации спина.

Если при этом в течение времени  $t$  было зарегистрировано  $N_+$  и  $N_-$  фотонов с соответствующими поляризациями, как показано на рис. 4.5(а), то параметр Стокса равен

$$\xi_{2'} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}. \quad (4.39)$$

Если же числа  $N_+$  и  $N_-$  малы, то их флуктуации относительно велики, так что (4.39) служит лишь оценкой для параметра Стокса.

В частности, при достаточно малых  $t$  вероятность детектирования хотя бы одного фотона мала, так что, как правило,  $N_+ = N_- = 0$ . В этом случае нет ин-

формации о состоянии спина электрона, так что  $P_+ = P_- = 1/2$ . Если происходит детектирование одного  $\sigma^+$  фотона (в штрихованном базисе), так что  $N_+ = 1$  и  $N_- = 0$ , то условные вероятности, как видно из (4.39), равны

$$P_{\pm} = \frac{1 \pm \xi}{2}, \quad (4.40)$$

Для случая  $N_+ = 0$  и  $N_- = 1$  они меняются местами.

Подстановка этих выражений в определения (4.33) и (4.34) приводит к темпу измерения

$$\Gamma_{\text{meas}} = \left[ \frac{1 + \xi}{2} \ln(1 + \xi) + \frac{1 - \xi}{2} \ln(1 - \xi) \right] \bar{N}, \quad (4.41)$$

где  $\bar{N}$  — средний поток прошедших фотонов.

Он может быть вычислен как  $\bar{N} = 2\kappa_2 \langle c_+^\dagger c_+ + c_-^\dagger c_- \rangle$  и равняется

$$\bar{N} = 2\kappa_2 \frac{\mathcal{E}^2}{\kappa^2} (|t_0|^2 + |t_1|^2). \quad (4.42)$$

Напомним, что  $\kappa_2$  — темп ухода фотонов через правое зеркало, а возбуждение микрорезонатора происходит через левое. Вместе (4.42) и (4.41) определяют скорость измерения спина. Она показана пунктирной и точечной кривыми на рис. 4.5(с) для случаев симметричного,  $\kappa_1 = \kappa_2$ , и асимметричного,  $\kappa_2 \gg \kappa_1$ , резонаторов. Как видно из (4.42), именно последний случай позволяет достичь наибольших эффективности детектирования фотонов и скорости измерения спина. Тем не менее темп измерения остаётся в общем случае меньше, чем темп дефазировки  $2\lambda$  (сплошная чёрная кривая), так что квантовый предел эффективности измерения не достигается.

Причина этого видна уже из (4.38). Например, для случая  $t_0 = 1$  и  $t_1 = -1$  прошедший свет всегда имеет плоскость поляризации, повёрнутую на  $\pi/2$  относительно падающего света. При этом схема измерения параметров Стокса на рис. 4.5(а) совершенно нечувствительна к ориентации спина. Тем не менее, от ориентации спина зависит фаза прошедшего света. Для достижения максимальной эффективности измерений её также необходимо детектировать.

Это может быть достигнуто благодаря гомодинированию, как показано на рис. 4.5(b). В этом случае амплитуда прошедшего свет имеет вид  $E_{\pm} \propto t_{\pm}\mathcal{E} + \mathcal{E}_{l_0}$ , где  $\mathcal{E}_{l_0}$  пропорционально полю опорного луча. Можно сказать, что оно перенормирует коэффициенты пропускания как

$$\tilde{t}_{\pm} = t_{\pm} + t_{l_0}, \quad (4.43)$$

где  $t_{l_0} = \mathcal{E}_{l_0}/\mathcal{E}$ . С учётом этого проведённый расчёт скорости измерений остаётся верным.

В частности, при большой интенсивности опорного луча,  $t_{l_0} \gg 1$ , получим малую разницу параметров Стокса

$$\xi = \frac{|t_1 - t_0|}{|t_{l_0}|} \quad (4.44)$$

и поток детектируемых фотонов в  $2|t_{l_0}^2|/(|t_1^2| + |t_0^2|)$  раз больше, чем (4.42). Так как  $\xi \ll 1$ , то можно выполнить разложение в (4.41) и получить  $\Gamma_{\text{meas}} = \xi^2 \bar{N}/2$ . В результате скорость измерения спина при сильном гомодинировании равна

$$\Gamma_{\text{meas}}^{\text{homo}} = 2|t_1 - t_0|^2 \varkappa_2 \frac{\mathcal{E}^2}{\varkappa^2}. \quad (4.45)$$

Из сопоставления этого выражения с (4.29) видно, что при  $\varkappa_2 = \varkappa$  достигается квантовый предел эффективности измерения на всех частотах [A15].

Во-первых, это подтверждает возможность “макроскопического” вывода силы измерения  $\lambda$  лишь через коэффициенты пропускания системы, без использования структуры возбуждённых состояний и решения уравнения Линдблада. Во-вторых, этот вывод показывает, что возбуждение квантовой точки в микрорезонаторе линейно поляризованным светом является именно измерением спина, а не каким-либо другим возмущением, влияющим на спиновую динамику. Поэтому затухание поперечных компонент спина является частным проявлением неизбежного квантового обратного действия при измерении.

## 4.3 Роль измерения поляризации спинового ансамбля

### 4.3.1 Модель

Одиночная квантовая точка в нульмерном микрорезонаторе, рассмотренная в предыдущем разделе, представляет собой наиболее прозрачный с теоретической точки зрения объект для описания квантового обратного действия оптического измерения спиновой поляризации. С экспериментальной точки зрения более простым представляется измерение фарадеевского вращения или эллиптичности от ансамбля квантовых точек с поляризованными по спину электронами. В этом разделе мы рассмотрим именно такую ситуацию [A16].

В качестве упрощения мы будем предполагать, во-первых, что все квантовые точки одинаковы (в частности, пренебрегать неоднородным уширением), а, во-вторых, будем рассматривать действие непрерывного эллиптически поляризованного лазерного света, близкого по частоте к трионному резонансу квантовых точек, как показано на рис. 4.6(а). Циркулярная компонента света может использоваться для спиновой ориентации, а линейная — для детектирования фарадеевского вращения [266].

Соответствующий гамильтониан имеет вид, аналогичный (3.31), но описывающий электроны, а не дырки в основном состоянии квантовых точек:

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_0 a_{s3/2}^\dagger a_{s3/2} + \frac{\hbar}{2} (\mathbf{\Omega}_N \boldsymbol{\sigma})_{ss'} a_{s1/2}^\dagger a_{s'1/2} + \hbar \left( \mathcal{E}_+ e^{-i\omega t} a_{+3/2}^\dagger a_{+1/2} + \mathcal{E}_- e^{-i\omega t} a_{-3/2}^\dagger a_{-1/2} + \text{H.c.} \right). \quad (4.46)$$

Здесь важно отметить, что мы рассматриваем случай нулевого внешнего магнитного поля, но учитываем сверхтонкое взаимодействие электрона со спинами ядер. “Немарковость” (немоноэкспоненциальность) соответствующей спиновой релаксации критична для описания квантовых эффектов Зенона в этой системе.

Неупругие процессы мы учтём при помощи оператора Линдблада, аналогичного (4.3). А именно, будем учитывать рекомбинацию триона с темпом  $\gamma$  (включаю-

щим как радиационную, так и нерадиационную рекомбинацию), а также спиновую релаксацию электрона и триона с временами  $\tau_s$  и  $\tau_s^T$ . Мы рассмотрим наиболее реалистичный предельный случай  $\gamma \gg 1/\tau_s^T \gg \delta \gg \tau_s$ , когда рекомбинация триона самая быстрая, а спиновая релаксация в трионе быстрее, чем в основном состоянии.

Так же, как в предыдущем разделе, будем решать уравнение для спиновой матрицы плотности по теории возмущений по параметрам  $\mathcal{E}_\pm/\gamma$ , считая их вещественными. Уравнения на недиагональные элементы в первом порядке имеют вид

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\uparrow} = - \left( \frac{3}{8\tau_s^T} + \gamma - i\omega_0 \right) \rho_{\uparrow,\uparrow} + i\mathcal{E}_+ \rho_{\uparrow,\uparrow}, \quad (4.47a)$$

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\downarrow} = - \left( \frac{3}{8\tau_s^T} + \gamma - i\omega_0 \right) \rho_{\uparrow,\downarrow} + i\mathcal{E}_- \rho_{\uparrow,\downarrow}, \quad (4.47b)$$

где двойная стрелка в нижних индексах обозначает направление спина дырки в трионе. Оставшиеся уравнения могут быть получены при помощи операций симметрии.

Уравнения второго порядка теории возмущений имеют вид

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\uparrow} = -2\gamma \rho_{\uparrow,\uparrow} - \frac{\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\downarrow,\downarrow}}{2\tau_s^T} + i\mathcal{E}_+ (\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\uparrow,\uparrow}), \quad (4.48a)$$

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\downarrow} = - \left( 2\gamma + \frac{1}{\tau_s^T} \right) \rho_{\uparrow,\downarrow} + i(\mathcal{E}_- \rho_{\uparrow,\downarrow} - \mathcal{E}_+ \rho_{\uparrow,\downarrow}). \quad (4.48b)$$

Уравнения на спиновую матрицу плотности должны решаться в адиабатическом режиме. В частности, из их решения следуют заселённости трионных состояний

$$\rho_{\uparrow/\downarrow,\uparrow/\downarrow} = \frac{\mathcal{E}_{+/-}^2 \rho_{\uparrow/\downarrow,\uparrow/\downarrow}}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}, \quad (4.49)$$

в согласии с известным решением задачи о возбуждении двухуровневой системы.

Уравнения же для спиновой динамики в основном состоянии квантовой точки следуют из следующих уравнений на компоненты матрицы плотности:

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\uparrow} = - \frac{\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\downarrow,\downarrow}}{2\tau_s} + i\Omega_{N,x} \frac{\rho_{\uparrow,\downarrow} - \rho_{\downarrow,\uparrow}}{2} - \Omega_{N,y} \frac{\rho_{\uparrow,\downarrow} + \rho_{\downarrow,\uparrow}}{2} + 2\gamma \rho_{\uparrow,\uparrow} + i\mathcal{E}_+ (\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\uparrow,\uparrow}), \quad (4.50a)$$

$$\dot{\rho}_{\downarrow,\downarrow} = \frac{\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\downarrow,\downarrow}}{2\tau_s} - i\Omega_{N,x} \frac{\rho_{\uparrow,\downarrow} - \rho_{\downarrow,\uparrow}}{2} + \Omega_{N,y} \frac{\rho_{\uparrow,\downarrow} + \rho_{\downarrow,\uparrow}}{2} + 2\gamma\rho_{\downarrow,\downarrow} + i\mathcal{E}_-(\rho_{\downarrow,\downarrow} - \rho_{\uparrow,\downarrow}), \quad (4.50b)$$

$$\dot{\rho}_{\uparrow,\downarrow} = -\frac{\rho_{\uparrow,\downarrow}}{\tau_s} - i\Omega_{N,z}\rho_{\uparrow,\downarrow} + i(\Omega_{N,x} - i\Omega_{N,y}) \frac{\rho_{\uparrow,\uparrow} - \rho_{\downarrow,\downarrow}}{2} + i(\mathcal{E}_-\rho_{\uparrow,\downarrow} - \mathcal{E}_+\rho_{\uparrow,\downarrow}). \quad (4.50c)$$

После подстановки сюда решений уравнений (4.47) и (4.48) получим

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = \boldsymbol{\Omega}_N \times \mathbf{S}(t) - \frac{\mathbf{S}(t)}{\tau_s} + \left( g - \frac{S_z(t)}{\tilde{\tau}} \right) \mathbf{e}_z - 2\lambda(S_x(t)\mathbf{e}_x + S_y(t)\mathbf{e}_y) + \tilde{\Omega}\mathbf{e}_z \times \mathbf{S}(t), \quad (4.51)$$

где параметры  $g$ ,  $\tilde{\tau}$ ,  $\lambda$  и  $\tilde{\Omega}$  представляют собой темп спиновой генерации, дополнительное время спиновой релаксации, силу измерения и дополнительную частоту спиновой прецессии, соответственно. Все они пропорциональны второй степени амплитуды падающего поля  $\mathcal{E}_{\pm}$ .

Скорость спиновой генерации имеет вид

$$g = \frac{\mathcal{E}_-^2 - \mathcal{E}_+^2}{4\tau_s^T[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2]}. \quad (4.52)$$

Она определяется степенью циркулярной поляризации падающего поля, заселённостью трионного состояния и скоростью спиновой релаксации триона, так же, как в разделе 1.3.

Также в меру циркулярной поляризации падающего поля возникает эффективное продольное магнитное поле с частотой спиновой прецессии

$$\tilde{\Omega} = \frac{(\mathcal{E}_+^2 - \mathcal{E}_-^2)(\omega - \omega_0)}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2}. \quad (4.53)$$

Оно возникает в меру отстройки от резонанса  $\omega - \omega_0$  и вызвано динамическим эффектом Зеемана [64, 207], упоминавшемся в разделе 3.2.

Далее, заселение трионного состояния приводит к дополнительному темпу спиновой релаксации

$$\frac{1}{\tilde{\tau}} = \frac{\mathcal{E}_+^2 + \mathcal{E}_-^2}{2\tau_s^T[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2]}, \quad (4.54)$$

в согласии с (3.29).

Наконец, наиболее интересным является появление в уравнении для спиновой динамики (4.51) силы измерения, вызванной квантовым обратным действием:

$$\lambda = \frac{(\mathcal{E}_+^2 + \mathcal{E}_-^2)\gamma}{2[(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2]}. \quad (4.55)$$

Это выражение аналогично (4.29), но получено для слабой трион-фотонной связи. В частности, его можно выразить через заселённости трионных состояний как

$$\lambda = \gamma(\rho_{\uparrow,\uparrow} + \rho_{\downarrow,\downarrow}), \quad (4.56)$$

так что оно пропорционально скорости излучения фотонов квантовой точкой. Микроскопической причиной подавления поперечных компонент спина при рекомбинации триона являются циркулярные правила отбора для соответствующих оптических переходов [260].

### 4.3.2 Управление скоростью спиновой релаксации

Для простоты рассмотрим случай резонансного возбуждения, когда  $\omega = \omega_0$ , так что дополнительная частота прецессии  $\tilde{\Omega}$  равна нулю. Будем также пренебрегать дополнительной спиновой релаксацией  $1/\tilde{\tau}$ , считая её более медленной, чем  $1/\tau_s$ . Тогда стационарное решение (4.51) имеет вид

$$S_z = \frac{S_0[1 + 4\lambda\tau_s + (4\lambda^2 + \Omega_N^2 \cos^2 \theta)\tau_s^2]}{1 + 4\lambda\tau_s + (4\lambda^2 + \Omega_N^2)\tau_s^2 + 2\lambda\Omega_N^2\tau_s^3 \sin^2 \theta}, \quad (4.57)$$

где  $\theta$ , как и ранее, — угол между  $\mathbf{\Omega}_N$  и осью  $z$ . Усреднение этого выражения по функции распределения (1.6) определяет среднюю спиновую поляризацию в нулевом внешнем поле, которая подробно изучалась в разделе 1.1.

Спиновая поляризация как функция силы измерения показана на рис. 4.6(b) [A16]. Она нормирована на величину  $S_0 = g\tau_s$ , которая достигается, например, в сильном продольном поле, когда ядерные спиновые флуктуации не играют роли. Немонотонность этой зависимости связана так же, как и на рис. 4.4(b), с квантовыми эффектами Зенона и анти-Зенона.

В отсутствие измерений спиновая поляризация равна  $\langle S_z \rangle = S_0/3$  в согласии с (1.8). В противоположном пределе сильных измерений  $\lambda \gg \delta$  спиновая поляризация стремится к  $S_0$ , как видно из рис. 4.6(b). В этом режиме поперечные компоненты спина релаксируют быстро, так что из уравнения (4.51) их стационарные значения равны

$$S_x = \frac{\Omega_{N,y} S_z}{2\lambda}, \quad S_y = -\frac{\Omega_{N,x} S_z}{2\lambda}. \quad (4.58)$$

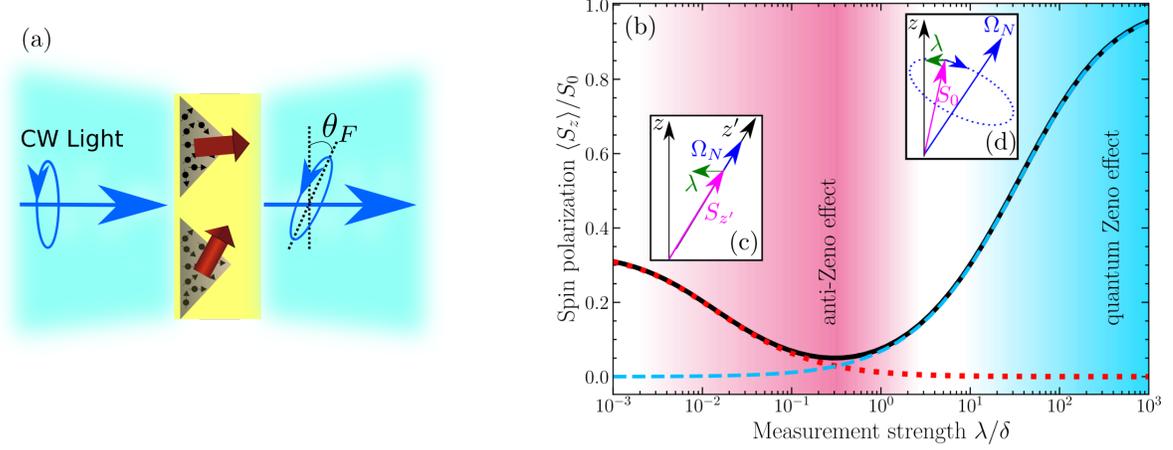


Рис. 4.6: (а) Ориентация и измерение спинов электронов в квантовых точках эллиптически поляризованным светом. (б) Средняя стационарная спиновая поляризация в ансамбле квантовых точек как функция силы измерения для  $\tau_s \delta = 100$ . Чёрная сплошная кривая рассчитана численным усреднением (4.57) по ядерным спиновым флуктуациям. Голубая пунктирная кривая рассчитана по формуле (4.63), а красная точечная — по формулам (1.29) и (4.61). Панели (с) и (d) иллюстрируют электронную спиновую динамику в режимах эффектов анти-Зенона и Зенона, соответственно.

Подставляя их обратно в  $z$  компоненту того же уравнения, получим

$$\dot{S}_z(t) = g - \frac{S_z(t)}{\tau_s^{\text{eff}}} \quad (4.59)$$

с эффективным темпом спиновой релаксации [210]

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{\Omega_N^2 \sin^2 \theta}{2\lambda}. \quad (4.60)$$

В стационарных условиях спиновая поляризация равна  $g\tau_{\text{eff}}$  в согласии с (4.57). Усреднение такого выражения по распределению ядерного поля было выполнено в уравнении (1.29), куда должно быть подставлено

$$\nu = \frac{2\lambda}{\tau_s \delta^2}. \quad (4.61)$$

Соответствующее аналитическое выражение показано голубой пунктирной кривой на рис. 4.6(b) и очень хорошо согласуется с численным расчётом.

В сущности, в режиме эффекта Зенона сильные измерения подавляют спиновую прецессию в случайном ядерном поле и делают неэффективной вызванную ею

спиновую дефазировку, как показано на рис. 4.6(d). В результате этого спиновая поляризация увеличивается вплоть до максимального значения  $S_0$ .

По мере уменьшения силы измерения спиновая поляризация сначала убывает и может становиться меньше, чем величина  $S_0/3$ , отвечающая случаю отсутствия измерений. Это соответствует эффекту анти-Зенона. Так, выражение (4.57) при  $\lambda \ll \delta$  переходит в

$$S_z = \frac{S_0 \cos^2 \theta}{1 + 2\lambda\tau_s \sin^2 \theta}. \quad (4.62)$$

Усреднение по функции распределения (1.6) теперь может быть выполнено аналитически. В результате получаем

$$\frac{\langle S_z \rangle}{S_0} = \frac{1}{2\lambda\tau_s} \left[ \sqrt{\frac{1 + 2\lambda\tau_s}{2\lambda\tau_s}} \operatorname{arctanh} \left( \sqrt{\frac{2\lambda\tau_s}{1 + 2\lambda\tau_s}} \right) - 1 \right]. \quad (4.63)$$

Это выражение показано красной точечной кривой на рис. 4.6(b).

Можно сказать, что спин успевает сделать много оборотов вокруг ядерного поля в этом режиме, так что его среднее по времени значение направлено вдоль оси  $z'$ , параллельной  $\mathbf{\Omega}_N$ , см. рис. 4.6(c). Измерения подавляют только поперечные компоненты спина и отклоняют его от этой оси. В результате конкуренции измерений и прецессии скорость спиновой релаксации компоненты  $z'$  равна

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_s} + 2\lambda \sin^2 \theta. \quad (4.64)$$

Во-первых, это выражение ясно отражает эффект анти-Зенона — ускорение спиновой релаксации из-за измерений. А во-вторых, оно приводит (с учётом угла  $\theta$  между осями  $z$  и  $z'$ ) обратно к выражению (4.62), использованному для вывода асимптотики.

В целом из рис. 4.6(b) видно, что аналитические выражения практически полностью описывают ход всей зависимости спиновой поляризации от силы измерения.

### 4.3.3 Сопоставление теории и эксперимента

На практике увеличение мощности зондирующего луча может приводить к дополнительным эффектам разогрева, влияющим на спиновую динамику электронов через время  $\tau_s$ . Однако такое влияние легко учесть измерением кривой восстановления поляризации, которая всегда выходит на значение  $S_0$  в достаточно больших магнитных полях. При этом метод спиновой инерции позволяет проверить независимость времени  $\tau_s$  от величины магнитного поля. Именно такой подход был реализован в работе [A17].

Экспериментально кривые восстановления поляризации измерялись при помощи метода накачка-зондирование. При этом использовались слабые циркулярно поляризованные импульсы и мощные линейно поляризованные, которые приводили к квантовому обратному действию. Период повторения импульсов  $T_R$  равнялся 1 нс. В режиме импульсных измерений реализация эффектов Зенона и анти-Зенона зависит от соотношения между  $T_R$  и характерным временем немарковской стадии спиновой релаксации [239]. Для локализованных электронов последнее равняется по порядку величины времени дефазировки  $T_2^*$  (1.10). В случае, когда  $T_R \ll T_2^*$ , реализуется квантовый эффект Зенона, как было описано выше: измерения подавляют спиновую прецессию в ядерном поле и спиновую дефазировку. Ускорение же спиновой релаксации происходит при  $T_R \gtrsim T_2^*$ .

Чтобы реализовать оба квантовых эффекта Зенона, измерения кривых восстановления поляризации были проведены как для электронов, локализованных на донорах Si в GaAs, так и для ансамбля квантовых точек InGaAs, заряженных электронами. Результаты показаны на рис. 4.7(а) и (с) вместе с подгонкой функциями Лоренца. Видно существенное отличие ширин этих кривых, которое с учётом продольных  $g$ -факторов -0.57 [267] и -0.69 [67] приводит к  $T_2^* = 88$  нс и 0.13 нс для электронов на донорах и в квантовых точках, соответственно.

Рис. 4.7(б) показывает зависимость относительной спиновой поляризации электронов на донорах  $\langle S_z \rangle / S_0$  в нулевом магнитном поле от мощности импульсов

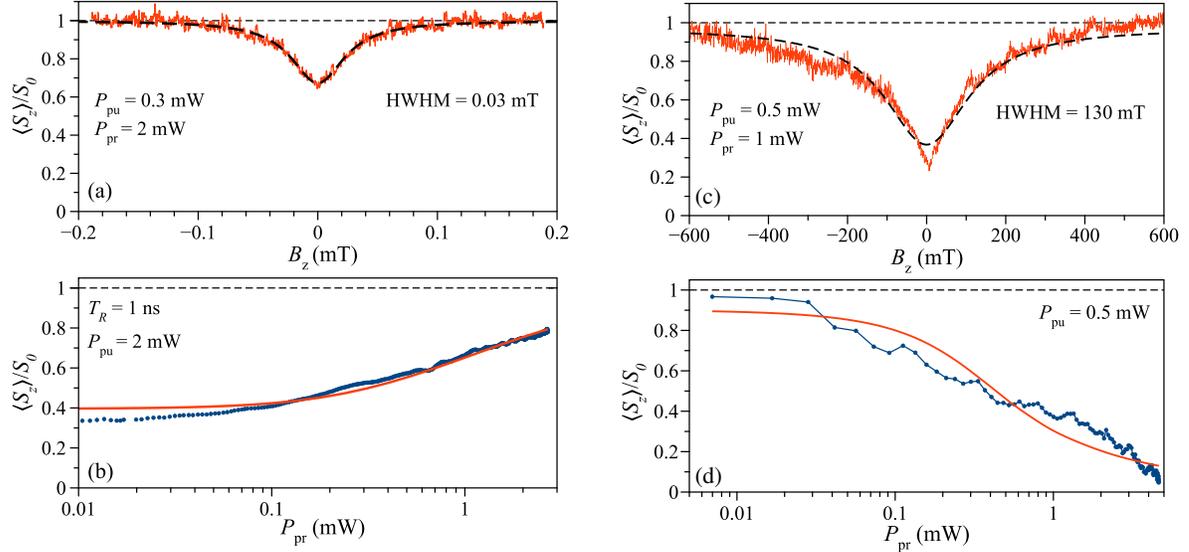


Рис. 4.7: (а) Кривая восстановления спиновой поляризации электронов, локализованных на донорах Si в GaAs (оранжевая кривая) и её подгонка функцией Лоренца (чёрный пунктир). (б) Относительная величина спиновой поляризации в нулевом поле как функция мощности зондирующих импульсов (синие точки) и её численная симуляция (оранжевая кривая) с параметрами, приведёнными в тексте. (с,d) То же самое для ансамбля квантовых точек InGaAs, заряженных электронами [A17].

зондирования. Видно, что мощные импульсы приводят к увеличению спиновой поляризации, то есть к росту эффективного времени спиновой релаксации. Это соответствует квантовому эффекту Зенона, как и следовало ожидать для  $T_R \ll T_2^*$ .

Для теоретического описания этой зависимости необходимо рассмотреть действие импульсов накачки и зондирования аналогично (3.53). Так как импульсы зондирования приходят в эксперименте на образец непосредственно перед импульсами накачки, то спиновой динамикой между ними можно пренебречь, что приводит к

$$S_x^+ = q^2 Q S_x^-, \quad S_y^+ = q^2 Q S_y^-, \quad S_z^+ = S_z^- + g. \quad (4.65)$$

Здесь  $g$  — безразмерная величина дополнительной спиновой поляризации, создаваемой импульсами накачки, а  $q = \cos\left(\pi/2\sqrt{P_{pr}/P_\pi}\right)$  аналогично (1.22) описывает действие импульсов зондирования с мощностью  $P_{pr}$  [268].

Так как в режиме квантового эффекта Зенона изменение спина между импульсами мало, то в нулевом магнитном поле компоненты  $S_{x/y}$  увеличиваются каждый

раз на  $\pm\Omega_{N,y/x}T_R S_z$  и уменьшаются на  $(1 - q^2Q)S_{x/y}^-$ . Поэтому в стационарном режиме

$$S_{x/y}^+ = \pm \frac{\Omega_{N,y/x}T_R S_z q^2 Q}{1 - q^2 Q}. \quad (4.66)$$

В то же время из (1.23) видно, что  $z$  компонента спина между импульсами уменьшается на

$$S_z^+ - S_z^- = \left[ \frac{S_z^+}{\tau_s} + \frac{(\Omega_{N,x}^2 + \Omega_{N,y}^2)T_R S_z^+}{2} + \Omega_{N,y} S_x^+ - \Omega_{N,x} S_y^+ \right] T_R, \quad (4.67)$$

то есть эффективное время спиновой релаксации равно

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{(\Omega_{N,x}^2 + \Omega_{N,y}^2)T_R(1 + q^2Q)}{2(1 - q^2Q)}. \quad (4.68)$$

Так как это выражение аналогично (4.60), то стационарная спиновая поляризация вновь описывается формулой (1.29), но уже с

$$\nu = \frac{4T_2^{*2}(1 - q^2Q)}{\tau_s T_R(1 + q^2Q)}. \quad (4.69)$$

Такое описание требует выполнения условия  $\Omega_N T_R \ll 1 - q^2 Q$ . Чтобы избежать неточностей, связанных с этим приближением, на рис. 4.7 показана теоретическая подгонка, рассчитанная численно из условия самосогласованности и периодичности спиновой динамики с параметрами  $T_2^* = 88$  нс,  $\tau_s = 0.4$  мкс,  $P_\pi = 80$  мВт и  $1 - Q = 0.0021$ , причём параметры  $\tau_s$  и  $T_2^*$  были определены независимо [A17, 267]. Видно, что теория очень хорошо описывает эксперимент.

На рис. 4.7(d) показана зависимость спиновой поляризации в нулевом поле от мощности импульсов зондирования для ансамбля квантовых точек [A17]. Так как в этом случае  $T_R \ll T_2^*$ , то реализуется квантовый эффект анти-Зенона: спиновая релаксация ускоряется, а спиновая поляризация уменьшается.

Период следования импульсов тут гораздо короче, чем характерное время спиновой динамики, поэтому действие импульсов можно описывать в континуальном пределе:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_N \times \mathbf{S} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_s} - \frac{1 - q^2}{T_R} (S_x \mathbf{e}_x + S_y \mathbf{e}_y) + \frac{g}{T_R} \mathbf{e}_z, \quad (4.70)$$

где импульсы накачки считаются слабыми ( $1 - Q \ll 1$ ). Квантовый эффект анти-Зенона для такого случая уже был описан выше, и спиновая поляризация даётся выражением (4.63), но с заменой  $\lambda$  на  $(1 - q^2)/(2T_R)$ .

Однако экспериментально было обнаружено, что несмотря на модуляцию циркулярной поляризации импульсов накачки на частоте 50 кГц, происходила небольшая динамическая поляризация ядер. В результате на электроны действовало ненулевое среднее поле с ларморовской частотой  $\langle \Omega_N \rangle$ . Его величину можно найти из стационарного решения уравнения

$$\frac{d\langle \Omega_N \rangle}{dt} = \gamma P_{\text{pu}} \mathbf{e}_z - \left( \frac{1}{T_{1,N}} + \alpha P_{\text{pr}} \right) \langle \Omega_N \rangle. \quad (4.71)$$

Здесь первое слагаемое описывает темп спиновой поляризации ядер (см. раздел 1.4), а второе — их спиновую релаксацию. При этом считается, что мощные зондирующие импульсы дополнительно увеличивают скорость отогрева спинов ядер.

Теоретическое моделирование зависимости спиновой поляризации электронов в квантовых точках от мощности зондирующих импульсов показано на рис. 4.7 для параметров  $\tau_s = 0.6$  мкс,  $\alpha T_{1,N} = 4.16$  мВт $^{-1}$ ,  $\gamma T_{1,N} = 3$  (нс·мВт) $^{-1}$  и  $P_\pi = 82$  мВт, которые хорошо согласуются с предыдущими работами [76, 269]. Качественно можно сказать, что динамическая поляризация ядер ответственна за уменьшение спиновой поляризации  $\langle S_z \rangle / S_0$  примерно от 1 до 1/3, а ускорение спиновой поляризации — от 1/3 до 0. При этом ни один из двух механизмов не может описать изменение спиновой поляризации во всём диапазоне.

В заключение раздела сделаем ещё два замечания. Во-первых, как видно из (4.65), импульсы накачки также могут приводить к квантовому обратному действию. Это на первый взгляд может показаться парадоксальным, но физически это связано с тем, что циркулярно поляризованные импульсы тоже могут использоваться для измерения спиновой поляризации по коэффициенту поглощения, как видно, например, из (4.8). Этот эффект аналогичен измерению индуцированной спинами эллиптичности зондирующего луча. Теория эффектов Зенона для цир-

кулярно поляризованных импульсов, возбуждающих ансамбль квантовых точек, была развита в работе [A1].

Во-вторых, как обсуждалось в разделе 4.2, квантовое обратное действие может приводить к замедлению спиновой прецессии в поперечном магнитном поле. Этот эффект также был обнаружен для ансамбля доноров в работе [A17], при этом, однако, вновь проявлялась конкуренция квантового обратного действия и динамической спиновой поляризации ядер.

## 4.4 Краткие итоги

В главе 4 получены следующие основные результаты:

- Показано, что в режиме сильной спин-фотонной связи в микрорезонаторе с одиночной заряженной квантовой точкой измерения спина являются проективными и позволяют полностью поляризовать спин резидентного носителя заряда за счёт квантового обратного действия, а фотонные корреляционные функции несут информацию о спиновой динамике электрона.
- Развита теория квантовых эффектов Зенона и анти-Зенона при измерении спина в микрорезонаторе непрерывным линейно поляризованным светом и показано, что гомодинирование спиновых сигналов позволяет достичь квантового предела для эффективности измерений.
- Показана возможность управления скоростью спиновой релаксации электронов на ядрах за счёт квантового обратного действия непрерывного линейно поляризованного света.
- Теоретически предсказано замедление и ускорение спиновой релаксации локализованных электронов при  $T_R \ll T_2^*$  и  $T_R \gtrsim T_2^*$  мощными линейно поляризованными импульсами и описаны эксперименты по измерению этих эффектов.

# Глава 5

## Запутывание спинов

### 5.1 Спиновые запутанные состояния в полупроводниках

#### 5.1.1 Введение

Исследования различных квантовомеханических запутанных состояний ведутся широким фронтом не только физиками экспериментаторами и физиками теоретиками, но и математиками по всему миру [270, 271]. Как отмечалось во введении, эти исследования имеют не только фундаментальную, но, возможно, и практическую значимость. Так, например, запутанные пары фотонов позволяют проверять неравенства Белла [272], что относительно недавно было отмечено нобелевской премией по физике за 2022 г. (близкие по духу исследования были отмечены также нобелевской премией в 2012 г.).

В русском языке ещё не сформировалась общепринятая терминология в области квантовой информатики. Само понятие запутанности (entanglement) [273] иногда может, например, обозначаться словом “перепутанность”, которого мы будем избегать в виду негативных коннотаций. Для ясности мы будем после первого использования русских терминов приводить их название на английском языке.

В продолжение этого раздела будет дано описание различных запутанных состояний с конкретными примерами из физики полупроводников. Наиболее малоизученной как теоретически, так и экспериментально является многочастичная

(multipartite) запутанность. Поэтому именно ей будет посвящена основная часть этой главы. В разделе 5.2 будет представлено точное решение уравнений спиновой динамики в модели центрального спина в пределе большого количества ядер, и на его основании будут предложены протоколы генерации “сжатых” (squeezed) и максимально запутанных спиновых состояний ядер в ходе свободной спиновой динамики. Затем в разделе 5.3 будет построена теория генерации тёмных запутанных состояний ядер в центральной спиновой модели под действием последовательности циркулярно поляризованных импульсов в условиях эффекта ядерной спиновой инерции, и описана экспериментальная реализация применительно к кристаллам перовскитов с локализованными дырками.

Во второй половине главы будет рассмотрена генерация истинно (genuine) многочастично запутанных состояний фотонов при помощи нульмерных микрорезонаторов с одиночной заряженной квантовой точкой (как, например, в разделе 4.2). В разделе 5.4 будет построена теория генерации запутанных состояний в оптически анизотропных микрорезонаторах. Затем в разделе 5.5 будет развита теория “скрытой” анизотропии и продемонстрировано её влияние на генерацию запутанных состояний в существующих экспериментах. В заключительном разделе 5.6 традиционно будут подведены краткие итоги этой главы.

### 5.1.2 Двухчастичная запутанность

Напомним, что запутанное состояние двух систем  $A$  и  $B$  определяется в гильбертовом пространстве  $\mathcal{H}_{AB} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ , являющимся прямым произведением гильбертовых пространств систем  $A$  и  $B$ . Чистое состояние является запутанным, если его волновая функция  $\Psi_{AB}$  не может быть представлена как прямое произведение

$$\Psi_{AB} = \Psi_A \otimes \Psi_B \tag{5.1}$$

волновых функций отдельных подсистем [274]. Аналогично смешанное состояние является запутанным, если его матрица плотности  $\rho_{AB}$  не может быть представ-

лена как некогерентная суперпозиция

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_A^{(i)} \otimes \rho_B^{(i)} \quad (5.2)$$

прямых произведений матриц плотности двух подсистем (подразумевается, что  $\rho_{A,B}^{(i)}$  эрмитовы и положительно определены,  $p_i > 0$  и  $\sum_i p_i = 1$ ) [274]. Как видно из определения, запутанные состояния не могут быть получены из незапутанных при помощи локальных операций и классической коммуникации (создании классических корреляций), а требуют когерентного взаимодействия двух подсистем.

Для характеристики степени запутанности используются различные меры. Необходимыми требованиями к ним являются равенство нулю для незапутанных состояний, невозрастание при применении локальных унитарных операций и классической коммуникации (из этого следует инвариантность при локальных операциях) и невозрастание при некогерентном смешивании состояний [275].

Для двух кубитов наиболее общепринятой мерой запутанности является спутанность (concurrence) [276]. Для чистых состояний с четырехкомпонентной волновой функцией  $\Psi$  она определяется как

$$\mathcal{C} = \left| \langle \Psi | \hat{T} | \Psi \rangle \right|, \quad (5.3)$$

где  $\hat{T}$  — оператор инверсии времени:  $\hat{T}\Psi = \sigma_y \otimes \sigma_y \Psi^*$ , где матрицы Паули  $\sigma_y$  действуют на два рассматриваемых кубита. Для незапутанных состояний  $\mathcal{C} = 0$ , а максимальная спутанность равняется единице.

Для выполнения требований, предъявляемых к мере запутанности, спутанность смешанных состояний двух кубитов определяется как выпуклое покрытие

$$\mathcal{C}(\rho) = \inf_{\{p_i, |\varphi_i\rangle\}} \sum_i p_i \mathcal{C}(\varphi_i), \quad (5.4)$$

где минимум берётся по всем возможным представлениям матрицы плотности в виде  $\rho = \sum_i p_i |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i|$ . Результат минимизации может быть вычислен по формуле [277]

$$\mathcal{C} = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4), \quad (5.5)$$

где  $\lambda_i$  — расположенные в порядке убывания собственные числа эрмитовой матрицы  $\sqrt{\sqrt{\rho}\tilde{\rho}\sqrt{\rho}}$ , а  $\tilde{\rho} = \sigma_y \otimes \sigma_y \rho^* \sigma_y \otimes \sigma_y$  — инвертированная по времени матрица плотности. Более практично вычислять  $\lambda_i$  как корни из собственных чисел матрицы  $\rho\tilde{\rho}$ .

### 5.1.3 Примеры

Эта глава будет посвящена генерации различных запутанных состояний в полупроводниковых структурах с локализованными носителями заряда.

Простейшим примером спиновой запутанности служит состояние экситона, рождающегося в квантовой точке при поглощении одиночного линейно поляризованного фотона. Так как линейная поляризация является суперпозицией двух циркулярных поляризаций, а при поглощении  $\sigma^\pm$  фотона согласно правилам отбора рождается дырка со спином  $\pm 3/2$  ( $\uparrow / \downarrow$ ) и электрон со спином  $\mp 1/2$  ( $\downarrow / \uparrow$ ), соответственно, то волновая функция линейно поляризованного экситона имеет вид [278, 279]

$$\frac{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (5.6)$$

Как видно, она не может быть представлена как произведение спиновых волновых функций электрона и дырки, так что это состояние является запутанным.

Из-за обменного взаимодействия электрона и дырки собственные состояния экситона с тяжёлой дыркой в квантовых точках имеют вид (с точностью до множителя)  $|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$ ,  $|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle$ ,  $|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle$  и (5.6). Все они являются максимально запутанными ( $\mathcal{C} = 1$ ) и образуют полный базис (базис состояний Белла).

Легко вычислить по формуле (5.5) спутанность для смешанного светлого экситонного состояния общего вида. Она может быть выражена через параметры Стокса экситонной люминесценции как

$$\mathcal{C} = [(1 - P_c^2)(P_l^2 + P_l'^2)]^{1/4}. \quad (5.7)$$

В частности видно, что для полностью поляризованной люминесценции (чистого состояния экситона) спутанность просто совпадает со степенью линейной поля-

ризации. Этот же эффект называется также оптическим выстраиванием экситонов [100, 107].

Быстрая рекомбинация электрона и дырки делает изучение запутанности их спинов малоперспективным. Несравнимо большее внимание получила генерация пар поляризационно запутанных фотонов квантовыми точками. Для этого используется каскадная рекомбинация биэкситона [280—282]. Правила отбора для оптических переходов с тяжёлыми дырками и принцип Паули обязывают два фотона, испущенные при каскадной рекомбинации, иметь противоположные циркулярные поляризации. Но при этом каждый из фотонов, испущенных биэкситоном или экситоном, может иметь любую из двух циркулярных поляризаций. В результате, волновая функция пары испущенных фотонов имеет вид

$$\Psi = \frac{|\sigma_{XX}^+ \sigma_X^- \rangle + |\sigma_{XX}^- \sigma_X^+ \rangle}{\sqrt{2}}, \quad (5.8)$$

где нижний индекс указывает на частоту фотона, соответствующую энергии биэкситона ( $XX$ ) или экситона ( $X$ ). Это состояние опять является максимально запутанным белловским состоянием.

Как правило, спутанность двух фотонов существенно подавляется из-за неэквивалентности двух путей рекомбинации биэкситона, вызванной обменным расщеплением тонкой структуры светлого экситона величиной  $\hbar\delta_b$  на линейно поляризованные состояния  $H$  и  $V$  [105, 107—109]. Из-за случайной величины времени жизни каждого экситона  $t$  (равной в среднем  $\tau_0$ ) состояние пары фотонов не чистое и описывается матрицей плотности.

Существует множество методов её расчёта [283—286]. Наиболее простой из них — это усреднение матрицы плотности чистого состояния по  $t$  [287, 288]:

$$\rho = \int_0^\infty |\Psi(t)\rangle \langle \Psi(t)| \frac{e^{-t/\tau_0}}{\tau_0} dt, \quad (5.9)$$

где волновая функция

$$\Psi(t) = \frac{H_{XX}H_X e^{-i\delta_b t} + V_{XX}V_X}{\sqrt{2}} \quad (5.10)$$

учитывает дополнительный набег фазы  $\delta_b t$  для светлого экситона с поляризацией  $H$  за время жизни  $t$ . В базисе фотонных состояний  $\{H_{XX}H_X, H_{XX}V_X, V_{XX}H_X, V_{XX}V_X\}$  двухфотонная матрица плотности имеет вид

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{1+i\delta_b\tau_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-i\delta_b\tau_0} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

Легко проверить, что так как собственные состояния являются инвариантными относительно инверсии времени, то  $\tilde{\rho} = \rho$  и  $\lambda_i$  — это собственные числа  $\rho$ . Поэтому спутанность такого состояния равна

$$C = \frac{1}{\sqrt{1 + (\delta_b\tau_0)^2}}. \quad (5.12)$$

Видно, что для достижения сильной запутанности обменное расщепление должно быть меньше обратного времени жизни экситона.

В более общем случае (например, для учёта тёмных экситонов) двухфотонная матрица плотности в циркулярном базисе может быть рассчитана как

$$\rho_{\alpha\beta,\gamma\delta} \propto \int_0^\infty \rho_{\alpha\beta,\gamma\delta}^{ph-X}(t) dt \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta = \pm), \quad (5.13)$$

где коэффициент пропорциональности определяется условием нормировки, а  $\rho^{ph-X}(t)$  — фотон-экситонная матрица плотности, у которой индексы  $\beta$  и  $\delta$  в (5.13) относятся к состояниям светлого экситона с угловым моментом  $\pm 1$ . Эта матрица в свою очередь находится из начального условия  $\rho_{\alpha\beta,\gamma\delta}^{ph-X}(0) = \delta_{\alpha,-\beta}\delta_{\gamma,-\delta}/2$  и спиновой динамики экситона.

Обменное расщепление в экситоне может быть подавлено несколькими способами: выбором более симметричных квантовых точек, приложением компенсирующего напряжения [289], электрическим [290, 291] и магнитным [292, 293] полями. Поэтому сейчас основной причиной расщепления экситонных уровней и неполной запутанности фотонов в биэкситонном каскаде являются ядерные спиновые флуктуации [294–296].

Если обменное взаимодействие приводит к расщеплению экситона на линейно поляризованные состояния, то сверхтонкое — к расщеплению на циркулярно поляризованные величиной  $\hbar\Omega_{N,z}$ . Вычисление, аналогичное описанному выше, но с дополнительным усреднением по функции распределения ядерного поля (1.6) приводит к спутанности двух фотонов

$$\mathcal{C} = \frac{\sqrt{\pi}}{\delta\tau_0} \operatorname{erfcx}\left(\frac{1}{\delta\tau_0}\right) \quad (5.14)$$

(здесь мы исправляем неточность из статьи [296]). Как правило, время жизни экситона достаточно короткое, так что можно использовать разложение спутанности до второго порядка  $\mathcal{C} = 1 - (\delta\tau_0)^2/2$ .

Интересно, что расщепление экситонов за счёт сверхтонкого взаимодействия может быть полностью подавлено в коллоидных нанокристаллах и возбуждённых экситонных состояниях самоорганизованных квантовых точек благодаря конкуренции короткодействующего обменного взаимодействия с расщеплением лёгких и тяжёлых дырок [297].

### 5.1.4 Многочастичная запутанность

Из сделанного обзора ясно, что запутанность пары кубитов уже детально исследована как теоретически, так и экспериментально. С увеличением числа кубитов степень изученности запутанных состояний быстро падает.

Во-первых, стоит отметить, что начиная с трёх подсистем существуют различные типы запутанности. Если чистое состояние не запутано, то его волновая функция  $\Psi$  может быть представлена как прямое произведение волновых функций отдельных подсистем. Если же состояние запутано, то это не исключает возможности разбиения подсистем на две группы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ , так что волновая функция является прямым произведением волновых функций этих двух групп, из которых хотя бы одна является запутанной:  $\Psi = \Psi_{\mathcal{A}} \otimes \Psi_{\mathcal{B}}$  [ср. (5.1)]. Если же такого разбиения не существует, то состояние называется истинно многочастично запутанным.

Для смешанных состояний это определение обобщается как то, что матрица плотности не может быть представлена в виде

$$\rho = \sum_i p_i \rho_{\mathcal{A}_i} \otimes \rho_{\mathcal{B}_i}, \quad (5.15)$$

аналогичном (5.2), но с важным отличием, что выбор подсистем  $\mathcal{A}_i$  и  $\mathcal{B}_i$  здесь может быть разным для разных слагаемых.

Примером истинной запутанности трёх спинов является W-состояние с волновой функцией  $\Psi_W = (|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle) / \sqrt{3}$ . Также для произвольного числа спинов максимально истинно многочастично запутанными состояниями являются GHZ (Greenberger–Horne–Zeilinger)-состояния вида:

$$\Psi_{GHZ} = \frac{|\uparrow \dots \uparrow\rangle + |\downarrow \dots \downarrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (5.16)$$

то есть когерентные суперпозиции двух состояний, в которых все спины ориентированы в противоположные стороны.

## 5.2 Генерация сжатых и запутанных состояний ядер

### 5.2.1 Ядерная спиновая динамика

Ядерные спины, как правило, рассматриваются как важный источник флуктуирующих магнитных полей, мешающих когерентному управлению спином локализованного электрона. Редким исключением является эффект динамической спиновой поляризации электронов, описанный в главе 2. Также в последние годы активно начинает развиваться изучение методов когерентного управления ядерными спинами [13, 298–300], что мотивируется их длинными временами релаксации.

Чтобы описать генерацию запутанных ядерных состояний, решим уравнения спиновой динамики для центральной спиновой модели, описываемой гамильтонианом

$$\mathcal{H} = a\mathbf{J}\mathbf{S} + \hbar\Omega_L\mathbf{S} - \hbar\gamma_N\mathbf{B}\mathbf{J}. \quad (5.17)$$

При этом мы не будем учитывать никаких неупругих процессов в отличие от раздела 1.4. Тогда спиновая динамика и электрона, и суммарного ядерного спина описывается просто уравнениями Блоха (1.23) (с  $\tau_s = \infty$ ) и (1.83). Однако при их решении необходимо учитывать, что сами частоты прецессии электрона  $\boldsymbol{\Omega} = a\mathbf{J}/\hbar + \boldsymbol{\Omega}_N$  и ядер  $\boldsymbol{\omega}_N$  являются операторами.

Иногда операторы частот прецессии могут быть заменены их средними значениями. Однако это далеко не всегда так. Например, в случае отсутствия магнитного поля и неполяризованного по спину электрона это привело бы к отсутствию ядерной спиновой динамики. Очевидно, однако, что квантовые флуктуации спина электрона приводят к случайной частоте прецессии ядерного спина величиной  $\omega_e = a/(2\hbar)$ . Для решения этой проблемы мы будем рассматривать предел большого количества ядерных спинов  $N$ , что позволяет пренебречь некоммутативностью компонент  $\mathbf{J}$  (но не  $\mathbf{S}$ ).

Формальное решение для спиновой динамики электрона имеет вид  $\mathbf{S}(t) = e^{i\mathcal{H}t/\hbar}\mathbf{S}e^{-i\mathcal{H}t/\hbar}$ . Пренебрегая коммутаторами  $\mathbf{J}$ , это выражение может быть переписано как  $\mathbf{S}(t) = e^{i\boldsymbol{\Omega}t}\mathbf{S}e^{-i\boldsymbol{\Omega}t}$ , или

$$\mathbf{S}(t) = \left[ \cos(\boldsymbol{\Omega}t/2) + 2i\frac{\mathbf{S}\boldsymbol{\Omega}}{\Omega} \sin(\boldsymbol{\Omega}t/2) \right] \mathbf{S} \left[ \cos(\boldsymbol{\Omega}t/2) - 2i\frac{\mathbf{S}\boldsymbol{\Omega}}{\Omega} \sin(\boldsymbol{\Omega}t/2) \right]. \quad (5.18)$$

Частота  $\boldsymbol{\Omega}$  является оператором. Так как в это выражение входят только чётные степени этой частоты, то они могут быть вычислены как  $\boldsymbol{\Omega}^2 = \boldsymbol{\Omega}^2$ .

Выражение (5.18) содержит члены, осциллирующие с частотой порядка  $\delta$ , и более медленную составляющую

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S})}{\Omega^2}. \quad (5.19)$$

Видно, что она имеет простой смысл проекции спина на направление  $\boldsymbol{\Omega}$ , см. рис. 5.1(a).

Ввиду большого числа ядер оператор электронного спина, входящий в величину  $\boldsymbol{\omega}_N$ , может быть заменён на  $\bar{\mathbf{S}}$ , так что (1.83) принимает вид

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \left( \frac{a}{\hbar}\bar{\mathbf{S}} + \boldsymbol{\omega}_B \right) \times \mathbf{J}. \quad (5.20)$$

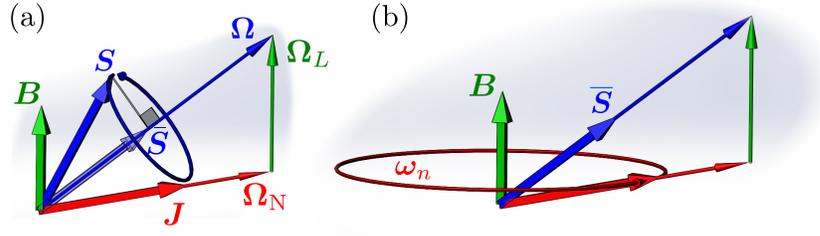


Рис. 5.1: (а) Иллюстрация прецессии электронного спина на коротких временах вокруг суммарного поля  $\Omega$ , которая эффективно приводит к его проецированию на эту ось. (б) На длинных временах электронный спин приводит к вращению полного ядерного спина с частотой  $\omega_n$ , причём сам адиабатически следует за меняющейся частотой  $\Omega$ .

Это же уравнение можно переписать в эквивалентном виде

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \frac{a}{\hbar} \mathbf{e}_z \times \mathbf{Y} + \omega_B \times \mathbf{J}, \quad (5.21)$$

где  $\mathbf{Y} = (\Omega \mathbf{S}) \Omega_L \mathbf{I} / \Omega^2$  описывает корреляцию электронного и ядерного спинов.

Так как число ядер велико, то  $\mathcal{H} \approx \hbar \Omega \mathbf{S}$  [см. (5.17)] является сохраняющейся величиной, что соответствует адиабатическому приближению. Также  $\mathcal{H}^2 \approx \hbar^2 \Omega^2 / 4$ , так что  $\Omega^2$  также постоянно. Поэтому из (1.83) следует, что

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \frac{a}{\hbar} \frac{\Omega_L^2}{4\Omega^2} \mathbf{e}_z \times \mathbf{J} + \omega_B \times \mathbf{Y}. \quad (5.22)$$

Это уравнение вместе с (5.21) образует замкнутую систему, которая полностью учитывает коммутационные соотношения для электронного спина. Поэтому полученные уравнения для ядерной спиновой динамики являются не приближёнными, а точными в пределе бесконечного числа ядер.

Теперь в уравнениях (5.21) и (5.22) можно перейти от квантовых операторов к их средним значениям и считать вектор  $\mathbf{J}$  классическим, причём для краткости будем использовать для них те же обозначения. Так как направление  $\Omega$  является естественной осью квантования для электронного спина, то удобно ввести величины  $P_{\pm} = 1/2 \pm \Omega \mathbf{S} / \Omega$ , представляющие собой заселённости соответствующих состояний со спином  $\pm 1/2$ . Также можно ввести величины ядерного спина в этих состояниях

$$\mathbf{J}^{\pm} = \left( \frac{\mathbf{J}}{2} \pm \frac{\Omega}{\Omega_L} \mathbf{Y} \right) / P_{\pm}. \quad (5.23)$$

Здесь важно использовать именно среднее значение  $\mathbf{Y}$  и не представлять его как произведение средних значений из его определения. Средний ядерный спин в этих обозначениях равен  $\mathbf{J} = P_+ \mathbf{J}^+ + P_- \mathbf{J}^-$ .

Уравнения (5.21) и (5.22) приводят к

$$\frac{d\mathbf{J}^\pm}{dt} = \boldsymbol{\omega}_n^\pm \times \mathbf{J}^\pm, \quad (5.24)$$

где

$$\boldsymbol{\omega}_n^\pm = \pm \omega_e \frac{\boldsymbol{\Omega}_L}{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_B. \quad (5.25)$$

То есть полный ядерный спин прецессирует с частотой  $\boldsymbol{\omega}_n^\pm$  в зависимости от того, направлен электронный спин параллельно или антипараллельно  $\boldsymbol{\Omega}$ , как показано на рис. 5.1(b).

Физически картина очень проста. Внешнее магнитное поле приводит к отклонению направления среднего электронного спина  $\bar{\mathbf{S}}$  от оси  $\boldsymbol{\Omega}_N$  к направлению  $\boldsymbol{\Omega}$ . В результате поле Найта приводит к медленному повороту ядерного спина  $\mathbf{J}$  [301]. Но при этом меняется и направление  $\boldsymbol{\Omega}$ , за которым электронный спин адиабатически следует. Таким образом, все спины вращаются вокруг внешнего поля с частотой  $\boldsymbol{\omega}_n^\pm$ . Частоты  $\boldsymbol{\omega}_n^\pm$ , хотя и являются при этом постоянными, зависят от величины и направления ядерного спина  $\mathbf{J}$ . В общем случае ядерная спиновая динамика представляет собой когерентную суперпозицию таких двух прецессий [A18].

Для случая  $\omega_B = 0$  решение (5.24) имеет вид

$$J_x(t) = J_x(0) \cos(\omega_n t) - \frac{2(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S})}{\Omega} J_y(0) \sin(\omega_n t), \quad (5.26a)$$

$$J_y(t) = J_y(0) \cos(\omega_n t) + \frac{2(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S})}{\Omega} J_x(0) \sin(\omega_n t), \quad (5.26b)$$

где  $\omega_n = |\boldsymbol{\omega}_n^\pm|$ . Эти уравнения, во-первых, описывают прецессию ядерного спина для случаев  $2(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{S})/\Omega = \pm 1$ , а во-вторых, описывают осцилляции поперечных компонент ядерного спина для случая отсутствия электронной спиновой поляризации. Этот эффект ясно показывает важность учёта коммутационных соотношений для спиновых операторов электрона и невозможность переходить от квантовых операторов к их средним значениям в начальном уравнении (1.83).

Такой же ответ может быть получен и из диагонализации гамильтониана центральной спиновой модели [302]. При этом, как ясно из приведённых рассуждений, в случае взаимодействия с ядрами тяжёлой дырки вместо электрона анизотропия сверхтонкого взаимодействия будет приводить к ядерной спиновой динамике даже в нулевом внешнем магнитном поле.

Интересно сравнить полученный аналитический результат с точным численным решением квантовой задачи. Для этого выберем ядерный спин  $J = 10$  и направим его по оси  $x$  во внешнем магнитном поле  $\Omega_L = aJ/\hbar$  (при  $\omega_B = 0$ ). Сплошные синяя и красная кривые на рис. 5.2 показывают динамику компонент ядерного спина  $J_x$  и  $J_y$ , рассчитанную по формулам (5.26), для случая, когда электронный спин направлен в начальный момент времени вдоль оси  $z$ . В этом случае  $2(\boldsymbol{\Omega}_e \mathbf{S})/\Omega_e = 1/\sqrt{2}$ , так что амплитуда осцилляций  $J_y$  в  $\sqrt{2}$  раз меньше, чем  $J_x$ , а частота равна  $\omega_n = \omega_e/\sqrt{2}$ . Точное решение уравнения Шрёдингера показано пунктирными кривыми и хорошо соответствует аналитическим формулам.

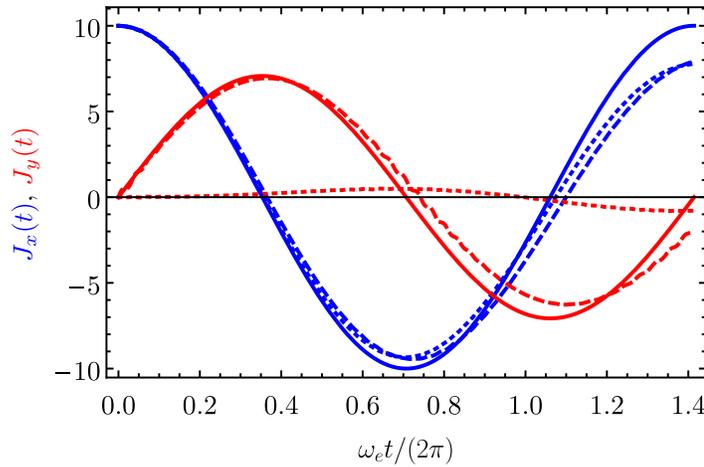


Рис. 5.2: Динамика компонент ядерного спина  $J_x$  и  $J_y$  для начальных условий  $J_x(0) = J$  и  $J_y(0) = J_z(0) = 0$  в магнитном поле с  $\Omega_L = aJ/\hbar$  и  $\omega_B = 0$ . Сплошные кривые рассчитаны по формулам (5.26) для  $\mathbf{S}(0) = \mathbf{e}_z/2$ . Пунктирные кривые найдены из точного решения уравнения Шрёдингера для  $J = 10$  и того же начального условия для  $\mathbf{S}$ . Точечные кривые — точное численное решение для неполяризованного электронного спина.

Точечные кривые на рис. 5.2 — результат численного расчёта для неполяризованного электронного спина, то есть усреднённое решение для  $\mathbf{S}(0) = \pm \mathbf{e}_z/2$ . В

этом случае динамика  $J_x$  практически такая же, но  $J_y$  остаётся мало, в согласии с (5.26).

Численное и аналитическое решения начинают существенно отличаться лишь на очень длинных временах порядка  $J/\omega_e$ . Поэтому в пределе большого числа ядер  $J \rightarrow \infty$  аналитическое решение является абсолютно точным.

### 5.2.2 Многочастично запутанные ядерные спиновые состояния

Найденное решение для ядерной спиновой динамики имеет целый ряд физических следствий. Например, оно позволяет рассчитать аналитически спектры спинового шума ядер [A18], что ранее делалось только численно [303]. Также знание ядерной спиновой динамики позволяет вычислить спектр флуктуаций электрического тока в мезоскопических образцах органических полупроводников с выраженным эффектом органического магнетосопротивления (OMAR) [304]. Такой спектр может измеряться экспериментально.

Мы же сфокусируемся на возможности генерации многочастично запутанных ядерных спиновых состояний. Широкий класс таких состояний представляют собой сжатые ядерные спиновые состояния [305]. Они могут характеризоваться параметром спинового сжатия [306]

$$\xi_S = \frac{2 \min_{\mathbf{n}} \sqrt{\langle J_{\mathbf{n}}^2 \rangle}}{\sqrt{N}}, \quad (5.27)$$

где минимум берётся по всем направлениям вектора  $\mathbf{n}$ , перпендикулярным среднему спину  $\mathbf{J}$ . Если спины всех ядер независимы, то, очевидно,  $\xi_S = 1$ . А в случае наличия корреляций, когда  $\xi_S < 1$ , ядерное спиновое состояние является сжатым и многочастично запутанным [305].

Такие состояния активно изучаются в квантовой метрологии [307–310], поскольку они позволяют преодолеть стандартный квантовый предел точности измерений [311] аналогично сжатым фотонным состояниям. Применительно к квантовым точкам сжатые ядерные спиновые состояния позволяют увеличить время

электронной спиновой когерентности [312, 313], а для их генерации были предложены использование квадрупольных расщеплений [314] и управление внешними полями в условиях быстрой электронной спиновой релаксации [312].

Мы укажем на альтернативный метод, основанный на зависимости частоты ядерной спиновой прецессии (5.25) от величины и направления полного ядерного спина [A18]. Для этого рассмотрим начальную поляризацию ядер  $P$  вдоль оси  $x$ , которая описывается функцией распределения, аналогичной (3.6):

$$f(\mathbf{J}, 0) = \frac{1}{\pi^{3/2}\varepsilon\delta_J} \exp \left[ -\frac{J_y^2 + J_z^2}{\delta_I^2} - \frac{(J_x - PN/2)^2}{(\varepsilon\delta_I)^2} \right], \quad (5.28)$$

где  $\delta_I \hbar \delta / a = \sqrt{N/2}$  и  $\varepsilon = \sqrt{1 - P^2}$  (для  $I_i = 1/2$ , см. (3.8)). Далее будем считать, что электрон находится в собственном состоянии, например, со спином по суммарному полю. Тогда ядерная спиновая динамика представляет собой поворот вокруг оси  $z$  на угол  $\omega_n^+ t$ , зависящий от суммарного ядерного спина, что может быть записано как  $\mathbf{J}(t) = \hat{\mathcal{R}}_t(\mathbf{J})\mathbf{J}$ .

Соответственно, временная зависимость ядерной спиновой функции распределения описывается как

$$f(\mathbf{J}, t) = f(\hat{\mathcal{R}}_t^{-1}(\mathbf{J})\mathbf{J}, 0). \quad (5.29)$$

Зависимость оператора поворота  $\hat{\mathcal{R}}_t$  от ядерного спина  $\mathbf{J}$  приводит к вытягиванию функции распределения в одном направлении и сжатию в другом.

Если считать, что средний ядерный спин направлен вдоль оси  $z'$  (в плоскости  $(xy)$ ), то функция распределения поперечных компонент равна

$$\tilde{f}(J_{x'}, J_{y'}, t) = \int f(\mathbf{J}, t) dJ_{z'}. \quad (5.30)$$

Пример такой функции распределения для  $P = 0.5$  и  $\omega_e t \approx 6.5$  показан на вставке на рис. 5.3

Степень спинового сжатия может быть вычислена по определению (5.27), используя функцию распределения  $\tilde{f}(J_{x'}, J_{y'}, t)$ . Она показана как функция времени на рис. 5.3(а) для различных начальных степеней поляризации ядер. Видно,

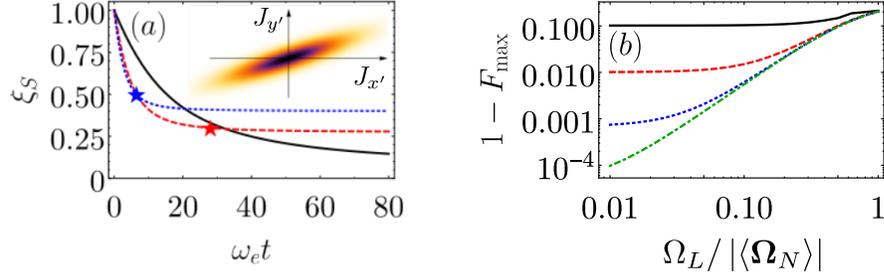


Рис. 5.3: Степень спинового сжатия  $\xi_S$  как функция времени свободной эволюции ядерной спиновой функции распределения с начальной поляризацией  $P = 10\%$  (чёрная сплошная кривая),  $30\%$  (красный пунктир) и  $50\%$  (синие точки). Звёздочки показывают момент возникновения метрологического спинового сжатия,  $\xi_R = 1$ . Вставка показывает распределение поперечных компонент ядерного спина (5.30) для параметров синей звёздочки. (b) Минимальная неточность GHZ состояния (5.33) в зависимости от величины магнитного поля  $\Omega_L / |\langle \Omega_N \rangle|$  для различного количества ядер:  $N = 6$  (сплошная чёрная кривая),  $80$  (красная штрихованная кривая),  $1200$  (синие точки) и  $2 \cdot 10^4$  (зелёный штрихпунктир).

что чем больше поляризация, тем быстрее достигается насыщение, но тем слабее спиновое сжатие. В реальности время генерации сжатых состояний ограничено скоростью спиновой релаксации ядер. В типичных InGaAs квантовых точках  $T_{2,N} \sim 0.1$  мс, а  $\omega_e \sim 1$  мкс $^{-1}$ , так что  $\omega_e T_{2,N} \sim 100$ . Как видно из графика, это позволяет надеяться на возможность достижения в эксперименте сильного спинового сжатия  $\xi_S \sim 0.1$ .

Преодоление стандартного квантового предела в метрологии при помощи сжатых спиновых состояний требует не только многочастичной запутанности, но и параметра  $\xi_R = \xi_S / P$ , меньшего единицы [315]. Очевидно, выполнить это условие тем сложнее, чем меньше степень поляризации ядер  $P$ . Звёздочки на рис. 5.3(a) показывают моменты времени, после которых достигается метрологическое спиновое сжатие,  $\xi_R < 1$ . Для  $P = 0.1$  оно не достигается, однако возможность поляризации ядер в современных экспериментах вплоть до  $80\%$  [89] говорит о возможности генерации также и метрологически сжатых состояний.

Запутанность ядерных спинов возникает за счёт их косвенного взаимодействия посредством спина локализованного электрона. Многочастичная запутанность сжатых спиновых состояний является не очень сильной, поэтому интерес-

но рассмотреть возможность создания максимально запутанных состояний типа GHZ (5.16). Для этого рассмотрим начальное спиновое состояние всех ядер, полностью поляризованное вдоль оси  $x$  с волновой функцией

$$\Psi(0) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]^{\otimes N}, \quad (5.31)$$

где каждый из множителей соответствует спинору отдельного ядра. Если спин электрона при этом изначально направлен по оси  $y$ , перпендикулярной  $\Omega$ , то вероятности вращения спинов ядер по и против направления внешнего поля  $P_{\pm}$  будут равны. В этом случае будет происходить когерентная суперпозиция прецессий ядерных спинов в противоположных направлениях, так что через время  $t_{\pi} = \pi/(2\omega_n)$  ядерное спиновое состояние будет иметь вид когерентной суперпозиции спинов всех ядер вдоль и против оси  $y$ :

$$\Psi_{GHZ}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \right]^{\otimes N} + e^{i\varphi} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right]^{\otimes N} \right\}. \quad (5.32)$$

Степень близости истинной волновой функции системы  $\Psi(t_{\pi})$  к этому состоянию описывается максимальной точностью (fidelity)

$$F_{\max} = \max_{\varphi} (|\langle \Psi_{GHZ}(\varphi), \uparrow | \Psi(t_{\pi}) \rangle|^2 + |\langle \Psi_{GHZ}(\varphi), \downarrow | \Psi(t_{\pi}) \rangle|^2), \quad (5.33)$$

где стрелка обозначает состояние спина электрона.

На рис. 5.3(b) показана минимальная неточность GHZ состояний ядер  $1 - F_{\max}$  как функция приложенного магнитного поля для различного количества ядер, найденная из точного численного решения центральной спиновой модели [A18]. Её малость показывает верность аналитического предсказания генерации GHZ состояний ядер. Интересно, что так как количество ядер является макроскопически большим, то GHZ состояния представляют собой состояния типа кота Шрёдингера [316], то есть когерентную квантовую суперпозицию макроскопически различимых состояний. К сожалению, запутанные состояния такого типа легко разрушаются при релаксации хотя бы одной из частиц [317], поэтому их время жизни ограничено временем всего  $T_{2,N}/N$ .

## 5.3 Генерация тёмных и запутанных состояний ядер

### 5.3.1 Теоретическая модель

На практике прямая реализация многочастичного запутывания ядерных спинов, описанная в предыдущем разделе, оказывается довольно сложна из-за необходимости длинного времени корреляции электрона и большой спиновой поляризации ядер. Однако экспериментально генерации сжатых и запутанных ядерных спиновых состояний удалось достичь другим методом, теории которого посвящён этот раздел.

Здесь мы рассмотрим изначально неполяризованное (равновесное) состояние ядерной спиновой системы. В этом случае распределение абсолютной величины полного спина ядер  $J$  описывается вероятностями [243]

$$W_J = \frac{(2J + 1)(C_N^{N/2-J} - C_N^{N/2-J-1})}{2^N}, \quad (5.34)$$

а характерная величина  $J$  составляет порядка  $\sqrt{N}$ .

Начальная поляризация электрона в квантовой точке не приводит в этом случае к существенной модификации коллективного ядерного состояния (в согласии с предыдущим разделом). Однако сохранение суммарного спина ядер и электрона приводит к передаче небольшого спина от электрона ядрам. При этом в приближении ящика сохраняется абсолютная величина полного спина ядер. Если поляризация спина электрона происходит достаточно продолжительной последовательностью импульсов, то происходит существенный разворот суммарного ядерного спина  $\mathbf{J}$  к направлению оптической оси. В результате проекция  $J_z$  принимает своё максимальное возможное значение  $J$  при каждом заданном значении абсолютной величины полного спина. Такие состояния в силу аналогии с моделью Дике [318] получили название тёмных спиновых состояний [319, 320]. При выстраивании спинов вдоль оси  $z$  их поперечные флуктуации подавляются, см. (3.7b), так что тёмные состояния являются также сжатыми и многочастично запутанными [305].

Однако спин-спиновые взаимодействия ядер приводят к разрушению когерентности между ядерными спинами, что приводит к концепции ядерной спиновой температуры, которая была проверена экспериментально вплоть до поляризации ядер 80% [89]. Тем не менее, формирование когерентных ядерных спиновых состояний и тёмных состояний в частности можно ожидать на более коротких временах, если сверхтонкое взаимодействие достаточно эффективно для их формирования. Поэтому мы построим теорию ядерной спиновой динамики в условиях эффекта спиновой инерции, описанного в разделе 1.3, когда поляризация света модулируется между  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  на некоторой частоте  $\omega_m$ . При этом мы рассмотрим режим, когда эта частота гораздо меньше и соответствует характерным временам спиновой динамики ядер, а не электронов, но в то же время  $\omega_m T_{2,N} \gg 1$ .

Собственные состояния гамильтониана (5.17) характеризуются суммарным ядерным спином  $J$ , полным угловым моментом  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{S}$  и его проекцией  $F_z$ . Без учёта ядерного зеемановского расщепления ( $\gamma_N = 0$ ) они имеют вид

$$\Psi_{\pm}(F_z) = \mathcal{A}_{\pm}(F_z) |F_z + 1/2, \downarrow\rangle + \mathcal{B}_{\pm}(F_z) |F_z - 1/2, \uparrow\rangle, \quad (5.35)$$

где первое значение в угловых скобках соответствует  $J_z$ , а  $\uparrow$  ( $\downarrow$ ) — электрону со спином вверх (вниз). Коэффициенты перед состояниями равны [321]

$$\mathcal{A}_+(F_z) = -\mathcal{B}_-(F_z) = \frac{\Omega_x}{\sqrt{2\Omega(\Omega + \Omega_z)}}, \quad \mathcal{A}_-(F_z) = \mathcal{B}_+(F_z) = \sqrt{\frac{\Omega + \Omega_z}{2\Omega}}, \quad (5.36a)$$

где

$$\Omega_x = \frac{a}{\hbar} \sqrt{J(J+1) - F_z^2 + 1/4}, \quad \Omega_y = 0, \quad \Omega_z = \Omega_L + \frac{a}{\hbar} F_z \quad (5.37)$$

и

$$\Omega = |\mathbf{\Omega}| = \frac{1}{\hbar} \sqrt{a^2 J(J+1) + \hbar^2 \Omega_L^2 + 2a F_z \hbar \Omega_L + a^2/4}. \quad (5.38)$$

Если при заданных значениях  $J$  и  $J_z$  электронный спин ориентируется оптическим импульсом в направлении вверх, то соответствующая волновая функция  $|J_z, \uparrow\rangle$  может быть разложена по собственным волновым функциям как

$$|J_z, \uparrow\rangle = \alpha \Psi_+(J_z + 1/2) + \beta \Psi_-(J_z + 1/2), \quad (5.39)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{\mathcal{A}_-^2(J_z + 1/2)}{\mathcal{A}_+^2(J_z + 1/2) + \mathcal{A}_-^2(J_z + 1/2)}, \quad \beta^2 = \frac{\mathcal{A}_+^2(J_z + 1/2)}{\mathcal{A}_+^2(J_z + 1/2) + \mathcal{A}_-^2(J_z + 1/2)}. \quad (5.40)$$

Однако когерентность между состояниями  $\Psi_+(I_z + 1/2)$  и  $\Psi_-(I_z + 1/2)$  довольно быстро теряется за время порядка  $T_2^* \sim \hbar/(aJ)$ , так что на более длинных временах можно описывать состояние электрон-ядерной системы не амплитудами волновых функций, а лишь вероятностями состояний (диагональными компонентами матрицы плотности в базисе собственных состояний) [322].

В результате действия одиночного  $\sigma^+$  импульса проекция  $J_z$  полного ядерного углового момента  $J$  увеличивается на единицу с вероятностью

$$\begin{aligned} v_J(J_z + 1/2) &= |\alpha \mathcal{A}_+(J_z + 1/2)|^2 + |\beta \mathcal{A}_-(J_z + 1/2)|^2 \\ &= \frac{2\mathcal{A}_-^2(J_z + 1/2)\mathcal{A}_+^2(J_z + 1/2)}{\mathcal{A}_-^2(J_z + 1/2) + \mathcal{A}_+^2(J_z + 1/2)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_x}{\Omega} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.41)$$

При большом  $J$  это выражение сводится просто к квадрату косинуса угла между  $\Omega$  и осью  $z$ :  $v_J(J_z + 1/2) = \cos^2 \theta = a^2(J_x^2 + J_y^2)/(2|a\mathbf{J} + \hbar\Omega_L|^2)$ , как и следовало ожидать. Аналогично для импульса  $\sigma^-$  света проекция ядерного спина уменьшается на единицу с вероятностью  $v_J(J_z - 1/2)$ .

В условиях спиновой инерции циркулярно поляризованные импульсы возбуждают систему с периодичностью  $T_R \gg T_2^*$ , при этом их поляризация меняется с частотой  $\omega_m$ . Мы будем считать, что импульс  $K$  возбуждает трион в квантовой точке с вероятностью  $\Gamma$  ( $\Gamma = 4\Gamma_0$ , см. (1.39)) и создаёт спиновую поляризацию резидентного электрона  $S(t) = P_K S_0$ , где  $P_K = \pm 1$ , см. раздел 1.3. Так как после возбуждения триона поперечные компоненты спина электрона теряются, состояние системы после  $K$  импульсов можно характеризовать функцией распределения  $f_K(J, J_z)$ , зависящей от полного углового момента и его проекции. Она удовлетворяет рекуррентному уравнению

$$f_{K+1}(J, J_z) = (1 - \Gamma)f_K(J, J_z) + \Gamma v_J(J_z - P_K)f_K(J, J_z - P_K) - \Gamma v_J(J_z + P_K)f_K(J, J_z). \quad (5.42)$$

На рис. 5.4 показана динамика ядерной спиновой поляризации после первых импульсов возбуждения с  $\Gamma = 1$  для низкой частоты модуляции поляризации,  $\omega_m \rightarrow 0$  (а) и для частоты  $\omega_m = \pi/(5T_R)$  ( $N_{\text{mod}} = 2\pi/(\omega_m T_R) = 10$  импульсов в периоде модуляции). Сплошные красные кривые рассчитаны по уравнению (5.42) с усреднением по  $J$  согласно (5.34) для  $N = 10$  ядерных спинов. Чёрные пунктирные кривые рассчитаны с учётом конечного времени между импульсами  $T_R \approx 54T_2^*$ . Эти кривые хорошо согласуются между собой.

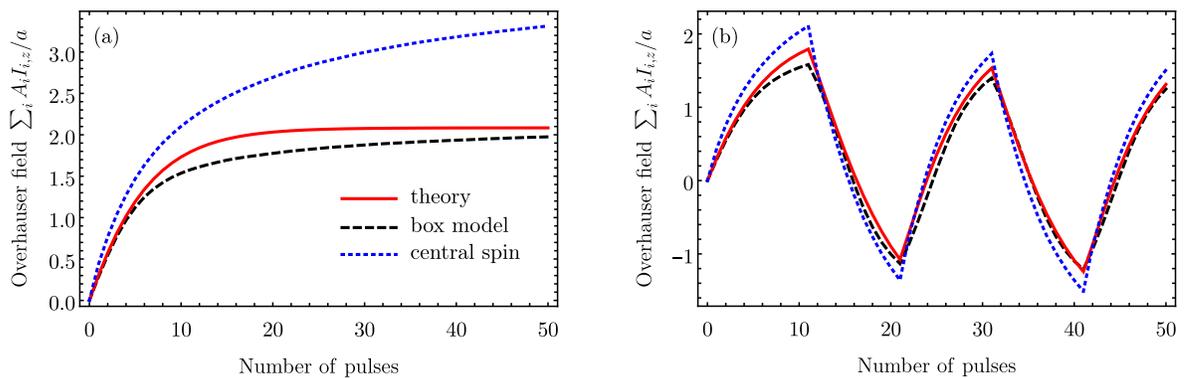


Рис. 5.4: Динамика поля Оверхаузера ансамбля ядерных спинов под действием циркулярно поляризованных  $\pi$  импульсов ( $\Gamma = 1$ ,  $S_0 = 1/2$ ), начиная с неполяризованного состояния. Сплошные красные кривые рассчитаны по уравнениям (5.42), а чёрные пунктирные и синие точечные — по точному решению уравнения Шрёдингера для  $T_R = 17\hbar/a$  и  $N = 10$  для однородного и неоднородного сверхтонкого взаимодействия, соответственно. (а)  $\sigma^+$  поляризованные импульсы, (б) поляризация импульсов меняется после каждых 10 импульсов.

Синие же точечные кривые рассчитаны для случайного пуассоновского распределения констант сверхтонкого взаимодействия. Для низкой частоты модуляции эта кривая отличается от двух других, так как для однородного сверхтонкого взаимодействия (в модели ящика) сохраняется полный суммарный угловой момент ядер  $J$ , а для неоднородного — не сохраняется. В результате в последнем случае система приходит в состояние с полной поляризацией ядер, а в первом оказывается запертой в тёмных спиновых состояниях с  $J_z = J$  и суммарной поляризацией порядка  $\sqrt{N}$ .

Однако при конечной частоте модуляции поляризации возбуждения, как видно

из рис. 5.4(b), различие между тремя моделями малó. Это связано с тем, что на быстрых временах порядка происходит разворот полной ядерной спиновой флуктуации без существенного изменения её величины, а для создания ядерной спиновой поляризации требуется, во-первых, время в  $\sqrt{N}$  раз более длинное, а во-вторых, наличие градиента волновой функции электрона между ядрами. Это позволяет использовать приближение ящика для описания эффекта ядерной спиновой инерции даже для систем с неоднородным сверхтонким взаимодействием.

В пределе большого количества ядерных спинов,  $N \rightarrow \infty$ , можно ввести вместо  $f_K(J, J_z)$  непрерывную плотность распределения  $g(x)$ , где  $x = J_z/J$ , и перейти к непрерывной временной переменной  $\tau = t\Gamma/(J^2 T_R)$ . Тогда уравнения (5.42) естественным образом перейдут в уравнение Фоккера–Планка

$$\frac{\partial g}{\partial \tau} = \Pi(t) \frac{\partial}{\partial x} (vg) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v}{2} \frac{\partial g}{\partial x} \right), \quad (5.43)$$

где  $v = (1 - x^2)/2$ , а  $\Pi(t) = P_{[t/T_R]}$ . Граничным условием к этому уравнению выступает конечность  $g(x)$  при  $x = \pm 1$ . На практике, однако, более удобным оказывается решать дискретные уравнения (5.42) даже для достаточно больших  $N$  [A19].

Параметр ядерного спинового сжатия (5.27) из-за аксиальной симметрии может быть вычислен по любой из поперечных компонент полного спина или как  $\xi_s = 2\sqrt{\langle J_x^2 + J_y^2 \rangle} / (2N)$ . Это выражение может быть удобно усреднено с функцией распределения ядерного спина как

$$\xi_s^2 = \frac{4}{N} \left\langle \sum_{J_z=-J}^J f_K(J, J_z) \frac{J(J+1) - J_z^2}{2} \right\rangle. \quad (5.44)$$

Таким образом, параметр спинового сжатия зависит от времени. Его минимум достигается в момент смены знака циркулярной поляризации возбуждения.

Степень многочастичной запутанности может также количественно характеризоваться при помощи неравенства

$$\langle J_x^2 + J_y^2 + (J_z - \langle J_z \rangle)^2 \rangle < (N - M)/2. \quad (5.45)$$

Его выполнение говорит о том, что ядерное спиновое состояние нельзя представить в виде некогерентной суперпозиции чистых состояний, в каждом из которых  $N - M$

спинов ядер являются независимыми [275, 323]. То есть запутанность присутствует при  $M > 0$  и тем глубже, чем больше  $M$ .

Конкретные оценки параметра спинового сжатия  $\xi_s$  и силы запутанности  $M$  будут выполнены ниже применительно к экспериментальным результатам.

### 5.3.2 Экспериментальная реализация

Создания тёмных сжатых запутанных состояний ядер удалось достичь для локализованных состояний дырок в объёмном кристалле перовскита  $\text{FAPbBr}_3$  [A19]. Из-за инверсной по отношению к обычным полупроводникам структуры зон проводимости и валентной зоны именно дырки наиболее эффективно взаимодействуют с ядрами в перовскитах [324, 325]. Основную роль при этом играют ядра свинца со спином  $I = 1/2$  и естественной распространённостью 22%. За счёт этого у ядерных спинов отсутствует квадрупольное взаимодействие, а диполь-дипольное взаимодействие оказывается подавлено [326]. Характерный период прецессии спина ядра свинца в локальном поле, созданным другими спинами ядер свинца, составляет порядка 100 мс [A19]. Таким образом, термализация ядерной спиновой системы оказывается замедлена по сравнению, например, с квантовыми точками  $\text{InGaAs}$ .

На рис. 5.5(а) показано изменение кривой восстановления спиновой поляризации дырок в условиях ядерной спиновой инерции при уменьшении частоты модуляции поляризации [A19]. Узкая область вблизи нулевого поля не показана, так как в ней, по-видимому, играют роль ядерные спин-спиновые взаимодействия. Видно, что провал в кривой восстановления поляризации уменьшается, а его ширина остаётся примерно постоянной. Дополнительно в эксперименте было установлено, что величина среднего поля Оверхаузера, действующего на дырку, не превышает её типичной флуктуации. Так как глубина кривой восстановления поляризации напрямую отражает роль поперечных ядерных спиновых флуктуаций [см. (1.5)], то её уменьшение в отсутствие существенной поляризации однозначно указывает на сжатие ядерного спинового распределения.

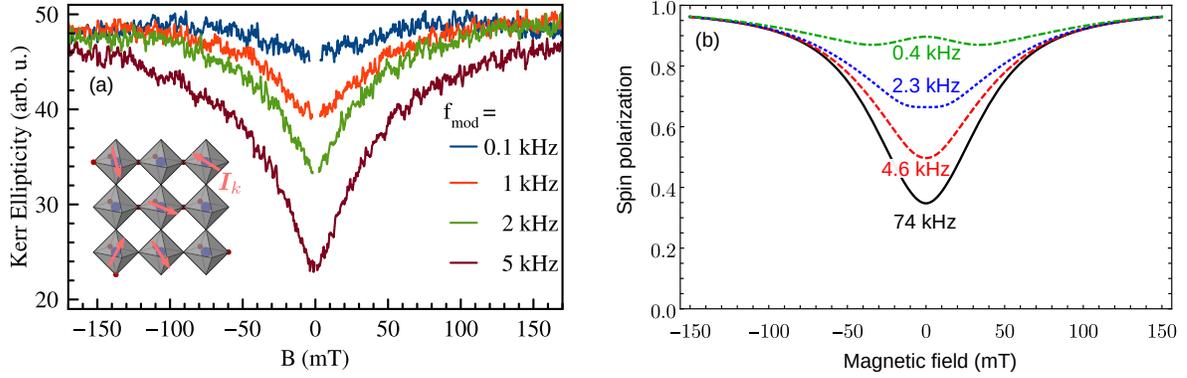


Рис. 5.5: (а) Кривые восстановления спиновой поляризации локализованных дырок в  $\text{FAPbVg}_3$  в условиях ядерной спиновой инерции, измеряемой на частотах, указанных в подписи. Вставка показывает схематически кристалл перовскита и ядерные спины. (б) Численная симуляция экспериментальных кривых по уравнениям (5.42) и (5.46) с параметрами  $N = 60$ ,  $a = 0.12$  мкэВ,  $\Gamma = 0.003$  и  $S_0 = 0.4$ .

Так как спиновая поляризация измеряется, как обычно, незадолго до прибытия очередного импульса накачки, то она пропорциональна спиновой поляризации дырки после частичной спиновой дефазировки дырки в поле неравновесных ядерных спиновых флуктуаций. Соответственно, наблюдаемый сигнал спиновой инерции может быть вычислен по стационарной функции распределения как

$$L = \frac{\left| \left\langle \sum_{K=1}^{N_{\text{mod}}/2} f_J(J, J_z) v_J(J_z + 1/2) \right\rangle \right|}{\left| \sum_{k=1}^{N_{\text{mod}}/2} \exp(2\pi i k / N_{\text{mod}}) \right|}, \quad (5.46)$$

где суммирование ведётся по полупериоду модуляции с  $\sigma^+$  поляризованными импульсами, а угловые скобки означают усреднение по  $J$  и  $J_z$ .

На рис. 5.5(б) показан результат численной симуляции кривой восстановления поляризации на основании (5.42) и (5.46) с реалистичными параметрами. Видно, что он качественно описывает поведение экспериментальных кривых, несмотря на предельную простоту модели.

Для проведения количественного сравнения теории и эксперимента на рис. 5.6(а) точками показана глубина кривой восстановления спиновой поляризации как функция частоты модуляции поляризации, а сплошная кривая — её численная симуляция [A19]. Они хорошо согласуются друг с другом и позволяют

определить характерное время генерации сжатых ядерных спиновых состояний порядка 1 мс.

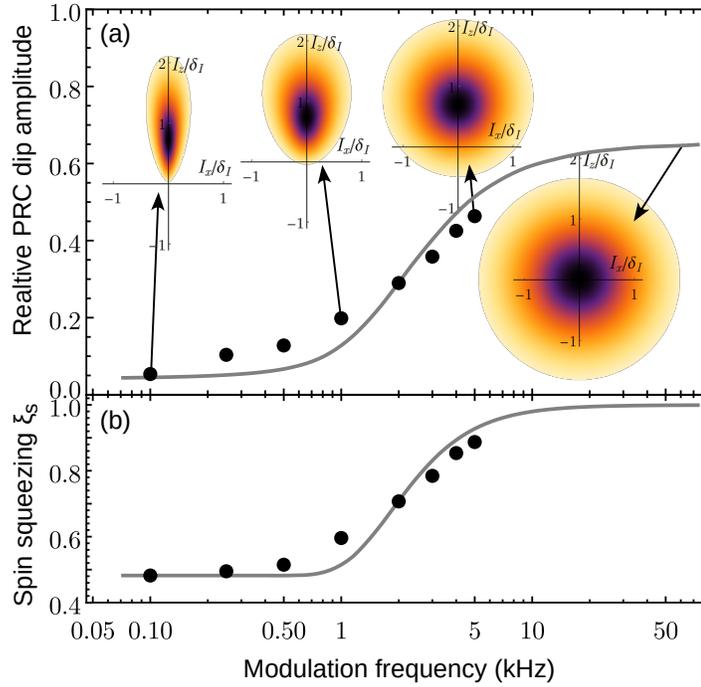


Рис. 5.6: (a) Относительная глубина провала кривых восстановления спиновой поляризации дырок в  $\text{FAPbBr}_3$  как функция частоты модуляции поляризации возбуждающего света в условиях ядерной спиновой инерции (точки) и её теоретическая подгонка с параметрами, указанными в подписи к рис. 5.5. Вставки показывают соответствующие ядерные спиновые функции распределения. (b) Параметр спинового сжатия ядер, определённый по глубине кривой восстановления поляризации (точки) и рассчитанный теоретически (сплошная кривая).

Вставки на рис. 5.6(a) иллюстрируют функцию распределения ядерных спиновых флуктуаций. Видно, что с уменьшением частоты она сужается, но суммарная поляризация ядер остаётся на уровне типичной флуктуации  $\sim \sqrt{N}$ . Компоненты ядерных спиновых флуктуаций в плоскости  $(xy)$  определяют параметр спинового сжатия  $\xi_s$  с одной стороны и напрямую отражают глубину провала кривой восстановления спиновой поляризации с другой, см. (1.5). Это позволяет определять их дисперсию по симуляции соответствующей функции распределения, см. вставки. Результат такой обработки показан точками на рис. 5.6(b).

Минимальное по времени значение  $\xi_s$  показано сплошной кривой на рис. 5.6(b)

и хорошо согласуется с точками. Для низкой частоты модуляции  $\xi_s = 0.48$ . Эта величина ограничена в первую очередь неизбежными флуктуациями поперечных спиновых компонент. Для  $N = 60$  в условиях сохранения  $J$  они не позволяют ожидать спинового сжатия сильнее, чем 0.44.

Так как ядерная спиновая поляризация  $\langle J_z \rangle$  не измеряется напрямую в условиях ядерной спиновой инерции, то её дисперсию можно лишь оценить сверху как  $\langle (J_z - \langle J_z \rangle)^2 \rangle < N/4$  (что соответствует отсутствию её подавления). С учётом вычисленных выше поперечных компонент ядерных спиновых флуктуаций для  $\xi_s = 0.48$  оказывается, что сила запутанности  $M$  в неравенстве (5.45) достигает 25. Это является довольно консервативной оценкой, сделанной напрямую на основании экспериментальных измерений. В численном же моделировании условиям эксперимента соответствует  $M = 41$ .

Таким образом, экспериментальные результаты указывают на первую успешную реализацию в эксперименте многочастично запутанных тёмных сжатых спиновых состояний ядер свинца в области локализации резидентных дырок [A19]. Аналогичные результаты удалось позднее получить также для ядерных спинов в Si, GaAs и алмазе другими методами [13, 299, 327].

## 5.4 Роль оптической анизотропии в генерации фотонных кластерных состояний

### 5.4.1 Модель

Генерация многочастично запутанных ядерных спиновых состояний представляет собой скорее академический интерес, поскольку использование такой запутанности затруднительно. Чуть более перспективным является создание многочастично запутанных фотонных состояний, которые потенциально могут использоваться для разрушающих квантовых вычислений (measurement based quantum computing) [328–330]. Этот подход может быть реализован на базе линейных фотонных кластерных состояний [275]. Они определяются как собственные состояния

произведения матриц Паули  $\sigma_z^{(i-1)} \otimes \sigma_x^{(i)} \otimes \sigma_z^{(i+1)}$ , действующих на три последовательных кубита, с собственным числом 1, а также состояния, отличающиеся лишь локальными унитарными преобразованиями. Особенностью кластерных состояний по сравнению, например, с GHZ состояниями является устойчивость к потере или измерению поляризации одного из запутанных фотонов.

Протокол детерминистической генерации таких состояний основан на возбуждении заряженной квантовой точки в поперечном магнитном поле последовательно оптических импульсов, приводящих к запутыванию электронного спина в квантовой точке и поляризации испускаемого фотона [331, 332], см. рис. 5.7(a). Первым шагом теоретического протокола является оптическая ориентация электрона, например, в состоянии со спином вверх:  $|\uparrow\rangle$ . Затем через четверть периода ларморовской прецессии электронный спин оказывается ориентирован поперёк оптической оси:

$$\frac{|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (5.47a)$$

В этот момент квантовая точка возбуждается линейно поляризованным оптическим импульсом, так что формируется когерентная суперпозиция трионов следующего вида:

$$\frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (5.47b)$$

где двойная стрелка указывает направление спина тяжёлой дырки в синглетном отрицательно заряженном трионе. При рекомбинации триона с испусканием фотона вдоль оси  $z$  спиновое состояние оставшегося электрона и фотона описывается волновой функцией

$$\frac{|\uparrow\sigma^+\rangle + |\downarrow\sigma^-\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (5.47c)$$

Можно обратить внимание на то, что таким образом возникает белловское максимально запутанное состояние электрона и фотона. Предполагается, что возбуждение и рекомбинация триона происходят мгновенно. Затем ещё через четверть периода прецессии электронный спин поворачивается так, что волновая функция

принимает вид

$$\frac{|\downarrow H\rangle + i|\uparrow V\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (5.47d)$$

где линейно и циркулярно поляризованные фотонные состояния связаны как  $|\sigma^\pm\rangle = (|H\rangle \pm i|V\rangle)/\sqrt{2}$ .

Для генерации кластерного состояния  $n$  фотонов необходимо повторять шаги с возбуждением триона, его рекомбинацией и поворотом спина электрона ещё  $n - 1$  раз. Например, при  $n = 2$  волновая функция электрона и двух испущенных фотонов имеет вид

$$\frac{|\downarrow(\sigma^-H + i\sigma^+V)\rangle + i|\uparrow(\sigma^+V + i\sigma^-H)\rangle}{2}. \quad (5.47e)$$

Это пример кластерного состояния трёх кубитов. Теперь, если измерить электрон в любом из состояний со спином вверх или вниз, то состояние двух оставшихся фотонов будет поляризационно максимально запутанным.

Несмотря на существенный прогресс в экспериментах, ориентированных на такой протокол [333–335], говорить о его надёжной реализации ещё нельзя. Одним из наиболее перспективных подходов к его реализации является изготовление нульмерных микрорезонаторов, позволяющих сосредоточить излучение квантовой точки в основном в одной оптической моде. При этом, однако, поляризационное вырождение фотонной моды микрорезонатора снимается в большинстве случаев [336–338]. Такое двулучепреломление разрушает эквивалентность каналов рекомбинации, что губительно для генерации кластерных состояний фотонов.

В этом разделе мы представим микроскопическую теорию создания запутанных состояний фотонов в оптически анизотропных микрорезонаторах [A20]. Для этого рассмотрим гамильтониан, аналогичный (4.1):

$$\mathcal{H}/\hbar = \sum_{H,V} \omega_{H,V} c_{H,V}^\dagger c_{H,V} + \sum_{\pm} \omega_0 a_{\pm 3/2}^\dagger a_{\pm 3/2} + \sum_{\pm} \left( g a_{\pm 3/2}^\dagger a_{\pm 1/2} c_{\pm} + \mathcal{E}_{\pm}(t) e^{-i\omega t} c_{\pm}^\dagger + \text{H.c.} \right). \quad (5.48)$$

Здесь введены частоты  $\omega_{H,V}$  двух собственных линейно поляризованных мод микрорезонатора, для которых соответствующие операторы уничтожения фото-

нов связаны с циркулярно поляризованным базисом соотношениями  $c_{\pm} = (c_H \pm ic_V)/\sqrt{2}$ , а также явно учтена зависимость циркулярных компонент возбуждающего поля  $\mathcal{E}_{\pm}$  от времени.

Из неупругих процессов мы учтём только один наиболее быстрый — уход фотонов из микрорезонатора с темпом  $2\kappa$ . В частности, будем считать, что основной механизм рекомбинации трионов связан с испусканием фотонов в моды микрорезонатора. В отличие от раздела 4.2 здесь мы будем фокусироваться на режиме слабой связи,  $g \ll \kappa$ . Собственные частоты микрорезонатора удобно представить в виде  $\omega_{H,V} = \omega_c \pm \Delta$ , где  $2\Delta$  — их расщепление. Положение фотонных мод и трионного резонанса схематически изображено на рис. 5.7(b). Панель (c) того же рисунка показывает правила отбора для оптических переходов в линейных поляризациях  $H$  и  $V$  в базисе состояний со спином электрона  $S_x = \pm 1/2$  и псевдоспином триона  $J_x = \pm 1/2$ .

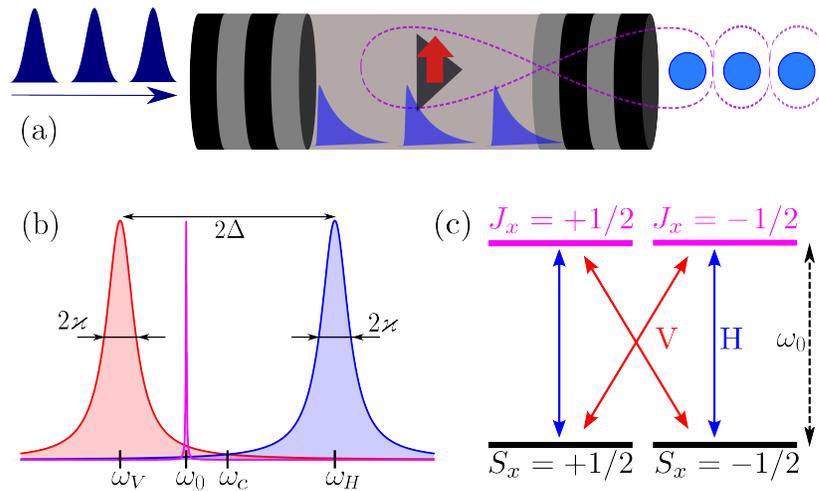


Рис. 5.7: (a) Иллюстрация нульмерного микрорезонатора с одиночной заряженной квантовой точкой, возбуждаемого последовательностью коротких оптических импульсов. Они трансформируются внутри резонатора в экспоненциальные импульсы, а их поглощение приводит к формированию триона. Затем рекомбинация трионов приводит к испусканию фотонов, которые запутаны по поляризации со спином электрона в квантовой точке. (b) Собственные состояния системы: расщеплённые  $H$  и  $V$  поляризованные моды микрорезонатора (синяя и красная, соответственно) и узкий трионный резонанс (розовый). (c) Правила отбора для переходов в трионные состояния квантовой точки под действием линейно поляризованного света.

В режиме слабой связи хорошо разделены временные масштабы возбуждения квантовой точки и рекомбинации триона, поэтому в следующих параграфах мы рассмотрим их независимо.

## 5.4.2 Возбуждение триона

Если возбуждающие импульсы спектрально узкие, то двулучепреломление не оказывает существенного влияния на их взаимодействие с квантовой точкой. Мы рассмотрим противоположный случай коротких спектрально широких импульсов, каждый из которых может быть описан как  $\mathcal{E}_\pm(t) = \mathcal{E}_\pm \delta(t)$ .

В режиме слабой связи квантование электромагнитного поля не играет существенной роли, поэтому достаточно рассмотреть средние значения операторов фотонных мод. Они затухают со временем с темпом  $\varkappa$  и имеют вид

$$\langle c_{H,V}(t) \rangle = \langle c_{H,V}(0) \rangle e^{-i\omega_{H,V}t - \varkappa t}. \quad (5.49)$$

Начальные условия для них определяются компонентами падающего поля как  $\langle c_H(0) \rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(\mathcal{E}_+ + \mathcal{E}_-)$ ,  $\langle c_V(0) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{E}_+ - \mathcal{E}_-)$ .

Возбуждение триона может быть описано уравнением Шрёдингера для амплитуд волновых функций электронных и трионных состояний [64], следующим из гамильтониана (5.48):

$$i\dot{\psi}_{\pm 3/2} = \omega_0 \psi_{\pm 3/2} + g \langle c_\pm(t) \rangle \psi_{\pm 1/2}, \quad (5.50a)$$

$$i\dot{\psi}_{\pm 1/2} = g \langle c_\pm^\dagger(t) \rangle \psi_{\pm 3/2}. \quad (5.50b)$$

Нижние индексы здесь указывают на проекцию углового момента в соответствующем состоянии. Решение этих уравнений в пределе  $t \rightarrow \infty$  позволяет рассчитать заселённости трионных состояний в зависимости от параметров импульса возбуждения и начального спинового состояния электрона.

В общем случае найти аналитическое решение уравнения Шрёдингера не удастся, однако, оно может быть легко решено численно при произвольных параметрах [A20]. Мы выбрали начальное условие в виде ориентации спина электрона

поперёк оптической оси и выполнили оптимизацию по параметрам  $\mathcal{E}_\pm$  с целью достичь максимальной заселённости трионного состояния при различных расщеплениях мод  $\Delta$  и частотах трионного резонанса  $\omega_0$ . Это позволяет найти максимальную среднюю по спиновым состояниям электрона вероятность возбуждения триона  $N_{\text{tr}}^{\text{max}}$ . Она показана на рис. 5.8(a), где голубая кривая соответствует уровню в 90%. Видно, что в очень широком диапазоне параметров можно эффективно возбуждать оба трионных состояния, несмотря на расщепление собственных фотонных мод.

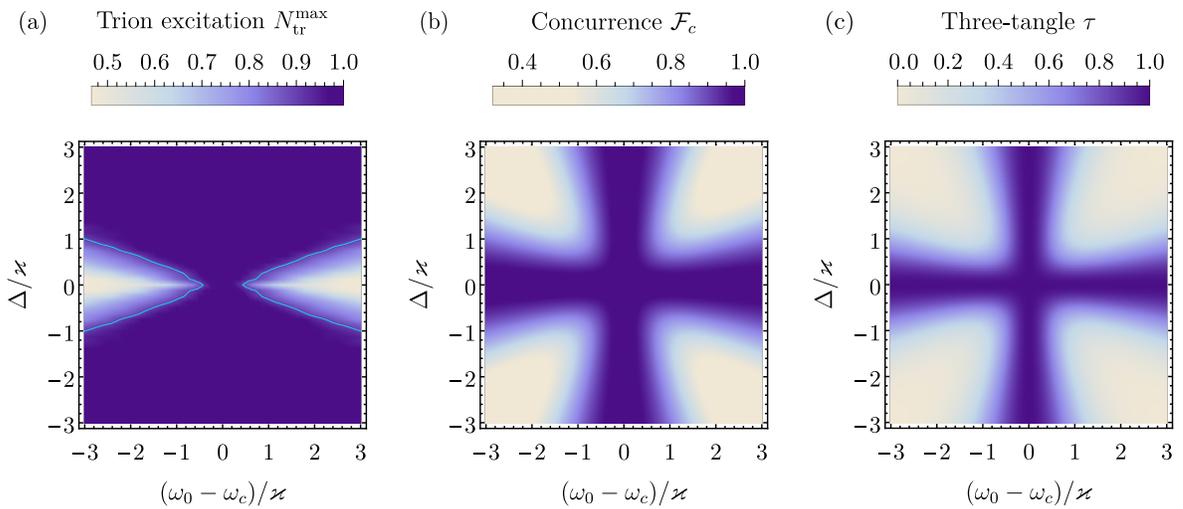


Рис. 5.8: (a) Максимальная вероятность возбуждения триона из неполяризованного по спину электронного состояния в зависимости от расщепления фотонных мод и частоты трионного резонанса, найденная в результате численного решения уравнений (5.50). Голубая линия показывает уровень  $N_{\text{tr}}^{\text{max}} = 0.9$ . (b) Электрон-фотонная спутанность  $\mathcal{F}_c$ , рассчитанная по формуле (5.63). (c) Три-спутанность электрона и пары фотонов в кластерноподобном состоянии, рассчитанная по формуле (5.65).

Этот результат может быть пояснён рассмотрением нескольких предельных случаев. Во-первых, рассмотрим вырожденные фотонные моды,  $\Delta = 0$ . Если при этом трионный резонанс тоже совпадает с ними, то вызываемые накачкой осцилляции Раби описываются простым выражением

$$\langle a_{\pm 3/2}^\dagger a_{\pm 3/2} \rangle = \sin^2(g|\mathcal{E}_\pm|/\varkappa), \quad (5.51)$$

ср. (1.22). Очевидно, что при этом можно достичь максимального возбуждения

триона  $N_{\text{tr}}^{\text{max}} = 1$ , например, при  $\mathcal{E}_{\pm} = \pi\kappa/(2g)$ . Для произвольной же частоты трионного резонанса можно показать, что

$$N_{\text{tr}}^{\text{max}} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{sech} \left( \frac{\pi(\omega_0 - \omega_c)}{2\kappa} \right) \right]. \quad (5.52)$$

Это выражение описывает срез при  $\Delta = 0$  на рис. 5.8(a). В зависимости от частоты трионного резонанса относительно фотонной моды максимальная заселённость триона в этом случае меняется от нуля до единицы. Несмотря на то, что в течение действия импульса трионное состояние может всегда полностью заселяться, когда амплитуда возбуждающего поля спадает как (5.49), заселённость триона может затем уменьшаться, так что после ухода всех фотонов  $N_{\text{tr}}$  оказывается меньше единицы.

Другой предельный случай реализуется при  $\omega_0 - \omega_c = \pm\Delta$ , что соответствует диагоналям на рис 5.8(a). В этом случае энергия трионного резонанса совпадает с одной из фотонных мод. Тогда возбуждение в соответствующей поляризации может реализовать полную инверсию заселённости,  $N_{\text{tr}}^{\text{max}} = 1$ .

Такие два предельных случая указывают на то, что  $N_{\text{tr}}^{\text{max}} = 1$  во всей области  $|\omega_0 - \omega_c| < |\Delta|$ . То есть в этом случае могут быть реализованы  $\pi$  импульсы. Для них спин электрона  $S_z$  полностью переходит в псевдоспин триона  $J_z$ , также как и абсолютная величина поперечной спиновой поляризации.

Ещё одним важным случаем является положение трионного резонанса точно посередине между фотонными модами:  $\omega_0 = \omega_c$ . В этом случае можно рассмотреть две циркулярные компоненты возбуждающего поля, сдвинутые по фазе на  $\pi/2$  относительно друг друга:  $\mathcal{E}_+ = |\mathcal{E}_+|$ ,  $\mathcal{E}_- = -i|\mathcal{E}_-|$ . Тогда решение уравнений (5.50) принимает вид

$$\psi_{\pm 3/2}(t) = \psi_{\pm 1/2}(0) \sin \left( \frac{g\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}(t)}{\Delta^2 + \kappa^2} \right), \quad (5.53a)$$

где

$$\tilde{\mathcal{E}}_{\pm}(t) = |\mathcal{E}_{\pm}| \kappa \mp |\mathcal{E}_{\mp}| \Delta + [(\pm |\mathcal{E}_{\mp}| \Delta - |\mathcal{E}_{\pm}| \kappa) \cos(\Delta t) + (|\mathcal{E}_{\pm}| \Delta + |\mathcal{E}_{\mp}| \kappa) \sin(\Delta t)] e^{-\kappa t}. \quad (5.53b)$$

Таким образом, условием реализации  $\pi$  импульсов является

$$\sin^2 \left( g \frac{|\mathcal{E}_\pm| \varkappa \mp |\mathcal{E}_\mp| \Delta}{\Delta^2 + \varkappa^2} \right) = 1. \quad (5.54)$$

Это условие описывает  $N_{\text{tr}}^{\text{max}} = 1$  вдоль вертикального среза посередине рис. 5.8(a). Именно этот случай будет ключевым в дальнейшем описании спин-фотонной запутанности.

### 5.4.3 Рекомбинация триона

Перейдём теперь к описанию рекомбинации триона, происходящей на временах гораздо более длинных, чем  $\varkappa^{-1}$ , и приводящей к запутыванию спинов электрона и фотона. Теоретическое описание этого процесса для квантовой точки в нульмерном микрорезонаторе может быть выполнено традиционным методом решения уравнения Линдблада [A20].

Однако те же результаты могут быть получены в режиме слабой связи ( $g \ll \varkappa$ ) проще из решения уравнения Шрёдингера с неэрмитовым гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\text{nh}} = \mathcal{H} - i\varkappa \sum_{\pm} c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm}. \quad (5.55)$$

Ему отвечают следующие уравнения

$$i\dot{\psi}_{\pm 1/2, \pm} = (\omega_c - i\varkappa) \psi_{\pm 1/2, \pm} + \Delta \psi_{\pm 1/2, \mp} + g \psi_{\pm 3/2}, \quad (5.56a)$$

$$i\dot{\psi}_{\pm 1/2, \mp} = (\omega_c - i\varkappa) \psi_{\pm 1/2, \mp} + \Delta \psi_{\pm 1/2, \pm}, \quad (5.56b)$$

где второй индекс у волновой функции указывает на наличие одного  $\sigma^{\pm}$  поляризованного фотона в микрорезонаторе. Решение этих уравнений имеет вид

$$\psi_{\pm 1/2, \pm} = \frac{g(\omega_0 - \omega_c + i\varkappa) \psi_{\pm 3/2}}{(\omega_0 - \omega_c + i\varkappa)^2 - \Delta^2}, \quad (5.57a)$$

$$\psi_{\pm 1/2, \mp} = \frac{g \Delta \psi_{\pm 3/2}}{(\omega_0 - \omega_c + i\varkappa)^2 - \Delta^2}, \quad (5.57b)$$

где мы учли, что волновые функции триона осциллируют как  $e^{-i\omega_0 t}$ .

Количество фотонов в микрорезонаторе даётся выражением  $\langle c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm} \rangle = |\psi_{+1/2, \pm}^2| + |\psi_{-1/2, \pm}^2|$ . Так как скорость рекомбинации трионов  $\gamma_0$  равна скорости ухода фотонов, то она может быть найдена как  $\varkappa \left( |\psi_{\pm 1/2, +}^2| + |\psi_{\pm 1/2, -}^2| \right) / |\psi_{\pm 3/2, 0}^2|$ . Она не зависит от спина триона. Подстановка сюда (5.57) даёт

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \sum_{H,V} \frac{g^2 \varkappa}{(\omega_0 - \omega_{H,V})^2 + \varkappa^2}. \quad (5.58)$$

То есть темп затухания триона составляет порядка  $g^2/\varkappa$  ( $\ll \varkappa$ ) или меньше. Заселённость трионного состояния убывает как  $\exp(-2\gamma_0 t)$ .

Так как скорости затухания фотонных мод мы считаем равными, то волновая функция электрона, оставшегося в квантовой точке, и испущенного фотона также описывается выражениями (5.57). То есть она имеет вид (с точностью до множителя)

$$\Psi = \psi_{+3/2} |\uparrow, \tilde{+}\rangle + \psi_{-3/2} |\downarrow, \tilde{-}\rangle, \quad (5.59)$$

где введены фотонные состояния

$$|\tilde{\pm}\rangle = \cos \alpha |\sigma^{\pm}\rangle - i \sin \alpha e^{i\beta} |\sigma^{\mp}\rangle \quad (5.60)$$

с

$$\tan \alpha = \frac{\Delta}{\sqrt{(\omega_0 - \omega_c)^2 + \varkappa^2}}, \quad \tan \beta = \frac{\omega_0 - \omega_c}{\varkappa}. \quad (5.61)$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  лежат в диапазоне  $(-\pi/2, \pi/2)$  и определяются собственными частотами системы.

Выражение (5.59) описывает чистое электрон-фотонное состояние, аналогичное (5.47с), где оптической анизотропии не учитывалось, но с “повёрнутыми” фотонными состояниями (5.60). Соответствующая спутанность может быть вычислена по формуле (5.3) и равняется

$$\mathcal{C} = 2\sqrt{J_x^2 + J_y^2} \cdot \mathcal{F}_c, \quad (5.62)$$

где

$$\mathcal{F}_c = \sqrt{1 - \sin^2(2\alpha) \sin^2 \beta}. \quad (5.63)$$

Видно, что генерация спин-фотонной запутанности требует поперечных компонент псевдоспина триона. Роль же двулучепреломления резонатора сводится лишь к фактору  $\mathcal{F}_c \leq 1$ , показанному на рис. 5.8(b) в зависимости от параметров системы. Этот фактор связан с неортогональностью “повёрнутых” фотонных состояний:  $\mathcal{F}_c^2 = 1 - |\langle \tilde{+} | \tilde{-} \rangle|^2$ . Он максимален, когда перекрытие минимально.

Например, состояния  $|\tilde{\pm}\rangle$  ортогональны при  $\Delta = 0$ . Это соответствует излучению квантовых точек вдоль оси  $z$  в структурах без двулучепреломления. В этом случае электрон-фотонная спутанность равна

$$C = 2\sqrt{J_x^2 + J_y^2}. \quad (5.64)$$

Можно сказать, что именно запутывание спинов электрона и фотона приводит к тому, что при детектировании фотона возникает квантовое обратное действие, которое обсуждалось в предыдущей главе.

Наиболее интересно то, что при  $\omega_0 = \omega_c$ , как видно из (5.61),  $\beta = 0$ , так что  $\langle \tilde{+} | \tilde{-} \rangle = 0$  и  $\mathcal{F}_c$  также обращается в единицу. Таким образом, даже в двулучепреломляющем микрорезонаторе оказывается возможным достичь полного спин-фотонного запутывания. Ясно, что для этого необходимы равные скорости испускания фотонов в H и V моды, так что трионный резонанс должен располагаться ровно на средней частоте  $\omega_c$ . Это условие может быть достигнуто экспериментально благодаря электрической подстройке частоты трионного резонанса [339].

Важно, что при том же условии, как мы показали выше, возможно также и полное возбуждение триона с передачей поперечных компонент спина от электрона. Таким образом, условие  $\omega_0 = \omega_c$  является оптимальным (sweet spot) для генерации запутанных состояний фотонов в двулучепреломляющем микрорезонаторе [A20].

#### 5.4.4 Многофотонная запутанность

Вид волновой функции (5.59) показывает, что протокол генерации фотонных кластерных состояний, описанный в начале этого раздела, может быть успешно применён к оптически анизотропным структурам. Однако получающиеся при этом

состояния с  $n$  фотонами  $\Psi_n$  выражаются через неортогональные в общем случае фотонные волновые функции  $|\tilde{\pm}\rangle$  вместо  $|\sigma^\pm\rangle$ .

Как уже упоминалось, общепринятой меры запутанности многочастичных состояний не существует. Но для трёх кубитов принято пользоваться величиной три-спутанности (three-tangle)  $\tau$  [340], которая характеризует истинную запутанность трёх кубитов. Её непосредственное вычисление для волновой функции типа (5.47e) с “повёрнутыми” фотонными состояниями приводит к ответу

$$\tau = \mathcal{F}_c^4. \quad (5.65)$$

Он показан на рис. 5.8(c) и выглядит аналогично  $\mathcal{F}_c$  (рис. 5.8(b)). Особенностью являются более узкие области реализации высоких значений три-спутанности, однако она по-прежнему достигает максимального значения (единицы) в оптимальных условиях  $\omega_0 = \omega_c$ .

Так как три-спутанность никогда не обращается в ноль, то состояния электрона и двух испущенных фотонов всегда являются истинно запутанными. Этот вывод, по-видимому, верен и для произвольного числа испущенных фотонов. В частности, можно проверить, что локализуемая спутанность (localizable entanglement) [341] любых двух фотонов в кластерноподобном состоянии равна  $\mathcal{F}_c$ .

Чтобы количественно охарактеризовать степень многочастичной запутанности в общем случае, можно ввести ортогональные фотонные состояния

$$|\tilde{\pm}\rangle = \cos(\theta/2) |\sigma^\pm\rangle - i \sin(\theta/2) |\sigma^\mp\rangle, \quad (5.66)$$

с параметром  $\theta$ , определяемым соотношением

$$\tan \theta = \frac{2\kappa\Delta}{(\omega_0 - \omega_c)^2 + \kappa^2 - \Delta^2}, \quad (5.67)$$

которые наиболее близки к состояниям (5.60) [A20]. Именно они определяют наиболее подходящий базис для детектирования запутанности в экспериментах.

Кластерные состояния  $\Psi_n^{(0)}$  в базисе  $|\tilde{\pm}\rangle$  являются максимально многочастично запутанными. Точность генерации таких состояний в двулучепреломляющем

микрорезонаторе равна

$$|\langle \Psi_n | \Psi_n^{(0)} \rangle|^2 = \left( \frac{1 + \mathcal{F}_c}{2} \right)^n. \quad (5.68)$$

В частности, при  $n = 1$  она сводится к  $(1 + \mathcal{F}_c)/2$  в согласии с общими соотношениями между спутанностью и точностью двухкубитных состояний [342, 343]. Выражение (5.68) показывает, что точность многочастичных состояний экспоненциально убывает с их размером, за исключением лишь оптимального режима  $\omega_0 = \omega_c$ , когда достигается максимальная многофотонная запутанность.

## 5.5 Скрытая анизотропия в генерации запутанных фотонов

### 5.5.1 Спин-фотонное запутывание с учётом конечного времени жизни триона

В протоколе генерации кластерных фотонных состояний, описанном в параграфе 5.4.1, время жизни триона  $\tau_0$  считалось бесконечно коротким. Это означает, что оно должно быть гораздо меньше, чем период спиновой прецессии электрона во внешнем магнитном поле  $\sim 1/\Omega_L$ , чтобы угол поворота спина был хорошо определён. В то же время вся длительность протокола ограничена временем спиновой дефазировки электрона  $T_2^*$ , связанным со сверхтонким взаимодействием. На практике  $\tau_0$ , как правило, всего в несколько раз меньше, чем  $T_2^*$ , поэтому величину магнитного поля необходимо выбирать не слишком маленькой по сравнению с  $\tau_0$ , так что конечное время жизни триона начинает играть свою роль. В этом разделе мы покажем, что эта роль может быть существенной и построим теорию связанной с ней скрытой анизотропии в генерации запутанных фотонов [A21].

Как при проведении экспериментов по генерации спин-фотонного запутывания, так и при их микроскопическом описании, направлению линейной поляризации возбуждения и направлению магнитного поля в плоскости  $(xy)$  внимания ранее не уделялось. Это довольно естественно, поскольку в однократно заряжен-

ных квантовых точках, в отличие от нейтральных, как основное, так и возбуждённое трионное состояния крамерсово вырождены независимо от степени симметрии квантовой точки. Однако в меру конечного времени жизни триона необходимо учитывать также прецессию его псевдоспина во внешнем поле. Она обуславливается поперечным  $g$ -фактором тяжёлой дырки, который мал в квантовых ямах [224]. Но в квантовых точках из-за низкой симметрии и более эффективного смешивания лёгких и тяжёлых дырок он может быть порядка электронного [344, 345].

В то же время, для аксиальной симметрии смешивание состояний тяжёлых дырок магнитным полем запрещено, так как их угловые моменты отличаются на 3. Поэтому поперечный  $g$ -фактор триона связан именно с низкой симметрией квантовой точки [346, 347], по крайней мере  $D_{2d}$ . Его учёт приводит к нетривиальным угловым зависимостям спин-фотонного запутывания от направлений как поляризации возбуждения, так и внешнего магнитного поля. Такой неожиданный эффект может быть назван “скрытой анизотропией”.

Для построения микроскопической теории этого эффекта рассмотрим ориентацию спина электрона в квантовой точке в начальный момент времени вдоль оси  $z$ . Для упрощения сравнения с экспериментом в следующем параграфе будем считать, что магнитное поле приложено в плоскости поперёк оптической оси [001] под углом  $\alpha$  к направлению [110]. Через четверть периода прецессии ( $\pi/(2\Omega_L)$ ) электронный спин будет ориентирован в плоскости  $(xy)$  с компонентами

$$S_x = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \pi/4), \quad S_y = -\frac{1}{2} \cos(\alpha + \pi/4) \quad (5.69a)$$

(оси  $x$  и  $y$  параллельны направлениям [100] и [010], соответственно). Видно, что при  $\alpha = \pi/4$  эти выражения переходят в (5.47a).

При возбуждении квантовой точки линейно поляризованным  $\pi$  импульсом компоненты спинора тяжёлой дырки  $\psi_{\pm 3/2}$  связаны с компонентами спинора электрона  $\psi_{\pm 1/2}$  в каноническом базисе [100] соотношениями  $\psi_{\pm 3/2} = (e_x \mp ie_y)\psi_{\pm 1/2}$ , где  $e$  — единичный вектор поляризации возбуждения. Соответственно, компоненты

псевдоспина триона наследуют спин электрона по правилу

$$J_x = -S_x \sin 2\phi - S_y \cos 2\phi, \quad J_y = S_x \cos 2\phi - S_y \sin 2\phi, \quad J_z = S_z, \quad (5.69b)$$

где  $\phi$  — угол между  $\mathbf{e}$  и направлением  $[110]$ . Чтобы получить состояние (5.47b), можно положить  $\alpha = 0$  и  $\phi = -\pi/4$  (возбуждение вдоль оси  $x$ ).

На следующем шаге необходимо учесть конечное время жизни триона, в течение которого происходит прецессия псевдоспина тяжёлой дырки. Она описывается гамильтонианом зеемановского взаимодействия общего вида

$$\mathcal{H}_h = \mu_B \sum_{\alpha, \beta=x, y} g_{\alpha\beta}^h J_\alpha B_\beta. \quad (5.70)$$

Четыре компоненты  $g$ -тензора дырки являются независимыми. Удобно выделить их линейные комбинации, которые соответствуют вкладам различной симметрии. Так  $g_{D_{2d}}^h = (g_{xx}^h - g_{yy}^h)/2$  отвечает максимальной симметрии квантовой точки  $D_{2d}$  без анизотропии формы. Вклады  $g_{C_{2v}}^h = (g_{xy}^h - g_{yx}^h)/2$  и  $g_{C'_{2v}}^h = (g_{xx}^h + g_{yy}^h)/2$  описывают вклады от упругих напряжений или анизотропии в осях  $([110], [\bar{1}10])$  и  $(x, y)$ , соответственно [344, 348–350]. Наконец, при самой низкой возможной симметрии  $C_s$  становится разрешён четвёртый вклад  $g_{C_s}^h = (g_{xy}^h + g_{yx}^h)/2$ .

Частота спиновой прецессии дырки в трионе, определяемая гамильтонианом (5.70), равна

$$\Omega_L^T = \mu_B \hat{g}^h \mathbf{B} / \hbar, \quad (5.71)$$

угол между ней и осью  $[110]$  обозначим как  $\alpha_h$ . Возможной  $z$  компонентой  $\Omega_L^T$  мы пренебрегаем. Спиновая прецессия приводит к  $z$  компоненте спина триона через время  $\tau$ , равной

$$J_z = -\frac{\lambda}{2} \sin \Omega_L^T \tau, \quad (5.72)$$

где

$$\lambda = \sin(\alpha_h - \alpha - 2\phi). \quad (5.73)$$

Спутанность спинов электрона и фотона, испущенного в этот момент времени, как видно из (5.64), равна

$$\mathcal{C} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \Omega_h \tau}. \quad (5.74)$$

Это выражение вместе с (5.73) ясно показывает, что спутанность может зависеть как от направления линейной поляризации  $\phi$ , так и от направления магнитного поля  $\alpha$ , которое определяет, в частности, направление оси прецессии триона  $\alpha_h$  [A21].

Чтобы проиллюстрировать влияние эффекта скрытой анизотропии на генерацию фотонных кластерных состояний, мы рассмотрим случай доминирующего вклада симметрии  $C_{2v}$ , так что  $g$ -тензор имеет две ненулевые компоненты  $g_{xy}^h$  и  $g_{yx}^h$ , отличающиеся знаком. В этом случае оси прецессии спина электрона и дырки развёрнуты на  $\pi/2$  относительно друг друга. Пусть в начальный момент времени спин электрона ориентирован вдоль оси  $z$ , а затем следуют линейно поляризованные  $\pi$  импульсы возбуждения с интервалом времени  $T_R$ .

Точность генерируемых в таком случае кластерных состояний показана на рис. 5.9 в зависимости от направления линейной поляризации возбуждения. Панель (а) показывает, что точность убывает с количеством фотонов, как и следовало ожидать, а её максимальное значение достигается при возбуждении светом, поляризованным вдоль направления  $[1\bar{1}0]$ . При таком возбуждении псевдоспин триона поворачивается на  $\pi/2$  вокруг оси  $z$  и остаётся перпендикулярен ларморовской частоте. В результате прецессия электронного спина дополняется прецессией спина дырки, и эффект разброса времени жизни триона минимален.

Панель (b) иллюстрирует зависимость точности кластерного состояния с 5 фотонами от направления поляризации возбуждения для разных величин магнитного поля. В целом видно, что эффект скрытой анизотропии довольно сильный, так что неточность  $1 - \mathcal{F}$  запутанных состояний может меняться в несколько раз. Интересно, что при выбранном виде  $g$ -тензора дырки угол между ларморовскими частотами электрона и дырки всегда равен  $\pi/2$ , так что степень запутанности состояний не зависит от направления магнитного поля. В следующем параграфе представлены экспериментальные результаты, очень хорошо соответствующие именно такому режиму.

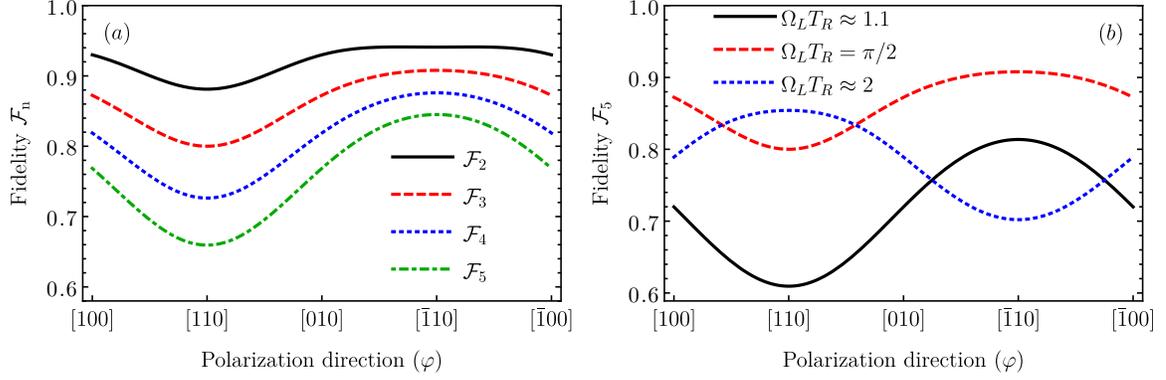


Рис. 5.9: (а) Точность кластерных состояний с  $n = 2, \dots, 5$  фотонами в зависимости от направления линейной поляризации возбуждения при  $\Omega_L T_R = \pi/2$ ,  $g_{xy}^h = -g_{yx}^h = 0.75g_e$ ,  $g_{xx}^h = g_{yy}^h = 0$  и  $\tau_0 = T_R/5$ . (б) Чистота кластерного состояния из 5 фотонов, рассчитанная для тех же параметров за исключением величины магнитного поля, как указано в подписи.

### 5.5.2 Сопоставление с экспериментом

Эффект скрытой анизотропии спин-фотонного запутывания экспериментально был впервые продемонстрирован в ФТИ им. А.Ф. Иоффе [A21]. При этом производились измерения корреляционной функции второго порядка фотонов, испускаемых квантовой точкой в нульмерном микрорезонаторе при непрерывном линейно поляризованном возбуждении, с поляризационным разрешением. В отличие от раздела 4.2 возбуждение квантовой точки было квазирезонансным, так что его можно было разделить спектрально с фотолюминесценцией квантовой точки.

Синие точки на рис. 5.10(а) показывают корреляционную функцию фотонов при детектировании в двух скрещенных линейных поляризациях [A21]. Так как трион в любом спиновом состоянии может испустить фотон любой линейной поляризации, см. рис. 5.7(с), то такое измерение отражает динамику заселённости трионного состояния. Она описывается уравнениями (3.23а) и имеет стандартный вид  $g_{VH}^{(2)}(t) = 1 - \exp(-|t|/\tau_0)$ , где мы учли малость темпа генерации по сравнению с  $1/\tau_0$ . Подгонка по этой формуле даёт  $\tau_0 = 370$  пс в согласии с измерениями динамики фотолюминесценции при импульсном возбуждении.

В разделе 4.2 было показано, что фотонная корреляционная функция в цир-

кулярно поляризованном базисе отражает спиновую динамику системы. Чёрные точки на рис. 5.10(a) показывают результат измерения  $g_{+-}^{(2)}(t)$  в скрещенных циркулярных поляризациях [A21]. Так как циркулярная поляризация фотона однозначно определяется спином триона, то этот результат может быть интерпретирован следующим образом.

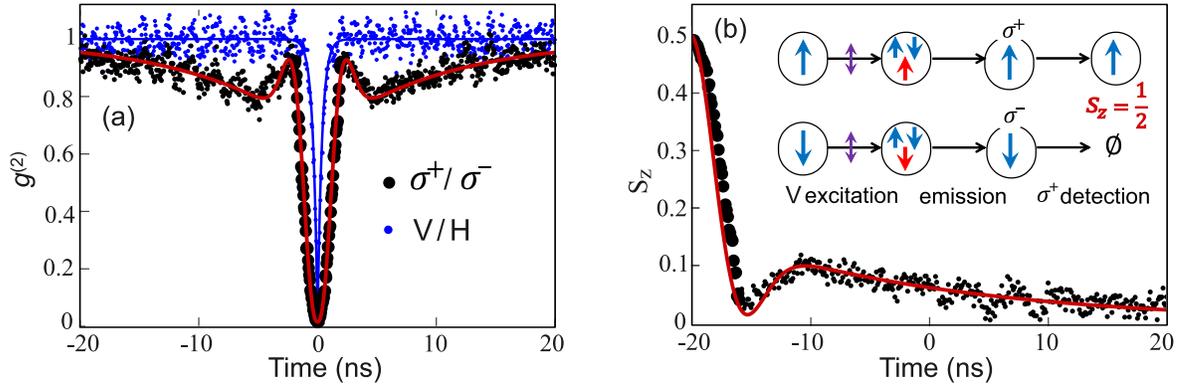


Рис. 5.10: (a) Кросс-поляризованная корреляционная функция фотонов второго порядка, измеренная экспериментально (точки), и её теоретическая подгонка (сплошные кривые). (b) Спиновая поляризация электрона, определённая по соотношению (5.75) (точки), и её подгонка по формуле (1.58) (сплошная кривая). Вставки иллюстрирует ориентацию спина электрона проективным измерением  $\sigma^+$  фотона.

Детектирование  $\sigma^+$  фотона проецирует матрицу плотности системы в состояние электрона со спином вверх, см. вставку на рис. 5.10(b). Затем вероятность детектирования  $\sigma^-$  поляризованного фотона определяется заселённостью электронного состояния со спином вниз, так что

$$g_{+-}^{(2)}(t) = 1 - 2S_z(t). \quad (5.75)$$

Спиновая поляризация электрона, вычисленная таким образом, показана точками на рис. 5.10(b). Для локализованного электрона спиновая релаксация может быть описана моделью замороженных ядерных спиновых флуктуаций. Соответствующее выражение (1.58) очень хорошо описывает эксперимент, как показывает красная кривая на рис. 5.10(b). Учёт конечного времени жизни триона  $\tau_0$  приводит к минимальным поправкам и позволяет определить времена спиновой дефазировки и релаксации электрона  $T_2^* = 0.6$  нс и  $\tau_s = 10$  нс [A21].

Во внешнем магнитном поле спин электрона, поляризованный проективным измерением, испытывает затухающие осцилляции, которые согласно (5.75) передаются фотонному коррелятору. Это очень наглядно видно на рис. 5.11(a,b). Эти две панели отличаются направлением линейной поляризации возбуждения, но качественно их поведение аналогично. Оно позволяет, например, определить частоту ларморовской прецессии и  $g$ -фактор электрона.

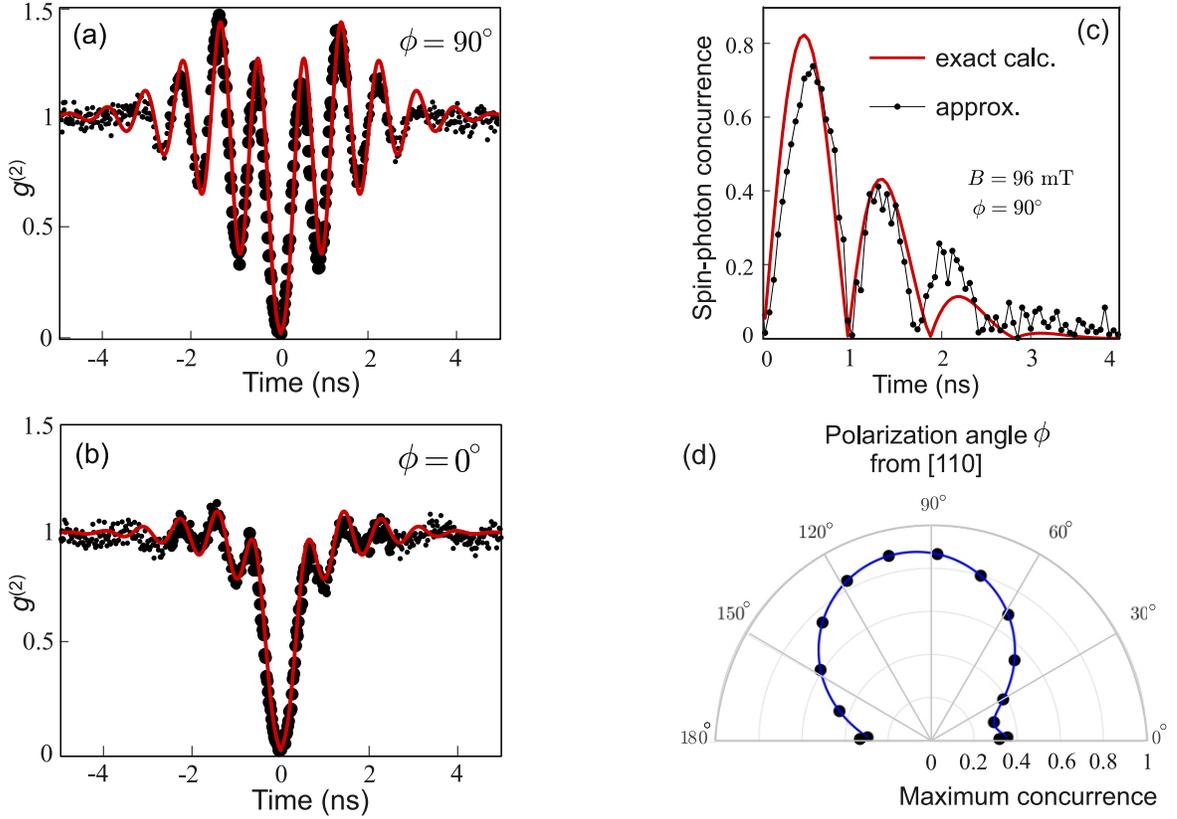


Рис. 5.11: (a) Кросс-поляризованная корреляционная функция фотонов, измеренная во внешнем поперечном магнитном поле 195 мТл при направлении линейной поляризации возбуждения  $\phi = \pi/2$ , и её теоретическая подгонка. (b) То же для  $\phi = 0$ . (c) Спин-фотонная спутанность, определённая из экспериментальных данных по формуле (5.76) в поле 96 мТл (точки) и рассчитанная с учётом конечного времени жизни триона (красная сплошная кривая). (d) Максимальная спин-фотонная спутанность как функция направления линейной поляризации возбуждения.

Запутанность спинов электрона и фотона возникает в момент излучения второго фотона. Её степень определяется поперечными компонентами спина триона, см. (5.64), которые наследуются согласно (5.69b) от электронного спина. В случае

прецессии спина во внешнем поперечном магнитном поле поперечная компонента спина электрона определяет производную по времени от  $S_z$  и может быть напрямую определена из соотношения (5.75):

$$\mathcal{C}(t) = \frac{1}{\Omega_L} \left| \frac{dg_{+-}^{(2)}(t)}{dt} \right|. \quad (5.76)$$

Извлечённая таким образом из эксперимента спин-фотонная спутанность показана точками на рис. 5.11(с). Её также можно рассчитать по формуле (5.64), учитывая конечное время жизни триона, что приводит к красной кривой на рис. 5.11(с).

Хорошее согласие этих двух расчётов позволяет определять спин-фотонную спутанность напрямую из измерений фотонного коррелятора по формуле (5.76). В частности, из рис. 5.11(a,b) видно, что производная по времени и спин-фотонная спутанность больше при поляризации с  $\phi = \pi/2$ , чем при  $\phi = 0$ . Это является следствием эффекта скрытой анизотропии, описанного в предыдущем параграфе.

Рисунок 5.11(d) показывает максимальную (по времени) спутанность как функцию направления поляризации возбуждения, рассчитанную на основании уравнения (5.72) (точки соответствуют направлениям, для которых проводились экспериментальные измерения). Видно, что спутанность очень существенно меняется в зависимости от направления возбуждения.

В то же время, было обнаружено, что направление магнитного поля почти не влияет на вид корреляционной функции фотонов. В результате совместной обработки всей серии измерений, а также измерений динамики фотолуминесценции и её поляризации удалось определить все параметры исследованной квантовой точки [A21]. В частности, удалось определить все компоненты поперечного  $g$ -тензора:  $g_{D_{2d}}^h = 0.015$ ,  $g_{C_{2v}}^h = 0.26$ ,  $g_{C'_{2v}}^h = 0.15$ ,  $g_{C_s}^h = -0.018$ . Доминирующим среди них является вклад  $g_{C_{2v}}^h$  от анизотропии в осях  $[110]$  и  $[\bar{1}\bar{1}0]$ , что характерно для самоорганизованных квантовых точек. Так как он существенно превышает  $g_{D_{2d}}^h$  (а на изображениях с микроскопа точки почти симметричны), то он связан не с формой квантовой точки, а с упругими напряжениями [348, 351]. Их оценка соответствует типичным величинам анизотропных расщеплений экситонов в нейтральных кван-

товых точках.

Эффект скрытой анизотропии спин-фотонного запутывания и роль анизотропии зеемановского взаимодействия дырки сейчас продолжают активно исследоваться для квантовых устройств в различных лабораториях [352—354].

## 5.6 Краткие итоги

В главе 5 получены следующие основные результаты:

- Показано, что свободная эволюция электрон-ядерной спиновой системы с определёнными начальными условиями в рамках центральной спиновой модели с однородным сверхтонким взаимодействием приводит к формированию сжатых и многочастично запутанных ядерных спиновых состояний.
- Построена теория генерации запутанных тёмных состояний спинов ядер в условиях экспериментов по измерению эффекта спиновой инерции и их проявления в изменении кривых восстановления спиновой поляризации локализованных дырок в кристалле перовскита.
- Теоретически продемонстрирована возможность генерации максимально запутанных кластерных состояний фотонов квантовой точкой в оптически анизотропном нульмерном микрорезонаторе.
- Описан эффект скрытой анизотропии спин-фотонной запутанности, возникающий в меру конечного времени жизни триона и заключающийся во влиянии направлений поляризации возбуждения и внешнего магнитного поля на точность генерируемых поляризационно запутанных состояний фотонов.

# Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Построена микроскопическая теория оптической ориентации локализованных электронов во внешнем поперечном и продольном магнитном поле с учётом анизотропии сверхтонкого взаимодействия и конечного времени корреляции электронов. Предсказано резонансное спиновое усиление в продольном магнитном поле и описаны эксперименты по его измерению. Развита теория спиновой инерции локализованных электронов.
2. Описаны термодинамические свойства ядерной спиновой системы с учётом конкуренции диполь-дипольного взаимодействия ядер и сверхтонкого взаимодействия ядер с сильно локализованными электронами. Показано, что длинное время корреляции электронов по сравнению со временем спиновой дефазировки приводит к уширению на один-два порядка магнитолевых зависимостей ядерной спиновой поляризации и ядерной спиновой температуры, а также к более резкой зависимости темпа энергетической релаксации ядер от магнитного поля, чем при коротком времени корреляции.
3. Построена теория динамической поляризации электронов в самоорганизованных и муаровых квантовых точках в малом магнитном поле при неполяризованном и нерезонансном оптическом возбуждении и описаны эксперименты по наблюдению предсказанного эффекта.
4. Предложен дизайн спинового фотодиода, излучающего циркулярно поляризованный свет за счёт эффекта динамической спиновой поляризации элект-

тронов при электрической накачке. Разработан протокол генерации одиночных циркулярно поляризованных фотонов квантовой точкой в нульмерном микрорезонаторе под действием электрических импульсов.

5. Развита микроскопическая теория спиновых флуктуаций локализованных электронов в неравновесных условиях для случаев поляризации ядер и оптического возбуждения квантовой точки. Предложена методика спектроскопии спинового шума с временным разрешением. Продемонстрировано наличие вклада зарядовых флуктуаций в квантовой точке в спектр шумов фарадеевского вращения в магнитном поле. Описаны соответствующие эксперименты и определены параметры исследованных структур.
6. Построена теория косвенной спектроскопии спинового шума электронов, не участвующих непосредственно в оптических переходах. Показано, что при достаточно сильном обменном взаимодействии этих электронов с фотовозбуждёнными экситонами спектры флуктуаций спиновых сигналов Фарадея и эллиптичности тесно связаны со спектрами комбинационного рассеяния света и не сводятся к спектру спинового шума, а содержат вклады от спиновых корреляторов высоких порядков.
7. Показано, что в режиме сильной спин-фотонной связи в микрорезонаторе с одиночной заряженной квантовой точкой измерения спина являются проективными и позволяют полностью поляризовать спин резидентного носителя заряда за счёт квантового обратного действия, а фотонные корреляционные функции несут информацию о спиновой динамике электрона.
8. Развита теория квантовых эффектов Зенона и анти-Зенона при измерении спина в микрорезонаторе непрерывным линейно поляризованным светом и показано, что гомодинирование спиновых сигналов позволяет достичь квантового предела для эффективности измерений. Предсказана возможность управления скоростью спиновой релаксации электронов на ядрах за счёт

квантового обратного действия как при непрерывных, так и при импульсных измерениях спиновых состояний, и описаны соответствующие эксперименты.

9. Показано, что свободная эволюция электрон-ядерной спиновой системы с определённой начальной поляризацией электрона и ядер в рамках центральной спиновой модели приводит к формированию сжатых и многочастично запутанных ядерных спиновых состояний. Построена теория генерации запутанных тёмных состояний спинов ядер из равновесного ядерного спинового распределения в условиях экспериментов по измерению эффекта спиновой инерции. Теоретически описано влияние ядерного спинового сжатия на кривую восстановления спиновой поляризации локализованных дырок в кристалле перовскита.
10. Продемонстрирована возможность генерации максимально запутанных кластерных состояний фотонов квантовой точкой в оптически анизотропном нульмерном микрорезонаторе. Построена теория эффекта скрытой анизотропии спин-фотонной запутанности, заключающегося во влиянии направлений поляризации возбуждения и внешнего магнитного поля на точность генерируемых поляризационно запутанных состояний фотонов.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

- A1. Spin polarization recovery and Hanle effect for charge carriers interacting with nuclear spins in semiconductors / D. S. Smirnov, E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, E. Kirstein, M. Bayer, A. Greilich // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 102. — 235413.
- A2. *Schering P., Uhrig G. S., Smirnov D. S.* Spin inertia and polarization recovery in quantum dots: Role of pumping strength and resonant spin amplification // Phys. Rev. Research. — 2019. — Vol. 1. — 033189.
- A3. Theory of spin inertia in singly charged quantum dots / D. S. Smirnov, E. A. Zhukov, E. Kirstein, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer, A. Greilich, M. M. Glazov // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — 125306.
- A4. *Smirnov D. S., Kavokin K. V.* Cooling and Heating Nuclear Spins by Strongly Localized Electrons // Phys. Rev. Lett. — 2025. — Vol. 134. — 016201.
- A5. Dynamic Polarization of Electron Spins Interacting with Nuclei in Semiconductor Nanostructures / D. S. Smirnov, T. S. Shamirzaev, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 125. — 156801.
- A6. Dynamic polarization of electron spins in indirect band gap (In,Al)As/AlAs quantum dots in a weak magnetic field: Experiment and theory / T. S. Shamirzaev, A. V. Shumilin, D. S. Smirnov, J. Rautert, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104. — 115405.
- A7. *Shumilin A. V., Shamirzaev T. S., Smirnov D. S.* Spin Light Emitting Diode Based on Exciton Fine Structure Tuning in Quantum Dots // Phys. Rev. Lett. — 2024. — Vol. 132. — 076202.
- A8. *Smirnov D. S.* Dynamic valley polarization in moiré quantum dots // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104. — L241401.
- A9. *Смирнов Д. С., Манцевич В. Н., Глазов М. М.* Теория оптически детектируемых спиновых флуктуаций в наносистемах // УФН. — 2021. — Т. 191. — 973.
- A10. *Smirnov D. S.* Spin noise of localized electrons interacting with optically cooled nuclei // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — 205301.
- A11. Nonequilibrium spin noise in a quantum dot ensemble / D. S. Smirnov, P. Glasenapp, M. Bergen, M. M. Glazov, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer, A. Greilich // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — 241408.
- A12. Spin and reoccupation noise in a single quantum dot beyond the fluctuation-dissipation theorem / J. Wiegand, D. S. Smirnov, J. Hübner, M. M. Glazov, M. Oestreich // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 97. — 081403(R).
- A13. *Smirnov D. S., Kavokin K. V.* Optical resonance shift spin-noise spectroscopy // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101. — 235416.

- A14. Measurement back action and spin noise spectroscopy in a charged cavity QED device in the strong coupling regime / D. S. Smirnov, B. Reznichenko, A. Auffèves, L. Lanco // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 96. — 165308.
- A15. *Leppenen N. V., Lanco L., Smirnov D. S.* Quantum Zeno effect and quantum nondemolition spin measurement in a quantum dot–micropillar cavity in the strong coupling regime // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103. — 045413.
- A16. *Leppenen N. V., Smirnov D. S.* Optical measurement of electron spins in quantum dots: quantum Zeno effects // *Nanoscale.* — 2022. — Vol. 14. — 13284.
- A17. Tuning the nuclei-induced spin relaxation of localized electrons by the quantum Zeno and anti-Zeno effects / V. Nedelea, N. V. Leppenen, E. Evers, D. S. Smirnov, M. Bayer, A. Greilich // *Phys. Rev. Res.* — 2023. — Vol. 5. — L032032.
- A18. *Shumilin A. V., Smirnov D. S.* Nuclear Spin Dynamics, Noise, Squeezing, and Entanglement in Box Model // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126. — 216804.
- A19. The squeezed dark nuclear spin state in lead halide perovskites / E. Kirstein, D. S. Smirnov, E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, N. E. Kopteva, D. N. Dirin, O. Hordiichuk, M. V. Kovalenko, M. Bayer // *Nat. Commun.* — 2023. — Vol. 14. — 6683.
- A20. *Leppenen N., Smirnov D. S.* Birefringent Spin-Photon Interface Generates Polarization Entanglement // *Adv. Quantum Technol.* — 2024. — Vol. 7. — 2400193.
- A21. Hidden anisotropy controls spin-photon entanglement in a charged quantum dot / Y. Serov, A. Galimov, D. S. Smirnov, M. Rakhlin, N. Leppenen, G. Klimko, S. Sorokin, I. Sedova, D. Berezina, Y. Salii, M. Kulagina, Y. Zadiranov, S. Troshkov, T. V. Shubina, A. A. Toropov // *Phys. Rev. Appl.* — 2025. — Vol. 23. — 044019.

Оглядываясь назад я должен признать необходимость благодарности за всю мою жизнь, важным этапом которой стало написание этой диссертационной работы. Я безмерно признателен М. М. Глазову, оказавшему наибольшее влияние на формирование моего научного профиля, а также всем сотрудникам Сектора теории квантовых когерентных явлений в твёрдом теле и особенно его руководителям С. А. Тарасенко, Л. Е. Голубу и Е. Л. Ивченко как за научное сотрудничество, так и за создание неповторимой творческой обстановки в стенах Физико-технического института. Я благодарен своим соавторам, как теоретикам, так и экспериментаторам, за совместный труд, открытие новых для меня областей и возможность плодотворного сотрудничества.

Я благодарен всей своей семье, особенно родителям С. Г. Смирнову и Г. В. Смирновой, сестре Л. С. Смирновой, а также детям Саше и Нине за поддержку и радость. Но мою самую горячую благодарность я хочу выразить жене Арине, чья самоотверженная поддержка и забота каждый день дарят мне возможность заниматься любимым делом — наукой.

# Список литературы

1. *DiVincenzo D. P.* The Physical Implementation of Quantum Computation // Fortschritte der Physik. — 2000. — Vol. 48. — 771.
2. Quantum computers / T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, J. L. O'Brien // Nature. — 2010. — Vol. 464. — 45.
3. Fragmentation cross sections of 158AGeV Pb ions in various targets measured with CR39 nuclear track detectors / S. Cecchini, G. Giacomelli, M. Giorgini, G. Mandrioli, L. Patrizii, V. Popa, P. Serra, G. Sirri, M. Spurio // Nuc. Phys. A. — 2002. — Vol. 707. — 513.
4. *Dyakonov M. I.* Will We Ever Have a Quantum Computer? — Springer Nature, 2020.
5. *Loss D., DiVincenzo D. P.* Quantum computation with quantum dots // Phys. Rev. A. — 1998. — Vol. 57. — 120.
6. *Glazov M. M.* Electron and Nuclear Spin Dynamics in Semiconductor Nanostructures. — Oxford University Press, Oxford, 2018.
7. *Coish W. A., Baugh J.* Nuclear spins in nanostructures // Phys. Status Solidi B. — 2009. — Vol. 246. — 2203.
8. *Merkulov I. A., Efros A. L., Rosen M.* Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 65. — 205309.
9. Manipulation of the Spin Memory of Electrons in *n*-GaAs / R. I. Dzhioev, V. L. Korenev, I. A. Merkulov, B. P. Zakharchenya, D. Gammon, A. L. Efros, D. S. Katzer // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — 256801.
10. Approaching a fully-polarized state of nuclear spins in a solid / P. Millington-Hotze, H. E. Dyte, S. Manna, S. F. Covre da Silva, A. Rastelli, E. A. Chekhovich // Nat. Commun. — 2024. — Vol. 15. — 985.
11. *Ивченко Е. Л.* К вопросу о флуктуациях спиновой поляризации свободных носителей в полупроводниках // ФТП. — 1973. — Т. 7. — 1489.
12. Ideal refocusing of an optically active spin qubit under strong hyperfine interactions / L. Zaporski, N. Shofer, J. H. Bodey, S. Manna, G. Gillard, M. H. Appel, C. Schimpf, S. F. Covre da Silva, J. Jarman, G. Delamare, G. Park, U. Haeusler, E. A. Chekhovich, A. Rastelli, D. A. Gangloff, M. Atatüre, C. Le Gall // Nat. Nanotech. — 2023. — Vol. 18. — 257.

13. A many-body quantum register for a spin qubit / M. H. Appel, A. Ghorbal, N. Shofer, L. Zaporski, S. Manna, S. F. C. da Silva, U. Haeusler, C. Le Gall, A. Rastelli, D. A. Gangloff, M. Atatüre // *Nat. Phys.* — 2025. — Vol. 21. — 368.
14. *Lampel G.* Nuclear Dynamic Polarization by Optical Electronic Saturation and Optical Pumping in Semiconductors // *Phys. Rev. Lett.* — 1968. — Vol. 20. — 491.
15. *Hanle W.* Über magnetische Beeinflussung der Polarisation der Resonanzfluoreszenz. // *Z. Phys.* — 1924. — Vol. 30. — 93.
16. *Parsons R. R.* Band-To-Band Optical Pumping in Solids and Polarized Photoluminescence // *Phys. Rev. Lett.* — 1969. — Vol. 23. — 1152.
17. *Екимов А. И., Сафаров В.* Оптическая ориентация носителей при межзонных переходах в полупроводниках // *Письма в ЖЭТФ.* — 1970. — Т. 12. — 293.
18. Эффект оптической ориентации электронных спинов в кристалле GaAs / Б. П. Захарченя, В. Г. Флейшер, Р. И. Джигоев, Ю. П. Вещунов, И. Б. Русанов // *Письма в ЖЭТФ.* — 1971. — Т. 13. — 195.
19. Spin physics in semiconductors / под ред. М. И. Dyakonov. — Springer International Publishing AG, Berlin, 2017.
20. *Elliott R. J.* Theory of the Effect of Spin-Orbit Coupling on Magnetic Resonance in Some Semiconductors // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 96. — 266.
21. *Yafet Y.* *g*-factors and spin-lattice relaxation of conduction electrons // *Solid State Physics.* т. 14 / под ред. F. Seitz, D. Turnbull. — Academic, New-York, 1963. — 1.
22. *Дьяконов М. И., Перель В. И.* О спиновой ориентации электронов при межзонном поглощении света в полупроводниках // *ЖЭТФ.* — 1971. — Т. 60. — 1954.
23. *Дьяконов М. И., Перель В. И.* Спиновая релаксация электронов проводимости в полупроводниках без центра инверсии // *ФТТ.* — 1972. — Т. 13. — 3581.
24. *Бир Г. Л., Аронов А. Г., Пижус Г. Е.* Спиновая релаксация электронов вследствие рассеяния дырками // *ЖЭТФ.* — 1975. — Т. 69. — 1382.
25. *Ивченко Е. Л.* Спиновая релаксация свободных носителей в полупроводниках без центра инверсии в продольном магнитном поле // *ФТТ.* — 1973. — Т. 15. — 1566.
26. *Дьяконов М. И., Хаецкий А. В.* Релаксация неравновесной матрицы плотности носителей в полупроводниках с вырожденными зонами // *ЖЭТФ.* — 1984. — Т. 86. — 1843.

27. *Гриднев В. Н.* Теория биений фарадеевского вращения в квантовых ямах с большой величиной спинового расщепления // Письма в ЖЭТФ. — 2001. — Т. 74. — 417.
28. Precession and Motional Slowing of Spin Evolution in a High Mobility Two-Dimensional Electron Gas / M. A. Brand, A. Malinowski, O. Z. Karimov, P. A. Marsden, R. T. Harley, A. J. Shields, D. Sanvitto, D. A. Ritchie, M. Y. Simmons // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89. — 236601.
29. *Glazov M. M.* Effect of structure anisotropy on low temperature spin dynamics in quantum wells // Solid State Commun. — 2007. — Vol. 142. — 531.
30. Cyclotron effect on coherent spin precession of two-dimensional electrons / M. Griesbeck, M. M. Glazov, T. Korn, E. Y. Sherman, D. Waller, C. Reichl, D. Schuh, W. Wegscheider, C. Schüller // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — 241314.
31. *Khaetskii A. V., Loss D., Glazman L.* Electron Spin Decoherence in Quantum Dots due to Interaction with Nuclei // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — 186802.
32. Low field electron-nuclear spin coupling in gallium arsenide under optical pumping conditions / D. Paget, G. Lampel, B. Sapoval, V. I. Safarov // Phys. Rev. B. — 1977. — Vol. 15. — 5780.
33. *Грэнчарова Е. И., Перель В. И.* Релаксация ядерного спина на дырках в полупроводниках // ФТП. — 1977. — Т. 11. — 1697.
34. Spin decoherence of a heavy hole coupled to nuclear spins in a quantum dot / J. Fischer, W. A. Coish, D. V. Bulaev, D. Loss // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — 155329.
35. Hole-spin dephasing time associated with hyperfine interaction in quantum dots / C. Testelin, F. Bernardot, B. Eble, M. Chamarro // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — 195440.
36. *Machnikowski P., Gawarecki K., Cywinski L.* Hyperfine interaction for holes in quantum dots:  $k \cdot p$  model // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 100. — 085305.
37. Element-sensitive measurement of the hole-nuclear spin interaction in quantum dots / E. A. Chekhovich, M. M. Glazov, A. B. Krysa, M. Hopkinson, P. Senellart, A. Lemaître, M. S. Skolnick, A. I. Tartakovskii // Nat. Phys. — 2013. — Vol. 9. — 74.
38. *Philippopoulos P., Chesi S., Coish W. A.* First-principles hyperfine tensors for electrons and holes in GaAs and silicon // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101. — 115302.
39. Hyperfine interactions in silicon quantum dots / L. V. C. Assali, H. M. Petrilli, R. B. Capaz, B. Koiller, X. Hu, S. Das Sarma // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — 165301.

40. Electron-nuclei interaction in the  $X$  valley of (In,Al)As/AlAs quantum dots / M. S. Kuznetsova, J. Rautert, K. V. Kavokin, D. S. Smirnov, D. R. Yakovlev, A. K. Bakarov, A. K. Gutakovskii, T. S. Shamirzaev, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101. — 075412.
41. Nuclear magnetic resonance and nuclear spin relaxation in AlAs quantum well probed by ESR / A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Y. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, D. S. Smirnov, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, W. Wegscheider // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — 241302(R).
42. Lead-Dominated Hyperfine Interaction Impacting the Carrier Spin Dynamics in Halide Perovskites / E. Kirstein, D. R. Yakovlev, M. M. Glazov, E. Evers, E. A. Zhukov, V. V. Belykh, N. E. Kopteva, D. Kudlacik, O. Nazarenko, D. N. Dirin, M. V. Kovalenko, M. Bayer // Adv. Mater. — 2022. — Vol. 34. — 2105263.
43. Spin-valley qubit in nanostructures of monolayer semiconductors: Optical control and hyperfine interaction / Y. Wu, Q. Tong, G.-B. Liu, H. Yu, W. Yao // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — 045313.
44. *Avdeev I. D., Smirnov D. S.* Hyperfine interaction in atomically thin transition metal dichalcogenides // Nanoscale Adv. — 2019. — Vol. 1. — 2624.
45. *Захарченя Б. П., Майер Ф.* Оптическая ориентация. — Наука. Ленингр. отд-ние, 1989.
46. Nuclear spin physics in quantum dots: An optical investigation / B. Urbaszek, X. Marie, T. Amand, O. Krebs, P. Voisin, P. Maletinsky, A. Högele, A. Imamoglu // Rev. Mod. Phys. — 2013. — Vol. 85. — 79.
47. *Schulten K., Wolynes P. G.* Semiclassical description of electron spin motion in radicals including the effect of electron hopping // J. Chem. Phys. — 1978. — Vol. 68. — 3292.
48. *Рябченко С. М., Семенов Ю. Г.* Эффекты спиновой корреляции для электронного центра большого радиуса в магнитосмешанных полупроводниках // ЖЭТФ. — 1983. — Т. 84. — 1419.
49. Spin relaxation of positive trions in InAs/GaAs quantum dots: the role of hyperfine interaction / P.-F. Braun, B. Eble, L. Lombez, B. Urbaszek, X. Marie, T. Amand, P. Renucci, O. Krebs, A. Lemaître, P. Voisin, V. K. Kalevich, K. V. Kavokin // Phys. Status Solidi B. — 2006. — Vol. 243. — 3917.
50. Effect of thermal annealing on the hyperfine interaction in InAs/GaAs quantum dots / M. Y. Petrov, I. V. Ignatiev, S. V. Poltavtsev, A. Greilich, A. Bauschulte, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — 045315.
51. Three-stage decoherence dynamics of an electron spin qubit in an optically active quantum dot / A. Bechtold, D. Rauch, F. Li, T. Simmet, P.-L. Ardel, A. Regler, K. Müller, N. A. Sinitsyn, J. J. Finley // Nat. Phys. — 2015. — Vol. 11. — 1005.

52. Spin noise of electrons and holes in (In,Ga)As quantum dots: Experiment and theory / P. Glasenapp, D. S. Smirnov, A. Greilich, J. Hackmann, M. M. Glazov, F. B. Anders, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — 205429.
53. Direct Observation of the Electron Spin Relaxation Induced by Nuclei in Quantum Dots / P.-F. Braun, X. Marie, L. Lombez, B. Urbaszek, T. Amand, P. Renucci, V. K. Kalevich, K. V. Kavokin, O. Krebs, P. Voisin, Y. Masumoto // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 94. — 116601.
54. Hole spin precession and dephasing induced by nuclear hyperfine fields in CsPbBr<sub>3</sub> and CsPb(Cl,Br)<sub>3</sub> nanocrystals in a glass matrix / S. R. Meliakov, V. V. Belykh, E. A. Zhukov, E. V. Kolobkova, M. S. Kuznetsova, M. Bayer, D. R. Yakovlev // Phys. Rev. B. — 2024. — Vol. 110. — 235301.
55. Spin properties in droplet epitaxy grown telecom quantum dots / M. Cizauskas, E. M. Sala, J. Heffernan, A. M. Fox, M. Bayer, A. Greilich // Phys. Rev. B. — 2025. — Vol. 112. — 165412.
56. *Glazov M. M.* Spin noise of localized electrons: Interplay of hopping and hyperfine interaction // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — 195301.
57. *Khaetskii A. V., Nazarov Y. V.* Spin-flip transitions between Zeeman sublevels in semiconductor quantum dots // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 64. — 125316.
58. *Woods L. M., Reinecke T. L., Lyanda-Geller Y.* Spin relaxation in quantum dots // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — 161318(R).
59. Semiconductor Spintronics and Quantum Computation / под ред. D. D. Awschalom, D. Loss, N. Samarth. — Springer-Verlag, Heidelberg, 2002.
60. *Kikkawa J. M., Awschalom D. D.* Resonant Spin Amplification in *n*-Type GaAs // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 80. — 4313.
61. Coherent spin dynamics of electrons and holes in semiconductor quantum wells and quantum dots under periodical optical excitation: Resonant spin amplification versus spin mode locking / I. A. Yugova, M. M. Glazov, D. R. Yakovlev, A. A. Sokolova, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — 125304.
62. *Smirnov D. S., Glazov M. M.* Spin coherence generation and detection in spherical nanocrystals // J. Phys. Condens. Matter. — 2012. — Vol. 24. — 345302.
63. *Глазов М. М.* Когерентная спиновая динамика электронов и экситонов в наноструктурах // ФТТ. — 2012. — Т. 54. — 3.
64. Pump-probe Faraday rotation and ellipticity in an ensemble of singly charged quantum dots / I. A. Yugova, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, A. L. Efros // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — 104436.

65. Optical readout and initialization of an electron spin in a single quantum dot / A. Shabaev, A. L. Efros, D. Gammon, I. A. Merkulov // Phys. Rev. B. — 2003. — Vol. 68. — 201305.
66. Mode locking of electron spin coherences in singly charged quantum dots / A. Greilich, D. R. Yakovlev, A. Shabaev, A. L. Efros, I. A. Yugova, R. Oulton, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck, M. Bayer // Science. — 2006. — Vol. 313. — 341.
67. Resonant spin amplification in Faraday geometry / P. Schering, E. Evers, V. Nedelea, D. S. Smirnov, E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, M. Bayer, G. S. Uhrig, A. Greilich // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103. — L201301.
68. Tailored Quantum Dots for Entangled Photon Pair Creation / A. Greilich, M. Schwab, T. Berstermann, T. Auer, R. Oulton, D. R. Yakovlev, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 73. — 045323.
69. Optical Control of Spin Coherence in Singly Charged (In,Ga)As/GaAs Quantum Dots / A. Greilich, R. Oulton, E. A. Zhukov, I. A. Yugova, D. R. Yakovlev, M. Bayer, A. Shabaev, A. L. Efros, I. A. Merkulov, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — 227401.
70. Spin coherence of a two-dimensional electron gas induced by resonant excitation of trions and excitons in CdTe/(Cd,Mg)Te quantum wells / E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, M. Bayer, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, G. Karczewski, T. Wojtowicz, J. Kossut // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 76. — 205310.
71. Extended pump-probe Faraday rotation spectroscopy of the submicrosecond electron spin dynamics in *n*-type GaAs / V. V. Belykh, E. Evers, D. R. Yakovlev, F. Fobbe, A. Greilich, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — 241202.
72. Longitudinal and transverse spin dynamics of donor-bound electrons in fluorine-doped ZnSe: Spin inertia versus Hanle effect / F. Heisterkamp, E. A. Zhukov, A. Greilich, D. R. Yakovlev, V. L. Korenev, A. Pawlis, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — 235432.
73. Coupled electron-nuclear spin dynamics in quantum dots: A graded box model approach / M. Y. Petrov, G. G. Kozlov, I. V. Ignatiev, R. V. Cherbunin, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — 125318.
74. Submillisecond electron spin relaxation in InP quantum dots / M. Ikezawa, B. Pal, Y. Masumoto, I. V. Ignatiev, S. Y. Verbin, I. Y. Gerlovin // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72. — 153302.
75. Hole-spin initialization and relaxation times in InAs/GaAs quantum dots / F. Fras, B. Eble, P. Desfonds, F. Bernardot, C. Testelin, M. Chamarro, A. Miard, A. Lemaître // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — 125431.

76. Spin inertia of resident and photoexcited carriers in singly charged quantum dots / E. A. Zhukov, E. Kirstein, D. S. Smirnov, D. R. Yakovlev, M. M. Glazov, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer, A. Greilich // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 98. — 121304(R).
77. *Overhauser A. W.* Polarization of Nuclei in Metals // *Phys. Rev.* — 1953. — Vol. 92. — 411.
78. *Екимов А. И., Сафаров В. И.* Оптическое детектирование динамической поляризации ядер в полупроводниках // *Письма в ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 15. — 257.
79. *Дьяконов М. И., Перель В. И.* Оптическая ориентация в системе электронов и ядер решетки в полупроводниках. Теория // *ЖЭТФ.* — 1973. — Т. 65. — 362.
80. Nuclei-induced frequency focusing of electron spin coherence / A. Greilich, A. Shabaev, D. R. Yakovlev, A. L. Efros, I. A. Yugova, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer // *Science.* — 2007. — Vol. 317. — 1896.
81. Suppressing Spin Qubit Dephasing by Nuclear State Preparation / D. J. Reilly, J. M. Taylor, J. R. Petta, C. M. Marcus, M. P. Hanson, A. C. Gossard // *Science.* — 2008. — Vol. 321. — 817.
82. Optically controlled locking of the nuclear field via coherent dark-state spectroscopy / X. Xu, W. Yao, B. Sun, D. G. Steel, A. S. Bracker, D. Gammon, L. J. Sham // *Nature.* — 2009. — Vol. 459. — 1105.
83. *Maletinsky P., Kroner M., Imamoglu A.* Breakdown of the nuclear-spin-temperature approach in quantum-dot demagnetization experiments // *Nat. Phys.* — 2009. — Vol. 5. — 407.
84. Witnessing quantum correlations in a nuclear ensemble via an electron spin qubit / D. A. Gangloff, L. Zaporiski, J. H. Bodey, C. Bachorz, D. M. Jackson, G. Éthier-Majcher, C. Lang, E. Clarke, M. Hugues, C. Le Gall, M. Atatüre // *Nat. Phys.* — 2021. — Vol. 17. — 1247.
85. *Cai X., Walelign H. Y., Nichol J. M.* The formation of a nuclear-spin dark state in silicon // *Nat. Phys.* — 2025. — Vol. 21. — 536.
86. Optical Spin Orientation of Localized Electrons and Holes Interacting with Nuclei in a  $\text{FA}_{0.9}\text{Cs}_{0.1}\text{PbI}_{2.8}\text{Br}_{0.2}$  Perovskite Crystal / D. Kudlacik, N. E. Kopteva, M. Kotur, D. R. Yakovlev, K. V. Kavokin, C. Harkort, M. Karzel, E. A. Zhukov, E. Evers, V. V. Belykh, M. Bayer // *ACS Photon.* — 2024. — Vol. 11. — 2757.
87. *Abragam A.* The Principles of Nuclear Magnetism. — Oxford Science Publications, 2002.
88. *Дьяконов М., Перель В.* Охлаждение системы ядерных спинов после оптической ориентации электронов в полупроводниках // *ЖЭТФ.* — 1975. — Т. 68. — 1514.

89. Measurement of the spin temperature of optically cooled nuclei and GaAs hyperfine constants in GaAs/AlGaAs quantum dots / E. A. Chekhovich, A. Ulhaq, E. Zallo, F. Ding, O. G. Schmidt, M. S. Skolnick // *Nat. Mater.* — 2017. — Vol. 16. — 982.
90. Spin temperature concept verified by optical magnetometry of nuclear spins / M. Vladimirova, S. Cronenberger, D. Scalbert, I. I. Ryzhov, V. S. Zapasskii, G. G. Kozlov, A. Lemaître, K. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97. — 041301.
91. *Goldman M.* Spin temperature and nuclear magnetic resonance in solids. — Clarendon Press Oxford, 1970.
92. Nuclear spin relaxation in *n*-GaAs: From insulating to metallic regime / M. Vladimirova, S. Cronenberger, D. Scalbert, M. Kotur, R. I. Dzhioev, I. I. Ryzhov, G. G. Kozlov, V. S. Zapasskii, A. Lemaître, K. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95. — 125312.
93. Nuclear spin relaxation mediated by donor-bound and free electrons in wide CdTe quantum wells / B. F. Gribakin, V. M. Litvyak, M. Kotur, R. André, M. Vladimirova, D. R. Yakovlev, K. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2024. — Vol. 109. — 195302.
94. *Хуцшивили Г. Р.* Спиновая диффузия // *УФН.* — 1965. — Т. 87. — 211.
95. *Абрагам А.* Ядерный магнетизм. — Рипол Классик, 2013.
96. *Дьяконов М. И., Перель В. И.* Динамическая самополяризация ядер в твердых телах // *Письма в ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 16. — 563.
97. *Коренев В. Л.* Динамическая самополяризация ядер в низкоразмерных системах // *Письма в ЖЭТФ.* — 1999. — Т. 70. — 124.
98. *Зельдович Я. Б., Бучаченко А. Л., Франкевич Е. Л.* Магнитно-спиновые эффекты в химии и молекулярной физике // *УФН.* — 1988. — Т. 155. — 3.
99. *Holub M., Bhattacharya P.* Spin-polarized light-emitting diodes and lasers // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2007. — Vol. 40. — R179.
100. *Ivchenko E. L.* Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. — Alpha Science, Harrow UK, 2005.
101. *Пикус Г. Е., Аверкиев Н. С.* Электрон-электронный обмен в многодолинных полупроводниках и тонкая структура многоэкситонных комплексов в кремнии // *Писма в ЖЭТФ.* — 1981. — Т. 34. — 26.
102. Charged excitons in monolayer WSe<sub>2</sub>: Experiment and theory / E. Courtade, M. Semina, M. Manca, M. M. Glazov, C. Robert, F. Cadiz, G. Wang, T. Taniguchi, K. Watanabe, M. Pierre, W. Escoffier, E. L. Ivchenko, P. Renucci, X. Marie, T. Amand, B. Urbaszek // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 96. — 085302.
103. *Бир Г. Л., Пикус Г. Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. — Наука, 1972.

104. Electrodynamical treatment of the electron-hole long-range exchange interaction in semiconductor nanocrystals / S. V. Goupalov, P. Lavallard, G. Lamouche, D. S. Citrin // ФТТ. — 2003. — Vol. 45. — 730.
105. *Goupalov S. V., Ivchenko E. L., Kavokin A. V.* Fine structure of excitonic levels in small anisotropic quantum systems // Proc. Int. Symp. Nanostructures: Physics and Technology. — 1996. — 322.
106. *Goupalov S. V., Ivchenko E. L., Kavokin A. V.* Anisotropic exchange splitting of excitonic levels in small quantum systems // Superlat. and Microstr. — 1998. — Vol. 23. — 1205.
107. Fine Structure Splitting in the Optical Spectra of Single GaAs Quantum Dots / D. Gammon, E. Snow, B. Shanabrook, D. Katzer, D. Park // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 76. — 3005.
108. *Ivchenko E. L.* Fine Structure of Excitonic Levels in Semiconductor Nanostructures // Phys. Stat. Sol. A. — 1997. — Vol. 164. — 487.
109. *Гупалов С. В., Ивченко Е. Л., Кавокин А. В.* Тонкая структура уровней локализованных экситонов в квантовых ямах // ЖЭТФ. — 1998. — Т. 113. — 703.
110. Coherent spin dynamics of excitons in quantum wells / M. Dyakonov, X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune, D. Robart, M. Brousseau, J. Barrau // Phys. Rev. B. — 1997. — Vol. 56. — 10412.
111. *Smirnov D. S., Glazov M. M.* Exciton spin noise in quantum wells // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — 085303.
112. Exciton Spin Decay Modified by Strong Electron-Hole Exchange Interaction / G. V. Astakhov, A. V. Koudinov, K. V. Kavokin, I. S. Gakis, Y. G. Kusrayev, W. Ossau, L. W. Molenkamp // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — 016601.
113. Photoluminescence studies of the 1.911-eV Cu-related complex in GaP / H. P. Gislason, B. Monemar, P. J. Dean, D. C. Herbert, S. Depinna, B. C. Cavenett, N. Killoran // Phys. Rev. B. — 1982. — Vol. 26. — 827.
114. *Ивченко Е. Л.* Магнитная циркулярная поляризация фотолюминесценции экситонов // ФТТ. — 2018. — Т. 60. — 1503.
115. *Смирнов Д. С., Ивченко Е. Л.* Роль сверхтонкого и анизотропного обменного взаимодействий в экситонной люминесценции квантовых точек // Оптика и спектр. — 2024. — Т. 132. — 864.
116. Optical Orientation of Excitons in a Longitudinal Magnetic Field in Indirect-Band-Gap (In,Al)As/AlAs Quantum Dots with Type-I Band Alignment / T. S. Shamirzaev, A. V. Shumilin, D. S. Smirnov, D. Kudlacik, S. V. Nekrasov, Y. G. Kusrayev, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Nanomaterials. — 2023. — Vol. 13. — 729.

117. Optical orientation and alignment of excitons in direct and indirect band gap (In,Al)As/AlAs quantum dots with type-I band alignment / J. Rautert, T. S. Shamirzaev, S. V. Nekrasov, D. R. Yakovlev, P. Klenovský, Y. G. Kusrayev, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2019. — Vol. 99. — 195411.
118. Spin-flip Raman scattering of the  $\Gamma$ - $X$  mixed exciton in indirect band gap (In,Al)As/AlAs quantum dots / J. Debus, T. S. Shamirzaev, D. Dunker, V. F. Sapega, E. L. Ivchenko, D. R. Yakovlev, A. I. Toropov, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — 125431.
119. Optically detected magnetic resonance of photoexcited electrons in (In,Al)As/AlAs quantum dots with indirect band gap and type-I band alignment / V. Y. Ivanov, T. S. Shamirzaev, D. R. Yakovlev, A. K. Gutakovskii, L. Owczarczyk, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97. — 245306.
120. Optical activity of quantum wells / L. V. Kotova, A. V. Platonov, V. N. Kats, V. P. Kochereshko, S. V. Sorokin, S. V. Ivanov, L. E. Golub // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94. — 165309.
121. Optical activity in chiral stacks of 2D semiconductors / A. V. Poshakinskiy, D. R. Kazanov, T. V. Shubina, S. A. Tarasenko // *Nanophotonics.* — 2018. — Vol. 7. — 753.
122. Intrinsic circularly polarized exciton emission in a twisted van der Waals heterostructure / J. Michl, C. C. Palekar, S. A. Tarasenko, F. Lohof, C. Gies, M. von Helversen, R. Sailus, S. Tongay, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Heindel, B. Rosa, M. Rödel, T. Shubina, S. Höfling, S. Reitzenstein, C. Anton-Solanas, C. Schneider // *Phys. Rev. B.* — 2022. — Vol. 105. — 1241406.
123. Routing the emission of a near-surface light source by a magnetic field / F. Spitzer, A. N. Poddubny, I. A. Akimov, V. F. Sapega, L. Klompmaker, L. E. Kreilkamp, L. V. Litvin, R. Jede, G. Karczewski, M. Wiater, T. Wojtowicz, D. R. Yakovlev, M. Bayer // *Nat. Phys.* — 2018. — Vol. 14. — 1043.
124. Electrical spin injection in a ferromagnetic semiconductor heterostructure / Y. Ohno, D. K. Young, B. Beschoten, F. Matsukura, H. Ohno, D. D. Awschalom // *Nature.* — 1999. — Vol. 402. — 790.
125. Injection and detection of a spin-polarized current in a light-emitting diode / R. Fiederling, M. Keim, G. Reuscher, W. Ossau, G. Schmidt, A. Waag, L. W. Molenkamp // *Nature.* — 1999. — Vol. 402. — 787.
126. Induction of Circularly Polarized Electroluminescence from an Achiral Light-Emitting Polymer via a Chiral Small-Molecule Dopant / Y. Yang, R. C. da Costa, D.-M. Smilgies, A. J. Campbell, M. J. Fuchter // *Adv. Mater.* — 2013. — Vol. 25. — 2624.

127. Chiral-induced spin selectivity enables a room-temperature spin light-emitting diode / Y.-H. Kim, Y. Zhai, H. Lu, X. Pan, C. Xiao, E. A. Gaulding, S. P. Harvey, J. J. Berry, Z. V. Vardeny, J. M. Luther, M. C. Beard // *Science*. — 2021. — Vol. 371. — 1129.
128. Radiative recombination in type-II GaSb/GaAs quantum dots / F. Hatami, N. N. Ledentsov, M. Grundmann, J. Böhrer, F. Heinrichsdorff, M. Beer, D. Bimberg, S. S. Ruvimov, P. Werner, U. Gösele, J. Heydenreich, U. Richter, S. V. Ivanov, B. Y. Meltser, P. S. Kop'ev, Z. I. Alferov // *Appl. Phys. Lett.* — 1995. — Vol. 67. — 656.
129. Type-II Quantum Dots: CdTe/CdSe(Core/Shell) and CdSe/ZnTe(Core/Shell) Heterostructures / S. Kim, B. Fisher, H.-J. Eisler, M. Bawendi // *J. Am. Chem. Soc.* — 2003. — Vol. 125. — 11466.
130. Fine Structure and Spin Dynamics of Linearly Polarized Indirect Excitons in Two-Dimensional CdSe/CdTe Colloidal Heterostructures / R. Pandya, V. Steinmetz, Y. Puttisong, M. Dufour, W. M. Chen, R. Y. S. Chen, T. Barisien, A. Sharma, G. Lakhwani, A. Mitioglu, P. C. M. Christianen, L. Legrand, F. Bernardot, C. Testelin, A. W. Chin, S. Ithurria, M. Chamarro, A. Rao // *ACS Nano*. — 2019. — Vol. 13. — 10140.
131. Submillisecond Spin Relaxation in CsPb(Cl,Br)<sub>3</sub> Perovskite Nanocrystals in a Glass Matrix / V. V. Belykh, M. L. Skorikov, E. V. Kulebyakina, E. V. Kolobkova, M. S. Kuznetsova, M. M. Glazov, D. R. Yakovlev // *Nano Lett.* — 2022. — Vol. 22. — 4583.
132. *Shumilin A. V.* Dynamic spin polarization in organic semiconductors with intermolecular exchange interaction // *Phys. Rev. B*. — 2022. — Vol. 105. — 104206.
133. Interface excitons at lateral heterojunctions in monolayer semiconductors / K. W. Lau, Calvin, Z. Gong, H. Yu, W. Yao // *Phys. Rev. B*. — 2018. — Vol. 98. — 115427.
134. *Durnev M. V., Smirnov D. S.* Intervalley mixing of interface excitons at lateral heterojunctions // *Phys. Rev. B*. — 2025. — Vol. 111. — 205403.
135. *Tran K., Choi J., Singh A.* Moiré and beyond in transition metal dichalcogenide twisted bilayers // *2D Mater.* — 2020. — Vol. 8. — 022002.
136. Signatures of moiré-trapped valley excitons in MoSe<sub>2</sub>/WSe<sub>2</sub> heterobilayers / K. L. Seyler, P. Rivera, H. Yu, N. P. Wilson, E. L. Ray, D. G. Mandrus, J. Yan, W. Yao, X. Xu // *Nature*. — 2019. — Vol. 567. — 66.
137. Evidence for moiré excitons in van der Waals heterostructures / K. Tran, G. Moody, F. Wu, X. Lu, J. Choi, K. Kim, A. Rai, D. A. Sanchez, J. Quan, A. Singh, J. Embley, A. Zepeda, M. Campbell, T. Autry, T. Taniguchi, K. Watanabe, N. Lu, S. K. Banerjee, K. L. Silverman, S. Kim, E. Tutuc, L. Yang, A. H. MacDonald, X. Li // *Nature*. — 2019. — Vol. 567. — 71.

138. Observation of moiré excitons in WSe<sub>2</sub>/WS<sub>2</sub> heterostructure superlattices / C. Jin, E. C. Regan, A. Yan, M. Iqbal Bakti Utama, D. Wang, S. Zhao, Y. Qin, S. Yang, Z. Zheng, S. Shi, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. Tongay, A. Zettl, F. Wang // *Nature*. — 2019. — Vol. 567. — 76.
139. Resonantly hybridized excitons in moiré superlattices in van der Waals heterostructures / E. M. Alexeev, D. A. Ruiz-Tijerina, M. Danovich, M. J. Hamer, D. J. Terry, P. K. Nayak, S. Ahn, S. Pak, J. Lee, J. I. Sohn, M. R. Molas, M. Koperski, K. Watanabe, T. Taniguchi, K. S. Novoselov, R. V. Gorbachev, H. S. Shin, V. I. Fal'ko, A. I. Tartakovskii // *Nature*. — 2019. — Vol. 567. — 81.
140. Simulation of Hubbard model physics in WSe<sub>2</sub>/WS<sub>2</sub> moiré superlattices / Y. Tang, L. Li, T. Li, Y. Xu, S. Liu, K. Barmak, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. H. MacDonald, J. Shan, K. F. Mak // *Nature*. — 2020. — Vol. 579. — 353.
141. Mott and generalized Wigner crystal states in WSe<sub>2</sub>/WS<sub>2</sub> moiré superlattices / E. C. Regan, D. Wang, C. Jin, M. I. Bakti Utama, B. Gao, X. Wei, S. Zhao, W. Zhao, Z. Zhang, K. Yumigeta, M. Blei, J. D. Carlström, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. Tongay, M. Crommie, A. Zettl, F. Wang // *Nature*. — 2020. — Vol. 579. — 359.
142. Strongly correlated electrons and hybrid excitons in a moire heterostructure / Y. Shimazaki, I. Schwartz, K. Watanabe, T. Taniguchi, M. Kroner, A. Imamoglu // *Nature*. — 2020. — Vol. 580. — 472.
143. Correlated electronic phases in twisted bilayer transition metal dichalcogenides / L. Wang, E.-M. Shih, A. Ghiotto, L. Xian, D. A. Rhodes, C. Tan, M. Claassen, D. M. Kennes, Y. Bai, B. Kim, K. Watanabe, T. Taniguchi, X. Zhu, J. Hone, A. Rubio, A. N. Pasupathy, C. R. Dean // *Nat. Mater.* — 2020. — Vol. 19. — 861.
144. Atomic reconstruction in twisted bilayers of transition metal dichalcogenides / A. Weston, Y. Zou, V. Enaldiev, A. Summerfield, N. Clark, V. Zólyomi, A. Graham, C. Yelgel, S. Magorrian, M. Zhou, J. Zultak, D. Hopkinson, A. Barinov, T. H. Bointon, A. Kretinin, N. R. Wilson, P. H. Beton, V. I. Fal'ko, S. J. Haigh, R. Gorbachev // *Nat. Nanotechnol.* — 2020. — Vol. 15. — 592.
145. Correction to Twist Angle-Dependent Atomic Reconstruction and Moiré Patterns in Transition Metal Dichalcogenide Heterostructures / M. R. Rosenberger, H.-J. Chuang, M. Phillips, V. P. Oleshko, K. M. McCreary, S. V. Sivaram, C. S. Hellberg, B. T. Jonker // *ACS Nano*. — 2020. — Vol. 14. — 14240.
146. Moiré excitons: From programmable quantum emitter arrays to spin-orbit-coupled artificial lattices / H. Yu, G.-B. Liu, J. Tang, X. Xu, W. Yao // *Sci. Adv.* — 2017. — Vol. 3.

147. Spin-layer locking of interlayer excitons trapped in moiré potentials / M. Brotons-Gisbert, H. Baek, A. Molina-Sánchez, A. Campbell, E. Scerri, D. White, K. Watanabe, T. Taniguchi, C. Bonato, B. D. Gerardot // Nat. Mater. — 2020. — Vol. 19. — 630.
148. Deep moiré potentials in twisted transition metal dichalcogenide bilayers / S. Shabani, D. Halbertal, W. Wu, M. Chen, S. Liu, J. Hone, W. Yao, D. N. Basov, X. Zhu, A. N. Pasupathy // Nat. Phys. — 2021. — Vol. 17. — 720.
149. Van der Waals heterostructure polaritons with moiré-induced nonlinearity / L. Zhang, F. Wu, S. Hou, Z. Zhang, Y.-H. Chou, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. R. Forrest, H. Deng // Nature. — 2021. — Vol. 591. — 61.
150. Colloquium: Excitons in atomically thin transition metal dichalcogenides / G. Wang, A. Chernikov, M. M. Glazov, T. F. Heinz, X. Marie, T. Amand, B. Urbaszek // Rev. Mod. Phys. — 2018. — Vol. 90. — 021001.
151. *Qiu D. Y., Cao T., Louie S. G.* Nonanalyticity, Valley Quantum Phases, and Lightlike Exciton Dispersion in Monolayer Transition Metal Dichalcogenides: Theory and First-Principles Calculations // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — 176801.
152. Distinctive Signatures of the Spin- and Momentum-Forbidden Dark Exciton States in the Photoluminescence of Strained WSe<sub>2</sub> Monolayers under Thermalization / G.-H. Peng, P.-Y. Lo, W.-H. Li, Y.-C. Huang, Y.-H. Chen, C.-H. Lee, C.-K. Yang, S.-J. Cheng // Nano Lett. — 2019. — Vol. 19. — 2299.
153. *Deilmann T., Thygesen K. S.* Finite-momentum exciton landscape in mono- and bilayer transition metal dichalcogenides // 2D Mater. — 2019. — Vol. 6. — 035003.
154. Phonon-Assisted Photoluminescence from Indirect Excitons in Monolayers of Transition-Metal Dichalcogenides / S. Brem, A. Ekman, D. Christiansen, F. Katsch, M. Selig, C. Robert, X. Marie, B. Urbaszek, A. Knorr, E. Malic // Nano Lett. — 2020. — Vol. 20. — 2849.
155. Dirac cones and Dirac saddle points of bright excitons in monolayer transition metal dichalcogenides / H. Yu, G.-B. Liu, P. Gong, X. Xu, W. Yao // Nat. Commun. — 2014. — Vol. 5. — 3876.
156. Exciton landscape in van der Waals heterostructures / J. Hagel, S. Brem, C. Linderälv, P. Erhart, E. Malic // Phys. Rev. Res. — 2021. — Vol. 3. — 043217.
157. Magneto-optics in transition metal diselenide monolayers / G. Wang, L. Bouet, M. M. Glazov, T. Amand, E. L. Ivchenko, E. Palleau, X. Marie, B. Urbaszek // 2D Mater. — 2015. — Vol. 2. — 034002.
158. *Дурнев М. В., Глазов М. М.* Экситоны и трионы в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов // УФН. — 2018. — Т. 188. — 913.

159. *Yu H., Liu G.-B., Yao W.* Brightened spin-triplet interlayer excitons and optical selection rules in van der Waals heterobilayers // 2D Mater. — 2018. — Vol. 5. — 035021.
160. Exciton  $g$  factors of van der Waals heterostructures from first-principles calculations / T. Woźniak, P. E. Faria Junior, G. Seifert, A. Chaves, J. Kunstmann // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101. — 235408.
161. *Starukhin A. N., Nelson D. K., Razbirin B. S.* Time-resolved spectroscopy of the level-anticrossing effect in exciton emission // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 65. — 193204.
162. Twist Angle-Dependent Interlayer Exciton Lifetimes in van der Waals Heterostructures / J. Choi, M. Florian, A. Steinhoff, D. Erben, K. Tran, D. S. Kim, L. Sun, J. Quan, R. Claassen, S. Majumder, J. A. Hollingsworth, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. Ueno, A. Singh, G. Moody, F. Jahnke, X. Li // Phys. Rev. Lett. — 2021. — Vol. 126. — 047401.
163. Microsecond dark-exciton valley polarization memory in two-dimensional heterostructures / C. Jiang, W. Xu, A. Rasmita, Z. Huang, K. Li, Q. Xiong, W.-b. Gao // Nat. Commun. — 2018. — Vol. 9. — 753.
164. *Xuan F., Quek S. Y.* Valley Zeeman effect and Landau levels in two-dimensional transition metal dichalcogenides // Phys. Rev. Research. — 2020. — Vol. 2. — 033256.
165. *Deilmann T., Krüger P., Rohlfing M.* Ab Initio Studies of Exciton  $g$  Factors: Monolayer Transition Metal Dichalcogenides in Magnetic Fields // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124. — 226402.
166. Light-induced ferromagnetism in moiré superlattices / X. Wang, C. Xiao, H. Park, J. Zhu, C. Wang, T. Taniguchi, K. Watanabe, J. Yan, D. Xiao, D. R. Gamelin, W. Yao, X. Xu // Nature. — 2022. — Vol. 604. — 468.
167. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Часть 1. — Москва. Наука, 1976.
168. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. — Москва. Наука, 1979.
169. *Onsager L.* Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I. // Phys. Rev. — 1931. — Vol. 37. — 405.
170. *Александров Е. Б., Запасский В. С.* Магнитный резонанс в спектре шумов фарадеевского вращения // ЖЭТФ. — 1981. — Т. 81. — 132.
171. *Sørensen J. L., Hald J., Polzik E. S.* Quantum Noise of an Atomic Spin Polarization Measurement // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 80. — 3487.
172. *Mitsui T.* Spontaneous Noise Spectroscopy of an Atomic Magnetic Resonance // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 84. — 5292.

173. Spectroscopy of spontaneous spin noise as a probe of spin dynamics and magnetic resonance / S. A. Crooker, D. G. Rickel, A. V. Balatsky, D. L. Smith // *Nature*. — 2004. — Vol. 431. — 49.
174. Spin Noise Spectroscopy in GaAs / M. Oestreich, M. Römer, R. J. Haug, D. Hägele // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — 216603.
175. *Crooker S. A., Cheng L., Smith D. L.* Spin noise of conduction electrons in *n*-type bulk GaAs // *Phys. Rev. B*. — 2009. — Vol. 79. — 035208.
176. Electron-spin relaxation in bulk GaAs for doping densities close to the metal-to-insulator transition / M. Römer, H. Bernien, G. Müller, D. Schuh, J. Hübner, M. Oestreich // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — 075216.
177. Spin Noise Spectroscopy in GaAs (110) Quantum Wells: Access to Intrinsic Spin Lifetimes and Equilibrium Electron Dynamics / G. M. Müller, M. Römer, D. Schuh, W. Wegscheider, J. Hübner, M. Oestreich // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — 206601.
178. Spin Noise of Electrons and Holes in Self-Assembled Quantum Dots / S. A. Crooker, J. Brandt, C. Sandfort, A. Greulich, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 104. — 036601.
179. Intrinsic Spin Fluctuations Reveal the Dynamical Response Function of Holes Coupled to Nuclear Spin Baths in (In,Ga)As Quantum Dots / Y. Li, N. Sinitsyn, D. L. Smith, D. Reuter, A. D. Wieck, D. R. Yakovlev, M. Bayer, S. A. Crooker // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — 186603.
180. Optical Spin Noise of a Single Hole Spin Localized in an (InGa)As Quantum Dot / R. Dahbashi, J. Hübner, F. Berski, K. Pierz, M. Oestreich // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — 156601.
181. *Aleksandrov E. B., Zapasskii V. S.* Spin Noise Spectroscopy // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2011. — Vol. 324. — 012002.
182. Semiconductor spin noise spectroscopy: Fundamentals, accomplishments, and challenges / G. M. Müller, M. Oestreich, M. Römer, J. Hübner // *Physica E*. — 2010. — Vol. 43. — 569.
183. *Zapasskii V. S.* Spin-noise spectroscopy: from proof of principle to applications // *Adv. Opt. Photonics*. — 2013. — Vol. 5. — 131.
184. *Sinitsyn N. A., Pershin Y. V.* The theory of spin noise spectroscopy: a review // *Rep. Prog. Phys.* — 2016. — Vol. 79. — 106501.
185. *Lax M.* Fluctuations from the Nonequilibrium Steady State // *Rev. Mod. Phys.* — 1960. — Vol. 32. — 25.
186. *Lax M.* Classical Noise IV: Langevin Methods // *Rev. Mod. Phys.* — 1966. — Vol. 38. — 541.
187. *Gantsevich S., Gurevich V., Katilius R.* Theory of fluctuations in nonequilibrium electron gas // *Riv. Nuovo Cimento*. — 1979. — Vol. 2. — 1.

188. *Смирнов Д. С., Глазов М. М., Ивченко Е. Л.* Влияние обменного взаимодействия на спиновые флуктуации локализованных электронов. — 2014.
189. *Глазов М. М.* Спиновые флуктуации неравновесных электронов и экситонов в полупроводниках // *ЖЭТФ*. — 2016. — Т. 149. — 547.
190. *Горбовитский П. М., Перель В. И.* Опыт Александрова и Запасского и комбинационное рассеяние света // *Оптика и спектр*. — 1983. — Т. 54. — 388.
191. *Glazov M. M., Zapasskii V. S.* Linear optics, Raman scattering, and spin noise spectroscopy // *Opt. Express*. — 2015. — Vol. 23. — 11713.
192. *Glazov M. M., Ivchenko E. L.* Spin noise in quantum dot ensembles // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86. — 115308.
193. Influence of the Nuclear Electric Quadrupolar Interaction on the Coherence Time of Hole and Electron Spins Confined in Semiconductor Quantum Dots / *J. Hackmann, P. Glasenapp, A. Greilich, M. Bayer, F. B. Anders* // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — 207401.
194. Spatiotemporal electronic spin fluctuations in random nuclear fields in n-CdTe / *S. Cronenberger, C. Abbas, D. Scalbert, H. Boukari* // *arXiv*. — 2019. — 1910.11805.
195. *Mantsevich V. N., Smirnov D. S.* Universal power law decay of spin polarization in double quantum dot // *Phys. Rev. B*. — 2019. — Vol. 100. — 075409.
196. *Glazov M. M., Sherman E. Y.* Theory of Spin Noise in Nanowires // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — 156602.
197. *Shumilin A. V., Sherman E. Y., Glazov M. M.* Spin dynamics of hopping electrons in quantum wires: Algebraic decay and noise // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Vol. 94. — 125305.
198. *Poshakinskiy A. V., Tarasenko S. A.* Spatiotemporal spin fluctuations caused by spin-orbit-coupled Brownian motion // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92. — 045308.
199. Nonequilibrium Spin Noise Spectroscopy / *F. Li, Y. V. Pershin, V. A. Slipko, N. A. Sinitsyn* // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 111. — 067201.
200. *Smirnov D. S., Golub L. E.* Spin dynamics and fluctuations in the streaming regime // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92. — 035437.
201. Spin Noise Spectroscopy Beyond Thermal Equilibrium and Linear Response / *P. Glasenapp, N. A. Sinitsyn, L. Yang, D. G. Rickett, D. Roy, A. Greilich, M. Bayer, S. A. Crooker* // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113. — 156601.
202. *Киттель Ч.* Введение в физику твёрдого тела. — Наука, 1978.
203. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. — Рипол Классик, 2013.

204. *Carmichael H.* An open system approach to quantum optics. — Springer, Berlin, 1993.
205. Spin noise in a quantum dot ensemble: From a quantum mechanical to a semi-classical description / J. Hackmann, D. S. Smirnov, M. M. Glazov, F. B. Anders // *Phys. Status Solidi B.* — 2014. — Vol. 251. — 1270.
206. Measurements of nuclear spin dynamics by spin-noise spectroscopy / I. I. Ryzhov, S. V. Poltavtsev, K. V. Kavokin, M. M. Glazov, G. G. Kozlov, M. Vladimirova, D. Scalbert, S. Cronenberger, A. V. Kavokin, A. Lemaître, J. Bloch, V. S. Zapasskii // *Appl. Phys. Lett.* — 2015. — Vol. 106. — 242405.
207. Spin noise explores local magnetic fields in a semiconductor / I. I. Ryzhov, G. G. Kozlov, D. S. Smirnov, M. M. Glazov, Y. P. Efimov, S. A. Eliseev, V. A. Lovtcius, V. V. Petrov, K. V. Kavokin, A. V. Kavokin, V. S. Zapasskii // *Sci. Rep.* — 2016. — Vol. 6. — 21062.
208. *Xin-zhao C., Shu-qin L., Tai-qian D.* Experimental study of ac Zeeman effect in  $^{87}\text{Rb}$  atomic frequency standard // *Acta Physica Sinica (Overseas Edition).* — 1996. — Vol. 5. — 423.
209. *Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G.* Atom-photon interactions. Basic processes and applications. — Wiley, 2004.
210. Spin noise spectroscopy of a single quantum well microcavity / S. V. Poltavtsev, I. I. Ryzhov, M. M. Glazov, G. G. Kozlov, V. S. Zapasskii, A. V. Kavokin, P. G. Lagoudakis, D. S. Smirnov, E. L. Ivchenko // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 89. — 081304.
211. *Глазов М. М.* Спиновые флуктуации неравновесных электронов и экситонов в полупроводниках // *ЖЭТФ.* — 2016. — Т. 149. — 547.
212. Spin Noise of a Halide Perovskite / V. O. Kozlov, N. I. Selivanov, C. C. Stoumpos, G. G. Kozlov, V. S. Zapasskii, Y. V. Kapitonov, D. S. Smirnov, I. I. Ryzhov // *Phys. Rev. Lett.* — 2025. — Vol. 134. — 256901.
213. Spin noise of exciton polaritons in microcavities / M. M. Glazov, M. A. Semina, E. Y. Sherman, A. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 88. — 041309(R).
214. *Glazov M. M., Kavokin A. V.* Spin waves in semiconductor microcavities // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91. — 161307.
215. Spin noise of a polariton laser / I. I. Ryzhov, M. M. Glazov, A. V. Kavokin, G. G. Kozlov, M. Aßmann, P. Tsotsis, Z. Hatzopoulos, P. G. Savvidis, M. Bayer, V. S. Zapasskii // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93. — 241307.
216. Spin noise amplification and giant noise in optical microcavity / I. I. Ryzhov, S. V. Poltavtsev, G. G. Kozlov, A. V. Kavokin, P. V. Lagoudakis, V. S. Zapasskii // *J. Appl. Phys.* — 2015. — Vol. 117. — 224305.
217. Квантовая теория углового момента и ее приложения / Д. А. Варшалович, В. К. Херсонский, Е. В. Орленко, А. Н. Москалев. — Физматлит, 2017.

218. Hole-capture competition between a single quantum dot and an ionized acceptor / J. Wiegand, D. S. Smirnov, J. Osberghaus, L. Abaspour, J. Hübner, M. Oestreich // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — 125426.
219. Interplay of Electron and Nuclear Spin Noise in  $n$ -Type GaAs / F. Berski, J. Hübner, M. Oestreich, A. Ludwig, A. D. Wieck, M. M. Glazov // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — 176601.
220. *Smirnov D. S., Glazov M. M.* Stochastic Faraday rotation induced by the electric current fluctuations in nanosystems // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — 045406.
221. Multiple  $Mn^{2+}$ -Spin-Flip Raman Scattering at High Fields via Magnetic Polaron States in Semimagnetic Quantum Wells / J. Stühler, G. Schaack, M. Dahl, A. Waag, G. Landwehr, K. V. Kavokin, I. A. Merkulov // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 74. — 2567.
222. Control of spin dynamics with laser pulses: Generation of entangled states of donor-bound electrons in a  $Cd_{1-x}Mn_xTe$  quantum well / J. M. Bao, A. V. Bragas, J. K. Furdyna, R. Merlin // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 71. — 045314.
223. Multiple spin-flip Raman scattering in CdSe/ZnMnSe quantum dots / N. V. Kozyrev, R. R. Akhmadullin, B. R. Namozov, Y. G. Kusrayev, I. V. Sedova, S. V. Sorokin, S. V. Ivanov // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 99. — 035301.
224. Hole spin quantum beats in quantum-well structures / X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune, M. Paillard, P. Renucci, L. E. Golub, V. D. Dymnikov, E. L. Ivchenko // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 60. — 5811.
225. *Gardiner C.* Stochastic methods. Vol. 4. — Springer Berlin, 2009.
226. Atomic-like spin noise in solid-state demonstrated with manganese in cadmium telluride / S. Cronenberger, D. Scalbert, D. Ferrand, H. Boukari, J. Cibert // Nat. Commun. — 2015. — Vol. 6. — 8121.
227. Spin noise reveals spin dynamics and recharging of lead halide perovskite nanocrystals / V. O. Kozlov, I. A. Smirnov, M. S. Kuznetsova, E. V. Kolobkova, G. G. Kozlov, V. S. Zapasskii, D. S. Smirnov, I. I. Ryzhov // Appl. Mater. Today. — 2025. — Vol. 45. — 102820.
228. *Braginsky V. B., Khalili F. Y.* Quantum measurement. — Cambridge University Press, 1995.
229. Introduction to quantum noise, measurement, and amplification / A. A. Clerk, M. H. Devoret, S. M. Girvin, F. Marquardt, R. J. Schoelkopf // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — 1155.
230. *Misra B., Sudarshan E. C. G.* The Zeno's paradox in quantum theory // J. Math. Phys. — 1977. — Vol. 18. — 756.
231. *Халфун Л. А.* К теории распада квазистационарного состояния // ЖЭТФ. — 1957. — Т. 33. — 1371.

232. Quantum Zeno effect / W. M. Itano, D. J. Heinzen, J. J. Bollinger, D. J. Wineland // Phys. Rev. A. — 1990. — Vol. 41. — 2295.
233. *Fischer M. C., Gutiérrez-Medina B., Raizen M. G.* Observation of the Quantum Zeno and Anti-Zeno Effects in an Unstable System // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — 040402.
234. Coherent Dynamics of Coupled Electron and Nuclear Spin Qubits in Diamond / L. Childress, M. V. G. Dutt, J. M. Taylor, A. S. Zibrov, F. Jelezko, J. Wrachtrup, P. R. Hemmer, M. D. Lukin // Science. — 2006. — Vol. 314. — 281.
235. *Harrington P. M., Monroe J. T., Murch K. W.* Quantum Zeno Effects from Measurement Controlled Qubit-Bath Interactions // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 118. — 240401.
236. *Kraus K.* States, effects and operations, vol. 190 of Lecture Notes in Physics. — 1983.
237. *Braginsky V. B., Khalili F. Y.* Quantum nondemolition measurements: the route from toys to tools // Rev. Mod. Phys. — 1996. — Vol. 68. — 1.
238. *Haroche S., Raimond J.-M.* Exploring the quantum: atoms, cavities, and photons. — Oxford university press, 2006.
239. *Facchi P., Pascazio S.* Quantum Zeno dynamics: mathematical and physical aspects // J. Phys. A: Math. Theor. — 2008. — Vol. 41. — 493001.
240. *Kaulakys B., Gontis V.* Quantum anti-Zeno effect // Phys. Rev. A. — 1997. — Vol. 56. — 1131.
241. *Facchi P., Nakazato H., Pascazio S.* From the Quantum Zeno to the Inverse Quantum Zeno Effect // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 86. — 2699.
242. *Maniscalco S., Piilo J., Suominen K.-A.* Zeno and Anti-Zeno Effects for Quantum Brownian Motion // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — 130402.
243. *Ландау Л. Д., Луфшци Е. М.* Квантовая механика: нерелятивистская теория. — М. Наука, 1974.
244. *Frerichs V., Schenzle A.* Quantum Zeno effect without collapse of the wave packet // Phys. Rev. A. — 1991. — Vol. 44. — 1962.
245. *Facchi P., Pascazio S.* Quantum Zeno and inverse quantum Zeno effects // Progress in Optics. — Elsevier, 2001. — 147.
246. *Senellart P., Solomon G., White A.* High-performance semiconductor quantum-dot single-photon sources // Nat. Nanotech. — 2017. — Vol. 12. — 1026.
247. *Lodahl P., Ludwig A., Warburton R. J.* A deterministic source of single photons // Phys. Today. — 2022. — Vol. 75. — 44.
248. Theory of optical spin control in quantum dot microcavities / D. S. Smirnov, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, L. Lanco // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — 115305.

249. *Walls D. F., Milburn G. J.* Quantum optics. — Springer Science & Business Media, New York, 2007.
250. Giant optical Faraday rotation induced by a single-electron spin in a quantum dot: Applications to entangling remote spins via a single photon / C. Y. Hu, A. Young, J. L. O'Brien, W. J. Munro, J. G. Rarity // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — 085307.
251. Controlling cavity reflectivity with a single quantum dot / D. Englund, A. Faraon, I. Fushman, N. Stoltz, P. Petroff, J. Vučković // Nature. — 2007. — Vol. 450. — 857.
252. Spin Noise Spectroscopy of a Single Spin Using Single Detected Photons / M. Gundin, P. Hilaire, C. Millet, E. Mehdi, C. Anton, A. Harouri, A. Lemaître, I. Sagnes, N. Somaschi, O. Krebs, P. Senellart, L. Lanco // Phys. Rev. Lett. — 2025. — Vol. 134. — 036902.
253. *Caves C. M., Milburn G. J.* Quantum-mechanical model for continuous position measurements // Phys. Rev. A. — 1987. — Vol. 36. — 5543.
254. *Presilla C., Onofrio R., Tambini U.* Measurement Quantum Mechanics and Experiments on Quantum Zeno Effect // Ann. Phys. — 1996. — Vol. 248. — 95.
255. *Sokolovski D., Sherman E. Y.* Measurement of noncommuting spin components using spin-orbit interaction // Phys. Rev. A. — 2011. — Vol. 84. — 030101(R).
256. *Kraus K.* Measuring processes in quantum mechanics I. Continuous observation and the watchdog effect // Found. Phys. — 1981. — Vol. 11. — 547.
257. *Aharonov Y., Albert D. Z., Vaidman L.* How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Vol. 60. — 1351.
258. *Bednorz A., Belzig W., Nitzan A.* Nonclassical time correlation functions in continuous quantum measurement // New J. Phys. — 2012. — Vol. 14. — 013009.
259. Dynamics revealed by correlations of time-distributed weak measurements of a single spin / R.-B. Liu, S.-H. Fung, H.-K. Fung, A. N. Korotkov, L. J. Sham // New J. Phys. — 2010. — Vol. 12. — 013018.
260. Optical control of electron spin coherence in CdTe/(Cd,Mg)Te quantum wells / E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, M. M. Glazov, L. Fokina, G. Karczewski, T. Wojtowicz, J. Kossut, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — 235320.
261. Environmentally induced quantum dynamical phase transition in the spin swapping operation / G. A. Álvarez, E. P. Danieli, P. R. Levstein, H. M. Pastawski // J. Chem. Phys. — 2006. — T. 124. — 194507.
262. *Snizhko K., Kumar P., Romito A.* Quantum Zeno effect appears in stages // Phys. Rev. Res. — 2020. — Vol. 2. — 033512.

263. *Li F., Ren J., Sinitsyn N. A.* Quantum Zeno effect as a topological phase transition in full counting statistics and spin noise spectroscopy // *Europhys. Lett.* — 2014. — Vol. 105. — 27001.
264. *Devoret M. H., Schoelkopf R. J.* Amplifying quantum signals with the single-electron transistor // *Nature.* — 2000. — Vol. 406. — 1039.
265. *Korotkov A. N., Averin D. V.* Continuous weak measurement of quantum coherent oscillations // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 64. — 165310.
266. *Belykh V. V., Korotneva A. R., Yakovlev D. R.* Stimulated Resonant Spin Amplification Reveals Millisecond Electron Spin Coherence Time of Rare-Earth Ions in Solids // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 127. — 157401.
267. Unveiling the electron-nuclear spin dynamics in an  $n$ -doped InGaAs epilayer by spin noise spectroscopy / C. Rittmann, M. Y. Petrov, A. N. Kamenskii, K. V. Kavokin, A. Y. Kuntsevich, Y. P. Efimov, S. A. Eliseev, M. Bayer, A. Greilich // *Phys. Rev. B.* — 2022. — Vol. 106. — 035202.
268. All-optical NMR in semiconductors provided by resonant cooling of nuclear spins interacting with electrons in the resonant spin amplification regime / E. A. Zhukov, A. Greilich, D. R. Yakovlev, K. V. Kavokin, I. A. Yugova, O. A. Yugov, D. Suter, G. Karczewski, T. Wojtowicz, J. Kossut, V. V. Petrov, Y. K. Dolgikh, A. Pawlis, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — 085311.
269. Suppression of nuclear spin fluctuations in an InGaAs quantum dot ensemble by GHz-pulsed optical excitation / E. Evers, N. E. Kopteva, I. A. Yugova, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer, A. Greilich // *npj Quantum Inf.* — 2021. — Vol. 7. — 60.
270. *Esteve D., Raimond J.-M., Dalibard J.* Quantum entanglement and information processing: lecture notes of the Les Houches Summer School 2003. Vol. 79. — Elsevier, 2004.
271. *Nielsen M. A., Chuang I. L.* Quantum computation and quantum information. — Cambridge university press, 2010.
272. *Bell J. S.* On the Einstein Podolsky Rosen paradox // *Physics Physique Физика.* — 1964. — Т. 1. — 195.
273. *Баргатин И. В., Гришанин Б. А., Задков В. Н.* Запутанные квантовые состояния атомных систем // *УФН.* — 2001. — Т. 171. — 625.
274. Quantum entanglement / R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, K. Horodecki // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81. — 865.
275. *Gühne O., Tóth G.* Entanglement detection // *Phys. Rep.* — 2009. — Vol. 474. — 1.
276. *Hill S. A., Wootters W. K.* Entanglement of a Pair of Quantum Bits // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 78. — 5022.

277. *Wootters W. K.* Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 80. — 2245.
278. Magnetic-field-effects on photoluminescence polarization in type II GaAs/AlAs superlattices / *E. L. Ivchenko, V. P. Kochereshko, A. Y. Naumov, I. N. Uraltsev, P. Lavallard* // *Superlatt. Microstr.* — 1991. — Vol. 10. — 497.
279. *Bar-Ad S., Bar-Joseph I.* Absorption quantum beats of magnetoexcitons in GaAs heterostructures // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — Vol. 66. — 2491.
280. Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot / *O. Benson, C. Santori, M. Pelton, Y. Yamamoto* // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84. — 2513.
281. A semiconductor source of triggered entangled photon pairs / *R. M. Stevenson, R. J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, A. J. Shields* // *Nature.* — 2006. — Vol. 439. — 179.
282. Entangled Photon Pairs from Semiconductor Quantum Dots / *N. Akopian, N. H. Lindner, E. Poem, Y. Berlatzky, J. Avron, D. Gershoni, B. D. Gerardot, P. M. Petroff* // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — 130501.
283. *Troiani F., Perea J. I., Tejedor C.* Cavity-assisted generation of entangled photon pairs by a quantum-dot cascade decay // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74. — 235310.
284. *Pathak P. K., Hughes S.* Generation of entangled photon pairs from a single quantum dot embedded in a planar photonic-crystal cavity // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 79. — 205416.
285. Distilling entanglement from random cascades with partial “which path” ambiguity / *E. A. Meirom, N. H. Lindner, Y. Berlatzky, E. Poem, N. Akopian, J. E. Avron, D. Gershoni* // *Phys. Rev. A.* — 2008. — Vol. 77. — 062310.
286. *Budich J. C., Trauzettel B.* Entanglement transfer from electrons to photons in quantum dots: an open quantum system approach // *Nanotech.* — 2010. — Vol. 21. — 274001.
287. Coherence of an Entangled Exciton-Photon State / *A. J. Hudson, R. M. Stevenson, A. J. Bennett, R. J. Young, C. A. Nicoll, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, A. J. Shields* // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — 266802.
288. Semiconductor quantum dots as an ideal source of polarization-entangled photon pairs on-demand: a review / *D. Huber, M. Reindl, J. Aberl, A. Rastelli, R. Trotta* // *J. Opt.* — 2018. — Vol. 20. — 073002.
289. Effect of uniaxial stress on excitons in a self-assembled quantum dot / *S. Seidl, M. Kroner, A. Högele, K. Karrai, R. J. Warburton, A. Badolato, P. M. Petroff* // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — Vol. 88. — 203113.

290. Influence of an in-plane electric field on exciton fine structure in InAs-GaAs self-assembled quantum dots / K. Kowalik, O. Krebs, A. Lemaître, S. Laurent, P. Senellart, P. Voisin, J. A. Gaj // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 86. — 041907.
291. Manipulating exciton fine structure in quantum dots with a lateral electric field / B. D. Gerardot, S. Seidl, P. A. Dalgarno, R. J. Warburton, D. Granados, J. M. Garcia, K. Kowalik, O. Krebs, K. Karrai, A. Badolato, P. M. Petroff // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 90. — 041101.
292. Magnetic-field-induced reduction of the exciton polarization splitting in InAs quantum dots / R. M. Stevenson, R. J. Young, P. See, D. G. Gevaux, K. Cooper, P. Atkinson, I. Farrer, D. A. Ritchie, A. J. Shields // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 73. — 033306.
293. Diamagnetic contribution to the effect of in-plane magnetic field on a quantum-dot exciton fine structure / M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, O. Krebs, K. Kowalik, P. Voisin // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76. — 193313.
294. Symmetric quantum dots as efficient sources of highly entangled photons: Violation of Bell's inequality without spectral and temporal filtering / T. Kuroda, T. Mano, N. Ha, H. Nakajima, H. Kumano, B. Urbaszek, M. Jo, M. Abbarchi, Y. Sakuma, K. Sakoda, I. Suemune, X. Marie, T. Amand // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 88. — 041306.
295. Highly indistinguishable and strongly entangled photons from symmetric GaAs quantum dots / D. Huber, M. Reindl, Y. Huo, H. Huang, J. S. Wildmann, O. G. Schmidt, A. Rastelli, R. Trotta // *Nat. Commun.* — 2017. — Vol. 8. — 15506.
296. Hyperfine interaction limits polarization entanglement of photons from semiconductor quantum dots / C. Schimpf, F. B. Basset, M. Aigner, W. Atteneder, L. Ginés, G. Undeutsch, M. Reindl, D. Huber, D. Gangloff, E. A. Chekhovich, C. Schneider, S. Höfling, A. Predojević, R. Trotta, A. Rastelli // *Phys. Rev. B.* — 2023. — Vol. 108. — L081405.
297. *Mantsevich V. N., Smirnov D. S., Ivchenko E. L.* Ultimate photon entanglement in biexciton cascade // *arXiv.* — 2025. — 2511.05065.
298. *Takou E., Barnes E., Economou S. E.* Precise Control of Entanglement in Multinuclear Spin Registers Coupled to Defects // *Phys. Rev. X.* — 2023. — Vol. 13. — 011004.
299. *Cai X., Waleign H. Y., Nichol J. M.* The formation of a nuclear-spin dark state in silicon // *Nat. Phys.* — 2025. — Vol. 21. — 536.
300. Storing quantum coherence in a quantum dot nuclear spin ensemble for over 100 milliseconds / H. E. Dyte, S. Manna, S. F. Covre da Silva, A. Rastelli, E. A. Chekhovich // *Nat. Commun.* — 2026. — Vol. 17. — 239.

301. *Glazov M. M., Yugova I. A., Efros A. L.* Electron spin synchronization induced by optical nuclear magnetic resonance feedback // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — 041303(R).
302. *Шумилин А. В., Смирнов Д. С.* Ядерная спиновая динамика и флуктуации в анизотропной модели большого ящика // *ФТТ.* — 2022. — Т. 64. — 206.
303. *Fröhling N., Anders F. B., Glazov M.* Nuclear spin noise in the central spin model // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97. — 195311.
304. *Smirnov D. S., Shumilin A. V.* Electric current noise in mesoscopic organic semiconductors induced by nuclear spin fluctuations // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103. — 195440.
305. Quantum spin squeezing / J. Ma, X. Wang, C. P. Sun, F. Nori // *Phys. Rep.* — 2011. — Vol. 509. — 89.
306. *Kitagawa M., Ueda M.* Squeezed spin states // *Phys. Rev. A.* — 1993. — Vol. 47. — 5138.
307. Quantum Control of the Hyperfine Spin of a Cs Atom Ensemble / S. Chaudhury, S. Merkel, T. Herr, A. Silberfarb, I. H. Deutsch, P. S. Jessen // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — 163002.
308. Mesoscopic atomic entanglement for precision measurements beyond the standard quantum limit / J. Appel, P. J. Windpassinger, D. Oblak, U. B. Hoff, N. Kjærgaard, E. S. Polzik // *Proc. Nat. Acad. Sci.* — 2009. — Vol. 106. — 10960.
309. *Ding W., Zhang W., Wang X.* Quantum-memory-assisted precision rotation sensing // *Phys. Rev. A.* — 2020. — Vol. 102. — 032612.
310. Spin squeezing of  $10^{11}$  atoms by prediction and retrodiction measurements / H. Bao, J. Duan, S. Jin, X. Lu, P. Li, W. Qu, M. Wang, I. Novikova, E. E. Mikhailov, K.-F. Zhao, K. Molmer, H. Shen, Y. Xiao // *Nature.* — 2020. — Vol. 581. — 159.
311. Quantum metrology with nonclassical states of atomic ensembles / L. Pezzè, A. Smerzi, M. K. Oberthaler, R. Schmied, P. Treutlein // *Rev. Mod. Phys.* — 2018. — Vol. 90. — 035005.
312. Generating Entanglement and Squeezed States of Nuclear Spins in Quantum Dots / M. S. Rudner, L. M. K. Vandersypen, V. Vuletić, L. S. Levitov // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — 206806.
313. Improving a Solid-State Qubit through an Engineered Mesoscopic Environment / G. Éthier-Majcher, D. Gangloff, R. Stockill, E. Clarke, M. Hugues, C. Le Gall, M. Atatüre // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 119. — 130503.
314. *Bulutay C.* Quadrupolar spectra of nuclear spins in strained  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  quantum dots // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — 115313.

315. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy / D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, D. J. Heinzen // *Phys. Rev. A.* — 1992. — Vol. 46. — R6797.
316. *Wineland D. J.* Nobel Lecture: Superposition, entanglement, and raising Schrödinger's cat // *Rev. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. 85. — 1103.
317. *Duan L.* Creating Schrödinger-cat states // *Nat. Photon.* — 2019. — Vol. 13. — 73.
318. *Dicke R. H.* Coherence in Spontaneous Radiation Processes // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 93. — 99.
319. Optical Pumping of Quantum-Dot Nuclear Spins / A. Imamog̃lu, E. Knill, L. Tian, P. Zoller // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 91. — 017402.
320. *Taylor J. M., Imamoglu A., Lukin M. D.* Controlling a Mesoscopic Spin Environment by Quantum Bit Manipulation // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 91. — 246802.
321. *Козлов Г. Г.* Точно решаемая спиновая динамика электрона, взаимодействующего с большим числом ядер, и электронно-ядерное спиновое эхо в квантовой точке // *ЖЭТФ.* — 2007. — Т. 132. — 918.
322. *Дьяконов М., Перель В.* Сверхтонкое взаимодействие при оптической ориентации электронов в полупроводниках // *ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 63. — 1883.
323. *Gühne O.* Characterizing Entanglement via Uncertainty Relations // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — 117903.
324. Coherent spin dynamics of electrons and holes in CsPbBr<sub>3</sub> perovskite crystals / V. V. Belykh, D. R. Yakovlev, M. M. Glazov, P. S. Grigoryev, M. Hussain, J. Rautert, D. N. Dirin, M. V. Kovalenko, M. Bayer // *Nat. Commun.* — 2019. — Vol. 10. — 673.
325. Lead-Halide Scalar Couplings in <sup>207</sup>Pb NMR of APbX<sub>3</sub> Perovskites (A=Cs, Methylammonium, Formamidinium; X= Cl, Br, I) / M. Aebli, L. Piveteau, O. Nazarenko, B. M. Benin, F. Krieg, R. Verel, M. V. Kovalenko // *Sci. Rep.* — 2020. — Vol. 10.
326. Dynamic polarization of nuclear spins by optically oriented electrons and holes in lead halide perovskite semiconductors / M. Kotur, P. S. Bazhin, K. V. Kavokin, N. E. Kopteva, D. R. Yakovlev, D. Kudlacik, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2026. — Vol. 113. — 085204.
327. Spin squeezing in an ensemble of nitrogen-vacancy centres in diamond / W. Wu, E. J. Davis, L. B. Hughes, B. Ye, Z. Wang, D. Kufel, T. Ono, S. A. Meynell, M. Block, C. Liu, H. Yang, A. C. B. Jayich, N. Y. Yao // *Nature.* — 2025. — Vol. 646. — 74.

328. Experimental one-way quantum computing / P. Walther, K. J. Resch, T. Rudolph, E. Schenck, H. Weinfurter, V. Vedral, M. Aspelmeyer, A. Zeilinger // *Nature*. — 2005. — Vol. 434. — 169.
329. Measurement-based quantum computation / H. J. Briegel, D. E. Browne, W. Dür, R. Raussendorf, M. V. den Nest // *Nat. Phys.* — 2009. — Vol. 5. — 19.
330. *Rudolph T.* Why I am optimistic about the silicon-photonics route to quantum computing // *APL Photon.* — 2017. — Vol. 2. — 030901.
331. Sequential Generation of Entangled Multiqubit States / C. Schön, E. Solano, F. Verstraete, J. I. Cirac, M. M. Wolf // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — 110503.
332. *Lindner N. H., Rudolph T.* Proposal for Pulsed On-Demand Sources of Photonic Cluster State Strings // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 103. — 113602.
333. Photon bound state dynamics from a single artificial atom / N. Tomm, S. Mahmoodian, N. O. Antoniadis, R. Schott, S. R. Valentin, A. D. Wieck, A. Ludwig, A. Javadi, R. J. Warburton // *Nat. Phys.* — 2023. — Vol. 19. — 857.
334. Continuous and deterministic all-photonics cluster state of indistinguishable photons / Z.-E. Su, B. Taitler, I. Schwartz, D. Cogan, I. Nassar, O. Kenneth, N. H. Lindner, D. Gershoni // *Rep. Prog. Phys.* — 2024. — Vol. 87. — 077601.
335. Deterministic and reconfigurable graph state generation with a single solid-state quantum emitter / H. Huet, P. R. Ramesh, S. C. Wein, N. Coste, P. Hilaire, N. Somaschi, M. Morassi, A. Lemaître, I. Sagnes, M. F. Doty, O. Krebs, L. Lanco, D. A. Fioretto, P. Senellart // *Nat. Commun.* — 2025. — Vol. 16. — 4337.
336. On-Demand Single Photons with High Extraction Efficiency and Near-Unity Indistinguishability from a Resonantly Driven Quantum Dot in a Micropillar / X. Ding, Y. He, Z.-C. Duan, N. Gregersen, M.-C. Chen, S. Unsleber, S. Maier, C. Schneider, M. Kamp, S. Höfling, C.-Y. Lu, J.-W. Pan // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116. — 020401.
337. Cavity-enhanced single-shot readout of a quantum dot spin within 3 nanoseconds / N. O. Antoniadis, M. R. Hogg, W. F. Stehl, A. Javadi, N. Tomm, R. Schott, S. R. Valentin, A. D. Wieck, A. Ludwig, R. J. Warburton // *Nat. Commun.* — 2023. — Vol. 14. — 3977.
338. Giant optical polarisation rotations induced by a single quantum dot spin / E. Mehdi, M. Gundín, C. Millet, N. Somaschi, A. Lemaître, I. Sagnes, L. Le Gratiet, D. A. Fioretto, N. Belabas, O. Krebs, P. Senellart, L. Lanco // *Nat. Commun.* — 2024. — Vol. 15. — 598.
339. High-rate entanglement between a semiconductor spin and indistinguishable photons / N. Coste, D. A. Fioretto, N. Belabas, S. C. Wein, P. Hilaire, R. Frantzeskakis, M. Gundin, B. Goes, N. Somaschi, M. Morassi, A. Lemaître, I. Sagnes, A. Harouri, S. E. Economou, A. Auffeves, O. Krebs, L. Lanco, P. Senellart // *Nat. Photon.* — 2023. — Vol. 17. — 582.

340. *Coffman V., Kundu J., Wootters W. K.* Distributed entanglement // Phys. Rev. A. — 2000. — Vol. 61. — 052306.
341. *Verstraete F., Popp M., Cirac J. I.* Entanglement versus Correlations in Spin Systems // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 92. — 027901.
342. *Verstraete F., Verschelde H.* Fidelity of mixed states of two qubits // Phys. Rev. A. — 2002. — Vol. 66. — 022307.
343. *Miranowicz A., Grudka A.* Ordering two-qubit states with concurrence and negativity // Phys. Rev. A. — 2004. — Vol. 70. — 032326.
344. Homogeneous optical anisotropy in an ensemble of InGaAs quantum dots induced by strong enhancement of the heavy-hole band Landé parameter  $g$  / A. V. Trifonov, I. A. Akimov, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, I. A. Yugova, A. N. Kosarev, S. E. Scholz, C. Sgroi, A. Ludwig, A. D. Wieck, D. R. Yakovlev, M. Bayer // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104. — L161405.
345. Probing the dynamics and coherence of a semiconductor hole spin via acoustic phonon-assisted excitation / N. Coste, M. Gundin, D. A. Fioretto, S. E. Thomas, C. Millet, E. Mehdi, N. Somaschi, M. Morassi, M. Pont, A. Lemaître, N. Belabas, O. Krebs, L. Lanco, P. Senellart // Quantum Sci. Technol. — 2023. — Vol. 8. — 025021.
346. Optical and magnetic anisotropies of the hole states in Stranski-Krastanov quantum dots / A. V. Koudinov, I. A. Akimov, Y. G. Kusrayev, F. Henneberger // Phys. Rev. B. — 2004. — Vol. 70. — 241305.
347. *Родина А. В., Семина М. А., Ивченко Е. Л.* Электронный и дырочный  $g$ -факторы в полупроводниках и наноструктурах (Обзор) // ФТТ. — 2025. — Т. 67. — 2023.
348. *Pikus G. E., Pikus F. G.* The mechanism of heavy and light hole mixing in GaAs/AlAs superlattices // Solid State Commun. — 1994. — Vol. 89. — 319.
349. *Maier F., Kloeffel C., Loss D.* Tunable  $g$  factor and phonon-mediated hole spin relaxation in Ge/Si nanowire quantum dots // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 87. — 161305.
350. Strain engineering in Ge/Ge – Si spin-qubit heterostructures / L. Mauro, E. A. Rodríguez-Mena, B. Martinez, Y.-M. Niquet // Phys. Rev. Appl. — 2025. — Vol. 23. — 024057.
351. Optical spin control and coherence properties of acceptor bound holes in strained GaAs / X. Linpeng, T. Karin, M. V. Durnev, M. M. Glazov, R. Schott, A. D. Wieck, A. Ludwig, K.-M. C. Fu // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103. — 115412.
352. Impact of hole- $g$ -factor anisotropy on spin-photon entanglement generation with (In,Ga)As quantum dots / P. Ramesh, E. Annoni, N. Margaria, D. Fioretto, A. Pishchagin, M. Morassi, A. Lemaître, M. Doty, P. Senellart, L. Lanco, N. Belabas, S. Wein, O. Krebs // Phys. Rev. Appl. — 2025. — Vol. 24. — 024047.

353. Fast optical control of a coherent hole spin in a microcavity / M. R. Hogg, N. O. Antoniadis, M. A. Marczak, G. N. Nguyen, T. L. Baltisberger, A. Javadi, R. Schott, S. R. Valentin, A. D. Wieck, A. Ludwig, R. J. Warburton // *Nat. Phys.* — 2025. — Vol. 21. — 1475.
354. Optical and Magnetic Response by Design in GaAs Quantum Dots / C. Schimpf, A. J. Garcia, Z. X. Koong, G. N. Nguyen, L. L. Niekamp, M. H. Appel, A. Hassanen, J. Waller, Y. Karli, S. F. Covra da Silva, J. Ritzmann, H.-G. Babin, A. D. Wieck, A. Pishchagin, W. Hease, N. Margaria, T.-H. Au, S. Boissier, M. Morassi, A. Lemaitre, P. Senellart, N. Somaschi, A. Ludwig, R. J. Warburton, M. Atatüre, A. Rastelli, M. Gawelczyk, D. A. Gangloff // *PRX Quantum.* — 2025. — Vol. 6. — 040309.